D. SEARS

ENCYCLOPÉDIE
MÉTHODIQUE,
OU
PAR ORDRE DE MATIÈRES:
PAR UNE SOCIÉTÉ DE GENS DE LETTRES, DE SAVANS ET D'ARTISTES;

Précédée d'un Vocabulaire universel, *servant de Table pour tout l'Ouvrage, ornée des Portraits de MM.* DIDEROT *&* D'ALEMBERT, *premiers Editeurs de l'*Encyclopédie.

AUTEURS.

On n'a pu citer dans le Frontiſpice que les principaux Auteurs de ce Dictionnaire; mais voici une liſte de tous ceux qui y ont travaillé, avec les lettres par leſquelles ils ſont déſignés à la fin de chacun des articles qui leur appartiennent. Quelquefois on a écrit les noms en entier. M. de la Lande eſt ſeul Auteur de toute la Partie Aſtronomique.

M. d'Alembert...(*O*).
M. l'Abbé Boſſut...(*L. B.*).
M. de la Lande..(*D. L.*).
M. le Marquis de Condorcet..................................(*M. D. C.*).
M. Charles...(*T*).
M. Caſtillon, père..(*J. D. C.*).
M. Caſtillon, fils..(*F. D. C.*).
M. Jean Bernoulli..(*J. B.*).
M. l'Abbé de la Chapelle..(*E*).
M. Dargenville..(*K*).
M. Diderot.
M. Rallier des Ourmes.

ENCYCLOPÉDIE
MÉTHODIQUE.

MATHÉMATIQUES,

Par MM. D'ALEMBERT, *l'Abbé* BOSSUT, DE LA LANDE, *le Marquis de* CONDORCET, CHARLES, &c.

TOME SECOND.

A PARIS,
Chez PANCKOUCKE, Libraire, Hôtel de Thou, rue des Poitevins;
A LIÈGE,
Chez PLOMTEUX, Imprimeur des Etats.

M. DCC. LXXXV.

AVEC APPROBATION, ET PRIVILÈGE DU ROI.

FACE, ſ. f. *en Géométrie*, déſigne, en général, un des plans qui compoſent la ſurface d'un polyhèdre : ainſi, on dit que l'hexahèdre a ſix *faces*. *Voyez* POLYHÈDRE.

La *face* ou le plan ſur lequel le corps eſt appuyé, ou ſuppoſé appuyé, eſt appellée proprement ſa *baſe*, & les autres plans gardent le nom de *face*. Chacune des *faces* peut ſervir de baſe, ou être ſuppoſée ſervir de baſe. Cependant, lorſqu'un corps eſt long & étroit, comme un obéliſque, on prend pour baſe la *face* la moins étendue. (*O*)

FACETTE, ſ. f. (*Géom.*) eſt le diminutif de *face*. Il ſe dit des plans qui compoſent la ſurface d'un polyhèdre, lorſque ces plans ſont fort petits.

Les miroirs & verres qui multiplient les objets, ſont taillés à *facettes*. *Voy.* VERRE A FACETTES *ou* POLYHÈDRE. (*O*)

FACTEUR, ſ. m. (*Arith. & Alg.*) eſt un nom que l'on donne à chacune des deux quantités qu'on multiplie l'une par l'autre, c'eſt-à-dire au multiplicande & au multiplicateur, par la raiſon qu'ils ſont & conſtituent le produit. *Voyez* MULTIPLICATION.

En général, on appelle, *en Algèbre*, *facteurs* les quantités qui forment un produit quelconque. Ainſi, le produit $abcd$, a pour *facteurs* a, b, c, d.

Les *facteurs* s'appellent autrement *diviſeurs*, ſur-tout en *Arithmétique*, & lorſqu'il s'agit d'un nombre qu'on regarde comme le produit de pluſieurs autres. Ainſi, 2, 2, 3, ſont diviſeurs de 12; & le nombre 12 peut être conſidéré comme compoſé des trois *facteurs* 2, 2, 3, *&c*, & ainſi du reſte. *Voyez* DIVISEUR.

Toute quantité algébrique de cette forme $x^m + ax^{m-1} + bx^{m-2} \ldots\ldots + r$, peut être diviſée exactement par $xx + px + q$, p & q étant des quantités réelles; & par conſéquent $xx + px + q$ eſt toujours un *facteur* de cette quantité. Je ſuis le premier qui aie démontré cette propoſition. *Voyez les Mémoires de l'Académie de Berlin*, 1746. Voyez *auſſi* IMAGINAIRE, FRACTION RATIONNELLE, EQUATION, *&c*.

La difficulté d'intégrer les équations différentielles à deux variables, conſiſte à retrouver le *facteur* qui a diſparu par l'égalité à zéro. M. Fontaine eſt le premier qui ait fait cette remarque. *V.* INTÉGRAL. (*O*)

FACULES, (*Aſtron.*) *faculæ*, *luculi*, ſont les endroits plus clairs dans le diſque du ſoleil dont parloit déjà Galilée; on les a appellées ainſi par un diminutif de *Fax* flambeau; ce ſont en effet des parties qui ſemblent un peu plus lumineuſes que le reſte du diſque ſolaire (*V.* Scheiner, *p. 517*), mais que l'on a de la peine à diſtinguer. Il ſembleroit, dit Caſſini, que le ſoleil y eſt plus épuré qu'ailleurs (anciens Mém. X, *page 605 - 662*); Lahire les appelle *taches lumineuſes* (Journal des Savans, 1686); elles environnent chaque amas de taches; on les voit encore dans les endroits où les taches ont paru; & ſouvent la *facule*, qui enveloppoit un amas de taches, ſe diſtingue du reſte du ſoleil par un plus grand éclat (Hiſtoire de l'Acad. 1705, *page 126*); c'eſt une atmoſphère plus claire qui ſuccède quelquefois à l'atmoſphère obſcure (Mém. 1703, *pag. 130*). Les *facules* redeviennent des taches (anciens Mém. *page 663*); M. Silberſchlag les compare à des vapeurs lumineuſes, & les obſervoit très-diſtinctement, ſur-tout près des bords du ſoleil, au mois d'octobre 1768 (M. Bernoulli, *Lettres Aſtron. 1771, p. 5*). Le 20 juillet 1643, Hévélius voyoit une traînée d'ombres & de *facules* dont la longueur étoit plus d'un tiers du ſoleil (Selenogr. *pag. 87, 506.*)

M. Meſſier ſe propoſe d'en publier beaucoup d'obſervations; les *facules* lui ont ſervi pluſieurs fois à prévoir l'apparition des taches qui n'étoient pas encore entrées ſur le diſque du ſoleil. *Voyez* TACHES DU SOLEIL. (*D. L.*)

FAISCEAU, (*Optique*) : aſſemblage d'une infinité de rayons de lumière qui partent de chaque point d'un objet éclairé, & s'étendent en tout ſens. Alors ceux d'entre ces rayons qui tombent ſur la portion de la cornée qui répond à la prunelle, feront un cone dont la pointe eſt dans l'objet, & la baſe ſur la cornée; ainſi, autant de points dans l'objet éclairé, autant de cones de rayons réfléchis : or c'eſt l'aſſemblage de différens *faiſceaux optiques* de rayons de lumière, qui peint l'image des objets renverſés dans le fond de l'œil. *V.* RAYON, VISION, *&c.* (*M. le Chevalier de* JAUCOURT.)

FAUTE, (*Hydr.*). Les *fautes* ſont inévitables, ſoit dans les conduites ou tuyaux qui amènent les eaux, ſoit dans les baſſins & pièces d'eau, & il n'eſt ſouvent pas aiſé d'y remédier. Quand les tuyaux conduiſent des eaux forcées, la *faute* ſe découvre d'elle-même par la violence de l'eau; mais, dans les eaux roulantes ou de décharge, il faut quelquefois découvrir toute une conduite pour connoître la *faute* : on remet alors de nouveaux tuyaux; on les ſoude, on les maſtique, ſuivant leur nature. Le moyen de connoître une *faute* dans un baſſin de glaiſe, eſt de mettre ſur l'eau une feuille d'arbre, de la paille ou du papier, & de ſuivre le côté où elle ſe rend. On y fait ouvrir le corroi; on remanie les glaiſes; &, pour les raccorder avec les autres, on les coupe en marches

ou par étages, & jamais en ligne droite, ce qui ſeroit perdre l'eau. (*K*)

FAULX, (*Aſtron.*) eſt une des phaſes des planètes, qu'on appelle communément *croiſſant*.

Les aſtronomes diſent que la lune, ou toute autre planète, eſt en faulx, *falcata*, quand la partie éclairée paroît en forme de faucille ou de *faulx*, que les Latins appellent *falx*.

La lune eſt en cet état depuis la conjonction juſqu'à la quadrature, ou depuis la nouvelle lune juſqu'à ce qu'on en voie la moitié, & depuis la quadrature juſqu'à la nouvelle lune; avec cette différence que, depuis la nouvelle lune juſqu'à la quadrature, le ventre ou le dos de la *faulx* regarde le couchant, étant néceſſairement tourné vers le ſoleil, & que, depuis la quadrature juſqu'à la nouvelle lune, le ventre regarde le levant. (*O*)

FAUX, adj. (*Arith. & Alg.*) Il y a, en arithmétique, une règle qu'on appelle *règle de fauſſe poſition*. Elle conſiſte à partager un nombre en parties proportionnelles à des nombres que l'on détermine relativement à l'état d'une queſtion. Pour faire ce partage, on n'a beſoin quelquefois que d'une ſeule ſuppoſition de parties proportionnelles à celles du nombre qu'il faut diviſer; quelquefois il faut faire deux ſuppoſitions.

Règle d'une ſeule Fauſſe Poſition.

Je ne puis mieux expliquer cette règle que par des exemples.

EXEMPLE I. *Partager 658₶ entre trois perſonnes, de manière que la ſeconde ait trois fois autant que la première, & la troiſième autant que les deux autres à-la-fois?*

Je ſuppoſe que la part de la première perſonne ſoit 1₶; la part de la ſeconde, ſera 3₶; & la part de la troiſième, ſera 1₶ plus 3₶, ou 4₶. La totalité de ces trois parts eſt 8₶. Ainſi, la ſuppoſition que j'ai faite eſt fauſſe, puiſqu'elle ne me donne que 8₶ pour la totalité des parts ſuppoſées, tandis que la totalité des vraies parts eſt 658₶. Mais il eſt évident que les parts ſuppoſées ſont proportionnelles aux vraies parts, & que la totalité des parts ſuppoſées eſt à chacune des parts ſuppoſées, comme la totalité des vraies parts eſt à chacune des vraies parts. On aura donc les vraies parts par ces trois proportions:

1.° 8 : 1 :: 658₶ : première part vraie qu'on trouve être 82₶ 5ſ.

1.° 8 : 3 :: 658₶ : ſeconde part vraie qu'on trouve être 246₶ 15ſ.

3.° 8 : 4 :: 658₶ : troiſième part vraie qu'on trouve être 329₶.

EXEMPLE II. *Partager le nombre 720 en trois parties, telles que la première ſoit à la ſeconde, comme 3 eſt à 4, & que la ſeconde ſoit à la troiſième, comme 5 eſt à 6?*

Suppoſons que la première part ſoit exprimée par 1; en faiſant cette proportion 3 : 4 :: 1 : un quatrième terme, ce quatrième terme $\frac{4}{3}$ repréſentera la ſeconde part; & en faiſant cette autre proportion, 5 : 6 :: $\frac{4}{3}$: un quatrième terme, ce quatrième terme $\frac{24}{15}$ ou $\frac{8}{5}$ repréſentera la troiſième part. La totalité de ces trois parts eſt 1 plus $\frac{4}{3}$ plus $\frac{8}{5}$, c'eſt-à-dire (en réduiſant les deux fractions au même dénominateur, & l'entier 1 en une fraction qui ait ce même dénominateur), $\frac{15}{15}$ plus $\frac{20}{15}$ plus $\frac{24}{15}$; ce qui ſe réduit à $\frac{59}{15}$. D'où l'on voit que la ſuppoſition eſt fauſſe; mais on aura les vraies parts, en faiſant ces trois proportions:

1.° $\frac{59}{15}$: 1 :: 720 : première vraie part qu'on trouve être 183 $\frac{3}{59}$.

2.° $\frac{59}{15}$: $\frac{4}{3}$ :: 720 : ſeconde vraie part qu'on trouve être 244 $\frac{4}{59}$.

3.° $\frac{59}{15}$: $\frac{8}{5}$ :: 720 : troiſième vraie part qu'on trouve être 292 $\frac{52}{59}$.

EXEMPLE III. *Trouver un nombre dont la moitié, le quart & le cinquième faſſent enſemble 60?*

Repréſentons le nombre cherché par 1, ſa moitié ſera $\frac{1}{2}$; ſon quart, $\frac{1}{4}$; & la cinquième partie, $\frac{1}{5}$. Je réduis les trois fractions $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ au même dénominateur; elles deviennent $\frac{20}{40}$, $\frac{10}{40}$, $\frac{8}{40}$, ou bien $\frac{10}{20}$, $\frac{5}{20}$, $\frac{4}{20}$. Puis je les ajoute enſemble; ce qui me donne $\frac{19}{20}$ pour la totalité des parts ſuppoſées. La ſuppoſition eſt fauſſe; mais elle va donner le vrai nombre cherché, en faiſant cette règle de trois ſimple.

Si la fraction $\frac{19}{20}$ contient la moitié, le quart & le cinquième de 1; de quel nombre, 60 contient-il la moitié, le quart & le cinquième?

Ainſi, la proportion qui réſout cette queſtion eſt $\frac{19}{20}$: 1 :: 60 : au nombre cherché qu'on trouve être 63 $\frac{3}{19}$.

Règle de deux Fauſſes Poſitions.

Les exemples précédens n'ont demandé qu'une ſeule fauſſe poſition; le ſuivant & ceux de même nature en demandent deux.

EXEMPLE. *Partager 300₶ entre trois perſonnes, de manière que la ſeconde ait deux fois autant que la première, & 6₶ de plus; & que la troiſième ait autant que les deux autres, & 10₶ de plus?*

En ſuppoſant que la part de la première perſonne ſoit 1₶; celle de la ſeconde ſera 2₶ plus 6₶, ou 8₶; celle de la troiſième ſera 1₶ plus 8₶ plus 10₶, ou 19₶; & la totalité de ces trois parts ſera 28₶. Cette ſuppoſition eſt fauſſe, parce que la totalité des parts ſuppoſées ne fait pas 300₶. De plus, les parts ſuppoſées ne ſont pas proportionnelles aux véritables parts. Car, dans la ſeconde part, il entre le nombre invariable 6₶; &, dans la troiſième, il entre le nombre invariable 6₶ plus 10₶, ou 16₶. Or, en faiſant changer la première part 1, les deux nombres invariables, dont nous venons de parler, empêcheront que la ſeconde & la troiſième parts ne changent proportionnellement à la première. Si nous voulons donc avoir des propor-

tions pareilles à celles du premier cas, négligeons dans la ſeconde & la troiſième parts ſuppoſées, les nombres invariables qui les affectent; & retranchons la ſomme 6₶ plus 16₶, ou 22₶ de ces mêmes nombres, du nombre propoſé 300₶. Il nous reſtera 278 à partager en trois parties, telles que la ſeconde ſoit double de la première, & que la troiſième ſoit égale à la ſomme des deux autres. Ainſi, on aura les trois parts véritables de ce dernier énoncé, en faiſant ces trois proportions :

1.° 6 : 1 : : 278₶ : première part qu'on trouve être 46₶ 6ſ 8d.

2.° 6 : 2 : : 278₶ : ſeconde part qu'on trouve être 92₶ 13ſ 4d.

3.° 6 : 3 : : 278₶ : troiſième part qu'on trouve être 139₶.

Maintenant, pour avoir les parts conformément à l'énoncé de la queſtion fondamentale, il faut ajouter 6₶ à la ſeconde des parts qu'on vient de trouver, & 16₶ à la troiſième. Par ce moyen, on aura,

Première part cherchée.......	46₶	6ſ	8d
Seconde part cherchée.........	98	13	4
Troiſième part cherchée.......	155	0	0
Somme 300₶			

En Algèbre, on appelle quelquefois racines *fauſſes*, les racines *négatives* d'une équation. *Voyez* NÉGATIVE. *(L. B.)*

FENTE, (*Hydraul.*) : ſe dit, dans une gerbe d'eau, de pluſieurs *fentes* circulaires oppoſées l'une à l'autre, que l'on appelle *portions de couronnes.* Ce ſont ſouvent des ouvertures en long, formant de petits parallélogrammes. *(K)*

FEU, (*Pompe à*) (*Hydraul.*) La première a été conſtruite en Angleterre; pluſieurs auteurs ſe ſont occupés ſucceſſivement à la perfectionner & à la ſimplifier. On en peut regarder Papin comme l'inventeur : car que fait celui qui conſtruit une *pompe à feu?* il adapte un corps de pompe ordinaire à la machine de Papin. *Voyez ſon Ouvrage.*

Tout ce que nous allons dire de cette pompe, eſt tiré d'un mémoire qui nous a été communiqué avec les figures qui y ſont relatives, par M. P... homme d'un mérite diſtingué, qui a bien voulu s'intéreſſer à la perfection de notre ouvrage.

Détail explicatif de la Machine du bois de Boſſut, proche Saint-Guilain, en la province du Hainault autrichien, pour élever les eaux par l'action du feu.

ARTICLE 1. *Du balancier, qui eſt la principale partie de la machine ; des jantes qui l'accompagnent, & de leurs dimenſions.* Le balancier eſt compoſé d'une groſſe poutre *a*, *b*, de 26 piés 8 pouces ſur 20 & 23 pouces de groſſeur (*Pl. III & IV*), ſoutenue dans le milieu par deux tourillons *c*, *d*, de trois pouces de diamètre, dont les paliers portent ſur un des pignons du bâtimens qui renſerme la machine. Les extrémités de cette poutre ſont accompagnées de deux jantes canelées *e*, *f*, de 8 piés 2 pouces de longueur, ſur 20 & 22 pouces de groſſeur, dont la courbe a pour centre le point d'appui *g*. Les chaînes qui y ſont ſuſpendues, ſont toujours dans la même direction : la première *h* porte le piſton du cylindre ; & la ſeconde *i* le grand chevron, qui meut les pompes aſpirantes pour élever l'eau du puits, laquelle ſe décharge dans la baſche *K*, où elle eſt toujours entretenue. Sur une des faces de la même poutre, eſt attachée une autre jante *l* de ſix piés de longueur ſur 5 pouces par les deux bouts, & dans le milieu 11 pouces, ſur 3 pouces d'épaiſſeur, ſemblable aux précédentes, qui fait agir le régulateur avec le robinet d'injection ; elle ſoutient une chaîne *m*, à laquelle aboutit une couliſſe *m 2*, ſervant à ouvrir & fermer le robinet d'injection, & à mouvoir le diaphragme nommé *régulateur*, qui règle l'action de la vapeur de l'eau chaude.

ART. 2. *D'une pompe refoulante, avec ſon tire-boute & ſes dimenſions.* Le tire-boute *n* a 9 piés 3 pouces de longueur, ſur 1 pouce de diamètre (*Pl. IV*), eſt attaché avec des écrous & étriers de fer, au grand chevron aboutiſſant au piſton *O*, d'une pompe refoulante de 4 pouces 4 lignes de diamètre, qui élève à 36 piés une partie de l'eau de la baſche *K* provenant du puits, montant par un tuyau *p* de 5 pouces 5 lignes de diamètre, ſe déchargeant dans une cuvette *q* (*Pl. III, fig. 6*, qui repréſente le plan du troiſième étage réduit, ainſi que tous les autres plans de cette machine, à une échelle ſous-double de celle des coupes verticales, contenues dans les *Planches IV & V*). Cette cuvette ſert à entretenir le robinet d'injection dont on expliquera l'effet. Le piſton de cette pompe eſt de 4 pouc. 2 lig. de diamètre; il eſt ſemblable à celui du plan 7.

ART. 3. *Des pompes aſpirantes qui élèvent l'eau ſucceſſivement du puits, avec les dimenſions.* L'ouverture du puits *XY* (*Pl. I, fig. 1*), qui eſt le plan du rez-de-chauſſée, eſt de ſix piés en quarré, ſur 244 piés de profondeur; & de 60 piés en 60 piés, il y a deux baſches *K*, *r*, viſibles dans la *Planche IV*, dont on peut connoître les dimenſions par l'échelle de cette planche. Dans la baſche *r*, eſt un corps de pompe aſpirante de 9 pouces de diamètre; & dans la baſche *K*, trempe le tuyau d'aſpiration de la pompe ſupérieure de 4 pouces 6 lignes de diamètre. Tous les piſtons de ces pompes ont 8 pouces 3 lignes de diamètre, ſur 6 piés de levée. *Voyez* leur conſtruction, *Pl. III*, *fig* 23, 24, 25, 26. Les chevrons qui ſoutiennent les piſtons ont 5 pouces quarrés, & ſont ſuſpendus à un autre ior de ſix pouces en quarré, compoſé de pluſieurs pièces liées les unes aux autres, comme on le voit par le profil, *fig.* 22, *pl. VI.* Ils compoſent un train ſuſpendu à la jante du balancier qui eſt au-

deſſus du centre du puits, & au fond duquel eſt un puiſart où viennent ſe raſſembler les eaux de tous les rameaux de la mine. Dans ce puiſart, trempe le premier tuyau d'aſpiration d'une pompe qui aſpire l'eau à 28 piés de hauteur, & remonte par le tuyau au-deſſus du piſton de 32 piés, pour ſe décharger dans les baſches; d'où elle eſt repriſe par une ſeconde pompe, qui l'élève encore à 28 piès plus haut, & 32 piés plus haut que le piſton, & ſucceſſivement par d'autres qui la font monter de baſche en baſche, parce que tous les piſtons de ces pompes jouent tous enſemble. Au reſte, on voit, *planche IV*, la manœuvre d'un relai; il y en a encore trois ſemblables avant d'arriver au puiſart : on obſervera que le puits dont nous parlons, n'a lieu que pour puiſer les eaux de la mine.

ART. 4. *De la ſituation du balancier, lorſque la machine ne joue pas.* La charge que ſoutient la chaîne *i⊖♈* (*Pl. IV*), & le tire-boute *n* eſt beaucoup plus grande que celle que portent les chaînes *h*, *m*, lorſque le poids de la colonne d'air n'agit pas ſur le piſton *u*; ainſi, la ſituation naturelle du balancier eſt de s'incliner du côté du puits, au lieu que la *planche V* le repréſente dans uns ſens contraire, c'eſt-à-dire, dans celui où il ſe trouve lorſque l'injection d'eau froide ayant condenſé la vapeur renfermée dans le cylindre, le poids de la colonne d'air fait baiſſer le piſton : alors l'eau du puits eſt aſpirée, & celle de la baſche *K* eſt refoulée dans la cuvette *q*. Mais quand la vapeur vient à s'introduire dans le cylindre, ſa force étant ſupérieure au poids de la colonne d'air, ſoulève le piſton, laiſſe agir le poids des attirails que porte la chaîne *i⊖♈*, & le tire-boute *n o*, & le balancier s'incline du côté du puits, qui eſt la ſituation où il reſte lorſque la machine ne joue pas, parce qu'il s'introduit de l'air dans le cylindre au-deſſous du piſton, qui ſe met en équilibre par ſon reſſort avec le poids de celui qui eſt au-deſſus.

ART. 5. *Le mouvement du balancier eſt limité par des chevrons à reſſort.* Pour limiter le mouvement du balancier & amortir ſa violence, pour que la machine n'en reçoive point de trop grandes ſecouſſes, l'on fait ſortir en dehors du bâtiment les deux extrémités *W* des deux poutres, pour ſoutenir deux chevrons à reſſort recevant les boulons *X* (*pl. III & IV*), qui traverſent le ſommet des jantes du balancier; & c'eſt la même choſe du côté du cylindre pour le ſoulager dans ſa chûte.

ART. 6. *Deſcription du cylindre avec ſes dimenſions.* Le cylindre *y Z* (*pl. IV & V*) eſt accompagné des tuyaux qui contribuent au jeu de la machine; il eſt de fer coulé bien alaiſé, il a intérieurement 2 piés 6 pouces 6 lignes, ſur 8 piés ſix pouces de hauteur en dedans œuvre, & un pouce d'épaiſſeur. A ſix pouces au-deſſous de ſon ſommet *&c.* règne tout autour un bord *A y*, ſur lequel eſt attachée une coupe de plomb *A B*, de 12 pouces de hauteur; & à 3 piés 6 pouces plus bas, il y a un ſecond rebord *O*, ſervant à le ſoutenir ſur les deux poutres *D*, où il eſt arrêté par deux traverſes de bois *E*.

ART. 7. *Le cylindre eſt percé de deux trous oppoſés pour deux cauſes eſſentielles.* A trois pouces au-deſſus de la baſe, le cylindre eſt percé de deux trous oppoſés l'un à l'autre, chacun accompagné d'un collet *F*; ils ont intérieurement 3 pouces 10 lignes de diamètre. Le premier ſert à introduire le tuyau d'injection *G*; & le ſecond aboutit à un godet de cuivre *H*, dans le fond duquel eſt une ſoupape chargée de plomb ſuſpendue à un reſſort de fer, pour la maintenir toujours dans la même direction : cette ſoupape, que l'on nomme *reniflante*, ſert à évacuer l'air que la vapeur chaſſe du cylindre, lorſqu'on commence à faire jouer la machine, & enſuite celui qui y eſt porté par l'injection, & qui empêcheroit ſon effet, s'il n'avoit aucune iſſue.

ART. 8. *Deſcription du fond du cylindre.* Le fond *Z I* du cylindre eſt une plaque de fer poſtiche, attachée avec des vis à écrous; il eſt traverſé par un tuyau *L* d'un pié de hauteur, ayant intérieurement ſix pouces de diamètre, l'un & l'autre coulés enſemble de manière qu'une moitié ſe trouve dans le cylindre, pour empêcher que l'eau, qui tombe ſur le fond, n'entre dans l'alambic, & l'autre moitié en dehors, pour faciliter la jonction du cylindre avec le régulateur & l'alambic.

ART. 9. *L'eau provenant d'injection, s'évacue par le fond du cylindre.* Le fond du cylindre eſt encore percé vers ſa circonférence, d'un trou *N* de 4 pouces 4 lignes de diamètre, avec un collet *CI* de 6 pouces de hauteur. Il a pour objet de faciliter l'évacuation de l'eau d'injection par un tuyau de cuivre *h m l*, *pl. V*.

ART. 10. *Deſcription du piſton qui joue dans le cylindre, avec ſes dimenſions.* Le piſton *u* dans les mêmes planches, & dont la conſtruction eſt repréſentée en grand, *fig.* 17, 18 & 19, *pl. VI*, dont la tige *d e* a 4 piés de hauteur, eſt un plateau de fer *R S* de 2 piés 6 pouces 4 lignes de diamètre, ſur un pouce d'épaiſſeur. Aux extrémités, ſont appliquées deux ou trois bandes d'un cuir *a a a* fort épais, ſaillant d'une ligne ſur le pourtour du piſton. L'on maintient ce cuir inébranlable, en le chargeant d'un anneau de plomb de 2 pouces ſix lignes de largeur, diviſés en trois parties égales, chacune accompagnée d'une queue *C*. Le centre de ce piſton eſt percé d'un trou qui reçoit le bout de la tige *d e*, par le moyen d'un tenon arrêté avec une clavette, & cette tige eſt ſuſpendue à la chaîne du balancier.

ART. 11. *De quelle manière l'eau de la cuvette d'injection s'introduit dans le cylindre.* Au fond de la cuvette *q* (*pl. IV & V*), qui fournit l'eau d'injection, aboutit un tuyau de plomb *G P* de 2 pouces 2 lignes de diamètre, qui s'introduit dans le cylindre en paſſant au travers du collet *F* (*art. 7.*) Ce tuyau eſt terminé par un ajutage plat, dont

l'œil a deux pouces 2 lignes de diamètre réduit, d'où sortent environ 8 pintes d'eau froide pour chaque injection, suivant l'expérience que j'en ai faite, & qui se fait par le moyen du jeu de la clé d'un robinet *P* (*pl. VI*), qui s'ouvre & se ferme alternativement, comme il sera expliqué à l'*article* 28.

ART. 12. *De quelle manière l'eau s'introduit au-dessus du piston.* Il y a un robinet *R* (*pl. V*), dont l'œil a 14 lignes de diamètre réduit. Le tuyau *Q* a 2 pouces 2 lignes de diamètre, par lequel on fait couler sans cesse de l'eau au-dessus du piston, provenant de la cuvette *q* : cette eau sert à humecter le cuir, & empêcher l'air extérieur de s'insinuer dans le cylindre; pour que cette eau ne déborde pas la coupe lorsque le piston vient à remonter, & pour évacuer le superflu, on a joint le tuyau *SSS* de 4 pouces 4 lignes de diamètre, qui va se rendre dans le réservoir provisionnel *V* (*pl. IV*), placé en dehors du bâtiment. La partie supérieure *SN* sert au même effet, c'est-à-dire, à décharger le superflu de la cuvette *q*, provenant d'une pompe refoulante (*art.* 2.)

ART. 13. *Description de la chaudière qui compose le fond de l'alambic, avec ses dimensions.* L'alambic (*pl. IV & V*) est composé d'une chaudière *X Y z &*, évasée de 3 pouces par le haut, ayant un diamètre de 7 piés 8 pouces par le haut, & 7 piés 3 pouces par le bas, sur 3 piés 6 pouc. de profondeur, sans y comprendre 3 pouces de bombage dans le milieu; elle est accompagnée d'un plat-bord *a a* de 11 pouces de saillie, qui s'appuie sur une retraite *X &* de 2 pouces ménagés dans la maçonnerie qui entoure cette chaudière, dont la surface extérieure est isolée par une petite galerie *XYz&*, & *l m n o I K*, *fig.* 2, *pl. I*, de 9 pouces de largeur par le haut, & 12 par le bas, qui règne tout autour, & dans laquelle circule la fumée du fourneau *Y b c z*, pour entretenir la chaleur & l'eau bouillante.

ART. 14. *Description du chapiteau de l'alambic.* Le chapiteau *X d &* (*pl. IV & V*, où l'on voit le plan, & différentes parties du régulateur), a 4 piés de hauteur, sur 9 piés 6 pouces de diamètre; il a la forme d'un dôme composé de plusieurs plaques de cuivre liées ensemble par des rivètes, & revêtues de maçonnerie sur la hauteur de 2 piés 3 pouces, pour le fortifier contre la force de la vapeur, & le garantir des atteintes de tout ce qui pourroit l'endommager. Son sommet est terminé par une pièce de cuivre battu, percée d'un trou de 6 pouces 6 lignes de diamètre; le sommet est accompagné d'un collet de 3 pouces 1 ligne de saillie, pour se raccorder avec le tuyau de communication *L* qui joint le cylindre. Le régulateur est le sommet du chapiteau de l'alambic.

ART. 15. *Explication des parties qui appartiennent au régulateur ou diaphragme, avec ses dimensions.* Les lettres *a a a* (*fig.* 12, *pl. III*) représentent un anneau de fer, dont le diamètre intérieur est de 11 pouces 8 lignes, sur un pouce 6 lignes de largeur, & 6 lignes d'épaisseur. Les quatre supports cotés des lettres *b, b, b, b*, qui suspendent l'anneau *a a a*, ont 4 pouces 6 lignes de hauteur, sur 9 lignes en quarré; à l'anneau est attaché un ressort de fer *G c H* du profil (*fig.* 15), & *N O* du plan (*fig.* 12) de 2 pouces de largeur, sur 3 lignes d'épaisseur, servant à soutenir le régulateur *d*, dont le diamètre est de 7 pouces, & est accompagné d'un manche dont l'extrémité *e* est percée quarrément, pour recevoir l'essieu vertical *f g* (*fig.* 16), ayant son centre du mouvement éloigné de 6 pouces 7 lignes du centre du régulateur : le pivot inférieur de cet essieu joue dans un trou *f* pratiqué dans l'anneau *a a a* ou *G H*, *fig.* 16. La partie *e* ou *i k* (*fig.* 16) du régulateur est liée par une clavette à l'essieu vertical *f g*, & la partie *i l* de cet essieu, qui est arrondie, joue exactement dans un canon *l n*, adapté à la plaque *N O*, *fig.* 13 & 16. La partie supérieure *l g* de l'essieu vertical reçoit une clé qui communique le mouvement du régulateur dont le bouton *m* (*fig.* 15) glisse sur le ressort *G c H*, qui est fort poli, en descendant de *c* en *m* : ce mouvement ouvre l'orifice *n o*, qui a intérieurement 5 pouces 6 lignes de diamètre, sur 13 pouces 6 lignes de hauteur. La *figure* 13, qui est la plaque dont on a parlé, est plombée au sommet de l'alambic, pour que l'air ne s'introduise pas. La *figure* 14 représente en plan la partie supérieure du tuyau *L*, désignée par *L M* (*fig.* 15 & 16), par laquelle ce tuyau se raccorde avec celui qui est au centre de la base du cylindre, avec des vis & des écrous (*art.* 8.)

ART. 16. *Situation de l'alambic & du fourneau dans le bâtiment qui renferme la machine.* L'on voit l'emplacement de l'alambic dans les bâtimens où il est renfermé, par les figures qui représentent les plans des différens étages, dont le premier est élevé de 7 piés au-dessus du niveau des terres; & à 3 piés 6 pouces plus bas, est le niveau du cendrier : l'on y verra une coupe horizontale du fond de l'alambic (*pl. II, fig.* 3), accompagnée d'un revêtement de maçonnerie qui en soutient le chapiteau; de cet étage, l'on peut descendre par un escalier *a b*, dans l'endroit où est le fourneau, *fig.* 1 & 2. Le fond dudit fourneau est une grille *C*, élevée de quatre piés au-dessus du niveau du cendrier *d* (*Voyez* les profils, *pl. IV & V*), servant de foyer; & on introduit le charbon de terre ou de bois par une ouverture *e*, vis-à-vis de laquelle est une porte *f* qui répond au rez-de-chaussée. On a pratiqué une ventouse *g f* dans l'épaisseur du massif de la maçonnerie, afin que l'air extérieur puisse aisément s'introduire dans le cendrier sous la grille, pour animer le *feu*, dont la fumée ne peut s'échapper par la cheminée *I K* opposée à l'entrée du fourneau, qu'après avoir circulé autour de la chaudière dans la galerie *l m n o I K*, *fig.* 2, *pl. I.*

ART. 17. *Au-dessus du chapiteau de l'alambic*,

est une ventouse, pour laisser échapper la vapeur quand elle est trop forte. Sur la surface du chapiteau de l'alambic, il y a un bout de tuyau *f* (*pl. V*) de 4 pouces de hauteur, sur 3 pouces 3 lignes de diamètre, soudé verticalement sur le chapiteau. Au sommet de ce tuyau, est adapté une soupape chargée de plomb, que l'on nommera *ventouse*, dont l'objet est de donner issue à la vapeur de l'alambic, lorsqu'elle devient trop forte; cette soupape se lève assez souvent quand le régulateur est fermé, & que le piston descend.

Art. 18. *Usages des deux tuyaux pour éprouver la hauteur de l'eau dans l'alambic.* L'on remarquera l'ellipse *a*, *b*, *fig.* 5, *pl. II*, dont le grand axe a 18 pouces, & le petit 12. C'est une plaque de cuivre qui se détache quand on veut entrer dedans l'alambic, lorsqu'il y a quelques réparations à y faire. A cette plaque, sont attachés aux endroits *c*, *g* deux tuyaux de 11 lignes de diamètre, dont le premier *c* est plus court que le second *g*. Celui *g* descend jusqu'au niveau *a*, *a*, du plat-bord de la chaudière, comme on peut voir *pl. V.* Ces tuyaux ont au sommet chacun une clé de robinet servant à éprouver à quelle hauteur est la surface de l'eau dans l'alambic; par exemple, si, en les ouvrant, on s'apperçoit qu'ils donnent tous deux de la vapeur, c'est une marque que l'eau est trop basse; & au contraire, s'ils donnent tous deux de l'eau, c'en est une qu'elle est trop haute: mais, si l'un donne de l'eau & l'autre de la vapeur, alors la surface de l'eau est à une hauteur convenable, ce qui arrive quand elle se rencontre à 4 & 5 pouces au-dessus du plat-bord *a*, *a*, de la chaudière: si l'eau sort par les tuyaux d'épreuve, cela vient de ce que la vapeur faisant effort de toutes parts pour s'échapper, presse la surface de l'eau dans laquelle le tuyau trempe, & l'oblige à monter comme dans les pompes foulantes.

Art. 19. *De quelle manière on évacue la vapeur de l'alambic pour arrêter la machine.* Au chapiteau de l'alambic, *pl. IV*, est adapté un tuyau de plomb *r*, *f*, *t*, que l'on nomme *cheminée*, dont l'extrémité *t*, qui aboutit hors du bâtiment, est fermée d'une soupape chargée de plomb, attachée à une corde qui passe sur une poulie *M.* Ce tuyau, qui a 4 pouces 4 lignes de diamètre, sert à évacuer la vapeur en ouvrant la soupape lorsqu'on veut arrêter la machine, & à lui donner une échappée lorsqu'elle acquiert assez de force pour lever la soupape; autrement l'alambic seroit en danger de crever.

Art. 20. *Usage d'un réservoir provisionnel pour fournir de l'eau à l'alambic.* Il y a en dehors du bâtiment deux murs *a*, *b*, *fig.* 1, 2, 3, *pl. I & II*, de maçonnerie, sur lesquels est placé un réservoir provisionnel *V*, *fig.* 3, *pl. IV*, fait de madriers doublés de plomb; il contient 339 piés cubes ou 42 $\frac{3}{8}$ muids d'eau, que l'on entretient ordinairement à cette quantité. Cette eau provient du superflu de la cuvette *q* d'injection, qui descend par les tuyaux cotés des lettres *N*, *S*; ce réservoir est accompagné d'un tuyau *RT* de 2 pouces 2 lignes de diamètre; il sert à introduire de l'eau dans l'alambic par le moyen d'un robinet *m*, dont l'œil a 2 pouces 2 lignes de diamètre réduit; & on vuide ledit alambic par le moyen d'un autre tuyau de cuivre *z WQ* de 3 pouces 3 lignes de diamètre, accompagné du robinet *W*, dont l'œil a 2 pouces de diamètre réduit. Ce tuyau passe sous le réservoir provisionnel.

Art. 21. *De quelle manière l'eau d'injection sort du cylindre.* On a dit (*art.* 9) que le collet *CN*, *pl. IV*, facilite l'évacuation de l'eau d'injection qui tomboit dans le cylindre; pour cela, le collet est raccordé avec un tuyau de cuivre *h*, *l*, *m*, *pl. V*, nommé *rameau d'évacuation* de 4 pouces 4 lignes de diamètre, qui va aboutir au fond d'une petite citerne *n*, dont on voit le plan *fig.* 2, *pl. I*, dans laquelle se décharge environ les $\frac{3}{4}$ de l'eau tiède d'injection: à ce rameau, il y a une soupape *P* dans la citerne, suspendue à un ressort de fer: cette soupape, qui est fermée quand le piston descend, & qui est toujours baignée d'eau, afin que l'air extérieur ne puisse y entrer, est chargée de plomb, de manière que le poids de l'eau, qui remplit le rameau d'évacuation, ne puisse lever à chaque injection la soupape, qu'il ne soit aidé par la force de la vapeur. A la citerne, il y a une décharge *Pq*, de superficie, représentée *figure* 2, *pl. I.*

Art. 22. *Une partie de l'eau d'injection passe dans l'alambic pour suppléer au déchet que cause la vapeur.* L'on remarquera que le godet *a*, *pl. V*, communique par un tuyau horizontal à un autre tuyau de cuivre *ik*, nommé *tuyau nourricier*, de 2 pouces 2 lignes de diamètre, sur 8 piés six pouces de hauteur, dont une partie trempe dans l'eau de l'alambic jusqu'à 15 pouces du fond, & l'autre partie saille de 2 piés 10 pouces en dehors; l'on saura que $\frac{1}{4}$ qui nous reste de l'eau d'injection, & qui sort tiède du cylindre, vient remplacer par ce tuyau le déchet que cause la vapeur à l'eau de l'alambic, qui se trouve par-là toujours entretenue à la même hauteur.

Art. 23. *Description du tuyau nourricier.* Ayant dit (*art.* 18) que la force de la vapeur faisoit monter l'eau bouillante dans des tuyaux d'épreuves lorsqu'ils y trempoient, l'on voit que la même cause doit aussi la faire monter dans le tuyau nourricier *ik*, puisqu'il est ouvert par les deux bouts; & à un pouce au-dessus du plat-bord *a*, *a*, il y a un trou à l'endroit *m*, par où monte l'eau bouillante, qui fait voir qu'il faut en remettre dans la chaudière pour conserver le plat-bord: l'eau monte jusqu'à un certain point où la vapeur la soutient en équilibre avec le poids de la colonne d'air qui est opposé.

Art. 24. *De quelle manière se font les opérations des articles* 22 & 23. L'action de la vapeur ne pouvant pousser de bas en haut le piston avec une

force capable de surmonter le poids de la colonne d'air dont il est chargé, sans presser de haut en bas avec la même force, la surface de l'eau qui est tombée dans le fond du cylindre; cette eau qui est refoulée dans les deux rameaux, de manière que celui d'évacuation *h, l, m,* en reçoit les $\frac{3}{4}$ (*art.* 21), & l'autre $\frac{1}{4}$ passe par le collet *Z, a,* & le tuyau horizontal dans le tuyau nourricier, où elle contraint l'eau chaude qui s'y trouve de descendre pour en occuper la place, jusqu'à l'instant que, renouvellant les opérations, elle l'obligera de passer à son tour au fond de l'alambic.

Art. 25. *Détails des pièces qui font jouer le régulateur.* Ces pièces sont représentées au plan *figure* 5, *pl. II,* & en perspective, *figure* 20, *pl. VI,* où l'on voit deux poteaux *d d,* soutenant un essieu *e, h,* sur lequel passent les anneaux d'un étrier 1, 2, 3, 4. Cet étrier est traversé par un boulon 4, autour duquel joue une fourche 5 5, dont la queue *A* aboutit à la clé *B* du régulateur (*art.* 15.) Au même essieu, est fixée une patte *c c* 6 à deux griffes; & dont la partie *e* sert de manche au marteau ou poids 6. Les deux griffes embrassent le boulon 4 de l'étrier : sur le même axe sont encore deux branches de fer 7, 8, 9. Dans la situation que l'on voit ces attirails, le régulateur est ouvert; il produit des vapeurs dans le cylindre sous le piston, & le robinet *P* d'injection est fermé.

Art. 26. *De quelle manière le chevron pendant fait agir le régulateur & le robinet d'injection.* On a dit (*art.* 1) que la chaîne *l m* attachée à une des jantes du balancier, portoit une coulisse *m a,* qui n'est autre chose qu'un chevron pendant de 16 piés 6 pouces de longueur, ayant une fente dans le milieu. Cette coulisse, dont on voit une portion *X Y, fig.* 20, joue de même sens que le piston, & sert à communiquer le mouvement au régulateur & au robinet d'injection; elle enfile sur le rez-de-chaussée du premier étage un bout de madrier *z* de 3 piés 6 pouces de longueur, sur 14 pouces de large & 4 d'épaisseur, qui la maintient toujours verticale en montant ou en descendant dans le trou *C,* pratiqué au-dessous de sa direction, comme on peut voir dans la *planche IV.*

Art. 27. *De quelle manière le mouvement se communique au régulateur.* La fente de la coulisse, *fig.* 20, *pl. VI,* est traversée d'un boulon revêtu de plusieurs morceaux de cuirs au-dessus duquel vient se rendre par intervalle la branche 8, 9. A l'instant que le piston étant parvenu au bas du cylindre, le régulateur s'ouvre pour laisser passer la vapeur, alors le balancier élève la coulisse *X Y,* le boulon fait monter l'extrémité 9 de cette branche, par conséquent fait tourner l'essieu qui relève le poids 6, & pendant ce tems-là l'étrier reste immobile, à cause de l'intervalle qui est entre les griffes; mais aussi-tôt que le poids 6 a passé la verticale, il imprime, en tombant du côté du cylindre une force à une des griffes qui frappe le boulon 4, le chasse, & l'étrier en arrière, & par conséquent la manivelle *B* ferme alors le régulateur; quand la coulisse monte, elle entraîne avec elle la branche 8, 9, qui fait tourner l'essieu. L'essieu, en tournant, & la chûte du poids 6 font monter aussi l'autre branche 8, 7. Peu après, cette coulisse venant à descendre, une cheville ♋, attachée à une de ses faces, ramène la branche 8, 9, qui fait tourner l'essieu & relève le poids 6, qui tombe ensuite de la gauche à la droite; l'autre griffe pousse en avant l'étrier qui étoit resté immobile pendant la descente de la coulisse, alors la manivelle ouvre le régulateur : les chûtes du marteau 6 sont limitées de part & d'autre par des cordes attachées aux parties fixes du bâtiment dans lequel la machine est renfermée.

Art. 28. *Détail des pièces qui appartiennent au robinet d'injection.* La clé du robinet d'injection *P, fig.* 20, *pl. VI & pl. IV,* est en forme d'une patte d'écrevisse ou de fourche, dans laquelle agit une broche de fer *m,* qui la frappe par un mouvement de vibration, tantôt d'un sens & tantôt de l'autre, pour ouvrir & fermer le passage de l'eau de la cuvette *q* dont on a parlé. Cette broche *M* attachée à l'essieu d'un levier *n o,* sur lequel se meut un marteau *R* échancré par-dessus, pour s'accrocher par intervalle dans une coche pratiquée à un morceau de bois *T V,* nommé *décliq,* qui passe au travers d'une fente pratiquée au poteau pendant, l'extrémité *T* est mobile autour d'un boulon, & l'autre *V* baisse & hausse suivant le mouvement de la coulisse *X Y.*

Art. 29. *Explication du mouvement qui fait agir le robinet d'injection.* On saura qu'à l'une des faces de la coulisse opposée à celle dont on vient de parler (*art.* 27), est aussi attachée une cheville qui soulève le décliq *T V,* lorsque la coulisse est parvenue à sa plus haute élévation; alors le marteau *R* cessant d'être soutenu, tombe avec violence sur le levier ou broche *m,* & agit contre une des branches de la fourche qui forme la clé; ce qui ouvre le robinet *P* d'injection. Pendant que l'eau jaillit dans le cylindre court (*fig.* 4), le marteau repose sur une pièce de bois, après avoir décrit une courbe *R P.* Après cette opération, la coulisse *X Y* redescend; & la cheville, qui a levé le décliq, rencontrant en chemin le levier *n S,* l'oblige de descendre pour relever le marteau *R,* & le remettre dans sa première situation. Cela ne se peut faire sans que la broche *m* ne pousse en avant l'autre patte de la clé du robinet, pour la ramener d'où elle étoit partie. Le robinet d'injection se referme donc jusqu'au moment où la coulisse remontant de nouveau, recommence la première manœuvre pour faire ouvrir ledit robinet d'injection.

Art. 30. *Conclusion sur le jeu du régulateur, & celui du robinet d'injection.* Il suit de ce qu'on vient d'exposer, que la coulisse descendant, elle ferme le robinet d'injection immédiatement après le régulateur, dans l'instant qu'elle est parvenue

au plus bas ; & qu'au contraire, lorsqu'elle est montée au plus haut, le robinet d'injection s'ouvre, & le régulateur se ferme : ainsi, ces deux effets, quoique contraires, entretiennent toujours la machine dans un mouvement régulier, lorsque la chaleur du fourneau est uniforme, & que toutes les autres pièces de la machine agissent comme il faut.

Il faut remarquer que l'on rend le jeu du régulateur & celui du robinet d'injection plus ou moins prompts, selon que les chevilles, qui accompagnent la coulisse *X Y*, sont placées plus ou moins hautes. Dans la situation où est la machine aujourd'hui, elle a six piés de levée (*art.* 3) ; & si on vouloit lui en donner moins, il faudroit placer une autre cheville plus haut que celle qui fait agir le régulateur, & la charger de cuir (*art.* 27) : alors la machine auroit moins de levée ; & le régulateur étant ouvert, produiroit plus de vapeur. La raison en est claire, car alors le mouvement seroit moins accéléré ; &, au contraire, si on lui donne plus d'injection, il faudroit placer une autre cheville plus haut que celle qui lève le décliq ; alors le mouvement de la machine ne seroit plus accéléré, & par conséquent produiroit plus d'injection.

Art. 31. *Explication de la manœuvre que l'on exécute pour commencer à faire jouer la machine.* Pour donner le premier mouvement à la machine, l'on commence par remplir d'eau la chaudière (*art* 20) ; ensuite on allume le feu, & on laisse couler l'eau dans la coupe (*art.* 11.) Immédiatement après, celui qui dirige la machine, vient voir dans quelle situation est le régulateur, afin de l'ouvrir s'il étoit fermé, ayant la facilité, à l'aide d'une manivelle, de donner à l'essieu le même mouvement que lui imprime la coulisse. La vapeur entre dans le cylindre, en chasse l'air, & échauffe l'eau qui est au-dessus du piston, que l'on fait couler dans le godet, pour remplir les tuyaux par lesquels se décharge l'eau d'injection (*art.* 21). Pendant cette manœuvre, la machine reste en repos jusqu'au moment qu'elle donne le signal pour avertir qu'il est tems de la faire jouer ; ce qui s'éprouve lorsque la vapeur ayant acquis assez de force pour ouvrir la soupape qui fermoit sa cheminée (*art.* 19), en sort avec détonation. Aussi-tôt le directeur de la machine, qui attend ce moment, prend de la main droite la queue du marteau (*art.* 29), de la gauche la branche (*art.* 27), ferme le régulateur, & un instant après ouvre le robinet d'injection qui fait descendre le piston. Ensuite le régulateur s'ouvre de lui-même, & la machine continue de jouer, sans qu'on y touche, par un effet alternatif de vapeur & d'injection d'eau froide, secondé du poids de l'atmosphère.

Art. 32. *Le mouvement de la machine doit être réglé de manière qu'elle produise quatorze impulsions par minute.* Quand le mouvement de la machine est bien réglé, elle produit ordinairement quatorze impulsions par minute, ainsi qu'on l'a observé ; &, dans un cas forcé, on peut en donner jusqu'à 16 & 17. On a aussi observé que le piston mettoit un peu plus de tems à monter qu'à descendre.

Art. 33. *Conjecture sur la manière dont se forme la vapeur.* Il faut considérer que le *feu*, qui est une matière subtile, pénètre le fond de l'alambic, passe au travers de ses pores, met les parties de l'eau dans une extrême agitation ; & comme cette matière ne cherche qu'à s'étendre pour se mouvoir avec plus de liberté, elle s'élève au-dessus de l'eau, dont elle entraîne les parcelles les plus déliées en une quantité prodigieuse, qui font effort de toutes parts pour s'échapper, avec une force qui devient supérieure à celle du poids de l'air ; & quand le régulateur vient à s'ouvrir, elle entre avec impétuosité dans le cylindre, pousse le piston devant elle, jusqu'à l'instant où l'injection d'eau froide condense cette vapeur & anéantisse sa force : alors elle retombe en eau. Ainsi, l'on voit que le jeu de cette machine dépend de l'effet alternatif de l'eau chaude & de l'eau froide, joint à l'action de l'atmosphère ; le cylindre reste vuide, & donne lieu au poids de l'atmosphère de ramener le piston : ainsi, l'on voit que dans l'espace d'environ deux secondes que dure l'injection des huit pintes d'eau froide (*art.* 11), il se condense environ $4\frac{3}{4}$ muids de vapeur ; & pendant ce tems-là, il s'en forme une assez grande quantité pour relever le piston de nouveau, aussi-tôt que le régulateur lui en laisse la liberté. On a dit (*art.* 24) que, quand la vapeur entre dans le cylindre, elle refoule l'eau qui se trouve au fond, & en fait passer environ 6 pintes dans le rameau d'évacuation (*art.* 21), & deux dans l'alambic par le tuyau nourricier (*art.* 22), suivant l'expérience que j'en ai faite.

Art. 34. *Expérience de M.* Desaguliers *sur la force de la vapeur de l'eau bouillante.* M. Desaguliers, qui a fait beaucoup d'expériences sur la machine à *feu*, dit que la force de la vapeur dans le cylindre, ne surpassoit jamais d'un $\frac{1}{10}$ la résistance de l'air extérieur, & n'y étoit jamais d'un $\frac{1}{10}$ plus foible ; mais, entre ces deux termes, cette force change continuellement, selon que le piston est plus ou moins élevé, c'est-à-dire, selon que l'espace est plus ou moins grand. Il prétend aussi que la vapeur de l'eau bouillante est environ 14000 fois plus rare que l'eau froide, & qu'alors elle est aussi forte par son ressort que l'air commun, quoique 16 fois plus rare.

Art. 35. *Expérience faite sur la quantité de charbon de terre ou de bois nécessaire pour l'entretien du fourneau pendant 24 heures.* Le fourneau consume en 24 heures 6 muids de charbon de terre, contenant chacun 13 piés cubes, ou deux cordes de bois chacune de 7 piés 7 pouces de longueur, sur autant de hauteur, & trois piés trois pouces de largeur.

On observe que deux hommes suffisent pour veiller autour de la machine. Il y a un chef qui fait

fait manœuvrer ladite machine, & un second qui a soin de faire le *feu* au fourneau.

ART. 36. *Quand la machine produit* 14 *impulsions par minute, elle épuise* 255 *muids d'eau par heure, elevée à* 242 *pieds de hauteur.* On a dit (*art.* 32) que la machine produisoit 14 impulsions par minute, lorsque le mouvement est bien réglé. L'on voit que, dans le même tems, elle épuise une colonne d'eau de 112 piés de hauteur, sur 8 pouces 3 lignes de diamètre, ou 85 pintes par chaque impulsion; & qu'à cause de 14 qu'elle donne dans une minute, elle produit 1190 pintes d'eau : partant dans une heure, elle produit 71400 pintes, ou 255 muids d'eau, le muids contenant 8 piés cubes, ou 280 pintes, mesure de Paris.

ART. 37. *Calcul de la puissance qui fait agir cette machine.* Pour insinuer de quelle manière l'on doit faire le calcul de cette machine, il faut considérer que le diamètre du piston étant de 30 pouc. 6 lignes (*art.* 6), sa superficie sera d'environ $5\frac{1}{6}$ piés quarrés, qu'il faut multiplier par 2205 lignes, pesanteur d'une colonne d'air d'un pié quarré de base, sur $31\frac{1}{2}$ piés de hauteur. Il viendra $11392\frac{1}{2}$ l. pour l'action de l'air extérieur sur le piston, & par conséquent pour la force de la puissance motrice.

ART. 38. *Remarque essentielle pour calculer l'effort de la puissance qui fait agir les pompes.* La force de la puissance qui aspire l'eau dans une *pompe*, doit être au moins égale au poids de la colonne d'eau qui auroit pour base le cercle du piston, & pour hauteur la distance du puisart au piston, lorsqu'il est parvenu dans sa plus haute élévation. A quoi il faut ajouter le poids de l'eau dont le piston est surmonté lorsqu'il s'élève au-dessus du terme de l'aspiration pour la dégorger dans les basches. Si l'on considère les choses avec attention, on verra que, quelle que soit la grosseur du tuyau d'aspiration, la puissance qui élève le piston, soutiendra toujours le même poids, dans quelques dispositions que soient ses parties, posées contre un plan vertical, ou sur un plan incliné; que la puissance appliquée au piston d'un diamètre égal, plus grand ou plus petit que le fond du tuyau, il sera toujours chargé du poids d'une colonne d'eau, qui auroit pour base le cercle du piston, & pour hauteur celui du niveau de l'eau au-dessus du même piston.

ART. 39. *Calculer la puissance ou le poids de la colonne d'eau des pompes aspirantes.* Les pompes aspirantes élevant ensemble une colonne d'eau de 242 piés de hauteur, sur 8 pouces 3 lignes de diamètre, l'on trouvera que cette colonne pèse $6290\frac{1}{4}$ l. La pompe de la basche faisant monter l'eau à 36 piés de hauteur (*art.* 2), le diamètre de son piston n'est que de 4 pouces 2 lignes. Le poids de la colonne d'eau qu'elle refoule, est de $237\frac{11}{16}$ l., qui étant ajoutés à $6290\frac{1}{4}$ l., il viendra $6527\frac{15}{16}$ l., à quoi il faut encore ajouter le poids des attirails qui répond au puits, que j'estime d'environ 3000 l.; ainsi, la puissance aura à surmonter une résistance d'environ $9527\frac{15}{16}$ l. &, comme cette puissance a été trouvée de $11392\frac{1}{2}$ l. (*art.* 37), elle sera donc supérieure de $1864\frac{9}{16}$ l. au poids qu'elle doit élever.

ART. 40. *La puissance doit être au poids comme 6 à 5, pour prévenir tout inconvénient.* On remarquera que cette supériorité de la puissance sur le poids, doit être au moins dans le rapport de 6 à 5; elle est nécessaire, non-seulement pour rompre l'équilibre, mais encore parce que le piston n'est point chassé tout-à-fait par la pesanteur absolue de l'air, puisqu'il fuit & se dérobe en partie à son impression; & que d'ailleurs il ne faut pas compter que, quand le piston descend, le cylindre soit entièrement privé d'air grossier, puisque l'eau d'injection en entraîne toujours une certaine quantité, qui, se trouvant renfermée dans un plus petit espace à mesure que le piston descend, pourroit acquérir une force de ressort assez sensible pour lui résister.

ART. 41. *Cette machine peut aussi servir à élever l'eau aussi haut que l'on voudra au-dessus de l'horizon.* On remarquera que, si l'on avoit à élever l'eau d'une source à une hauteur considérable au-dessus de l'horizon dans des tuyaux posés verticalement, ou sur un plan incliné, on pourroit se servir de la même machine, en disposant des pompes aspirantes & refoulantes, de la manière la plus convenable, suivant la situation des lieux.

ART. 42. *La théorie des machines à feu, à l'égard de leurs effets, est la même que celle des pompes mues par un courant.* Il faut remarquer que, lorsqu'un fluide fait mouvoir des pompes à l'aide d'une machine où le bras du levier du poids est égal à celui de la puissance, il arrivera toujours que la superficie du piston, celle d'une des aubes, la chûte capable de la vîtesse respective du fluide, & la hauteur où l'on veut élever l'eau, composeront quatre termes réciproquement proportionnels. On verra que cette règle pourroit s'appliquer aux machines *à feu*, si l'on pouvoit faire abstraction du poids des attirails & de la pompe refoulante qui est dans la basche supérieure; car l'on peut regarder la superficie du piston qui joue dans le cylindre, comme celle d'une aube, c'est-à-dire, le poids de la colonne d'air, ou celui d'une colonne d'eau de $31\frac{1}{2}$ piés de hauteur (*art.* 37), comme la force absolue du fluide, qu'il faut multiplier par $\frac{5}{6}$ pour avoir la force relative (*art.* 40) : alors le produit du quarré du diamètre du grand piston, par la hauteur réduite de la colonne équivalente au poids de l'atmosphère, seroit égal au produit du quarré du diamètre du petit piston qui doit aspirer ou refouler l'eau; & par la hauteur où elle doit être élevée, il arriveroit que, si le tourillon n'étoit pas au centre, c'est-à-dire, dans le milieu du balancier, il faudroit que ces deux produits fussent dans la raison réciproque du bas du levier du grand & du petit piston, suivant le principe de la méchanique. Nous

supposerons que la valeur de toutes les lignes, que nous allons désigner par des lettres, seront exprimées en piés ou fractions de piés.

ART. 43. *Formule générale pour déterminer les dimensions des principales parties des machines à feu.* Je nomme P le poids du grand piston, D son diamètre ou celui du cylindre, & a son bras de levier, p le poids des attirails qui répondent au petit piston, d son diamètre, & b son bras de levier, h hauteur où l'eau doit être élevée, ou profondeur de puits, C poids de la colonne d'eau que la pompe de la basche supérieure doit refouler, y compris le poids des attirails de son piston, e son bras de levier, f poids de la coulisse, & i son bras de levier. On prendra la superficie du cercle du grand piston; on la multipliera par 2205 (*art.* 37), & l'on aura l'action de l'air extérieur sur le piston, ou la force de la puissance motrice qu'il faut multiplier par $\frac{5}{6}$, y ajouter ensuite P, & multiplier le tout par le bras de levier a, puis ajouter au produit le poids de la coulisse multiplié par son bras de levier, l'on aura une expression de l'action de la puissance autour du cylindre; ensuite on cherchera la superficie du cercle du petit piston, qu'on multipliera par la hauteur h du puits, & l'on aura l'expression du volume de la colonne d'eau qu'il faut aspirer ou refouler; &, pour en avoir le poids, on multipliera par 70 liv., pesanteur d'un pié cube d'eau; on ajoutera au produit le poids des attirails, multipliant cette quantité par son bras de levier b, à quoi il faudra encore ajouter le produit du poids de la colonne d'eau de la basche supérieure ou de la pompe refoulante par son bras de levier, & l'on aura l'action de la puissance autour du puits; égalant les deux actions, on aura la formule générale pour la *machine à feu*. A l'égard des frottemens, comme leur résistance, dans cette machine, est presqu'insensible, n'ayant guère lieu qu'aux tourillons du balancier, dont le rayon est extrêmement petit par rapport au bras du levier de la puissance, on les regarde comme nuls, pour ne point trop composer la formule.

ART. 44. *L'on peut rendre la formule plus simple dans le cas où l'on veut en faire usage.* Je considère que, parmi les grandeurs qui composent la formule ci-dessus, il y en a plusieurs qui sont déterminées par la disposition qu'il faudra donner à la machine; par exemple, l'on connoîtra toujours le bras de levier & le poids de la colonne d'eau qu'il faudra élever dans la cuvette d'injection, par la disposition des tourbillons du balancier, & par conséquent le rapport des deux bras du levier, le poids des attirails des pompes aspirantes ayant déterminé la profondeur du puits, la pesanteur du grand piston & celle de la coulisse; c'est-à-dire, qu'il faut supprimer de la formule ci-dessus la pesanteur du grand piston, le produit du poids de la coulisse par son bras de levier: si on soustrait d'abord le poids des attirails pour avantager la puissance agissante, il est aussi naturel de placer les tourillons dans le milieu du balancier, à moins qu'on ne soit contraint d'en user autrement pour rendre le bras de levier de la puissance plus grand que celui du poids, & il ne restera plus, dans la formule, que les trois grandeurs D, d & h, qui sont sujettes à varier.

ART. 45. *Connoissant le diamètre du piston des pompes, & la hauteur où l'on veut élever l'eau, c'est-à-dire, la profondeur du puits, trouver le diamètre du cylindre.* On a déterminé le diamètre des pompes (*art.* 43), afin que la machine puisse fournir une certaine quantité d'eau proportionnée à la relevée du piston, & au nombre des impulsions par minute. Par le même article, on a aussi déterminé la profondeur du puits; il ne s'agit, pour connoître le diamètre du cylindre, qu'à supposer $D = x$ & $D^2 = x^2$, & degager cette inconnue. *Voyez* EQUATION.

ART. 46. *Connoissant la hauteur où l'on doit élever l'eau, ou la profondeur du puits, & le diamètre du cylindre, trouver le diamètre du piston des pompes.* Pour connoître le diamètre du piston des pompes, on suppose que le diamètre du cylindre est déterminé de même que la profondeur du puits où l'on veut faire monter l'eau, ou la refoulant sur une éminence. Pour cela il faut supposer $d = x$ & $d^2 = x^2$, en la place de d^2, & résoudre l'équation.

ART. 47. *Connoissant le diamètre du cylindre & celui des pompes, trouver la hauteur où l'on veut élever l'eau, ou la profondeur des puits.* Pour connoître la profondeur du puits, on suppose que le diamètre du cylindre est déterminé de même que celui du piston des pompes, qui doit aspirer ou refouler l'eau; il faut supposer $h = x$, & en la place de h, il faut mettre sa valeur qui est x dans la formule générale.

Dépense de la machine à feu, telle qu'elle est dans nos planches. La machine à *feu* du bois de Bossut est la plus parfaite que nous ayons dans les environs. Ceux qui en ont fait la dépense, m'ont dit qu'elle leur avoit coûté, y compris le bâtiment dans lequel cette machine doit être renfermé, environ trente mille livres, ci........ 30000 liv.

Le puits dans lequel doivent être montés les pompes, les bois pour garnir les parois, & ceux pour soutenir & entretenir les pompes, y compris la main-d'œuvre, a coûté environ vingt-cinq mille livres, ci........ 25000

Total............ 55000 liv.

On observe que la dépense d'une semblable machine à *feu*, paroît coûter environ cinquante-cinq mille livres, & c'est suivant que le puits est plus ou moins profond, & que la nature du terrein peut permettre de creuser le puits de la profondeur proposée.

Le jeu de cette machine est très-extraordinaire; &, s'il falloit ajouter foi au systême de Descartes,

qui regarde les machines comme des animaux, il faudroit convenir que l'homme auroit imité de fort près le créateur, dans la construction de la *pompe à feu*, qui doit être aux yeux de tout cartésien conséquent, un espèce d'animal vivant, aspirant, agissant, se mouvant de lui-même par le moyen de l'air, & tant qu'il y a de la chaleur. (*M.* Perronnet.)

FIG

FIGURE, *en Arithmétique*, se dit quelquefois des chiffres qui expriment un nombre.

Figure, *en Géométrie*, se prend dans deux acceptions différentes.

Dans la première, il signifie en général *un espace terminé de tous les côtés*, soit par des surfaces, soit par des lignes. S'il est terminé par des surfaces, c'est un solide; s'il est terminé par des lignes, c'est une surface: dans ce sens, les lignes, les angles ne sont point des *figures*. La ligne, soit droite, soit courbe, est plutôt le terme & la limite d'une *figure*, qu'elle n'est une *figure*. La ligne est sans largeur, & n'existe que par une abstraction de l'esprit; au lieu que la surface, quoique sans profondeur, existe, puisque la surface d'un corps est ce que nous en voyons à l'extérieur. *Voy.* Ligne, Point, Surface, Géométrie, *&c.* Un angle n'est point une *figure*, puisque ce n'est autre chose que l'ouverture de deux lignes droites, inclinées l'une à l'autre, & que ces deux lignes droites peuvent être indéfinies. L'angle n'est pas l'espace compris entre ces lignes; car la grandeur de l'angle est indépendante de celle de l'espace dont il s'agit; l'espace augmente quand les lignes croissent, & l'angle demeure le même.

Au reste, on applique encore plus souvent, en Géométrie, le nom de *figure* aux surfaces qu'aux solides, qui conservent pour l'ordinaire ce dernier nom. Or une surface est un espace terminé en tout sens par des lignes droites ou courbes: ainsi, on peut, suivant l'acception la plus ordinaire, définir la *figure*, un espace terminé en tout sens par des lignes.

Si la *figure* est terminée en tout sens par des lignes droites, on l'appelle *surface plane*: cette condition, *en tout sens*, est ici absolument nécessaire, car il faut que l'on puisse, en tout sens, appliquer une ligne droite à la *figure*, pour qu'elle soit plane; en effet, une *figure* pourroit être terminée extérieurement par des lignes droites, sans être plane: telle seroit une voûte qui auroit un quarré pour base.

Si on ne peut appliquer une ligne droite en tout sens à la surface, elle se nomme *figure courbe*, & plus communément *surface courbe*.

Si les *figures* planes sont terminées par des lignes droites, en ce cas, on les nomme *figures planes rectilignes*, ou simplement *figures rectilignes*: tels sont le triangle, le parallélogramme, & les polygones quelconques, *&c.* Si les *figures* planes sont terminées par des lignes courbes, comme le cercle, l'ellipse, *&c*, on les nomme *figures planes curvilignes.* On appelle aussi quelquefois *figures curvilignes* les surfaces courbes, comme le triangle sphérique. Enfin on appelle *figures mixtilignes* ou *mixtes*, celles qui sont terminées en partie par des lignes droites, & en partie par des lignes courbes.

On appelle *côtés d'une figure*, les lignes qui la terminent: cette dénomination a lieu sur-tout quand ces lignes sont droites. Elle n'a guère lieu pour les surfaces courbes, que dans le triangle sphérique. *Figure équilatère* ou *équilatérale*, est celle dont les côtés sont égaux. *Figures équilatères*, sont celles dont les côtés sont égaux, chacun à son correspondant. *Voyez* Equilatéral. *Figure équiangle*, est celle dont les angles sont égaux entr'eux. *Figures équiangles* entr'elles, sont celles dont les angles sont égaux, chacun à son correspondant. *Figure régulière*, est celle dont les côtés & les angles sont égaux. *Figures semblables*, sont celles qui ont leurs angles égaux & leurs côtés homologues proportionnels. *Voyez* Semblable. Une *figure* est dite *inscrite* dans une autre, lorsqu'elle est renfermée au-dedans, & que ses côtés aboutissent à la circonférence de la *figure* dans laquelle elle est inscrite: en ce cas, la *figure* dans laquelle la proposée est inscrite, est dite *circonscrite* à cette même proposée.

Dans la seconde acception, le mot *figure* signifie la représentation faite sur le papier de l'objet d'un théorème, d'un problème, pour en rendre la démonstration ou la solution plus facile à concevoir. En ce sens, une simple ligne, un angle, *&c.* sont des *figures*, quoiqu'elles n'en soient point dans le premier sens.

Il y a un art à bien faire les *figures* de Géométrie, à éviter les points d'intersection équivoques, & les points qui sont trop près l'un de l'autre & qu'on ne peut distinguer commodément par des lettres; à éviter aussi les positions de lignes qui peuvent induire le lecteur en erreur, comme de faire parallèles ou perpendiculaires les lignes qui ne le doivent pas être nécessairement; à marquer par des lettres semblables les points correspondans; à séparer en plusieurs *figures* celles qui seroient trop compliquées; à désigner par les lignes ponctuées, les lignes qui ne servent qu'à la démonstration, *&c.* & mille autres détails que l'usage seul peut apprendre.

La difficulté est encore plus grande, si on a des solides ou des plans différens à représenter. La difficulté du relief & de la perspective empêche souvent que ces *figures* ne soient bien faites. On peut y remédier par des ombres, qui font sortir les différentes parties, & marquent différens plans: mais les ombres ont un inconvénient, c'est celui d'être souvent trop noires, & de cacher les lignes qui doivent y être tirées, & les points qui désignent ces lignes.

Les *figures* en bois, gravées à côté de la démons-

tration, & répétées à chaque page si la démonstration en a plusieurs, sont plus commodes que les *figures* placées à la fin du livre, même lorsque ces *figures* sortent entièrement. Mais, d'un autre côté, les *figures* en bois ont communément le désavantage d'être mal faites, & d'avoir peu de netteté. (*O*)

Figure *de la terre*, (*Hydrostatique*). Les Géomètres ont cherché à déterminer la *figure* de la terre par les loix de l'Hydrostatique, c'est-à-dire, en la regardant comme originairement fluide. Voici un précis de leurs recherches sur ce sujet.

Huyghens avoit pris pour base, que la pesanteur primitive fût dirigée au centre, & que la pesanteur altérée par la force centrifuge fût perpendiculaire à la surface. Neuton avoit supposé que la pesanteur primitive résultât de l'attraction de toutes les parties de la terre, & que les colonnes centrales fussent en équilibre, sans égard à la perpendicularité à la surface. MM. Bouguer & de Maupertuis ont fait voir de plus, dans les *Mémoires de l'Académie des Sciences de* 1734, que la terre étant supposée fluide, avec Huyghens & Neuton, il étoit nécessaire, pour qu'il y eût équilibre entre les parties, dans une hypothèse quelconque de pesanteur vers un ou plusieurs centres, que les deux principes hydrostatiques de Huyghens & de Neuton s'accordassent entr'eux, c'est-à-dire, que la direction de la pesanteur fût perpendiculaire à la surface, & que de plus les colonnes centrales fussent en équilibre. Ils ont démontré l'un & l'autre qu'il y a une infinité de cas où les colonnes centrales peuvent être en équilibre, sans que la pesanteur soit perpendiculaire à la surface, & réciproquement; & qu'il n'y a point d'équilibre, à moins que l'observation de ces deux principes ne s'accorde à donner la même *figure*. Du reste, ces deux habiles géomètres ont principalement envisagé la question de la *figure de la terre*, dans la supposition que la pesanteur primitive ait des directions données vers un ou plusieurs centres: l'hypothèse newtonienne de l'attraction des parties rendoit le problême beaucoup plus difficile.

Il l'étoit d'autant plus que la maniere dont il avoit été résolu par Neuton, pouvoit être regardée non-seulement comme indirecte, mais encore comme insuffisante & imparfaite à certains égards. Dans cette solution, Neuton supposoit d'abord que la terre fût elliptique, & il déterminoit, d'après cette hypothèse, l'applatissement qu'elle devoit avoir: or, quoique cette supposition de la terre elliptique fût légitime dans l'hypothèse de la terre homogène, cependant elle avoit besoin d'être démontrée; sans cela, c'étoit proprement supposer ce qui étoit en question. Stirling démontra le premier rigoureusement, dans les *Transactions philosophiques*, que la supposition de Neuton étoit en effet légitime, en regardant la terre comme un fluide homogène, & comme très-peu applatie. Bientôt après M. *Clairaut*, dans les mêmes *Transactions*, *n.*° 449, étendit cette théorie beaucoup plus loin. Il prouva que la terre devoit être un sphéroïde elliptique, en supposant non-seulement qu'elle fût homogène, mais qu'elle fût composée de couches concentriques dont chacune, en particulier, différât par sa densité des autres couches; il est vrai qu'il regardoit alors les couches comme semblables; or la similitude des couches, ainsi que nous le verrons plus bas, & que M. Clairaut s'en est assuré ensuite, ne peut subsister dans l'hypothèse que ces couches soient fluides.

En 1740, M. Maclaurin, dans son excellente pièce *sur le flux & reflux de la mer*, qui partagea le prix de l'Académie des Sciences, démontra le premier cette belle proposition, que, si la terre est supposée un fluide homogène, dont les parties s'attirent, & soient attirées outre cela par le soleil ou par la lune, suivant les loix ordinaires de la gravitation, ce fluide tournant autour de son axe avec une vîtesse quelconque, sera nécessairement en équilibre, s'il a la forme d'un sphéroïde elliptique, quelque soit son applatissement, c'est-à-dire, très-petit ou non. De plus, M. Maclaurin faisoit voir que dans ce sphéroïde, non-seulement la pesanteur étoit perpendiculaire à la surface, & les colonnes centrales en équilibre, mais encore qu'un *point quelconque pris à volonté* au-dedans du sphéroïde, étoit également pressé en tous sens. Cette dernière condition n'étoit pas moins nécessaire que les deux autres, pour qu'il y eût équilibre; cependant aucun de ceux qui jusqu'alors avoient traité de la *figure de la terre*, n'y avoit pensé; on se bornoit à la perpendicularité de la pesanteur à la surface, & à l'équilibre des colonnes centrales, & on ne songeoit pas que, selon les loix de l'hydrostatique (*Voyez* Fluide & Hydrostatique), il faut qu'un *point quelconque* du fluide soit également pressé en tous sens, c'est-à-dire, que les colonnes du fluide, dirigées à un *point quelconque*, & non pas seulement au centre, soient en équilibre entr'elles.

M. Clairaut ayant médité sur cette dernière condition, en a déduit des conséquences profondes & curieuses, qu'il a exposées, en 1742, dans son Traité, intitulé: *Théorie de la figure de la terre, tirée des principes de l'hydrostatique*. Selon M. Clairaut, il faut, pour qu'un fluide soit en équilibre, que les efforts de toutes les parties comprises dans un canal de figure quelconque qu'on imagine traverser la masse entière, se détruisent mutuellement. Ce principe est en apparence plus général que celui de M. Maclaurin: mais j'ai fait voir, dans mon *essai sur la resistance des fluides*, 1752, *art.* 18, que l'équilibre des canaux curvilignes n'est qu'un corollaire du principe plus simple de l'équilibre des canaux rectilignes de M. Maclaurin; ce qui, au reste, ne diminue rien du mérite de M. Clairaut, puisqu'il a déduit de ce principe un grand nombre de vérités importantes que M. Maclaurin n'en avoit pas tirées, & qu'il avoit même assez peu con-

nues pour tomber dans quelques erreurs; par exemple, dans celle de ſuppoſer ſemblables entre elles les couches d'un ſphéroïde fluide, comme on le peut voir dans ſon *Traité des Fluxions, art.* 670 *& ſuiv.*

M. Clairaut, dans l'ouvrage que nous venons de citer, prouve (ce que M. Maclaurin n'avoit pas fait directement) qu'il y a une infinité d'hypothèſes où le fluide ne ſeroit pas en équilibre, quoique les colonnes centrales ſe contre-balançaſſent, & que la peſanteur fût perpendiculaire à la ſurface. Il donne une méthode pour reconnoître les hypothèſes de peſanteur, dans leſquelles une maſſe fluide peut être en équilibre, & pour en déterminer la *figure*; il démontre de plus, que, dans le ſyſtème de l'attraction des parties, pourvu que la peſanteur ſoit perpendiculaire à la ſurface, tous les points du ſphéroïde ſeront également preſſés en tout ſens, & qu'ainſi, l'équilibre du ſphéroïde, dans l'hypothèſe de l'attraction, ſe réduit à la ſimple loi de la perpendicularité à la ſurface. D'après ce principe, il cherche les loix de la *figure de la terre* dans l'hypothèſe que les parties s'attirent, & qu'elle ſoit compoſée de couches hétérogènes, ſoit ſolides, ſoit fluides; il trouve que la terre doit avoir, dans tous ces cas, une *figure* elliptique plus ou moins applatie, ſelon la diſpoſition & la denſité des couches; il prouve que les couches ne doivent pas être ſemblables, ſi elles ſont fluides; que les accroiſſemens de la peſanteur de l'équateur au pole, doivent être proportionnels au quarré des ſinus de latitude, comme dans le ſphéroïde homogène; propoſition très-remarquable & très-utile dans la théorie de la terre: il prouve de plus que la terre ne ſauroit être plus applatie que dans le cas de l'homogénéité, ſavoir de $\frac{1}{230}$; mais cette propoſition n'a lieu qu'en ſuppoſant que les couches de la terre, ſi elle n'eſt pas homogène, vont en augmentant de denſité de la circonférence vers le centre; condition qui n'eſt pas abſolument néceſſaire, ſur-tout ſi les couches intérieures ſont ſuppoſées ſolides; de plus, en ſuppoſant même que les couches les plus denſes ſoient les plus proches du centre, l'applatiſſement peut être plus grand que $\frac{1}{230}$, ſi la terre a un noyau ſolide intérieur plus applati que $\frac{1}{230}$. *Voyez la III^e part. de mes Recherches ſur le ſyſtème du monde, p.* 187. Enfin M. Clairaut démontre, par un très-beau théorème, que la diminution de la peſanteur de l'équateur au pole, eſt égale à deux fois $\frac{1}{230}$ (applatiſſement de la terre homogène) moins l'applatiſſement réel de la terre. Ce n'eſt là qu'une très-légère eſquiſſe de ce qui ſe trouve d'excellent & de remarquable dans cet ouvrage, très-ſupérieur à tout ce qui avoit été fait juſques-là ſur la même matière.

Après avoir réfléchi long-temps ſur cet important objet, & avoir lu avec attention toutes les recherches qu'il a produites, il m'a paru qu'on pouvoit les pouſſer encore beaucoup plus loin.

Juſqu'ici on avoit ſuppoſé en général que, dans un fluide compoſé de couches de différentes denſités, les couches devoient être toutes de *niveau*, c'eſt-à-dire, que la peſanteur devoit être perpendiculaire à chacune de ces couches. Dans mon *Eſſai ſur la Réſiſtance des fluides*, & dans le tome V *de mes Opuſcules Mathématiques*, j'ai prouvé que cette condition n'avoit pas toujours eſſentiellement lieu; & j'ai aſſigné les cas où elle doit être obſervée. J'ai auſſi prouvé, dans le premier de ces ouvrages, depuis l'article 161 juſques & compris l'article 166, que les couches concentriques, & non ſemblables de ce même fluide, ne devoient pas non plus être néceſſairement de la même denſité dans toute leur étendue, pour que le fluide fût en équilibre; & j'ai préſenté, ce me ſemble, ſous un point de vue plus étendu qu'on ne l'avoit fait encore, & d'une manière très-ſimple & très-directe, les équations qui expriment la loi de l'équilibre des fluides. Enfin, dans l'*art.* 169 du même ouvrage, j'ai déterminé l'équation des différentes couches du ſphéroïde, non-ſeulement en ſuppoſant, comme on l'avoit fait avant moi, que ces couches ſoient fluides, qu'elles s'attirent, & qu'elles aillent en diminuant ou en augmentant de denſité, ſuivant une loi quelconque, du centre à la circonférence; mais en ſuppoſant de plus, ce que perſonne n'avoit encore fait, que la peſanteur ne ſoit point perpendiculaire à ces couches, excepté à la couche ſupérieure; je trouve, dans cette hypothèſe, une équation générale, dont celles qui avoient été données avant moi, ne ſont qu'un cas particulier. Il eſt à remarquer que, dans tous les cas où ces équations limitées & particulières peuvent être intégrées, les équations beaucoup plus générales que j'ai données, peuvent être intégrées auſſi; c'eſt ce qui réſulte de quelques recherches particulières ſur le calcul intégral, que j'ai publiées dans les *Mémoires de l'Académie des Sciences de Berlin, année* 1750.

Néanmoins, dans ces formules généraliſées, j'avois toujours ſuppoſé la terre *elliptique*, ainſi que tous ceux qui m'avoient précédé, n'ayant trouvé juſqu'alors aucun moyen de déterminer l'attraction de la terre dans d'autres hypothèſes; mais, ayant fait de nouveaux efforts ſur ce problême, j'ai enfin donné en 1754, à la fin de mes *Recherches ſur le Syſtème du Monde*, une méthode que les géomètres deſiroient, ce me ſemble, depuis long-tems, pour trouver l'attraction du ſphéroïde terreſtre dans une infinité d'autres ſuppoſitions que celle de la *figure* elliptique. J'ai donc imaginé que l'équation du ſphéroïde fût repréſentée par celle-ci, $r' = r + a + bt + ct^2 + et^3 + ft^4 + gt^5$, &c, r' étant le rayon de la terre à un lieu quelconque, r le demi-axe de la terre, t le ſinus de la latitude, a, b, c, &c, des coëfficiens conſtans quelconques; & j'ai trouvé l'attraction d'un pareil ſphéroïde. Cette équation eſt infiniment plus générale que celle qu'on avoit ſuppoſée juſqu'alors; car, dans

la terre supposée elliptique, on a seulement $r' = r + a - at^2$.

J'ai tiré de la solution de cet important problême de très-grandes conséquences dans la troisième partie de mes *Recherches sur le Systême du Monde*, qui a paru en 1756. J'ai fait voir de plus que le problême ne seroit pas plus difficile, mais seulement d'un calcul plus long, dans l'hypothèse de l'attraction proportionnelle non-seulement au quarré inverse de la distance, mais à une somme quelconque de puissances quelconques de cette distance; ce qui peut être très-utile dans la recherche de la *figure de la terre*, lorsqu'on a égard à l'action que le soleil & la lune exercent sur elle, ou (ce qui revient au même) dans la recherche de l'élévation des eaux de la mer par l'action de ces deux astres : *voyez* FLUX & REFLUX : j'ai fait voir enfin qu'en supposant le sphéroïde fluide & hétérogène, & les couches de niveau ou non, il pourroit très-bien être en équilibre sans avoir la *figure* elliptique; & j'ai donné l'équation qui exprime la *figure* de ses différentes couches.

Ce n'est pas tout. J'ai supposé que, dans ce sphéroïde, les méridiens ne fussent pas semblables, que non-seulement chaque couche y différât des autres en densité, mais que tous les points d'une même couche différassent en densité entr'eux; & j'enseigne la méthode de trouver l'attraction des parties du sphéroïde dans cette hypothèse si générale; méthode qui pourroit être fort utile dans la suite, si la terre se trouvoit avoir en effet une *figure* irrégulière. Il ne nous reste plus qu'à examiner cette dernière opinion, & les raisons qu'on peut avoir pour la soutenir ou pour la combattre.

M. de Buffon est le premier (que je sache) qui ait avancé que la terre a vraisemblablement de grandes irrégularités dans sa *figure*, & que ses méridiens ne sont pas semblables. *Voy. Hist. Nat. tome I, pag.* 165 *& suiv.* M. de la Condamine ne s'est pas éloigné de cette idée dans l'ouvrage même où il rend compte de la mesure du degré à l'équateur, *page* 262. M. de Maupertuis, qui l'avoit d'abord combattue dans ses élémens de Géographie, semble depuis l'avoir adoptée dans ses *Lettres sur le progrès des Sciences*, enfin le P. Boscovich, dans l'ouvrage qu'il a publié en 1755 sur la mesure du degré en Italie, non-seulement penche à croire que les méridiens de la terre ne sont pas semblables, mais en paroît même assez fortement convaincu, à cause de la différence qui se trouve entre le degré d'Italie & celui de France à la même latitude.

Il est certain premièrement que les observations astronomiques ne prouvent point invinciblement la régularité de la terre & la similitude de ses méridiens. On suppose à la vérité, dans ces observations, que la ligne du zénith ou du fil à-plomb (ce qui est la même chose) passe par l'axe de la terre; qu'elle est perpendiculaire à l'horizon; & que le méridien, c'est-à-dire, le plan où le soleil se trouve à midi, & qui passe par la ligne du zénith, passe aussi par l'axe de la terre; mais j'ai prouvé, dans la troisième partie de mes *Recherches sur le Systême du Monde* (& je crois avoir fait le premier cette remarque), qu'aucune de ces suppositions n'est démontrée rigoureusement, qu'il est comme impossible de s'assurer par l'observation de la vérité de la première & de la troisième, & qu'il est au moins extrêmement difficile de s'assurer de la vérité de la seconde. Cependant il faut avouer en même-tems que ces trois suppositions étant assez naturelles, la seule difficulté ou l'impossibilité même d'en constater rigoureusement la vérité, n'est pas une raison pour les proscrire, sur-tout si les observations n'y sont pas sensiblement contraires.

Si la dissimilitude des méridiens étoit une fois avouée, la terre ne seroit plus un solide de révolution; & non-seulement il demeureroit très-incertain si la ligne du zénith passe par l'axe de la terre, & si elle est perpendiculaire à l'horizon, mais le contraire seroit même beaucoup plus probable. En ce cas, la direction du fil à-plomb n'indiqueroit plus celle de la perpendiculaire à la surface de la terre, ni celle du plan du méridien; l'observation de la distance des étoiles au zénith ne donneroit plus la vraie mesure du degré, & toutes les opérations faites jusqu'à présent pour déterminer la *figure de la terre* & la longueur du degré à différentes latitudes, seroient en pure perte. Cette question, comme l'on voit, mérite un sérieux examen; envisageons-la d'abord par le côté physique.

Si la terre avoit été primitivement fluide & homogène, la gravitation mutuelle de ses parties, combinée avec la rotation autour de son axe, lui eût certainement donné la forme d'un sphéroïde applati, dont tous les méridiens eussent été semblables : si la terre eût été originairement formée de fluides de différentes densités, ces fluides cherchant à se mettre en équilibre entr'eux, se seroient aussi disposés de la même manière dans chacun des plans qui auroient passé par l'axe de rotation du sphéroïde, & par conséquent les méridiens eussent encore été semblables. Mais est-il bien prouvé, dira-t-on, que la terre ait été originairement fluide? & quand elle l'eût été, quand elle eût pris la *figure* que cette hypothèse demandoit, est-il bien certain qu'elle l'eût conservée? Pour ne point dissimuler ni diminuer la force de cette objection, appuyons-la encore, avant que d'en apprécier la valeur, par la réflexion suivante. La fluidité du sphéroïde demande une certaine régularité dans la disposition de ses parties, régularité que nous n'observons pas dans la terre que nous habitons. La surface du sphéroïde fluide devroit être homogène; celle de la terre est composée de parties fluides & de parties solides, différentes par leur densité. Les bouleversemens évidens que la surface de la terre a essuyés, bouleversemens

qui ne font cachés qu'à ceux qui ne veulent pas les voir (& dont nous n'avons qu'une foible, mais trifte image, dans celui qu'ont éprouvé de nos jours Quitto, le Portugal & l'Afrique), le changement évident des terres en mers & des mers en terres, l'affaiffement du globe en certains lieux, fon exhauffement en d'autres, tout cela n'a-t-il pas dû altérer confidérablement la *figure* primitive? Or, la *figure* primitive de la terre étant une fois altérée, la plus grande partie de la terre étant folide, qui nous affurera qu'elle ait confervé aucune régularité dans la *figure* ni dans la diftribution de fes parties? Il feroit d'autant plus difficile de le croire, que cette diftribution femble, pour ainfi dire, faite au hafard dans la partie que nous pouvons connoître de l'intérieur & de la furface de la terre? La circularité apparente de l'ombre de la terre dans les éclipfes de lune, ne prouve autre chofe, finon que les méridiens & l'équateur font à-peu-près des cercles; or il faut que l'équateur foit exactement un cercle, pour que les méridiens foient femblables. La circularité apparente de l'ombre ne prouve point que les méridiens foient des cercles exacts, puifque les mefures ont prouvé qu'ils n'en font pas; pourquoi prouveroit-elle la circularité parfaite de l'équateur? Les mêmes hauteurs obfervées après avoir parcouru des diftances égales fous différens méridiens, en partant de la même latitude, ne prouvent rien non plus, puifqu'il faudroit être certain qu'il n'y a point d'erreur commife ni dans la mefure terreftre, ni dans l'obfervation aftronomique; or l'on fait que les erreurs font inévitables dans ces mefures & dans ces opérations. Enfin les règles de la navigation, qui dirigent d'autant plus fûrement un vaiffeau, qu'elles font mieux pratiquées, prouvent feulement que la terre eft à-peu-près fphérique, & non que l'équateur eft un cercle. Car la pratique la plus exacte de ces règles eft elle-même fujette à beaucoup d'erreurs.

Voilà les raifons fur lefquelles on fe fonde, pour douter de la régularité de la terre que nous habitons, & même pour lui donner une *figure* irrégulière. Mais n'y auroit-il pas d'autres inconvéniens à admettre cette irrégularité? La rotation uniforme & conftante de la terre autour de fon axe, ne femble-t-elle pas prouver (comme l'ont déjà remarqué d'autres philofophes) que fes parties font à-peu-près également diftribuées autour de fon centre? Il eft vrai que ce phénomène pourroit abfolument avoir lieu dans l'hypothèfe de la diffimilitude des méridiens, & de la denfité irrégulière des parties de notre globe; mais alors l'axe de la rotation de la terre ne pafferoit pas par fon centre de *figure*, & le rapport entre la durée des jours & des nuits à chaque latitude, ne feroit pas tel que l'obfervation & le calcul le donnent; ou fi on vouloit que l'axe de rotation paffât par le centre de la terre, comme les obfervations femblent le prouver, il faudroit fuppofer dans les parties irrégulières du globe un arrangement particulier, dont la fymmétrie feroit beaucoup plus fingulière & plus furprenante, que la fimilitude des méridiens ne pourroit l'être, fur-tout fi cette fimilitude n'étoit que très-approchée, comme on le fuppofe dans les opérations aftronomiques, & non abfolument rigoureufe.

D'ailleurs les phénomènes de la préceffion des équinoxes, fi bien d'accord avec l'hypothèfe que les méridiens foient femblables, & que l'arrangement des parties de la terre foit régulier, ne femblent-ils pas prouver qu'en effet cette hypothèfe eft légitime? Ces phénomènes auroient-ils également lieu, fi les parties extérieures de notre globe étoient difpofées fans ordre & fans loi? Car la préceffion des équinoxes venant uniquement de la non-fphéricité de la terre, ces parties extérieures influeroient beaucoup fur la quantité & la loi de ce mouvement dont elles pourroient alors déranger l'uniformité. Enfin la furface de la terre, dans fa plus grande partie, eft fluide, &, par conféquent, homogène; la matière folide, qui couvre le refte de cette furface, eft prefque par-tout peu différente en pefanteur de l'eau commune: n'eft-il donc pas naturel de fuppofer que cette matière folide fait à-peu-près le même effet qu'une matiere fluide, & que la terre eft à-peu-près dans le même état, que fi fa furface étoit par-tout fluide & homogène; qu'ainfi la direction de la pefanteur eft fenfiblement perpendiculaire à cette furface, dans le plan de l'axe de la terre, & que, par conféquent, tous les méridiens font femblables, finon à la rigueur, au-moins fenfiblement? Les inégalités de la furface de la terre, les montagnes qui la couvrent, font moins confidérables par rapport au diamètre du globe, que ne le feroient de petites éminences d'un dixième de ligne de hauteur, répandues çà & là fur la furface d'un globe de deux piés de diamètre. D'ailleurs le peu d'attraction que les montagnes exercent par rapport à leur maffe, femble prouver que cette maffe eft très-petite par rapport à leur volume. L'attraction des montagnes du Pérou élevées de plus d'une lieue, n'écarte le pendule de fa direction que de fept fecondes: or une montagne hémifphérique d'une lieue de hauteur, devroit faire écarter le pendule d'environ la 3000^e^ partie du finus total, c'eft-à-dire, d'une minute 18 fecondes: les montagnes paroiffent donc avoir très-peu de matière propre par rapport au refte du globe terreftre; & cette conjecture eft appuyée par d'autres obfervations, qui nous ont découvert d'immenfes cavités dans plufieurs de ces montagnes. Ces inégalités qui nous paroiffent fi confidérables, & qui le font fi peu, ont été produites par les bouleverfemens que la terre a foufferts, & dont vraifemblablement l'effet ne s'eft pas étendu fort au-delà de la furface & des premières couches.

Ainfi, de toutes les raifons qu'on apporte pour foutenir que les méridiens font diffemblables, la feule de quelque poids, eft la différence du degré mefuré en Italie, & du degré mefuré en France,

à une latitude pareille & sous un autre méridien. Mais cette différence qui n'est que de 70 toises, c'est-à-dire d'environ 35 pour chacun des deux degrés, est-elle assez considérable pour n'être pas attribuée aux observations, quelques exactes qu'on les suppose ? Deux secondes d'erreur dans la seule mesure de l'arc céleste, donnent 32 toises d'erreur sur le degré ; & quel observateur peut répondre de deux secondes ? Ceux qui sont tout-à-la-fois les plus exacts & les plus sincères, oseroient-ils même répondre de 60 toises sur la mesure du degré, puisque 60 toises ne supposent pas une erreur de quatre secondes dans la mesure de l'arc céleste, & aucune dans les opérations géographiques ?

Rien ne nous oblige donc encore à croire les méridiens dissemblables. Il faudroit, pour autoriser pleinement cette opinion, avoir mesuré deux ou plusieurs degrés à la même latitude dans des lieux de la terre très-éloignés, & y avoir trouvé trop de différence pour l'imputer aux observateurs : je dis *dans des lieux très-éloignés*, car le méridien d'Italie, par exemple, & celui de France, n'étant pas fort distans l'un de l'autre, on pourroit toujours rejetter sur les erreurs de l'observation, la différence qu'on trouveroit entre les degrés correspondans de France & d'Italie à la même latitude.

Il y auroit un autre moyen d'examiner la vérité de l'opinion dont il s'agit ; ce seroit de faire l'observation du pendule à la même latitude, & à des distances très-éloignées : car si, en ayant égard aux erreurs inévitables de l'observation, la longueur du pendule se trouvoit différente dans ces deux endroits, on en pourroit conclure (au moins vraisemblablement) que les méridiens ne seroient pas semblables. Voilà donc deux opérations importantes qui sont encore à faire pour décider la question, la mesure du degré, & celle du pendule, sous la même latitude, à des longitudes extrêmement différentes. Il est à souhaiter que quelque observateur exact & intelligent veuille bien se charger de cette entreprise, digne d'être encouragée par les souverains, & sur-tout par le ministère de France, qui a déja fait plus qu'aucun autre pour la détermination de la *figure de la terre*.

Mais quand on s'assureroit même, par les moyens que nous venons d'indiquer, que les méridiens sont sensiblement semblables, il resteroit encore à examiner si ces méridiens ont la *figure* d'une ellipse. Jusqu'ici la théorie n'a point donné formellement l'exclusion aux autres *figures* ; elle s'est bornée à montrer que la *figure* elliptique de la terre s'accordoit avec les loix de l'hydrostatique : j'ai fait voir de plus, je le répète, dans la troisieme partie de *mes Recherches sur le système du monde*, qu'il y a une infinité d'autres *figures* qui s'accordent avec ces loix, sur-tout si on ne suppose pas la terre homogène. Ainsi, en imaginant que le méridien de la terre ne soit pas elliptique, j'ai donné, dans cette même *troisième partie de mes Recherches*, une méthode aussi simple qu'on peut la desirer, pour déterminer géographiquement & astronomiquement, sans aucune hypothèse, la *figure de la terre*, par la mesure de tant de degrés qu'on voudra de latitude & de longitude. Cette méthode est d'autant plus nécessaire à pratiquer, que non-seulement la théorie, mais encore les mesures actuelles, ne nous forcent pas à donner à la terre la *figure* d'un sphéroïde elliptique ; car les cinq degrés du Nord, du Pérou, de France, d'Italie, & du Cap, ne s'accordent point avec cette *figure* : les expériences du pendule s'accordent assez bien à donner à la terre la *figure* elliptique, mais elles la donnent plus applatie que de $\frac{1}{230}$.

C'est aux astronomes à décider jusqu'à quel point l'hypothèse elliptique seroit ébranlée par le degré d'Italie. Ne pourroit-on pas croire que l'attraction des montagnes a dû y influer sur la direction du fil à-plomb, & que, par conséquent, la mesure du degré doit y être moins exacte & moins sûre ? Il faudroit examiner de plus jusqu'à quel point les observations du pendule s'écarteroient de ce même applatissement de $\frac{1}{230}$, déduction faite des erreurs qu'on peut commettre dans les observations.

Il faudroit discuter soigneusement les erreurs qu'on peut commettre dans les observations, tant du pendule que des degrés ; & si ces erreurs devoient être supposées trop grandes pour accommoder l'hypothèse elliptique aux observations, on seroit forcé d'abandonner cette hypothèse, & de faire usage des nouvelles méthodes que j'ai proposées, pour déterminer par la théorie & par les observations, la *figure de la terre*.

L'observation de l'applatissement de jupiter pourroit encore nous être utile ici jusqu'à un certain point. Il est aisé de trouver, par la théorie, quel doit être le rapport des axes de cette planète, en la regardant comme homogène. Si ce rapport étoit sensiblement égal au rapport observé, on pourroit en conclure, avec assez de vraisemblance, que la terre seroit aussi dans le même cas, & que son applatissement seroit $\frac{1}{230}$, le même que dans le cas de l'homogénéité ; mais si le rapport observé des axes de jupiter est différente de celui que la théorie donne, alors on en pourra conclure, par la même raison, que la terre n'est pas homogène, & peut-être même qu'elle n'a pas la *figure* elliptique.

Je ne parle point de la méthode de déterminer la *figure de la terre* par les parallaxes de la lune : cette méthode, imaginée d'abord par M. Manfredi, dans les *Mémoires de l'académie des sciences de 1734*, est sujette à trop d'erreurs pour pouvoir rien donner de certain. Il est indubitable que les parallaxes doivent être différentes sur une sphère & sur un sphéroïde ; mais la différence est si petite, que quelques secondes d'erreur, dans l'observation emportent toute la précision qu'on peut desirer ici. Il est bien plus sûr de déterminer la différence des parallaxes

parallaxes par la *figure de la terre*, ſuppoſée connue, que la *figure de la terre* par la différence des parallaxes; & je me ſuis attaché, par cette raiſon, au premier de ces deux objets, dans la troiſieme partie de *mes Recherches ſur le ſyſtème du monde*, déja citées. (*Voyez* PARALLAXE.)

Il ne nous reſte plus qu'un mot à dire ſur l'utilité de cette queſtion de la *figure de la terre*. On doit avouer de bonne-foi, qu'eu égard à l'état préſent de la navigation, & à l'imperfection des méthodes par leſquelles on peut meſurer en mer le chemin du vaiſſeau, & connoître, en conſéquence, le point de la terre où il ſe trouve, il nous eſt aſſez indifférent de ſavoir ſi la terre eſt exactement ſphérique ou non. Les erreurs des eſtimations nautiques ſont beaucoup plus grandes que celles qui peuvent réſulter de la non-ſphéricité de la terre. Mais les méthodes de la navigation ſe perfectionneront peut-être un jour aſſez pour qu'il ſoit alors important au pilote de ſavoir ſur quel ſphéroïde il fait ſa route. D'ailleurs n'eſt-ce pas une recherche bien digne de notre curioſité, que celle de la *figure* du globe que nous habitons? & cette recherche, outre cela, n'eſt-elle pas fort importante pour la perfection des obſervations aſtronomiques? (*Voyez* PARALLAXE, *&c.*)

Quoi qu'il en ſoit, voila l'hiſtoire exacte des progrès qu'on a fait juſqu'ici ſur la *figure de la terre*. On voit combien la ſolution complète de cette grande queſtion, demande encore de diſcuſſions, d'obſervations, & de recherches. Aidé du travail de mes prédéceſſeurs, j'ai tâché, dans mon dernier ouvrage, de préparer les matériaux de ce qui reſte à faire, d'en faciliter les moyens. Quel parti prendre juſqu'à ce que le tems nous procure de nouvelles lumières? ſavoir attendre & douter.

Il eſt tems de finir cet article, dont je crains qu'on ne me reproche la longueur, quoique je l'aie abrégé le plus qu'il m'a été poſſible: je crains encore plus qu'on ne faſſe aux ſavans une eſpèce de reproche, quoique très-mal fondé, de l'incertitude où ils ſont encore ſur la *figure de la terre*, après plus de 80 ans de travaux entrepris pour la déterminer. Ce qui doit néanmoins me raſſurer, c'eſt que j'ai principalement deſtiné l'article qu'on vient de lire, à ceux qui s'intéreſſent vraiment au progrès des ſciences; qui ſavent que le vrai moyen de le hâter eſt de bien démêler tout ce qui peut le ſuſpendre; qui connoiſſent enfin les bornes de notre eſprit & de nos efforts, & les obſtacles que la nature oppoſe à nos recherches: eſpèce de lecteurs à laquelle ſeule les ſavans doivent faire attention, & non à cette partie du public indifférente & curieuſe, qui, plus avide du nouveau que du vrai, uſe tout en ſe contentant de tout effleurer.

Ceux qui voudront s'inſtruire plus à fond, ou plus en détail, ſur l'objet de cet article, doivent lire: *la meſure du degré du méridien entre Paris & Amiens*, par M. Piccard, *corrigée par MM. les académiciens du nord*, Paris, 1740: *le Traité de la grandeur & de la figure de la terre*, par M. Caſſini, Paris, 1718: *le diſcours de* M. de Maupertuis *ſur la figure des aſtres*, Paris, 1732: *la Meſure du degré au cercle polaire, par les académiciens du nord*, 1738: *la Théorie de la figure de la terre*, par M. Clairaut, 1742: *la Méridienne de Paris, vérifiée dans toute l'étendue de la France*, par M. Caſſini de Thury, 1744: *la Figure de la terre*, par M. Bouguer, 1749: *la Meſure des trois premiers degrés du méridien*, par M. de la Condamine, 1751: *l'ouvrage* des PP. le Maire & Boſcovich, qui a pour titre, *de litterariâ expeditione per pontificiam ditionem*, &c. *Romæ*, 1755: *mes Réflexions ſur la cauſe des vents*, 1749: *la ſeconde & troiſième partie de mes Recherches ſur le ſyſtème du monde*, 1754 & 1756; mes *Opuſcules Mathématiques*, & pluſieurs ſavans mémoires de MM. Euler, Clairaut, Bouguer, de Maupertuis, *&c.* répandus dans *les recueils des académies des ſciences de Paris, de Pétersbourg, de Berlin*, &c. (*O*)

FIGURE *de la terre* (*Aſtron.*) La meſure des degrés de la terre avoit fait connoître ſa grandeur (*Voy.* DEGRÉ); mais on ſuppoſoit que ces degrés étoient égaux; & l'on crut la terre ronde ou ſphérique juſqu'en 1666. Depuis ce tems-là, ſon *applatiſſement* a été reconnu, ſoit par la théorie, ſoit par la meſure des degrés, faite en divers climats. On avoit obſervé, dans le dernier ſiècle, l'applatiſſement de jupiter. On avoit reconnu en 1672, dans le voyage de Cayenne, que le pendule à ſecondes étoit plus court vers l'équateur, c'eſt-à-dire, que la peſanteur y étoit moindre qu'en europe. Huygens ſoupçonna que ce pouvoit être l'effet de la force centrifuge qui provenoit de la rotation de la terre. De-là il ſuivoit que la terre devoit être applatie; mais l'on ne pouvoit s'en aſſurer qu'en meſurant la valeur du degré à différentes latitudes.

Si la terre n'eſt pas exactement ronde, la meſure de ſes degrés doit ſe faire autrement que ſur le globe. Soit *EPQO*, *figure* 120 *d'Aſt.* la circonférence applatie de la terre; *EDFQA* celle d'un cercle circonſcrit, & qui a le même diamètre *ECQ*; ayant pris un arc *DF* de ce cercle, qui ſoit $\frac{1}{360}$ de ſa circonférence, c'eſt-à-dire, un degré, l'angle *DCF* ſera auſſi d'un degré; mais l'arc *GH* de la terre, quoiqu'il ſoit compris entre les lignes *DGC* & *FHC*, qui ſont un angle d'un degré au centre de la terre, ne ſera point un degré de la courbe, parce que les lignes verticales ne vont point au centre de la terre, ſi elle eſt applatie; il faut que les lignes *AC* & *PC*, *fig.* 116, concourent au centre *C* de la terre, pour que l'arc *AP*, qui meſure l'angle *C* d'un degré, ſoit auſſi un degré de la terre. Si la terre eſt applatie, un obſervateur en *P* (*fig.* 117), par exemple, à Paris, qui voit une étoile comme la claire de perſée, paſſer au méridien préciſément au zénit *Z*, la verra ſur la ligne *BLPZ*, qui eſt perpendicu-

laire à la surface de la terre en P, & qui ne va point se diriger au centre C de la terre, à moins que la terre ne soit parfaitement sphérique, comme dans la *figure* 116. Un autre observateur, situé en A, par exemple, à Amiens, voit la même étoile sur un rayon AS, qui est parallèle à LPZ, à cause de la grande distance des étoiles; cette étoile paroît éloignée de sa verticale XAB d'un angle SAX ou d'un degré, en supposant l'angle B d'un degré. Si, avec les instrumens exacts qu'on emploie à ces observations, on trouve que la claire de persée passe à un degré du zénit d'Amiens, il s'ensuit que l'angle SAX est d'un degré. Dans ce cas là, nous dirons que l'arc AP de la terre, compris entre Paris & Amiens, est un degré de la terre; d'où résulte la définition suivante :

Le degré du sphéroïde terrestre (quelle que soit sa figure) est l'espace qu'il faut parcourir sur la terre, pour que la ligne verticale ait changé d'un degré. Il suit de cette définition que, dans les endroits les plus applatis de la terre, les degrés doivent être les plus longs; en effet, plus un arc PA, *fig.* 118, aura de convexité ou de courbure, l'angle F étant toujours supposé d'un degré, plus cet arc PA sera court; si, au lieu de PA, nous prenons l'arc PD plus convexe & plus courbe que PA, la ligne DG étant parallèle à AF, & l'angle PGD d'un degré, aussi bien que PFA, cet arc PD sera plus court, quoiqu'il ait la même amplitude, c'est-à-dire, qu'il soit aussi d'un degré, sa longueur absolue en toises sera plus petite que celle du degré PA.

Il suffisoit, pour connoître la *figure* de la terre, de mesurer la valeur d'un degré à plusieurs latitudes différentes : l'Académie commença en 1683 ces opérations dans l'étendue de la France, & continua en 1700. En comparant les mesures faites au nord & au midi de Paris, on crut appercevoir que l'étendue des degrés étoit un peu plus grande vers le midi, ce qui a fait dire pendant quelques années que la terre pouvoit bien être alongée; mais il me semble que ce n'étoit pas d'abord l'intention de Cassini & Fontenelle; ils pensoient que cette augmentation de degrés qu'ils avoient trouvée étoit favorable aux hypothèses communes, c'est-à-dire, à celles de Neuton & de Huygens, & qu'il s'ensuivoit un applatissement, du moins à en juger par la première édition de l'*Histoire de l'Académie*, année 1701, page 96, ligne dernière, & par les *Mémoires*, page 181, ligne 2. La Théorie de Huygens menoit à cette conséquence, & ce fut Robaix, ingénieur, qui le premier écrivit contre l'opinion, que les degrés plus étendus vers le nord, supposoient un alongement de la terre. Mais cette différence entre les degrés mesurés dans l'étendue de la France, étoit trop petite pour que l'on pût constater d'une manière décisive la *figure* de la terre; il est vrai que la mesure des degrés du parallèle de longitude entre Paris & Saint-Malo, faite en 1733, & celle du degré du parallèle entre Paris & Strasbourg, faite en 1734, semblèrent indiquer aussi un sphéroïde alongé; mais les longitudes de Saint-Malo ou de Strasbourg ne pouvoient pas se déterminer par les méthodes astronomiques avec une précision assez grande pour donner une détermination certaine de la *figure* de la terre.

Au milieu des dissertations que la mesure du parallèle de Paris occasionna, en 1733, dans les assemblées de l'Académie, la Condamine représenta qu'on leveroit la difficulté de la façon la plus sûre, en mesurant un degré aux environs de l'équateur; par exemple, à Cayenne, & il offrit de l'entreprendre lui-même. En 1734, Godin lut aussi un mémoire sur les avantages qu'on pourroit tirer d'un voyage à l'équateur qu'il offroit de faire avec M. de Fouchy; le ministre, qui étoit alors le comte de Maurepas, fit agréer au Roi le voyage que Godin, la Condamine & M. de Fouchy devoient faire; mais la santé & les occupations de ce dernier le déterminèrent à remettre cette commission à Bouguer, qui étoit alors hydrographe du Roi, au Havre-de-Grace; & ces trois Académiciens partirent au mois de mai 1735. Peu de tems après Maupertuis, avec trois autres Académiciens partit pour le cercle polaire, où ils trouvèrent le degré de 57422 toises plus grand de 353 toises que le degrés de Paris 57069. Cette augmentation du degré entre 49° & 66° de latitude, forma une démonstration complète de l'applatissement de la terre vers les poles.

Les trois Académiciens envoyés au Pérou, ne terminerent leur mesure qu'en 1741, ils trouverent le degré du méridien sous l'équateur même, de 56753 toises.

Quand on suppose la terre elliptique, on peut, avec deux degrés mesurés à des latitudes quelconques, trouver l'applatissement. Soient N & M, les deux degrés, que s & t soient les sinus des latitudes géographiques, vers le milieu de ces deux degrés; on aura, pour la fraction qui exprime l'applatissement, $\frac{N-M}{3M(ss-tt)}$. Si le degré M se trouve mesuré sous l'équateur même, on aura $t=o$, & $\frac{N-M}{3Mss}$ pour l'applatissement cherché. Cette expression fait voir que dans l'hypothèse de la terre elliptique, les accroissemens sont à-peu-près comme les quarés des sinus des latitudes, car N-M est proportionnel à ss dès que la fraction $\frac{N-M}{3Mss}$ est constante.

Si l'un des degrés M étant situé sous l'équateur, l'autre degré N se trouve exactement au pole, l'on aura $\frac{N-M}{3M}$ pour l'applatissement. Ainsi, la différence des diamètres de la terre n'est que le tiers de celle des degrés; par exemple, si les deux degrés extrêmes different entre eux de $\frac{1}{77}$, les diamètres de la terre ne different que de $\frac{1}{231}$,

c'est la quantité d'applatissement que Neuton avoit trouvée par la théorie de l'attraction, & de la force centrifuge, en supposant la terre elliptique & homogène. Huygens trouvoit beaucoup moins, mais c'étoit en supposant la pesanteur dirigée toujours vers le centre de l'ellipse. En substituant dans la formule précédente, les degrés mesurés en France & au Pérou, la Condamine trouvoit l'applatissement de la terre $\frac{1}{304}$; mais en y substituant le degré du nord & celui du Pérou, il ne trouvoit que $\frac{1}{210}$. Cette différence de résultat a fait croire que la terre n'a pas une figure régulièrement & parfaitement elliptique, ou qu'il y a dans les degrés mesurés, quelque imperfection, ou quelqu'autre raison d'inégalité, comme l'attraction des montagnes sur le fil à plomb, sans quoi l'on auroit le même degré d'applatissement, par ces deux différentes comparaisons. Quelques géomètres en ont conclu que le degré du nord étoit un peu trop grand. Quoi qu'il en soit, voici les résultats de toutes les mesures de degrés qui ont été faites jusqu'à présent.

Le P. Boscovich, dans ses notes sur le poëme latin de M. Stay, examina de quelle manière on pourroit combiner les cinq degrés dont on avoit alors la mesure, pour en tirer l'ellipticité de la terre par une espèce de milieu, & il chercha les corrections à faire aux résultats des mesures, de manière que la somme des corrections positives fût égale à celle des négatives, que les différences des degrés fussent proportionnelles aux carrés des sinus des latitudes; enfin que la somme des corrections positives ou négatives fait la plus petite de toutes celles que l'on peut avoir en observant les deux premières conditions, & il trouvoit $\frac{1}{248}$ pour la différence des axes.

Latitude moyenne des degrés mesurés.	*Valeur des degrés en toises.*	*Auteurs d'où les mesures sont tirées, & qui m'ont donné les détails.*
0° 0′	56753	Bouguer & la Condamine.
33 18 M.	57037	La Caille, *Mém. Acad.* 1751, page 435.
39 12 S.	56888	Mason & Dixon, *Phil. Transf.* 1768, page 326.
43 1 S.	56979	Le P. Boscovich, *de Litt. Exped.* 1755.
44 44	57069	Le P. Beccaria, en Piémont, 1768. *Gradus Taurinensis.*
45 0	57028	*Mérid. vérif. Mém. Acad.* 1758, pag. 244.
45 57	56881	Le P. Liesganig, en Hongrie, *dimens. Grad.* 1770, page 256.
48 43	57086	Le P. Liesganig, en Autriche.
49 23	57069	De Paris à Amiens, *mérid. vérifiée. Astronomie*, tome III.
66 20	57422	Sous le cercle polaire, Maupertuis, *Figure de la terre.*

Mais dans l'édition de son voyage, faite à Paris en 1770, il employe les degrés mesurés par le P. Liesganig avec les 8 autres que l'on avoit, & il trouve pour l'ellipticité de la terre $\frac{1}{311}$. Ces deux fractions ne s'éloignent pas beaucoup de $\frac{1}{335}$, que le P. Boscovich trouve par la théorie, en supposant un noyau sphérique plus dense, & dont la densité soit égale à la même distance du centre. Mais voyez à ce sujet, les *Opuscules mathématiques* de M. d'Alembert, & ci-devant l'article *figure de la terre* (Hydrostatique).

On a remarqué dans les accroissemens de ces degrés, en allant de l'équateur vers les poles, quelques irrégularités qui viennent peut-être des circonstances locales, plus que de l'irrégularité de la terre; on trouve, par exemple, le degré mesuré en Italie, plus petit, & celui du Cap, plus grand qu'ils ne devroient être, suivant la loi établie par les trois degrés mesurés sous l'équateur, en France & au cercle polaire. Mais une partie de ces différences peut venir de l'attraction latérale des montagnes sur le fil à plomb, *voyez* ATTRACTION.

Les observations faites sur la longueur du pendule, donnent l'applatissement de la terre un peu plus fort que la théorie de Neuton; c'est-à-dire, un peu plus que $\frac{1}{230}$; ainsi, puisque les mesures des degrés donnent un peu moins, nous ne pouvons faire mieux, quant à présent, que de supposer l'applatissement de la terre, un deux cent trentième du rayon de l'équateur.

Dailleurs il y avoit dans les observations des résultats plus forts que celui de Neuton, & d'autres plus foibles, voilà pourquoi la plupart des astronomes ont adopté en attendant le rapport de 229 à 230 dans leurs calculs. Nous avons mis au mot *degré*, une table calculée dans cette hypothèse, en ôtant 50 toises du degré mesuré sous l'équateur, & les ajoutant à celui de France pour que les différences entre la table & les diverses mesures des degrés soient partagées à peu-près éga-

lement. Dans cette hypothèse, le rayon de l'équateur est 3277123 toises, & le demi-axe 3262875 toises.

Jusqu'ici nous n'avons parlé que des degrés du méridien, ou des degrés de latitude; il y a cependant des cas où l'on a besoin des degrés de longitude ou des degrés des petits cercles parallèles à l'équateur. Si la circonférence de la terre *D E L*, *fig. 121*, est supposée sphérique, le rayon *B L* du parallele, qui passe par le point *L*, est le co-sinus de la latitude *E L*; les degrés de longitude sont donc aux degrés de latitude, comme le rayon est au co-sinus de la latitude. Ainsi, le degré de latitude étant à Paris 57069 toises, si l'on multiplie cette quantité par le co-sinus de 48° 50′ 14″, l'on aura 37563 toises, pour l'étendue de chaque degré du parallèle de Paris.

Mais la terre étant applatie, on a par cette règle des degrés de longitudes qui sont toujours trop petits. Bouguer trouvoit pour Paris le degré du grand cercle perpendiculaire au méridien, plus grand de 397 toises que le degré du méridien, & celui du parallele, plus grand de 267 toises qu'il ne seroit sur la terre sphérique. Voilà pourquoi la longitude de Brest, calculée sur une distance à la méridienne de 259168 toises, produit sur le sphéroïde 6″ de tems, moins que sur la sphère, suivant M. du Séjour, *Mém.* 1778, *pag. 186.* Nous avons mis dans notre table les degrés de longitude pour tous les parallèles. (*D. L.*)

FIGURE, *en Astrologie*, est une description ou représentation de l'état & de la disposition du ciel à une certaine heure, qui contient les lieux des planètes & des étoiles, marqués dans une *figure* de douze triangles appellés *maisons*. (*Voyez* MAISONS.) On la nomme aussi *horoscope & thème*. (*Voyez* HOROSCOPE.)

FIGURE, *en Géomancie*, s'applique aux extrémités des points, lignes ou nombres jettés au hasard, sur les combinaisons ou variations desquels ceux qui font profession de cet art fondent leurs prédictions chimériques.

FIGURÉ, adj. (*Arithmétique & Algèbre*). On appelle *nombres figurés*, des suites de nombres formés suivant la loi qu'on va dire. Supposons qu'on ait la suite des nombres naturels, 1, 2, 3, 4, 5, *&c.* & qu'on prenne successivement la somme des nombres de cette suite, depuis le premier jusqu'à chacun des autres, on formera la nouvelle suite 1, 3, 6, 10, 15, *&c.* qu'on appelle *la suite des nombres triangulaires*. Si on prend de même la somme des nombres triangulaires, on formera la suite 1, 4, 10, 20, *&c.* qui est celle des nombres *pyramidaux*. La suite des nombres pyramidaux formera de même une nouvelle suite de nombres. Ces différentes suites forment les nombres qu'on appelle *figurés*. Les nombres naturels sont ou peuvent être regardés comme les nombres *figurés* du premier ordre, les triangulaires comme les nombres *figurés* du second, les pyramidaux comme ceux du troisième; & les suivans sont appellés du quatrième, du cinquième, du sixième ordre, *&c.* & ainsi de suite. Voici pourquoi on a donné à ces nombres le nom de *figurés*.

Imaginons un triangle que nous supposerons équilatéral pour plus de commodité, & divisons-le par des ordonnées parallèles & équidistantes. Mettons un point au sommet, deux points aux deux extrémités de la première ordonnée, c'est-à-dire de la plus proche du sommet; la seconde ordonnée étant double de la première, contiendra trois points aussi distans l'un de l'autre que les deux précédens; la troisième en contiendra quatre; & ainsi 1, 2, 3, 4, *&c.* seront la somme des points que contient chaque ordonnée. Maintenant il est visible que le premier triangle qui a pour base la première ordonnée, contient 1 + 2 ou 3 de ces points; que le second triangle, quadruple du premier, en contient 1 + 2 + 3 ou 6; que le troisième noncuple du premier en contient 1 + 2 + 3 + 4 ou 10, *&c.* & ainsi de suite. Voilà les nombres triangulaires. Prenons à présent une pyramide équilatérale & triangulaire, & divisons-la de même par des plans parallèles & équidistans qui forment des triangles parallèles à sa base, lesquels triangles formeront entr'eux la même progression 1, 4, 9, *&c.* que les triangles dont on vient de parler; il est visible que le premier de ces triangles contenant 3 points, le second en contiendra 6, le troisième 10, *&c.* comme on vient de le dire, c'est-à-dire que le nombre des points de chacun de ces triangles sera un nombre triangulaire. Donc, la première pyramide, celle qui a le premier triangle pour base, contiendra 1 + 3 ou 4 points, la seconde 1 + 3 + 6 ou 10, la troisième 1 + 3 + 6 + 10 ou 20. Voilà les nombres pyramidaux. Il n'y a proprement que les nombres triangulaires & les pyramidaux qui soient de vrais nombres *figurés*, parce qu'ils représentent en effet le nombre des points que contient une figure triangulaire ou pyramidale : passé les nombres pyramidaux, il n'y a plus de vrais nombres *figurés*, parce qu'il n'y a point de figure en Géométrie au-delà des solides, ni de dimension au-delà de trois dans l'étendue. Ainsi, c'est par pure analogie & pour simplifier, que l'on a appellé *figurés* les nombres qui suivent les pyramidaux.

Ces nombres *figurés* ont cette propriété. Si on éleve $a + b$ successivement à toutes les puissances en cette sorte :

$$a + b$$
$$aa + 2ab + bb$$
$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$
$$a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + {}^4$$
$$a^5, \&c.$$

les coefficiens 1, 2, 3, *&c.* de la seconde colonne verticale seront les nombres naturels, les coeffi-

ciens 1, 3, 6, de la troisième seront les nombres triangulaires; ceux de la quatrième, 1, 4, &c. seront les pyramidaux, & ainsi de suite.

M. Pascal, dans son ouvrage, qui a pour titre *triangle arithmétique*, M. de l'Hopital dans le *liv. X. de ses sections coniques*, & plusieurs autres, ont traité avec beaucoup de détail des propriétés de ces nombres. Voici la maniere de trouver un nombre *figuré* d'une suite quelconque.

1.° 1 étant le premier terme de la suite des nombres naturels, on aura n pour le n^e terme de cette suite. *Voyez* PROGRESSION ARITHMÉTIQUE. Donc n est le n^e nombre *figuré* du premier ordre.

2.° La somme d'une progression arithmétique est égale à la moitié de la somme des deux extrêmes, multipliée par le nombre des termes. Or le n^e nombre triangulaire est la somme d'une progression arithmétique, dont 1 est le premier terme, n le dernier, & n le nombre des termes. Donc le n^e nombre triangulaire est $\frac{1+n}{2} \times n = \frac{nn+n}{2}$.

3.° Pour trouver le n^e nombre pyramidal, voici comment il faut s'y prendre. Je vois que le n^e nombre du premier ordre est de la forme An, A étant un coefficient constant égal à l'unité; que le n^e nombre du second ordre est de la forme $An + Bnn$, A & B étant égaux chacun à $\frac{1}{2}$: j'en conclus que le n^e nombre pyramidal sera de la forme $\alpha n + \beta nn + cn^3$, α, β, c, étant des coefficiens inconnus que je détermine de la maniere suivante, en raisonnant ainsi: Si $\alpha n + \beta nn + cn^3$ est le n^e nombre pyramidal, le $\overline{n+1}^e$ doit être $\alpha(n+1) + \beta(n+1)^2 + c(n+1)^3$. Or la différence du $\overline{n+1}^e$ nombre pyramidal & du n^e doit être égal au $\overline{n+1}^e$ nombre triangulaire, puisque par la génération des nombres *figurés* le $\overline{n+1}^e$ nombre pyramidal n'est autre chose que le $\overline{n+1}^e$ nombre triangulaire ajouté au n^e nombre pyramidal; de plus le $\overline{n+1}^e$ nombre triangulaire est $\frac{\overline{n+1}^2 + \overline{n+1}}{2}$: de-là on tirera une équation qui servira à déterminer α, β & c, & on trouvera après tous les calculs que $\alpha n + \beta nn + cn^3 = \frac{n}{2.3} \times \overline{nn+3n+2} = \frac{\overline{n+2}.\overline{n+1}.n}{2.3}$. Il est à remarquer que pour avoir α, β, & c, il faut comparer séparément dans chaque membre de l'équation les termes où n se trouve élevée au même degré; car la valeur de α, de β, & de c, étant toujours la même, doit être indépendante de celle de n, qui est variable.

4.° Le nombre triangulaire de l'ordre n étant $\frac{\overline{n+1}.n}{2}$, & le pyramidal correspondant étant $\frac{\overline{n+2}.\overline{n+1}.n}{2.3.}$, la simple analogie fait voir que le n^e nombre *figuré* du quatrième ordre sera $\frac{\overline{n+3}.\overline{n+2}.\overline{n+1}.n}{2.3.}$; &, en général, il est évident que, si $\frac{\overline{n+m} \ldots n}{2 \ldots \overline{m+1}}$ est le n^e nombre *figuré* d'un ordre quelconque, le n^e nombre *figuré* du suivant sera $\frac{\overline{n+m+1} \ldots n}{2 \ldots \overline{m+2}}$. En effet, suivant cette expression, le $\overline{n+1}^e$ nombre *figuré* de ce dernier ordre seroit $\frac{\overline{n+m+2} \ldots \overline{n+m+1} \ldots \overline{n+1}}{2 \ldots \overline{m+2}}$, dont la différence avec le n^e est évidemment $\frac{\overline{n+m+1} \ldots \overline{n+1}}{2 \ldots \overline{m+1}.\overline{m+2}} \times \overline{n+m-2-n} = \frac{\overline{n+m+1} \ldots \overline{n+1}}{2 \ldots \overline{m+1}} \times \frac{m+2}{m+2} = \frac{\overline{n+m+1} \ldots \overline{n+1}}{2 \ldots \overline{m+1}}$, qui est le $\overline{n+1}^e$ nombre *figuré* de l'ordre précédent, comme cela doit être.

En général si $(A+Bn)(n+q)(n+q-1)(n+q-2)\ldots n$, est le n^e terme d'une suite quelconque, & qu'on prenne successivement la somme des termes de cette suite, le n^e terme de la nouvelle suite ainsi formée sera $(\alpha+\beta n)(n+q+1)(n+q)(n+q-1)\ldots n$; α & β étant deux indéterminées qu'on déterminera par cette condition, que le $\overline{n+1}^e$ terme de la nouvelle suite moins le n^e de cette même suite soit égal au $\overline{n+1}^e$ terme de la suite donnée. D'où l'on tire, en supprimant de part & d'autre les facteurs communs, $(n+q+1)\ldots(n+1)(\alpha+\beta n+\beta) \times (n+q+2) - (\alpha+\beta n) \times n = A + Bn + B$, & par conséquent $\beta = \frac{B}{q+3}$ & $\alpha = \frac{qA+3A+B}{(q+2).(q+3)}$.

Cette formule est beaucoup plus générale que celle qui fait trouver les nombres *figurés*; car si au lieu de supposer que la premiere suite soit formée des nombres naturels, on suppose qu'elle forme une progression arithmétique quelconque, on peut par le moyen de la formule qu'on vient de voir, trouver la somme de toutes les autres suites qui en seront dérivées à l'infini, & chaque terme de ces suites. En effet le n^e terme de la premiere suite étant $A+Bn$, le n^e terme de la seconde suite sera $(\alpha+\beta n)n$; le terme de la troisieme suite sera $(\gamma+\delta n)(n+1)n$, & ainsi de suite, γ & δ se déterminant par α & β, comme α & β par A & B, &c. A l'égard de la somme des termes d'une suite quelconque, il est visible qu'elle est égale au n^e terme de la suivante.

M. Jacques Bernoulli, dans son traité *de seriebus infinitis earumque summâ infinitâ*, a donné une méthode très-ingénieuse de trouver la somme d'une suite, dont les termes ont 1 pour numérateur, & pour dénominateurs des nombres *figurés* d'un ordre quelconque, à commencer aux triangulaires. Voici en deux mots l'esprit de cette méthode: Si de la fraction $\frac{a}{n.\overline{n+1} \ldots \overline{n+m}}$, on retranche $\frac{a}{\overline{n+1}.\overline{n+2} \ldots \overline{n+m+1}}$,

on aura $\frac{an+am+a-an}{n \cdot n+1 \cdots n+m+1} = \frac{a(m+1)}{n \cdot n+1 \cdots \cdots n+m+1}$.

D'où il eſt aiſé de conclure que la ſomme d'une ſuite, dont les dénominateurs ſont, par exemple, les nombres triangulaires, ſe trouvera aiſément en retranchant de la ſuite 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, *&c.* cette même ſuite diminuée de ſon premier terme, & multipliant enſuite par 2, ce qui donnera 2. *Voyez* dans l'ouvrage cité *le détail de cette méthode.* Voyez *auſſi* l'*article* SUITE *ou* SÉRIE.

On peut regarder comme les nombres *figurés* les nombres polygones, quoiqu'on ne leur donne pas ordinairement ce nom. Ces nombres ne ſont autre choſe que la ſomme des termes d'une progreſſion arithmétique; ſi la progreſſion eſt des nombres naturels, ce ſont les nombres triangulaires; ſi la progreſſion eſt 1, 3, 5, 7, *&c.* ce ſont les nombres quarrés; ſi elle eſt 1, 4, 7, 10, *&c.* ce ſont les nombres pentagones. Voici la raiſon de cette dénomination : Conſtruiſez un polygone quelconque, & mettez un point à chaque angle; enſuite d'un de ces angles tirez des lignes à l'extrémité de chaque côté, ces lignes ſeront en nombre égal au nombre des côtés du polygone moins deux, ou plutôt au nombre des côtés, en comptant deux des côtés pour deux de ces lignes; prolongez ces lignes du double, & joignez les extrémités par des lignes droites, vous formerez un nouveau polygone, dont chaque côté étant double de ſon correſpondant parallèle, contiendra un point de plus. Donc ſi m eſt le nombre des côtés de ce polygone, la circonférence de ce polygone aura m points de plus, que la circonférence du précédent; & le polygone entier, c'eſt-à-dire l'aire de ce polygone contiendra $m-2$ points de plus que le précédent. *Voyez* POLYGONE.

Une ſimple figure fera voir aiſément tout cela, & montrera que pour les nombres pentagones où $m=5$, on a $m-2=3$, & qu'ainſi ces nombres ſont la ſomme de la progreſſion 1, 4, 7, *&c.* dont la différence eſt trois.

On pourroit former, des ſommes, des nombres polygones, qu'on appelleroit *nombres polygones pyramidaux*; ces nombres exprimeroient le nombre des points d'une pyramide pentagone quelconque. On trouveroit ces nombres par les méthodes données dans cet article. *Voyez* POLYGONE, PYRAMIDAL, SUITE *ou* SÉRIE, *&c. Voyez auſſi le traité d'Algèbre de M. l'Abbé* BOSSUT. (*O*).

FIGURÉ, ſ. m. (*Géom. prat.*) c'eſt la repréſentation des différens objets que renferme un terrein dont on lève le plan, ou un pays dont on lève la Carte. Comme on figure à l'inſtrument, ou à vue, cet article ſera diviſé en deux parties.

Des Figurés à l'Inſtrument.

La Géométrie ſert à renfermer dans de juſtes bornes, l'étendue de Pays qu'embraſſe une Carte; elle ordonne toutes les parties du tableau; mais c'eſt le deſſin qui exprime leurs formes, & qui donne un corps à l'ouvrage.

Nous n'entreprenons point ici d'apprendre à manier les pinceaux & les crayons; notre but, en expoſant les procédés les plus en uſage, & les plus propres à rendre la nature, eſt de fournir à la pratique tous les ſecours faits pour accélérer ſa marche. C'eſt d'elle ſeule que l'on peut acquérir la facilité de décrire, au premier coup-d'œil, les détails les plus variés des terreins, & de fixer enſuite ſes *figurés* à l'encre, avec autant de netteté que d'intelligence. Nous parcourrons les principaux objets que l'on rencontre, en opérant à la planchette, d'après les méthodes expliquées au mot (*Levée des Plans*), & nous indiquerons les moyens de les exprimer, en ſuppoſant que l'on employe l'échelle de ſix lignes pour toiſes. *Voyez* ECHELLES.

Des chemins. Tout inſtrument dont on ſe ſert pour lever un chemin, ne détermine que des lignes droites; c'eſt donc au moyen de ces lignes, que l'on doit figurer les différentes ſinuoſités qu'il forme, ainſi que les arbres & les hayes qui ſe trouvent à droite & à gauche.

Deux lignes parallèles, plus ou moins rapprochés, ſuivant la largeur du chemin, ſervent à le repréſenter. On viſe de chaque point de ſtation de ſa planchette, ſur le point le plus éloigné que l'on apperçoive dans la direction du chemin; & en avançant le long de ce rayon, on fait faire aux deux parallèles les mêmes détours que l'on parcourt. A meſure que le chemin eſt coupé par des hayes ou d'autres chemins, on s'arrête à chacun de ces objets, & l'on figure leurs naiſſances ſur des rayons qui déterminent leurs directions.

Ces différentes ſtations ſervent en même tems à tirer des rayons indéfinis ſur les objets éloignés qui ſe trouvent de part & d'autre; on écrit le nom de ces objets ſur les rayons qui leur appartiennent, & l'on détermine leur poſition, dans ſa marche, par de nouveaux rayons.

Une chauſſée pavée eſt diſtinguée d'un autre chemin par deux lignes parallèles tirées très-près l'une de l'autre, entre les deux premières, pour repréſenter le pavé. Sa largeur totale, ſur la Carte, doit être de 16 à 20 toiſes de l'échelle.

Les chauſſées ferrées doivent avoir la même largeur, & s'il y a des foſſés des deux côtés, on les exprime par des lignes très-fines que l'on tire parallèlement au trait de la chauſſée, auſſi près que cela eſt poſſible.

Tout chemin de voiture doit avoir pour le moins ſept ou huit toiſes de l'échelle, quoique ſouvent il en ait beaucoup moins ſur le terrein. La raiſon de cette augmentation, ainſi que de celle des chauſſées, eſt de rendre les chemins très-diſtincts ſur la Carte, pour qu'on apperçoive plus aiſément les communications.

Les ſentiers s'expriment par des lignes légères très-rapprochées, & le plus ſouvent ponctuées pour les différencier de celles des chemins.

Comme on ſe ſert du crayon pour figurer ſur le terrein, on ne donne guères à une ligne plus de largeur qu'à une autre; mais lorſqu'on met le trait à l'encre, on le force à l'eſt & au ſud des chemins, pour les faire ſaillir au-deſſus de la Carte, par le moyen de cette ligne d'ombre.

On ſuppoſe toujours que le nord eſt au haut d'un plan, & que le jour vient de gauche à droite ſous l'angle de 45 degrés. On ombre en conſéquence toutes les parties qui en ſont ſuſceptibles.

Soit qu'on emploie la chaîne, ou qu'on lève avec des points déjà déterminés, on ſe ſert des arbres ou autres objets qui ſe trouvent le long des chemins, pour diriger ſes alignemens. Cette méthode eſt beaucoup plus expéditive que celle des jalons qui entraîne toujours des lenteurs.

Des Ruiſſeaux & des Rivières. On ſuit à l'inſtrument le côté le plus commode d'un Ruiſſeau, & l'on figure ſes détours ſur les différens alignemens qu'ils néceſſitent de prendre.

Les ſinuoſités continuelles des deux lignes parallèles qui l'expriment, & l'augmentation de ſa largeur à meſure qu'on s'éloigne de ſon origine, l'empêchent d'être confondu avec un chemin; d'ailleurs, lorſqu'on les met à l'encre, on exprime toujours très-fortement le côté à l'oueſt & au nord.

On a ſoin d'outrer un peu la largeur d'un petit Ruiſſeau pour le rendre plus ſenſible; mais lorſqu'il eſt extrêmement petit, & qu'on le paſſe ſans aucune difficulté, on ne ſe ſert que d'une ſeule ligne pour l'exprimer. On la trace très-fine à ſon origine, & on lui donne plus de force à meſure qu'on s'approche de ſon embouchure.

Pour lever une Rivière d'une certaine largeur, & pour bien exprimer les détours de ſes deux Rives, il faut néceſſairement les parcourir l'une & l'autre. Il eſt cependant très-aiſé de déterminer d'un de ſes bords, autant de points que l'on veut du côté oppoſé; mais, pour bien en rendre les détails, on ſe porte ſur ces points mêmes.

Chaque Rive s'exprime par une ligne, tantôt fine & tantôt forte, ſuivant qu'elle eſt expoſée au jour ou à l'ombre de la Carte.

Soit qu'on lève une Rivière, ou un Ruiſſeau, on s'arrête à chaque point où ſes bords ſont couverts, ou coupés par des hayes & d'autres objets, afin de déterminer leur poſition & de les figurer.

Quand on fait uſage des couleurs, on remplit les petits Ruiſſeaux de verd d'eau, avec une plume; & l'on étend au pinceau, le long des parties ombrées d'une Rivière, une teinte plate de verd d'eau que l'on adoucit du côté du jour, avec un autre pinceau plein d'eau.

Le cours d'une Rivière ou d'un Ruiſſeau s'exprime par une petite flèche que l'on deſſine à côte ou au milieu ſi cela ſe peut, & dont la direction indique celle du mouvement des eaux.

Des Hayes, des Foſſés, des Arbres & des Bois. Les Haies ſe figurent au crayon par un petit trait ondulé que l'on trace aſſez vivement, & lorſqu'on les met à l'encre, par une ſuite de petits points inégaux du milieu deſquels s'élèvent de petits bouquets pour repréſenter des buiſſons. On les relève à la plume, du côté du jour, par de petits points de verd de bois, ou au pinceau, par une teinte du même verd qui s'étend ſur toute la largeur de la Haye. On peut encore les faire reſſortir davantage en y ajoutant une petite ombre à l'encre de chine, que l'on paſſe légérement au pinceau, au-deſſous des Haies, des Côtes, Eſt & Sud.

Quand on lève une Carte, on ſuit d'abord les principaux chemins à l'inſtrument, pour renfermer différens eſpaces dont on figure enſuite l'intérieur à l'inſtrument ou à vue. Comme on a arrêté dans ſa marche toutes les Hayes, & généralement tout ce qui tient aux chemins, & qu'on a figuré les naiſſances, rien n'eſt ſi aiſé que de partir de ces points déterminés, pour continuer ſon travail auſſi minutieuſement qu'on puiſſe le deſirer, ou pour figurer à vue les maſſes de Hayes qui rempliſſent de petits intervalles.

Les Foſſés ſont repréſentés par deux lignes parallèles plus ou moins rapprochées ſuivant leur largeur; on y joint les arbres & les Hayes qui ſont ſur leurs bords; & lorſqu'ils ſont conſidérables, on les met à l'encre comme les rivières, en donnant plus de force au côté qui eſt dans l'ombre.

Les Arbres s'expriment de différentes manières; quand ils ſont iſolés dans la campagne où ils offrent des points de remarque, on les repréſente par un petit arbre deſſiné en élévation, que l'on ombre dans le ſens de la Carte; mais lorſqu'ils ſont multipliés le long des chemins ou qu'ils forment des avenues, on ne peut les exprimer que par de petits points noirs fort arrondis, ou par de petits zéros ouverts du côté du jour.

On ne fait d'opérations à l'inſtrument pour placer les arbres, qu'autant qu'ils ſont iſolés ou diſtribués par groupes, car lorſqu'ils ſont répandus le long des chemins, on ſe contente de les figurer à vue.

Les Bois ſont traverſés par des routes en ligne droite, ou par des chemins ſinueux; ils ſont ſitués dans les plaines ou placés ſur les montagnes; toutes ces différentes données varient les manières de les lever. On commence par ſuivre leurs contours quand l'intérieur en eſt difficile, en arrêtant, par des ſtations, l'ouverture de toutes les communications que l'on rencontre; mais quand les bois ſont traverſés par de belles routes applanies, on fait meſurer les principales, on prend l'alignement des autres, & l'on figure enſuite les contours. Tous ces procédés ſont cependant quelquefois fort arbitraires, & dépendent beaucoup des méthodes que l'on emploie pour lever.

On exprime les Bois ſur la Carte, ou par des groupes d'arbres en perſpective, ou en ne repréſentant que les feuilles de leurs ſommets, ou par des bouquets qui figurent des arbres tant ſoit peu en élévation. L'eſſentiel eſt de former des maſſes qui ſoient le moins uniformes qu'il eſt poſſible, & de

les ombrer avec art pour bien faire sentir la nature.

On étend d'abord une teinte de verd léger & un peu jaunâtre sur tout l'espace du Bois, excepté sur les chemins & les ruisseaux, avant que de dessiner les arbres. Les uns commencent par former leurs masses à l'encre de chine & à les ombrer au pinceau, ils les relèvent ensuite avec du verd de Bois foncé, & répandent çà & là, sur les sommets, de petits coups de jaune vif, & d'autres couleurs pour en animer les extrémités du côté du jour. Les autres emploient d'abord les couleurs pour figurer les arbres, & ils ombrent ensuite à la plume avec de l'encre de chine.

Pour bien faire ressortir les chemins, on peut multiplier les bouquets sur le côté qui est dans l'ombre du Bois, & éteindre le jour de cette partie avec de petits points noirs. Le contraste du blanc & du noir les fait trancher plus vivement & les rend beaucoup plus sensibles à l'œil.

La hauteur des arbres en perspective ou des bouquets en élévation, ne doit pas être de plus de 16 à 18 toises de l'échelle. Cette hauteur doit être beaucoup plus petite, lorsqu'on figure des bosquets percés de routes. On ne fait souvent même qu'en pointiller le fond, en le noircissant le plus possible du côté de l'ombre.

Des Murs, des Maisons & des Villages. Tout ce qui est en maçonnerie s'exprime avec le crayon rouge sur le terrein, & avec le carmin quand on met à l'encre.

Lorsqu'on a une enceinte considérable de murs à lever, en se servant de la chaîne, & que l'intérieur contient des détails symmétrisés, il ne faut pas en faire le tour tout de suite à l'instrument, il vaut mieux s'arrêter au milieu de sa marche, & revenir au point de départ pour continuer son travail du côté opposé. *Voyez* LEVÉE DES PLANS.

On représente un mur ordinaire par une ligne ferme au carmin, & les Murs de pierre sèche par une suite de points rouges.

Le contour d'une Maison se figure à la plume avec du carmin; on la remplit lorsqu'elle est petite d'une teinte plate de carmin foncé; mais lorsque c'est un bâtiment considérable, on emploie une teinte plus claire, & on ombre les contours en tirant légèrement les côtés opposés au jour, & en en forçant ceux qui sont dans l'ombre de la carte. On se sert alors de la règle & de l'équerre pour tracer les contours avec plus de justesse.

Quand on a déterminé la position d'une maison sur le terrein, il est inutile de la faire mesurer, si elle est d'une grandeur ordinaire. L'habitude d'estimer à vûe, fait qu'on la figure aisément telle qu'elle est & dans sa direction.

Les Villages se lèvent en suivant à l'instrument les chemins sur lesquels ils sont distribués; on figure les maisons dans les places où elles se trouvent, ainsi que les murs, les hayes & les jardins qui y sont attenants. Pour mieux distinguer les Eglises & les Chapelles, il y a des personnes qui les représentent en forme de croix; cette méthode indique tout de suite les points des clochers sur la Carte.

Le cimetière de chaque Village se reconnoît aux petites croix que l'on distribue dans tout son espace.

Lorsqu'on n'est pas obligé de détailler avec un soin minutieux, on se contente de mesurer le contour du Village, d'arrêter l'entrée des rues, & l'on en figure ensuite l'intérieur à vûe; ou bien après l'avoir traversé en tout sens, on figure ses dehors de la même manière.

Des Villes. Si la Ville que l'on se propose de lever est environnée de murs, on suit d'abord son enceinte à l'instrument, en arrêtant toutes les entrées & les points où les bâtimens & autres objets de la ville tiennent aux murs. Cette première opération détermine plusieurs stations d'où l'on peut partir ensuite pour traverser les principales rues à la chaîne, & déterminer les autres au moyen des rayons tirés sur leur alignement.

On ne figure de bâtimens dans une Ville que les Eglises, les maisons les plus considérables & celles qui sont isolées. Tout le reste se laisse en masse.

Quand on a mis au trait les rues & les différens détails avec des lignes rouges légèrement tracées, on remplit les espaces de maisons compris entre les rues, par une teinte plate de carmin; on force ensuite à la plume les murs de l'enceinte, & tous les côtés des rues qui sont dans l'ombre, pour faire ressortir les masses.

Pour lever les villes qui n'ont point d'enceinte, il faut traverser les principales rues, arrêter les entrées & les directions des intermédiaires, pour les figurer ensuite, & détailler tous les dehors en les suivant à l'instrument. Toutes les maisons de dehors se figurent comme celles des villages, ainsi que les haies, les murs, les arbres & les jardins qui les environnent.

On peut, quand on en a le tems, figurer dans l'intérieur des masses de maisons, les jardins qui y sont compris. Le plus ou moins de détail que l'on donne à sa carte, dépend des vues qui déterminent à la lever, & du tems que l'on a pour les remplir.

Si la ville est fortifiée, on s'occupe d'abord de décrire la ligne magistrale de l'enceinte; on y adapte ensuite tous les ouvrages extérieurs avec leurs détails, & l'on finit par lever l'intérieur de la ville.

Le trait principal de tout ouvrage de fortification qui est revêtu, s'exprime par une ligne forte au carmin; elle doit être à l'encre de chine, si l'ouvrage est simplement en terre. Tout autre trait n'est qu'une ligne fine rouge ou noire, suivant ce qu'elle représente, excepté dans les parties que l'on peut ombrer, comme les embrasures des batteries & les traverses du chemin couvert, où l'on distingue le côté du jour & celui de l'ombre. On lave le glacis en mettant une teinte d'encre de chine au-dessous

au-dessous du trait principal, & en l'adoucissant du côté de la campagne. Cette teinte doit être forte dans les plans du glacis qui sont dans l'ombre, & très-foible pour ceux qui reçoivent le jour. L'usage commun dans le lavis des plans d'un glacis, est d'en ombrer un, & d'éclairer l'autre.

La disposition d'une suite d'ouvrages qui se flanquent les uns les autres, demande, de la part de celui qui lève, beaucoup de précision. On se sert ordinairement de la chaîne pour en mesurer les contours, lorsque la place n'est pas régulière ; mais rien n'empêche, quand l'échelle est de six lignes pour cent toises, d'employer simplement la planchette orientée & des points déjà déterminés. On peut compter sur la plus grande exactitude toutes les fois que ces points sont bien placés entre eux, & qu'ils ne sont pas trop éloignés de la place. *

Des Ponts, des Gués, des Moulins & des Ecluses. Deux lignes droites & parallèles tirées sur toute la largeur d'une rivière, perpendiculairement à ses bords, servent à représenter un pont. On arrondit un peu ces lignes à leurs extrémités pour figurer

* Lorsque la planchette est orientée au moyen du déclinatoire, il arrive assez souvent qu'elle ne l'est pas parfaitement, à cause des petites variations de l'aiguille aimantée. Dans ce cas, si d'un des points quelconques déjà déterminés, on tire un rayon sur la planchette, en dirigeant l'alidade sur le point correspondant du terrein, ce rayon fait un angle avec le rayon que l'on auroit eu, si la planchette eût été parfaitement orientée, & la base de cet angle s'augmente proportionnellement à la longueur de ce rayon. Il suit de-là que, si cette base est d'une toise à la distance de 200 toises, elle est de six toises à la distance de 1200 toises, & de douze toises à la distance d'une lieue. On voit donc clairement que plus les points sont près, moins on a d'erreur à craindre. Les rayons faux se confondent avec les rayons vrais à leur origine, & l'intersection de plusieurs de ces rayons faux, quand les points sont rapprochés, ne doit point différer sensiblement de celle que donneroient les rayons vrais pour déterminer le point de station, quand même un rayon, tiré d'un point qui seroit à une lieue, passeroit à douze toises de ce point d'intersection, & que l'aiguille varieroit par conséquent de plus de dix sept minutes.

Il suit encore de cette remarque, que deux points étant bien placés sur la planchette, mais ayant été déterminés par des rayons faux, & cependant confondus avec les véritables, à cause de leur peu de longueur, si de ces deux points (sans déranger la planchette à chaque station qui a servi à les déterminer), on a tiré des rayons sur un troisième point, plus ce point est éloigné, & plus il doit se trouver mal déterminé : c'est une conséquence nécessaire de ce que nous venons de dire.

On s'étonne cependant, en arrivant sur de pareils points, d'y trouver des différences considérables, & l'on attribue à la bizarrerie de l'instrument, ce qui n'est que le résultat des fausses positions qu'on lui donne.

Lorsqu'on détermine un point par l'intersection exacte de rayons fort courts, si l'on place l'alidade sur ce point de station, & sur un autre fort éloigné, & que l'on fasse mouvoir la planchette jusqu'à ce qu'on rencontre, dans son alignement, l'objet qui répond sur le terrein à ce second point, il suit encore de notre observation que la planchette est parfaitement orientée, & que l'on peut tirer alors de son point de station des rayons, sur l'exactitude desquels on peut compter.

leurs points d'appui, & l'on marque leurs piles par de petites droites perpendiculaires de part & d'autre sur les deux côtés du pont. La largeur des ponts est ordinairement égale à celle des chemins dont ils font partie. Si le pont est de pierre, on le met au trait avec du carmin, & s'il est de bois, on le trace avec de l'encre de chine. Il faut l'exprimer fortement pour qu'on puisse le distinguer tout de suite.

Un Gué se figure sur la largeur d'une rivière, par des suites de petits points noirs qui marquent les endroits où on peut la traverser en sûreté.

Un Moulin à eau est représenté par la maison où il est construit, & l'on dessine une petite roue horizontale, dans l'endroit où est placée celle du moulin. Le batardeau se marque en rouge, s'il est en maçonnerie, & l'écluse par une petite ligne noire qui ferme l'intervalle qu'elle occupe.

On dessine en perspective *les moulins à vent*, pour qu'ils soient des points de remarque sur la carte, comme ils le sont dans la campagne. La couleur rouge ou noire du bâtiment indique s'ils sont en maçonnerie ou en bois.

Les moulins à vent sont ordinairement des points déterminés, que l'on a placés sur sa planchette; on peut donc, lorsqu'on y fait une station, se servir des autres objets déterminés que l'on apperçoit, pour orienter parfaitement sa planchette; & l'on jette alors des rayons sur les arbres, sur les cheminées, sur les coins de bois, sur les buissons, *&c.* qui sont remarquables, afin de les couper d'un autre point bien déterminé, dès que la section ne sera point trop aiguë ou trop obtuse.

Des Montagnes. Les montagnes sont un objet trop essentiel dans la reconnoissance d'un pays, pour qu'on n'ait pas cherché à les exprimer d'une manière claire, & qui fasse sentir toute la variété de leurs effets. On indique la direction des pentes par des hachures au crayon lorsqu'on lève, & par des hachures à la plume ou au pinceau lorsqu'on met à l'encre. Leur plus ou moins de roideur se distingue par des touches plus ou moins fortes. Cette convention, toujours uniforme, est le moyen le plus simple de rendre la nature. L'œil s'accoutume à substituer les objets eux-mêmes à la place de leurs *figurés*, & il parvient à lire avec autant de facilité sur la carte qu'il le feroit sur le terrein.

Le sens des hachures n'est jamais arbitraire ; il est déterminé par la direction que prendroient les eaux en s'écoulant le long des pentes. Leurs filets s'arrondissent-ils en berceau dans des gorges adoucies, ou viennent-ils en lignes droites se couper dans le fond d'un ravin, les hachures les suivent dans leurs mouvemens, & l'imagination retrouve aisément la nature, dans l'expression des accidens qui lui sont propres.

En forçant les sommets des montagnes, on les fait saillir au-dessus du papier, & l'inégalité des touches est une échelle sûre pour reconnoître le degré de roideur que peut avoir une pente.

On emploie l'effet des ombres dans les montagnes, quand elles sont escarpées, pour que la roideur, d'un côté de vallon, suppose la roideur de l'autre, & quand on est sûr, par des contrastes ménagés avec art, de bien faire sentir toutes les parties qui les composent. Cette méthode donne plus de brillant & de jeu au dessein, & se rapproche davantage de la nature. Il seroit impossible de l'appliquer à des pentes extrêmement douces, où le côté qui est dans l'ombre est souvent incertain, tandis que celui qui est au jour est le seul caractérisé. On force alors indistinctement toutes les parties élevées, & les clairs & les ombres ne servent plus, par leurs nuances, qu'à exprimer les différens degrés de hauteur.

On se dispense quelquefois d'employer les hachures, & l'on y substitue un lavis à l'encre de la chine ou à la couleur de montagne. Il faut alors que les teintes adoucies dans le bas, représentent les hachures qui commencent par une touche forte, & qui vont, en se perdant, à rien. Ce genre de dessin, traité par une main exercée, produit presqu'autant d'effet que le premier; mais on ne doit jamais s'en servir pour des minutes dont la clarté est toujours le principal mérite.

Il y a deux manières de laver les montagnes; dans la première, on se sert d'une teinte fort légère, que l'on étend sur les endroits qui doivent être élevés; &, après l'avoir prolongée avec un pinceau d'eau, du côté où se dirige la pente, on passe le même pinceau au sommet, pour en adoucir la naissance. Cette opération se répète jusqu'à ce que les montagnes aient le degré d'élévation que l'on demande. La seconde méthode consiste à mettre un peu de couleur forte sur chaque endroit que l'on veut élever, & de l'étendre avec un pinceau simplement mouillé dans le sens des effets que l'on a à produire. Ce dernier procédé est plus expéditif & donne au dessin un ton plus pittoresque.

Un des soins les plus essentiels dans l'expression des montagnes, doit être de bien distinguer les chaînes principales, des différens rameaux qui y sont liés. Un degré particulier de force dans les hachures & dans les ombres, doit les élever sur la carte, comme elles sont dans la nature. Il ne suffit pas de bien figurer chaque partie, il faut en former un ensemble, & que la masse générale ait son effet, ainsi que les détails. On est même obligé quelquefois de sacrifier des recherches trop minutieuses, pour ne pas détruire les formes générales qui caractérisent le terrein.

Quoiqu'un plan doive être lisible dans tous les sens, il y a cependant, à cause de l'écriture & des bois, *&c.* un côté qui en représente la base. On profite de cette convention pour exprimer, au moyen de la perspective, des objets qu'on ne pourroit faire sentir d'aucune autre manière. On figure tant soit peu en élévation une crête de roc qui couronne une montagne, ou une pointe aiguë qui la termine. Cette licence donne plus de vérité au plan, & l'on parvient à rendre, par son moyen, les objets souvent les plus remarquables, & qui sont quelquefois les obstacles les plus réels qu'un pays oppose à l'attaque d'un ennemi.

Les montagnes étant ordinairement cultivées, ou tout au moins coupées par des chemins, c'est en figurant leurs communications & leurs autres détails, que l'on exprime leurs pentes. Quant aux sommets qui sont isolés, c'est en se portant dessus, ou par des rayons tirés de différentes stations, qu'on détermine leur position & leur forme.

Il faut toujours faire en sorte, quand on hache des montagnes, que les hachures d'un des côtés ne soient pas en ligne droite avec les hachures de l'autre; rien n'est si peu naturel, & n'applatit autant le dessin.

Un autre défaut est de faire des hachures trop droites. Une courbure plus ou moins légère, qui profile la montagne, lui donne plus de mouvement, & empêche l'air de sécheresse qui résulte d'une touche trop roide.

Comme la monotomie ne règne jamais dans la nature, il est essentiel de l'éviter aussi dans ses images, & de ne pas rendre tout d'une même teinte & d'un même degré de force. On confondroit les vallons les plus adoucis avec les montagnes les plus escarpées, & rien ne faisant sentir les masses générales, la carte n'offriroit plus qu'une nuance égale, où l'on pourroit trouver des détails très-bien rendus, mais dont l'ensemble seroit absolument faux & n'exprimeroit rien.

Le fond des gorges ou des vallons en pente ne doit point être entièrement obscurci; il vaut mieux s'écarter de la règle générale, quelque roideur qu'ait la pente, que d'éteindre tous les effets, en voulant trop s'y asservir. On doit bien se garder aussi d'y laisser trop de blanc, son contraste avec le noir des hachures feroit papilloter le dessin, & détruiroit l'effet général.

Quelquefois on mêle le lavis aux hachures pour accélérer son travail; il faut, quand on emploie ce genre, commencer à ébaucher avec des teintes, plutôt que de s'en servir pour finir. En lavant sur des hachures, on leur ôte, pour ainsi dire, leur velouté, & le dessin devient extrêmement sec.

Quand on hache au pinceau, & que l'on veut rendre son dessin moëlleux, on se sert d'une teinte claire, & l'on ne porte les montagnes à leur point de force, qu'en repassant continuellement sur elles avec la même teinte. On risqueroit de rendre son dessin un peu fumeux, si l'on hachoit de même à la plume; on doit forcer les teintes, à mesure que l'on avance, parce que les hachures doivent trancher davantage sur le papier.

Dans tous les genres de hachures, on a toujours soin de faire lozanger tant soit peu les secondes avec les premières, les troisièmes avec les secondes, & ainsi de suite, sans s'écarter du sens de la pente.

Un goût particulier distingue, dans tous les arts, la touche des Maîtres, & ce n'est qu'en comparant

leurs ouvrages, que l'on peut analyser leurs moyens. Cette comparaison suppose que l'on est déjà en état de les juger; mais ce n'est qu'en pratiquant que l'on y parvient, & nous n'avons réuni ici sur l'expression des montagnes que des préceptes généraux.

On comprend sous le nom de montagnes toutes les hauteurs quelconques, telles que les escarpemens des bords de rivières, les encaissemens des chemins, *&c.* & l'on figure tous ces détails par des hachures & des coups de force.

Des Rochers. Les rochers offrent une si grande variété, qu'il seroit impossible de parcourir toutes leurs formes. Nous nous bornerons à distinguer parmi eux quatre espèces : la première est une enveloppe croûteuse, qui couvre quelquefois les montagnes entières, & qui suit toutes leurs ondulations; la seconde est une suite de pointes inégales & inégalement distribuées qui couronnent les sommets des montagnes, & dont quelques-unes s'élèvent souvent fort au-dessus des autres; la troisième comprend les falaises ou escarpemens à pic, & toutes les coupures perpendiculaires que l'on rencontre dans les rochers; la quatrième enfin réunit tous les rochers plats que l'on voit le long des côtes de la mer, & qui en sont le prolongement.

On figure la première espèce par de petites coupures qui se dirigent dans le sens des pentes, & qui présentent, par leurs touches variées, tous les différens accidens d'une surface tantôt unie, tantôt écailleuse, & tantôt singulièrement déchirée.

La seconde, qui est celle des pointes élevées, s'exprime, comme nous l'avons dit précédemment, tant soit peu en perspective, & rentre dans la classe du dessin ordinaire, qui n'a d'autre règle que de représenter la nature telle qu'elle est, sans le secours d'aucune convention.

La troisième ou celle des rocs à pic présente une infinité de masses perpendiculaires dont il faut s'étudier à saisir les effets principaux. On les exprime par le moyen des ombres, & pour mieux faire sentir les coupures du roc, on emploie de petits coups vifs, inégaux dans leur touche, & extrêmement noirs & tranchés du côté des parties éclairées. Les sommets des rocs à pic doivent être heurtés très-vivement pour faire sentir leur élévation.

Comme il arrive quelquefois que les rocs à pic sont entièrement perpendiculaires sur le terrein, & qu'ils n'occupent par conséquent, sur la carte, qu'une ligne, il faut nécessairement, pour les figurer, emprunter sur les parties voisines, & leur donner une largeur convenable, de manière à faire sentir tout leur effet. On doit toujours préférer la vérité du dessin à l'exactitude de la géométrie.

On détermine la position des rochers de ces trois premières espèces, à mesure qu'on lève les chemins & les détails qui les environnent. Le genre de dessin nécessaire pour les exprimer, demande l'emploi des ombres par-tout où l'on peut les employer sans causer d'équivoque. Il ne peut y avoir de règle générale à cet égard, que celle de rendre la nature le mieux possible, en laissant même toute règle de côté, dès que l'art peut y trouver son avantage.

La quatrième espèce s'exprime de différentes façons : les rochers plats forment-ils un ensemble de pierres amoncelées les unes sur les autres, le dessin cherche à représenter cette masse, & a soin de varier autant qu'il le peut les formes de toutes les pierres qu'il figure. Ces mêmes rochers ne sont-ils qu'une croûte écailleuse, on les rend par de petites écailles qui vont, en se perdant, à rien au bas du roc, pour faire sentir sa pente extrêmement adoucie. Enfin a-t-on à figurer un bloc de pierre dont toutes les parties s'élèvent inégalement, c'est aux ombres, aux coups de force, & quelquefois à la perspective à figurer sa forme & sa hauteur.

Ces derniers rochers peuvent être assez éloignés de la côte ou des petites îles qui y sont adjacentes; on détermine alors leur position, quand ils se découvrent, par des rayons tirés de différens points de la terre, & on se porte ensuite sur eux, dans les basses marées, pour les figurer.

Lorsqu'ils ne se découvrent pas, on envoie une petite chaloupe mouiller sur leurs extrémités, & après avoir déterminé leur étendue par ce moyen, on se sert de la même chaloupe pour aller dessiner leur forme.

Il seroit beaucoup plus commode d'être deux personnes employées à ce travail, parce que, tandis que l'une se porteroit sur les rochers pour y mouiller & les figurer, l'autre viseroit de terre sur les différentes positions de la première, & les détermineroit par des rayons tirés de deux ou trois stations.

L'intelligence & l'habitude concourent à fournir à ceux qui lèvent une infinité de moyens que l'on chercheroit vainement à expliquer, parce qu'ils sont aussi variés que les circonstances & le local qui les nécessitent.

Quand on veut colorer les rochers, on emploie du bleu, de la couleur de terre & du verd de bois, que l'on distribue par petites touches, en ayant soin de ne point éteindre les parties éclairées qui servent à faire saillir les masses.

Des Dunes, des Bancs de sable & des Vases. Les dunes sont des élévations de sable que la mer forme sur ses bords. On les dessine sur la carte comme de petites montagnes, & on les pointille ensuite pour représenter le sable.

Le Sable des dunes se figure au moyen de petits points, à l'encre de chine, accumulés les uns sur les autres, & beaucoup plus multipliés au sommet de la pente que dans le bas. On étend ordinairement une teinte générale de couleur roussâtre sur toute la partie sablonneuse, excepté sur les sommets des monticules, avant que de la pointiller; & souvent on la pointille avec la même teinte plus foncée.

Les Vases qui se trouvent au bord de la mer

ou le long des rivières s'expriment par une teinte légère de couleur de terre foncée, & sont terminées par une ligne très-fine ponctuée à l'encre de chine.

Lorsqu'on lève les bords de la mer, il faut avoir soin de marquer exactement les laisses, c'est-à-dire, la partie de rivages que les eaux abandonnent dans les basses marées, & d'en exprimer la nature. On profite des marées de nouvelle & de pleine lune, pour déterminer leur plus grande étendue, & avoir ce qu'on appelle la laisse de vive eau.

Il faut aussi figurer exactement les bancs de sable ou de vase qui peuvent se trouver à l'entrée d'un chenal, dans les rades & dans les ports; on se sert, pour les arrêter, des moyens employés pour les rochers en mer.

Quand on pointille les laisses, ou les bancs sablonneux, c'est le côté de la mer que l'on charge le plus.

Des Vignes, des Landes, des Bruyères, des Terres labourées, des Marais & des Prairies. De petites lignes droites perpendiculaires à la base du plan bien alignées, & espacées également entr'elles, expriment les échalas des vignes, & la vigne est représentée par un trait fin de gros verd de bois, que l'on fait serpenter autour de chaque échalas.

On étend sur les parties de la carte qui doivent représenter *des landes ou des bruyères*, une teinte composée de jaune, de rouge & de verd de pré que l'on marie ensemble, de manière que ces différentes couleurs se fondent les unes dans les autres sans coupure. On figure ensuite, avec de petits points verds, jaunes & rouges, des bouquets de landes que l'on distribue par masses, & que l'on peut relever encore à la plume par de petits traits légers d'encre de chine.

Dans les minutes, on laisse en blanc toutes *les terres labourées;* mais, dans un plan orné, on les figure par des traits légers au pinceau, qui expriment les sillons parallèles des terres, & qui forment de petits quarrés longs, liés les uns aux autres avec le plus de goût possible. On emploie, pour varier les pièces de terre, les différentes couleurs que peut offrir une campagne fertile.

Les Marais sont représentés par de petites flaques d'eau toutes parallèles à la base du plan, & dont les extrémités s'engrènent les unes dans les autres. Les contours de ces flaques sont composés d'une suite de petites coupures inégales, que l'on ombre dans toutes les parties qui ne sont point exposées au jour. On les unit par un fond de verd de pré, & on en relève les bords par de petits traits de verd foncé disposés dans le sens des joncs qui s'y trouvent ordinairement.

Une teinte de verd de pré sert à indiquer toutes les portions de terrein qui sont en *prairies.* On anime la teinte par de petites files de points verds parallèles à la base du plan, & ces petites files, distribuées par masses, représentent des touffes d'herbe.

Quand on lève une carte, on indique au crayon les différentes cultures du terrein, par des lettres initiales, afin de pouvoir ensuite les exprimer d'après les conventions établies.

Du figuré des Camps. Le terrein sur lequel les troupes sont campées étant levé, on détermine sur le plan les points où viennent aboutir les lignes droites qu'occupe leur front; on tire ces lignes au crayon, & on les divise ensuite en autant de parties égales qu'elles contiennent de bataillons ou d'escadrons, en laissant, entre toutes ces parties égales, les intervalles qui séparent ces corps sur le terrein; on mène alors à ces lignes des parallèles qui en soient distantes d'une quantité égale à la profondeur d'un bataillon ou d'un escadron, & on élève de tous leurs points de division, avec une équerre, des perpendiculaires qui déterminent entre chaque ligne & sa parallèle, les différens espaces où les troupes sont placées.

On se sert d'encre de chine, pour tirer les lignes qui renferment les bataillons, *&c.* en observant qu'elles soient fortes ou foibles, suivant qu'elles se trouvent dans l'ombre ou dans le jour du plan.

(On déroge, dans le plan particulier d'un camp & de ses environs, à la règle générale qui place le nord au haut de la carte, & l'on fait en sorte que sa base réponde aux derrières du camp, pour que la disposition des troupes se développe mieux à l'œil. On indique alors le point du nord par une ligne droite que termine une fleur-de-lys.)

Les bataillons, *&c.* étant *figurés,* on unit par une accolade tous ceux qui appartiennent à un même régiment, & l'on écrit le nom du régiment perpendiculairement à la ligne du camp, à la pointe de l'accolade, qui est toujours placée sur le derrière.

On donne aux bataillons, *&c.* la profondeur qu'occupent leurs tentes ou celle qu'ils ont en bataille : plus ordinairement cette dernière.

L'infanterie se lave en jaune, la cavalerie en bleu, les dragons en verd, & l'artillerie en rouge.

Quand on figure des mouvemens de troupes, on les établit dans chaque position qu'elles ont prise, & l'on marque par des lignes ponctuées le chemin qu'elles ont suivi pour y arriver. On est obligé, lorsqu'elles ont fait différens mouvemens sur une même partie, de figurer ces mouvemens sur autant de papiers à part, où l'on dessine cette étendue commune de terrein. On les colle ensuite au plan principal par une de leurs extrémités, de manière que les espaces particuliers qu'ils contiennent s'adaptent parfaitement à la place qu'ils occupent dans le plan total, & qu'en les levant successivement, on puisse voir toutes les positions que les troupes ont prises dans le même lieu.

Si cette multiplicité de mouvemens embrassoit une grande étendue de terrein, il faudroit nécessairement faire autant de copies du plan, qu'il y auroit de manœuvres à exprimer, afin d'avoir un

tableau complet de toutes les opérations qui s'y rapportent.

De l'écriture d'une Carte. On dispose ordinairement l'écriture d'une carte perpendiculairement à la ligne de nord; on la dessine en lettres moulées, & l'on varie la forme & la grandeur des caractères suivant la nature des objets dont on écrit les noms : la convention, à cet égard, est relative à l'échelle dont on se sert, & elle doit être fixe tant qu'il s'agit du même ouvrage.

Il faut choisir, à côté des objets, la place la plus commode pour que chaque nom n'en indique qu'un seul, & que les lettres n'éteignent point les détails.

On est obligé de tems en tems de diminuer ou d'augmenter la hauteur des caractères d'un nom relativement à ce qui en résulte pour les parties sur lesquelles on écrit ; souvent de trop petites lettres risquent de se confondre avec les traits multipliés que présente le plan : souvent de trop grandes ne peuvent trouver place dans les endroits qui leur sont destinés. Il est cependant toujours essentiel de s'écarter le moins possible des hauteurs convenues.

Il faut employer une encre très-noire, afin que l'écriture se détache de tout le reste de la carte, & qu'elle soit bien lisible, sans nuire à l'effet du terrein.

On n'écrit un plan qu'après avoir fait usage des couleurs, pour ne pas effacer l'écriture en lavant.

Quand on craint que l'écriture ne se confonde avec les détails, on écrit avant que de relever les haies le long des fossés. Les noms de bois s'écrivent toujours après avoir mis la teinte de fond, & l'on figure ensuite les masses.

Des couleurs. Les couleurs dont on se sert pour la carte, sont l'encre de chine, le carmin, la gomme gutte, la couleur de montagne, le verd d'eau & le bleu.

L'encre de chine est toute préparée en bâton, & il n'y a qu'à la tourner plus ou moins long-tems, au fond d'un godet, dans de l'eau, suivant que l'on veut une teinte plus ou moins foncée. La bonne encre de chine doit paroître luisante, quand on écorne un des angles du bâton, ou lorsqu'on la laisse sécher, après l'avoir tournée dans le godet.

Le carmin est une poudre rouge très-fine, qu'il faut bien broyer avec le doigt dans de l'eau, où l'on a fait fondre de la gomme arabique. On le laisse sécher après cette première préparation, & on le broie de nouveau quand on veut s'en servir. Il faut le couvrir exactement quand il est liquide, pour l'empêcher de noircir en séchant.

La gomme gutte est une gomme jaune, que l'on détrempe dans de l'eau comme l'encre de la chine; on l'emploie sans mélange pour exprimer les ouvrages projettés.

La couleur de montagne ou de terre se fait avec de la gomme gutte, de l'encre de chine & du carmin; lorsqu'on en a besoin d'une certaine quantité, on la fait cuire à petit feu dans son assiette, jusqu'à ce qu'en la remuant, elle devienne entièrement séche, & l'on en délaie ensuite ce que l'on veut pour s'en servir.

Le verre d'eau liquide se trouve tout préparé chez les marchands de couleurs; il faut choisir celui qui est le plus limpide, de la plus belle teinte, & qui dépose le moins.

Le verd de bois se fait, pour les teintes de fond, avec de la gomme gutte, du verd d'eau, & de l'eau commune; & pour dessiner les masses de bois, avec du verd d'eau fort épais & de la gomme gutte.

Le verd de pré se fait comme les teintes de fond de bois, excepté qu'on y met un peu plus de verd d'eau.

Il faut essayer tous les verds dont on veut faire usage, sur un papier à part, pour juger de leur effet, en les laissant sécher.

Le bleu est de l'indigo que l'on prépare comme du carmin; on s'en sert pour les rochers, pour les ouvrages en fer, pour varier les terres labourées, & quelquefois pour les ruisseaux.

Remarque. Nous avons présenté ensemble tous les différens procédés que l'on emploie pour dessiner les détails d'un pays, parce que, quoiqu'on distingue deux manières de traiter la carte, l'une à la plume, & l'autre au pinceau, on les réunit tous les jours dans les minutes, & que ce sont les minutes que nous avons eu uniquement en vue.

Des Figurés à vue.

Apprécier avec justesse la distance d'un point à un autre, estimer presque sans erreur l'ouverture d'un angle quelconque, & dessiner d'une manière vraie & rapide tous les objets que peut présenter un terrein; tel est l'art de figurer à vue.

Le dégré de précision qu'exige cet art ne peut jamais être indépendant de quelque méchanisme pratique qui supplée la Géométrie; & l'habitude acquise de celui qui lève, doit savoir mettre à profit toutes les données que le tems & les circonstances peuvent lui offrir. Nous exposerons les résultats de l'expérience jusqu'à ce jour, & nous chercherons encore à y ajouter par nos propres observations. C'est sur-tout aux militaires, qui s'occupent de cartes topographiques, qu'il importe de cultiver le seul moyen d'appliquer leurs talens à la guerre, où la promptitude des opérations interdit presque toujours l'usage des instrumens. Ils ne doivent regarder la Géométrie que comme un maître qui accoutume l'œil à évaluer exactement les rapports de l'étendue, mais qu'ils ne consultent que pour apprendre à s'en passer.

Des moyens d'acquérir l'habitude de lever à vue. A mesure que l'on apprend à connoître l'usage des instrumens & les méthodes de figurer le terrein,

un des premiers soins doit être de dessiner à vue les détails intérieurs de petits espaces dont le contour soit déjà déterminé géométriquement. Les extrémités des chemins ou des ruisseaux que l'on doit parcourir étant données, on a l'avantage, en partant d'un point, d'avoir déjà celui où l'on doit arriver; & quelques sinuosités que l'on rencontre, on combine sa marche de manière à ne point s'écarter de la direction principale que l'on doit suivre. Le secours du compas & de l'échelle est mis absolument de côté dans ces exercices; l'estime seule de l'œil rapporte toutes les distances à leur étendue réduite en parties de l'échelle.

On commence d'abord par le principal chemin, & l'on marque, en le figurant, tous les objets qui y sont adjacens, ainsi que les naissances des autres chemins & des ruisseaux qui le coupent.

Quand on est parvenu à traverser entièrement son ouvrage, on vient reprendre les chemins & les ruisseaux que l'on a rencontrés, & on les conduit aux points du contour qui y répondent. Les intervalles deviennent ainsi plus petits, & il ne reste plus à dessiner que quelques parties intermédiaires dont on vient aisément à bout.

Pour bien contracter l'habitude d'estimer avec justesse, il faut avoir soin, toutes les fois qu'on se sert de la chaîne, d'évaluer à vue les distances que l'on fait mesurer, pour comparer ses estimes avec les étendues réelles, & rectifier ainsi le plus possible sa manière de voir.

On doit estimer de même l'ouverture des angles, quand on se sert d'un instrument propre à déterminer leur nombre de degrés; & pour fixer un rapport constant entre le terrein & ses *figurés*, il faut n'adopter qu'une seule échelle.

Il est aisé d'imaginer que les premiers travaux, en ce genre, sont toujours fort imparfaits, qu'il faut souvent effacer & recommencer sur nouveaux frais; mais enfin on acquiert tous les jours de nouvelles forces, & l'on s'accoutume à exprimer la nature telle qu'elle est.

Il faut bien se garder de compter ses pas pour mesurer les distances que l'on parcourt; ce seroit se servir d'un instrument qui ne diffère d'un autre, qu'en ce qu'il est plus fautif, & l'on ne s'exerce principalement en ce genre, que pour s'habituer à lever à cheval.

Dès qu'on commence à évaluer les distances & à figurer les détails avec justesse, on essaie aussi de renfermer à vue de petites enceintes; on cherche en conséquence à partir d'un point que l'on puisse appercevoir souvent dans sa marche, & l'on se sert de ce point pour évaluer de tems en tems l'éloignement où l'on est du lieu de départ, à mesure que l'on avance par différens détours pour aller le rejoindre.

Dans l'appréciation des angles que nécessite cette seconde étude, on tire sur son papier des rayons qui répondent aux alignemens les plus étendus que l'on puisse prendre dans les directions que l'on suit, & l'on figure, en avançant le long de ces alignemens, les sinuosités intermédiaires qui s'y rencontrent.

C'est ainsi qu'en allant continuellement du petit au grand, on parvient au point de représenter, de la manière la plus approchée, un espace de terrein de telle grandeur & de telle nature que ce soit. Cette habitude de lever à vue s'applique non-seulement à la carte levée sans instrument, mais encore à celle qui est levée avec le plus de soin; car, lorsqu'on a renfermé son terrein géométriquement, & qu'on l'a divisé en petits espaces, il est aussi exact d'exprimer à vue ce qui reste, que de consumer beaucoup de tems à le déterminer à l'instrument.

Ce n'est que lorsqu'on lève sur une grande échelle, & relativement à quelque projet de construction, qu'il faut l'exactitude la plus scrupuleuse, sur-tout dans la position des ruisseaux & des hauteurs.

C'est dans cet art sur-tout que la pratique rend maître. En abandonnant à propos les instrumens, on cesse insensiblement d'en être l'esclave, & l'on substitue une marche prompte & facile à leur lenteur, toutes les fois que l'on n'est pas obligé d'opérer rigoureusement le compas & l'échelle à la main.

Des différens procédés que l'on emploie pour lever à vue avec justesse. Quelqu'habitude que l'on ait contractée de lever à vue, & quelqu'exactement que l'on dessine les objets, dès que le terrein devient d'une certaine étendue, on ne peut plus compter de se renfermer avec assez de précision, pour que toutes les parties du *figuré* aient leur véritable longueur & la forme qu'elles doivent avoir.

Autant on a éloigné tous les secours, quand il s'agissoit de s'exercer, autant il faut les réunir lorsqu'il est question d'appliquer son art à une utilité réelle. Tous les moyens sont bons, dès qu'ils ne retardent pas la marche d'une personne qui opère à cheval, & qu'ils lui donnent la facilité de rendre le terrein avec plus de justesse.

Des points principaux, déjà déterminés sur le papier, seroient un canevas qui rameneroit tous les détails à leur véritable position, & qui donneroit aux *figurés* à vue presqu'autant de valeur qu'à des cartes levées à l'instrument. Toutes les fois que l'on peut se procurer ce travail préliminaire, il ne faut jamais négliger d'en faire usage, &, lorsque cela est impossible, il faut le suppléer de la manière la plus approchée; en regardant toujours des points établis d'avance, comme la base de ses opérations.

Si le travail est assez considérable pour exiger plusieurs mains, & que l'on n'ait ni positions calculées, ni le tems, ni la possibilité de mesurer une base pour en déterminer quelques-unes, rien n'empêche d'employer la méthode suivante qui est aussi simple que peu connue.

On examine quels sont les deux clochers ou autres points du pays à lever, d'où l'on puisse appercevoir le plus d'objets, & qui soient assez éloignés l'un de l'autre, pour que leur distance fût la base la plus commode, en cas que des obstacles intermédiaires n'empêchassent point de la mesurer. Ce choix fait, celui qui est chargé de la distribution de l'ouvrage, se porte dans l'un des deux clochers, avec une planchette la plus étendue possible; & d'un point pris convenablement sur le papier, ayant tiré des rayons sur tous les objets apparens qu'il découvre, il estime à vue & d'après le rapport des habitans, la distance des deux clochers choisis, & il écrit son estime sur le rayon qui répond à cette distance. Il se transporte alors à l'autre clocher, & ayant vérifié le plus possible par le tems qu'il a employé à le parcourir, & par les sinuosités qu'il a rencontrées, l'intervalle des deux points, il le détermine sur sa planchette, en parties de l'échelle, & de sa seconde station, il coupe tous les rayons qu'il a tirés de la première.

On voit, par cette opération, que tous les points coupés sont déterminés géométriquement, & qu'il ne manque que de connoître parfaitement une des distances de ce canevas, pour avoir parfaitement toutes les autres; car, quelqu'erreur que l'on ait pu faire sur l'estime de la base, elle n'influe que sur l'échelle que l'on peut rectifier à chaque instant, en faisant mesurer la plus petite distance déterminée*.

Au moyen de ce procédé, qui est fort court, on donne tout de suite à ceux qui sont chargés du détail, le cadre des parties qu'ils ont à lever, & l'on fixe l'ensemble de l'ouvrage.

Si l'on avoit un peu plus de tems, on pourroit, outre les deux premières stations, en faire encore quelques autres aux points coupés, & en se servant d'une petite échelle, faire un canevas fort grand, que l'on reconstruiroit ensuite à l'échelle du détail; après avoir fait mesurer une des distances déterminées sur le canevas, pour avoir sa véritable échelle.

Il n'est pas toujours possible, quelque peu de tems qu'il faille pour employer cette méthode, de pouvoir en disposer: on est obligé quelquefois de mettre tout de suite la reconnoissance du pays sous les yeux d'un Général, & d'y travailler par conséquent avec la plus grande rapidité. Dans ce cas, si l'on peut s'être procuré une carte du pays, dont les positions soient bonnes, on prépare le canevas de ses points, en le construisant sur son échelle, & l'on est en état de monter à cheval avec des triangles dans lesquels il ne s'agit plus que d'insérer les détails.

Si ce second moyen est interdit, il faut que ceux qui doivent partager le travail montent ensemble sur quelque point élevé d'où l'on puisse découvrir le pays, & que de-là, tirant des rayons sur tous les objets principaux, ils déterminent les distances de chacun de ces points à celui où ils sont, d'après les rapports de quelques guides éclairés de l'endroit. Cette espèce de canevas, quand on peut le faire, sert du moins à former la distribution de l'ouvrage; chacun va remplir la portion dont il est chargé, & la réunion des détails sert ensuite à rectifier l'ensemble.

La plus grande difficulté, en levant à vue, n'est pas d'estimer les distances: un coup-d'œil exercé se trompe rarement assez, pour que l'erreur de l'une ne compense pas celle de l'autre. On peut d'ailleurs mesurer le chemin parcouru par le nombre de pas de son cheval, on peut l'évaluer par le tems employé à le parcourir. Il n'en est pas de même de l'ouverture des angles; pour peu que l'on se trompe en les évaluant, les rayons, qui les forment, allant toujours en multipliant l'erreur à mesure qu'ils se prolongent, on est exposé à s'éloigner beaucoup de la vraie direction, & à n'y revenir qu'aux dépens de la vérité du *figuré*.

Il seroit aisé de faire un instrument composé de deux petites règles qui se mouvroient sur une charnière comme les deux branches d'un compas. On placeroit au centre du mouvement & sur le milieu de l'extrémité de chaque règle un petit bouton de cuivre, & l'on auroit un angle méchanique dont les côtés mobiles serviroient à fixer l'ouverture de tout angle que l'on rencontreroit. On dirigeroit, pour cet effet, une des règles sur l'alignement d'un chemin au moyen de ses deux boutons; &, faisant tourner la seconde jusqu'à ce qu'elle se trouvât sur l'alignement d'un autre, on pourroit rapporter tout de suite sur son papier l'angle qu'on vient de mesurer.

Le parti que l'on peut tirer d'un art étant subordonné à l'intelligence de celui qui l'exerce, on peut trouver une infinité d'autres ressources pour assurer sa marche, & augmenter par conséquent la facilité de figurer des cartes à vue. L'emploi de quelques instrumens qui peuvent être utiles sans embarrasser, ne peut que perfectionner un genre de travail où l'on n'a point en vue de vaincre des difficultés, mais d'arriver à son but par les voies les plus courtes.

Il est essentiel, quand on lève à vue, de généraliser sa marche le plus possible, & d'assujettir les détails aux différens triangles & autres figures que l'on renferme en parcourant le terrein. Il faut aussi, quand on rencontre un village, le traverser le plus en ligne droite possible, pour figurer ensuite ses contours, *&c.* sur cette ligne principale.

Lorsqu'on apperçoit le point sur lequel on se

* La methode d'estimer la distance de deux points principaux d'un pays peut être employée dans les cartes géometriques levées sans le secours du calcul, lorsqu'on ne peut pas mesurer une grande base; car, après avoir déterminé une suite de points par ce moyen, il est aisé de faire mesurer une petite distance pour connoître l'echelle de son canevas, & de le réduire à l'échelle que l'on veut employer. Les points sont toujours mieux placés de la sorte, qu'en partant d'une petite base mesurée.

dirige, & que ce point eſt déterminé ſur le papier, on examine ſi le chemin que l'on ſuit eſt à droite ou à gauche de ce point, pour ſe diriger en conſéquence. Un terrein découvert ſur lequel on a beaucoup de poſitions déterminées, eſt facile à lever de cette manière, parce qu'on ſe ſert toujours d'un point ou d'un autre pour diriger ſes alignemens.

Quelques perſonnes, pour figurer à vue, deſſinent à part chaque chemin qu'elles parcourent, d'un point principal à un autre, en y ajoutant, des deux côtés, autant qu'elles le peuvent. Elles réuniſſent enſuite les extrémités correſpondantes de ces différens chemins, & forment ainſi des triangles dans leſquels elles insèrent tous les détails qu'elles ont reconnus. Cette méthode diſpenſe d'eſtimer les angles; mais elle eſt extrêmement longue, & on dénature fort ſouvent toutes les formes du terrein en les aſſujettiſſant aux eſpaces, tantôt trop grands, & tantôt trop petits, qui en réſultent. On pourroit cependant l'employer dans un pays fort couvert, dont on ne demanderoit que la maſſe & les principales communications.

Le plan d'un Camp eſt toujours aiſé à lever à vue, parce que les lignes du camp ſont déterminées au moyen du nombre de bataillons ou d'eſcadrons qui les compoſent. On ſait quel eſpace chaque bataillon ou eſcadron occupe, & l'on figure bien vîte le terrein ſur lequel l'armée eſt placée, ainſi que celui qui l'environne.

Il eſt plus commode, pour bien figurer *les mouvemens des armées*, d'avoir le terrein ſur lequel elles opèrent; on les ſuit alors dans leurs évolutions, & en adaptant à chaque partie du local le mouvement qui y répond, on eſt ſûr d'avoir le tableau le plus clair & le mieux détaillé. Cependant, lorſqu'il arrive qu'on ne peut le lever d'avance, ni ſe le procurer, il faut faire en ſorte, en figurant les mouvemens, d'y joindre tous les détails de terrein qui caractériſent leurs poſitions, & l'on forme enſuite, au moyen de quelque canevas de points, un plan d'opérations auſſi exact qu'on puiſſe le deſirer.

Tels ſont les principes généraliſés de l'art de figurer à vue. Toutes les lumières qu'ils peuvent offrir, ſeront toujours fort au-deſſous des leçons que donne le terrein lui-même. C'eſt lui que doivent conſulter les élèves; c'eſt de lui ſeul qu'on peut apprendre à le bien exprimer. Cet art fait partie des talens néceſſaires à la guerre pour produire de vraies reconnoiſſances militaires. *Voyez* CARTE MILITAIRE. (*Par M. JOLLY, Ingénieur-Géographe militaire.*)

FIL, (*Aſtronomie.*) Le *fil* à-plomb eſt celui que l'on ſuſpend au centre des quarts de cercles, des ſecteurs & autres inſtrumens d'aſtronomie, pour marquer la ligne verticale qui ſe dirige au zénit & au nadir; ſa direction eſt toujours perpendiculaire à la ſurface de la terre, parce que c'eſt la direction même de la gravité, qui eſt néceſſairement perpendiculaire à la ſurface du globe terreſtre. Quand on veut que le *fil* ait de la ſoupleſſe ſans être ſujet à s'étendre, on ſe ſert de *fil* de pitte qui eſt tiré d'une plante du genre des aloës, & qui a la propriété de ne pas s'alonger par l'humidité, quelque fin qu'il ſoit, au lieu que les cheveux s'étendent d'une manière très-incommode pour les obſervations. Les *fils* d'argent ſont très-commodes, mais ils ſe caſſent ſouvent.

Les *fils* d'un micromètre ſont ceux que l'on tend au foyer d'une lunette pour meſurer les diamètres apparens des aſtres; il y a ordinairement un *fil* fixe & un *fil* mobile, ou curſeur, qui tient à un chaſſis, mobile par une vis; ces *fils* ſont ordinairement faits avec des brins de ſoie de cocons; quand on ſe ſert de *fils* d'argent, on eſt obligé de calculer avec ſoin leur épaiſſeur, & d'en tenir compte dans toutes les meſures. (*D. L.*)

FILE DE PIEUX (*Hydr.*) C'eſt un rang de pieux équarris & couronnés d'un chapeau arrêté à tenons & mortoiſes, ou attaché avec des chevilles de fer, pour retenir les berges d'une rivière, d'un étang, ou pour conſerver les turetes & chauſſées des grands chemins. (*K*)

FINI, (*Géom.*) On appelle *grandeur finie*, celle qui a des bornes; *nombre fini*, tout nombre dont on peut aſſigner & exprimer la valeur; *progreſſion finie*, celle qui n'a qu'un certain nombre de termes, par oppoſition à la *progreſſion infinie*, dont le nombre de termes peut être ſi grand que l'on voudra.

Nous n'avons d'idées diſtinctes & directes, que des grandeurs *finies*; nous ne connoiſſons l'infini que par une abſtraction négative & par une opération, pour ainſi dire, négative de notre eſprit, qui ne fait point attention aux bornes de la choſe que nous conſidérons comme infinie. Il eſt ſi vrai que l'idée que nous avons de l'infini, n'eſt point directe & qu'elle eſt purement négative, que la dénomination même d'*infini* le prouve. Cette dénomination qui ſignifie *négation de fini*, fait voir que nous concevons d'abord le fini, & que nous concevons l'infini en niant les bornes du *fini*. Cependant il y a eu des philoſophes qui ont prétendu que nous avions une idée directe & primitive de l'infini, & que nous ne concevions le *fini* que par l'infini; mais cette idée ſi extraordinaire, pour ne pas dire ſi extravagante, n'a plus guère aujourd'hui de partiſans; encore ſont-ce des partiſans honteux, ſi on peut parler ainſi, qui ne ſoutiennent cette opinion que relativement à leur ſyſtême des idées innées, parce que ce ſyſtême les conduit à une ſi étrange conſéquence. En effet, ſi nous avons une idée innée de Dieu, comme le veulent ces philoſophes, nous avons donc une idée innée primitive & directe de l'infini; nous connoiſſons Dieu avant les créatures, & nous ne connoiſſons les créatures que par l'idée que nous avons de Dieu, en paſſant de l'infini au *fini*. Cette conſéquence ſi abſurde ſuffiroit, ce me ſemble, pour renverſer le ſyſtême des idées innées,

à ce système n'étoit pas aujourd'hui presqu'entièrement proscrit.

M. Musschenbroëk, dans le second chapitre de ses *Essais de Physique*, dit & entreprend de prouver que le *fini* peut être égal à l'infini; c'est tout au-moins une mauvaise manière de s'énoncer; il falloit dire seulement, qu'un espace *fini en tout sens*, peut être égal à un espace *infini en un sens*. C'est une vérité que les géomètres prouvent dans une infinité de cas; témoin la *logarithmique* & une infinité d'autres courbes. *Voyez* LOGARITHMIQUE. M. Musschenbroeck, parmi les preuves de son assertion, apporte l'hyperbole, en quoi il se trompe, du-moins s'il veut parler de l'hyperbole ordinaire; car on prouve que l'espace renfermé entre l'hyperbole ordinaire & ses asymptotes, est non-seulement de longueur infinie, mais aussi infini en surface. *Voyez* ASYMPTOTE. (*O*).

FINITEUR, adj. (*cercle finiteur*) *en Astronomie*, est le nom qu'on donne à l'horizon. On l'appelle ainsi, parce qu'il *finit* & borne la vue ou l'aspect.

FIOLES, (*Hydr.*) Ce sont, en général, de petites bouteilles d'un verre très-mince. C'est ainsi qu'on nomme encore les trois tuyaux de verre que l'on met dans les tuyaux d'un niveau, & que l'on ajuste avec de la cire & du mastic, afin que l'eau colorée renfermée dans le gros tuyau horizontal, puisse monter dans les *fioles*, & découvrir la ligne de mire. (*K*)

FIRMAMENT. (*Astron.*) Nom que l'on donnoit autrefois au huitième ciel ou au ciel des étoiles fixes, dont on faisoit le premier mobile, ainsi appellé parce qu'on supposoit qu'il entraînoit tous les cieux des planètes, ou les cieux inférieurs. D'autres mettoient le premier mobile au-dessus du *firmament*.

Ce mot se prend aussi pour le ciel en général; on dit, par exemple, *les astres qui brillent au firmament*.

Dans plusieurs endroits de l'Ecriture, le mot *firmament* signifie la *moyenne région* de l'air. Plusieurs anciens ont cru, aussi-bien que les modernes, que le *firmament* est d'une matière fluide; mais il paroît que ceux qui lui ont donné le nom de *firmament*, le croyoient d'une matière solide. *Harris* & *Chambers*.

En effet, c'étoit un des axiomes de la philosophie ancienne, que les cieux devoient être solides; Aristote prétendoit que la solidité étoit une chose attachée à la noblesse de leur nature, & nécessaire pour leur conserver l'incorruptibilité, qu'on regardoit comme une de leurs propriétés essentielles. Cependant, comme il falloit que la lumière passât au travers, cela obligeoit à faire les cieux de crystal. Et voilà l'origine de tous les cieux de crystal de l'astronomie ancienne. *Voyez* CIEL. Toutes ces chimères sont aujourd'hui entièrement proscrites, & bien dignes de l'être; on ne donne plus le nom de *firmament* qu'à cette voûte céleste, & de couleur bleue, où les étoiles paroissent comme attachées. Toutes les étoiles étant à une prodigieuse distance de nous, nous les jugeons à la même distance, quoiqu'elles ne le soient pas. *Voyez* APPARENT; ainsi, nous les jugeons rangées sur une surface sphérique, abstraction faite de quelques causes particulières qui nous font juger cette surface applatie. A l'égard de la couleur bleue du *firmament*, cette couleur n'est autre chose que celle de l'atmosphere vue à une très-grande profondeur. Elle est la même que celle de l'eau de la mer. Apparemment l'air & l'eau ont la propriété de laisser passer à une grande profondeur les rayons bleus, en plus grande quantité que les autres. Pour déterminer la vraie figure apparente de la voûte azurée du firmament, il faudroit avoir résolu ces deux problêmes, dont on n'a jusqu'ici que des solutions très-bornées & très-incomplettes, pour ne pas dire très-peu exactes & très-fautives. 1.° Un objet étant placé au-delà de l'atmosphere, & envoyant à nos yeux des rayons qui se brisent à travers l'atmosphère, trouver le lieu où l'on verra cet objet. 2.° Déterminer suivant quelle loi un objet placé à la même distance, nous paroît plus ou moins éloigné, à proportion qu'il est plus loin ou plus près de notre zénit. On peut voir les tentatives & les conjectures que nous ont données sur la solution de ce grand & beau problême, M. Smith, dans *son Optique* & après lui M. de Mairan, *dans les Mém. de l'acad. de 1740*.

Quelques théologiens appellent *firmament*, le ciel étoilé, pour le distinguer du ciel empyrée, qu'ils imaginent être au-dessus, & dont ils font la demeure des bienheureux. (*O*)

FIXE, adj. (*Astronom.*) On se sert de ce mot en Astronomie, pour distinguer les étoiles qui n'ont aucun mouvement propre, d'avec les planètes appellées étoiles errantes; les autres s'appellent *étoiles fixes*, ou simplement *fixes*, en prenant alors le mot *fixe* substantivement. *Voyez* ETOILE, PLANETE, &c. (*O*)

FIXITÉ, s. f. (*Astronom.*) Quelques auteurs ont employé ce mot, qui est commode, pour désigner la propriété qu'ont des étoiles fixes, de n'avoir aucun mouvement propre.

F L E

FLEAU, s. m. (*Méchan.*). On appelle *fléau*, dans une balance, la partie à laquelle on suspend les poids. *Voyez* BALANCE.

FLECHE, s. f. *sagitta*, (*Géomét.*) C'est ainsi que quelques auteurs appellent ce que l'on nomme autrement *sinus verse* d'un arc. Ce nom lui est venu de ce qu'elle ressemble à une *flèche* qui s'appuie sur la corde d'un arc.

x étant le sinus d'un arc; son cosinus sera $\sqrt{1-xx}$, en prenant 1 pour le sinus total; & la *flèche* ou sinus

verſe ſera $1 - \sqrt{1 - xx}$. *Voyez* SINUS.

La *flèche* d'un arc infiniment petit, eſt à l'arc comme l'arc eſt au diamètre. *Voyez* COURBURE.

Quelquefois on appelle *flèche*, en Géométrie, ce que l'on entend communément par *abſciſſe* (*Voyez* ABSCISSE) ; mais cette dénomination eſt peu en uſage. (*O*)

FLECHE (*Aſtron.*) Conſtellation boréale ſituée au-deſſus de l'aigle & qui contient 18 étoiles ſuivant le catalogue de Flamſteed. Il y en a trois de quatrième grandeur. Elle eſt appellée dans les auteurs, *ſagitta Herculea*, *telum*, *jaculum*, *canna*, *arundo*, *calamus*, *virga*, *miſſile*, *vectis*, *foſſorium*, (inſtrument à percer,) *miſſor* ; ſuivant d'autres, *dæmon* (eſprit,) *temo meridianus* (javelot). Il y a des poëtes qui ont prétendu que c'étoit la *flèche* de l'amour, d'autres diſent qu'on a voulu exprimer le ſymbole de la force, la *flèche* dont Hercule bleſſa Junon & Pluton, ſuivant le rapport d'Homère, ou celle qui ſervit à tuer le vautour qui dévoroit Prométhée.

L'aſcenſion droite de la principale étoile, que les aſtronomes déſignent par la lettre α, étoit en 1750, de $292^d\ 13'\ 58''$ & ſa déclinaiſon $17^d\ 27'\ 30''$ boréale.

Cette conſtellation eſt différente de la *flèche* d'Antinoüs qui, avec l'arc forme une conſtellation dans Hévélius. (*D. L.*)

FLECHE *d'arbalête*. *Voyez* ARBALÊTE.

FLEUR-DE-LYS, (*Aſtron.*) *lilium*, conſtellation boréale introduite par les françois. Elle eſt ſituée ſur le bélier, au-deſſous du triangle, compoſée de 7 étoiles, dont une de troiſième grandeur ; celle-ci avoit $1^s\ 14^\circ\ 2'$ de longitude en 1700, & $10^\circ\ 23'$ de latitude, ſuivant le catalogue & les planiſphères publiés en 1679, par Auguſtin Royer, architecte du roi, & le P. Anthelme, chartreux. On y repréſente une mouche, *muſca*, dans les cartes d'Hévélius 1690, dans le planiſphère anglois de Senex, & dans la premiere planche de l'Atlas de Flamſteed. (*D. L.*)

FLEUVE, ſ. m. (*Hydr.*) *flumen*, ſe dit d'un amas conſidérable d'eau qui partant de quelque ſource, coule dans un lit vaſte & profond, pour aller ordinairement ſe jetter dans la mer.

Si une eau courante n'eſt pas aſſez forte pour porter de petits bateaux, on l'appelle en latin *rivus*, en françois ordinairement *ruiſſeau* ; ſi elle eſt aſſez forte pour porter bateau, on l'appelle *riviere* ; en latin *amnis* ; enfin ſi elle peut porter de grands bateaux, on l'appelle en latin *flumen*, en françois *fleuve*. La différence de ces dénominations n'eſt, comme l'on voit, que du plus au moins. Quelques auteurs prétendent que l'on ne doit donner le nom de *fleuves* qu'aux rivieres qui ſe déchargent immédiatement dans la mer ; en effet, l'uſage ſemble avoir aſſez généralement établi cette dénomination. D'autres, mais en plus petit nombre, prétendent qu'il n'y a de vrais *fleuves* que ceux qui ont le même nom depuis leur ſource juſqu'à leur embouchure.

Nous traiterons, dans cet article, de l'origine des *fleuves*, de leur direction, de leurs variations, de leur débordement, de leur cours, *&c.*

Origine des fleuves. Les ruiſſeaux ou petites rivières viennent quelquefois d'une grande quantité de pluies ou de neiges fondues, principalement dans les lieux remplis de montagnes, comme on en voit dans l'Afrique, les Indes, l'iſle de Sumatra, *&c.* mais, en général, les *fleuves* & les rivières viennent de ſources. L'origine des ſources elles-mêmes vient auſſi, ſoit des vapeurs qui retombent ſur le ſommet des montagnes, ſoit des eaux de pluie ou de neige fondue qui ſe filtrent à travers les entrailles de la terre, juſqu'à ce qu'elles trouvent une eſpèce de baſſin où elles s'amaſſent.

M. Halley a fait voir, *num. 192 de Tranſact. Philoſophiq.* que les vapeurs élevées de la ſurface de la mer, & tranſportées par le vent ſur la terre, ſont plus que ſuffiſantes pour former toutes les rivières, & entretenir les eaux qui ſont à la ſurface de la terre. On ſait, en effet, par différentes expériences, qu'il tombe par an ſur la ſurface de la terre, une couche d'eau, dont l'épaiſſeur moyenne eſt de 29 pouces, ſelon Muſſchenbroëk ; or cette évaporation eſt plus que ſuffiſante pour produire la quantité d'eau que les *fleuves* portent à la mer. M. de Buffon, dans le *premier volume de ſon Hiſtoire naturelle*, pag. 356, trouve par un calcul aſſez plauſible, d'après Jean Keil, que dans l'eſpace de 812 ans toutes les rivières enſemble rempliroient l'Océan : d'où il conclut que la quantité d'eau qui s'évapore de la mer, & que les vents tranſportent ſur la terre pour produire les ruiſſeaux & les *fleuves*, eſt d'environ les deux tiers d'une ligne par jour, ou 21 pouces par an, ce qui eſt encore au-deſſous de 29 pouces dont on vient de parler, & confirme ce que nous avançons ici, que les vapeurs de la mer ſont plus que ſuffiſantes pour produire les *fleuves*.

Les *fleuves* ſont formés par la réunion de pluſieurs rivières, ou viennent de lacs. Parmi tous les grands *fleuves* connus, comme le Rhin, l'Elbe, *&c.* il n'y en a pas un qui vienne d'une ſeule & unique ſource. Le Volga, par exemple, eſt formé de 200 rivières, dont 32 à 33 conſidérables, qui s'y jettent avant qu'il aille ſe jetter lui-même dans la mer Caſpienne : le Danube en reçoit à-peu-près auſſi 200, dont 30 conſidérables, en ne comptant que ces dernieres. Le Don en reçoit cinq ou ſix, le Nieper 19 ou 20, la Duine 11 ou 12 : & de même en Aſie, le Hoanno reçoit 34 ou 35 rivières ; le Jeniſca en reçoit plus de 60, l'Oby autant, le *fleuve* Amour environ 40 ; le Kian, ou le *fleuve* de Nanquin, en reçoit environ 30, le Gange plus de 20, l'Euphrate 10 ou 11, *&c.* En Afrique, le Sénégal reçoit plus de 20 rivières. Le Nil ne reçoit aucune rivière qu'à plus de 500 lieues de ſon embouchure ; la dernière qui y tombe eſt le Moraba, & de cet endroit juſqu'à ſa

source il reçoit environ 12 ou 13 rivieres. En Amérique, le *fleuve* des Amazones en reçoit plus de 60, & toutes sont considérables; le *fleuve* S. Laurent environ 40, en comptant celles qui tombent dans les lacs; le *fleuve* Missisipi plus de 40, le *fleuve* de la Plata plus de 50, *&c.*

Il y a sur la surface de la terre des contrées élevées, qui paroissent être des points de partage marqués par la nature pour la distribution des eaux. Les environs du mont Saint Gothard, sont un de ces points en Europe. Un autre point est le pays entre les provinces de Belozera & de Vologda en Moscovie, d'où descendent des *fleuves* dont les uns vont à la mer Blanche, d'autres à la mer Noire, & d'autres à la mer Caspienne; en Asie, le pays des Tartares-Mogols, d'où il coule des *fleuves* dont les uns vont se rendre dans la mer Tranquille, ou mer de la nouvelle Zemble; d'autres au golfe Linchidolin, d'autres à la mer de Gorée, d'autres à celle de la Chine; & de même le petit Thibet, dont les eaux coulent vers la mer de la Chine, vers le golfe de Bengale, vers le golfe de Cambaye, & vers le lac Aral; en Amérique, la province de Quito, qui fournit des eaux à la mer du Sud, à la mer du Nord, & au golfe du Mexique. *Hist. nat. de* M. de Buffon, *tom. I, &* Varen. *Géogr.*

Direction des fleuves. On a remarqué que, généralement parlant, les plus grandes montagnes occupent le milieu des continens; & que, dans l'ancien continent, les plus grandes chaînes de montagnes sont dirigées d'occident en orient. On verra de même que les plus grands *fleuves* sont dirigés comme les plus grandes montagnes. On trouvera, qu'à commencer par l'Espagne, le Vigo, le Douro, le Tage & la Guadiana, vont d'orient en occident, & l'Ebre d'occident en orient; & qu'il n'y a pas une riviere remarquable qui aille du sud au nord, ou du nord au sud.

On verra aussi, en jettant les yeux sur la carte de la France, qu'il n'y a que le Rhône qui soit dirigé du nord au midi; & encore, dans près de la moitié de son cours, depuis les montagnes jusqu'à Lyon, est-il dirigé de l'orient vers l'occident: mais qu'au contraire tous les autres grands *fleuves*, comme la Loire, la Charente, la Garonne, & même la Seine, ont leur direction d'orient en occident.

On verra de même qu'en Allemagne il n'y a que le Rhin qui, comme le Rhône, a la plus grande partie de son cours du midi au nord; mais que les autres grands *fleuves*, comme le Danube, la Drave, & toutes les grandes rivieres qui tombent dans ces *fleuves*, vont d'occident en orient se rendre dans la mer Noire.

On trouvera aussi que l'Euphrate est dirigé d'occident en orient, & que presque tous les *fleuves* de la Chine vont de même d'occident en orient. Il en est ainsi de tous les *fleuves* de l'intérieur de l'Afrique au-delà de la Barbarie; ils coulent tous d'orient en occident, ou d'occident en orient: il n'y a que les rivieres de Barbarie & le Nil qui coulent du midi au nord. A la vérité, il y a de grands *fleuves* en Asie qui coulent en partie du nord au midi, comme le Don, le Volga, *&c.* mais en prenant la longueur entiere de leurs cours, on verra qu'ils ne se tournent du côté du midi, que pour se rendre dans la mer Noire & dans la mer Caspienne, qui sont des lacs dans l'intérieur des terres.

Dans l'Amérique, les principaux *fleuves* coulent de même d'orient en occident, ou d'occident en orient: les montagnes sont, au contraire, dirigées nord & sud dans ce continent long & étroit; mais, selon M. de Buffon, c'est proprement une suite de montagnes paralleles, disposées d'orient en occident. *Hist. nat. génér. & partic. tom. I, pag.* 334 *& suiv.*

Phénomenes & variations des fleuves. Les *fleuves* sont sujets à de grands changemens dans une même année, suivant les différentes saisons, & quelquefois dans un même jour. Ces changemens sont occasionnés pour l'ordinaire par les pluies & les neiges fondues. Par exemple, dans le Pérou & le Chili il y a des *fleuves* qui ne sont presque rien pendant la nuit, & qui ne coulent que de jour, parce qu'ils sont alors augmentés par la fonte des neiges qui couvrent les montagnes. De même le Volga grossit considérablement pendant les mois de mai & de juin, de sorte qu'il couvre alors entierement des sables qui sont à sec tout le reste de l'année. Le Nil, le Gange, l'Inde, *&c.* grossissent souvent jusqu'à déborder; & cela arrive tantôt dans l'hiver, à cause des pluies; tantôt en été, par la fonte des neiges.

Il y a des *fleuves* qui s'enfoncent brusquement sous terre au milieu de leur cours, & qui reparoissent ensuite dans d'autres lieux, comme si c'étoit de nouveaux *fleuves*: ainsi, quelques auteurs prétendent que le Niger vient du Nil par-dessous terre, parce que ce *fleuve* grossit en même-tems que le Nil, sans qu'on puisse trouver d'autre raison que la communication mutuelle de ces *fleuves*, pour expliquer pourquoi ils grossissent en même-tems. On remarque encore que le Niger, quand il vient au pied des montagnes de Nubie, s'enfonce & se cache sous ces montagnes, pour reparoître de l'autre côté vers l'occident. Le Tigre se perd de même sous le mont Taurus.

Aristote & les poëtes anciens font mention de différens *fleuves*, à qui la même chose arrive. Parmi ces *fleuves*, le *fleuve* Alphée est principalement célebre. Les auteurs grecs prétendent que ce *fleuve*, après s'être enfoncé en terre & avoir disparu, continuoit à couler sous la terre & la mer, pour aller jusqu'en Sicile; que là il reparoissoit auprès de Syracuse, pour former la fontaine d'Aréthuse. La raison de cette opinion des anciens étoit que tous les cinq ans, pendant l'été, la fontaine d'Aréthuse étoit couverte de fumier, dans le temps même qu'on célébroit en Grece les jeux olympiques, &

qu'on jettoit dans l'Alphée le fumier des victimes.

Le Guadalquivir en Espagne, la rivière de Gottenburg en Suède, & le Rhin même, se perdent dans la terre. On assure que, dans la partie occidentale de l'isle de Saint-Domingue, il y a une montagne d'une hauteur considérable, au pied de laquelle sont plusieurs cavernes où les rivières & les ruisseaux se précipitent avec tant de bruit, qu'on les entend de sept ou huit lieues. *Voyez* Varenii, *Geograph. gener.* pag. 43.

Au reste, le nombre de ces *fleuves* qui se perdent dans le sein de la terre est fort petit, & il n'y a pas d'apparence que ces eaux descendent bien bas dans l'intérieur du globe; il est plus vraisemblable qu'elles se perdent, comme celles du Rhin, en se divisant dans les sables, ce qui est fort ordinaire aux petites rivières qui arrosent les terreins secs & sablonneux: on en a plusieurs exemples en Afrique, en Perse, en Arabie, *&c. Hist. Nat. ibid.*

Quelques *fleuves* se déchargent dans la mer par une seule embouchure, quelques autres par plusieurs à-la-fois. Le Danube se jette dans la mer Noire par sept embouchures; le Nil s'y jettoit autrefois par sept, dont il n'y en a plus aujourd'hui que deux qui soient navigables; & le Volga par 70 au-moins. La cause de cette quantité d'embouchures vient, selon Varénius, des bancs de sable qui sont en cet endroit, & qui s'augmentant peu-à-peu, forment des isles qui divisent le *fleuve* en différens bras. Les anciens nous assurent que le Nil n'avoit d'abord qu'une seule embouchure naturelle par laquelle il se déchargeoit dans la mer, & que ses six autres embouchures étoient artificielles.

Il y a dans l'ancien continent environ 430 *fleuves* qui tombent immédiatement dans l'Océan, ou dans la Méditerranée & la mer Noire; &, dans le nouveau continent, on ne connoît guère que 180 *fleuves* qui tombent immédiatement dans la mer. Au reste, on n'a compris dans ce nombre que des rivières grandes au moins comme l'est la Somme en Picardie.

Les *fleuves* sont plus larges à leur embouchure, comme tout le monde sait; mais ce qui est singulier, c'est que les sinuosités de leur cours augmentent à mesure qu'ils approchent de la mer. On prétend qu'en Amérique les sauvages jugent par ce moyen à quelle distance ils sont de la mer.

Sur le remous des *fleuves*, *voyez* REMOUS; sur leurs cataractes, *voyez* CATARACTE.

Varénius prétend, & tâche de prouver, que tous les lits des *fleuves*, si on en excepte ceux qui ont existé dès la création, sont artificiels, & creusés par les hommes. La raison qu'il en donne, est que quand une nouvelle source sort de la terre, l'eau qui en coule ne se fait point un lit, mais inonde les terres adjacentes; de sorte que les hommes, pour conserver leurs terres, ont vraisemblablement été obligés de creuser un lit aux *fleuves*. Cet auteur ajoute qu'il y a d'ailleurs un grand nombre de *fleuves* dont les lits ont été certainement creusés par les hommes, comme l'histoire ne permet pas d'en douter. A l'égard de la question, si les rivières qui se jettent dans d'autres y ont été portées par leur cours & leur mouvement naturel, ou ont été forcées de s'y jetter étant détournées dans des canaux creusés pour cela, Varénius croit ce dernier sentiment plus probable; il pense aussi la même chose des différens bras des *fleuves* & des contours par lesquels le Tanaïs, le Volga, *&c.* forment des isles.

Il examine ensuite pourquoi il n'y a point de *fleuves* dont l'eau soit salée, tandis qu'il y a tant de sources qui le sont. Cela vient, selon lui, de ce que les hommes n'ont point creusé de lit pour les eaux des sources salées, pouvant se procurer le sel à moins de frais & avec moins de peine.

Plusieurs *fleuves* ont leurs eaux imprégnées de particules métalliques, minérales, de corps gras & huileux, *&c.* Il y en a qui roulent du sable mêlé avec des grains d'or: de ce nombre sont 1.° un *fleuve* du Japon: 2.° un autre *fleuve* dans l'isle Lequeo, proche le Japon: 3.° une rivière d'Afrique appellée *Arroe*, qui sort du pied des montagnes de la Lune où il y a des mines d'or: 4.° un *fleuve* de Guinée, dont les nègres séparent le sable d'avec l'or qu'il renferme, & le vendent ensuite aux européens qui vont en Guinée pour faire ce trafic: 5.° quelques rivières proche la ville de Mexique, dans lesquelles on trouve de grains d'or, principalement après la pluie; ce qui est général pour tous les autres *fleuves* qui roulent de l'or, car on n'y en trouve une quantité un peu considérable que dans les saisons pluvieuses: 6.° plusieurs rivières du Pérou, de Sumatra, de Cuba, de la Nouvelle-Espagne, & de Guiana. Enfin dans les pays voisins des Alpes, principalement dans le Tirol, il n'y a que quelques rivières des eaux desquelles on tire de l'or, quoique les grains d'or qu'elles roulent ne paroissent point aux yeux. Le Rhin, dans quelques endroits, porte, dit-on, un limon chargé d'or. En France, nous avons quelques rivières, comme l'Arriège, qui roulent des paillettes d'or. M. de Réaumur a donné à l'académie des sciences un mémoire sur ce sujet, en l'année 1721.

A l'égard des *fleuves* qui roulent des grains d'argent, de fer, de cuivre, de plomb, il y en a, sans doute, aussi un grand nombre de cette espèce, & les vertus médicinales des eaux minérales viennent, pour la plupart des parties métalliques que ces eaux renferment. Nous ne devons pas oublier de parler d'un *fleuve* d'Allemagne qu'on prétend avoir la propriété de changer le fer en cuivre. La vérité est pourtant que le fer n'est point réellement converti en un autre métal par les eaux de ce *fleuve*; mais que les particules de cuivre & de vitriol qu'elles contiennent, rongent le fer, en désunissent les parties au moyen du mouvement des

eaux, & reparoissent à la place des parties du fer qu'elles ont divisées.

Le mélange des différentes matières que contiennent les eaux des *fleuves*, est ce qui constitue leurs différentes qualités, leurs différentes pesanteurs spécifiques, leurs différentes couleurs.

Débordement périodique de certains fleuves. Il y a des *fleuves* qui grossissent tellement dans certaines saisons de l'année, qu'ils débordent & inondent les terres adjacentes. Parmi tous ces *fleuves*, le plus célèbre est le Nil, qui s'enfle si considérablement qu'il inonde toute l'Egypte, excepté les montagnes. L'inondation commence vers le 17 juin, & augmente pendant environ 40 jours, puis diminue pendant 40 autres; durant ce tems les villes d'Egypte, qui sont bâties sur des montagnes, paroissent comme autant d'isles.

C'est à ces inondations que l'Egypte doit sa fertilité; car il ne pleut point dans ce pays, ou au moins il n'y pleut que fort peu. Ainsi, chaque année est fertile ou stérile en Egypte, selon que l'inondation est plus grande ou moindre. La cause du débordement du Nil vient des pluies qui tombent en Ethiopie; elles commencent au mois d'avril, & ne finissent qu'en septembre; durant les trois premiers mois le ciel est serein pendant le jour, mais il pleut toute la nuit. Les pluies de l'Abyssynie contribuent aussi à ce débordement; mais le vent du nord en est la cause principale: 1.° parce qu'il chasse les nuages qui portent cette pluie du côté de l'Abyssinie: 2.° parce qu'il fait refouler les eaux du Nil à leur embouchure. Aussi, dès que ce vent tourne au sud, le Nil perd en un jour ce qu'il avoit acquis dans quatre.

Les autres *fleuves* qui ont des débordemens considérables dans certains tems marqués sont, 1.° Le Niger qui déborde dans le même tems que le Nil. Leon l'africain dit que ce débordement commence vers le 15 juin, qu'il augmente durant 40 jours, & qu'il diminue ensuite pendant 40 autres. 2.° Le Zaire, *fleuve* du royaume de Congo, qui vient du même lac que le Nil, & qui, par conséquent, doit être sujet aux mêmes inondations. 3.° Le Rio de la Plata dans le Bresil, qui, selon la remarque de Maffée, déborde dans le même tems que le Nil. 4.° Le Gange, l'Indus; le dernier de ces *fleuves* déborde en juin, juillet, août; & les habitans du pays recueillent alors une grande quantité de ses eaux dans des étangs, pour s'en servir le reste de l'année. 5.° Différens *fleuves* qui sortent du lac de Chiamay dans la baie de Bengale, & qui débordent en septembre, octobre & novembre. Les inondations de tous ces *fleuves* fertilisent les terres qui en sont voisines. 6.° Le *fleuve* Macoa en Camboya, le *fleuve* Parana ou Paranaguasa, que quelques-uns prétendent être le même que le *fleuve* d'Argent: différens *fleuves* sur la côte de Coromandel dans l'Inde, qui débordent dans les mois pluvieux de l'année, parce qu'ils sont alors grossis par les eaux qui coulent du mont Gatis: l'Euphrate, qui inonde la Mésopotamie certains jours de l'année: enfin le *fleuve* Sus en Numidie.

« Les plus grands *fleuves* de l'Europe sont le Volga, qui a environ 650 lieues de cours depuis Reschow jusqu'à Astracan sur la mer Caspienne; le Danube dont le cours est d'environ 450 lieues depuis les montagnes de Suisse jusqu'à la mer Noire; le Don, qui a 400 lieues de cours depuis la source du Sosna qu'il reçoit, jusqu'à son embouchure dans la mer Noire; le Nieper, dont le cours est d'environ 350 lieues, qui se jette aussi dans la mer Noire; la Duine, qui a environ 300 lieues de cours, & qui va se jetter dans la mer Blanche, *&c.*

» Les plus grands *fleuves* de l'Asie sont le Hohanno de la Chine, qui a 850 lieues de cours en prenant sa source à Raja-Ribron, & qui tombe dans la mer de la Chine, au midi du golfe de Changi; le Jenisca de la Tartarie, qui a 800 lieues environ d'étendue depuis le lac Selinga jusqu'à la mer Septentrionale de la Tartarie; le *fleuve* Oby, qui a environ 600 lieues depuis le lac Kila jusques dans la mer du nord, au-delà du détroit de Waigats; le *fleuve* Amour de la Tartarie orientale, qui a environ 575 lieues de cours, en comptant depuis la source du *fleuve* Kerlon qui s'y jette, jusqu'à la mer de Kamschatka, où il a son embouchure; le *fleuve* Menamcon, qui a son embouchure à Poulo-Condor, & qu'on peut mesurer depuis la source du Longmu qui s'y jette; le *fleuve* Kian, dont le cours est environ de 550 lieues en le mesurant depuis la source de la rivière Kinxa qui le reçoit, jusqu'à son embouchure dans la mer de la Chine; le Gange, qui a aussi environ 550 lieues de cours; l'Euphrate qui en a 500, en le prenant depuis la source de la rivière Irma qu'il reçoit; l'Indus, qui a environ 400 lieues de cours, & qui tombe dans la mer d'Arabie à la partie occidentale de Guzarat; le *fleuve* Sirderoias, qui a une étendue de 400 lieues environ, & qui se jette dans le lac Aral.

» Les plus grands *fleuves* de l'Afrique sont le Sénégal, qui a 1125 lieues environ de cours en y comprenant le Niger, qui n'en est en effet qu'une continuation, & en remontant le Niger jusqu'à la source du Gombarou qui se jette dans le Niger; le Nil, dont la longueur est de 970 lieues, & qui prend sa source dans la haute Ethiopie, où il fait plusieurs contours: il y a aussi le Zaire & le Coanza, desquels on connoît environ 400 lieues, mais qui s'étendent bien plus loin dans les terres du Monoemugi; le Couama, dont on ne connoît aussi qu'environ 400 lieues, & qui vient de plus loin des terres de la Cafrerie; le Quilmanci, dont le cours entier est de 400 lieues, & qui prend sa source dans le royaume de Gingiro.

» Enfin les plus grands *fleuves* de l'Amérique, qui sont aussi les plus larges *fleuves* du monde, sont la rivière des Amazones, dont le cours est de plus de 1200 lieues, si l'on remonte jusqu'au lac qui est près de Guanuco, à 30 lieues de Lima,

où le Maragnon prend sa source; & si l'on remonte jusqu'à la source de la rivière Napo, à quelque distance de Quito, le cours de la rivière des Amazones est de plus de mille lieues. *Voyez* le *Voyage* de M. de la Condamine, *pag. 15 & 16.*

» On pourroit dire que le cours du *fleuve* S. Laurent en Canada est de plus de 900 lieues depuis son embouchure en remontant le lac Ontario & le lac Erié, de-là au lac Huron, ensuite au lac Supérieur, de-là au lac Alemipigo, au lac Christinaux, & enfin au lac des Assiniboils: les eaux de tous ces lacs tombent les unes dans les autres, & enfin dans le *fleuve* S. Laurent.

» Le *fleuve* Mississipi a plus de 700 lieues d'étendue depuis son embouchure jusqu'à quelques-unes de ses sources, qui ne sont pas éloignées du lac des Assiniboils, dont nous venons de parler.

» Le *fleuve* de la Plata a plus de 800 lieues depuis son embouchure jusqu'à la source de la rivière Parna qu'il reçoit.

» Le *fleuve* Orénoque a plus de 575 lieues de cours, en comptant depuis la source de la rivière Caketa près de Pasto, qui se jette en partie dans l'Orénoque, & coule aussi en partie vers la rivière des Amazones. *Voyez* la *Carte* de M. de la Condamine.

» La rivière Madera qui se jette dans celles des Amazones, a plus de 660 ou 670 lieues.» *Histoire nat. tom. I, pag. 352 & suiv.*

Les *fleuves* les plus rapides de tous, sont le Tigre, l'Indus, le Danube, l'Yrtis en Sibérie, le Malmistra en Cilicie, *&c. Voyez* Varenii *géograph. pag. 178.* Mais, comme nous le dirons plus bas, la mesure de la vîtesse des eaux d'un *fleuve* dépend de deux causes; la première est la pente, & la seconde le poids & la quantité d'eau: en examinant sur le globe, quels sont les *fleuves* qui ont le plus de pente, on trouvera que le Danube en a beaucoup moins que le Pô, le Rhin & le Rhône, puisque tirant quelques-unes de ses sources des mêmes montagnes, le Danube a un cours beaucoup plus long qu'aucun de ces trois autres *fleuves*, & qu'il tombe dans la mer Noire, qui est plus élevée que la Méditerranée, & peut-être plus que l'Océan. *Ibid.*

Loix du mouvement des fleuves & rivières en général. Les philosophes modernes ont tâché de déterminer par des loix précises le mouvement & le cours des *fleuves*; pour cela, ils ont appliqué la géométrie & la méchanique à cette recherche, de sorte que la théorie du mouvement des *fleuves* est une des branches de la physique moderne.

Les auteurs italiens se sont distingués dans cette partie, & c'est principalement à eux qu'on doit les progrès qu'on y a faits; entr'autres à Guglielmini, qui dans son traité *della natura de' fiumi*, a donné sur cette matiere un grand nombre de recherches & d'observations.

Les eaux des *fleuves*, selon la remarque de cet auteur, ont ordinairement leurs sources dans des montagnes ou endroits élevés; en descendant de-là elles acquièrent une vîtesse ou accélération qui sert à entretenir leur courant: à mesure qu'elles font plus de chemin, leur vîtesse diminue, tant à cause du frottement continuel de l'eau contre le fond & les côtés du lit où elles coulent, que par rapport aux autres obstacles qu'elles rencontrent, & enfin parce qu'elles arrivent après un certain tems dans les plaines, où elles coulent avec moins de pente, & presque horizontalement.

Ainsi, le Reno, *fleuve* d'Italie, qui a été un de ceux que Guglielmini a le plus observé, n'a vers son embouchure qu'une pente très-petite.

Si la vîtesse que l'eau a acquise est entièrement détruite par les différens obstacles, en sorte que son cours devienne horizontal, il n'y aura plus rien qui puisse produire la continuation de son mouvement, que la hauteur de l'eau ou la pression perpendiculaire qui lui est proportionnelle. Heureusement cette dernière cause devient plus forte à mesure que la vîtesse se ralentit par des obstacles; car plus l'eau perd de la vîtesse qu'elle a acquise, plus elle s'élève & se hausse à proportion.

L'eau qui est à la surface d'une rivière, & qui est éloignée des bords, peut toujours couler par la seule & unique cause de sa déclivité, quelque petite qu'elle soit: car n'étant arrêtée par aucun obstacle, la plus petite différence dans le niveau suffit pour la faire mouvoir. Mais l'eau du fond qui rencontre des obstacles continuels, ne doit recevoir presque aucun mouvement d'une pente insensible, & ne pourra être mue qu'en vertu de la pression de l'eau qui est au-dessus.

La viscosité & la cohésion naturelle des parties de l'eau, & l'union qu'elles ont les unes avec les autres, fait que les parties inférieures, mues par la pression des supérieures, entraînent à leur tour celles-ci, qui autrement, dans un lit horizontal, n'auroient aucun mouvement, ou n'auroient qu'un mouvement presque nul, si le canal n'avoit que très-peu de pente. Ainsi, les parties inférieures, en ce cas, rendent aux supérieures une partie du mouvement qu'elles en reçoivent par la pression: de-là il arrive souvent que la plus grande vîtesse des eaux d'une rivière est au milieu de la profondeur de son lit, parce que les parties qui y sont, ont l'avantage d'être accélérées par la pression de la moitié de la hauteur, sans être retardées par le fond.

Pour savoir si l'eau d'une rivière, qui n'a presque point de pente, coule par le moyen de la vîtesse qu'elle a acquise dans sa descente, ou par la pression perpendiculaire de ses parties, il faut opposer au courant un obstacle qui lui soit perpendiculaire: si l'eau s'élève & s'enfle au-dessus de l'obstacle, sa vîtesse vient de sa chûte; si elle ne fait que s'arrêter, sa vîtesse vient de la pression de ses parties.

Les *fleuves*, selon Guglielmini, se creusent

presque tous seuls leur lit. Si le fond a originairement beaucoup de pente, l'eau acquiert en conséquence une grande vîtesse; elle doit par conséquent détruire les parties du fond les plus élevées, & les porter dans les endroits plus bas, & applanir ainsi peu-à-peu le fond en le rendant plus horizontal. Plus l'eau aura de vîtesse, plus elle creusera son fond, & plus elle se fera par conséquent un lit profond.

Quand l'eau du *fleuve* a rendu son lit plus horizontal, elle commence alors à couler elle-même horizontalement, & par conséquent agit sur le fond de son lit avec moins de force, jusqu'à ce qu'à la fin sa force devienne égale à la résistance du fond. Alors le fond demeure dans un état permanent, au moins pendant un tems considérable, & ce tems est plus ou moins long selon la qualité du sol; car l'argile & la craie, par exemple, résistent plus long-tems que le sable & le limon.

D'un autre côté, l'eau ronge continuellement les bords de son lit, & cela avec plus ou moins de force selon qu'elle les frappe plus perpendiculairement. Par cet effort continuel, elle tend à rendre les bords de son lit parallèles au courant; & quand elle a produit cet effet autant qu'il est possible, elle cesse alors de changer la figure de ses bords. En même tems que son courant devient moins tortueux, son lit s'élargit, c'est-à-dire, que le *fleuve* perd de sa profondeur, & par conséquent de la force de sa pression: ce qui continue jusqu'à ce qu'il y ait équilibre entre la force de l'eau & la résistance des bords; pour lors le *fleuve* ni les bords ne changent plus. Il est évident par l'expérience, qu'il y a réellement un tel équilibre, puisque l'on trouve que la profondeur & la largeur des rivières ne passe point certaines bornes.

Le contraire de tout ce qu'on vient de dire peut aussi quelquefois arriver. Les *fleuves* dont les eaux sont épaisses & limoneuses, doivent déposer au fond de leur lit une partie des matières hétérogènes que ces eaux contiennent, & rendre par-là leur lit moins profond. Leurs bords peuvent aussi se rapprocher par la déposition continuelle de ces mêmes matières. Il peut même arriver que ces matières étant jettées loin du fil de l'eau, entre les bords & le courant, & n'ayant presque point de mouvement, forment peu-à-peu un nouveau rivage.

Or, ces effets contraires & opposés, semblent presque toujours concourir, & se combiner différemment ensemble, selon les circonstances, aussi est-il fort difficile de juger de ce qui en doit résulter. Il est cependant nécessaire de connoître fort exactement de quelle manière ces effets se combinent, avant de faire aucun travail qui tende à produire quelque changement dans une rivière, sur-tout lorsqu'il s'agit d'en détourner le cours. Le Lamone qui se jette dans le Pô, ayant été détourné de son cours, pour se faire décharger dans la mer Adriatique, a été si fort dérangé par ce changement, & sa force si diminuée, que ses eaux, abandonnées à elles-mêmes, ont prodigieusement élevé leur lit par la déposition continuelle de leur limon; de manière que cette rivière est devenue beaucoup plus haute que n'est le Pô dans le tems de sa plus grande hauteur, & qu'il a fallu opposer au Lamone, des levées & des digues très-hautes pour en empêcher le débordement. *Voyez* DIGUE.

Un petit *fleuve* peut entrer dans un grand, sans en augmenter, au moins sensiblement, la largeur ni la profondeur. La raison de ce paradoxe est, que l'adition des eaux du petit *fleuve* peut ne produire d'autre effet, que de mettre en mouvement les parties qui étoient auparavant en repos proche des bords du grand, & rendre ainsi la vîtesse du courant plus grande, à-peu-près, en même proportion que la quantité d'eau qui y passe. Ainsi, le bras du Pô qui passe à Venise, quoiqu'augmenté du bras de Ferrare & de celui du Panaro, ne reçoit point d'accroissement sensible dans aucune de ses dimensions. La même chose peut se conclure, proportion gardée, de toutes les augmentations que l'eau d'un *fleuve* peut recevoir, soit par l'eau d'une rivière qui s'y jette, soit de quelqu'autre manière.

Un *fleuve* qui se présente pour entrer dans un autre, soit perpendiculairement, soit même dans une direction opposée au courant de celui où il entre, est détourné peu-à-peu & par degrés de cette direction, & forcé de couler dans un lit nouveau & plus favorable par l'union de deux rivières.

L'union de deux rivières en une, doit les faire couler plus vîte, par la raison, qu'au lieu du frottement de quatre rivages, il n'y a plus que le frottement de deux à surmonter, & que le courant étant plus éloigné des bords, coule avec plus de facilité; outre que la quantité d'eau étant plus grande & coulant avec plus de vîtesse, doit creuser davantage le lit, & même le rendre si profond que les bords se rapprochent. De-là il arrive souvent que deux rivières étant unies, occupent moins d'espace sur la surface de la terre, & produisent par-là un avantage dans les terreins bas, par la déposition continuelle que ces terreins y font des parties bourbeuses & superflues qu'ils renferment; ils forment par ce moyen une espèce de digue à ces rivières, qui empêche les inondations.

Ces avantages sont si considérables, que Guglielmini croit que la nature les a eu en vue, en rendant la jonction & l'union des rivières si fréquente.

Tel est l'abrégé de la doctrine de Guglielmini, sur le mouvement des *fleuves*, dont M. de Fontenelle a fait l'extrait dans les *Mém. de l'Acad.* 1710.

Pour déterminer d'une manière plus précise les loix générales du mouvement des *fleuves*, nous observerons d'abord qu'un *fleuve* est dit demeurer dans le même état, ou dans un état permanent, quand il coule uniformément, de manière qu'il est toujours à la même hauteur dans le même endroit. Imaginons ensuite un plan qui coupe le *fleuve* perpendiculairement à son fond, & que nous appellerons *section du fleuve*. (*Voyez planches hyd. fig. 26.*)

Cela posé, quand un *fleuve* est terminé par des bords unis, parallèles l'un à l'autre & perpendiculaires à l'horizon, & que le fond est aussi une surface plane, horizontale ou inclinée, la section sera des angles droits avec ces trois plans, & sera un parallélogramme.

Or, lorsqu'un *fleuve* est dans un état permanent, la même quantité d'eau coule en même tems dans chaque section. Car l'état du courant ne seroit pas permanent, s'il ne repassoit pas toujours à chaque endroit autant d'eau qu'il vient de s'en écouler. Ce qui doit avoir lieu, quelle que soit l'irrégularité du lit, qui peut produire dans le mouvement du *fleuve* différens changemens à d'autres égards, par exemple, un plus grand frottement, à proportion de l'inégalité du lit.

Les irrégularités qui se rencontrent dans le mouvement d'une rivière, peuvent varier à l'infini; & il n'est pas possible de donner là-dessus des règles. Pour pouvoir déterminer la vîtesse générale d'un *fleuve*, il faut mettre à part toutes les irrégularités, & n'avoir égard qu'au mouvement général du courant.

Supposons donc que l'eau coule dans un lit régulier, sans aucun frottement sensible, & que le lit soit terminé par des côtés plans, parallèles l'un à l'autre, & verticaux; enfin, que le fond soit aussi une surface plane & inclinée à l'horizon. Soit AE le lit dans lequel l'eau coule, venant d'un réservoir plus grand, & supposons que l'eau du réservoir soit toujours à la même hauteur, en sorte que le courant de la rivière soit dans un état permanent: l'eau descend de son lit comme sur un plan incliné, & s'y accélère continuellement; & comme la quantité d'eau qui passe par chaque section dans le même tems, doit être la même par tout, il s'ensuit que la hauteur de l'eau doit diminuer à mesure qu'elle s'éloigne du réservoir, & que sa surface doit prendre la figure iqs, terminée par une ligne courbe iqs, qui s'approche toujours de plus en plus de CE.

Pour déterminer la vîtesse de l'eau dans les différens endroits de son lit, supposons que l'origine du lit, $ABCD$, soit fermée par un plan: si on fait un trou dans ce plan, l'eau jaillira plus ou moins loin du trou, selon que le trou sera plus ou moins distant de la surface de l'eau du réservoir hi; & la vîtesse avec laquelle l'eau jaillira, sera égale à celle qu'acquèreroit un corps pesant en tombant de la surface de l'eau jusqu'au trou; ce qui vient de la pression de l'eau qui est au-dessus du trou: la même pression, & par conséquent la même force motrice subsiste quand l'obstacle AC est ôté, & chaque particule de l'eau coule dans le lit avec une vîtesse égale à celle qu'elle auroit acquise en tombant de la surface de l'eau jusqu'à la profondeur où est cette particule. Chaque particule se meut donc comme sur un plan incliné, avec un mouvement accéléré, & de la même manière que si, tombant verticalement, elle avoit continué son mouvement à la même profondeur au-dessous de la surface de l'eau, à compter du réservoir de la rivière.

Donc, si on tire la ligne horizontale it, les particules de l'eau auront en r la même vîtesse qu'acquerroit un corps, qui tombant de la hauteur IC, parcouroit la ligne Cr; vîtesse qui est égale à celle qu'acquerroit un corps en tombant le long de tr. Par conséquent on peut déterminer en quelqu'endroit que ce soit la vîtesse du courant, en tirant de cet endroit une perpendiculaire au plan horizontal, que l'on conçoit passer par la surface de l'eau du réservoir de la rivière; la vîtesse qu'un corps acquerroit, en tombant de la longueur de cette perpendiculaire, est égale à la vîtesse de l'eau qu'on cherche, & cette vîtesse est par conséquent d'autant plus grande, que la perpendiculaire est plus grande. D'un point quelconque, comme r, tirez rs perpendiculaire au fond du lit, cette ligne mesurera la hauteur ou la profondeur de la rivière. Puisque rs est inclinée à l'horizon, si des différens points de cette ligne on tire des perpendiculaires à it, elles seront d'autant plus courtes qu'elles seront plus distantes de r, & la plus courte de toutes sera su; par conséquent les vîtesses des parties de l'eau dans la ligne rs, sont d'autant moindres qu'elles sont plus proches de la surface de la rivière, & d'autant plus grandes qu'elles en sont plus éloignées.

Cependant la vîtesse de ces parties approche de plus en plus de l'égalité, à mesure que la riviere fait plus de chemin: car les quarrés de ces vîtesses sont comme rt à su; or la différence de ces lignes diminue continuellement à mesure que la rivière s'éloigne de son origine, parce que la profondeur rs diminue aussi continuellement à mesure que ces lignes augmentent. Donc, puisque la différence des quarrés des vîtesses diminue continuellement, à plus forte raison la différence des vîtesses doit diminuer aussi, puisqu'un quarré est toujours en plus grand rapport avec un quarré plus petit que les racines de ces quarrés ne le sont entr'elles.

Si l'inclinaison du fond est changée à l'origine de la rivière, que le fond, par exemple, devienne yz, & qu'une plus grande quantité d'eau coule dans le lit, le lit deviendra plus profond dans toute la longueur de la rivière, mais la vîtesse de l'eau ne changera point. Car cette vîtesse ne dépend point de la profondeur de l'eau dans la rivière, mais de la distance qu'il y a de la particule

ticule mue, au plan horizontal, qui passant par l'origine, est continué au-dessus de cette particule; & cette distance est mesurée par la perpendiculaire *rt* ou *su* : or ces lignes ne sont point changées par la quantité d'eau plus ou moins grande qui coule dans le lit, pourvu que l'eau demeure à la même hauteur dans le réservoir.

Supposons que la partie supérieure du lit soit fermée par quelque obstacle, comme *X*, qui descende un peu au-dessous de la surface de l'eau; comme l'eau n'a pas en cet endroit la liberté de couler à sa partie supérieure, elle doit s'y élever; mais la vîtesse de l'eau au-dessous de la cataracte n'augmentera point; & l'eau qui vient continuellement, doit s'élever toujours de plus en plus, de manière qu'à la fin elle déborde, ou au-dessus de l'obstacle, ou au-dessus de ses bords. Si on élevoit les bords aussi-bien que l'obstacle, l'eau s'élèveroit à une hauteur au-dessus de *it*; jusqu'à ce que cela arrive, la vîtesse de l'eau ne peut augmenter, mais quand une fois l'eau se sera élevée au-dessus de *it*, la hauteur de l'eau dans le réservoir sera augmentée. Car comme on suppose que la rivière est dans un état permanent, il faut nécessairement qu'il entre continuellement autant de nouvelle eau dans le réservoir, qu'il s'en échappe pour couler dans le lit : si donc il coule moins d'eau dans le lit, la hauteur de l'eau doit augmenter dans le réservoir, jusqu'à ce que la vîtesse de l'eau qui coule au-dessous de l'obstacle soit tellement augmentée, qu'il coule pardessous l'obstacle autant d'eau qu'il en couloit auparavant dans le lit, lorsqu'il étoit libre.

Voilà la théorie de Guglielmini sur la vîtesse des rivières, théorie purement mathématique, & que les circonstances physiques doivent altérer beaucoup. Avant que d'entrer là-dessus, dans quelque détail, je remarquerai 1.° que dans mes *Réflexions sur la cause générale des vents*, Paris, 1747, j'ai démontré, *pag.* 179, qu'un fluide qui, par une cause quelconque, se mouvroit horizontalement & uniformément entre deux bords verticaux, ne devroit pas toujours s'accélérer dans les endroits où son lit viendroit à se rétrécir; mais que suivant le rapport de sa profondeur avec l'espace qu'il parcourroit dans une seconde, il devroit tantôt s'abbaisser dans ces endroits, tantôt s'y élever; que dans ce dernier cas, il augmenteroit plus en hauteur en s'élevant, qu'il ne perdroit en largeur; & que par conséquent au lieu d'accélérer sa vîtesse, il devroit au contraire la ralentir, puisque l'espace par lequel il devroit passer, seroit augmenté réellement au lieu d'être diminué.

Je remarquerai 2.° que dans mon *Essai de la résistance des fluides*, Paris, 1752, j'ai donné le premier une méthode générale pour déterminer mathématiquement la vîtesse d'un *fleuve* en un endroit quelconque; méthode qui demande une analyse très-compliquée, quand on veut faire entrer dans le problême toutes ses circonstances, quoiqu'on fasse même abstraction du physique. *Voyez* l'ouvrage cité *art.* 156 *& suiv.*

Le mouvement des eaux dans le cours des *fleuves*, s'écarte considérablement de la théorie géométrique. 1.° Non-seulement la surface d'un *fleuve* n'est pas de niveau d'un bord à l'autre; mais même le milieu est souvent plus élevé que les deux bords; ce qui vient de la différence de vîtesse entre l'eau du milieu du *fleuve*, & les bords. 2.° Lorsque les *fleuves* approchent de leur embouchure, l'eau du milieu est au contraire souvent plus basse que celle des bords, parce que l'eau des bords ayant moins de vîtesse, est plus refoulée par la marée. *Voyez* Flux. 3.° La vîtesse des eaux ne suit pas à beaucoup près la proportion de la pente; un *fleuve* qui a plus de pente qu'un autre, coule plus vîte dans une plus grande raison que celle de la pente : cela vient de ce que la vîtesse d'un *fleuve* dépend encore plus de la quantité de l'eau & du poids des eaux supérieures, que de la pente. M. Kuhn, dans sa *Dissertation sur l'origine des fontaines*, s'est donc trompé en jugeant de la pente des *fleuves* par leur vîtesse, & en croyant, par exemple sur ce principe, que la source du Danube est de deux milles d'Allemagne plus élevée que son embouchure, *&c.* 4.°. Les ponts, les levées & les autres obstacles qu'on établit sur les rivières, ne diminuent pas considérablement la vîtesse totale du cours de l'eau, parce que l'eau s'élève à la rencontre de l'avant-bec d'un pont, ce qui fait qu'elle agit davantage par son poids pour augmenter la vîtesse du courant entre les piles. 5.° Le moyen le plus sûr de contenir un *fleuve*, est en général de retrécir son canal, parce que sa vîtesse par ce moyen est augmentée, & qu'il se creuse un lit plus profond; par la même raison, on peut diminuer ou arrêter quelquefois les inondations d'une rivière, non en y faisant des saignées, mais en y faisant entrer une autre rivière, parce que l'union des deux rivières les fait couler l'une & l'autre plus vîte, comme on l'a dit ci-dessus. 6°. Lorsqu'une rivière grossit, la vîtesse augmente jusqu'à ce que la rivière déborde : alors la vîtesse diminue, sans doute parce que le lit est augmenté en plus grande portion que la quantité d'eau. C'est par cette raison que l'inondation diminue proche l'embouchure, parce que c'est l'endroit où les eaux ont le plus de vîtesse.

De la mesure de la vîtesse des fleuves. Les physiciens & les géomètres ont imaginé pour cela différens moyens. Guglielmini en propose un dans ses ouvrages, qui nous paroît trop composé & trop peu certain. *Voyez* son traité *della natura de' fiumi*, & son *aquarum fluentium mensura.* Parmi les autres moyens, un des plus simples est celui du pendule. On plonge un pendule dans l'eau courante, & on juge de la vîtesse de l'eau par

la quantité à laquelle le poids s'élève, c'est-à-dire, par l'angle que le fil fait avec la verticale. Mais cette méthode paroît meilleure pour comparer ensemble les vîtesses de deux *fleuves*, que pour avoir la vîtesse absolue de chacun. Les tangentes des angles sont à la vérité entr'elles, comme les quarrés des vîtesses, & cette règle est assez sûre: mais il n'est pas aussi facile de déterminer directement la vîtesse du *fleuve* par l'angle du fil. *Voyez* l'Hydrodynamique de M. l'abbé Bossut, *Tome II, pag.* 243.

Un autre moyen est celui que M. Pitot a proposé dans les *Mémoires de l'Académie de* 1732. Il prend un tuyau recourbé, dont la partie supérieure est verticale, & l'inférieure horizontale. Il plonge cette dernière dans l'eau, en sorte que l'eau entre par la branche horizontale. Selon les loix de l'hydraulique, l'eau doit s'élever dans le tuyau vertical, à une hauteur égale à celle dont un corps pesant devroit tomber pour acquérir une vîtesse égale à celle de l'eau. Mais on sent encore que ce moyen est assez fautif : 1.° l'eau sera retardée par l'angle que forme la partie horizontale avec la verticale : 2.° elle le sera encore le long du tuyau par le frottement; ainsi, elle s'élevera moins qu'elle ne devroit suivant la théorie; & il est très-difficile de fixer le rapport entre la hauteur à laquelle elle s'élève, & celle à laquelle elle doit s'élever, parce que la théorie des frottemens est très-peu connue.

Le moyen le plus simple & le plus sûr pour connoître la vîtesse de l'eau, est de prendre un corps à-peu-près aussi pesant que l'eau, comme une boule de cire, de le jeter dans l'eau, & de juger la vîtesse de l'eau par celle de cette boule; car la boule acquiert très-promptement & presque en un instant, une vîtesse à-peu-près égale à celle de l'eau. C'est ainsi qu'après s'être épuisé en inventions sur des choses de pratique, on est forcé d'en revenir souvent à ce qui s'étoit présenté d'abord. (*O*)

FLEUVE *ou* RIVIÈRE, *fleuve d'Orion*, est le nom qu'on donne quelquefois à la constellation de l'*éridan*.

FLEXION, (*Astronom.*). Dans les instrumens qui sont grands & desquels on attend une grande précision, la flexion des barres est une chose importante à considérer : une barre de fer de 8 pieds de long, qui avoit 2 pouces 8 lignes de largeur par un bout, & 3 pouces 3 lignes par l'autre, avec 2 lignes $\frac{1}{2}$ d'épaisseur, étant posée horizontalement de champ, c'est-à-dire, dans le sens où elle devoit se courber le moins, se courboit encore de trois quarts de ligne (M. Bouguer, *figure de la terre, pag.* 191). Si l'on augmente la longueur de la barre, la *flexion* croît comme la quatrième puissance de la longueur. Pour remédier le plus qu'il est possible à un inconvénient aussi considérable, dans les grands instrumens, il est nécessaire d'employer les barres les plus larges, d'assujétir l'objectif très-fortement avec le centre, & le micromètre avec le limbe, afin que la *flexion* de l'instrument soit exactement égale à celle de la lunette; il faut aussi éviter de mettre de l'huile dans les vis, ce qui peut produire avec le tems quelque jeu dans les assemblages : enfin il faut mouvoir ces instrumens avec précaution, pour empêcher qu'ils ne changent de forme par la *flexion*, (la Condamine, *pag.* 143 *& suiv.*) On peut la mesurer avec le *sphéromètre*, instrument de M. de la Roue, où l'on distingue à l'oreille $\frac{1}{4520}$ de ligne. (*D. L.*)

FLINT-GLASS, (*Optique.*) nom anglois qui signifie verre de cailloux, & que l'on conserve dans notre langue pour exprimer le crystal d'Angleterre, ou ce beau verre blanc dont on fait des gobelets & des caraffes. Il est devenu remarquable pour les astronomes, depuis que M. Dollond le père a découvert, en 1758, la propriété qu'il a de disperser beaucoup les rayons colorés, & de produire un spectre prismatique plus grand que le verre ordinaire, dans le rapport de 3 à 2; c'est le *minium*, ou la partie métallique employée dans la fabrication du *flint-glass*, qui lui donne cette propriété. On m'a assuré qu'il y en avoit un tiers du poids total; il est très-difficile d'avoir une matière bien fondue, exempte de bulles & de stries, & propre à faire de bons objectifs de lunettes. *Voyez* la pièce de M. Libaude, dans le tome VII, des *Mémoires présentés à l'Académie par des savans étrangers*, *année* 1773. *Voyez* ACHROMATIQUE. (*D. L.*)

FLOT, ou pleine mer, *voyez* FLUX.

FLU

FLUENTE, s. m. (*Géom. transc.*) M. Neuton & les anglois appellent ainsi ce que M. Leibnitz appelle *intégrale*. *Voy.* INTÉGRALE & FLUXION.

FLUIDE, adj. pris subst. (*Hydrodyn.*), est un corps dont les parties cèdent à la moindre force, &, en lui cédant, sont aisément mues entre elles.

Il faut donc, pour constituer la fluidité, que les parties se séparent les unes des autres, & cèdent à une impression si petite, qu'elle soit insensible à nos sens; c'est ce que sont l'eau, l'huile, le vin, l'air, le mercure. La résistance des parties des *fluides* dépend de nos sens; c'est pourquoi, si nous avions le tact un million de fois plus fin qu'il n'est, pour découvrir cette résistance, il n'y a pas de doute que nous ne dussions la sentir dans plusieurs cas où nous ne pouvons à présent la remarquer, & par conséquent nous ne pourrions plus prendre pour *fluides* un assez grand nombre de corps que nous regardons aujourd'hui comme tels. De plus, pour qu'un corps soit *fluide*, il faut que chaque parcelle soit si petite, qu'elle échape à nos sens, car tant qu'on peut toucher,

ſentir ou voir les parties d'un corps ſéparément, on ne doit pas regarder ce corps comme *fluide*. La farine, par exemple, eſt compoſée de petites parties déliées qui peuvent aiſément être ſéparées les unes des autres par une impreſſion qui n'eſt nullement ſenſible; cependant tout homme qui aura une boîte remplie de farine, ne dira jamais qu'il a une boîte pleine de *fluide*, parce qu'auſſitôt qu'il y enfonce le doigt, & qu'il commence à frotter la farine entre deux doigts, il ſent à l'inſtant les parties dont elle eſt compoſée : mais, dès que cette farine devient infiniment plus fine, comme cela arrive à l'égard du chyle dans nos inteſtins, elle ſe change alors en *fluide*.

La cauſe de la fluidité paroît conſiſter en ce que les parties des *fluides* ont bien moins d'adhérence entr'elles, que n'en ont celles des corps durs ou ſolides, & que leur mouvement n'eſt point empêché par l'inégalité de la ſurface des parties, comme dans un tas de pouſſiere, de ſable, *&c.* car les particules dont les *fluides* ſont compoſés, ſont d'ailleurs de la même nature, & ont les mêmes propriétés que les particules des ſolides : cela s'apperçoit évidemment, quand on convertit les ſolides en *fluides* & les *fluides* en ſolides ; par exemple, lorſqu'on change de l'eau en glace, & qu'on met des métaux en fuſion, *&c.* En effet, on ne peut raiſonnablement révoquer en doute que les parties élémentaires de tous les corps ne ſoient de la même nature; ſavoir, des corpuſcules durs, ſolides, impénétrables, mobiles.

Si les parties d'un corps peuvent gliſſer aiſément les unes ſur les autres, ou être facilement agitées par la chaleur; ces parties, quoiqu'elles ne ſoient pas dans un mouvement actuel, pourront cependant conſtituer un corps *fluide*. Au reſte, les particules d'un pareil corps ont quelque adhérence entr'elles, comme il paroît évident par le mercure bien purgé d'air qui ſe ſoutient dans le baromètre à la hauteur de 60 ou 70 pouces ; par l'eau qui s'élève dans les tuyaux capillaires, quoiqu'ils ſoient dans le vuide ; & par les gouttes des liqueurs, qui prennent dans le vuide une figure ſphérique, comme s'il y avoit entre leurs parties quelque cohéſion réciproque, ſemblable à celle de deux marbres plans & polis. De plus, ſi les *fluides* ſont compoſés de parties qui puiſſent facilement s'embarraſſer les unes dans les autres, comme l'huile, ou qu'elles ſoient ſuſceptibles de s'unir enſemble par le froid, comme l'eau & d'autres *fluides*, ils ſe changent aiſément en des corps ſolides; mais ſi leurs particules ſont telles qu'elles ne puiſſent jamais s'embarraſſer les unes dans les autres, comme ſont celles de l'air, ni s'unir par le froid, comme celles de mercure, alors elles ne ſe fixeront jamais en un corps ſolide.

On peut conſidérer dans les *fluides* quatre choſes; 1.° leur nature ou ce qui conſtitue la fluidité, c'eſt l'objet de *l'article* Fluidité, qui appartient au Dictionnaire de Phyſique; 2.° les loix de leur équilibre; 3.° celles de leur mouvement; 4.° celles de leur réſiſtance. Nous allons entrer dans le détail de ces trois derniers objets. Nous donnerons d'abord les principes généraux, tels à-peu-près qu'on les trouve dans les auteurs d'hydraulique ; & nous ferons enſuite quelques réflexions ſur ces principes.

La théorie de l'équilibre & du mouvement des *fluides* eſt en général l'objet de l'Hydrodynamique. La preſſion & la peſanteur des corps plongés dans les *fluides* & l'action des *fluides* ſur le corps qui y ſont plongés, ſont le ſujet de l'hydroſtatique. *V.* Hydrostatique.

Les loix hydroſtatiques des *fluides* ſont, I. que les parties ſupérieures de tous les *fluides*, comme l'eau, *&c.* pèſent ſur les inférieures, ou, comme parlent quelques philoſophes, que les *fluides* pèſent en eux-mêmes ou ſur eux-mêmes.

On a ſoutenu dans les écoles un principe tout-à-fait contraire à celui-ci; mais la vérité de cette preſſion eſt à préſent démontrée par mille expériences. Il ſuffira d'en rapporter une bien ſimple. Une bouteille vuide, bien bouchée, étant plongée dans l'eau, & ſuſpendue au bas d'une balance, qu'on mette des poids dans l'autre plat de la balance, juſqu'à ce qu'elle ſoit en équilibre ; qu'on débouche enſuite la bouteille, & qu'on la rempliſſe d'eau, elle l'emportera, & fera baiſſer l'extrémité de la balance où elle eſt attachée.

Il ſuit de cette peſanteur que les ſurfaces des *fluides* qui ſont en repos, ſont planes & parallèles à l'horizon, ou plutôt que ce ſont des ſegmens de ſphère qui ont le même centre que la terre. Car, comme on ſuppoſe que les parties des *fluides* cèdent à la moindre force, elles ſeront mues par leur peſanteur, juſqu'à ce qu'aucune d'elles ne puiſſe plus deſcendre, & quand elles ſeront parvenues à cet état, le *fluide* demeurera en repos, à moins qu'il ne ſoit mis en mouvement par quelque cauſe extérieure : or il faut, pour établir ce repos, que la ſurface du *fluide* ſe diſpoſe comme nous venons de le dire. En effet, lorſqu'un corps *fluide* eſt diſpoſé de manière que tous les points de ſa ſurface forment un ſegment de ſphère concentrique à la terre, chaque particule eſt preſſée perpendiculairement à la ſurface, & n'ayant pas plus de tendance à couler vers un côté que vers un autre, elle doit reſter en repos.

II. Si un corps eſt plongé dans un *fluide* en tout ou en partie, ſa ſurface inférieure ſera preſſée de bas en haut par l'eau qui ſera au-deſſous.

On ſe convaincra de cette preſſion des *fluides* ſur la ſurface inférieure des corps qui y ſont plongés, en examinant pourquoi les corps ſpécifiquement plus légers que les *fluides*, s'élèvent à leur ſurface : cela vient évidemment de ce qu'il y a une plus forte preſſion ſur la ſurface inférieure du corps que ſa ſurface ſupérieure, c'eſt-à-dire, de ce que le corps eſt pouſſé en en-haut avec plus de force qu'il ne l'eſt en en-bas par ſa peſanteur : en effet, le corps qui tend à s'élever à la ſurface,

eſt continuellement preſſé par deux colonnes de *fluide ;* ſavoir, par une qui agit ſur ſa partie ſupérieure, & par une ſeconde qui agit ſur ſa partie inférieure. La longueur de ces deux colonnes devant être priſe depuis la ſurface ſupérieure du *fluide*, celle qui preſſe la ſurface inférieure du corps ſera plus longue de toute l'épaiſſeur du corps, & par conſéquent le corps ſera pouſſé en en-haut par le *fluide* avec une force égale au poids de la quantité de *fluide* qui ſeroit contenue dans l'eſpace que le corps occupe. Donc, ſi le *fluide* eſt plus peſant que le corps, cette dernière force, qui tend à pouſſer le corps en en-haut, l'emportera ſur la force de la peſanteur du corps qui tend à le faire deſcendre, & le corps montera.

Par-là on rend raiſon pourquoi de très-petits corpuſcules, ſoit qu'ils ſoient plus peſans ou plus légers que le *fluide* dans lequel ils ſont mêlés, s'y ſoutiendront pendant fort long-tems, ſans qu'ils s'élèvent à la ſurface du *fluide*, ni ſans qu'ils ſe précipitent au fond. C'eſt que la différence qui ſe trouve entre ces deux colonnes eſt inſenſible, & que la force, qui tend à faire monter le corpuſcule, n'eſt pas aſſez grande pour ſurmonter la réſiſtance que font les parties du *fluide* à leur diviſion.

III. La preſſion des parties ſupérieures, qui ſe fait ſur celles qui ſont au-deſſous, s'exerce également de tous côtés, & ſuivant toutes les directions imaginables, latéralement, horizontalement, obliquement & perpendiculairement. C'eſt une vérité d'expérience bien établie par M. Paſcal, dans ſon *Traité de l'équilibre des liqueurs.* Voy. *la ſuite de cet article*, où cette loi ſera développée : nous ne pouvons la prouver qu'après en avoir déduit les conſéquences ; car ce ſont ces conſéquences qu'on démontre par l'expérience, & qui aſſurent de la vérité du principe.

Toutes les parties des *fluides* étant ainſi également preſſées de tous côtés, il s'enſuit, 1.° qu'elles doivent être en repos, & non pas dans un mouvement continuel, comme quelques philoſophes l'ont ſuppoſé : 2.° qu'un corps étant plongé dans un *fluide* en eſt preſſé latéralement, & que cette preſſion eſt en raiſon de la diſtance de la ſurface du *fluide* au corps plongé : cette preſſion latérale s'exerce toujours ſuivant une ligne perpendiculaire à la ſurface du *fluide ;* ainſi, elle eſt toujours la même à la même hauteur du *fluide*, ſoit que la colonne du *fluide* ſoit oblique ou non à la ſurface du corps.

IV. Dans les tubes qui communiquent enſemble, quelle que ſoit leur grandeur, ſoit qu'elle ſoit égale ou inégale, & quelle que ſoit leur forme, ſoit qu'elle ſoit droite, angulaire ou recourbée, un même *fluide* s'y élévera à la même hauteur, & réciproquement.

V. Si un *fluide* s'élève à la même hauteur dans deux tyaux qui communiquent enſemble, le *fluide* qui eſt dans un des tuyaux, eſt en équilibre avec le *fluide* qui eſt dans l'autre.

Car, 1.° ſi les tuyaux ſont de même diamètre, & que les colonnes des *fluides* aient la même baſe & la même hauteur, elles ſeront égales ; conſéquemment leurs peſanteurs ſeront auſſi égales, & ainſi elles agiront l'une ſur l'autre avec des forces égales : 2.° ſi les tuyaux ſont inégaux en baſe & en diamètre, ſuppoſons que la baſe de *GI* (*Pl. d'hydrodyn. fig.* 27) ſoit quadruple de la baſe de *HK*, & que le *fluide* deſcende dans le plus large tuyau de la hauteur d'un pouce, comme de *L* en *O :* il s'élevera donc de quatre pouces dans l'autre tuyau, comme de *M* en *N.* Donc la vîteſſe du *fluide* qui ſe meut dans le tuyau *HK*, eſt à celle du *fluide* qui ſe meut dans le tuyau *GI*, comme la baſe du tuyau *GI* eſt à la baſe du tuyau *HK.* Mais puiſqu'on ſuppoſe que la hauteur des *fluides* eſt la même dans les deux tuyaux, la quantité de *fluide* qui eſt dans le tuyau *GI*, ſera à celle qui eſt dans le tuyau *HK*, comme la baſe du tuyau *GI* eſt à la baſe du tuyau *HK :* conſéquemment les quantités de mouvement de part & d'autre ſont égales, puiſque les vîteſſes ſont en raiſon inverſe des maſſes. Donc il y aura équilibre. Cette démonſtration eſt aſſez ſemblable à celle que pluſieurs auteurs ont donnée de l'équilibre dans le levier. Sur quoi *voyez* LEVIER, & *la ſuite de cet article.*

On démontre aiſément la même vérité ſur deux tubes, dont l'un eſt incliné, l'autre perpendiculaire. Il ſuit encore de-là que ſi des tubes ſe communiquent, le *fluide* peſera davantage dans celui où il ſera plus élevé.

VI. Dans les tubes qui communiquent, des *fluides* de différentes peſanteurs ſpécifiques ſeront en équilibre, ſi leurs hauteurs ſont en raiſon inverſe de leurs peſanteurs ſpécifiques.

Nous tirons de-là un moyen de déterminer la gravité ſpécifique des *fluides ;* ſavoir, en mettant un *fluide* dans un des tuyaux qui ſe communiquent comme (*AB*, *fig.* 28), & un autre *fluide* dans l'autre tuyau *CD*, & en meſurant les hauteurs *BG*, *HD*, auxquels les *fluides* s'arrêteront quand ils ſe ſeront mis en équilibre ; car la peſanteur ſpécifique du *fluide* contenu dans le tuyau *AB*, eſt à la peſanteur ſpécifique du *fluide* du tuyau *DC*, comme *DH* eſt à *BG.* (Si on craint que les *fluides* ne ſe mêlent, on peut remplir la partie horizontale du tuyau *BD* avec du mercure, pour empêcher le mélange des liqueurs.)

Puiſque les denſités des *fluides* ſont comme leurs peſanteurs ſpécifiques, leurs denſités ſeront auſſi comme les hauteurs des *fluides* *DH* & *BG.* Ainſi, nous pouvons encore tirer de-là une méthode pour déterminer les denſités des *fluides.* *Voy.* DENSITÉ, dans le Diction. de *Phyſique.*

VII. Les fonds & les côtés des vaiſſeaux ſont preſſés de la même manière, & par la même loi

que les *fluides* qu'ils contiennent. C'eſt une ſuite de la première & de la ſeconde loi ci-deſſus.

VIII. Dans les vaiſſeaux cylindriques, ſitués verticalement, & qui ont des baſes égales, la preſſion des *fluides* ſur les fonds eſt en raiſon de leurs hauteurs; car, puiſque les vaiſſeaux ſont verticaux, il eſt évident que l'action ou la tendance des *fluides*, en vertu de leur peſanteur, ſe fera ſuivant des lignes perpendiculaires aux fonds : les fonds ſeront donc preſſés en raiſon des peſanteurs des *fluides*; mais les peſanteurs ſont comme les volumes, & les volumes ſont ici comme les hauteurs. Donc les preſſions ſur les fonds ſeront en raiſon des hauteurs. Remarquez qu'il eſt ici queſtion d'un même *fluide*, ou de deux *fluides* ſemblables & de même nature.

IX. Dans des vaiſſeaux cylindriques, ſitués verticalement, & qui ont des baſes inégales, la preſſion ſur les fonds eſt en raiſon compoſée des baſes & des hauteurs; car il paroît, par la démonſtration précédente, que les fonds ſont preſſés, dans cette hypothèſe, en raiſon des peſanteurs; or les peſanteurs des *fluides* ſont comme leurs maſſes, & leurs maſſes ſont ici en raiſon compoſée des baſes & des hauteurs; par conſéquent, *&c.*

X. Si un vaiſſeau incliné *A B C D*, (*fig.* 29) a même baſe & même hauteur qu'un vaſe vertical *B E F G*, les fonds de ces deux vaſes ſeront également preſſés.

Car, dans le vaiſſeau incliné *A B C D*, chaque partie du fond *CD* eſt preſſée perpendiculairement, par la ſeconde loi ci-deſſus, avec une force égale à celle d'une colonne verticale de *fluide*, dont la hauteur ſeroit égale à la diſtance qui eſt entre le fond *CD*, & la ſurface *AB* du *fluide* : or la preſſion du fond *E F* eſt évidemment la même.

XI. Les *fluides* preſſent ſelon leur hauteur verticale, & non pas ſelon leur volume. Par exemple, ſi un vaſe a une figure conique, ou va en diminuant vers le haut, c'eſt-à-dire, s'il n'eſt pas large en haut comme en bas, cela n'empêche pas que le fond ne ſoit preſſé de la même manière que ſi le vaſe étoit parfaitement cylindrique, en conſervant la même baſe inférieure: c'eſt une ſuite de tout ce qui a été dit ci-deſſus.

En général, la preſſion qu'éprouve le fond d'un vaiſſeau, quelle que ſoit ſa figure, eſt toujours égale au poids d'une colonne du *fluide*, dont la baſe eſt le fond du vaiſſeau, & dont la hauteur eſt la diſtance verticale de la ſurface ſupérieure de l'eau au fond de ce même vaſe.

Donc, ſi l'on a deux tubes ou deux vaſes de même baſe & de même hauteur, tous deux remplis d'eau, mais dont l'un aille tellement en diminuant vers le haut, qu'il ne contienne que vingt onces d'eau, au lieu que l'autre s'élargiſſant vers le haut contienne deux cens onces, les fonds de ces deux vaſes ſeront également preſſés par l'eau, c'eſt-à-dire, que chacun d'eux éprouvera une preſſion égale au poids de l'eau renfermée dans un cylindre de même baſe que ces deux baſes, & de même hauteur.

M. Paſcal eſt le premier qui a découvert ce paradoxe hydroſtatique; il mérite bien que nous nous arrêtions à l'éclaircir : une multitude d'expériences le mettent hors de toute conteſtation. On peut même en rendre raiſon par les principes de méchanique.

Suppoſons, par exemple, que le fond d'un vaſe *C D*, (*fig.* 30) ſoit plus petit que ſon extrêmité ſupérieure *A B* ; comme le *fluide* preſſe le fond *C D*, que nous ſuppoſons horizontal, dans une direction perpendiculaire *E C*, il n'y a que la partie cylindrique intérieure *E C D F*, qui puiſſe preſſer ſur le fond, les côtés de ce vaſe ſoutenant la preſſion de tout le reſte.

La propoſition paroît plus difficile à démontrer, lorſque le vaſe va en ſe retréciſſant de bas en haut; mais on peut appliquer ici le raiſonnement qu'on a fait pour le cas précédent, en imaginant que la réaction des côtés du vaſe ſe fait maintenant de haut en bas, au lieu que, dans le cas précédent, elle ſe faiſoit de bas en haut. Voici la preuve de cette même propoſition, par l'expérience.

Préparez un vaſe de métal *A C D B* (*fig.* 31), fait de manière que le fond *C D* puiſſe être mobile, & que, pour cette raiſon, il ſoit retenu dans la cavité du vaiſſeau, moyennant une bordure de cuir humide, afin de pouvoir gliſſer, ſans laiſſer paſſer une ſeule goutte d'eau. Par un trou fait au haut du vaſe *AB*, appliquez ſucceſſivement différens tubes d'égales hauteurs, mais de différens diamètres. Enfin, attachant une corde au bras d'une balance, & fixant l'autre extrémité de la corde au fond mobile, par un petit anneau *K*, mettez des poids dans l'autre baſſin, juſqu'à ce qu'il y en ait aſſez pour élever le fond *C D* : vous trouverez alors non-ſeulement qu'il faut toujours le même poids, de quelque grandeur ou diamètre que ſoit le tube, mais encore que le poids qui élevera le fond lorſque ce fond eſt preſſé par un *fluide* contenu dans un très-petit tube, l'élevera auſſi quand il ſera preſſé par le *fluide* qui ſeroit contenu dans tout le cylindre *A C D B*. Par la même raiſon, ſi un vaſe *A B C D* (*fig.* 32), de figure quelconque, eſt plein de liqueur juſqu'en *G H*, par exemple, le fond *CD* ſera preſſé par la liqueur, comme ſi le vaſe étoit cylindrique : mais ce qui eſt bien à remarquer, il ne faudra, pour ſoutenir le vaſe, qu'une force égale au poids de la liqueur; car la partie *F f* eſt preſſée perpendiculairement à *HD* ſuivant *F O*, avec une force proportionelle à la diſtance de *G H* à *EF*, & cet effort tend à pouſſer le point *F* ſuivant *F V*, avec une force repréſentée par $FI \times MP$: Or le point *K* eſt preſſé en en-bas avec une force $= FI \times MN$: donc le fond *C D* étant ſuppoſé tenir au vaſe, ou ne former qu'un ſeul & même corps ſolide avec le vaſe, n'eſt pouſſé au point

K que par une force $= FI \times MN - FI \times MP = FI \times PN$. Il ne faut donc, pour soutenir le vase, qu'une force égale au poids du *fluide*.

XII. Un corps *fluide* pesant, lequel, placé vers la surface de l'eau, se précipiteroit en en-bas avec une grande vîtesse, étant placé néanmoins à une profondeur considérable, ne tombera point au fond.

Ainsi, plongez l'extrémité inférieure d'un tube de verre dans un vase de mercure, à la profondeur d'un demi-pouce; & bouchant alors l'extrémité inférieure avec votre doigt, vous conserverez, par ce moyen, environ un demi-pouce de mercure suspendu dans le tube : enfin, tenant toujours le doigt dans cette même disposition, plongez le tube dans un long vase de verre plein d'eau, jusqu'à ce que la petite colonne de mercure soit enfoncée dans l'eau à une profondeur treize ou quatorze fois plus grande que la longueur de cette même colonne : en ce cas, si vous ôtez le doigt, vous verrez que le mercure se tiendra suspendu dans le tube, par l'action de l'eau qui presse en en-haut; mais, si vous élevez le tube, le mercure s'écoulera. Au reste, cette experience est délicate, & demande de la dextérité pour être bien faite.

La pression des *fluides*, selon plusieurs physiciens, nous donne la solution du phénomène de deux marbres polis, qui s'attachent fortement ensemble lorsqu'on les applique l'un à l'autre. L'atmosphère, selon ces physiciens, presse ou gravite avec tout son poids sur la surface inférieure & sur les côtés du marbre inférieur : mais elle ne sauroit exercer aucune pression sur la surface supérieure de ce même marbre, qui est très-intimement contiguë au marbre supérieur, auquel elle est suspendue.

Sur l'ascension des *fluides* dans les vaisseaux capillaires, *&c. v.* TUYAUX CAPILLAIRES. *Voy.* aussi *au mot* HYDROSTATIQUE, d'autres observations sur l'équilibre des *fluides*.

Passons aux loix du mouvement des *fluides* : après quoi nous considérerons sous un même point de vue ces loix & celles de leur équilibre. Nous donnerons d'abord les loix du mouvement des *fluides*, sans en apporter presqu'aucune raison, & telles que l'expérience les a fait découvrir.

Le mouvement des *fluides*, & particulièrement de l'eau, fait la matière de l'hydraulique. *Voyez* HYDRAULIQUE.

Loix hydrauliques des fluides. 1.° La vîtesse d'un *fluide*, tel que l'eau, mis en mouvement par l'action d'un *fluide* qui pèse dessus, est égale à des profondeurs égales, & inégale à des profondeurs inégales.

2.° La vîtesse d'un *fluide* qui vient de l'action d'un autre *fluide* qui pèse dessus, est la même, à une certaine profondeur, que celle qui seroit acquise par un corps, en tombant d'une hauteur égale à cette profondeur, ainsi que les expériences le démontrent.

3.° Si deux tubes de diamètres égaux sont placés de quelque manière que ce soit, droits ou inclinés, pourvu qu'ils soient de même hauteur, ils jetteront, en tems égaux, des quantités égales de *fluide*.

Il est évident que des tubes égaux en tout, se vuideroient également, placés dans les mêmes circonstances; & il a été démontré que le fond d'un tube vertical est pressé avec la même force que celui d'un tube incliné, quand les hauteurs de ces tubes sont égales : d'où il est aisé de conclure qu'ils doivent fournir des quantités d'eau égales.

4.° Si deux tubes de hauteurs égales, mais d'ouvertures inégales, sont constamment entretenus pleins d'eau, les quantités d'eau qu'ils fourniront dans le même tems, seront comme les ouvertures de ces tubes : il n'importe que les tubes soient droits ou inclinés.

Par conséquent, si les ouvertures sont circulaires, les quantités d'eau vuidées en même tems sont en raison doublée des diamètres.

Mariotte observe que cette loi n'est pas parfaitement conforme à l'expérience. On doit attribuer en partie cette irrégularité au frottement que l'eau éprouve contre la surface intérieure des tubes; frottement qui doit nécessairement altérer l'effet naturel de la pesanteur.

5.° Si les ouvertures E, F de deux tubes AB, CD (*fig.* 33 & 34), sont égales, les quantités d'eau, qui s'écouleront dans le même tems, seront comme les vîtesses de l'eau.

6.° Si deux tubes ont des ouvertures égales E, F, & des hauteurs inégales Ab, Cd, la quantité d'eau qui s'écoulera du plus grand AB, sera à celle qui sortira de CD dans le même tems, en raison sous-doublée des hauteurs Ab, Cd.

De-là il s'ensuit : 1.° que les hauteurs Ab, Cd, des eaux au-dessus des ouvertures égales E, F, seront en raison doublée des eaux qui s'écoulent dans le même tems : & puisque les quantités d'eau sont, en ce cas, comme les vîtesses, les vîtesses sont aussi en raison sous-doublée de leurs hauteurs.

2.° Que le rapport des eaux qui s'écoulent par les deux tubes AB, CD, étant donné, de même que la hauteur de l'eau dans l'un des deux, on pourra aisément trouver la hauteur de l'eau dans l'autre, en cherchant une quatrième proportionnelle aux trois quantités données; & en multipliant par elle-même cette quatrième proportionnelle, l'on a la hauteur cherchée.

3.° Que le rapport des hauteurs de deux tubes d'ouvertures égales, étant donné, de même que la quantité d'eau écoulée de l'un d'eux, on peut aisément déterminer la quantité d'eau qui s'écoulera de l'autre dans le même tems : car, cherchant une quatrième proportionnelle aux hauteurs données & au quarré de la quantité d'eau écoulée par une des ouvertures, la racine quarrée de cette

quatrième proportionnelle sera la quantité d'eau que l'on demande.

Supposons, par exemple, que les hauteurs des tubes soient entr'elles comme 9 est à 25, & que la quantité d'eau écoulée de l'un d'eux soit de trois pouces, celle qui s'écoulera par l'autre sera $= \sqrt{(9 \cdot 25 : 9)} = \sqrt{25} = 5$ pouces.

7.° Si les hauteurs de deux tubes *AB*, *CD*, sont inégales, & les ouvertures *E*, *F*, aussi inégales, les quantités d'eau écoulées dans le même tems seront en raison composée du rapport des ouvertures, & du rapport sous-doublé des hauteurs.

8.° Il suit de-là que, s'il y a égalité entre les quantités d'eau écoulées dans le même tems par deux tubes, les ouvertures seront réciproquement comme les racines des hauteurs, & par conséquent les hauteurs en raison réciproque des quarrés des ouvertures.

9.° Si les hauteurs de deux tubes, de même que leurs ouvertures, sont inégales, les vîtesses des eaux écoulées sont en raison sous-doublée de leurs hauteurs : d'où il s'ensuit que les vîtesses des eaux qui sortent par des ouvertures égales, quand les hauteurs sont inégales, sont aussi en raison sous-doublée des hauteurs ; &, comme ce rapport est égal, si les hauteurs sont égales, il s'ensuit, en général, que les vîtesses des eaux qui sortent des tubes, sont en raison sous-doublée des hauteurs.

10.° Les hauteurs & les ouvertures de deux cylindres remplis d'eau étant les mêmes, il s'écoulera dans le même tems une fois plus d'eau par l'un que par l'autre, si l'on entretient le premier toujours plein d'eau, tandis que l'autre se vuide.

Car la vîtesse de l'eau dans le vase toujours plein, sera uniforme, & celle de l'autre sera continuellement retardée : on peut voir, *n.° 2 ci-dessus*, quelle sera la loi de la vîtesse de chacun. La vîtesse uniforme de l'eau, dans le premier vase, sera égale à celle qu'un corps pesant auroit acquise en tombant d'une hauteur égale à celle du *fluide*, & la vîtesse variable de l'autre suivra une loi analogue. Les deux *fluides* sont donc dans le cas de deux corps, dont l'un se meut uniformément avec une certaine vîtesse ; & l'autre se meut de bas en haut, en commençant par cette même vîtesse. *Voyez* ACCÉLÉRÉ. Or il est démontré, *voyez le même article & l'article* DESCENTE, que le premier de ces deux corps parcourt un espace double de l'autre, dans le même tems : donc, *&c.*

11.° Si deux tubes ont des hauteurs & des ouvertures égales, les tems qu'ils emploieront à se vuider seront dans le rapport de leurs bases.

12.° Des vases cylindriques & prismatiques, comme *AB*, *CD* (*fig.* 35), se vuident en suivant cette loi, que les quantités d'eau écoulées en tems égaux, décroissent selon les nombres impairs 1, 3, 5, 7, 9, *&c.* dans un ordre renversé.

Car la vîtesse de la surface *FG*, qui descend, décroit continuellement en raison sous-doublée des hauteurs décroissantes : mais la vîtesse d'un corps pesant qui tombe, croît en raison sous-doublée des hauteurs croissantes : ainsi, le mouvement de la surface *FG*, lorsqu'elle descend de *G* en *D* avec un mouvement retardé, est la même que si elle étoit venue de *B* en *D*, avec un mouvement accéléré en sens contraire : or, dans ce dernier cas, les espaces parcourus en tems égaux croîtront selon la progression des nombres impairs. *Voyez* ACCÉLÉRÉ. Par conséquent, les hauteurs de la surface *FG*, en tems égaux, décroissent selon la même progression, prise dans un ordre renversé.

On peut démontrer, par ce principe, beaucoup d'autres loix particulières du mouvement des *fluides*, que nous omettons ici pour n'être pas trop longs.

Pour diviser un vase cylindrique en portions qui seront vuidées dans l'espace de certaines divisions de tems, *voyez* CLEPSYDRE.

13.° Si l'eau qui tombe par un tube *HE* (*fig.* 36), rejaillit à l'ouverture *G*, dont la direction est verticale, elle s'élevera à la même hauteur *GI*, à laquelle se tient le niveau de l'eau dans le vaisseau *ABCD*.

Car l'eau est chassée de bas en haut par l'ouverture, avec une vîtesse égale à celle d'un corps qui tomberoit d'une hauteur égale à celle du *fluide* : or ce corps s'éleveroit à la même hauteur en remontant (*V.* ACCÉLÉRÉ) : donc, *&c.*

A la vérité on pourroit objecter qu'il paroît, par les expériences, que l'eau ne s'élève pas tout-à-fait aussi haut que le point *I*; mais cette objection n'empêche point que le théorême ne soit vrai : elle fait voir seulement qu'il y a certains obstacles extérieurs qui diminuent l'élévation ; tels sont la résistance de l'air, & le frottement de l'eau au dedans du tube.

14.° L'eau qui descend par un tube incliné ou par un tube courbé, d'une manière quelconque, jaillira par une ouverture quelconque à la hauteur où se tient le niveau d'eau dans le vase : c'est une suite de la loi précédente, & de celle des corps pesans mus sur des plans inclinés. *Voyez* PLAN INCLINÉ.

15.° Les longueurs ou les distances *DE* & *DF*, *IH* & *IG* (*fig.* 37) à laquelle l'eau jaillira par une ouverture, soit inclinée, soit horizontale, sont en raison sous-doublée des hauteurs prises dans le vase ou dans le tube *AB*, *AC*.

Car puisque l'eau qui a jailli par l'ouverture *D*, tend à se mouvoir dans la ligne horizontale *DF*, & que dans le même-tems, en vertu de la pesanteur, elle tend en-bas une ligne perpendiculaire à l'horizon (une de ces puissances ne pouvant pas détruire l'autre, d'autant que leurs directions ne sont pas contraires,) il s'ensuit que l'eau en tombant arrivera à la ligne *IG*, dans le même-tems qu'elle

y seroit arrivée, quand il n'y auroit eu aucune impulsion horizontale : maintenant les lignes droites *IH* & *IG* sont les espaces que la même eau auroit parcourus dans le même tems par l'impulsion horizontale; mais les espaces *IH*, *IG*, sont comme les vîtesses, puisque le mouvement horizontal est uniforme; & les vîtesses sont en raison sous-doublée des hauteurs *AB*, *AC* : c'est pourquoi les longueurs ou les distances auxquelles l'eau jaillira par des ouvertures horizontales ou inclinées, sont en raison sous-doublée des hauteurs *AB*, *AC*.

Puisque tout corps jetté horizontalement ou obliquement dans un milieu qui ne résiste point, décrit une parabole, il est clair que l'eau qui sort par un jet vertical & incliné, décrira une parabole. *Voyez* PROJECTILE.

L'on construit différentes machines hydrauliques, pour l'élévation des *fluides*, comme les pompes, les syphons, les fontaines, les jets, *&c.* on peut en voir la description *aux articles* POMPE, SYPHON, FONTAINE, VIS D'ARCHIMÈDE.

Quant aux loix du mouvement des *fluides* par leur propre pesanteur le long des canaux ouverts, *&c, voyez* FLEUVE, *&c.* Pour les loix de la pression ou du mouvement de l'air considéré comme un *fluide*, *voyez* AIR & VENT.

Réflexions sur l'équilibre & le mouvemnnt des fluides. Si on connoissoit parfaitement la figure & la disposition mutuelle des particules qui composent les *fluides*, il ne faudroit point d'autres principes que ceux de la méchanique ordinaire, pour déterminer les loix de leur équilibre & de leur mouvement : car c'est toujours un problême déterminé, que de trouver l'action mutuelle de plusieurs corps qui sont unis entr'eux, & dont on connoît la figure & l'arrangement respectif. Mais comme nous ignorons la forme & la disposition des particules *fluides*, la détermination des loix de leur équilibre & de leur mouvement est un problême, qui, envisagé comme purement géométrique, ne contient pas assez de données, & pour la solution duquel on est obligé d'avoir recours à de nouveaux principes.

Nous jugerons aisément du plan que nous devons suivre dans cette recherche, si nous nous appliquons à connoître d'abord quelle différence il doit y avoir entre les principes généraux du mouvement des *fluides*, & les principes dont dépendent les loix de la méchanique des corps ordinaires. Ces derniers principes, comme on peut le démontrer, (*Voyez* MÉCHANIQUE & DYNAMIQUE,) doivent se réduire à trois; savoir, la force d'inertie, le mouvement composé, & l'équilibre de deux masses égales animées en sens contraire de deux vîtesses virtuelles égales. Nous avons donc ici deux choses à examiner : en premier lieu, si ces trois principes sont les mêmes pour les *fluides* que pour les solides; en second lieu, s'ils suffisent à la théorie que nous entreprenons de donner.

Les particules des *fluides* étant des corps, il n'est pas douteux que le principe de la force d'inertie, & celui du mouvement composé, ne conviennent à chacune de ces parties : il en seroit de même du principe de l'équilibre, si on pouvoit comparer séparément les particules *fluides* entr'elles : mais nous ne pouvons comparer ensemble que des masses, dont l'action mutuelle dépend de l'action combinée de différentes parties qui nous sont inconnues; l'expérience seule peut donc nous instruire sur les loix fondamentales de l'Hydrostatique.

L'équilibre des *fluides* animés par une force de direction & de quantité constante, comme la pesanteur, est celui qui se présente d'abord, & qui est en effet le plus facile à examiner. Si on verse une liqueur homogène dans un tuyau composé de deux branches cylindriques égales & verticales, unies ensemble par une branche cylindrique horizontale, la première chose qu'on observe, c'est que la liqueur ne sauroit y être en équilibre, sans être à la même hauteur dans les deux branches. Il est facile de conclure de-là, que le *fluide* contenu dans la branche horizontale est pressé en sens contraire par l'action des colonnes verticales. L'expérience apprend de plus, que si une des branches verticales, & même, si l'on veut, une partie de la branche horizontale est anéantie, il faut, pour retenir le *fluide*, la même force qui seroit nécessaire pour soutenir un tuyau cylindrique égal à l'une des branches verticales, & rempli de *fluide* à la même hauteur; & qu'en général, quelle que soit l'inclinaison de la branche qui joint les deux branches verticales, le *fluide* est également pressé dans le sens de cette branche & dans le sens vertical. Il n'en faut pas davantage pour nous convaincre que les parties des *fluides* pesans sont pressées & pressent également en tout sens. Cette propriété étant une fois découverte, on peut aisément reconnoître qu'elle n'est pas bornée aux *fluides* dont les parties sont animées par une force constante & de direction donnée, mais qu'elle appartient toujours aux *fluides*, quelles que soient les forces qui agissent sur leurs différentes parties : il suffit, pour s'en assurer, d'enfermer une liqueur dans un vase de figure quelconque, & de la presser avec un piston : car si l'on fait une ouverture en quelque point que ce soit de ce vase, il faudra appliquer en cet endroit une pression égale à celle du piston, pour retenir la liqueur; observation qui prouve incontestablement que la pression des particules se répand également en tout sens, quelle que soit la puissance qui tend à les mouvoir.

Cette propriété générale, constatée par une expérience aussi simple, est le fondement de tout ce qu'on peut démontrer sur l'équilibre des *fluides*. Néanmoins, quoiqu'elle soit connue & mise en usage depuis fort long-tems, il est assez surprenant que

les loix principales de l'Hydrostatique en aient été si obscurément déduites.

Parmi une foule d'auteurs, dont la plupart n'ont fait que copier ceux qui les avoient précédés, à peine en trouve-t-on qui expliquent avec quelque clarté, pourquoi deux liqueurs sont en équilibre dans un syphon ; pourquoi l'eau contenue dans un vase qui va en s'élargissant de haut en bas, presse le fond de ce vase avec autant de force que si elle étoit contenue dans un vase cylindrique de même base & de même hauteur, quoiqu'en soutenant un tel vase, on ne porte que le poids du liquide qui y est contenu ; pourquoi un corps d'une pesanteur égale à celle d'un pareil volume de *fluide*, s'y soutient en quelqu'endroit qu'on le place, *&c.* On ne viendra jamais à bout de démontrer exactement ces propositions, que par un calcul net & précis de toutes les forces qui concourent à la production de l'effet qu'on veut examiner, & par la détermination exacte de la force qui en résulte. C'est ce que j'ai tâché de faire dans mon *Traité de l'équilibre & du mouvement des fluides*, Paris 1744, d'une manière qui ne laissât dans l'esprit aucune obscurité, en employant pour unique principe la pression égale en tout sens.

J'en ai déduit jusqu'à la propriété si connue des *fluides*, de se disposer de manière que leur surface soit de niveau, propriété qui jusqu'alors n'avoit peut-être pas été rigoureusement prouvée.

Un auteur moderne a prétendu prouver l'égalité de pression des *fluides* en tous sens, par la figure sphérique & la disposition qu'il leur suppose. Il prend trois boules dont les centres soient disposés en un triangle équilatéral de base horizontale, & il fait voir aisément que la boule supérieure presse avec la même force en en-bas qu'elle presse latéralement sur les deux boules voisines. On sent combien cette démonstration est insuffisante. 1.° Elle suppose que les particules du *fluide* sont sphériques, ce qui peut-être probable, mais n'est pas démontré. 2.° Elle suppose que les deux boules d'en-bas soient disposées de manière que leurs centres soient dans une ligne horizontale. 3.° Elle ne démontre l'égalité de pression avec la pression verticale que pour les deux directions qui font un angle de 60 degrés avec la verticale ; & nullement pour les autres.

Les principes généraux de l'équilibre des *fluides* étant connus, il s'agit à présent d'examiner l'usage que nous en devons faire, pour trouver les loix de leur mouvement dans les vases qui les contiennent.

La méthode générale dont il est parlé, *article* DYNAMIQUE, pour déterminer le mouvement d'un systême de corps qui agissent les uns sur les autres, est de regarder la vîtesse avec laquelle chaque corps tend à se mouvoir, comme composée de deux autres vîtesses, dont l'une est détruite, & l'autre ne nuit point au mouvement des corps adjacens. Pour appliquer cette méthode à la question dont il s'agit ici, nous devons examiner d'abord quels doivent être les mouvemens des particules du *fluide*, pour que ces particules ne se nuisent point les unes aux autres. Or l'expérience, de concert avec la théorie, nous fait connoître que quand un *fluide* s'écoule d'un vase, sa surface supérieure demeure toujours sensiblement horizontale : d'où l'on peut conclure que la vîtesse de tous les points d'une même tranche horizontale, estimée suivant le sens vertical, est la même dans tous ses points, & que cette vîtesse, qui est à proprement parler la vîtesse d'une tranche, doit être en raison inverse de la largeur de cette même tranche, pour qu'elle ne nuise point aux mouvemens des autres. Par ce principe combiné avec le principe général, on réduit fort aisément aux loix d'Hidrostatique ordinaire les problêmes qui ont pour objet le mouvement des *fluides*, comme on réduit les questions de Dynamique aux loix de l'équilibre des corps solides.

Il paroît inutile de démontrer ici fort au long le peu de solidité d'un principe employé autrefois par presque tous les auteurs d'Hydraulique, & dont plusieurs se servent encore aujourdhui pour déterminer le mouvement d'un *fluide* qui sort d'un vase. Selon ces auteurs, le *fluide*, qui s'échappe à chaque instant, est pressé par le poids de toute la colonne de *fluide* dont il est la base. Cette proposition est évidemment fausse, lorsque le *fluide* coule dans un tuyau cylindrique entièrement ouvert, & sans aucun fond. Car la liqueur y descend alors comme feroit une masse solide & pesante, sans que les parties qui se meuvent toutes avec une égale vîtesse, exercent les unes sur les autres aucune action. Si le *fluide* sort d'un tuyau par une ouverture faite au fond, alors la partie qui s'échappe à chaque instant, peut à la vérité souffrir quelque pression par l'action oblique & latérale de la colonne qui appuie sur le fond ; mais comment prouvera-t-on que cette pression est égale précisément au poids de la colonne de *fluide* qui auroit l'ouverture du fond pour base ?

Nous ne nous arrêterons point à faire voir ici dans un grand détail, avec quelle facilité on déduit de nos principes la solution de plusieurs problêmes fort difficiles, qui ont rapport à la matière dont il s'agit, comme la pression des *fluides* contre les vaisseaux dans lesquels ils coulent, le mouvement d'un *fluide* qui s'échappe d'un vase mobile & entraîné par un poids, *&c.* Ces différens problêmes qui n'avoient été résolus jusqu'à nous que d'une manière indirecte, ou pour quelques cas particuliers seulement, sont des corollaires fort simples de la méthode dont nous venons de parler. En effet, pour déterminer la pression mutuelle des particules du *fluide*, il suffit d'observer que si les tranches se pressent les unes les autres, c'est parce que la figure & la forme du vase les empêche de conserver le mouvement qu'elles auroient, si chacune d'elles étoit isolée. Il faut donc, par notre principe, regarder ce mouvement comme com-

posé de celui qu'elles ont réellement, & d'un autre qui est détruit. Or c'est en vertu de ce dernier mouvement détruit, qu'elles se pressent mutuellement avec une force qui réagit contre les parois du vase. La quantité de cette sorte est donc facile à déterminer par les loix de l'Hydrostatique, & ne peut manquer d'être connue dès qu'on a trouvé la vîtesse du *fluide* à chaque instant. Il n'y a pas plus de difficulté à déterminer le mouvement des *fluides* dans des vases mobiles.

Mais un des plus grands avantages qu'on tire de cette théorie, c'est de pouvoir démontrer que la fameuse loi de méchanique, appellée la *conservation des forces vives*, a lieu dans le mouvement des *fluides*, comme dans celui des corps solides.

Ce principe, reconnu aujourd'hui pour vrai par tous les méchaniciens, & que j'expliquerai ailleurs au long (*voyez* FORCES VIVES) est celui dont M. Daniel Bernoulli a déduit les loix du mouvement des *fluides* dans son *Hydrodynamique.* Dès l'année 1727, le même auteur avoit donné un essai de sa nouvelle théorie, c'est le sujet d'un très-beau mémoire imprimé dans le *tom. II de l'Académie de Pétersbourg.* M. Daniel Bernoulli n'apporte dans ce mémoire d'autre preuve de la conservation des forces vives dans les *fluides*, sinon qu'on doit regarder un *fluide* comme un amas de petits corpuscules élastiques qui se pressent les uns les autres, & que la conservation des forces vives a lieu, de l'aveu de tout le monde, dans le choc d'un systême de corps de cette espèce. Il me semble qu'une pareille preuve ne doit pas être regardée comme d'une grande force : aussi l'auteur ne paroît-il ne l'avoir donnée que comme une induction, & ne l'a même rapellée en aucune manière dans son grand ouvrage sur les *fluides*, qui n'a vu le jour que plusieurs années après. Il paroît donc qu'il étoit nécessaire de prouver d'une manière plus claire & plus exacte le principe dont il s'agit, appliqué aux *fluides.* Mais c'est ce qu'on ne peut faire sans calcul ; & sur quoi nous renvoyons à notre ouvrage : *Traité de l'équilibre & du mouvement des fluides.*

Les principes dont je me suis servi pour déterminer le mouvement des *fluides* non élastiques, s'appliquent avec une extrême facilité aux loix du mouvement des *fluides* élastiques.

Le mouvement d'un *fluide* élastique diffère de celui d'un *fluide* ordinaire, principalement par la loi des vîtesses de ses différentes couches. Ainsi, par exemple, lorsqu'un *fluide* non élastique coule dans un tuyau cylindrique, comme il ne change point de volume, ses différentes tranches ont toutes la même vîtesse. Il n'en est pas de même d'un *fluide* élastique. Car il ne se dilate que d'un côté, les tranches inférieures se meuvent plus vîtes que les supérieures, à-peu-près comme il arrive à un ressort attaché à un point fixe, & dont les parties parcourent, en se dilatant, moins d'espace qu'elles sont plus proches de ce point. Telle est la différence principale qu'il doit y avoir dans la théorie du mouvement des *fluides* élastiques & de ceux qui ne le sont pas. La méthode pour trouver les loix de leur mouvement, & les principes qu'on emploie pour cela, sont d'ailleurs entièrement semblables.

C'est aussi en suivant cette même méthode, que l'on peut examiner le mouvement des *fluides* dans des tuyaux flexibles.

Je suis au reste bien éloigné de penser que la théorie que l'on peut établir sur le mouvement des *fluides* dans ces sortes de tuyaux, puisse nous conduire à la connoissance de la méchanique du corps humain, de la vîtesse du sang, de son action sur les vaisseaux dans lequel il circule, *&c.* Il faudroit, pour réussir dans une telle recherche, savoir exactement jusqu'à quel point les vaisseaux peuvent se dilater, connoître parfaitement leur figure, leur élasticité plus ou moins grande, leurs différentes anastomoses, le nombre, la force & la disposition de leurs valvules, le degré de chaleur & de ténacité du sang, les forces motrices qui le poussent, *&c.* Encore quand chacune de ces choses seroit parfaitement connue, la grande multitude d'élémens qui entreroient dans une pareille théorie, nous conduiroit vraisemblablement à des calculs impraticables. C'est en effet ici un des cas les plus composés d'un problême dont le cas le plus simple est fort difficile à résoudre. Lorsque les effets de la nature sont trop compliqués & trop peu connus pour pouvoir être soumis à nos calculs, l'expérience, comme nous l'avons déjà dit, est le seul guide qui nous reste : nous ne pouvons nous appuyer que sur des inductions déduites d'un grand nombre de faits. Voilà le plan que nous devons suivre dans l'examen d'une machine aussi composée que le corps humain. Il n'appartient qu'à des physiciens oisifs de s'imaginer qu'à force d'algèbre & d'hypothèses, ils viendront à bout d'en dévoiler les ressorts, & de réduire en calcul l'art de guérir les hommes.

Ces réflexions sont tirées de la Préface de l'ouvrage déjà cité, *sur l'équilibre & le mouvement des fluides* ; afin de ne point rendre cet article trop long, nous renvoyons, pour les réflexions que cette matière peut fournir encore, *aux mots* HYDROSTATIQUE, HYDRAULIQUE, HYDRODYNAMIQUE, à l'*article* FIGURE DE LA TERRE, à l'ouvrage de M. Clairaut, sur ce même objet, & à l'ouvrage que nous avons donné en 1752, qui a pour titre : *Essai d'une nouvelle théorie de la résistance des fluides.* On trouvera, dans le *chap. ij* de cet ouvrage, & sur-tout dans l'*appendice* à la fin du livre, des réflexions que je crois neuves & importantes sur les loix de l'équilibre des *fluides*, considéré sur-tout par rapport à la figure de la terre ; on trouvera aussi dans les *chap. ix* & *x* de ce même, des recherches sur le mouvement des *fluides* dans des vases, & sur celui des fleuves,

Après avoir donné une idée de la méthode pour trouver les loix du mouvement des *fluides*, il ne nous reste plus qu'à examiner leur action sur les corps solides qui y sont plongés, & qui s'y meuvent.

Quoique la physique des anciens ne fût, ni aussi déraisonnable, ni aussi bornée que le pensent ou que le disent quelques philosophes modernes, il paroît cependant qu'ils n'étoient pas fort versés dans les sciences qu'on appelle *physico-mathématiques*, & qui consistent dans l'application du calcul aux phénomènes de la nature. La question de la résistance des *fluides* est une de celles qu'ils paroissent avoir le moins étudiées sous ce point de vue. Je dis *sous ce point de vue*; car la connoissance de la résistance des *fluides* étant d'une nécessité absolue pour la construction des navires qu'ils avoient peut-être poussée aussi loin que nous, il est difficile de croire que cette connoissance leur ait manqué jusqu'à un certain point: l'expérience leur avoit sans doute fourni des règles pour déterminer le choc & la pression des eaux; mais ces règles, d'usage seulement & de pratique, &, pour ainsi dire, de pure tradition, ne sont point parvenues jusqu'à nous.

A l'égard de la théorie de cette résistance, il n'est pas surprenant qu'ils l'aient ignorée. On doit même, s'il est permis de parler ainsi, leur tenir compte de leur ignorance, de n'avoir point voulu atteindre à ce qu'il leur étoit impossible de savoir, & de n'avoir point cherché à faire croire qu'ils y étoient parvenus. C'est à la plus subtile Géométrie, qu'il est permis de tenter cette théorie; & la Géométrie des anciens, d'ailleurs très-profonde & très-savante, ne pouvoit aller jusques-là. Il est vraisemblable qu'ils l'avoient sentie; car leur méthode de philosopher étoit plus sage que nous ne l'imaginons communément. Les géomètres modernes ont su se procurer à cet égard plus de secours, non parce qu'ils ont été supérieurs aux anciens, mais parce qu'ils sont venus depuis. L'invention des calculs différentiel & intégral nous a mis en état de suivre, en quelque manière, le mouvement des corps jusques dans leurs élémens ou dernières particules. C'est avec le secours seul de ces calculs, qu'il est permis de pénétrer dans les *fluides*, & de découvrir le jeu de leurs parties, l'action qu'exercent les uns sur les autres ces atomes innombrables dont un *fluide* est composé, & qui paroissent tout-à-la-fois unis & divisés, dépendans & indépendans les uns des autres. Aussi le méchanisme intérieur des *fluides*, si peu analogue à celui des corps solides que nous touchons, & sujet à des loix toutes différentes, devroit être pour les philosophes un objet particulier d'admiration, si l'étude de la nature, des phénomènes les plus simples, des élémens même de la matière, ne les avoit accoutumés à ne s'étonner de rien, ou plutôt à s'étonner également de tout. Aussi peu éclairés que le peuple sur la nature des objets qu'ils considèrent, ils n'ont & ne peuvent avoir d'avantage que dans la combinaison qu'ils font du peu de principes qui leur sont connus, & les conséquences qu'ils en tirent; & c'est dans cette espèce d'analyse que les Mathématiques leur sont utiles. Cependant avec ce secours même, la recherche de la résistance des *fluides* est encore si difficile, que les efforts des plus grands hommes se sont terminés jusqu'ici à nous en donner une légère ébauche.

Après avoir réfléchi long-tems sur une matière si importante, avec toute l'attention dont je suis capable, il m'a paru que le peu de progrès qu'on a fait jusqu'à présent dans cette question, vient de ce qu'on n'a pas encore saisi les vrais principes d'après lesquels il faut la résoudre: j'ai cru devoir m'appliquer à chercher ces principes, & la manière d'y appliquer le calcul, s'il est possible; car il ne faut point confondre ces deux objets, & les géomètres modernes semblent n'avoir pas été assez attentifs sur ce point. C'est souvent le desir de pouvoir faire usage du calcul qui les détermine dans le choix des principes; au lieu qu'ils devroient examiner d'abord les principes en eux-mêmes, sans penser d'avance à les plier de force au calcul. La Géométrie, qui ne doit qu'obéir à la Physique quand elle se réunit avec elle, lui commande quelquefois: s'il arrive que la question qu'on veut examiner soit trop compliquée pour que tous les élémens puissent entrer dans la comparaison analytique qu'on veut en faire, on sépare les plus incommodes, on leur en substitue d'autres moins gênans, mais aussi moins réels; & on est étonné d'arriver, après un travail pénible, à un résultat contredit par la nature; comme si après l'avoir déguisée, tronquée ou altérée, une combinaison purement méchanique pouvoit nous la rendre.

Je me suis proposé d'éviter cet inconvénient dans l'ouvrage que j'ai publié en 1752 sur la *résistance des fluides*. J'ai cherché les principes de cette résistance, comme si l'analyse ne devoit y entrer pour rien; & ces principes une fois trouvés, j'ai essayé d'y appliquer l'analyse. Mais avant que de rendre compte de mon travail & du degré auquel je l'ai poussé, il ne sera pas inutile d'exposer en peu de mots ce qui a été fait jusqu'à présent sur cette matière.

Neuton, à qui la Physique & la Géométrie sont si redevables, est le premier que je sache, qui ait entrepris de déterminer, par les principes de la Méchanique, la résistance qu'éprouve un corps mu dans un *fluide*, & de confirmer sa théorie par des expériences. Ce grand philosophe, pour arriver plus facilement à la solution d'une question si épineuse, & peut-être pour la présenter d'une manière plus générale, envisage un *fluide* sous deux points de vue différens. Il le regarde d'abord comme un amas de corpuscules élastiques, qui tendent à s'écarter les uns des autres par une force répul-

ſive, & qui ſont diſpoſés librement à des diſtances égales. Il ſuppoſe, outre cela, que cet amas de corpuſcules, qui compoſe le milieu réſiſtant, ait fort peu de denſité par rapport à celle du corps, en ſorte que les parties du *fluide* pouſſées par le corps, puiſſent ſe mouvoir librement, ſans communiquer aux parties voiſines le mouvement qu'elles ont reçu; d'après cette hypothèſe, M. Neuton, trouve & démontre les loix de la réſiſtance d'un tel *fluide ;* loix aſſez connues pour que nous nous diſpenſions de les rapporter ici.

Le célèbre Jean Bernoulli, dans ſon ouvrage qui a pour titre : *Diſcours ſur les loix de la communication du mouvement*, a déterminé, dans la même ſuppoſition, la réſiſtance des *fluides ;* il repréſente cette réſiſtance par une formule aſſez ſimple, qui a été démontrée & généraliſée depuis; mais il faut avouer que cette formule eſt inſuffiſante. Dans tous les *fluides* que nous connoiſſons, les particules ſont immédiatement contigues par quelques-uns de leurs points, ou du moins agiſſent les unes ſur les autres à-peu-près comme ſi elles l'étoient; ainſi, tout corps mu dans un *fluide*, pouſſe néceſſairement à-la-fois & au même inſtant un grand nombre de particules ſituées dans la même ligne, & dont chacune reçoit une vîteſſe & une direction différente, eu égard à ſa ſituation : il eſt donc extrêmement difficile de déterminer le mouvement communiqué à toutes ces particules, &, par conſéquent, le mouvement que le corps perd à chaque inſtant.

Ces réflexions n'avoient pas échappé à M. Neuton; il reconnoît que ſa théorie de la réſiſtance d'un *fluide* compoſé de globules élaſtiques clair-ſemés, s'il eſt permis de s'exprimer de la ſorte, ne peut s'appliquer ni aux *fluides* denſes & continus dont les particules ſe touchent immédiatement, tels que l'eau, l'huile, & le mercure; ni aux *fluides* dont l'élaſticité vient d'une autre cauſe que de la force répulſive de leurs parties, par exemple de la compreſſion & de l'expanſion de ces parties, tel que paroît être l'air que nous reſpirons. Une conſidération ſi néceſſaire, à laquelle M. Neuton en ajoute d'autres non moins importantes, doit nous faire conclure que cette premiere partie de ſa théorie, & celle de M. Jean Bernoulli qui n'en eſt proprement que le commentaire, ſont plutôt une recherche de pure curioſité, qu'elles ne ſont applicables à la nature.

Auſſi l'illuſtre philoſophe anglois n'a pas cru devoir s'en tenir là. Il conſidère les *fluides* dans l'état de continuité & de compreſſion où ils ſont réellement, compoſés de particules contigues les unes aux autres; & c'eſt le ſecond point de vue ſous lequel il les enviſage. La méthode qu'il emploie dans cette nouvelle hypothèſe, pour réſoudre le problême propoſé eſt une eſpèce d'approximation & de tâtonnement dont il ſeroit difficile de donner ici l'idée. Nous en dirons autant de la maniere ingénieuſe & fine dont M. Neuton déduit de ſa théorie la réſiſtance d'un cylindre & d'un globe; ou en général d'un ſpéroïde dans un *fluide* indéfini ; & nous nous bornerons à dire, qu'après aſſez de combinaiſons & de calculs, il parvient à cette concluſion, que dans un *fluide* denſe & continu, la valeur abſolue de la réſiſtance & le rapport de la réſiſtance de deux corps, ſont tout autres que dans les *fluides* à globules élaſtiques de la premiere hypothèſe.

Mais cette ſeconde théorie de M. Neuton, quoique plus conforme à la nature des *fluides*, eſt ſujette encore à beaucoup de difficultés. Nous ne les expoſerons point ici en détail, elles ſuppoſeroient pour être entendues, qu'on eût une idée fort préſente de cette théorie, idée que nous n'avons pu donner ici ; mais l'on trouvera aſſez au long dans notre ouvrage & l'expoſition de la théorie Neutonienne, & les objections qu'on y peut oppoſer : c'eſt l'objet particulier d'une introduction qui ſe trouve à la tête, & dont ces réflexions ne ſont qu'un extrait. Il nous ſuffira d'obſerver ici que la théorie dont nous parlons, manque, ſans doute, de l'évidence & de la préciſion néceſſaire pour convaincre l'eſprit, puiſqu'elle a été attaquée pluſieurs fois & avec ſuccès par les plus habiles géomètres. Il n'en faut pas moins admirer les efforts & la ſagacité de ce grand philoſophe, qui, après avoir trouvé ſi heureuſement la vérité dans un grand nombre d'autres queſtions, a oſé entreprendre le premier la ſolution d'un problême, que perſonne avant lui n'avoit tenté. Auſſi cette ſolution, quoique peu exacte, brille par-tout de ce génie inventeur, de cet eſprit fécond en reſſources que perſonne n'a poſſédé dans un plus haut degré que lui.

Aidés par les ſecours que la Géométrie & la Méchanique nous fourniſſent aujourd'hui en plus grande abondance, eſt-il ſurprenant que nous faſſions quelques pas de plus dans une carrière vaſte & difficile qu'il nous a ouverte? Les erreurs même des grands hommes ſont inſtructives, non-ſeulement par les vues qu'elles fourniſſent pour l'ordinaire, mais par les pas inutiles qu'elles nous épargnent. Les méthodes qui les ont égarés, aſſez ſéduiſantes pour les éblouir, nous auroient trompés comme eux. Il étoit néceſſaire qu'ils les tentaſſent, pour que nous en connuſſions les écueils. La difficulté eſt d'imaginer une autre méthode ; mais ſouvent cette difficulté conſiſte plus à bien choiſir celle qu'on ſuivra, qu'à la ſuivre quand elle eſt bien choiſie. Entre les différentes routes qui menent à une vérité, les unes préſentent une entrée facile, ce ſont celles où l'on ſe jette d'abord ; & ſi on ne rencontre des obſtacles qu'après avoir parcouru un certain chemin, alors, comme on ne conſent qu'avec peine à avoir fait un travail inutile, on veut du moins paroître avoir ſurmonté ces obſtacles, & on ne fait quelquefois que les éluder. D'autres routes, au contraire, ne préſentent d'obſtacles qu'à leur entrée ; l'abord en peut-être pénible ; mais ces obſtacles

une fois franchis, le reste du chemin est facile à parcourir.

Il faut convenir au reste que les géomètres qui ont attaqué M. Neuton sur la résistance des *fluides*, n'ont guère été plus heureux que lui. Les uns après avoir fondé sur le calcul une théorie assez vague, & avoir même cru que l'expérience leur étoit favorable, semblent ensuite avoir reconnu & l'insuffisance de leurs expériences mêmes, & le peu de solidité de leur théorie, pour lui en substituer une nouvelle aussi peu satisfaisante. Les autres reconnoissant de bonne-foi que leur théorie manquoit par les fondemens, nous ont donné, au lieu de vrais principes, beaucoup de calculs.

Ces considérations m'ont engagé à traiter cette matière par une méthode entièrement nouvelle, & sans rien emprunter de ceux qui m'ont précédé dans le même travail.

La théorie que j'expose dans mon ouvrage, ou plutôt dont je donne l'essai, a, ce me semble, l'avantage de n'être appuyé sur aucune supposition arbitraire. Je suppose seulement, ce que personne ne peut me contester, qu'un *fluide* est un corps composé de particules très-petites, détachées, & capables de se mouvoir librement.

La résistance qu'un corps éprouve lorsqu'il en choque un autre, n'est, à proprement parler, que la quantité de mouvement qu'il perd. Lorsque le mouvement d'un corps est altéré, on peut regarder ce mouvement comme composé de celui que le corps aura dans l'instant suivant, & d'un autre qui est détruit. Il n'est pas difficile de conclure de-là, que toutes les loix de la communication du mouvement entre les corps, se réduisent aux loix de l'équilibre. C'est aussi à ce principe que j'ai réduit la solution de tous les problèmes de Dynamique dans le premier ouvrage que j'ai publié en 1743. J'ai eu fréquemment l'occasion d'en montrer la fécondité & la simplicité dans les différens traités que j'ai mis au jour depuis; peut-être même ne seroit-il pas inutile pour nous éclairer jusqu'à un certain point sur la Métaphysique de la percussion des corps, & sur les loix auxquelles elle est assujettie. *Voyez* EQUILIBRE. Quoi qu'il en soit, ce principe s'applique naturellement à la résistance d'un corps dans un *fluide*; c'est aussi aux loix de l'équilibre entre le *fluide* & le corps, que je réduis la recherche de cette résistance. Mais il ne faut pas s'imaginer que cette recherche, quoique très-facilitée par ce moyen, soit aussi simple que celle de la communication du mouvement entre deux corps solides. Supposons, en effet, que nous eussions l'avantage dont nous sommes privés, de connoître la figure & la disposition mutuelle des particules qui composent les *fluides*; les loix de leur résistance & de leur action se réduiroient sans doute aux loix connues du mouvement; car la recherche du mouvement communiqué par un corps à un nombre quelconque de corpuscules qui l'environnent, n'est qu'un problème de Dynamique, pour la résolution duquel on a tous les principes nécessaires. Cependant plus le nombre de corpuscules seroit grand, plus le problème deviendroit compliqué, & cette méthode, par conséquent, ne seroit guère praticable dans la recherche de la résistance des *fluides*. Mais nous sommes même bien éloignés d'avoir toutes les données nécessaires, pour être à portée de faire usage d'une pareille méthode, comme il a déjà été dit. Non-seulement nous ignorons la figure & l'arrangement des parties des *fluides*, nous ignorons encore comment ces parties sont pressées par le corps, & comment elles se meuvent entr'elles. Il y a d'ailleurs une si grande différence entre le *fluide* & un amas de corpuscules solides, que les loix de la pression & de l'équilibre des solides sont très-différentes des loix de la pression & de l'équilibre des *fluides*; l'expérience seule a pu nous instruire de ces dernières loix, que la théorie la plus subtile n'eût jamais pu nous faire soupçonner : & aujourd'hui même que l'observation nous les a fait connoître, on n'a pu trouver encore d'hypothèse satisfaisante pour les expliquer, & pour les réduire aux principes connus de la statique des solides.

Cette ignorance n'a cependant pas empêché que l'on n'ait fait de grands progrès dans l'Hydrostatique; car les philosophes ne pouvant déduire immédiatement & directement de la nature des *fluides* les loix de leur équilibre, ils les ont au-moins réduites à un seul principe d'expérience, l'*égalité de la pression en tout sens*; principe qu'ils ont regardé (faute de mieux) comme la propriété fondamentale des *fluides*, & celle dont il falloit déduire tous les autres. En effet condamné, comme nous le sommes, à ignorer les premieres propriétés & la contexture intérieure des corps, la seule ressource qui reste à notre sagacité, c'est de tâcher au moins de saisir dans chaque matière l'analogie des phénomènes, & de les rappeller tous à un petit nombre de faits primitifs & fondamentaux. La nature est une machine immense, dont les ressorts principaux nous sont cachés : nous ne voyons même cette machine qu'à travers un voile qui nous dérobe le jeu des parties les plus délicates. Entre les parties les plus frappantes que ce voile nous laisse appercevoir, il en est quelques-unes qu'un même ressort met en mouvement, & ce méchanisme est ce que nous devons principalement chercher à démêler.

Ne pouvant donc nous flatter de déduire de la nature même des *fluides*, la théorie de leur résistance & de leur action, bornons-nous à la tirer, s'il est possible, des loix hydrostatiques, qui sont depuis long-temps bien constatées. La découverte purement expérimentale de ces loix supplée en quelque sorte à celle de la figure & de la disposition des parties des *fluides*, & peut-être rend le problème plus simple, que si pour le résoudre

nous étions bornés à cette derniere connoissance; il ne s'agit plus que de développer par quel moyen les loix de la résistance des *fluides*, peuvent se déduire des loix de l'Hydrostatique. Mais ce détail demande une assez longue suite de propositions, dont je ne pourrois présenter ici qu'une esquisse fort imparfaite. Je me contenterai de dire, que voulant démontrer tout en rigueur, j'ai trouvé dans les propositions même les plus simples, plus de difficultés qu'on n'auroit dû en soupçonner, & que ce n'a pas été sans peine que je suis parvenu à démontrer sur cette matière les vérités les plus généralement connues, & les moins rigoureusement prouvées jusqu'ici. Mais après avoir, pour ainsi dire, sacrifié à la sûreté des principes la facilité du calcul, je devois naturellement m'attendre que l'application du calcul à ces mêmes principes seroit fort pénible; & c'est aussi ce qui m'est arrivé: je ne voudrois pas même assurer que, du-moins en certains cas, la solution du problême dont il est question, ne se refusât entièrement à l'analyse. C'est aux savans à prononcer sur ce point; je croirois avoir travaillé fort utilement, si j'étois parvenu dans une matière si difficile, soit à fixer moi-même, soit à faire trouver à d'autres jusqu'où peut aller la théorie, & les limites où elle est forcée de s'arrêter.

Quand je parle ici des bornes que la théorie doit se prescrire, je ne l'envisage qu'avec les secours actuels qu'elle peut se procurer, non avec ceux dont elle pourra s'aider dans la suite, & qui sont encore à trouver: car, en quelque matière que ce soit, on ne doit pas trop se hâter d'élever entre la nature & l'esprit humain un mur de séparation. Pour avoir appris à nous méfier de notre industrie, il ne faut pas nous en méfier avec excès. Dans l'impuissance fréquente que nous éprouvons de surmonter tant d'obstacles qui se présentent à nous, nous serions, sans doute, trop heureux, si nous pouvions au-moins juger du premier coup-d'œil jusqu'où nos efforts peuvent atteindre. Mais telle est tout-à-la-fois la force & la foiblesse de notre esprit, qu'il est souvent aussi dangereux de prononcer sur ce qu'il ne peut pas que sur ce qu'il peut. Combien de découvertes modernes dont les anciens n'avoient pas même l'idée? Combien de découvertes perdues, que nous contesterions peut-être trop légèrement? & combien d'autres que nous jugerions impossibles, sont réservées pour notre postérité?

Voilà les vues qui m'ont guidé, & l'objet que je me suis proposé dans mon ouvrage qui a pour titre: *Essai d'une nouvelle théorie sur la résistance des fluides*. Pour rendre mes principes encore plus dignes de l'attention des physiciens & des géomètres, j'ai cru devoir indiquer en peu de mots, comment ils peuvent s'appliquer à différentes questions, qui ont un rapport plus ou moins immédiat à la matière que je traite; telles que le mouvement d'un *fluide* qui coule soit dans un vase, soit dans un canal quelconque; les oscillations d'un corps qui flotte sur un *fluide*, & d'autres problêmes de cette espèce.

J'aurois desiré pouvoir comparer ma théorie de la résistance des *fluides*, aux expériences que plusieurs physiciens célèbres ont faites pour la déterminer: mais, après avoir examiné ces expériences, je les ai trouvées si peu d'accord entr'elles, qu'il n'y a, ce me semble, encore aucun fait suffisamment constaté sur ce point. Il n'en faut pas davantage pour montrer combien ces expériences sont délicates; aussi quelques personnes très-versées dans cet art, ayant entrepris depuis peu de les recommencer, ont presque abandonné ce projet par les difficultés de l'exécution. La multitude des forces, soit actives, soit passives, est ici compliquée à un tel degré, qu'il paroît presque impossible de déterminer séparément l'effet de chacune; de distinguer, par exemple, celui qui vient de la force d'inertie d'avec celui qui résulte de la ténacité, & ceux-ci d'avec l'effet que peut produire la pesanteur & le frottement des particules: d'ailleurs quand on auroit démêlé dans un seul cas les effets de chacune de ces forces, & la loi qu'elles suivent, seroit-on bien fondé à conclure, que dans un cas où les particules agiroient tout autrement, tant par leur nombre que par leur direction, leur disposition & leur vîtesse, la loi des effets ne seroit pas toute différente? Cette matière pourroit bien être du nombre de celles où les expériences faites en petit n'ont presque aucune analogie avec les expériences faites en grand, & les contredisent même quelquefois, où chaque cas particulier demande presqu'une expérience isolée, & où par conséquent les résultats généraux sont toujours très-fautifs & très-imparfaits.

Enfin la difficulté fréquente d'appliquer le calcul à la théorie, pourra rendre souvent presque impraticable la comparaison de la théorie & de l'expérience: je me suis donc borné à faire voir l'accord de mes principes avec les faits les plus connus, & les plus généralement avoués. Sur tout le reste, je laisse encore beaucoup à faire à ceux qui pourront travailler d'après mes vues & mes calculs. On trouvera peut-être ma sincérité fort éloignée de cet appareil, auquel on ne renonce pas toujours en rendant compte de ses travaux; mais c'est à mon ouvrage seul à se donner la place qu'il peut avoir. Je ne me flatte pas d'avoir poussé à sa perfection une théorie que tant de grands hommes ont à peine commencée. Le titre d'*Essai* que je donne à cet ouvrage, répond exactement à l'idée que j'en ai: je crois être au-moins dans la véritable route; & sans oser apprécier le chemin que je puis y avoir fait, j'applaudirai volontiers aux efforts de ceux qui pourront aller plus loin que moi; parce que, dans la recherche de la vérité, le premier devoir est d'être juste.

Je crois encore pouvoir donner aux géomètres, qui dans la suite s'appliqueront à cette matière, un avis que je prendrai le premier pour moi-même; c'est de ne pas ériger trop légèrement des formules d'algèbre en vérités ou propositions physiques. L'esprit de calcul qui a chassé l'esprit de système, règne peut-être un peu trop à son tour: car il y a dans chaque siécle un goût de philosophie dominant; ce goût entraîne presque toujours quelques préjugés, & la meilleure philosophie est celle qui en a le moins à sa suite: Il seroit mieux, sans doute, qu'elle ne fût jamais assujettie à aucun ton particulier; les différentes connoissances acquises par les savans en auroient plus de facilité pour se rejoindre & former un tout. Mais c'est un avantage que l'on ne peut guère espérer. La philosophie prend, pour ainsi dire, la teinture des esprits où elle se trouve. Chez un métaphysicien, elle est ordinairement toute systématique; chez un géomètre, elle est souvent toute de calcul. La méthode du dernier, à parler en général, est, sans doute, la plus sûre; mais il ne faut pas en abuser, & croire que tout s'y réduise: autrement nous ne ferions de progrès dans la Géométrie transcendante que pour être à proportion plus bornés sur les vérités de la Physique. Plus on peut tirer d'utilité de l'application de celle-là à celle-ci, plus on doit être circonspect dans cette application. *Voyez* APPLICATION. *Voyez aussi l'article* RÉSISTANCE, *& la Préface de mon Essai d'une nouvelle théorie de la résistance des fluides*, d'où ces réflexions sont tirées. On y trouvera un plus grand détail sur cet objet; car il est tems de mettre fin à cet article. (*O*)

FLUX ET REFLUX, s. m. (*Physiq. & Hydrogr.*): mouvement journalier, régulier & périodique, qu'on observe dans les eaux de la mer, & dont le détail & les causes vont faire l'objet de cet article:

Dans les mers vastes & profondes, on remarque que l'océan monte & descend alternativement deux fois par jour. Les eaux, pendant environ six heures s'élèvent & s'étendent sur les rivages; c'est ce qu'on appelle le *flux* ou le flot: elles restent un très-petit espace de tems, c'est-à-dire, quelques minutes, dans cet état de repos; on dit que la mer est étale, après quoi elles redescendent durant six autres heures, ce qui forme le *reflux*, l'*ebe* ou le *jusant*: au bout de ces six heures, & d'un très-petit tems de repos, elles remontent de nouveau; & ainsi de suite.

Pendant le *flux*, les eaux des fleuves s'enflent & remontent près de leur embouchure; ce qui vient évidemment de ce qu'elles sont refoulées par les eaux de la mer. Pendant le *reflux*, les eaux de ces mêmes fleuves recommencent à couler.

On a désigné le *flux & reflux* par le seul mot de *marée*, dont nous nous servirons souvent dans cet article. *Voyez* MARÉE. Le moment où finit le *flux*, lorsque les eaux sont stationnaires, s'appelle la *haute mer, mer pleine, mer étale*; la fin du *reflux* s'appelle la *basse mer*.

Dans tous les endroits où le mouvement des eaux n'est pas retardé par des îles, des caps, des détroits, ou par d'autres obstacles semblables, on observe trois périodes à la marée; la période journalière, la période menstruelle, la période annuelle.

La période journalière est de 24 heures 49 minutes, pendant lesquelles le *flux* arrive deux fois, & le *reflux* deux fois, & cet espace de 24 heures 49 minutes, est le tems que la lune met à faire sa révolution journalière autour de la terre, ou, pour parler plus exactement, le tems qui s'écoule entre son passage par le méridien, & son retour au même méridien, abstraction faite de ses inégalités.

La période menstruelle consiste en ce que les marées sont plus grandes dans les nouvelles & pleines lunes, que quand la lune est en quartier; ou, suivant ce qui arrive plus communément, les marées sont les plus grandes dans chaque lunaison, quand la lune est environ à 18 degrés au-delà des pleines & nouvelles lunes, & les plus petites, quand elle est environ à 18 degrés au-delà du premier & du dernier quartier. Les nouvelles ou pleines lunes s'appellent *syzygies*, les quartiers, *quadratures*: ces expressions nous seront quelquefois commodes, & nous en userons. *Voy.* SYZYGIES, QUADRATURES, *&c.*

La période annuelle consiste en ce qu'aux équinoxes les marées sont les plus grandes, suivant l'opinion commune, vers les nouvelles & pleines lunes, & celles des quartiers sont plus grandes qu'aux autres lunaisons; au contraire dans les solstices, les marées des nouvelles & pleines lunes ne sont pas si grandes qu'aux autres lunaisons.

On voit déjà par ce premier détail, que le *flux & reflux* a une connexion marquée & principale avec les mouvemens de la lune, & qu'il en a même, jusqu'à un certain point, avec le mouvement du soleil, ou plutôt avec celui de la terre autour du soleil. *Voyez* le système de COPERNIC. D'où l'on peut déjà conclure en général, que la lune & le soleil, & sur-tout le premier de ces deux astres, sont la cause du *flux & reflux*, même avant que de savoir comment cette cause opère. Il ne restera plus rien à desirer, quand nous entrerons dans le détail de la manière dont ces deux astres agissent sur les eaux: mais suivons les phénomènes *du flux & du reflux*.

Dans la période journalière on observe encore: 1.° que la haute mer arrive aux rades orientales plutôt qu'aux rades occidentales: 2.° qu'entre les deux tropiques la mer paroît aller de l'est à l'ouest: 3.° que dans la zone torride, à moins de quelque obstacle particulier, la haute mer arrive en même tems aux endroits qui sont sous le même méridien, au lieu que dans les zones tem-

pérées, elle arrive plutôt à une moindre latitude qu'à une plus grande; & au-delà du soixante-cinquième degré de latitude, le *flux* est moins sensible.

Dans la période menstruelle on observe, 1.° que les marées vont en croissant des quadratures aux syzygies, & en décroissant, des syzygies aux quadratures : 2.° quand la lune est aux syzygies ou aux quadratures, la haute mer arrive dans les mers libres trois heures après le passage de la lune au méridien : si la lune va des syzygies aux quadratures, le tems de la haute mer arrive plutôt que ces trois heures : c'est le contraire si la lune va des quadratures aux syzygies : 3.° soit que la lune se trouve dans l'hémisphère austral ou dans le boréal, le tems de la haute mer n'arrive pas plus tard aux plages septentrionales.

Enfin, dans la période annuelle on observe, 1.° que les marées du solstice d'hiver sont plus grandes que celles du solstice d'été : 2.° les marées sont d'autant plus grandes que la lune est plus près de la terre; & elles sont les plus grandes, toutes choses d'ailleurs égales, quand la lune est périgée, c'est-à-dire à sa plus petite distance de la terre : elles sont aussi d'autant plus grandes, que la lune est plus près de l'equateur; & en général les plus grandes de toutes les marées arrivent quand la lune est à-la-fois dans l'équateur, périgée, & dans les syzygies : 3.° enfin, dans les contrées septentrionales, les marées des nouvelles & pleines lunes sont en été plus grandes le soir que le matin, & en hiver, plus grandes le matin que le soir.

Tels sont les phénomènes principaux; entrons à présent dans leur explication.

Les anciens avoient déjà conclu des phénomènes du *flux & reflux*, que le soleil & la lune en étoient la cause : *causa*, dit Pline, *in sole lunâque, liv. II. c.* 97. Galilée jugea de plus, que le *flux & reflux* étoit une preuve du double mouvement de la terre par rapport au soleil : mais la manière dont ce grand homme fut traité par l'odieux tribunal de l'Inquisition, à l'occasion de son opinion sur le mouvement de la terre, ne l'encouragea pas à approfondir, d'après ce principe, les causes du *flux & reflux* : ainsi, l'on peut dire que jusqu'à Descartes, personne n'avoit entrepris de donner une explication détaillée de ce phénomène. Ce grand homme étoit parti pour cela de son ingénieuse théorie des tourbillons. *Voyez* CARTÉSIANISME & TOURBILLON. Selon Descartes, lorsque la lune passe au méridien, le fluide qui est entre la terre & la lune, ou plutôt entre la terre & le tourbillon particulier de la lune, fluide qui se meut aussi en tourbillon autour de la terre, se trouve dans un espace plus resserré : il doit donc y couler plus vîte; il doit de plus y causer une pression sur les eaux de la mer; & de-là vient le *flux* & le *reflux*. Cette explication, dont nous supprimons le détail & les conséquences, a deux grands défauts; le premier, d'être appuyé sur l'hypothèse des tourbillons, aujourd'hui reconnue insoûtenable, *voy.* TOURBILLONS; le second est d'être directement contraire aux phénomènes : car, selon Descartes, le fluide qui passe entre la terre & la lune, doit exercer une pression sur les eaux de la mer; cette pression doit donc refouler les eaux de la mer sous la lune : ainsi, ces eaux devroient s'abaisser sous la lune lorsqu'elle passe au méridien, or il arrive précisément le contraire. On peut voir dans les ouvrages de plusieurs Physiciens modernes, d'autres difficultés contre cette explication : celles que nous venons de proposer sont les plus frappantes, & nous paroissent suffire.

Quelques cartésiens mitigés, attachés aux tourbillons, sans l'être aux conséquences que Descartes en a tirées, ont cherché à raccommoder de leur mieux ce qu'ils trouvoient de défectueux dans l'explication que leur maître avoit donnée du *flux* & du *reflux* : mais indépendamment des objections particulières qu'on pourroit faire contre chacune de ces explications, elles ont toutes un défaut général, c'est de supposer l'existence chimérique des tourbillons : ainsi, nous ne nous y arrêterons pas davantage. Les principes que nous espérons donner aux *mots* HYDRODYNAMIQUE, HYDROSTATIQUE, & RÉSISTANCE, sur la pression des fluides en mouvement, serviront à apprécier avec exactitude toutes les explications qu'on donne ou qu'on prétend donner du *flux & du reflux* par les loix du mouvement des fluides & de leur pression. Passons donc à une manière plus satisfaisante de rendre raison de ce phénomène.

La meilleure méthode de philosopher en physique, c'est d'expliquer les faits les uns par les autres, & de réduire les observations & les expériences à certains phénomènes généraux dont elles soient la conséquence. Il ne nous est guère permis d'aller plus loin; les causes des premiers faits nous étant inconnues : or c'est le cas où nous nous trouvons par rapport au *flux & reflux* de la mer. Il est certain par toutes les observations astronomiques, qu'il y a une tendance mutuelle des corps célestes les uns avec les autres : cette force dont la cause est inconnue, a été nommée par M. Neuton, *gravitation universelle*, ou *attraction*, *voyez ces deux mots*, & NEUTONIANISME : il est certain de plus, par les observations, que les planètes se meuvent ou dans le vide, ou au moins dans un milieu qui ne leur résiste pas. *Voyez* PLANÈTE, TOURBILLON, RÉSISTANCE, &c. Il est donc d'un physicien sage de faire abstraction de tout fluide dans l'explication du *flux & reflux* de la mer, & de chercher uniquement à expliquer ce phénomène par le principe de la gravitation universelle, que personne ne peut refuser d'admettre, quelque explication bonne ou mauvaise qu'il entreprenne d'ailleurs d'en donner.

Mettant donc à part toute hypothèse, nous poserons

ferons pour principe, que comme la lune pèse vers la terre, *voyez* LUNE, de même aussi la terre & toutes ses parties pèsent ou sont attirées vers le soleil, ne donnant point ici d'autre sens au mot *attraction*, que celui d'une tendance des parties de la terre vers la lune & vers le soleil, quelle qu'en soit la cause : c'est de ce principe que nous allons déduire les phénomènes des marées.

Kepler avoit conjecturé, il y a long-tems, que la gravitation des parties de la terre vers la lune & vers le soleil, étoit la cause du *flux & reflux*.

« Si la terre cessoit, dit-il, d'attirer ses eaux » vers elle-même, toutes celles de l'océan s'éléveroient vers la lune ; car la sphère de l'attraction de la lune s'étend vers notre terre, & en » attire les eaux. »

C'est ainsi que pensoit ce grand astronome dans sa *Physique céleste* ; ce soupçon, car ce n'étoit alors rien de plus, se trouve aujourd'hui vérifié & démontré par la théorie suivante, déduite des principes de Neuton.

Théorie des marées. La surface de la terre & de la mer est sphérique, ou du moins étant à-peu-près sphérique, peut être ici regardée comme telle. Cela posé, si l'on imagine que la lune *A* (*Planches d'Astronom. fig. 286.*) est au-dessus de quelque partie de la surface de la mer, comme *E*, il est évident que l'eau *E* étant le plus près de la lune, pesera vers elle plus que ne fait aucune autre partie de la terre & de la mer, dans tout l'hémisphère *FEH*.

Par conséquent l'eau en *E* doit s'élever vers la lune, & la mer doit s'enfler en *E*.

Par la même raison, l'eau en *G* étant la plus éloignée de la lune, doit peser moins vers cette planète que ne fait aucune autre partie de la terre ou de la mer dans l'hémisphère *FGH*.

Par conséquent l'eau de cet endroit doit moins s'approcher de la lune que toute autre partie du globe terrestre ; c'est-à-dire, qu'elle doit s'élever du côté opposé comme étant plus légère, & par conséquent elle doit s'enfler en *G*.

Par ces moyens, la surface de l'océan doit prendre nécessairement une figure ovale dont le plus long diamètre est *EG*, & le plus court *FH* ; de sorte que la lune venant à changer sa position dans son mouvement diurne autour de la terre, cette figure ovale de l'eau doit changer avec elle, & c'est-là ce qui produit ces deux *flux & reflux* que l'on remarque toutes les 25 heures.

Telle est d'abord en général, & pour ainsi dire en gros, l'explication du *flux & reflux*. Mais pour faire entendre sans figure, par le seul raisonnement, & d'une manière encore plus précise, la cause de l'élévation des eaux en *G* & en *E*, imaginons que la lune soit en repos, & que la terre soit un globe solide en repos, couvert jusqu'à telle hauteur qu'on voudra d'un fluide homogène, rare, & sans ressort, dont la surface soit sphérique ; supposons de plus que les parties de ce fluide pesent (comme elles sont en effet) vers le centre du globe, tandis qu'elles sont attirées par le soleil & par la lune ; il est certain que si toutes les parties du fluide & du globe qu'il couvre, étoient attirées avec une force égale & suivant des directions parallèles, l'action des deux astres n'auroit d'autre effet que de mouvoir ou de déplacer toute la masse du globe & du fluide, sans causer d'ailleurs aucun dérangement dans la situation respective de leurs parties. Mais suivant les loix de l'attraction, les parties de l'hémisphère supérieur, c'est-à-dire de celui qui est le plus près de l'astre, sont attirées avec plus de force que le centre du globe ; & au contraire les parties de l'hémisphère inférieur sont attirées avec moins de force : d'où il s'ensuit que le centre du globe étant mû par l'action du soleil ou de la lune, le fluide qui couvre l'hémisphère supérieur, & qui est attiré plus fortement, doit tendre à se mouvoir plus vîte que le centre, & par conséquent s'élever avec une force égale à l'excès de la force qui l'attire sur celle qui attire le centre ; au contraire le fluide de l'hémisphère inférieur étant moins attiré que le centre du globe, doit se mouvoir moins vîte : il doit donc fuir le centre pour ainsi dire, & s'en éloigner avec une force à-peu-près égale à celle de l'hémisphère supérieur. Ainsi, le fluide s'élévera aux deux points opposés qui sont dans la ligne par où passe le soleil ou la lune : toutes ses parties accourront, si l'on peut s'exprimer ainsi, pour s'approcher de ces points, avec d'autant plus de vitesse, qu'elles en seront plus proches.

On explique par-là, avec la dernière évidence, comment l'élévation & l'abbaissement des eaux de la mer se fait aux mêmes instans dans les points opposés d'un même méridien. Quoique ce phénomène soit une conséquence nécessaire du système de Neuton, & que ce grand géomètre l'ait même expressément remarqué, cependant les cartésiens soutiennent depuis un demi-siècle, que si l'attraction produisoit le *flux & reflux*, les eaux de l'Océan, lorsqu'elles s'élèvent dans notre hémisphère, devroient s'abaisser dans l'hémisphère opposé. La preuve simple & facile que nous venons de donner du contraire, sans figure & sans calcul, anéantira peut-être enfin une objection aussi frivole, qui est pourtant une des principales de cette secte, contre la théorie de la gravitation universelle.

Le mouvement des eaux de la mer, au moins celui qui nous est sensible & qui ne lui est point commun avec toute la masse du globe terrestre, ne provient donc point de l'action totale du soleil & de la lune, mais de la différence qu'il y a entre l'action de ces astres sur le centre de la terre, & leur action sur le fluide tant supérieur qu'inférieur : c'est cette différence que nous appellerons dans toute la suite de cet article, *action*,

force ou *attraction* solaire ou lunaire. Neuton nous a appris à calculer chacune de ces deux forces, & à les comparer avec la pesanteur. Il a démontré par la théorie des forces centrifuges, & par la comparaison entre le mouvement annuel de la terre & son mouvement diurne. (*Voyez* FORCE CENTRIFUGE & PESANTEUR), que l'action solaire étoit à la pesanteur, environ comme un à 12868200 : à l'égard de l'action lunaire, il ne l'a pas aussi exactement déterminée, parce qu'elle dépend de la masse de la lune, qui n'est pas encore suffisamment connue ; cependant, fondé sur quelques observations des marées, il suppose l'action lunaire, environ quadruple de celle du soleil; on verra bientôt qu'elle n'est pas si considérable. Il est au moins certain, tant par les phénomènes des marées que par d'autres observations (*Voyez* ÉQUINOXE, NUTATION, & PRÉCESSION), que l'action lunaire, pour soulever les eaux de l'Océan, est beaucoup plus grande que celle du soleil; & cela nous suffit quant à présent.

Voyons maintenant comment on peut déduire de ce que nous avons avancé, l'explication des principaux phénomènes du *flux & reflux*. Dans cette explication nous tâcherons d'abord de nous mettre à la portée du plus grand nombre de lecteurs, qu'il nous sera possible, & par cette raison nous nous contenterons d'abord de rendre raison des phénomènes en gros; mais nous donnerons ensuite les calculs & les principes, par le moyen desquels on pourra donner rigoureusement les explications que nous n'aurons fait qu'indiquer.

Nous avons vu que les eaux doivent s'élever en même tems au-dessous de l'endroit où est la lune, & au point de la terre diamétralement opposé à celui-là; par conséquent, à 90 degrés de ces deux points, ces eaux doivent s'abaisser : de même l'action solaire doit faire élever les eaux à l'endroit au-dessus duquel est le soleil, & au point de la terre diamétralement opposé; & par conséquent les eaux doivent s'abaisser à 90 degrés de ces points. Combinant ensemble ces deux actions, on verra que l'élévation des eaux en un même endroit doit être sujette à de grandes variétés, soit pour la quantité, soit pour l'heure à laquelle elle arrive, selon que l'action solaire & l'action lunaire se combinent entr'elles, c'est-à-dire selon que la lune & le soleil sont différemment placés par rapport à cet endroit de la terre.

En général, dans les conjonctions & oppositions du soleil & de la lune, la force qui fait tendre l'eau vers le soleil, concourt avec la pesanteur qui la fait tendre vers la lune. Car dans les conjonctions du soleil & de la lune, ces deux astres passent en même tems au-dessus du méridien; & dans les oppositions, l'un passe au-dessus du méridien, dans le tems que l'autre passe au-dessous; & par conséquent ils tendent dans ces deux cas élever en même tems les eaux de la mer. Dans les quadratures au contraire, l'eau élevée par le soleil, se trouve abaissée par la lune; car dans les quadratures, la lune est à 90 degrés du soleil; donc les eaux qui se trouvent sous la lune sont à 90 degrés de celles au-dessus desquelles se trouve le soleil; donc la lune tend à élever les eaux que le soleil tend à abaisser, & réciproquement; donc, dans les syzygies, l'action solaire conspire avec l'action lunaire à produire le même effet, & au contraire elle tend à produire un effet opposé dans les quadratures : il faut par conséquent en général, & toutes choses d'ailleurs égales, que les plus grandes marées arrivent dans les syzygies, & les plus basses dans les quadratures.

Dans le cours de chaque jour naturel, il y a deux *flux & reflux* qui dépendent de l'action du soleil, comme dans chaque jour lunaire il y en a deux qui dépendent de l'action de la lune, & toutes ces marées sont produites suivant les mêmes loix ; mais celles que cause le soleil sont beaucoup moins grandes que celles que cause la lune : la raison en est, que quoique le soleil soit beaucoup plus gros que la terre & la lune ensemble, l'immensité de sa distance fait que l'action solaire est beaucoup plus petite que l'action lunaire.

En général, plus la lune est près de la terre, plus son action pour élever les eaux doit être grande, & il en est de même du soleil. C'est une suite des loix de l'attraction, qui est plus forte à une moindre distance.

Faisant abstraction pour un moment de l'action du soleil, la haute marée devroit se faire au moment du passage de la lune par le méridien, si les eaux n'avoient pas (ainsi que tous les corps en mouvement) une force d'inertie (*V.* FORCE D'INERTIE) par laquelle elles conservent l'impression qu'elles ont reçue : mais cette force doit avoir deux effets ; elle doit retarder l'heure de la haute marée, & diminuer aussi en général l'élévation des eaux. Pour le prouver, supposons un moment la terre en repos & la lune au-dessus d'un endroit quelconque de la terre; en faisant abstraction du soleil, dont la force pour élever les eaux est beaucoup moindre que celle de la lune, l'eau s'élevera certainement au-dessus de l'endroit où est la lune. Supposons maintenant que la terre vienne à tourner ; d'un côté, elle tourne fort vîte par rapport au mouvement de la lune; & d'un autre côté l'eau qui a été élevée par la lune, & qui tourne avec la terre, tend à conserver, autant qu'il se peut, par sa force d'inertie, l'élévation qu'elle a acquise, quoiqu'en s'éloignant de la lune, elle tende en même temps à perdre une partie de cette élévation; ainsi ces deux effets contraires se combattant, l'eau transportée par le mouvement de la terre, se trouvera plus élevée à l'orient de la lune qu'elle ne devroit être sans ce mouvement; mais cependant moins élevée qu'elle ne l'auroit été sous la lune, si la terre étoit immobile. Donc le mouvement de

la terre doit en général retarder les marées, & en diminuer l'élévation.

Après le *flux* & le *reflux*, la mer est un peu de temps sans descendre ni monter, parce que les eaux tendent à conserver l'état de repos & d'équilibre où elles sont dans le moment de la haute marée, & dans celui de la marée basse, & qu'en même temps, le mouvement de la terre déplaçant ces eaux par rapport à la lune, change l'action de cet astre sur ces eaux, & tend à leur faire perdre l'équilibre : ces deux efforts se contrebalancent mutuellement pendant quelques momens. Il faut y joindre la tenacité des eaux, & les obstacles de différentes espèces qui doivent en général retarder leur mouvement, & empêcher qu'elles ne le prennent tout-d'un-coup, & par conséquent qu'elles ne passent brusquement de l'état d'élévation à celui d'abaissement.

La lune passe au-dessus des rives orientales, avant que de passer au-dessus des rives occidentales : le *flux* doit donc arriver plutôt aux premières.

Le mouvement général de la mer entre les tropiques de l'est à l'ouest, est plus difficile à expliquer; ce mouvement se prouve par la direction constante des corps qui nagent à la merci des flots. On observe de plus que, toutes choses d'ailleurs égales, la navigation vers l'occident est fort prompte, & le retour difficile. J'ai démontré dans mes *recherches sur la cause des vents*, qu'en effet cela doit être ainsi; que l'action du soleil & de la lune doit mouvoir les eaux de l'Océan sous l'équateur d'orient en occident. Cette même action doit produire dans l'air un effet semblable; & c'est-là, selon moi, une des principales causes des vents alisés. *Voyez* ALISÉ. Mais c'est-là un de ces phénomenes dont on ne peut rendre la raison sans avoir recours au calcul. *Voyez donc l'ouvrage cité*; voyez *aussi les articles* VENT & COURANT.

Si la lune restoit toujours dans l'équateur, il est évident qu'elle seroit toujours à 90 degrés du pole, & que par conséquent, il n'y auroit au pole ni *flux* ni *reflux* : donc dans les endroits voisins des poles, le *flux* & le *reflux* seroit fort petit, & même tout-à-fait insensible, sur-tout si l'on considere que ces endroits opposent beaucoup d'obstacles au mouvement des eaux, tant par les glaces énormes qui y nagent, que par la disposition des terres. Or quoique la lune ne soit pas toujours dans l'équateur, elle ne s'en éloigne que de 28 degrés : il ne faut donc point s'étonner que près des poles & à la latitude de 65 degrés, le *flux* & *reflux* ne soit pas sensible.

Supposons maintenant que la lune décrive pendant un jour un paralelle à l'équateur, on voit, 1.° que l'eau sera en repos au pole pendant ce jour, puisque la lune demeurera toujours à la même distance du pole; 2.° que si le lendemain la lune décrit un autre paralèlle, l'eau sera encore en repos au pole pendant ce jour-là, mais plus ou moins abaissée que le jour précédent, selon que la lune sera plus près ou plus loin du zénit ou du nadir des habitans du pole; 3.° que si l'on prend un endroit quelconque entre la lune & le pole, la distance de la lune à cet endroit sera plus différente de 90 degrés en défaut, lorsque la lune passera au méridien au-dessus de cet endroit, que la distance de la lune à ce même endroit ne différera de 90 degrés en excès, lorsque la lune passera au méridien au-dessous de ce même endroit. Voilà pourquoi en général, en allant vers le pole boréal, les marées de dessus sont plus grandes quand la lune est dans l'hémisphere boréal, & celles de dessous plus petites; & en s'avançant même plus loin vers le pole, il ne doit plus y avoir qu'un *flux* & qu'un *reflux* dans l'espace de 24 heures; parce que quand la lune est au-dessous du méridien, elle n'est pas à beaucoup près à 180 degrés de l'endroit dont il s'agit, & qu'elle se trouve au contraire à une distance assez peu différente de 90 degrés, pour que les eaux doivent s'abaisser alors au lieu de s'élever. Le calcul démontre évidemment toutes ces vérités, que nous ne pouvons ici qu'énoncer en général.

Comme il n'arrive que deux fois par mois que le soleil & la lune répondent au même point du ciel, ou à des points opposés, l'élévation des eaux (telle qu'on la trouve même en négligeant l'inertie) ne doit se faire pour l'ordinaire ni immédiatement sous la lune, ni immédiatement sous le soleil, mais dans un point milieu entre ces points; ainsi, quand la lune va des syzygies aux quadratures, c'est-à-dire, lorsqu'elle n'est pas encore à 90 degrés du soleil, l'élévation la plus grande des eaux doit se faire plus au couchant de la lune; c'est le contraire quand la lune va des quadratures aux syzygies. Donc dans le premier cas, le temps de la haute mer doit précéder les trois heures lunaires; car, d'un côté, l'inertie des eaux donne l'élévation trois heures après le passage de la lune au méridien; & d'un autre côté, la position respective du soleil & de la lune donne cette élévation avant le passage de la lune au méridien. Au contraire, & par la même raison, dans le second cas, le temps de la haute marée doit arriver plus tard que les trois heures. On en trouvera la Table ci après.

Les différentes marées qui dépendent des actions particulieres du soleil & de la lune, ne peuvent être distinguées les unes des autres, mais elles se confondent ensemble. La marée lunaire est changée tant soit peu par l'action du soleil, & ce changement varie chaque jour, à cause de l'inégalité qu'il y a entre le jour naturel & le jour lunaire.

Comme il arrive quelque retard aux marées par l'inertie & le balancement des eaux, qui conservent quelque temps l'impression qu'elles ont reçue; par la même raison les plus hautes marées n'arrivent pas précisément dans la conjonction & dans l'opposition de la lune, mais deux ou trois marées après : de même les plus petites marées ne doivent arriver qu'un peu après les quadratures.

Comme dans l'hiver le soleil est un peu plus près

de la terre que dans l'été, on observe en général que les marées du solstice sont plus grandes, toutes choses d'ailleurs égales, que celles du solstice d'été.

Voilà l'explication des principaux phénomènes du *flux* & du *reflux*; les autres ont besoin du calcul, ou demandent quelques restrictions. C'est par le calcul qu'on peut prouver, 1.° que l'intervalle d'une marée à l'autre est le plus petit dans les syzygies, & le plus grand dans les quadratures : 2.° que dans les syzygies l'intervalle des marées est de 24 h. 35 min. & qu'ainsi les marées priment de 14 m. sur le mouvement de la lune : 3.° qu'au contraire dans les quadratures, les marées retardent de 35 min. sur le mouvement de la lune; *voyez* l'excellente pièce de M. Daniel Bernoulli, sur le *flux* & *reflux de la mer*: 4.° que l'intervalle moyen entre deux marées consécutives, lequel intervalle est de 24 h. 49 m. arrive beaucoup plus près des quadratures que des syzygies; ces différentes loix souffrent quelque altération, selon que la lune est apogée ou périgée. *Ibid. ch. vj. & vij.* 5.° Que les changemens dans la hauteur des marées sont fort petits, tant aux syzygies qu'aux quadratures; cela doit être en effet, car les marées sont les plus grandes aux syzygies, & les plus petites aux quadratures : or quand des quantités passent par le *maximum* ou par le *minimum*, elles croissent ou décroissent pour l'ordinaire insensiblement avant & après l'instant où elles passent par cet état. *Voyez* MAXIMUM & MINIMUM. 6.° Que les plus grands changemens dans la hauteur des marées se feront plus près des quadratures que des syzygies.

A l'égard des règles qu'on a établies sur les grandes marées des équinoxes, M. Euler dans ses savantes recherches sur le *flux* & *reflux de la mer*, observe avec raison que quand la lune est dans l'équateur, ces règles n'ont lieu que pour les eaux situées sous l'équateur même. C'est ce que la théorie & les observations confirment, comme on le peut voir dans l'ouvrage cité.

Les marées du matin & du soir ne sont pas également fortes; mais ce qu'il y a de remarquable, c'est que l'ordre de ces *marées* change au bout de six mois; c'est-à-dire, que si les *marées* du matin sont les plus fortes en hiver, en six mois ou un peu plus, elles seront les plus foibles. Ce sont effectivement les *marées* du soir qui sont les plus fortes en été. Mais au bout de six mois, les plus fortes *marées* deviennent les plus foibles, & les plus foibles deviennent les plus fortes : C'est encore une suite de la Théorie.

Telles seroient régulièrement toutes les marées, si les mers étoient par-tout également profondes; mais les bas-fonds qui se trouvent en plusieurs endroits, & le peu de largeur de certains détroits, où doivent passer les eaux, sont cause de la grande variété que l'on remarque dans les hauteurs des marées.

L'eau de la mer, après avoir reçu l'impression de la force lunaire, la conserve long-temps, & continue de s'élever fort au-dessus du niveau de la hauteur ordinaire qu'elle a dans l'Océan, surtout dans les endroits où elle trouve un obstacle.

Les bas-fonds de la mer, & les continens qui l'entre-coupent, sont aussi cause en partie que la haute marée n'arrive point en plein Océan dans le temps que la lune s'approche du méridien, mais toujours quelques heures après, comme on le remarque sur toutes les côtes occidentales de l'Europe & de l'Afrique, depuis l'Irlande jusqu'au cap de Bonne-Espérance, où la lune placée entre le midi & le couchant, cause les hautes marées. On assure que la même chose a lieu sur les côtes occidentales de l'Amérique.

Les vents & les courans irréguliers contribuent aussi beaucoup à altérer les phénomènes du *flux* & du *reflux*. *Voyez* VENT & COURANT.

On ne finiroit point, si l'on vouloit entrer dans le détail de toutes les solutions ou explications particulières de ces effets, qui ne sont que des corollaires aisés à déduire des mêmes principes; ainsi, lorsqu'on demande, par exemple, pourquoi les mers Caspienne, Méditerranée, Blanche & Baltique n'ont point de marées sensibles, la réponse est que ces mers sont des espèces de lacs qui n'ont point de communication réelle ou considérable avec l'Océan : or le calcul montre que l'élévation des eaux doit être d'autant moindre, que la mer a moins d'étendue. *Voyez les pièces de MM.* Daniel Bernoulli & Euler. Ainsi, les marées doivent être presqu'insensibles dans la mer Noire, dans la mer Caspienne, & très-petites dans la Méditerranée. Elles doivent être encore moindres dans les mers Blanche & Baltique, à cause de leur éloignement de l'équateur, par les raisons exposées ci-dessus. Dans le golfe de Venise la marée est plus sensible que dans le reste de la Méditerranée, mais cela doit être attribué à la figure de ce golfe, qui le rend propre à élever davantage les eaux en les resserrant.

Nous dirons ici un mot des marées qui arrivent dans le port de Tunking à la Chine; elles sont différentes de toutes les autres, & les plus extraordinaires dont on ait jamais entendu parler. Dans ce port, on ne s'apperçoit que d'un *flux* & d'un *reflux* qui se fait en 24 heures de tems. Quand la lune s'approche de la ligne équinoxiale, il n'y a point de marée du tout, & l'eau y est immobile : mais quand la lune commence à avoir une déclinaison, on commence à s'appercevoir d'une marée, qui arrive à son plus haut point, lorsque la lune approche des tropiques; avec cette différence, que la lune étant au nord de la ligne équinoxiale, la marée monte pendant que la lune est au-dessus de l'horizon, & qu'elle descend pendant que la lune est au-dessous de l'horizon, de sorte que la haute marée y arrive au coucher de la lune, & la basse marée au lever de la lune : au contraire, quand la lune est au midi de la ligne équinoxiale, la haute marée arrive au lever de la lune, & la basse à son coucher;

de ſorte que les eaux ſe retirent pendant tout le tems que la lune eſt au-deſſus de l'horizon.

On a donné différentes explications plauſibles de ce phénomène; M. Euler a prouvé, par le calcul, que cela devoit être ainſi. *Voyez* la fin de ſon excellente pièce ſur le *flux* & *reflux*.

Neuton a inſinué que la cauſe de ce fait ſingulier réſulte du concours de deux marées, dont l'une vient de la grande mer du Sud, le long des côtes de la Chine; & l'autre de la mer des Indes. La première de ces marées venant des lieux dont la latitude eſt ſeptentrionale, eſt plus grande quand la lune ſe trouve au nord de l'équateur au-deſſus de l'horizon, que quand la lune eſt au-deſſous. La ſeconde de ces deux marées venant de la mer des Indes & des pays dont la latitude eſt méridionale, eſt plus grande quand la lune décline vers le midi, & ſe trouve au-deſſus de l'horizon, que quand la lune eſt au-deſſous; de ſorte que de ces marées alternativement plus grandes & plus petites, il y en a toujours ſucceſſivement deux des plus grandes & deux des plus petites qui viennent tous les jours enſemble.

La lune s'approchant de la ligne équinoxiale, & les *flux* alternatifs devenant égaux, la marée ceſſe, & l'eau reſte ſans mouvement; mais la lune ayant paſſé de l'autre côté de l'équateur, & *les flux*, qui étoient auparavant les moindres, étant devenus les plus conſidérables, le tems qui étoit auparavant celui des hautes eaux, devient le tems des eaux baſſes, & le tems des eaux baſſes devient celui des hautes eaux; de ſorte que tout le phénomène de cette marée ſingulière du port de Tunking s'explique naturellement & ſans forcer la moindre circonſtance, par les principes ci-deſſus, & ſert infiniment à confirmer la certitude de toute la théorie des marées.

Ceux de nos lecteurs qui ſeront aſſez avancés dans la géométrie, pourront conſulter ſur la cauſe des marées, les excellentes diſſertations de MM. Maclaurin, Daniel Bernoulli & Euler, couronnées par l'académie des Sciences, en 1740. Dans *mes réflexions ſur la cauſe générale des vents*, imprimées à Paris, en 1746, j'ai donné auſſi quelques remarques ſur les marées, cette matière ayant beaucoup de rapport à celle des vents réglés, en tant qu'ils ſont cauſés par l'action du ſoleil & de la lune.

Après avoir expliqué en gros les phénomènes du *flux* & *reflux* pour le commun des lecteurs, il nous paroît juſte de mettre ceux qui ſont plus verſés dans les ſciences, à portée de ſe rendre raiſon à eux-mêmes de ces phénomènes d'une manière plus préciſe. Pour cela, nous allons donner la formule algébrique de l'élévation des eaux pour une poſition quelconque donnée du ſoleil & de la lune.

Si l'on nomme S la maſſe du ſoleil, L celle de la lune, D la diſtance du ſoleil à la terre, δ celle de la lune, r le rayon de la terre, les forces du ſoleil & de la lune, pour mouvoir les

eaux de la mer, ſont entr'elles, toutes choſes d'ailleurs égales, comme $\frac{Sr}{D^3}$ à $\frac{Lr}{\delta^3}$, ou plus ſimplement comme $\frac{S}{D^3}$ à $\frac{L}{\delta^3}$.

Pour nous expliquer plus exactement, ſoit z la diſtance de la lune au zénith d'un lieu quelconque, on aura à très-peu-près $\delta - r$ coſin. z pour la diſtance de la lune à ce lieu; & $\frac{L}{(\delta - r \text{ coſin. } z)^2}$ pour la force avec laquelle la lune tend à attirer l'eau de la mer en cet endroit-là; cette force ſe décompoſe en deux autres : l'une tend vers le centre de la terre, & par le principe de la décompoſition des forces (*Voyez* Décomposition & Composition), elle eſt $\frac{Lr}{(\delta - r \text{ coſin. } z)^3}$; l'autre eſt parallèle à la ligne qui joint les centres de la terre & de la lune; & elle eſt, par les mêmes principes, égale à $\frac{\delta L}{(\delta - r \text{ coſin. } z)^3}$ = à très-peu-près $\frac{L}{\delta^2} + \frac{3 Lr \text{ coſin } z}{\delta^3}$. *Voyez* Suite, Approximation & Binome, & ſur-tout l'*article* Négliger, *en Algèbre*. Il faut retrancher de cette force, ſuivant ce qui a été dit plus haut, la force $\frac{L}{\delta^2}$ qui agit également ſur toutes les parties du globe terreſtre, & qui tend à tranſporter toute cette maſſe par un mouvement commun à toutes les parties; ainſi (le centre de la terre étant, par ce moyen, regardé comme en repos par rapport aux eaux de la mer), on aura $\frac{3 Lr \text{ coſin. } z}{\delta^3}$ pour la force avec laquelle ces eaux tendent à s'élever vers la lune, ſuivant une ligne parallèle à celle qui joint les centres du ſoleil & de la lune : cette force ſe décompoſe en deux autres; l'une dans la direction du rayon de la terre; elle eſt par le principe de la décompoſition des forces, $\frac{3 Lr \text{ coſin. } z^2}{\delta^3}$, & tend à éloigner les eaux du centre de la terre; l'autre eſt dirigée ſuivant une perpendiculaire au rayon, ou tangente à la terre; & elle eſt $\frac{3 Lr \text{ coſin. } z \times \text{ſin. } z}{\delta^3}$. Ainſi, comme nous avons déja trouvé qu'il y a une force $\frac{Lr}{\delta^3}$ qui tend à pouſſer les eaux vers le centre de la terre, il s'enſuit que les eaux tendront à s'éloigner de ce centre avec une force égale à $\frac{3 Lr (\text{coſin. } z)^2 - Lr}{\delta^3}$, & à ſe mouvoir parallèlement à la ſurface de la terre avec une force $= \frac{3 Lr \text{ ſin. } z \text{ coſin. } z}{\delta^3}$. Il en eſt de même de l'action du ſoleil; il n'y aura qu'à mettre, dans l'expreſſion précédente, S au lieu de L, & D au lieu de δ.

De ces deux forces, on peut même négliger entièrement la première, comme je l'ai démontré

dans *mes Réflexions ſur la cauſe des vents*, & comme pluſieurs géometres l'avoient démontré avant moi; car l'action de la peſanteur, pour pouſſer les particules de l'eau au centre de la terre, eſt comme infiniment plus grande que l'action qui tend à les en écarter; nous l'avons déja obſervé ci-deſſus, & nous le prouverons ainſi en peu de mots. La force de la peſanteur eſt $\frac{T}{r^2}$, en appellant T la maſſe de la terre; car chaque particule de la ſurface de la terre eſt attirée vers ſon centre avec une force égale à la maſſe de la terre diviſée par le quarré du rayon. *V.* ATTRACTION & GRAVITATION. Or $\frac{T}{r^2}$ eſt à $\frac{Lr}{\delta^3}$ comme $T\delta^3$ à Lr^3, c'eſt-à-dire, incomparablement plus grande, puiſque T eſt plus grand que L, & que δ eſt égale à environ 60 fois r. *Voyez* LUNE, TERRE, *&c.* Ainſi, l'action de la gravité ſur les eaux de la mer eſt incomparablement plus forte que l'action de la lune : or on trouve, par le calcul, que l'action du ſoleil $\frac{Sr}{D^3}$ eſt beaucoup plus petite que l'action de la lune $\frac{Lr}{\delta^3}$. Donc l'action de la gravité eſt beaucoup plus grande que les actions du ſoleil & de la lune, pour élever les eaux de la mer dans une direction perpendiculaire à la terre. Donc, *&c.*

La force $\frac{3 Lr \text{coſin. } z \text{ ſin. } z}{\delta^3}$ eſt auſſi beaucoup plus petite que la gravité, & par les mêmes raiſons; mais l'effort de cette force n'étant point contraire à celui de la peſanteur, elle doit avoir tout ſon effet : or quel eſt ſon effet? de mouvoir les eaux de la mer horizontalement & avec des viteſſes différentes, ſelon la différence de la diſtance z de la lune au zénit : & ce mouvement doit évidemment faire élever les eaux de la mer au-deſſous de la lune.

Pour le démontrer d'une maniere plus immédiate & plus directe, ſuppoſons une ſphère fluide, dont les parties peſent vers le centre avec une force égale à-peu-près à $\frac{T}{r^2}$, & ſoient, outre cela, pouſſées perpendiculairement au rayon par une force égale à $\frac{3 Lr \text{ coſin. } z \text{ ſin } z}{\delta^3}$; on démontre aiſément, par les principes de l'Hydroſtatique (*voyez* FIGURE DE LA TERRE, *mes réflexions ſur la cauſe des vents, & pluſieurs autres ouvrages*), que cette ſphère, pour conſerver l'équilibre de ſes parties, doit ſe changer en un ſphéroïde dont la différence des axes ſeroit $\frac{3 Lr}{2\delta^3} \times \frac{r^2}{T} = \frac{3 Lr^3}{2T\delta^3}$; & que la différence d'un rayon quelconque au petit axe de ce ſphéroïde ſeroit $\frac{3 Lr^4}{2T\delta^3} \times \text{coſin. } z^2$.

Ce nouveau ſphéroïde devant être égal en maſſe à la ſphère primitive, il eſt facile, par les principes de Géométrie, de determiner la différence des rayons de ce ſphéroïde aux rayons correſpondans de la ſphère, de trouver par conſéquent de combien le fluide ſera élevé ou abaiſſé en chaque endroit, au-deſſus du lieu qu'il occuperoit dans la ſphère, ſi la lune n'avoit point d'action. Par-là on trouvera d'abord aiſément l'élévation & l'abaiſſement des eaux en chaque endroit, en ſuppoſant la lune en repos. Car quoique ces hypothèſes ſoient bien éloignées de la vérité, cependant il faut commencer par-là, pour aller enſuite du ſimple au compoſé.

Quand la terre ne ſeroit pas ſuppoſée primitivement ſphérique, mais ſphéroïde, pourvu qu'on la regardât comme en repos, ainſi que la lune, l'élévation de l'eau, en vertu de l'action de la lune, ſeroit ſenſiblement la même que ſur une ſphère parfaite. J'ai démontré cette propoſition dans *mes réflexions ſur la cauſe des vents*, art. 50--62.

On trouveroit de même, & par les mêmes principes, l'élévation des eaux ſur la ſphère ou ſur le ſphéroïde, en vertu de l'action ſeule du ſoleil; & l'on peut démontrer (comme je l'ai fait dans l'endroit même que je viens de citer) que l'élévation des eaux, en vertu de l'action conjointe des deux aſtres, eſt ſenſiblement égale à la ſomme des élévations qu'elles auroient en vertu des deux actions ſéparées.

Mettons en calcul les idées que nous venons d'expoſer. Soit r le rayon de la ſphère, r' le demi-petit axe du ſphéroïde dans l'hypothèſe que la lune ſeule agiſſe; on aura, pour la différence des rayons de la ſphère & du ſphéroïde $r' + \frac{3 Lr'^4}{2T\delta^3} \times \text{coſin. } z^2 - r =$ (*voyez les articles* SINUS NÉGLIGER) $r' + \frac{3 Lr^4}{4 D^3} + \frac{3 Lr^4 \text{ coſin. } 2z}{4\delta^3} - r$: ainſi, la différence de la ſphère & du ſphéroïde aura pour élément $\left[r' - r + \frac{3 D r^4}{4\delta^3} + \frac{3 L r^4 \text{ coſin. } 2z}{4\delta^3} \right] r dz \times r \text{ ſin. } z \times 2\varpi$, 2ϖ étant le rapport de la circonférence au rayon. L'intégrale de cette quantité, qui doit être $= 0$, lorſque $z = 0$, eſt $2\varpi r^2 \left[r' - r + \frac{3 Lr^4}{4\delta^3} \right] \times (1 - \text{coſin. } z) + 2\varpi r^2 \times \frac{3 Lr^4}{4\delta^3} \left[\frac{1}{3 \cdot 2} - \frac{\text{coſ. } 3z}{3 \cdot 2} - \frac{1}{2} + \frac{\text{coſ. } z}{2} \right]$; lorſque $z = 90$ degrés, & par conſéquent coſ. $z = 0$, & coſ. $3z = 0$, cette quantité devient $2\varpi r^2 \left(r' - r + \frac{3 Lr^4}{4\delta^3} + \frac{3 Lr^4}{4\delta^3} \times -\frac{1}{3} \right)$; or la différence de la ſphère & du ſphéroïde, qui eſt le quadruple de cette derniere quantité, doit être égale à zéro : donc cette quantité elle-même doit être égale à zéro; on aura donc $r' - r = \frac{3 Lr}{4\delta^3} \times -\frac{2}{3}$, ou $r' = r - \frac{Lr^4}{2\delta^3}$. Donc la différence des rayons du ſphéroïde & des rayons correſpondans de la ſphère

pour chaque angle z, sera $-\frac{Lr^4}{2\delta^3}+\frac{3Lr^4}{4\delta^3}+\frac{3Lr^4\,\text{cof.}\,2z}{4\delta^3}=\frac{Lr^4}{4\delta^3}+\frac{3Lr^4\,\text{cof.}\,2z}{4\delta^3}$.

Donc, si l'on nomme Z la distance du soleil au zénit, l'élévation des eaux, en vertu des actions réunies du soleil & de la lune, sera $\frac{Lr^4}{4\delta^3}+\frac{Sr^4}{4D^3}+\frac{3Lr^4\,\text{cof.}\,2z}{4\delta^3}+\frac{3Sr^4\,\text{cof.}\,2Z}{4D^3}$. C'est la formule de l'élévation des eaux de la mer, en faisant abstraction du mouvement de la terre & de celui des deux astres; & cette formule a lieu généralement, de quelque manière qu'on suppose le soleil & la lune placés par rapport à un point quelconque de la terre, sans qu'il soit nécessaire que ces astres soient, ni dans l'équateur, ni dans un même parallèle à l'équateur.

En faisant la quantité précédente $=o$, on trouvera l'endroit où les eaux ne sont ni élevées, ni abaissées; en la faisant égale à un plus grand ou à un moindre (*voyez* MAXIMUM & MINIMUM), on trouvera l'endroit où les marées sont les plus hautes & les plus basses; on trouvera de plus l'heure des hautes & basses marées par la même formule, en supposant, que le point des plus hautes & des plus basses marées soit le même que si l'on considéroit le soleil & la lune comme en repos; mais, quoique cette supposition ne soit pas parfaitement exacte, cependant elle répond, en général, assez bien aux phénomènes, comme on peut le voir dans les excellentes pièces de MM. Euler & Daniel Bernoulli sur le *flux* & *reflux* de la mer. Au reste, ces deux grands géomètres, ainsi que M. Maclaurin, ont donné des méthodes d'approximation particulières pour déterminer le moment précis de l'élévation des eaux, en ayant égard au mouvement de la terre & à celui de la lune.

La formule qu'on a donnée ci-dessus pour les hauteurs des marées, donne les plus petites & les plus hautes, les premières dans les quadratures, les secondes dans les syzygies; & c'est par le rapport de ces marées que Newton a déterminé celui de quantités $\frac{L}{\delta^3}$ & $\frac{S}{D^3}$. Mais M. Daniel Bernoulli croit qu'il vaut mieux le déterminer par les intervalles entre les marées consécutives, aux Syzygies & aux quadratures. Le premier de ces deux grands géomètres trouve ce rapport égal à environ 4, & M. Daniel Bernoulli à $\frac{5}{2}$; ce qui, comme l'on voit, est fort différent. Mais il faut avouer aussi qu'eu égard aux circonstances physiques, qui troublent & dérangent ici beaucoup le géométrique, la méthode d'employer les marées pour découvrir un tel rapport, est fort incertaine. Les phénomènes de la nutation & de la précession sont bien préférables, *v.* NUTATION & PRÉCESSION, & ces phénomènes donnent un rapport assez approchant de celui de M. Daniel Bernoulli. *V. mes recherches sur la précession des équinoxes*, Paris, 1749.

Les trois pièces de MM. Bernoulli, Euler & Maclaurin sur le *flux* & *reflux* de la mer, dont nous avons parlé plusieurs fois dans le courant de cet article, ont chacune un mérite particulier, & ont paru avec raison aux commissaires de l'académie, dignes de partager leurs suffrages; ils y ont joint (apparemment pour ne pas paroître adopter aucun systême) une pièce du P. Cavalleri, jésuite, qui est toute cartésienne, ou du moins toute fondée sur la théorie des tourbillons, & dont nous n'avons tiré rien autre chose que le détail des principaux phénomènes. C'est dans les trois autres pièces qu'il faut chercher les explications, sur-tout dans celles de MM. Euler & Bernoulli, car la pièce de M. Maclaurin entre dans un moindre détail; mais elle est remarquable par un très-beau théorème sur la figure que doit prendre la terre en vertu de l'action du soleil & de la lune, combinée avec la pesanteur & la force centrifuge de ses parties. *Voyez* FIGURE DE LA TERRE.

Dans la pièce de M. Euler, on trouve un calcul ingénieux du mouvement des eaux, en ayant égard à leur inertie; mais ce calcul est peut-être un peu trop hypothétique. Dans le premier chapitre de cette même pièce, l'auteur paroît adopter les tourbillons; mais il est aisé de voir que ce n'est pas sérieusement, & qu'il se montre d'abord cartésien en apparence, pour être ensuite neutonien plus à son aise. M. Daniel Bernoulli est plus franc, & sa pièce n'en est par-là que plus estimable: elle joint d'ailleurs à ce mérite, celui d'être faite avec beaucoup d'intelligence & de clarté. Plus on relit ces trois excellens ouvrages, plus on est embarrassé auquel on doit donner la préférence, & plus on applaudit au jugement que l'académie en a porté en les couronnant tous trois.

Je crois qu'on me permettra de donner aussi dans dans cet article une idée de la manière dont j'ai traité la question dont il s'agit dans mes *réflexions sur la cause des vents*, que l'académie royale des Sciences de Prusse a honorées de son suffrage en 1746. Comme je ne considere guere dans cette pièce que l'attraction de la lune & du soleil sur la masse de l'air, il est évident que les mêmes principes peuvent s'appliquer au *flux* & *reflux*. Je commence donc, ce que personne n'avoit fait avant moi, par déterminer les oscillations d'un fluide qui couvriroit la terre à une petite profondeur, & qui seroit attiré par la lune. On peut par cette théorie comparer ces oscillations à celles d'un pendule, dont il est aisé de déterminer la longueur. Je fais voir ensuite que le célèbre M. Daniel Bernoulli s'est trompé dans l'équation qu'il a donnée pour l'élévation des eaux, en supposant la terre composée de couches différemment denses; & je démontre qu'il n'est point nécessaire pour expliquer l'élévation des eaux, d'avoir recours à ces différentes couches; qu'il suffit seulement de supposer que la partie fluide de la terre n'ait pas la même densité que la partie solide: enfin je donne le moyen de déterminer la vitesse &

& l'élévation des particules du fluide, en ayant égard à l'inertie, & d'une manière, ce semble, beaucoup moins hypothétique que M. Euler. C'est par ce moyen que je trouve qu'un fluide qui couvriroit la terre, doit avoir de l'Est à l'ouest un mouvement continuel. *L'art.* VENT présentera un plus grand détail sur l'ouvrage dont il s'agit.

Ce mouvement de la mer d'orient en occident est très-sensible dans tous les détroits : par exemple, au détroit de Magellan le *flux* élève les eaux à plus de 20 pieds de hauteur, & cette intumescence dure six heures ; au lieu que le *reflux* ne dure que deux heures, & l'eau coule vers l'occident : ce qui prouve que le reflux n'est pas égal au *flux* & que de tous deux il résulte un mouvement vers l'occident, mais beaucoup plus fort dans le temps du *flux* que dans celui du *reflux* : c'est par cette raison que dans les mers éloignées de toute terre, les marées ne sont guere sensibles que par le mouvement général qui en résulte, c'est-à-dire, par ce mouvement d'orient en occident. Ce mouvement est sur-tout remarquable dans certains détroits & certains golfes ; dans le détroit des Manilles, dans le golfe du Mexique, dans celui de Paria, &c. Voyez *Varenii geographia* & l'*hist. nat. de M.* de Buffon, *tome I*, *pag.* 439.

Les marées sont plus fortes dans la Zone Torride, entre les Tropiques, que dans le reste de l'Océan, sans doute parce que la mer sous la Zone Torride est plus libre & moins gênée par les terres. Elles sont aussi plus sensibles dans les lieux qui s'étendent d'orient en occident, dans les golfes qui sont longs & étroits, & sur les côtes où il y a des isles & des promontoires. Le plus grand *flux* qu'on connoisse pour ces sortes de détroits, est à l'une des embouchures du fleuve Indus, où l'eau s'élève de 30 pieds. Il est aussi fort remarquable auprès de Malaga, dans le détroit de la Sonde, dans la mer Rouge; dans la baie de Hudson, à 55 degrés de latitude septentrionale, où il s'élève à 15 pieds; à l'embouchure du fleuve Saint-Laurent, sur les côtes de la Chine & du Japon, &c. *Ibid.*

Il y a des endroits où la mer a un mouvement contraire, savoir d'occident en orient, comme dans le détroit de Gibraltar, & sur les côtes de Guinée. Ce mouvement peut être occasionné par des causes particulières; mais il est bon de remarquer en général, comme je l'ai prouvé dans mes *réflexions sur la cause des vents*, qu'à une certaine distance de l'équateur, le mouvement de l'est à l'ouest doit se changer en un mouvement de l'ouest à l'est, ou du moins en un mouvement qui participe de l'ouest, avec quelques modifications que l'on peut voir dans la pièce citée *art. lxx. n.°* 5. mais comme le mouvement de la mer vers l'occident est le plus constant & le plus général, il s'ensuit que la mer doit avec le temps gagner du terrein vers l'occident.

Les alternatives du flux & reflux de six heures en six heures, font que les côtes sont battues sans cesse par les vagues qui enlèvent de petites parties qu'elles emportent & qu'elles déposent au fond ; de même les vagues portent sur les côtes différentes productions, comme des coquilles, des sables qui s'accumulant peu-à-peu, produisent les éminences.

Dans la principale des isles Orcades où les rochers sont coupés à pic, 200 pieds au-dessus de la mer, la *marée* s'élève quelquefois jusqu'à cette hauteur, lorsque le vent est fort. Dans ces violentes agitations, la mer rejette quelquefois sur les côtes des matières qu'elle apporte de fort loin, & qu'on ne trouve jamais qu'après les grandes tempêtes. On en peut voir le détail dans *l'hist. nat. générale & particuliere, t. I, p.* 438.

La mer, par son mouvement général d'orient en occident, doit porter sur les côtes de l'Amérique les productions de nos côtes; & ce ne peut être que par des mouvemens fort irréguliers, & probablement par des vents, qu'elle porte sur nos côtes les productions des Indes & de l'Amérique. On a vu souvent dans les hautes mers, à une très-grande distance des côtes, des plages entières couvertes de pierres-ponces qui venoient probablement des volcans des isles & de la terre-ferme, *voyez* VOLCAN & PIERRE-PONCE, & qui paroissent avoir été emportées au milieu de la mer par des courans. Ce fut un indice de cette nature qui fit soupçonner la communicaton de la mer des Indes avec notre Océan, avant qu'on l'eût découverte. (*O*)

Méthode pour trouver l'heure de la pleine mer dans tous les pays du monde.

Après la théorie précédente de M. d'Alembert, je crois devoir ajouter que dans mon *Traité du flux & du reflux de la mer*, publié en 1781, l'on trouvera de plus grands détails de théorie & de pratique; mais je me contenterai d'en extraire ce qui est nécessaire pour l'usage des navigateurs ou des habitans de nos côtes, qui ont principalement besoin de trouver l'heure de la marée dans un jour donné & pour un lieu quelconque.

L'ÉTABLISSEMENT du Port, ou l'heure de la pleine mer, le jour de la nouvelle lune, est la première chose qu'il faut connoître ; comme cette heure varie dans chaque pays, on ne peut la connoître que par observation; & je vais en donner une table plus complette qu'on ne l'avoit cru avant la publication de mon *Traité du flux & du reflux de la mer.*

On trouve une table pareille dans l'Hydrographie du P. Fournier, imprimée à Paris en 1643 ; dans la Connoissance des temps de 1685 ; dans le quatrième volume de l'Architecture hydraulique de Belidor ; dans le Dictionnaire de Mathématiques de M. Saverien, publié en 1753 ; enfin, dans les Elémens de navigation de Robertson, publiés en anglois en 1772.

L'établissement du port, ou l'heure de la pleine mer dans les syzygies, n'est pas toujours exactement la même; ainsi, quoique l'heure des marées soit de $3^h. 28'$ à Brest, dans le temps des Syzygies, par un milieu pris entre beaucoup d'observations, l'on voit quand les marées sont fort grandes, que la pleine

pleine mer arrive de meilleure heure & anticipe sur le calcul; & quand les marées sont fort petites, la pleine mer arrive plus tard, & retarde sur le calcul (*mém. de l'acad.* 1714); mais notre table ne peut contenir que le milieu entre ces différentes circonstances. Les pilotes expriment souvent l'établissement du port par les rumbs de vent: au lieu de dire qu'il est de six heures, ils disent qu'il est Est & ouest; ils indiquent trois heures par sud-est & nord-ouest, &c. mais il vaut bien mieux l'exprimer en temps. L'établissement est supposé, dans notre table, exprimé en temps solaire vrai: par exemple, si le jour que la nouvelle lune est arrivée à midi, la marée est à six heures, cela veut dire que le soleil est éloigné du méridien de six heures au moment de la haute mer.

Il y a des auteurs qui pensent que l'établissement du port doit être calculé, en supposant que la nouvelle lune arrive au moment même de la pleine mer; mais il me paroît plus naturel de la supposer à midi; j'en ai donné les raisons dans mon Traité.

Il faudroit aussi distinguer dans les pays où l'établissement du port est plus de six heures, si c'est la marée du matin ou la marée du soir; mais jusqu'à présent ces observations n'ont pas été faites avec assez de précision, pour qu'on puisse avoir égard à ces petites différences.

Si l'on veut avoir l'heure de la marée, en supposant l'établissement bien connu, il faut connoître l'âge de la lune, & ajouter à l'établissement les quantités de la table suivante.

Dans un petit *Manuel de Pilote*, répandu dans les ports, on trouve soixante tables des marées pour les principaux lieux de l'Europe; mais la table suivante peut dispenser de toutes les autres.

Jours après la N. lune.	Ajoutez.	Jours de la lune.
1	0^h 48′	16
2	1 36	17
3	2 24	18
4	3 12	19
5	4 0	20
6	4 48	21
7	5 36	22
8	6 24	23
9	7 12	24
10	8 0	25
11	8 48	26
12	9 36	27
13	10 24	28
14	11 12	29
15	0 0	30

Lorsqu'on n'a point d'éphéméride pour y voir le jour de la nouvelle lune, on peut y suppléer à-peu-près par le moyen des épactes. On ajoute l'épacte de l'année, le nombre des mois écoulés depuis le mois de Mars inclusivement, & le quantième du mois; de la somme on ôtera 30 jours, ou un mois plein, on aura l'âge de la lune.

L'épacte de 1780 est 23; celles des années suivantes sont aisées à trouver, en ajoutant toujours 11; & ôtant 30, excepté en 1786 & 1805, où il faudra ajouter 12. *Voyez* CALENDRIER.

Quand on connoît les phases de la lune, on peut se servir d'une petite table qui est dans le Traité de Navigation de M. Bouguer, 1753, & que nous allons placer ici: l'auteur y a tenu compte de l'inégalité que cause la distance entre la lune & le soleil.

Jours après la nouv. ou pleine lune.	Ajoutez à l'établissement.	Jours avant le quartier.	Ajoutez.	Jours après le quartier.	Ajoutez.	Jours avant la nouv. ou pleine lune.	Otez de l'établissement.
	H. M.		H. M.		H. M.		H. M.
0 ½	0 17	6	0 54	0 ½	5 39	6	5 22
1	0 36	5 ½	1 11	1	6 19	5 ½	4 42
1 ½	0 54	5	1 28	1 ½	6 58	5	4 4
2	1 11	4 ½	1 46	2	7 37	4 ½	3 34
2 ½	1 28	4	2 3	2 ½	8 14	4	2 58
3	1 46	3 ½	2 21	3	8 47	3 ½	2 29
3 ½	2 3	3	2 40	3 ½	9 17	3	2 4
4	2 21	2 ½	3 1	4	9 44	2 ½	1 39
4 ½	2 40	2	3 21	4 ½	10 9	2	1 17
5	3 1	1 ½	3 44	5	10 32	1 ½	0 57
5 ½	3 21	1	4 9	5 ½	10 53	1	0 37
6	3 44	0 ½	4 37	6	11 13	0 ½	0 18
		Quartier.	5 6			N. L. ou P. L.	0 0

On voit dans cette table ce qu'il faut ajouter à l'établiſſement du port, pour les jours ou demi-jours écoulés depuis les ſyzygies & les quadratures, juſqu'aux jours donnés, ou qui rèſtent depuis la marée dont il s'agit, juſqu'à la phaſe la plus prochaine; la ſomme de l'établiſſement, & de la quantité marquée dans cette table donne l'heure de la marée : c'eſt la différence, quand on ſe ſert de la dernière colonne de la table.

Seconde méthode. Cherchez dans une éphéméride l'heure du paſſage de la lune au méridien, ſoit ſur l'horizon, ſoit ſous l'horizon; ajoutez-y l'heure du port, la ſomme ſera l'heure de la pleine mer.

Troiſième méthode plus exacte. Cherchez dans une éphéméride la diſtance de la lune au ſoleil. Cette diſtance vous donnera, avec le ſecours de la table ſuivante, le nombre d'heures qu'il faut ajouter à l'heure du port, ſi vous vous ſervez de la colonne qui a pour titre *retardement des marées;* ou qu'il en faut retrancher, ſi vous employez celle qui eſt intitulée *anticipation.* Il faut préférer celle-ci, lorſque l'on approche de la nouvelle ou de la pleine lune ſuivante.

Exemple. On demande l'heure de la pleine mer au Havre-de-Grace le 18 mai 1755. L'heure du port eſt 9 heures.

1.° Le 18 Mai à 9 heures du matin, il s'étoit écoulé environ 7 jours depuis la nouvelle lune; 7 fois 48′ donnent 5^h 36′ qu'il faut ajouter à 9^h. La haute mer étoit donc à 2^h 36′ du ſoir.

2.° La lune paſſe au méridien ſous l'horizon le le 18 mai matin à 5^h 32′. Ajoutez-y l'heure du port 9^h, & vous trouverez la pleine mer à 2^h 32′ du ſoir.

3.° Le 18 mai à 9^h du matin la diſtance de la lune au ſoleil eſt d'environ deux ſignes 21^d. A cette diſtance le retardement de la marée doit être, ſelon la table, de 4^h 16′. Ajoutez donc 4^h 16′ à 9^h, & l'heure de la pleine mer ſe trouvera réduite à 1^h 16′ du ſoir: on trouve ici 5 quarts d'heure de moins que par les deux autres méthodes, parce qu'on opère plus exactement.

Cette table contient non-ſeulement le retardement de 49′ par jour, mais encore une inégalité de trois quarts d'heure en plus & en moins, qui a lieu dans les heures des marées, ſuivant que la lune eſt plus ou moins éloignée du ſoleil, ou ſuivant les diſtances de la lune aux ſyzygies; j'en ai donné les principes & le calcul dans mon *Traité du flux & du reflux de la mer*, page 58 & ſuiv. Cette inégalité eſt indiquée ci-deſſus, page 59.

TABLE pour le retardement ou l'anticipation des Marées.

Diſtance de la ☽ au ☉.		Retardement.		Anticipation.		Diſtance de la ☽ au ☉.	
S.	*D.*	*H.*	*M.*	*H.*	*M.*	*S.*	*D.*
O.	6	0	18			VI.	6
	12	0	35				12
	18	0	52				18
	24	1	9				24
I.	0	1	26			VII.	0
	6	1	44				6
	12	2	2				12
	18	2	20				18
	24	2	39				24
II.	0	2	58			VIII.	0
	6	3	18				6
	12	3	40				12
	18	4	4				18
	24	4	29				24
III.	0	4	57			IX.	0
	6	5	29				6
	12	6	5	5	55		12
	18	6	45	5	15		18
	24	7	25	4	35		24
IV.	0	8	3	3	57	X.	0
	6	8	38	3	22		6
	12	9	8	2	52		12
	18	9	35	2	25		18
	24	10	0	2	0		24
V.	0	10	23	1	37	XI.	0
	6	10	44	1	16		6
	12	11	4	0	56		12
	18	11	23	0	37		18
	24	11	41	0	19		24
VI.	0	0	0	0	0	XII.	0

Voici l'explication des chiffres qui ſervent de citations dans la table ſuivante.

1701. Ephémérides pour 1701, imprimées à Rouen.
1717. Connoiſſance des temps de 1717.
1753. Saverien, Dictionnaire de Mathématiques.
1754. Etat du Ciel de M. Pingré, pour la même année.
1770. M. de Fourcroy, dans des notes manuſcrites.
1759. Connoiſſance des temps de la même année, & des années ſuivantes.
Table de marées imprimée vers 1743, & inſérée dans le petit Manuel des Pilotes.
Robertſon, Elémens de Navigation en Anglois, édition de 1772.

ETABLISSEMENT du Port, ou heure de la marée le jour de la nouvelle lune, dans les différens pays de la Terre.

CÔTES D'ESPAGNE ET DE PORTUGAL.

	H.	M.
Gibraltar, suivant la table de Robertson, ... 1772,	0	0
Cadix, suivant la table qui est dans M. Saverien.......... 1753,	1	30
Suivant l'état du ciel de M. Pingré, 1754,	0	0
Suivant M. de Fleurieu, voyage de la Flore, tom. I, pag. 466, & suivant Robertson,	4	30
Suivant la table des marées,	2	0
Par vingt-quatre observations que j'ai reçues de Cadix, faites, en 1773, par M. Tofigno	1	10

La hauteur des grandes marées y est de 10 à 11 pieds, excepté par les vents de l'équinoxe qui la font augmenter. Suivant M. de Fleurieu, elle va jusqu'à 15 pieds; elle n'alla pas à 11 pieds dans la nouvelle lune périgée de l'équinoxe d'automne 1773, mais le vent étoit à l'est.

	H.	M.
Port de Caraque, rade de Pontal, chenal de Trocadero, près de Cadix, suivant M. de Fleurieu, le 2 mars 1769..........	3	0
Sur toute la côte jusqu'au cap Sainte-Marie, ... 1753,	1	30
San-Lucar de Barameda.......... 1754,	1	45
Palos & Guelva.......... 1754,	0	45
Lèpe, Aymonte en Andalousie, Tavilla, ... 1754, & la table,	1	30
Faras ou Farao.......... 1754,	2	15
Rade de Faras.......... 1753	2	30
Cap Saint-Vincent, suivant la table des marées citée ci-dessus..........	3	0
Setuval.......... 1753..........	4	15
1754 & la table,	4	30
Lisbonne.......... 1754,	4	0
Suivant Robertson,	2	15
Suivant le Neptune Flamand, suivant les observations d'Eusébio da Veig S. Jesu, & celles de M. Ciera, Astronome..........	2	30

Mais, le second & le troisième jour, on observe une différence considérable. Les grandes marées sont de 10 pieds anglois dans la partie étroite de l'embouchure du port, mais de 5 pieds seulement sur les côtes.

La marée est sensible dans le Tage, 13 lieues au-dessus de Lisbonne & d'Alméida.

	H.	M.
Rivière de Lisbonne.......... 1753,	3	30
Côtes occidentales des deux royaumes, & côtes septentrionales d'Espagne, jusqu'à la rivière de Montego, 1753, 1754, table des marées..........	3	0
Ports & Havres des deux royaumes, 1754, table des marées..........	3	45
Toute la côte, depuis la rivière de Lisbonne, jusqu'à Rio-Minho... 1753,	3	0
Depuis Caminha jusqu'à Ribadeos, & sur les côtes de Galice.......... 1753,	3	45
Depuis Ribadeos jusqu'à Fontarabie, 1753,	3	0
Cap Coriane, Corunna, ou Groin, près du cap Finistère.......... Robertson,	3	0

Sur les côtes d'Espagne, depuis le détroit de Gibraltar, jusqu'au cap Sainte-Marie, la mer monte de 10 pieds; jusqu'au cap Finistère de 12 pieds, & de-là jusqu'à Saint-Jean de Luz de 15 pieds.

CÔTES DE FRANCE.

Gascogne & Guyenne.

	H.	M.
Sur toutes les côtes de Gascogne en général..........	3	0
Saint-Jean-de-Lux, Mimissan, 15 lieues au Nord de Bayonne, 1753, 1759, Robertson,	3	30
1754, & la table,	3	15
Bayonne, Mém. Acad. 1710, pag. 383...	3	30
1754, & la table,	3	45
Embouchure de la Garonne, 1701, 1717, ... 1753, 1759,	3	0
1754, & la table,	4	30
Bordeaux, suivant les observations de M. l'abbé Dupont de Jumeaux..........	6	40
Au Nord de la tour de Cordouan, suivant la table..........	4	30
Au Sud de la tour de Cordouan, 1754, & .... la table,	3	45
Royan & Bassin d Arcasson..........	3	45

Le long de toutes ces côtes la mer monte de 15 pieds, ainsi qu'à Bordeaux & à Bayonne; dans la Garonne, l'élévation est sensible jusqu'à Langon, & même environ 4 lieues plus haut, à la Réole, 10 lieues au-dessus de Bordeaux, du moins dans les grandes marées du mois d'Août.

AUNIX ET POITOU.

	H.	M.
Sur toutes les côtes de ces provinces en général.......... 1759,	3	
La Rochelle, 1753, 1754, 1759, Robertson,	3	45
Suivant la Table,	3	0
Brouage.......... 1754, 1759,	3	45
Embouchures de la Seudre & de la Charente.......... 1753,	3	45
Rochefort...... 1754, 1759, Robertson,	4	15
Suivant la table,	3	30
Ile de Rhé, 1701, 1717, 1753, 1759, ... Robertson,	3	0

	H.	M.
1754, & la table,	3	15
Pertuis d'Antioche & Pertuis Breton,		
....................1753, & 1754,	3	0
Suivant la table,	3	30
Ollone..........................1754,	3	30
Ile-Dieu...........1753, & la table,	3	0
Beauvoir, vis-à-vis de l'île de Noirmoustier,		
....................1753, 1759,	3	15
1754, & la table,	3	30
Au Chapus.........1754, & la table,	3	30

La mer monte sur toutes ces côtes de 18 piés, suivant M. Pingré; & cela est conforme aux observations faites à l'embouchure de la Charente. Mais, suivant Bélidor, sur toutes ces côtes, ainsi qu'à la Rochelle & aux rades de l'île de Rhé & de Chef-de-Bois, la mer monte de 15 piés.

BRETAGNE.

	H.	M.
Côtes méridionales de Bretagne, 1753,		
............................1754,	3	0
Cela a lieu depuis le Raz exclusivement, jusqu'à la pointe de Minden inclusivement.		
Ile de Noirmoustier...............1754,	3	15
Bourgneuf.......................1754,	4	0
Embouchure de la Loire, 1759, Robertson,	3	0
1753..........	3	15
1754, & suivant M. Lévêque,	3	45
Pain-bœuf......................1753,	5	15
1754,	5	0
Nantes......................Belidor,	3	45
Mais suivant M. Lévêque............	6	0
Le Croisic.........1717, 1753, 1759,	3	0
1754............	3	45
Dans la table des marées,	3	30
La Bonne-Ance................1753,	3	15
La Roche-Bernard...1753, 1754, 1759,	4	30
Port Blanc...1701, 1717, 1754, 1759,	4	15
Embouchure de la Villaine.......1754,	3	45
Pennerf............1717, 1753, 1759,	3	45
Le Morbihan, 1717, 1753, 1759, & la		
............................table,	3	0
1754,	3	45
Vannes, 1701, 1717, 1753, 1759, la		
..................table, & Robertson,	3	45
1754,	1	45
Auray.......1717, 1753, 1754, 1759,	3	45
Belle-Ile, 1701, 1717, 1753, 1759, Ro-		
............................bertson,	3	30
On a mis par erreur, dans quelques livres, 1h 30′; mais, suivant l'assemblée des Pilotes que j'ai consultés, c'est.......	3	36
Ile de Groix.....................1754,	1	45
L'Orient (*Mém. de l'Acad.* 1720)......	3	30

La marée va jusqu'à 16 piés dans les syzygies périgées.

	H.	M.
Port-Louis, ou Blavet, 1717, 1753,		
..................1759, Robertson,	3	0
1754, & la table,	4	0
Concarneau, 1717, 1753, 1759, & Ro-		
............................bertson,	3	0
1754, & la table,	3	45
Benaudet............1754, & la table.	3	30
Penmark, Hodierne, 1717, 1753, 1759,	2	15
1754..............	3	0
Suivant la table des marées,	3	30
Raz de Fontenay, 1717, 1753, 1759,	2	15
1754, & la table,	4	0
Port & rade de Brest (*Mém. de l'Acad.* 1714, p. 248).....................	3	28
Suivant mes calculs,	3	37
Rade de Berthéaume.............1753,	3	0
Passage de l'Iroise................1753,	3	45
Dans l'Iroise, 1754, & suivant la table,	4	15
Conquet, 1717, 1753, 1759, & Robertson,	2	15
1754,	3	0
Cap du Four, 1701, 1717, 1753, 1759,	2	45
Passage du Four, entre la Bretagne & l'île d'Ouessant..................1754,	4	0
Entre Ouessant & Terre-ferme....1753,	3	45
Ile d'Ouessant, en Anglois *Ushant*, Ro-		
............................bertson,	4	30
En-dehors d'Ouessant, en mer, 1754,	4	30
Porsal.........................1754,	5	0
Abreverak, côte septentrionale de Bretagne,		
............................1753,	3	30
Robertson,	4	30
Ile de Bas, près S. Paul de Léon, 1753,	3	15
1754, & suivant la table,	5	15
Robertson,	3	45
Saint-Paul de Léon, 1701, 1717, 1753,		
..................1759, Robertson,	4	0
1754, & suivant la table,	5	15
Morlaix, l'embouchure de la rivière,		
............................1753,	4	0
1754, & suivant la table,	5	15
Les sept îles, au nord de Treguier, 1753,	5	0
Treguier.........................1754,	5	30
Iles de Brehat...................1753,	5	0
1754, & suivant la table,	6	0
Rade de la Frenaye, près Saint-Cast, entre Saint-Brieu & Saint-Malo, 1754,	6	0
Saint-Malo, Cancale,		
1701, 1717, 1753, 1754, 1759, Ro-		
............................bertson,	6	0

La mer monte de 18 piés sur les côtes méridionales de Bretagne, depuis l'embouchure de la Loire, jusqu'au Raz de Fontenay, dans l'Iroise & au passage du Four; de 20 piés dans les rades de Douarnenez & de Berthéaume; de 25 piés à l'île de Bas; de 30 piés aux sept îles; de 45 piés à Brehat, Saint-Malo & Cancale.

Les marées de Saint-Malo paroissent être les plus grandes qu'on ait observées dans aucun pays

du monde; on assure qu'elles vont jusqu'à 50 piés.

Normandie.

	H.	M.
Mont Saint-Michel, Pontorson, 1754, ...1759,	6	30
Granville, 1701, 1717, 1753, 1759,	6	45
1754,	6	30
Barneville, 1701, 1717, 1753, 1759,	7	0
Caskets, dans l'île de Grenesey ou Guernsey, comme l'appellent les anglois, ...Robertson,	8	15
Ile de Grenesey............Robertson,	1	30
Iles de Grenesey & d'Aurigny.... 1754,	9	30
Ile d'Alderney; lat. 49° 48′, long. 15° 34′ ....Robertson,	12	0
Ance de Vauville..............1753,	6	30
Dans le Raz de Blanchart, entre le Cap de la Hague & l'île d'Aurigny, 1754,	12	45
Robertson,	0	0
Anse de Saint-Martin, à l'Orient du Cap de la Hague..............1753,	6	45
Cap de la Hague, ou de la Hougue, 1754,	12	30
Cherbourg..........1759, Robertson,	7	30
1754, & la table,	7	45
Au large de Cherbourg..........1754,	10	15
Barfleur, 1701, 1707, 1753, 1759, ...Robertson,	7	30
1754, & suivant la table,	10	30
La Hougue, au midi de Barfleur, 1753,	8	15
1754, & la table,	8	0
Au large de la Hougue, 1754, & la table,	10	30
Isigny.......1701, 1717, 1753, 1759,	8	0
1754, & suivant la table,	10	0
Port en Bessin, au nord de Bayeux, 1759,	8	0
Etrehan.....1701, 1717, 1753, 1759,	8	30
1754, & la table,	10	0
Dive........1701, 1717, 1753, 1759,	8	30
1754,	9	0
Caën, embouchure de la Seine, le Havre, ...1753, 1754, 1759, Suivant la table & suivant Robertson,	9	0
Le Havre, 9h 26′ du matin (*Mém. Acad.* 1710); mais, suivant ma manière de compter, c'est 9h 40′ du soir........	9	40
Quillebeuf, sur la Seine........1754,	10	30
Rouen, 1701, 1717, 1753, 1754, 1759, ...Robertson,	1	15
Table des marées,	2	15
Honfleur....1701, 1717, & Robertson,	9	0
1754, & suivant la table,	9	15
Toute la côte, depuis la Hougue jusqu'au Cap de Caux..............1753,	9	0
Fescamp, Saint-Valery-en-Caux, 1701, ...1717, 1753, 1759,	9	45
1754, & suivant la table,	10	0
Dieppe, 1701, 1717, 1753, 1759, ...Robertson,	10	30

	H.	M.
1754, & suivant la table,	10	15
Treport, à l'orient de Dieppe, en Normandie,	10	30

La mer monte de 36 à 40 piés à Granville, au Mont Saint-Michel & aux îles angloises; de 18 piés depuis la Hougue, jusqu'au chef de Caux.

Ainsi, depuis Brest jusqu'au Mont Saint-Michel, la hauteur augmente de 8 pouces par lieue.

Picardie.

	H.	M.
Côtes depuis Tréport en Normandie, jusqu'à Ambleteuse..............1753,	11	0
1754,	10	30
A l'entrée de la Somme, suivant la table,	10	30
1701, Robertson,	11	0
1754,	10	3
Saint-Valery en Somme, Etaples, l'embouchure de la Canche, suivant la table,	10	45
Suivant Robertson, Saint-Valery.......	10	30
Etaples............................	11	0
Boulogne..........................	11	0
Ambleteuse, les Marins les plus exercés la jugent à 11h du matin, 1753, 1754, ...1759,	11	0
Calais......1754, 1759, & Robertson,	11	30
Par les calculs de M. de Fourcroy.....	11	48

La mer monte de 15 piés, depuis le chef de Caux, jusqu'au pas de Calais. A Calais, la hauteur moyenne, dans les syzygies, est de 18 piés & demi, & à Dunkerque 17 piés & demi; mais il y a jusqu'à 3 piés & demi de plus dans des tempêtes extraordinaires.

Flandre.

	H.	M.
Sur toutes les côtes près de terre....1754,	12	0
Hors les bancs en mer, & dans le canal entre l'Angleterre & la Flandre, 1753, ...1754	3	0
Gravelines, 1754, & suivant la table des ....marées,	11	30
1770,	11	45
Robertson,	0	0
Dunkerque, le matin (*Mém. de l'Acad.* 1710, page 336)............	11	54
Robertson,	0	0
Suivant M. de Fourcroy,	11	48

Sur les côtes de Flandre, près de terre, suivant Bélidor, la mer monte de 18 piés, de même à Calais & sur toute la côte, jusques & compris le Texel, & de 15 piés au large des bancs.

Pays-Bas.

Lieu	H.	M.
Ostende & Nieuport, 1754, 1759, & Robertson,	12	0
Lécluse (Sluis), 1701, 1717, 1759,	12	30
1754, & suivant la table des marées...	12	0
Côtes & îles de Zéeland, 1717, 1754, 1759,	1	0
Côtes de Jutland... 1754,	12	0
Flessingue, Vlissingen, ou Flushing, 1759,	12	30
Robertson,	0	45
Anvers... 1754,	6	45
Robertson,	6	0
Armuyden... 1754,	1	45
Vére, ou Ter-Vére en Zélande, 1754,	1	30
Robertson,	0	45
Vest-Capel... 1754,	12	15
Brouvers-Haven... 1754,	3	30
Embouchure de la Meuse, la Brille & Bergue... 1759, & Robertson,	1	30
1754,	1	45
Devant la Meuse, suivant la table des marées,	1	45
Devant la vieille Meuse... 1754,	3	0
Dordrecht, 1701, 1717, 1759, Robertson,	3	0
1754, & la table,	4	30
Roterdam... 1759, Robertson,	3	0
Bélidor, & la table des marées,	3	45
1754,	4	45
Goërée... 1754,	2	15
Hors le Texel... 1754,	6	0
Passage du Texel... 1754,	6	45
Rade des Marchands...	7	30
Ile de Texel... Robertson,	7	30
Sur le Vlack de Vieringen, table des marées,	9	0
Près Medenblick, suivant la table des marées,	10	30
1754,	11	30
Enchuysen... 1754,	11	45
Robertson,	0	0
Horn... 1754,	12	15
Amsterdam... 1754, 1759, Robertson,	3	0
Haarlem... Robertson,	9	0
Urck... table des marées,	12	0
Sur le Vlack de Frise... 1754,	9	30
Awreck & Delfzyl... 1754,	12	0
Dans le passage de Vlie... 1754,	9	0
Hors le Vlie... 1754,	8	15
Ile d'Ameland au nord de la Frise, 53° 30′ de latitude, île de Fly, 53° 16′, Robertson,	7	30
Embden... 1754,	12	15
Robertson,	0	0

La mer monte de 20 piés le long de la côte hors le Texel; de 15 piés en dedans du Texel, & dans la rade des Marchands; de 7 piés à Amsterdam; de 15 piés sur toutes les côtes de Hollande.

Allemagne.

Lieu	H.	M.
Hambourg... 1754,	6	15
Robertson,	6	0
Devant le Weser, & à l'embouchure de l'Elbe...	0	0
Bremen sur le Weser... 1754,	5	45
Robertson,	6	0
Bréesound, banc, lat. 53° 12′ long. 22° 50′ Robertson,	4	30
Camfer, banc, lat. 53° 33′, long. 23° 5′, Robertson,	1	30
Dans le Jade... 1754,	12	45
Entrée orientale de l'Embs, près de l'île de Rottum... 1754,	10	45
Entrée occidentale entre l'île de Borcum & l'île de Juyst... 1754,	9	0
Table des marées;	9	45

Danemarck.

Lieu	H.	M.
Suyderzée ou Suydersyd... 1754,	1	30
Canal de Sylt... 1754,	12	15
Dans l'Eider... 1754,	12	30
Ile d'Anholt dans le détroit du Sund, latit. 56° 40′, long. 29° 35′, Robertson,	0	0

La mer monte de 15 piés en Allemagne & Danemark jusqu'à la pointe de Scangen. Voyez ci-après la Laponie & l'Islande.

Angleterre.

Lieu	H.	M.
Sur la côte d'Angleterre au nord-est, près du golfe d'Edimbourg, entrée de la rivière de Tyne... 1754,	3	45
Ardbrod... 1717, 1754,	3	0
Berwick, sur la côte orientale, 1701, 1717, 1759,	3	0
Robertson,	2	30
Ile de Cocket, lat. 55° 20′, long. 16° 10′, Robertson,	3	0
Tinmouth... Robertson,	3	0
Newcastle... 1754, & Robertson,	3	15
Suivant la table,	5	15
Sunderland... Robertson,	3	30
Hartlepool & dans le Tées, 1754; & suivant la table,	3	15
Robertson,	3	0
Whittby... Robertson,	3	0
Stockton... Robertson,	5	15
Scarborough-Héad... 1754,	4	15
Robertson,	3	45
Flamborough... 1754,	4	30
Robertson,	4	0
Baie de Bridlington... Robertson,	3	45
Hull... 1754, & Robertson,	6	0
Spurn... Robertson,	5	15
Entrée de la rivière de Humber, 1754,	5	15
Robertson,	5	13

H. M.

Lynn dans le Havre de Boston, Robertson, 6 0
Wells.................... Robertson, 6 0
Blackney........................1754, 6 45
Suivant la table, 6 15
Robertson, 6 0
Foulneff.................. Robertson, 6 45
Cromer.................Robertson, 7 0
Wintertoneff...............Robertson, 9 0
Devant Yarmouth, à l'orient de la province de Norfolk, hors les bancs, 1754, ...la table, Robertson, 9 15
Rade d'Yarmouth, à l'orient de la province de Norfolk............1759, 10 30
Havre d'Yarmouth..............1770, 1 0
1754, 1759, & la table, 10 30
Léostaff ou Leystaff, suivant Robertson, 9 45
Orford 1754, 10 45
Orfordneff, ou Cap d'Orford, Robertson, 9 45
Aldborough, entre Orford & Harwich, ...Robertson, 9 45
Harwich...........1770, & Robertson, 11 15
Longsand-Héad, à l'entrée de la Tamise, ...Robertson, 10 30
Margate, au midi des entrées de la Tamise, vers le nord Foreland..... Robertson, 11 15
Depuis Yarmouth jusqu'à la Tamise, le long de la côte..............1753, 10 0
Entrée de la Tamise, 1701, 1717, 1753, ...1759, 12 0
1754, 1770, & la table, 1 30
Banc de Swin, à l'entrée de la Tamise, 12 0
Voyez, sur les marées de la Tamise, des observations dans les Transactions Philosophiques de 1726.
Nore dans la Tamise........Robertson, 0 0
Shéerneff..................Robertson, 0 0
Rochester.................. Robertson, 0 45
Gravesend dans la Tamise....Robertson, 1 30
Londres.............................. 3 0
Downs.................. Robertson, 1 15
North-Foreland, Cap le plus avancé au midi.................Robertson, 9 45
Sandwich................Robertson, 11 30
Rade des Dunes, ou aux Dunes, 1754, ...& la table, 10 45
1770, 10 30
Douvres, en anglois Dover, vis-à-vis de Calais, côte méridionale d'Angleterre, ...1759, Robertson, 11 30
1753, 12 0
1754, & suivant la table, 11 45
1770, 10 30
Dungeneff, ou pointe des Dunes, Robertson, 9 45
Winchelsea...............Robertson, 0 45
La Rye & Hafting, 1701, 1717, 1759, 11 0
1754, 11 30
Rye, suivant la table................ 12 30
Suivant Robertson, 11 15

H. M.

Pevensay.................1717, 1759, 11 0
Cap Bevesier, ou Béachy Héad & Newhaven.........................1754, 12 0
Béachy-Héad...............Robertson, 0 0
Brilhelmston ou Bright-Hélimston & Shoreham ....Robertson, 10 30
Arundel.........................1754, 12 45
Sur les bancs de Wéenbrug.......1754, 10 30
Rade de Sainte-Hélène ou de Portsmouth, & au nord de l'île de Wight ou Wicht, ...1770, 10 30
Portsmouth, suivant Robertson (qui avoit professé à Portsmouth)............ 11 15
Ile de Wight..............Robertson, 0 0
1717, 1759, 9 0
Southampton, au nord de l'île de Wight & de la rade de Spithead, suivant Robertson, 0 0
Toute la côte, depuis Douvre jusqu'à l'île de Wight....................1753, 11 30
Sous le signal, à l'est de l'île de Wight, 9 15
Yarmouth, dans l'île de Wight, 1759, 10 30
Aux aiguilles de l'île de Wight, 1753, 9 15
1754, & la table, 9 0
Dunnose, dans l'île de Wight, Robertson, 9 45
Needles, dans l'île de Wight, Robertson, 10 15
Havre de Pool ou de la pole, 1754, 9 15
Weymouth.................Robertson, 7 0
1717, 1759, 8 0
1754, & la table, 9 0
1770, 6 4
Raz de Portland............Robertson, 8 15
1754, & la table, 8 45
Le long de la côte, depuis l'île de Wight jusqu'à Portland..............1753, 9 0
Lime...................1717, 1759, 8 0
Robertson, 7 0
Topsham, près d'Exeter.....Robertson, 6 0
Exmouth...........................1753, 5 15
1754, & la table, 5 30
Torbay............1753 & Robertson, 5 15
1770, 6 0
Côtes près le cap Goustard, ou Start-point, ...1753, 7 0
Darmouth......... 1701, 1717, 1759, 6 0
1753, 5 45
1754, & la table, 5 15
Robertson, 6 30
Start-point ou cap Goustard, Robertson, 6 45
Edystone.................Robertson, 5 30
Plymouth, 1701, 1717, 1759, Robertson, 6 0
1753, 5 45
1754, 1770, & la table, 5 15
Fowey (on écrit aussi Fawie, Faye & & Fauvie)............1717, 1759, 5 30
1754, la table & Robertson, 5 15
Falmouth, au nord du cap Lézard, Robertson, 5 30
1754, & la table, 6 0

	H.	M.
Helford 1753,	7	0
Cap Lizard ou Lézard . . . . . . Robertſon,	7	30
Mount's-Bay ou Baie de Saint-Michel, ... Robertſon,	5	30
1754,	4	45
Entrée de la Manche d'Angleterre, 1753,	3	0
Land's-end, cap vis-à-vis des Sorlingues, au ſud-oueſt de l'Angleterre, Robertſon,	7	30
Ile de Scilly, ou les Sorlingues, 1754, ... & la table,	4	30
1770, & Robertſon,	3	45
Les ſept îles, Seven-Stones, Robertſon,	4	30
Baie de Saint-Yves, au nord du cap Cornwall 1753,	4	30
Toute la côte, depuis le cap Cornwal & l'extrémité de l'Angleterre, juſqu'à la pointe de Hartland 1753,	4	30
Padeſtow 1753, 1754,	4	30
& la table,	4	45

Les lieux où la mer eſt haute à la même heure en Angleterre & en France, ſont, en général, nord & ſud.

Canal ou Manche de Briſtol, ou de Saint-Georges, à l'occident de l'Angleterre.

	H.	M.
Ile Lundy ou Lundey, entrée du canal de Briſtol . . . . Robertſon,	5	15
Beddifort 1754,	6	30
Suivant la table,	5	30
Hilfercambe ou Ilfracomb 1753,	5	30
Rade de Briſtol 1753,	6	15
1754, & la table,	6	45
Briſtol . . . . Robertſon,	6	45
Embouchure du Sèvern, au-deſſous de Gloceſter . . . . Robertſon,	6	0
Rade de Cardif, au nord du canal 1753,	6	15
Cardif, dans le pays de Glamorgan 1753,	6	0
Caermarthen ou Carmarten, dans la rivière de Toury . . . . 1754, & la table,	5	45
Ile Caldy, au midi de Pembroke, Robertſon,	5	15
Milfort, ſur la côte occidentale d'Angleterre . . . . Robertſon,	5	15
Baie, entre l'île Scarline & la pointe Saint-David 1753,	5	45
Saint-David, extrémité occidentale de l'Angleterre . . . . Robertſon,	6	0
Holy-Héad, cap de l'île d'Angleſey, au nord-oueſt d'Angleterre . . . . Robertſon,	1	30
Caernarvan . . . . 1754, & la table,	7	0
Leverpool ou Liverpool, à l'embouchure du Merſey, dans la mer d'Irlande, Robertſon,	11	15

La mer monte de 20 piés aux Sorlingues, à l'oueſt de l'Angleterre juſqu'au cap Lézard; de 24 piés le long de la côte, depuis le cap Lézard juſqu'au cap Gouſtard, & depuis Portland juſqu'à l'île de Wight; de 16 piés ſeulement le long de la côte vers les Dunes; de 12 piés dans la rade des Dunes, & depuis l'île Tanet juſques devant la Tamiſe; de 15 pieds depuis l'entrée de la Tamiſe, juſques devant Yarmouth & la pointe de Winterton; de 18 piés au nord d'Yarmouth, depuis la pointe de Winterton juſqu'à celle de Trimyng-Kampton, & aux entrées des rivières de Tay, près de Perth, & de Tyne près de Newcaſtle.

E c o s s e *& Iles voiſines.*

	H.	M.
Iles Shetland, lat. 59° 54′, long. 16° 4′, ... Robertſon	3	0
Table des marées,	1	30
Iles Orcades, Orkney, lat. 58° 44′, & 59° 24′, long. 14° ¾ . . . . . Robertſon,	3	0
Sur les marées des îles qui ſont à l'oueſt de l'Ecoſſe, (voyez Moray, Tranſ. Philoſ. 1665 & 1673, Collection Académique, tom. VI, pag. 1).		
Ile Lewes, pointe Nord, latitude 58° 35′, longitude 10° 58′ . . . . Robertſon,	6	30
Ile Sky, lat. 57° 15′, long. 11° 29′, Robertſon,	5	30
A l'oueſt de l'Ecoſſe, 1717, 1754, 1759,	3	0
Ile Féro . . . . table des marées,	12	0
1754,	12	30
Cathneſſ-Point ou Dinnet-Héad, lat. 58° 46′, long. 14° 18′ . . . . Robertſon,	9	0
Aberdéene, Birden ou Berdone, 1754,	3	15
Table des marées,	3	0
. . . . Robertſon,	0	15
Lundée, dans le golfe du Tay, & Saint-Andrew . . . . Robertſon,	2	15
Boecheneſſ ou Boecheneff, ou Buchaneſſ, ... Robertſon,	3	0
1754,	3	45
Entrée de la rivière d'Edimbourg, 1754	3	30
Table des marées,	3	45
Edimbourg ou Edinburgh, 1754, & Robertſon,	4	30
Leith, près d'Edimbourg . . . . Robertſon,	4	30
Dunbar, au dehors de la rivière, Robertſon,	4	30

Les marées ſont de 18 piés le long des côtes d'Ecoſſe & aux îles Orcades.

I r l a n d e *& îles adjacentes.*

	H.	M.
Dublin, à la partie orientale de l'Ecoſſe, ... Robertſon,	9	15
Molineux (Philoſ. Tranſ. 1686, n.° 184) . . .	11	0
Carlingfort . . . . 1754, & la table,	10	45
Strangfort . . . . 1754, & Robertſon,	10	30
Knocfergus ou Carickfergus 1754,	10	15
Ile Raghlin 1754,	7	15

Côtes

		H. M.
Côtes du nord de l'Irlande	1753,	6 30
Lac Foyle	1754,	6 45
Ile Tory, lat. 59° 9′, long. 9° 5′, Robertson,		5 30
Belfast	Robertson,	10 0
Lac Willy	1754,	6 30
Scheeps-Haven, Havre des Brebis,	1754,	6 0
Ile d'Arran, latit. 54°, 48′, long. 8° 36′,	Robertson,	11 0
Dunghall ou Dunnagall, à la côte occidentale	1754,	4 30
Moyeknisal, Gallway, Endrigo	1754,	4 15
Havres, rivières, & toute la côte à l'ouest de l'Irlande		4 0
Havre de Smirwich ou Smerick	1754	3 15
Iles Blasques	1753,	3 0
Portnisadoy		5 0
Baie de Béterbuy & de Dingle	1754,	4 30
Dingle	1753, 1759,	3 30
Dans la baie de Dingle, suivant la table,		4 30
Baie de Kilmare	1754,	4 45
Shillocks	Robertson,	5 0
Baie de Bantry ou de Beer, au midi de l'Irlande		4 30
Croock, près du cap Clare ou Cléare,	1754,	4 30
Cap Cléare & côtes méridionales d'Irlande,	1754, Robertson,	4 30
Baltimore, latit. 51° 16′, longit. 8° 9′,	1717, 1753, 1759,	5 15
Castelhaven ou Castehavre	1753,	5 15
Ross	1717, 1753, 1759,	5 15
Kingsale	Robertson,	5 15
	1754, & la table,	4 30
Corke	1717, 1759, Robertson,	6 30
	1753,	5 15
	1754, & la table,	4 45
Lochul ou Iochul	1754,	4 45
Dungarvan ou Dougarvan	1717, 1759,	6 0
	Robertson,	4 30
Youghhall	Robertson,	4 30
Waterford	Robertson,	6 30
Balatec	1754,	5 30
Le long de la côte jusqu'au cap Carnaroort,	1753,	6 30
Cap Carnaroort ou Carnarot, à l'entrée méridionale du canal de Saint-George, au sud-est de l'Irlande, 1717, 1754,	1759,	6 15
Côtes orientales d'Irlande, depuis Grenord jusqu'à l'île d'Alque	1754,	10 30
Wicklow, au midi de Dublin	1759,	7 30
Ile Lambay	Robertson,	8 15
Ile de Man, entre l'Irlande, l'Ecosse & l'Angleterre	1754, Robertson,	9 0

La mer monte de 18 à 20 piés sur les côtes d'Irlande; de 18 piés le long de la côte orientale de l'Irlande, depuis le cap Carnaroort jusqu'à l'île de Raghlins, comme sur les côtes occidentales d'Ecosse & d'Angleterre, depuis le cap Cantir jusqu'à l'île d'Anglesey, entre $55\frac{1}{2}$ & $53\frac{1}{2}$ degrés de latitude.

Sur les côtes des Royaumes du Nord.

		H. M.
Naze en Norvège, lat. 57° 50′, long. 25° 7′,	Robertson,	11 15
Islande, Patrix Fiord, baie Patrice, lat. 65° 36′, long. 353° 45′, 5^h 30, ou		6 0

La hauteur de la marée va de 9 à 12 piés, suivant les observations faites au mois de juillet 1772, par M. de Verdun.

Dans le Journal des Savans du 6 Mai 1675, on dit que les marées d'Autonne vont jusqu'à 20 piés, & que, le reste de l'année, elles ne passent guères 16 piés.

		H. M.
Ile Kilduin en Laponie, lat. 69° 30′, long. 48° 55′	Robertson,	7 30
Cap Nord, latit. 71° 10′, long. 43° 30′,	Robertson,	3 0
	Suivant Bayley,	3 44

La mer monte jusqu'à $7\frac{1}{2}$ piés, & les marées sont régulières (*Philos. Trans.* 1769, pag. 270.)

		H. M.
Archangel	Robertson,	6 0

Afrique & *Iles voisines.*

	H. M.
Barbarie, le long des côtes, depuis le détroit de Gibraltar jusqu'au cap de Geer, 10 piés.	
Açores, dans l'île de Tercère, rade d'Angra, latit. 38° 39′, long. 350° 27′, suivant M. de Fleurieu, pag. 553	11 45

La mer y monte de 5 à 6 piés, selon le vent; mais l'élévation ne passe jamais 8 piés.

	H. M.
A Fayal, latit. 38° 32′, long. 349° 0′, M. Wales, le 17 juillet 1775, trouva la haute mer à 2^h 49′; la lune passoit au méridien à 4^h 20′; de-là je conclus l'heure de la haute mer le jour de la nouvelle lune	11 7

Différence de hauteur 3 piés 11 pouces d'Angleterre, ou 3 piés 8 pouces de France, M. Wales, pag. 140.

		H. M.
Cap Cantin, Barbarie, latit. 32° 49′ N. long. 8° 26′	Robertson,	0 0
Funchal, dans l'île de Madère, 32° 38′ N. long. 0° 44′	suivant Robertson,	12 0
Suivant M. de Verdun, 21 décembre 1771		1 0

La mer y monte de 10 à 12 piés, suivant un Mémoire de M. de Chezac, au dépôt de la Marine; M. de Bory étoit de cette

H. M.

expédition en 1754. Suivant ce Mémoire, l'établissement du port est de........ 11 30

Le Capitaine Cook dit que les marées y sont de 7 piés (Tom. II, pag. 227.)

Iles Canaries, dans la baie de Sainte-Croix de Téneriffe, latit. 28° 27′, longit. 1° 45′.................... Robertson, 3 0

Suivant le rapport des Habitans........ 0 0

Suivant M. de Fleurieu, c'est à 3^h, & la mer monte de 12 piés, tom. I, pag. 288.

Voyage de la Flore, par M. de Verdun, tom. I, pag. 113................... 3 0

Aux îles Canaries, la mer monte de 7 à 8 piés, suivant M. de Verdun.

Cap Bojador, lat. 26° 12′ N. long. 4° 8′, ... Robertson, 0 0

Cap Blanc, lat. 20° 45′ N. long. 0° 12′, ... Robertson, 9 45

Iles du cap Verd, dans la rade de la Praia, au sud de l'île de Saint-Yago, où réside le Gouverneur Portugais, lat. 14° 53′, long. 354° 7′........................ 6 0

La hauteur fut d'environ 3 piés, suivant M. de Verdun, le 2 février 1772, tom. I, pag. 171.

Ile de Gorée, lat. 14° 40′; il y a 5 à 6 piés de marée, suivant M. de Fleurieu, pag. 237; 5 piés suivant MM. des Haies, de Glos, &c. & l'établissement du Port est à........................... 7 30

Suivant M. Adanson, la hauteur de la marée est de 2 à 3 piés; & l'établissement du Port........................... 7 48

Sénégal............. suivant Robertson, 10 30

Guinée, le long des côtes, la mer monte assez généralement de 3 piés, & de 5 à 6 aux embouchures des rivières & entre les îles. Voyez *Transf. Philosf.* de 1684, n.° 158.

Sierra Leona, latit. 8° 30′ N. long. 5° 28′, ... Robertson, 8 15

Cap Corse, Guinée, latit. 5° 12′ N. 17° 12′.................... Robertson, 3 30

La mer monte de 6 à 7 piés pour le moins; *Transf. Philosf.* 1684.

Golfe de Bandi, sur la côte de Guinée... 4 0

Ile de Sainte-Hélène, 16° sud, suivant les observations de M. Maskelyne, *Transf. Philosf.* 1762, 2 15

La plus grande marée 39 pouces anglois, la plus petite 20 pouces; il faut en ôter un seizième pour l'avoir en pouces françois.

Ile de Loanda, entre l'île & la côte d'Angola, la mer monte de 4 à 5 piés, & de 8 à l'embouchure de la rivière de Quanza.

Dans l'île de la Géorgie australe, découverte, en 1775, par le Capitaine Cook,

H. M.

entre 54 & 55° de latit. sud, à 340 ½ de long. hauteur 4 à 5 piés............ 11 0

Cap de Bonne-Espérance, latit. 33° 55′ sud, long. 36° 4′.

Suivant M. de la Caille (*Mém. de l'Acad.* 1751, pag. 456.).................. 2 30

La marée n'excède jamais 3 piés, à moins qu'il n'y ait des tempêtes causées par les vents de N. O.; alors les rues même de la ville sont inondées. M. Bailey trouva la haute mer à 2^h 26′ le 10 avril 1774, jour de la nouvelle lune; & la marée fut de 5 piées anglois (Wales, pag. 80.)

Falsebay, 34° 12′ de latit. méridionale, suivant l'observation de M. Dagelet, dans son voyage aux Terres australes.. 2 0

Le 21, 22 & 23 juin 1773, la mer y montoit de 4 piés 9 pouces à 5 piés.

Ile de Madagascar à Foulpointe, 17° 40′ de latit. 67 ½ de long................ 1 20

La marée est de 3 piés, suivant M. le Gentil.

Ile de France, latit. 20° 10′, long. 75° 8′, suivant M. le Gentil................ 0 30

La mer monte d'environ 3 piés; mais, dans des coups de vent qui viennent du large, la mer s'élève quelquefois de 5 piés.

Ile Rodrigue, latit. 19° 41′, long. 80° 51′, ... suivant M. Pingré, 0 40

Hauteur de la marée, environ 6 piés.

Amérique septentrionale.

Ile de Charles, latit. 62° 47′, long. 302° 43′..................... Robertson, 10 15

Cap Walsingham, latit. 62° 39′, long. 299° 47′.............................. 12 0

Iles Salvages, détroit d'Hudson, latit. 62° 32′, long. 306° 47′....... Robertson, 11 10

Ile Cove, détroit d'Hudson, latit. 62° 20′, long. 308 35′............ Robertson, 10 0

Terre-neuve, latit. 62° 4′ N. long. 310° 33′..................... Robertson, 9 50

Iles de Button, dans le détroit d'Hudson, latit. 60° 35′, long. 312° 15′, Robertson, 6 50

Rivière & cap Churchill, dans la baie d'Hudson, latit. 59°, long. 284, Robertson, 7 20

Port Nelson, latit. 57° 35′, long. 285° 5′, ... Robertson, 8 20

Yorck-Fort, latit. 57° 14′, long. 284° 38′... 9 10

Cap-Marie-Henriette, vers la baie d'Hudson, latit. 55° 10′, long. 293° 25′..................... Robertson, 12 0

Baie d'Hudson, lat. 54° ½, long. 294° 35′, ... Robertson, 12 0

	H.	M.
La mer monte jusqu'à 16 piés dans la baie d'Hudson.		
Baie de Gaspey dans l'Acadie, latit. 49° 51′, long. 313° 51′........Robertson,	1	30
Ile du Bic, latit. 48° 30′, long. 310° 47′, ...Robertson,	2	0
Ile de Hare, dans la rivière Saint-Laurent, latit. 48° 0′, long. 314° 11′...Robertson,	3	30
Fort Saint-Jean, 47° 39′, long. 327 30′, ...Robertson,	6	0
Placentia, 47° 36′, long. 325° 49′, Ro........................bertson,	9	0
Québec, latit. 46° 55′ long. 307° 47′, ...Robertson,	7	30
Cheignecto, dans la baie Fundi, nouvelle Ecosse, latit. 46° 15′ N. long. 314° 24′........................Robertson,	0	45
Louisbourg, 45° 55′ de latit. & 317° 44′ de long........................	7	15
La mer monte de 5 piés 8 pouces. M. de Chabert, voyage dans l'Amér. sept.		
Entre l'île Royale & l'Acadie, au détroit de Fronsac, 45° 30′ de latit. 316° 30′ de long........................	8	30
La mer y monte de 5 piés ½, suivant M. de Chabert.		
Au passage de Bacareau, sur la côte d'Acadie........................	8	15
La mer au solstice monte à près de 9 piés, suivant M. de Chabert.		
Au fond de la baie Françoise, l'eau monte, à ce qu'on assure, de 60 à 70 piés (M. de Chabert, pag. 137).		
Dans le Port des Trépassés, 46° 43′ de latit. 324° 15′ de long. (M. de Chabert, pag. 163)........................	6	30
Saint-Pierre de Miquelon, suivant les observations de M. de Verdun........	9	0
Les marées sont de 7 à 8 piés.		
Halifax, dans la nouvelle Ecosse, latit. 44° 36′ N. long. 314° 11......Robertson,	7	30
Fort de Pentagouet, environ 12 lieues dans la rivière de même nom, 44° 22′ latit.	0	0
Marée de 10 piés, suivant Richer.		
Pescatoué, Port de la nouvelle Angleterre, 43° 7′ de latit. suivant Richer, en 1670...	11	15
Nouvelle Londres, New London, latit. 41° 50′, long. 305° 21........Robertson,	1	30
Ile Longue, latit. 41° 0′, long. 304 ½, Ro........................bertson,	3	0
New-York, latit. 41° 5′, long. 302° 44′, ...Robertson,	3	0
Cap Henri, dans la Virginie, latit. 36° 57′, long. 301° 12′............Robertson,	11	15
Charles-Town, sur la rivière d'Ashley, dans la Caroline, latit. 33° 22′, long. 297° 45′..................Robertson,	3	0
Floride. Saint-Augustin, latit. 30° 10′, long. 295°..............Robertson,	4	30
Cap Floride, latit. 25° 50′, long. 297° 15′........................Robertson,	7	30

ILES DE L'AMÉRIQUE ET GOLFE DU MEXIQUE.

	H.	M.
Dans les Antilles, les marées ne sont, en général, que de 3 piés, comme dans les mers libres.		
Iles Bermudes, latit. 32° 25′, long. 311° 3′, ...Robertson,	7	0
Marées de 4 à 5 piés. Voyez *Transf. Philos.* 1667 & 1668.		
A la Guadeloupe, lat. 16°............	2	0
Les marées des syzygies, sont pour l'ordinaire, de 9 pouces, suivant les observations de M. de Foulquier, Intendant de la Guadeloupe; & de M. Tondu, faites en 1783.		
Les coups de vent produisent quelquefois 3 piés de différence; d'autres fois il n'y a qu'une marée en 24 heures; enfin la marée est souvent à 3 heures, ou à 1h ½, suivant qu'il y a deux marées, ou qu'il n'y en a qu'une seule.		
La Martinique, latit. 14° 36′, suivant les observations de M. de Verdun, le 18 mars 1772........................	7	30
Il n'y eut ce jour-là que 9 pouces de marée au Fort Royal; elle va jusqu'à 16 pouces dans les équinoxes, quelquefois même jusqu'à 3 piés.		
Ile Saint-Domingue, au cap François, latit. 19° 46′, long. 305 22′, la mer monte de 3 piés ou 3 ½, suivant M. de Fleurieu.		
Au Mole Saint-Nicolas, latit. 19° 49′, long. 304° 10′, la mer monte de 3 piés le jour de la pleine lune, suivant M. d'Amblimont, 19 mai 1767.		
Ile de la Tortue, près Saint-Domingue, dans le bassin........................	6	0
La mer monte de 5 piés, suivant M. d'Amblimont, 5 mai 1767.		
A l'embouchure du Mississipi, latit. 29°, long. 288°, les grandes marées de mars sont de 18 pouces.		
Cartagène, latit. 10° 27′ N. long. 302 14′........................	2	0
Eaux vives 10 piés; eaux mortes 5 ½ piés.		
Portobelo, latit. 9° 33′ sud, long. 297° 50′........................	8	0
Eaux mortes une vare & demie, ou 50 pouces; eaux vives 3 vares ou 8 piés 4 pouces.		

Ces Villes étant situées dans le fond du golfe du Mexique, les eaux y sont arrêtées par les îles & les presqu'îles, & doivent s'y élever un peu plus que dans les îles.

Amérique Méridionale.

	H. M.
Cayenne, suivant Richer (Observations Astronom. 1679, pag. 67)	3 45
La mer monte de 6 piés dans les syzygies, suivant des observations faites pendant une année entière.	
Rivière des Amazones....... Robertson,	6 0
Et à 200 lieues dans la rivière, il y a encore quelques pouces de marée, suivant M. de la Condamine.	
Sainte-Hélène, Camarones, baie de Saint-Grégoire, 45° latit. sud, 309° de long.	4 0
Marées de 24 piés, suivant M. Tofino, Chef d'Escadre des Armées Navales d'Espagne.	
Port Desiré, 48 degrés de latit. 314° de long.	4 15
Marées de 25 piés.	
Saint-Julien, 48° 51′, ou 49° 24′ sud, long. 312° 25′	5 0
Marées de 37 piés.	
Suivant d'autres Mémoires, 6½ brasses, ou 39 piés Anglois, & dans les quadratures 30 à 32, & la même chose au Port Desiré.	
M. Pingré dit que l'élévation des eaux y est de 20 à 25 piés.	
Iles Malouines 51⅔ degrés de latit. sud, 42° de long. dans le Port de la Solidad...	5 0
Marée de 7 piés.	
Ces cinq articles ont été fournis à M. Tofino, par un habile Pilote Espagnol.	
Détroit de Magellan, à l'entrée orientale	11 0
Marée de 22 piés.	
Terre de Feu, détroit de Noël, 55° sud, 307° 38′ de long.	2 30
Marées de 3 piés.	
Chiloe, latit. 44°, long. 304°	0 30
L'eau monte jusqu'à 32 piés, & avec une force étonnante.	
Callao, Port de Lima	6 30
Marées de 2 piés.	
Guayaquil, marée de 10 piés	6 0
Panama, marée de 6 à 7 piés	5 0

Iles de la Mer du Sud.

	H. M.
Ohitaoo, l'une des Marquises, latit. 10° sud, long. 238°½	3 0
Marée de 4 piés.	
Ile de Taïti, latit. 17°½ sud, long. 228°¼...	0 15
Suivant le Capitaine Cook, la hauteur est d'environ 15 pouces.	
Ile d'Ulietea, latit. 16° 45′½ sud, long. 226° 3′, 11ʰ 36′ du matin.	
Marée de 7 pouces.	
Nouvelle Zélande, ou Terre des Etats; baie de Tologa, 38°⅓ de latit. sud, 197° de long.	6 0
La marée est de 5 à 6 piés, suivant le voyage de Cook, de Banks & Solander, tom. III, pag. 95.	
Tanna, Port de la Résolution, latit. 19° 32′ sud, long. 187° 25′, marée de 3 piés	5 45
Nouvelle Hollande, latit. 15° sud, 164° de longitude	9 15
Marée de 8 piés.	
Entre la nouvelle Hollande & la nouvelle Guinée, la marée n'arrive qu'à une ou deux heures, & monte de 12 piés.	

Asie.

	H. M.
Ile de Socotora, vis-à-vis le cap Guardafui, près de l'entrée de la mer Rouge, suivant M. Pingré	6 0
Mer Rouge. Au-dessous de Suaquem, dit M. Pingré, la mer monte de 10 piés; dans la baie de Suaquem 4 piés; sur les côtes 6 piés. On a dit qu'à 7 lieues au nord de Suaquem, la mer montoit jusqu'à 22 coudées, & bien plus haut encore vers Suez; mais, suivant la description de l'Arabie par Niebuhr, Amst. 1774, il n'y pas plus de 4½ piés.	
Près de la Mekke	6 20
Marée d'un pié.	
Aden en Arabie, la hauteur des eaux est de 6 à 7 piés.	
Surate	4 0
La mer monte de 14 piés.	
Pondichéri, la barre est si forte, qu'on ne distingue pas toujours la marée; mais, quand la mer est tranquille, on juge qu'elle monte de 8 piés au moins. Voyage aux Indes par M. le Gentil, tome I, pag. 700.	
Aux Moluques, & sur la côte occidentale de l'île Formose, la mer ne monte que de 3 ou 4 piés.	
Tamarin, île de Sokotra, latit. 12° 30′ nord, long. 70° 49′.. Pingré, Robertson,	9 0
La mer y monte jusqu'à 12 piés.	

La table que l'on vient de voir, est le résultat de toutes les observations que j'ai pu rassembler; je ne puis la terminer qu'en invitant les navigateurs à l'étendre de plus en plus, & à la compléter par de nouvelles observations; on trouvera de plus grands détails dans mon *Traité du flux & du reflux de la mer.*

J'ai donné dans le même ouvrage une collection considérable d'observations faites sur les marées, comparées avec la théorie; les observations

de Breſt ſont les plus nombreuſes & les plus complètes ; j'en donnerai ici le tableau dans une échelle ſur laquelle on voit toutes les hauteurs ſupérieures & inférieures des grandes & petites marées, & des marées extraordinaires, *fig.* 170 *des planches d'Aſtronomie.* Les extrêmes ſont l'élévation extraordinaire du 26 février 1713, de 21 piés au-deſſus du point fixe ou du zéro de l'échelle placée dans le baſſin de Breſt entre l'Intendance & le Contrôle, du côté du nord, & le plus grand abaiſſement qu'on ait vu, de 3 piés 6 pouces au-deſſous du même point. La haute mer moyenne de ſyzygies y eſt à dix-ſept piés dix pouces ; celle des quadratures, à douze piés ſix pouces. La baſſe mer moyenne dans les quadratures, 5 piés 8 pouces, & dans les ſyzygies, 5 pouces au-deſſous de zéro. Pour les grandes marées, quand la lune eſt périgée, 19 piés 5 pouces d'élévation, & 1 pié 4 pouces d'abaiſſement, ce qui fait pour les marées totales 20 piés 9 pouces, ou 2 pouces de plus, ſi le ſoleil eſt périgée ; je mets de côté l'effet des vents, que j'ai évalué dans mon *Traité du flux & du reflux de la mer* (art. 105). Les marées totales moyennes ſont donc de 18 piés 3 pouces, pour les ſyzygies, 8 piés 5 pouces pour les quadratures. L'effet du ſoleil 4 11, & celui de la lune 13 4 ; ainſi, la force de la lune eſt 2, 7, celle du ſoleil étant 1 ; ce qui donne $\frac{1}{66}$ pour la maſſe de la lune, par rapport à celle de la terre. Le niveau de la mer eſt à 5 piés 8 pouces de cette échelle ; ainſi, dans les marées moyennes des quadratures, la mer reſte toute la journée au-deſſus de ſon niveau naturel, ou du moins ne s'abaiſſe que de 4 pouces, tandis qu'elle le ſurmonte de 5 piés 7 pouces.

Les hauteurs extraordinaires ſont l'effet des vents, dont on trouvera l'évaluation dans mon *Traité, page* 104. D'après les obſervations même, je fais voir que la maſſe des eaux eſt tranſportée par le vent, d'un pié & demi au-deſſus ou au-deſſous de ſon état moyen, & que l'action des luminaires produit les marées régulières ſur ce volume d'eau ainſi déplacé ; en ſorte que les hauteurs abſolues changent & que les différences reſtent les mêmes. *(D. L.)*

FLUXIO-DIFFÉRENTIEL, adj. (*Géométr. tranſcend.*) M. Fontaine appelle ainſi, dans les *Mémoires de l'acad. de* 1734, une méthode par laquelle on conſidère dans certains cas, ſous deux aſpects très-diſtingués, la différentielle d'une quantité variable. Imaginons, par exemple, un corps qui deſcend le long d'un arc de courbe ; on peut conſidérer à l'ordinaire la différentielle de cet arc comme repréſentée par une des parties infiniment petites dont il eſt compoſé, ou dont on l'imagine compoſé ; en ſorte que l'arc total ſera l'intégrale de cette différentielle : mais on peut conſidérer de plus la différence d'un arc total deſcendu à un arc total deſcendu qui diffère infiniment peu de celui-là ; & c'eſt une autre manière d'enviſager la différence : dans le premier cas, l'arc total eſt regardé comme une quantité conſtante dont les parties ſeulement ſont conſidérées comme variables, & comme croiſſant ou décroiſſant d'une quantité différentielle : dans le ſecond cas, l'arc total eſt lui-même regardé comme variable par rapport à un arc total qui en diffère infiniment peu. On peut, pour diſtinguer, appeller *fluxion*, la différence dans le ſecond cas, & retenir le nom de *différence* dans le premier : ou bien on peut ſe ſervir, dans le premier cas, du mot *fluxion*, & de *différence* dans le ſecond. *Voyez l'article* TAUTOCHRONE, & les *Mémoires de l'Académie de* 1734, où M. Fontaine a donné un ſavant eſſai de cette méthode, qu'il nomme *fluxio-différentielle*, par les raiſons qu'on vient d'expoſer. *(O)*

FLUXION, ſ. f (*Géométr. tranſcend.*) Neuton appelle ainſi dans la Géométrie de l'infini, ce que Léibnitz appelle *différence. Voyez* DIFFÉRENCE & DIFFÉRENTIEL.

Neuton s'eſt ſervi de ce mot de *fluxion*, parce qu'il conſidère les quantités mathématiques comme engendrées par le mouvement : il cherche le rapport des vîteſſes variables avec leſquelles ces quantités ſont décrites ; & ce ſont ces vîteſſes qu'il appelle *fluxion des quantités* : par exemple, on peut ſuppoſer une parabole engendrée par le mouvement d'une ligne qui ſe meut uniformément, parallèlement à elle-même, le long de l'abſciſſe, tandis qu'un point parcourt cette ligne avec une vîteſſe variable, telle que la partie parcourue eſt toujours une moyenne proportionnelle entre une ligne donnée quelconque & la partie correſpondante de l'abſciſſe, *voyez* ABSCISSE. Le rapport qu'il y a entre la vîteſſe de ce point à chaque inſtant, & la vîteſſe uniforme de la ligne entière, eſt celui de la *fluxion* de l'ordonnée à la *fluxion* de l'abſciſſe ; c'eſt-à-dire de $\dot{y}$ à $\dot{x}$: car Neuton déſigne la *fluxion* d'une quantité par un point mis au-deſſus.

Les géomètres anglois, du moins pour la plupart, ont adopté cette idée de Neuton, & ſa caractériſtique : cependant la caractériſtique de Léibnitz qui conſiſte à mettre un *d* au devant, paroît plus commode, & moins ſujette à erreur. Un *d* ſe voit mieux & s'oublie moins dans l'impreſſion qu'un ſimple point. A l'égard de la méthode de conſidérer comme des *fluxions* ce que Leibnitz appelle *différences*, il eſt certain qu'elle eſt plus ſujette & plus rigoureuſe. Mais il eſt, ce me ſemble, encore plus ſimple & plus exact de conſidérer les différences, ou plutôt le rapport des différences, comme la limite du rapport des différences finies, ainſi qu'il a été expliqué au *mot* DIFFÉRENTIEL. Introduire ici le mouvement, c'eſt y introduire une idée étrangère, & qui n'eſt point néceſſaire à la démonſtration : d'ailleurs on n'a pas d'idée bien nette de ce que c'eſt que la vîteſſe d'un corps à chaque inſtant, lorſque cette vîteſſe eſt variable. La vîteſſe n'eſt rien de réel, *voyez* VÎTESSE ;

c'eſt le rapport de l'eſpace au tems, lorſque la vîteſſe eſt uniforme : ſur quoi *voyez l'art.* ÉQUATION, *à la fin.* Mais lorſque le mouvement eſt variable, ce n'eſt plus le rapport de l'eſpace au tems, c'eſt le rapport de la différentielle de l'eſpace à celle du tems ; rapport dont on ne peut donner d'idée nette, que par celle des *limites.* Ainſi, il faut néceſſairement en revenir à cette dernière idée, pour donner une idée nette des *fluxions.* Au reſte, le calcul des *fluxions* eſt abſolument le même que le calcul différentiel ; *voy. donc le mot* DIFFÉRENTIEL, où les opérations & la métaphyſique de ce calcul ſont expliquées de la manière la plus ſimple & la plus claire. (*O*)

FOI

FOIS, (*Arith.*). Terme, qui étant précédé d'un nombre, ſert à déſigner la réitération ou la répétition d'une quantité : ainſi, on dit prendre *quatre fois* un nombre ; le nombre 30 contient *ſix fois* le nombre 5.

FOLIUM de Deſcartes, ou ſimplement *FOLIUM,* ſ. m. (*Géométrie*) nom latin, & qui ſignifie *feuille.* On appelle ainſi une courbe du ſecond genre ou ligne du troiſième ordre *K A O D R,* repréſentée (*Analyſ. fig.* 45.) & dont la partie *A O D* reſſemble à-peu-près à une feuille, ce qui lui a fait donner le nom de *folium.*

Soient les coordonnées *A B*, x, *B C* ou *B D*, y ; l'équation de cette courbe eſt $x^3 + y^3 = axy$; les axes *A B*, *A F*, touchant la courbe en *A*. Pour donner à cette équation une forme plus commode, qui faſſe découvrir aiſément la figure de la courbe, je diviſe en deux également l'angle *F A B* par la ligne *A O*, & j'imagine les nouvelles coordonnées rectangles *A P*, z & *P C*, u, j'aurai, comme il eſt très-aiſé de le prouver, $x = \frac{z+u}{\sqrt{2}}$, & $y = \frac{z-u}{\sqrt{2}}$ (*V.* TRANSFORMATION DES AXES) ; &, faiſant la ſubſtitution, il vient $u^2 = \left(azz - \frac{2z^3}{\sqrt{2}}\right) : \left(a + \frac{6z}{\sqrt{2}}\right)$ pour l'équation de la courbe rapportée aux axes *A O*, *G A M* perpendiculaires l'un à l'autre. D'où l'on voit, 1.° que ſi z eſt infiniment petite, on a $u = \pm z$, & qu'ainſi la courbe coupe de part & d'autre l'axe *A O* ſous un angle de 45^d ; 2.° que u a toujours deux valeurs égales, & qu'ainſi les deux parties de la courbe ſont égales, & ſemblables des deux côtés de l'axe *A O* : 3.° que, ſi $a = \frac{2z}{\sqrt{2}}$, on a $u = 0$; & que, ſi $a < \frac{2z}{\sqrt{2}}$, on a u imaginaire ; qu'ainſi, faiſant $2AO = a\sqrt{2}$, la courbe ne va pas au-delà du point *O*, du côté des z poſitives : 4.° que, ſi $z = -\frac{a\sqrt{2}}{6}$, u eſt infinie ; & que, ſi z eſt $< -\frac{a\sqrt{2}}{6}$, u eſt imaginaire. Donc, prenant $AN = \frac{a\sqrt{2}}{6} = \frac{AO}{3}$, & menant *K N R* perpendiculaire à *A N*, cette ligne *K N R* ſera aſymptote de la courbe. *V.* ASYMPTOTE.

Cette courbe eſt auſſi quarrable. Pour le prouver de la manière la plus ſimple, je reprends l'équation $x^3 + y^3 = axy$, & je fais $y = xz$, j'aurai $y\,dx$ élément de l'aire de la courbe $= xz\,dx$, dont l'intégrale eſt $\frac{xxz}{2} - \int \frac{xx\,dz}{2}$. Or $y = xz$ donne $x = \frac{az}{1+z^3}$, & $xx\,dz = \frac{aazz\,dz}{(1+z^3)^2}$, dont l'intégrale eſt aiſée à trouver. Car, ſoit $1 + z^3 = u^3$, on aura $zz\,dz = uu\,du$; & $\frac{aazz\,dz}{(1+z^3)^2} = \frac{aa\,du}{u^4}$, dont l'intégrale eſt fort ſimple. *Voyez* INTÉGRAL & TRANSFORMATION. Donc, &c.

M. de l'Hôpital, *analyſe des infiniment petits, ſect.* 2, donne une méthode de trouver les aſymptotes de cette courbe par les tangentes. *Voyez* TANGENTE, &c. (*O*)

FOMALHAUT, (*Aſtron.*) étoile de la première grandeur, ſituée à la bouche du poiſſon auſtral, c'eſt ainſi que l'écrit Flamſteed. Hevelius écrit *fomahandt* ; Tycho, *fomahant* ; Bayer, *fumalhant* ; Hyde, *pham-al-hût* ; la Caille, *phomalhaut* ; Schikardus l'appelle *fomolcuti.* Ces variations ſont ordinaires pour les noms Arabes que l'on écrit en caractères Européens. (*D. L.*)

FONCTION, ſ. f. (*Analyſe.*) Les anciens géomètres, ou plutôt les anciens analyſtes ont appellé *fonctions* d'une quantité quelconque x les différentes *puiſſances* de cette quantité (*voy.* PUISSANCE) ; mais aujourd'hui on appelle *fonction* de x, ou en général d'une quantité quelconque, une quantité compoſée de tant de termes qu'on voudra & dans laquelle x ſe trouve d'une manière quelconque, mêlée, ou non, avec des conſtantes ; ainſi, $x^2 + x^3$, $\sqrt{aa + xx}$, $\sqrt{\frac{aa + x^3}{bb + x^4}}$, $\int dx \sqrt{a^2 - x^2}$, &c. ſont des fonctions de x.

De même $x^2 y + ay^3$, &c. eſt une fonction de x & de y, ainſi des autres.

Tous les termes d'une *fonction* de x ſont cenſés avoir la même *dimenſion* ; quand ils ne l'ont pas, c'eſt qu'il y a une conſtante ſouſentendue qu'on prend pour l'unité ; ainſi, dans $x^2 + x^3$, on doit regarder x^2 comme égale à ax^2, a étant l'unité.

Quand la *fonction* n'eſt ni fraction ni radical, ſa dimenſion eſt égale à celle d'un de ſes termes. Ainſi, la *fonction* $x^2 + x^3$ eſt de trois dimenſions.

Quand la *fonction* eſt une fraction, la dimenſion eſt égale à celle du numérateur moins celle du dénominateur. Ainſi, $\frac{a^3 + x^3}{a^2 + x^2}$ eſt de dimenſion 1, $\frac{a^2 + x^2}{a^3 + x^3}$ eſt de dimenſion -1, &

$\frac{aa+xx}{aa-xx}$ est de *dimension nulle*. *V.* Tautochrone & Intégral.

Quand la *fonction* est radicale, sa dimension est égale à celle de la quantité qui est sous le signe, divisée par l'exposant du radical; ainsi, $\sqrt{aa+xx}$ est d'une dimension, $x\sqrt{aa+xx}$ & $\int dx \sqrt[3]{aa+x^2}$ sont de $1+\frac{2}{3}=\frac{5}{3}$ dimensions, *&c.* & ainsi des autres.

Fonction homogène est une *fonction* de deux ou plusieurs variables, x, y, &c. dans laquelle la somme des dimensions de x, y, &c. est la même.

Ainsi, $x^2y+ax^3+by^3$ est une *fonction* homogène; il en est de même de $\sqrt{(axx+\frac{by^3}{x}+\frac{cx^4}{xx+yy})}$, &c. *V.* Homogène & Intégral.

Fonctions semblables sont celles dans lesquelles les variables & les constantes entrent de la même manière; ainsi, $aa+xx$ & $AA+XX$ sont des *fonctions* semblables des constantes a, A, & des variables x, X. *(O)*

FONTAINE, s. f. (*Hyd.*): quantité d'eau rassemblée au pié ou sur le penchant d'une montagne, dans un réservoir creusé ordinairement par la nature, & alimenté par les eaux pluviales qui filtrent à travers les terres, ou qui s'insinuent par les fentes des rochers. *Voyez* Fleuve.

Il y a des *fontaines* qui ne tarissent jamais; il y en a d'autres qui sont sujettes à s'épuiser: car soit *ABCDEK* (*pl. Hyd. fig.* 24), le profil d'une montagne; *GME*, celui d'un réservoir dans lequel les eaux pluviales se rendent par les ouvertures *Bb*, *Cc*, *Dd*: il est évident que si l'orifice *E*, par lequel les eaux s'échappent du réservoir, est fort petit, l'écoulement pourra être continuel, parce qu'à mesure que les eaux sortent, il en arrive, au moins de temps en temps, par les fentes *Bb*, *Cc*, *Dd*; mais, si l'orifice *E* est grand, la *fontaine* ne donnera de l'eau que par intervalles. On appelle ces sortes de *fontaines*, *fontaines intermittentes*. Sur quoi il faut remarquer que plusieurs de ces *fontaines* ne commencent à couler qu'un peu de temps après la pluie, parce que les eaux pluviales ont de la peine à passer par les conduits étroits *Bb*, *Cc*, *Dd*. C'est par cette même raison, pour le dire en passant, que l'eau d'une rivière ayant filtré à travers les terres dans les caves voisines, ne s'en retire que lentement, après que la rivière a baissé.

Les phénomènes des *fontaines réciproques* s'expliquent par le méchanisme des syphons. *Voyez* Syphon. Voici en général à quoi ces phénomènes se réduisent.

Soit *HGM* (*fig.* 25), un réservoir, nourri, comme tout-à-l'heure, par les eaux pluviales, ou par une conduite d'eau *AB*: imaginons que d'un point inférieur *G*, s'élève un tuyau *GOSK* composé de deux branches inégales, & dont le bout *K* de la plus longue, soit ouvert pour donner issue à l'eau. Le réservoir *HGM*, supposé vide au premier instant, recevant de l'eau par le canal *AB*, cette eau s'accumulera, & ne commencera à couler par la branche *SK* du syphon, que lorsque la surface sera arrivée à la ligne horizontale *NMS* qui passe par le sommet du syphon. Supposons maintenant que la quantité d'eau fournie par le tuyau nourricier *AB*, soit moindre que celle qui peut sortir par *K*, la surface *NM* de l'eau du réservoir s'abaissera, & néanmoins l'écoulement par *K* continuera (*v.* Syphon) jusqu'à ce que la quantité d'eau fournie par *AB*, soit égale à celle qui sort par *K*: quand cette égalité a lieu, l'écoulement par *K* finit; l'eau contenue dans la branche *SOG* du syphon *GOSK*, retombe par son poids dans le réservoir *HGM*; mais ce réservoir continuant à recevoir de l'eau par le tuyau *AB*, sa surface revient de nouveau à la ligne horizontale *NMS*, & l'écoulement par *K* recommence, pour finir de même, & ainsi de suite.

Fontaine artificielle. On appelle ainsi une machine, par le moyen de laquelle l'eau est versée ou lancée. De ces machines, les unes agissent par la pesanteur de l'eau, les autres par le ressort de l'air. Du nombre des premières sont les jets d'eau, qui tirant l'eau d'un réservoir plus élevé, & la recevant par le moyen des tuyaux pratiqués sous terre, élèvent cette eau à une hauteur à-peu-près égale à celle du réservoir. *Voyez* Jet-d'eau & Ajutage. En disposant les ajutages selon différentes directions, on aura une *fontaine* ou jet-d'eau, qui lancera l'eau suivant des directions différentes (*Voyez pl. Hid. fig.* 38). On peut même, au lieu de différens ajutages, se contenter de pratiquer des ouvertures différentes à un même tuyau, comme on le voit *fig.* 39. Ouvrant le robinet qui est en *C*, l'eau s'échappera par ces ouvertures & couvrira les spectateurs qui ne s'y attendent pas. Si l'on place sur l'orifice de l'ajutage une petite boule *A* (*fig.* 40), elle sera élevée par l'eau qui monte, & se soutiendra toujours en l'air, pourvu qu'on soit dans un lieu où il ne fasse point de vent. Si à l'orifice de l'ajutage on ajuste une espèce de couvercle lenticulaire *AB* (*fig.* 41) percé d'un grand nombre de petits trous, l'eau jaillira en forme de petits filets, & s'éparpillera en gouttes très-fines. Enfin, si l'on soude au tube *AB* (*fig.* 42) deux segmens de sphère séparés, mais assez proches l'un de l'autre, & qu'on puisse éloigner ou rapprocher par le moyen d'une vis, l'eau sortira en forme de nappe.

Construction d'une fontaine qui joue par le ressort de l'air. DD BB (*pl. Hyd. fig.* 43) est un vaisseau cylindrique, percé en bas dans le fond *BB*, d'un petit trou, par lequel on verse l'eau dans la *fontaine*, & que l'on peut fermer à l'aide d'une vis. Il y a en-haut sur le couvercle *DD*, un robinet *E*, par le moyen duquel on peut ouvrir ou fermer ce vase. A ce robinet tient un tuyau *KC*, qui pénètre le milieu du vase & va se rendre jusqu'au fond où il s'ouvre en *C*. On enchâsse au-haut du robinet un petit tuyau *M*, qui a une petite ouverture par laquelle

l'eau jaillit. On met de l'eau dans ce vase, sans l'emplir entièrement, mais seulement jusqu'à la hauteur *AA*; on presse ensuite l'air par le tuyau *KC* dans le vase, par le moyen d'une pompe foulante, attachée proche du robinet en *M*; l'air qui est beaucoup plus léger que l'eau, passe à travers en montant en-haut, & remplit l'espace *ADDA*. Lorsqu'on a ainsi pressé une grande quantité d'air dans ce vase, on le ferme avec le robinet *E*; & après en avoir retiré la pompe foulante, on y met le petit tuyau. L'air enfermé dans l'espace *DADA*, comprimant l'eau proche d'*AA*, il la pousse en-bas, & la fait entrer & monter ensuite dans le tuyau *CK*; lors donc qu'on tourne le robinet *E*, l'eau sort par la petite ouverture, & forme un jet qui s'élève avec beaucoup de rapidité, qui va toujours en diminuant de hauteur & de force, à mesure que l'eau du vase baisse & que l'air en se dilatant la comprime moins. Quand toute l'eau est sortie, l'air s'élance lui-même avec bruit & sifflement par le tuyau.

La *figure* 44 représente une machine à-peu-près semblable, mais en petit. Cette boule se remplit d'eau jusqu'à la moitié, & fait entrer dans la partie vide de la boule, de l'air comprimé, qui oblige l'eau à monter par le tuyau *DAC*, & à jaillir par l'extrémité *C*.

Fontaine qui commence à jouer dès que l'on allume des bougies, & qui cesse quand on les éteint. Prenez un vase cylindrique *CD* (*fig.* 45); appliquez-y des tubes *AC*, *BF*, &c. ouverts par en-bas dans le cylindre, de manière que l'air puisse y descendre. Soudez à ces tubes les chandeliers *H*, &c. & ajustez au couvercle ceux du vase inférieur *CF* un petit tube ou ajutage *FE*, avec un robinet *G*, qui aille presque jusqu'au fond des vases. Il y a en *G* une ouverture garnie d'une vis, afin que par cet orifice l'on puisse verser l'eau en *CD*.

Dans cet état, si l'on allume les bougies *H*, &c. leur chaleur raréfiant l'air contenu dans les tubes contigus, l'eau renfermée dans le vase commencera à jaillir par *EF*.

Fontaine de Heron, ainsi nommée de son inventeur Heron d'Alexandrie, & qui a été perfectionnée ensuite par Nieuventit.

AB (*fig.* 46) est un tuyau par lequel on verse de l'eau dans le bassin inférieur *C*, lequel étant plein de même que le tuyau *AB*, l'air est poussé du Bassin *C* par le tuyau *DE*, dans le bassin *F*; cet air est par conséquent comprimé par le poids de l'eau *AB*, de sorte que sa force élastique pousse en-bas par le tuyau *GL* l'eau qui se trouve dans le bassin *F*. L'eau coulant alors par le tuyau *GL* dans le second bassin inférieur *M* (qui est séparé du bassin *C* par une cloison *OQ*, placée entre les deux tuyaux), pousse en-haut l'air qu'il contient par le tuyau *NP*; cet air passe dans le second bassin supérieur, & étant alors comprimé par l'eau qui est dans le tuyau *GL*, il pousse l'eau par sa force élastique dans le tuyau *RS* en forme de jet.

Fontaine ou vase dont on tire autant de vin que l'on y verse d'eau, de sorte que l'eau paroît changé en vin. Le petit vase *BM* (*fig.* 47), a une cloison *CD*. On emplit d'abord la cavité inférieure avec du vin par un petit trou qui est dans le fond, & que l'on ferme à l'aide d'une vis *N*. Le tuyau supérieur *ABP*, s'étend jusqu'à la cloison *CD*; on y verse de l'eau, qui comprime par son poids l'air renfermé dans cette cavité supérieure, & le force de passer par l'autre petit tuyau *SR*, qui pénètre à-travers la cloison jusqu'à la cavité inférieure; cet air comprime par conséquent le vin de la cavité inférieure, lequel il fait monter dans le petit tuyau *GC*, & coule ensuite par le petit robinet *O*.

Fontaine de Sturmius, laquelle joue ou s'arrête à la volonté de celui qui la fait aller. *ABC* (*fig.* 48) est un vase exagone, haut & creux, fermé en-haut & en-bas: il y a au milieu un tuyau *DC*, ouvert de chaque côté, & qui monte presque jusqu'en-haut dans le vase proche de *C*: on voit au-bas sur les côtés six petits tuyaux fort menus *KK*, qui sortent hors du vase, & par lesquels l'eau s'écoule. Le bout inférieur du tuyau proche de *D*, s'ajuste exactement en *E* dans un autre tuyau, *EF*, fermement attaché au bassin *M*; ce tuyau *EF* est percé en-bas & de côté proche de *F*: il se trouve encore dans le bassin directement au-dessous du tuyau *EF*, une autre ouverture comme *G*, par laquelle l'eau qui est tombée dans le bassin, après s'être écoulée par le trou *F*, commence à se dégorger dans une autre vaisseau *N*: on peut fermer exactement cette ouverture *G* à l'aide d'une longue coulisse *GL*. Lorsqu'on veut emplir d'eau cette *fontaine*, on la tire du tuyau *EF*, en ôtant le tuyau *EC* de l'ouverture *E*, &, après l'avoir renversée, on y verse de l'eau par le tuyau *DC* jusqu'à ce qu'elle soit pleine: on la retourne ensuite, & on la remet dans le tuyau *EF*; le poids de l'eau la fait alors couler par les petits tuyaux *KK*. Lorsqu'on tire la coulisse *GL* dehors, de sorte que le trou de la coulisse & le trou *G* s'ajustent l'un sur l'autre, alors l'eau qui vient des tuyaux *KK* peut passer librement par ces trous & tomber dans le bassin *N*, & la *fontaine* continuera de couler aussi long-tems que le bassin *ABB* peut fournir de l'eau. Mais quand on bouche un peu le trou *G* par la coulisse *L*, en sorte que l'eau qui tombe par *KK* ne puisse passer en même quantité par *G*, le trou *F* se trouve enfin bouché par l'eau, ce qui empêche en même temps que l'air ne puisse pénétrer dans le tuyau *DC*, ni dans le vase *ABB*; l'eau cependant ne cesse de s'écouler par les tuyaux *KK*, jusqu'à ce que l'eau du vase *ABB* avec l'elasticité de l'air raréfié dans ce vase, se trouve en équilibre avec la pression de l'atmosphère, qui agit contre les ouvertures des tuyaux *KK*, & empêche alors l'eau de s'en écouler: durant ce temps, l'eau

continue

continue de s'écouler par les ouvertures *F G*, dans le tuyau *N*; aussi-tôt que l'eau du bassin *M M* commence à devenir si basse, qu'il peut s'introduire de nouvel air par l'ouverture *F* dans le tuyau *D C* & dans le vase *A B B*, il agit de nouveau sur l'eau qui s'écoule par les petits tuyaux *K K*, comme auparavant, en plus grande quantité que les ouvertures *G* & *F* n'en peuvent absorber, ce qui est cause qu'elles se bouchent une seconde fois, & ainsi de suite; de sorte que le tarissement & l'écoulement de l'eau se font ainsi alternativement.

La description de la plupart de ces *fontaines*, est tirée soit en entier, soit par extrait, du Cours de physique de M. Musschenbroëk.

Les propriétés des syphons fournissent aussi des *fontaines* curieuses.

Soit, par exemple, un vase *A G B F* (*figure 49, Hydraul.*), dans lequel on ait ajusté un syphon ou tuyau recourbé à branches inégales, dont la plus longue branche *D E* sorte du vase, & dont l'autre soit ouverte en *C* près du fond du vase, sans toucher à ce fond; qu'on verse de l'eau dans ce vase, elle montera en même tems dans le syphon *C D* par l'ouverture *C*; & dès que l'eau en s'élevant sera arrivée dans le syphon & dans le vase au niveau du point *D*, alors, par la propriété du syphon, toute l'eau du vase s'écoulera par la jambe la plus longue *D E*. Si donc on place sur le haut du vase une figure dont les lèvres soient au niveau du coude *D*, il est évident que l'eau s'écoulera dès qu'elle sera arrivée à la hauteur des lèvres de cette figure: ainsi, la figure pourra représenter une espèce de Tantale. Voilà le principe général, dont on peut varier l'application en autant de manières qu'on voudra. Il est facile, par la construction de la *fontaine*, de dérober le jeu du syphon aux spectateurs.

On peut voir, dans les livres de physique, différentes autres espèces de *fontaines artificielles*; mais voilà les principales. (*O*)

FOR

FORCE, terme fort usité en *Méchanique*, & auquel les Méchaniciens attachent différens sens, dont nous allons détailler les principaux.

FORCE D'INERTIE, est la propriété qui est commune à tous les corps de rester dans leur état, soit de repos où de mouvement, à moins que quelque cause étrangère ne les en fasse changer.

Les corps ne manifestent cette *force*, que lorsqu'on veut changer leur état; & on lui donne alors le nom de *résistance* ou d'*action*, suivant l'aspect sous lequel on la considère. On l'appelle *résistance*, lorsqu'on veut parler de l'effort qu'un corps fait contre ce qui tend à changer son état; & on la nomme *action*, lorsqu'on veut exprimer l'effort que le même corps fait pour changer l'état de l'obstacle qui lui résiste. *Voyez* ACTION, COSMOLOGIE, & *la suite de cet article*.

Dans la définition de la *force d'inertie*, je me suis servi du mot de *propriété*, plutôt que de celui de *puissance*; parce que le second de ces mots semble désigner un être métaphysique & vague, qui réside dans le corps, & dont on n'a point d'idée nette; au lieu que le premier ne désigne qu'un effet constamment observé dans les corps.

Preuves de la force d'inertie. On voit d'abord fort clairement qu'un corps ne peut se donner le mouvement à lui-même: il ne peut donc être tiré du repos que par l'action de quelque cause étrangère. De-là il s'ensuit que si un corps reçoit du mouvement par quelque cause que ce puisse être, il ne pourra de lui-même accélérer ni retarder ce mouvement. On appelle en général *puissance* ou *cause motrice*, tout ce qui oblige un corps à se mouvoir. *Voyez* PUISSANCE, *&c.*

Un corps mis une fois en mouvement par une cause quelconque, doit y persister toujours uniformément & en ligne droite, tant qu'une nouvelle cause différente de celle qui l'a mis en mouvement, n'agira pas sur lui, c'est-à-dire qu'à moins qu'une cause étrangère & différente de la cause motrice n'agisse sur ce corps, il se mouvra perpétuellement en ligne droite, & parcourra en tems égaux des espaces égaux.

Car, ou l'action indivisible & instantanée de la cause motrice au commencement du mouvement, suffit pour faire parcourir au corps un certain espace, ou le corps a besoin pour se mouvoir de l'action continuée de la cause motrice.

Dans le premier cas, il est visible que l'espace parcouru ne peut être qu'une ligne droite décrite uniformément par le corps mû: car (*hyp.*) passé le premier instant, l'action de la cause motrice n'existe plus, & le mouvement néanmoins subsiste encore: il sera donc nécessairement uniforme, puisqu'un corps ne peut accélérer ni retarder son mouvement de lui-même. De plus, il n'y a pas de raison pour que le corps s'écarte à droite plutôt qu'à gauche; donc dans ce premier cas, où l'on suppose qu'il soit capable de se mouvoir de lui-même pendant un certain tems, indépendamment de la cause motrice, il se mouvra de lui-même pendant ce tems uniformément & en ligne droite.

Or un corps qui peut se mouvoir de lui-même uniformément & en ligne droite pendant un certain tems, doit continuer perpétuellement à se mouvoir de la même manière, si rien ne l'en empêche: car supposons le corps partant de *A*, (*pl. Méch. fig.* 78) & capable de parcourir de lui-même uniformément la ligne *A B*; soient pris sur la ligne *A B* deux points quelconques *C*, *D*, entre *A* & *B*; le corps étant en *D* est précisément dans le même état que lorsqu'il est en *C*, si ce n'est qu'il se trouve dans un autre lieu. Donc il doit arriver à ce corps la même chose que quand il est en *C*. Or étant en *C*, il peut (*hyp.*) se mou-

voir de lui-même uniformément jusqu'en B. Donc étant en D, il pourra se mouvoir de lui-même uniformément jusqu'au point G, tel que $DG = CB$, & ainsi de suite.

Donc, si l'action premiere & instantanée de la cause motrice est capable de mouvoir le corps, il sera mû uniformément & en ligne droite, tant qu'une nouvelle cause ne l'en empêchera pas.

Dans le second cas, puisqu'on suppose qu'aucune cause étrangere & différente de la cause motrice n'agit sur le corps, rien ne détermine donc la cause motrice à augmenter ni à diminuer; d'où il s'ensuit que son action continuée sera uniforme & constante, & qu'ainsi, pendant le tems qu'elle agira, le corps se mouvra en ligne droite & uniformément. Or la même raison qui a fait agir la cause motrice constamment & uniformément pendant un certain tems, subsistant toujours tant que rien ne s'oppose à son action, il est clair que cette action doit demeurer continuellement la même, & produire constamment le même effet. Donc, *&c.*

Donc en général un corps mis en mouvement par quelque cause que ce soit, y persistera toujours uniformément & en ligne droite, tant qu'aucune cause nouvelle n'agira pas sur lui.

La ligne droite qu'un corps décrit ou tend à décrire, est nommée *sa direction. Voyez* DIRECTION.

Nous nous sommes un peu étendus sur la preuve de cette seconde loi, parce qu'il y a eu & qu'il y a peut-être encore quelques philosophes qui prétendent que le mouvement d'un corps doit de lui-même se ralentir peu-à-peu, comme il semble que l'expérience le prouve. Il faut convenir au reste, que les preuves qu'on donne ordinairement de la *force d'inertie*, en tant qu'elle est le principe de la conservation du mouvement, n'ont point le degré d'évidence nécessaire pour convaincre l'esprit; elles sont presque toutes fondées, ou sur une *force* qu'on imagine dans la matière, par laquelle elle résiste à tout changement d'état, ou sur l'indifférence de la matière au mouvement comme au repos. Le premier de ces deux principes, outre qu'il suppose dans la matière un être dont on n'a point d'idée nette, ne peut suffire pour prouver la loi dont il est question: car lorsqu'un corps se meut, même uniformément, le mouvement qu'il a dans un instant quelconque, est distingué & comme isolé du mouvement qu'il a eu ou qu'il aura dans les instans précédens ou suivans. Le corps est donc en quelque manière à chaque instant dans un nouvel état; il ne fait, pour ainsi dire, continuellement que commencer à se mouvoir, & on pourroit croire qu'il tendroit sans cesse à retomber dans le repos, si la même cause qui l'en a tiré d'abord, ne continuoit en quelque sorte à l'en tirer toujours.

A l'égard de l'indifférence de la matière au mouvement ou au repos, tout ce que ce principe présente, ce me semble, de bien distinct à l'esprit, c'est qu'il n'est pas essentiel à la matière de se mouvoir toujours, ni d'être toujours en repos; mais il ne s'ensuit pas de cette loi, qu'un corps en mouvement ne puisse tendre continuellement au repos, non que le repos lui soit plus essentiel que le mouvement, mais parce qu'il pourroit sembler qu'il ne faudroit autre chose à un corps pour être en repos, que d'être un corps, & que, pour le mouvement, il auroit besoin de quelque chose de plus, & qui devroit être pour ainsi dire continuellement reproduit en lui.

La démonstration que j'ai donnée de la conservation du mouvement, a cela de particulier, qu'elle a lieu également, soit que la cause motrice doive toujours être appliquée au corps, ou non. Ce n'est pas que je croye l'action continuée de cette cause, nécessaire pour mouvoir le corps; car, si l'action instantanée ne suffisoit pas, quel seroit alors l'effet de cette action? & si l'action instantanée n'avoit point d'effet, comment l'action continuée en auroit-elle? Mais comme on doit employer à la solution d'une question le moins de principes qu'il est possible, j'ai cru devoir me borner à démontrer que la continuation du mouvement a lieu également dans les deux hypothèses: il est vrai que notre démonstration suppose l'existence du mouvement, & à plus forte raison sa possibilité; mais nier que le mouvement existe, c'est se refuser à un fait que personne ne révoque en doute.

Voilà, si je ne me trompe, comment on peut prouver la loi de la continuation du mouvement, d'une manière qui soit à l'abri de toute chicane. Dans le mouvement il semble, comme nous l'avons déja observé, qu'il y ait en quelque sorte un changement d'état continuel; & cela est vrai dans ce seul sens, que le mouvement du corps, dans un instant quelconque, n'a rien de commun avec son mouvement dans l'instant précédent ou suivant. Mais on auroit tort d'entendre par *changement d'état*, le *changement de place* ou *de lieu* que le mouvement produit: car quand on examine ce prétendu changement d'état avec des yeux philosophiques, on n'y voit autre chose qu'un changement de relation, c'est-à-dire un changement de distance du corps mû aux corps environnans.

Nous sommes fort enclins à croire qu'il y a dans un corps en mouvement un effort ou énergie, qui n'est point dans un corps en repos. La raison pour laquelle nous avons tant de peine à nous détacher de cette idée, c'est que nous sommes toujours portés à transférer aux corps inanimés les choses que nous observons dans notre propre corps. Ainsi, nous voyons, que quand notre corps se meut, ou frappe quelque obstacle, le choc ou le mouvement est accompagné en nous d'une sensation qui nous donne l'idée d'une *force* plus ou moins grande; or en transportant aux autres corps ce même mot *force*, nous appercevrons avec une légère attention, que nous ne pouvons y attacher que trois différens sens: 1.° celui de la sensation que nous éprouvons, & que nous ne pouvons pas supposer dans une matière inanimée: 2.° celui d'un être métaphysique, différent

de la sensation, mais qu'il nous est impossible de concevoir, & par conséquent de définir : 3.° enfin (& c'est le seul sens raisonnable) celui de l'effet même, ou de la propriété qui se manifeste par cet effet, sans examiner ni rechercher la cause. Or en attachant au mot *force* ce dernier sens, nous ne voyons rien de plus dans le mouvement, que dans le repos, & nous pouvons regarder la continuation du mouvement, comme une loi aussi essentielle que celle de la continuation du repos. Mais, dira-t-on, un corps en repos ne mettra jamais un corps en mouvement; au lieu qu'un corps en mouvement meut un corps en repos. Je réponds que si un corps en mouvement meut un corps en repos, c'est en perdant lui-même une partie de son mouvement ; & cette perte vient de la résistance que fait le corps en repos au changement d'état. Un corps en repos n'a donc pas moins une *force* réelle pour conserver son état, qu'un corps en mouvement, quelque idée qu'on attache au mot *force*. *Voyez* COMMUNICATION *de mouvement*, &c.

Le principe de la *force d'inertie* peut se prouver aussi par l'expérience. Nous voyons 1.° *que les corps en repos y demeurent tant que rien ne les en tire* ; & si quelquefois il arrive qu'un corps soit mû sans que nous connoissions la cause qui le meut, nous sommes en droit de juger, & par l'analogie, & par l'uniformité des loix de la nature, & par l'incapacité de la matière à se mouvoir d'elle-même, que cette cause, quoique non apparente, n'en est pas moins réelle. 2.° Quoiqu'il n'y ait point de corps qui conserve éternellement son mouvement, parce qu'il y a toujours des causes qui le ralentissent peu-à-peu, comme le frottement & la résistance de l'air ; cependant nous voyons qu'un corps en mouvement y persiste d'autant plus long-tems, que les causes qui retardent ce mouvement sont moindres : d'où nous pouvons conclure que *le mouvement ne finiroit point, si les forces retardatrices étoient nulles.*

L'expérience journalière de la pesanteur semble démentir le premier de ces deux principes. La multitude a peine à s'imaginer qu'il soit nécessaire qu'un corps soit poussé vers la terre pour s'en approcher ; accoutumée à voir tomber un corps dès qu'il n'est pas soutenu, elle croit que cette seule raison suffit pour obliger le corps à se mouvoir. Mais une réflexion bien simple peut désabuser de cette opinion. Qu'on place un corps sur une table honrizontale ; pourquoi ce corps ne se meut-il pas horizontalement le long de la table, puisque rien ne l'en empêche ? pourquoi ce corps ne se meut-il pas de bas en-haut, puisque rien n'arrête son mouvement en ce sens ? Donc, puisque le corps se meut de haut en-bas, & que par lui-même il est évidemment indifférent à se mouvoir dans un sens plutôt que dans un autre, il y a quelque cause qui le détermine à se mouvoir en ce sens. Ce n'est donc pas sans raison que les Philosophes s'étonnent de voir tomber une pierre; & le peuple qui rit de leur étonnement, le partage bientôt lui-même pour peu qu'il refléchisse.

Il y a plus : la plupart des corps que nous voyons se mouvoir, ne sont tirés du repos que par l'impulsion visible de quelque autre corps. Nous devons donc être naturellement portés à juger que le mouvement est toujours l'effet de l'impulsion : ainsi, la première idée d'un philosophe qui voit tomber un corps, doit être que ce corps est poussé par quelque fluide invisible. S'il arrive cependant qu'après avoir approfondi davantage cette matière, on trouve que la pesanteur ne puisse s'expliquer par l'impulsion d'un fluide, & que les phénomènes se refusent à cette hypothèse; alors le philosophe doit suspendre son jugement, & peut-être même doit-il commencer à croire qu'il peut y avoir quelque autre cause du mouvement des corps que l'impulsion; ou du moins (ce qui est aussi contraire aux principes communément reçus) que l'impulsion des corps, & sur-tout de certains fluides inconnus, peut avoir des lois toutes différentes de celles que l'expérience nous a fait découvrir jusqu'ici. *Voyez* ATTRACTION.

Un savant géomètre de nos jours (*Voyez Euleri opuscula*, Berlin, 1746,) prétend que l'attraction, quand on la regarde comme un principe différent de l'impulsion, est contraire au principe de la *force d'inertie*, & par conséquent ne peut appartenir au corps ; car, dit ce géomètre, un corps ne peut se donner le mouvement à lui-même, & par conséquent ne peut tendre de lui-même vers un autre corps, sans y être déterminé par quelque cause. Il suffit de répondre à ce raisonnement, 1.° que la tendance des corps les uns vers les autres, quelle qu'en soit la cause, est une loi de la nature constatée par les phénomènes. *Voyez* GRAVITATION. 2.° Que si cette tendance n'est point produite par l'impulsion, ce que nous ne décidons pas, en ce cas la présence d'une autre corps suffit pour altérer le mouvement de celui qui se meut ; & que comme l'action de l'ame, sur le corps n'empêche pas le principe de la *force d'inertie* d'être vrai, de même l'action d'un corps sur un autre, exercée à distance, ne nuit point à la vérité de ce principe, parce que dans l'énoncé de ce principe, on fait abstraction de toutes les causes (quelles qu'elles puissent être) qui peuvent altérer le mouvement du corps, soit que nous puissions comprendre ou non la manière d'agir de ces *forces*.

Le même géomètre va plus loin; il entreprend de prouver que la *force d'inertie* est incompatible avec la faculté de penser, parce que cette dernière faculté entraîne la propriété de changer de soi-même son état : d'où il conclut que la *force d'inertie*, étant une propriété reconnue de la matière, la faculté de penser n'en sauroit être une. Nous

applaudissons au zèle de cet auteur pour chercher une nouvelle preuve d'une vérité que nous ne prétendons pas combattre : cependant, à considérer la chose uniquement en philosophes, nous ne voyons pas que par cette nouvelle preuve il ait fait un grand pas en Métaphysique. La *force d'inertie* n'a lieu, comme l'expérience le prouve, que dans la matière brute, c'est-à-dire dans la matière qui n'est point unie à un principe intelligent dont la volonté la meut : ainsi, soit que la matière reçoive par elle-même la faculté de penser (ce que nous sommes bien éloignés de croire), soit qu'un principe intelligent & d'une nature différente lui soit uni, dès-lors elle perdra la *force d'inertie*, ou, pour parler plus exactement, elle ne paroîtra plus obéir à cette *force*. Sans doute il n'est pas plus aisé de concevoir comment ce principe intelligent, uni à la matière & différent d'elle, peut agir sur elle pour la mouvoir, que de comprendre comment la *force d'inertie* peut se concilier avec la faculté de penser, que les Matérialistes attribuent faussement au corps : mais nous sommes certains par la religion, que la matière ne peut penser ; & nous sommes certains, par l'expérience, que l'ame agit sur le corps. Tenons-nous-en donc à ces deux vérités incontestables, sans entreprendre de les concilier.

Force vive, *ou* Force des Corps en mouvement ; c'est un terme qui a été imaginé par M. Leibnitz, pour distinguer la *force* d'un corps actuellement en mouvement, d'avec la *force* d'un corps qui n'a que la tendance au mouvement, sans se mouvoir en effet : ce qui a besoin d'être expliqué plus au long.

Supposons, dit M. Leibnitz, un corps pesant appuyé sur un plan horizontal. Ce corps fait un effort pour descendre ; & cet effort est continuellement arrêté par la résistance du plan ; de sorte qu'il se réduit à une simple tendance au mouvement. M. Leibnitz appelle cette *force* & les autres de la même nature, *forces mortes*.

Imaginons au contraire, ajoute le même philosophe, un corps pesant qui est jetté de bas en haut, & qui, en montant, ralentit toujours son mouvement à cause de l'action de la pesanteur, jusqu'à ce qu'enfin sa *force* soit totalement perdue, ce qui arrive lorsqu'il est parvenu à la plus grande hauteur à laquelle il peut monter ; il est visible que la *force* de ce corps se détruit par degrés & se consume en s'exerçant. M. Leibnitz appelle *force vive*, cette dernière *force*, pour la distinguer de la première, qui naît & meurt au même instant ; & en général, il appelle *force vive* la *force* d'un corps qui se meut d'un mouvement, continuellement retardé & ralenti par des obstacles, jusqu'à ce qu'enfin ce mouvement soit anéanti, après avoir été successivement diminué par des degrés insensibles. M. Leibnitz convient que la *force* morte est comme le produit de la masse par la vîtesse *virtuelle*, c'est-à-dire, avec laquelle le corps tend à se mouvoir, suivant l'opinion commune. Ainsi, pour que deux corps qui se choquent ou qui se tirent directement, se fassent équilibre, il faut que le produit de la masse par la vîtesse *virtuelle* soit le même de part & d'autre. Or en ce cas, la *force* de chacun de ces deux corps est une *force* morte, puisqu'elle est arrêtée tout-à-la-fois & comme en son entier par une *force* contraire. Donc dans ce cas, le produit de la masse par la vîtesse doit représenter la *force*. Mais, M. Leibnitz soutient que la *force vive* doit se mesurer autrement, & qu'elle est comme le produit de la masse par le quarré de la vîtesse ; c'est-à-dire, qu'un corps qui a une certaine *force* lorsqu'il se meut avec une vîtesse donnée, aura une *force* quadruple, s'il se meut avec une vîtesse double ; une *force* neuf fois aussi grande, s'il se meut avec une vîtesse triple, *&c.* & qu'en général, si la vîtesse est successivement 1, 2, 3, 4, *&c.* la *force* sera comme 1, 4, 9, 16, *&c.* c'est-à-dire, comme les quarrés des nombres 1, 2, 3, 4 : au lieu que, si ce corps n'étoit pas réellement en mouvement, mais tendoit à se mouvoir avec les vîtesses 1, 2, 3, 4, *&c.* sa *force* n'étant alors qu'une *force* morte, seroit comme 1, 2, 3, 4, *&c.*

Dans le systême des adversaires des *forces vives*, la *force* des corps en mouvement est toujours proportionnelle à ce qu'on appelle autrement *quantité de mouvement*, c'est-à-dire, au produit de la masse des corps par la vîtesse ; au lieu que dans le systême opposé, elle est le produit de la quantité de mouvement par la vîtesse.

Pour réduire cette question à son énoncé le plus simple, il s'agit de savoir si la *force* d'un corps qui a une certaine vîtesse, devient double ou quadruple quand sa vîtesse devient double. Tous les Méchaniciens avoient cru jusqu'à M. Leibnitz qu'elle étoit simplement double : ce grand philosophe soutint le premier qu'elle étoit quadruple ; & il le prouvoit par le raisonnement suivant. La *force* d'un corps ne se peut mesurer que par ses effets & par les obstacles qu'elle lui fait vaincre. Or si un corps pesant étant jetté de bas en haut avec une certaine vîtesse, monte à la hauteur de quinze piés, il doit, de l'aveu de tout le monde, monter à la hauteur de 60 piés, étant jetté de bas en haut avec une vîtesse double, *voyez* Accélération. Il fait donc dans ce dernier cas quatre fois plus d'effet, & surmonte quatre fois plus d'obstacles : sa *force* est donc quadruple de la première. M. Jean Bernoulli, dans son *discours sur les lois de la communication du mouvement*, imprimé en 1726, & joint au recueil général de ses œuvres, a ajouté à cette preuve de M. Leibnitz une grande quantité d'autres preuves. Il a démontré qu'un corps qui ferme ou bande un ressort avec une certaine vîtesse, peut avec une vîtesse double, fermer quatre ressorts semblables au premier ; neuf avec une vîtesse

triple, &c. M. Bernoulli fortifie ce nouvel argument en faveur des *forces vives*, par d'autres observations très-curieuses & très-importantes, dont nous aurons lieu de parler plus bas, à l'*article* CONSERVATION DES FORCES VIVES. Cet ouvrage a été l'époque d'une espèce de schisme entre les savans sur la mesure des *forces*.

La principale réponse qu'on a faite aux objections des partisans des *forces vives*, *voyez les mém. de l'académie de 1728*, consiste à réduire le mouvement retardé en uniforme, & à soutenir qu'en ce cas la *force* n'est que comme la vîtesse : on avoue qu'un corps qui parcourt quinze piés de bas en haut, parcourra soixante piés avec une vîtesse double : mais on dit qu'il parcourra ces soixante piés dans un tems double du premier. Si son mouvement étoit uniforme, il parcourroit dans ce même tems double cent vingt piés, *voyez* ACCÉLÉRATION. Or dans le cas où il parcourroit quinze piés d'un mouvement retardé, il parcourroit trente piés dans le même tems, & soixante piés dans un tems double avec un mouvement uniforme : les effets sont donc ici comme 120 & 60, c'est-à-dire comme 2 & 1 ; & par conséquent la *force*, dans le premier cas, n'est que double de l'autre, & non pas quadruple. Ainsi, conclut-on, un corps pesant parcourt quatre fois autant d'espace avec une vîtesse double, mais il le parcourt en un tems double ; & cela équivaut à un effet double & non pas quadruple. Il faut donc, dit-on, diviser l'espace par le tems pour avoir l'effet auquel la *force* est proportionnelle, & non pas faire la *force* proportionnelle à l'espace. Les défenseurs des *forces vives* répondent à cela, que la nature d'une *force* plus grande est de durer plus long-tems ; & qu'ainsi il n'est pas surprenant qu'un corps pesant qui parcourt quatre fois autant d'espace, le parcoure en un tems double : que l'effet réel de la *force* est de faire parcourir quatre fois autant d'espace : que le plus ou moins de tems n'y fait rien ; parce que ce plus ou moins de temps vient du plus ou moins de grandeur de la *force* ; & qu'il n'est point vrai de dire, comme il paroît résulter de la réponse de leurs adversaires, que la *force* soit d'autant plus petite, toutes choses d'ailleurs égales, que le tems est plus grand ; puisqu'au contraire il est infiniment plus naturel de croire qu'elle doit être d'autant plus grande qu'elle est plus long-tems à se consumer.

Au reste, il est bon de remarquer que pour supposer la *force* proportionnelle au quarré de la vîtesse, il n'est pas nécessaire, selon les partisans des *forces vives*, que cette *force* se consume réellement & actuellement en s'exerçant ; il suffit d'imaginer qu'elle puisse être consumée & anéantie peu-à-peu par degrés infiniment petits. Dans un corps mû uniformément, la *force* n'en est pas moins proportionnelle au quarré de la vîtesse, selon ces Philosophes, quoique cette *force* demeure toujours la même ; parce que si cette *force* s'exerçoit contre des obstacles qui la consumassent par degrés, son effet seroit alors comme le quarré de la vîtesse.

Nous renvoyons nos lecteurs à ce qu'on a écrit pour & contre les *forces vives* dans les *mémoires de l'acad. 1728*, dans ceux de Pétersbourg, *tome I*, & dans d'autres ouvrages. Mais au lieu de rappeller ici tout ce qui a été dit sur cette question, il ne sera peut-être pas inutile d'exposer succinctement les principes qui peuvent servir à la résoudre.

Quand on parle de la *force* des corps en mouvement, où l'on n'attache point d'idée nette au mot que l'on prononce, ou l'on ne peut entendre par-là en général que la propriété qu'ont les corps qui se meuvent, de vaincre les obstacles qu'ils rencontrent, ou de leur résister. Ce n'est donc ni par l'espace qu'un corps parcourt uniformément, ni par le tems qu'il employe à le parcourir, ni enfin par la considération simple, unique, & abstraite de sa masse & de sa vîtesse, qu'on doit estimer immédiatement la *force* ; c'est uniquement par les obstacles qu'un corps rencontre, & par la résistance que lui font ces obstacles. Plus l'obstacle qu'un corps peut vaincre, ou auquel il peut résister, est considérable, plus on peut dire que sa *force* est grande ; pourvu que sans vouloir représenter par ce mot un prétendu être qui réside dans le corps, on ne s'en serve que comme d'une manière abrégée d'exprimer un fait ; à-peu-près comme on dit, qu'un corps a deux fois autant de vîtesse qu'un autre, au lieu de dire qu'il parcourt en tems égal deux fois autant d'espace, sans prétendre pour cela que ce mot de *vîtesse* représente un être inhérent au corps.

Ceci bien entendu, il est clair qu'on peut opposer au mouvement d'un corps trois sortes d'obstacles ; ou des obstacles invincibles qui anéantissent tout-à-fait son mouvement, quel qu'il puisse être ; ou des obstacles qui n'aient précisément que la résistance nécessaire pour anéantir le mouvement du corps, & qui l'anéantissent dans un instant, c'est le cas de l'équilibre ; ou enfin des obstacles qui anéantissent le mouvement peu-à-peu ; c'est le cas du mouvement retardé. Comme les obstacles insurmontables anéantissent également toutes sortes de mouvemens, ils ne peuvent servir à faire connoître la *force* : ce n'est donc que dans l'équilibre, ou dans le mouvement retardé, qu'on doit en chercher la mesure. Or tout le monde convient qu'il y a équilibre entre deux corps quand les produits de leurs masses par leurs vîtesses virtuelles, c'est-à-dire, par les vîtesses avec lesquelles ils tendent à se mouvoir, sont égaux de part & d'autre. Donc dans l'équilibre, le produit de la masse par la vîtesse, ou, ce qui est la même chose, la quantité de mouvement peut représenter la *force*. Tout le monde convient aussi que dans le mouvement retardé, le nombre des obstacles vaincus est comme le quarré de la vîtesse : en sorte

qu'un corps qui a fermé un reffort, par exemple, avec une certaine vîteffe, pourra avec une vîteffe double fermer, ou tout-à-la-fois ou fucceffivement, non pas deux, mais quatre refforts femblables au premier, neuf avec une vîteffe triple, & ainfi du refte. D'où les partifans des *forces vives* concluent que la *force* des corps qui fe meuvent actuellement, eft en général comme le produit de la maffe par le quarré de la vîteffe. Au fond, quel inconvénient pourroit-il y avoir à ce que la mefure des *forces* fût différente dans l'équilibre & dans le mouvement retardé, puifque fi on veut ne raifonner que d'après des idées claires, on doit n'entendre par le mot de *force*, que l'effet produit en furmontant l'obftacle ou en lui réfiftant? Il faut avouer cependant, que l'opinion de ceux qui regardent la *force* comme le produit de la maffe par la vîteffe, peut avoir lieu non-feulement dans le cas de l'équilibre, mais auffi dans celui du mouvement retardé, fi dans ce dernier cas on mefure la *force*, non par la quantité abfolue des obftacles, mais par la fomme des réfiftances de ces mêmes obftacles. Car cette fomme de réfiftances eft proportionnelle à la quantité de mouvement, puifque, de l'aveu général, la quantité de mouvement que le corps perd à chaque inftant, eft proportionnelle au produit de la réfiftance par la durée infiniment petite de l'inftant; & que la fomme de ces produits eft évidemment la réfiftance totale. Toute la difficulté fe réduit donc à favoir fi on doit mefurer la *force* par la quantité abfolue des obftacles, ou par la fomme de leurs réfiftances. Il me paroîtroit plus naturel de mefurer la *force* de cette derniere maniere: car un obftacle n'eft tel qu'en tant qu'il réfifte; & c'eft, à proprement parler, la fomme des réfiftances qui eft l'obftacle vaincu. D'ailleurs en eftimant ainfi la *force*, on a l'avantage d'avoir l'équilibre, & pour le mouvement retardé une mefure commune: néanmoins, comme nous n'avons d'idée précife & diftincte du mot de *force*, qu'en reftreignant ce terme à exprimer un effet, je crois qu'on doit laiffer chacun le maître de fe décider comme il voudra là-deffus; & toute la queftion ne peut plus confifter que dans une difcuffion métaphyfique très-futile, ou dans une difpute de mots plus indigne encore d'occuper des Philofophes.

Ce que nous venons de dire fur la fameufe queftion des *forces vives*, eft tiré de la préface de notre *traité de Dynamique*, imprimé en 1743, dans le tems que cette queftion étoit encore fort agitée parmi les Savans. Il femble que les Géometres conviennent aujourd'hui, affez unanimement de ce que nous foutenions alors, que c'eft une difpute de mots: & comment n'en feroit-ce pas une, puifque les deux partis font d'ailleurs entierement d'accord fur les principes fondamentaux de l'équilibre & du mouvement? En effet, qu'on propofe un problème de Dynamique à réfoudre à deux géometres habiles, dont l'un foit adverfaire, & l'autre partifan des *forces vives*, leurs folutions, fi elles font bonnes, s'accorderont parfaitement entr'elles: la mefure des *forces* eft donc une queftion auffi inutile à la Méchanique, que les queftions fur la nature de l'étendue & du mouvement: fur quoi on peut voir ce que nous avons dit *au mot* ELÉMENS DES SCIENCES, *tome V, page 493, col. 1 & 2*. Dans le mouvement d'un corps nous ne voyons clairement que deux chofes; l'efpace parcouru, & le tems qu'il emploie à le parcourir. C'eft de cette feule idée qu'il faut déduire tous les principes de la Méchanique, & qu'on peut en effet les déduire. *Voyez* DYNAMIQUE.

Une confidération qu'il ne faut pas négliger, & qui prouve bien qu'il ne s'agit ici que d'une queftion de nom toute pure; c'eft que foit qu'un corps ait une fimple tendance au mouvement arrêtée par quelque obftacle, foit qu'il fe meuve d'un mouvement uniforme avec la vîteffe que cette tendance fuppofe, foit enfin que commençant à fe mouvoir avec cette vîteffe, fon mouvement foit anéanti peu-à-peu par quelque obftacle; dans tous ces cas, l'effet produit par le corps eft différent: mais le corps en lui-même ne reçoit rien de nouveau; feulement fon action eft différemment appliquée. Ainfi, quand on dit que la *force* d'un corps eft dans certains cas comme la vîteffe, dans d'autres comme le quarré de la vîteffe; on veut dire feulement que l'effet dans certains cas eft comme la vîteffe, dans d'autres comme le quarré de cette vîteffe: encore doit-on remarquer que le mot *effet* eft ici lui-même un terme affez vague, & qui a befoin d'être défini avec d'autant plus d'exactitude, qu'il a des fens différens dans chacun des trois cas dont nous venons de parler. Dans le premier, il fignifie l'effort que le corps fait contre l'obftacle; dans le fecond, l'efpace parcouru dans un tems donné & conftant; dans le troifieme, l'efpace parcouru jufqu'à l'extinction totale du mouvement, fans avoir d'ailleurs aucun égard au tems que la *force* a mis à fe confumer.

On peut remarquer par tout ce que nous venons de dire, qu'un même corps, felon que fa tendance au mouvement eft différemment appliquée, produit différens effets; les uns proportionnels à fa vîteffe, les autres au quarré de fa vîteffe. Ainfi, ce prétendu axiome, que *les effets font proportionnels à leurs caufes*, eft au moins très-mal énoncé, puifque voilà une même caufe qui produit différens effets. Il faudroit mettre cette reftriction à la propofition dont il s'agit que *les effets font proportionnels à leurs caufes, agiffantes de la même maniere*. Mais nous avons déjà fait voir aux *mots* ACCÉLÉRATRICE & CAUSE, que ce prétendu axiome eft un principe très-vague, très-mal exprimé, abfolument inutile à la Méchanique, & capable de conduire à bien des paralogifmes, quand on n'en fait pas ufage avec précaution.

CONSERVATION DES FORCES VIVES. C'est un principe de Méchanique que M. Huyghens semble avoir apperçu le premier, & dont M. Bernoulli, & plusieurs autres géomètres après lui, ont fait voir depuis, l'étendue & l'usage dans la solution des problèmes de Dynamique. Voici quel est ce principe; il consiste dans les deux lois suivantes.

1.° Si des corps agissent les uns sur les autres, soit en se tirant par des fils ou des verges inflexibles, soit en se poussant, soit en se choquant, pourvu que dans ce dernier cas, ils soient à ressort parfait, la somme des produits des masses par les quarrés des vîtesses fait toujours une quantité constante. 2.° Si les corps sont animés par des puissances quelconques, la somme des produits des masses par les quarrés des vîtesses à chaque instant, est égale à la somme des produits des masses par le quarré des vîtesses initiales, plus les quarrés des vîtesses que les corps auroient acquises, si étant animés par les mêmes puissances, ils s'étoient mûs librement chacun sur la ligne qu'il a décrite.

Nous avons dit *soit en se poussant, soit en se choquant*, & nous distinguons *la pulsion* d'avec le *choc*, parce que la conservation des *forces vives* a lieu dans les mouvemens des corps qui se poussent, pourvu que ces mouvemens ne changent que par degrés insensibles, ou plutôt infiniment petits; au lieu qu'elle a lieu dans les corps élastiques qui se choquent, dans le cas même où le ressort agiroit en un instant indivisible, & les feroit passer sans gradation d'un mouvement à un autre.

M. Huyghens paroît être le premier qui ait apperçu cette loi de la conservation des *forces vives* dans le choc des corps élastiques. Il paroît aussi avoir connu la loi de la conservation des *forces vives* dans le mouvement des corps qui sont animés par des puissances. Car le principe dont il se sert pour résoudre le problême des centres d'oscillation, n'est autre chose que la seconde loi exprimée autrement. M. Jean Bernoulli dans son discours sur les lois de la communication du mouvement dont nous avons parlé, a développé & étendu cette découverte de M. Huyghens, & il n'a pas oublié de s'en servir pour prouver son opinion sur la mesure des *forces*, à laquelle il croit ce principe très-favorable, puisque dans l'action mutuelle de deux corps, ce n'est presque jamais la somme des produits des masses, par les vîtesses qui fait une somme constante, mais la somme des produits des masses par les quarrés des vîtesses. Descartes croyoit que la même quantité de *force* devoit toujours subsister dans l'univers, & en conséquence il prétendoit faussement que le mouvement ne pouvoit pas se perdre, parce qu'il supposoit la *force* proportionnelle à la quantité de mouvement. Ce philosophe n'auroit peut-être pas été éloigné d'admettre la mesure des *forces vives* par les quarrés des vîtesses, si cette idée lui fût venue dans l'esprit. Cependant si on fait attention à ce que nous avons dit ci-dessus sur la notion qu'on doit attacher au mot de *force*, il semble que cette nouvelle preuve en faveur des *forces vives*, ou ne présente rien de net à l'esprit, ou ne lui présente qu'un fait & une vérité avoués de tout le monde.

Dans mon traité de Dynamique imprimé en 1743, j'ai démontré le principe de la conservation des *forces vives* dans tous les cas possibles; & j'ai fait voir qu'il dépend de cet autre principe, que quand des puissances se font équilibre, les vîtesses *virtuelles* des points où elles sont appliquées, estimées suivant la direction de ces puissances, sont en raison inverse de ces mêmes puissances. Ce dernier principe est reconnu depuis long-tems par les Géomètres pour le principe fondamental de l'équilibre, ou du moins pour une conséquence nécessaire de l'équilibre.

M. Daniel Bernoulli dans son excellent ouvrage, intitulé *Hydrodynamica*, a appliqué le premier au mouvement des fluides le principe de la conservation des *forces vives*, mais sans le démontrer. J'ai publié à Paris en 1744, *un traité de l'équilibre & du mouvement des fluides*, où je crois avoir démontré le premier la conservation des *forces vives* dans le mouvement des fluides. C'est aux savans à juger si j'y ai réussi. Je crois aussi avoir prouvé que M. Daniel Bernoulli s'est servi quelquefois du principe de la conservation des *forces vives* dans certains cas où il n'auroit pas dû en faire usage. Ce sont ceux où la vîtesse du fluide, ou d'une partie du fluide change brusquement & sans gradation, c'est-à-dire, sans diminuer par des degrés insensibles. Car le principe de la conservation des *forces vives*, n'a jamais lieu lorsque les corps qui agissent les uns sur les autres passent subitement d'un mouvement à un mouvement différent, sans passer par les degrés de mouvement intermédiaires, à-moins que les corps ne soient supposés à ressort parfait. Encore dans ce cas le changement ne s'opère-t-il que par des degrés infiniment petits; ce qui le fait rentrer dans la règle générale. *Voyez* HYDRODINAMIQUE & FLUIDE.

Dans les *mém. de l'académie des Sciences, de 1742*. M. Clairaut a démontré aussi d'une manière particulière, le principe de la conservation des *forces vives*; & je dois remarquer à ce sujet, que quoique le mémoire de M. Clairaut soit imprimé dans le vol. de 1742, & que mon traité de Dynamique n'ait paru qu'en 1743, cependant ce mémoire & ce traité, ont été présentés tous deux le même jour à l'académie.

On peut voir par différens mémoires répandus dans les volumes des académies des Sciences de Paris, de Berlin, de Péterfbourg, combien le principe de la conservation des *forces vives* facilite la solution d'un grand nombre de problêmes de

Dynamique; nous croyons même qu'il a été un tems où on auroit été fort embarrassé de résoudre plusieurs de ces problêmes sans employer ce principe; & il me semble, si une prévention trop favorable pour mon propre travail ne m'en impose point, que j'ai donné le premier dans mon traité de Dynamique une méthode générale & directe, pour résoudre toutes les questions imaginables de ce genre, sans y employer le principe de la conservation des *forces vives*, ni aucun autre principe indirect & secondaire. Cela n'empêche pas que je ne convienne de l'utilité de ces derniers principes pour faciliter, ou plutôt pour abréger en certains cas les solutions, sur-tout lorsqu'on aura eu soin de démontrer auparavant ces mêmes principes.

Du rapport de la force vive avec l'action. Nous avons vu *au mot* COSMOLOGIE, que les partisans modernes des *forces vives* avoient imaginé l'action comme le produit de la masse, par l'espace & par la vîtesse, ou ce qui revient au même, comme le produit de la masse, par le quarré de la vîtesse & par le tems; car dans le mouvement uniforme tel qu'on le suppose ici, l'espace est le produit de la vîtesse par le tems. *Voyez* VÎTESSE.

Nous avons dit aussi aux *mots* ACTION & COSMOLOGIE, que cette définition de l'action prise en elle-même, est absolument arbitraire; cependant nous craignons que les partisans modernes des *forces vives*, n'aient prétendu attacher par cette définition quelque réalité à ce qu'ils appellent *action*. Car selon eux la force instantanée d'un corps en mouvement, est le produit de la masse par le quarré de la vîtesse; & ils paroissent avoir regardé l'action comme la somme des *forces instantanées*, puisqu'ils font l'action égale au produit de la *force vive* par le tems. On peut voir sur cela un mémoire, d'ailleurs assez médiocre, du feu professeur Wolf, inséré dans le *I. volume de Pétersbourg;* & l'on se convaincra que ce professeur croyoit en effet avoir fixé dans ce mémoire la véritable notion de l'action; mais il est aisé de voir que cette notion, quand on voudra la regarder autrement que comme une définition de nom, est tout-à-fait chimérique & en elle-même & dans les principes des partisans des *forces vives;* 1.° en elle-même, parce que dans le mouvement uniforme d'un corps, il n'y a point de résistance à vaincre ni par conséquent d'action, à proprement parler; 2.° dans les principes des partisans des *forces vives*, parce que selon eux, la *force vive* est celle qui se consume, ou qu'on suppose pouvoir se consumer en s'exerçant. Il n'y a donc proprement d'action que lorsque cette *force* se consume réellement en agissant contre des obstacles. Or dans ce cas, selon les défenseurs même des *forces vives*, le tems doit être compté pour rien, parce qu'il est de la nature d'une *force* plus grande d'être plus long-tems à s'anéantir. Pourquoi donc veulent-ils faire entrer le tems dans la considération de l'action? L'action ne devroit être dans leurs principes que la *force vive* même en tant qu'elle agit contre des obstacles; & cette manière de la considérer ne doit rien changer à sa mesure, puisque selon eux cette *force* n'est regardée comme proportionnelle au quarré de vîtesse, qu'autant qu'on suppose cette *force* anéantie insensiblement par des obstacles contre lesquels elle agit.

Reconnoissons donc que cette définition de l'action donnée par les partisans des *forces vives*, est purement arbitraire, & même peu conforme à leurs principes. A l'égard de ceux qui comme M. de Maupertuis, n'ont point pris de parti dans la dispute des *forces vives*, on ne peut leur contester la définition de l'action, sur-tout lorsqu'ils paroissent la donner comme une définition de nom; M. de Maupertuis dit lui-même à la page 26 du premier volume de ses nouvelles œuvres imprimées à Lyon: *Ce que j'ai appellé* action, *il auroit peut-être mieux valu l'appeller* force; *mais ayant trouvé ce mot tout établi par Leibnitz & par Wolf, pour exprimer la même idée, & trouvant qu'il y répond bien, je n'ai pas voulu changer les termes.* Ces paroles semblent faire connoître que M. de Maupertuis, quoiqu'il croye que l'action peut être représentée par le produit du quarré de la vîtesse & du tems, croit en même tems qu'on pourroit attacher à ce mot une autre notion; à quoi nous ajouterons relativement aux *articles* ACTION & COSMOLOGIE, que quand il regarde l'action envisagée sous ce point de vûe, comme la *dépense* de la nature, ce mot de *dépense* ne doit point sans doute être pris dans un sens métaphysique & rigoureux, mais dans un sens purement mathématique, c'est-à-dire, pour une quantité mathématique, qui dans plusieurs cas est égale à un *minimum*.

Par les mêmes raisons, je crois qu'on peut adopter également toute autre définition de l'action, par exemple celle que M. d'Arcy en a donnée dans les Mém. de l'acad. des Sciences de 17[illegible]7 & 1752, pourvu (ce qui ne contredit en rien les principes de M. d'Arcy) qu'on regarde aussi cette définition comme une simple définition de nom. On peut dire dans un sens avec M. d'Arcy, que l'action d'un système de deux corps égaux qui se meuvent en sens contraire avec des vîtesses égales, est nulle, parce que l'action qui feroit équilibre à la somme de ces actions seroit nulle, mais on peut aussi dans un autre sens regarder l'action de ce système comme la somme des actions séparée, & par conséquent comme réelle. Ainsi, on peut regarder comme très-réelle l'action des deux boulets de canon qui vont en sens contraires. Au reste, M. d'Arcy remarque avec raison que la conservation de l'action, prise dans le sens qu'il lui donne, a lieu en général dans le mouvement des corps qui agissent les uns sur les autres, & il s'est servi

il s'eſt ſervi avantageuſement de ce principe pour faciliter la ſolution de pluſieurs problèmes de Dynamique.

Comme l'idée qu'on attache ordinairement au mot *action* ſuppoſe de la réſiſtance à vaincre, & que nous ne pouvons avoir d'idée de l'action que par ſon effet, j'ai cru pouvoir définir l'*action* dans l'Encyclopédie, en diſant qu'elle eſt le mouvement qu'un corps produit, ou qu'il tend à produire dans un autre corps. Un auteur qui m'eſt inconnu prétend dans les *mém. de l'acad. de Berlin* de 1753, que cette définition eſt *vague*. Je ne ſais s'il a prétendu m'en faire un reproche; en tout cas, je l'invite à nous donner une définition mathématique de l'action qui repréſente d'une manière plus exacte & plus préciſe, non la notion métaphyſique du mot *action*, qui eſt une chimère, mais l'idée qu'on attache vulgairement à ce mot.

Tout ce que nous venons de dire ſur l'action, avoit un rapport néceſſaire au mot *force*, & peut être regardé comme un ſupplément aux *mots* ACTION & COSMOLOGIE, auxquels nous renvoyons.

Réflexions ſur la nature des forces mortes, & ſur leurs différentes eſpèces. En adoptant comme une ſimple définition de nom l'idée que les défenſeurs des *forces vives* nous donnent de la *force morte*, on peut diſtinguer deux ſortes de *forces mortes*; les unes ceſſent d'exiſter dès que leur effet eſt arrêté, comme il arrive dans le cas de deux corps durs égaux qui ſe choquent directement en ſens contraires avec des vîteſſes égales. La ſeconde eſpèce de *forces mortes* renferme celles qui périſſent, & renaiſſent à chaque inſtant, en ſorte que ſi on ſupprimoit l'obſtacle, elles auroient leur plein & entier effet; telle eſt celle de deux reſſorts bandés, tandis qu'ils agiſſent l'un contre l'autre; telle eſt encore celle de la peſanteur. *Voyez la fin de l'article* EQUILIBRE, (*Méchan.*) où nous avons remarqué que le mot *équilibre* ne convient proprement qu'à l'action mutuelle de cette dernière ſorte de *forces mortes.*

Cette diſtinction entre les *forces mortes* nous donnera lieu d'en faire encore une autre: ou la *force morte* eſt telle qu'elle produiroit une vîteſſe finie, s'il n'y avoit point d'obſtacle; ou elle eſt telle que l'obſtacle ôté, il n'en réſulteroit d'abord qu'une vîteſſe infiniment petite, ou pour parler plus exactement, que le corps commenceroit ſon mouvement par zéro de vîteſſe, & augmenteroit enſuite cette vîteſſe par degrés. Le premier cas eſt celui de deux corps égaux qui ſe choquent, ou qui ſe pouſſent, ou qui ſe tirent en ſens contraire avec des vîteſſes égales & finies; le ſecond eſt celui d'un corps peſant qui eſt appuyé ſur un plan horizontal. Ce plan ôté, le corps deſcendra; mais il commencera à deſcendre avec une vîteſſe nulle, & l'action de la peſanteur fera croître enſuite à chaque inſtant cette vîteſſe; c'eſt du moins ainſi qu'on le ſuppoſe. *Voyez* ACCÉLÉRATION & DESCENTE. De-là les Méchaniciens ont conclu que la force de la percuſſion étoit infiniment plus grande que celle de la peſanteur, puiſque la première eſt à la ſeconde comme une vîteſſe infiniment petite, ou plutôt à zéro; & par-là ils ont expliqué pourquoi un poids énorme qui charge un clou à moitié enfoncé dans une table ne fait pas avancer ce clou, tandis que ſouvent une percuſſion aſſez légère produit cet effet. Sur quoi *voyez l'article* PERCUSSION.

FORCES ACCÉLÉRATRICES. Les *forces mortes* priſes dans le dernier ſens, deviennent des *forces accélératrices* ou *retardatrices*, lorſqu'elles ſont en pleine liberté de s'exercer; car alors leur action continuée, ou accélère le mouvement, ou le retarde, ſi elle agit en ſens contraire. *Voyez* ACCÉLÉRATRICE. Mais cette manière de conſidérer les *forces accélératrices* paroît ſujette à de grandes difficultés. En effet, pourra-t-on dire, ſi le mouvement produit par une *force accélératrice* quelconque, comme la peſanteur, commence par zéro de vîteſſe, pourquoi un corps peſant ſoutenu par un fil fait-il éprouver quelque réſiſtance à celui qui le ſoutient? Il devroit être abſolument dans le même cas qu'un corps placé ſur un plan horizontal, & attaché à un fil auſſi horizontal à l'extrémité duquel on placeroit une puiſſance. Cette puiſſance n'auroit aucun effort à faire pour retenir le corps, parce que ce corps eſt en repos, ou ce qui revient au même, parce que la vîteſſe avec laquelle il tend à ſe mouvoir eſt zéro. Or ſi la première vîteſſe avec laquelle un corps peſant tend à ſe mouvoir eſt auſſi égale à zéro comme on le ſuppoſe, pourquoi l'effort qu'il faut faire pour le retenir n'eſt-il pas abſolument nul? Ce corps en deſcendant prendra ſans doute une vîteſſe finie au bout d'un tems quelconque, mais l'effort qu'on fait pour le ſoutenir n'agit pas contre la vîteſſe qu'il prendra, il agit contre celle avec laquelle il tend actuellement à ſe mouvoir, c'eſt-à-dire, contre une vîteſſe nulle. En un mot, un corps peſant ſoutenu par un fil tend à ſe mouvoir horizontalement & verticalement avec zéro de vîteſſe; d'où vient donc faut-il un effort pour l'empêcher de ſe mouvoir verticalement, & n'en faut-il point pour l'empêcher de ſe mouvoir horizontalement? On ne peut répondre à cette objection que de deux manières, dont ni l'une ni l'autre n'eſt capable de ſatisfaire pleinement.

On peut dire en premier lieu que l'on a tort de ſuppoſer que la vîteſſe initiale d'un corps qui deſcend ſoit zéro abſolu; que cette vîteſſe eſt finie quoique très-petite, & auſſi petite qu'on voudra le ſuppoſer; qu'il paroît difficile de concevoir comment une vîteſſe qui a commencé par zéro abſolu deviendroit enſuite réelle; comment une puiſſance dont le premier effet eſt zéro de mouvement pourroit produire un mouvement réel par la

succession du tems; que la pesanteur est une *force* du même genre que la *force* centrifuge, ainsi qu'on le verra dans la suite de cet article; & que cette dernière *force* telle qu'elle a lieu dans la nature, n'est point une *force* infiniment petite, mais une *force* finie très-petite, les corps qui se meuvent suivant une courbe, ne décrivant point réellement des courbes rigoureuses, mais des courbes polygones, composées d'une quantité *finie*, mais très-grande, de petites lignes droites contigues entr'elles à angles très-obtus. Voilà la réponse.

Sur quoi je remarque, 1.° que s'il est difficile & peut-être impossible de comprendre comment une *force* qui a commencé par produire dans un corps zéro de vîtesse, peut par des coups successifs & réitérés à l'infini, produire dans ce corps une vîtesse finie, on ne comprend pas mieux comment un solide est formé par le mouvement d'une surface sans profondeur, comment une suite de points indivisibles peut former l'étendue, comment une succession d'instans indivisibles forme le tems, comment même des points & des instans indivisibles se succèdent, comment un atome en repos dans un point quelconque de l'espace peut-être transporté dans un point différent; comment enfin l'ordonnée d'une courbe qui est zéro au sommet, devient réelle par le seul transport de cette ordonnée le long de l'abscisse : toutes ces difficultés & d'autres semblables, tiennent à l'essence toujours inconnue & toujours incompréhensible du mouvement, de l'étendue & du tems. Ainsi, comme elles ne nous empêchent point de reconnoître la réalité de l'étendue, du tems & du mouvement, la difficulté proposée contre le passage de la vîtesse nulle à la vîtesse finie, ne doit pas non plus être regardée comme décisive. 2.° Sans doute la *force* centrifuge, soit dans les courbes rigoureuses, soit dans les courbes considérées comme des polygones *infinis*, est comparable, quant à ses effets, à la pesanteur : mais pourquoi veut-on qu'aucune portion de courbe décrite par un corps dans la nature, ne soit rigoureuse, & que toutes soient des polygones d'un nombre de côtés fini, mais très-grand? Ces côtés en nombre fini, & très-petits, seroient des lignes droites parfaites. Or, pourquoi trouve-t-on moins de difficulté à supposer dans la nature des lignes droites parfaites très-petites, que des lignes courbes parfaites aussi très-petites? Je ne vois point la raison de cette préférence, la rectitude absolue étant aussi difficile à concevoir dans une portion d'étendue si petite qu'on voudra, que la courbure absolue. 3.° Et c'est ici la difficulté principale à la 1^{re} réponse, si la nature de la *force* accélératrice est de produire au 1^{er} instant une vîtesse très-petite, cette *force* agissant à chaque instant pendant un tems fini, produiroit donc au bout de ce tems une vîtesse infinie; ce qui est contre l'expérience. On dira peut-être que la nature de la pesanteur n'est point d'agir à chaque instant, mais de donner de petits coups finis qui se succèdent comme par secousses dans des intervalles de tems finis, quoique très-petits : mais on sent bien que cette supposition est purement arbitraire; & pourquoi la pesanteur agiroit-elle ainsi par secousses & non pas par un effort continu & non interrompu? On ne pourroit tout-au-plus admettre cette hypothèse, que dans le cas où l'on regarderoit la pesanteur comme l'effet de l'impulsion d'un fluide; & l'on sait combien il est douteux que la pesanteur vienne d'une pareille impulsion, puisque jusqu'ici les phénomènes de la pesanteur n'ont pu s'en déduire, ou même y paroissent contraires. *Voyez* PESANTEUR, GRAVITÉ & GRAVITATION. On voit, par toutes ces réflexions, que la première réponse à la difficulté que nous avons proposée sur la nature des *forces* accélératrices, est elle-même sujette à des difficultés considérables.

On pourroit dire en second lieu pour répondre à cette difficulté, qu'à la vérité un corps pesant, ou tout autre corps mû par une *force* accélératrice quelconque, doit commencer son mouvement par zéro de vîtesse; mais que ce corps n'en est pas moins en disposition de se mouvoir verticalement si rien ne l'en empêche; au lieu qu'il n'a aucune disposition à se mouvoir horizontalement; qu'il y a par conséquent dans ce corps un *nisus*, une tendance au mouvement vertical, qu'il n'a point pour le mouvement horizontal; que c'est ce *nisus*, cette tendance qu'on a à soutenir dans le premier cas, & qu'on n'a point à soutenir dans le second; qu'elle ne peut être contre-balancée que par un *nisus*, une tendance pareille; que l'effort que l'on fait pour soutenir un poids, est de même nature que la pesanteur; que cet effort produiroit, à la vérité, au premier instant une vîtesse infiniment petite, mais qu'il est très-différent d'un effort nul, parce qu'un effort nul ne produiroit aucun mouvement, & que l'effort dont il s'agit en produiroit un fini, au bout d'un tems fini. Cette seconde réponse n'est guère plus satisfaisante que l'autre; car qu'est-ce qu'un *nisus* au mouvement, qui ne produit pas une vîtesse finie dans le premier instant? Quelle idée se former d'un pareil effort? D'ailleurs pourquoi l'effort qu'il faut faire pour soutenir un grand poids, est-il beaucoup plus considérable que celui qu'il faut faire pour arrêter une boule de billard qui se meut avec une vîtesse finie? Il semble au contraire que ce dernier devroit être beaucoup plus grand, si en effet la *force* de la pesanteur étoit nulle par rapport à celle de la percussion.

Il résulte de tout ce que nous venons de dire, que la difficulté proposée mérite l'attention des Physiciens & des Géomètres. Nous les invitons à chercher des moyens de la résoudre plus heureusement que nous ne venons de faire, supposé qu'il soit possible d'en trouver.

Lois des forces accélératrices, & manière de les comparer. Quoi qu'il en soit de ces réflexions sur la nature des *forces accélératrices*, il est au-moins certain dans le sens qu'on l'a expliqué *au mot* ACCÉLÉRATRICE, que si on appelle φ la *force* accélératrice d'un corps, dt l'élément du tems, du celui de la vîtesse, on aura $\varphi\, dt = du$; & si la *force* est retardatrice, au lieu d'être accélératrice, on aura $\varphi\, dt = -du$, parce qu'alors e croissant, u diminue; sur quoi *voyez mon traité de Dynamique, articles 19 & 20.* Or nommant e l'espace parcouru, on a $u = \frac{de}{dt}$ *voyez* VITESSE); donc l'équation $\varphi\, dt \pm du$, donne aussi celle-ci $\varphi\, dt^2 = \pm dde$; c'est-à-dire, que les petits espaces que fait parcourir à chaque instant une *force* accélératrice ou retardatrice, sont entr'eux comme les quarrés des tems.

Cette équation $\varphi\, dt^2 = \pm dde$, ou, ce qui revient au même, l'équation $\varphi\, dt = \pm du$ n'est point un principe de Méchanique, comme bien des auteurs le croyent, mais une simple définition; la *force* accélératrice ne se fait connoître à nous que par son effet: cet effet n'est autre chose que la vîtesse qu'elle produit dans un certain tems, & quand on dit, par exemple, que la *force* accélératrice d'un corps est réciproquement proportionnelle au quarré de la distance, on veut dire seulement que $\frac{du}{dt}$ est réciproquement proportionnel à ce quarré; ainsi, φ n'est que l'expression abrégée de $\frac{du}{dt}$, & le second membre de l'équation qui exprime la valeur de $\frac{du}{dt}$. *Voyez l'article* ACCÉLÉRATRICE *& mon traité de Dynamique* déjà cités.

L'équation $\frac{dde}{dt^2} = \varphi$ fait voir que pendant un instant l'effet de toute *force* accélératrice quelconque est comme le quarré du tems; car la *force* variable φ pouvant être censée constante pendant un instant, $\frac{dde}{dt^2}$ est donc constant pendant cet instant, & par conséquent dde est comme dt^2. Ainsi, pendant un instant quelconque les petits espaces qu'une *force* accélératrice quelconque fait parcourir, sont entr'eux comme les quarrés des tems, ou plutôt des instans correspondans; toute cause accélératrice agit donc dans un instant de la même manière & suivant les mêmes lois que la pesanteur agit dans un tems fini; car les espaces que la pesanteur fait parcourir sont comme les quarrés des tems. *Voyez* ACCÉLÉRATION & DESCENTE. Donc si on nomme a l'espace que la pesanteur p feroit parcourir pendant un tems quelconque θ, on aura $p : \varphi :: \frac{a}{\theta^2} : \frac{dde}{dt^2}$, & par conséquent $\varphi = \frac{p\, dde\, \theta^2}{a\, dt^2}$, formule générale pour comparer avec la pesanteur p une force accélératrice quelconque φ.

Mais il y a sur cette formule une remarque importante à faire; elle ne doit avoir lieu que quand on regarde comme courbe rigoureuse la courbe qui auroit les tems t pour abcisses & les espaces e pour ordonnées; ou, ce qui revient au même, qui représenteroit par l'équation entre ses coordonnées l'équation entre e & t. *Voyez* EQUATION. Car, si on regarde cette courbe comme polygone, alors dde prise à la manière ordinaire du calcul différentiel aura une valeur double de celle qu'elle a dans la courbe rigoureuse, & par conséquent il faudra supposer $\varphi = \frac{p\, dde\, \theta^2}{2a\, dt^2}$, afin de conserver à φ la même valeur. *Voyez sur cela les mots* COURBE POLYGONE & DIFFÉRENTIEL, *page 988, col. 1.* C'étoit faute d'avoir fait cette attention, que le célèbre M. Neuton s'étoit trompé sur la mesure des *forces* centrales dans la première édition de ses *Principes*; M. Bernoulli l'a prouvé dans les *mémoires de l'académie des Sciences de 1711*; on faisoit alors en Angleterre une nouvelle édition des *principes* de M. Neuton; & ce grand homme se corrigea sans répondre. Pour mieux faire sentir par un exemple simple combien cette distinction entre les deux équations est nécessaire, je suppose φ constante & égale à p; on aura donc $ddt = \frac{a\, dt^2}{\theta^2}$ par la première équation; & en intégrant $e = \frac{at^2}{2\theta^2}$. Donc si t est $= \theta$, on auroit $e = \frac{a}{2}$; ce qui est contre l'hypothèse, puisqu'on a supposé que a est l'espace décrit dans le tems θ, & que par conséquent si $t = \theta$, on aura $e = a$; au contraire en faisant $dde = \frac{2a\, dt^2}{\theta^2}$, on trouvera, comme on le doit, $e = a$. Cette remarque est très-essentielle pour éviter bien des paralogismes.

L'équation $\varphi\, dt = du$, donne $\varphi\, de = u\, du$, à cause de $dt = \frac{de}{u}$; donc $uu = 2\int \varphi\, de$; autre équation entre les vîtesses & les espaces pour les *forces* accélératrices. Donc si, par exemple, φ est constant, on aura $uu = 2\varphi e$; c'est l'équation entre les espaces & les vîtesses, dans le mouvement des corps que la pesanteur anime.

FORCES CENTRALES & CENTRIFUGES. Nous avons donné la définition des *forces centrales au mot* CENTRAL, & nous y renvoyons, ainsi qu'à la division des *forces centrales* en *centripètes* & *centrifuges*, selon qu'elles tendent à approcher ou à éloigner le corps du point fixe ou mobile auquel on rapporte l'action de la *force centrale*. Ce même mot de *force centrifuge*, signifie encore plus ordinairement cette *force* par laquelle un corps mû circulairement tend continuellement à s'éloigner du centre du cercle qu'il décrit. Cette *force* se manifeste aisément à nos sens dans le mouvement d'une fronde; car nous sentons que cette

fronde eſt d'autant plus tendue par la pierre, que cette pierre eſt tournée avec plus de vîteſſe; & cette tenſion ſuppoſe dans la pierre un effort pour s'éloigner de la main, qui eſt le centre du cercle que la pierre décrit. En effet, la pierre mue circulairement tend continuellement à s'échapper par la tangente, en vertu de la *force* d'inertie, comme on l'a prouvé *au mot* CENTRIFUGE. Or, l'effort pour s'échapper par la tangente, tend à éloigner le corps du centre, comme cela eſt évident, puiſque ſi le corps s'échappoit par la tangente, il s'éloigneroit toujours de plus en plus de ce même centre. Donc l'effort de la pierre, pour s'échapper par la tangente, doit tendre la fronde. Veut-on le voir d'une manière encore plus diſtincte? Le corps arrivé au point A (*fig. 24. Méchaniq.*) tend à ſe mouvoir par la tangente ou portion de tangente infiniment petite AD. Or, par le principe de la décompoſition des *forces* (*voyez* DÉCOMPOSITION & COMPOSITION), on peut regarder ce mouvement ſuivant AD comme compoſé de deux mouvemens, l'un ſuivant l'arc AE du cercle, l'autre ſuivant la ligne ED, qu'on peut ſuppoſer dirigée au centre. De ces deux mouvemens, le corps ne conſerve que le mouvement ſuivant AE; donc le mouvement ſuivant ED eſt détruit; & comme ce mouvement eſt dirigé du centre à la circonférence, c'eſt en vertu de la tendance à ce mouvement que la fronde eſt bandée.

Un corps qui ſe meut ſur toute autre courbe que ſur un cercle, fait effort de même à chaque inſtant pour s'échapper par la tangente; ainſi, on a nommé en général cet effort *force centrifuge*, quelle que ſoit la courbe que le corps décrit.

Pour calculer la *force centrifuge* d'un corps ſur une courbe quelconque, il ſuffit de la ſavoir calculer dans un cercle; car une courbe quelconque peut être regardée comme compoſée d'une infinité d'arcs de cercle, dont les centres ſont dans la développée. *Voyez* DÉVELOPPÉE & OSCULATEUR. Ainſi, connoiſſant la loi des *forces centrifuges* dans le cercle, on connoîtra celle des *forces centrifuges* dans une courbe quelconque. Or il eſt facile de calculer la *force centrifuge* dans un cercle; car, ſuivant ce que nous avons dit ci-deſſus, ſi on nomme φ la *force centrifuge*, & dt le tems employé à parcourir AE ou DE (*fig. 79, Méchaniq.*), on aura $\varphi : p :: \frac{DE}{dt^2} : \frac{a}{\theta^2}$, en regardant le cercle comme rigoureux. Or, dans cette hypothèſe, on a $DE = \frac{AE^2}{AB}$ par la propriété du cercle; donc $\varphi = \frac{p \cdot AE^2 \cdot \theta^2}{a\,dt^2 \cdot AB}$.

Dans le cercle polygone, on a $DE = \frac{2AE^2}{AB}$; parce que, regardant AD comme le prolongement d'un petit côté du cercle, on a $DE : AE :: AE$ eſt au rayon $\frac{AB}{2}$; &, dans cette même hypothèſe, on a $\varphi : p :: \frac{DE}{dt^2} : \frac{2a}{\theta^2}$; donc on aura $\varphi = \frac{p \cdot 2AE^2 \cdot \theta^2}{2a\,dt^2 \cdot AB} = \frac{p\theta^2 \cdot AE^2}{a\,dt^2 \cdot AB}$; équation qui eſt la même que la précédente. On voit donc qu'en s'y prenant bien, la valeur de la *force centrifuge* ſe trouve la même dans les deux cas.

Si on appelle u la vîteſſe du corps, & ſi on ſuppoſe u égale à la viteſſe que le corps auroit acquiſe en tombant de la hauteur h, en vertu de la peſanteur p, on aura $uu = 2ph$. *Voyez* ACCÉLÉRATION, PESANTEUR, *& ce que nous avons dit ci-deſſus* à l'occaſion de l'équation $\varphi\, de = u\, du$. de plus on aura par la même raiſon $\sqrt{2pa}$ pour la vîteſſe que le corps acquerroit en tombant de la hauteur a pendant le temps θ; & comme cette vîteſſe feroit parcourir uniformément l'eſpace $2a$ pendant le même temps θ (*voyez* ACCÉLÉRATION & DESCENTE), on aura $AE : 2a :: u\,dt : \theta\sqrt{2pa} :: dt\sqrt{2ph} : \theta\sqrt{2pa}$; donc $\frac{AE}{dt} = \frac{2a\sqrt{h}}{\theta\sqrt{a}} = \frac{2\sqrt{ah}}{\theta}$; donc $\frac{AE^2}{dt^2} = \frac{4ah}{\theta^2}$; donc $\varphi = \frac{p\theta^2}{a \cdot AB} \times \frac{4ah}{\theta^2} = \frac{4ph}{AB}$; & voilà la démonſtration du théorême que nous avons donné, d'après M. Huyghens, au *mot* CENTRAL; car on aura $\varphi : p :: 2h : \frac{AB}{2}$. On peut voir les conſéquences de ce théorême au même *mot* CENTRAL.

On lit dans certains ouvrages que la *force centrifuge* eſt *égale* au quarré de la vîteſſe diviſé par le rayon, & dans d'autres qu'elle eſt égale au quarré de la vîteſſe diviſé par le diamètre: cette différence d'expreſſions ne doit point ſurprendre; car le mot *égale* ne ſignifie ici que *proportionnelle*, comme on l'a expliqué dans l'*article* EQUATION; cela ſignifie donc ſeulement que les *forces centrifuges* dans deux cercles différens, ſont comme les quarrés des vîteſſes diviſés par les rayons, ou ce qui eſt la même choſe, par par les diamètres. *Voyez le mot* EQUATION *à la fin.*

Au reſte, la raiſon de cette différence apparente de valeur que les auteurs de Méchanique ont donnée à la *force centrifuge*, vient de ce qu'ayant pris la ligne DE pour repréſenter la *force centrifuge*, le temps dt étant conſtant, les uns ont conſidéré DE dans la courbe polygone, les autres dans la courbe rigoureuſe. Dans le premier cas $DE = AE^2$ diviſé par le rayon; & dans le ſecond $DE = AE^2$ diviſé par le diametre. Or AE eſt ici comme la vîteſſe, puiſqu'on ſuppoſe dt conſtant; donc au lieu de AE^2, on peut mettre le quarré de la vîteſſe. Donc, *&c.* Ces différentes obſervations contribueront beaucoup à éclaircir ce que les différens auteurs ont écrit ſur les *forces* centrales & centrifuges.

Puisque $2ph = uu$, & que $\frac{AB}{2}$ est le rayon du cercle, il s'ensuit que, si on fait ce rayon $= r$, on aura $\phi = \frac{uu}{r}$, soit que u & r soient constans ou non; c'est-à-dire que l'équation $\phi = \frac{uu}{r}$, ou $\phi = \frac{2ph}{r}$, aura lieu dans toutes les courbes, u étant la vîtesse en un point quelconque, & r le rayon de la développée. Remarquez que la *force centrifuge* ϕ est ici supposée dirigée par rapport au centre du cercle osculateur, qui est le point où le rayon osculateur touche la développée. Si on veut que la *force, centrifuge* ou *centrale*, soit dirigée vers un autre point quelconque, soit F cette nouvelle *force*, soit k le cosinus de l'angle que le rayon mené à ce point fait avec le rayon osculateur; alors regardant la *force* ϕ comme composée de la *force F*, & d'une autre dirigée suivant la courbe, on trouvera facilement par le principe de la décomposition des *forces*, $F : \phi :: 1 : k$, en prenant 1 pour le *sinus* total; donc $F = \frac{\phi}{k}$; donc $F = \frac{2ph}{rk}$: c'est la formule générale des *forces centrales* & *centrifuges* dans une courbe quelconque.

Qu'on nous permette à ce sujet une réflexion philosophique sur les progrès de l'esprit humain. Huyghens a découvert la loi des *forces centrales* dans le cercle; le même géometre a découvert la théorie des développées. L'on vient de voir qu'en réunissant ces deux théories, on en tiroit par un corollaire très-facile, la loi des *forces centrales* dans une courbe quelconque: cependant Huyghens n'a pas fait ce dernier pas qui paroît aujourd'hui si simple; & cela est d'autant plus étonnant, que les deux pas qu'il avoit faits, étoient beaucoup plus difficiles. Neuton, en généralisant la théorie de Huyghens, a trouvé le théorème général des *forces centrales* qui l'a conduit au vrai systême du monde; comme il a trouvé le calcul différentiel, en ne faisant que généraliser le méthode de Barow pour les tangentes; méthode qui étoit, pour ainsi dire, infiniment proche du calcul différentiel. C'est ainsi que les corollaires les plus simples des vérités connues, qni ne consistent qu'à rapprocher ces vérités, échappent souvent à ceux qui sembleroient avoir le plus de facilité & de droit de les déduire; & rien n'est plus propre que l'exemple dont on vient de faire mention, pour confirmer les réflexions que nous avons faites sur ce point au *mot* DÉCOUVERTE.

Dans la formule que nous avons donnée ci-dessus pour les *forces centrales*, nous faisons abstraction de la masse du corps; & si on veut faire attention à cette masse, il est évident qu'il faudra multiplier l'expression de la *force centrale* par la masse du corps; ou ce qui peut être encore plus simple, au lieu de regarder p comme la pesanteur, on regardera cette quantité comme le poids du corps, qui n'est autre chose que le produit de la pesanteur ou gravité par la masse. Nous faisons cette remarque, afin qu'on ne soit point embarrassé à la lecture de l'*article* CENTRAL, par la considération de la masse que nous avons fait entrer dans le calcul des *forces* dont il s'agit.

Ajoutons que, si on veut une autre expression de la *force centrifuge* ϕ, que celle que nous avons donnée, on peut se servir de celles-ci, qui seront commodes en plusieurs cas.

On a trouvé $\phi = \frac{p \cdot AE^2 \cdot \theta^2}{a\,dt^2 \cdot AB}$; or, comme le cercle est supposé décrit uniformément, on peut, au lieu de $\frac{AE}{dt}$, mettre un arc quelconque fini A divisé par le tems t employé à le parcourir; donc on aura $\phi = \frac{p \cdot A^2 \cdot \theta^2}{a \cdot AB \cdot t^2}$.

Si on fait $t = \theta$, ce qui est permis, on aura $\phi = \frac{p \cdot A^2}{AB \cdot a}$. De plus, si on nomme l la longueur d'un pendule qui fait une vibration dans le tems θ, & 2ϖ le rapport de la circonférence au rayon, on aura $\varpi^2 l = 2a$. *Voyez* PENDULE & VIBRATION. Donc $\phi = \frac{2p \cdot A^2}{AB \cdot \varpi^2 l}$; & si on supposoit de plus $l = \frac{AB}{2}$, ce qui est permis, on auroit $\frac{\phi}{p} = \frac{4A^2}{\varpi^2 \cdot AB^2}$.

C'est par ces formules qu'on trouve le rapport de la *force* centrifuge à la pesanteur sous l'équateur. *Voyez* PESANTEUR & GRAVITÉ.

FORCE MOTRICE, est la cause qui meut un corps. Après tout ce que nous avons dit dans cet *article* sur la notion du mot *force*, il est évident que la *force motrice* ne peut se définir que par son effet, c'est-à-dire, par le mouvement qu'elle produit.

FORCE MOUVANTE, est proprement la même chose que *force motrice*; cependant on ne se sert guère de ce mot que pour désigner des *forces* qui agissent avec avantage par le moyen de quelque machine. Ainsi, on appelle parmi nous *forces mouvantes*, ce que d'autres appellent *puissances méchaniques*. Ce sont les machines simples dont on fait mention dans les élémens de Statique, & de la combinaison desquelles on compose toutes les autres machines; savoir, le levier, le plan incliné, la vis, le coin, la poulie. On peut même les réduire à deux, le levier & le plan incliné; car la vis se réduit au plan incliné & au levier, la poulie & le coin au levier. *Voyez* VIS, COIN, POULIE, &c.

Ces différentes machines facilitent l'action des puissances pour mouvoir des poids, soit parce qu'elles diminuent en effet l'action que la puissance seroit obligée d'exercer pour mouvoir le poids immédiatement, soit parce que la maniere dont la puissance est appliquée favorise son action. Ainsi, dans la poulie, par exemple, la puissance doit être

égale au poids ; cependant la poulie aide la puissance, parce que la manière dont la puissance y est appliquée facilite son action, & la met en état d'agir commodément & sans gêne. *Voyez* POULIE, *&c.* A ces cinq *forces mouvantes* ou machines simples, M. Varignon, dans son *projet de Méchanique*, en ajoute une sixième, qu'il appelle *la machine funiculaire*, & qui n'est qu'un assemblage de cordes par le moyen desquelles différentes puissances tirent un poids. *Voyez* FUNICULAIRE. Pour connoître l'effet de ces différentes machines, il faut le calculer dans le cas de l'équilibre ; car, dès qu'on a la puissance capable de soutenir un poids, alors, en augmentant tant-soit-peu cette puissance, on fera mouvoir le poids. Or, pour calculer le cas de l'équilibre, il suffit d'employer le principe de la composition & de la décomposition des *forces*. Il faut pour cela prolonger d'abord, s'il est nécessaire, les directions de deux *forces* quelconques, & chercher celle qui en résulte ; ensuite chercher la résultante de cette dernière & d'une troisième *force*, & ainsi de suite, jusqu'à ce qu'on soit arrivé à une dernière *force*, qui doit ou être $= 0$, ou au-moins passer par un point fixe, pour qu'il y ait équilibre. En effet, si cette dernière *force*, qui résulte de la réunion de toutes les autres, n'étoit pas égale à zero, ou ne passoit pas par un point fixe dont la résistance anéantit son action, il n'y auroit pas d'équilibre, comme on le suppose, puisque cette *force* produiroit alors quelque mouvement. Ce principe de la réduction de toutes les *forces* à une seule, renferme toute la Statique, & on peut en voir l'application aux articles des différentes machines.

FORCE RÉSULTANTE. C'est ainsi, que quelques auteurs ont nommé la *force* unique qui résulte de l'action de plusieurs autres. Cette *force résultante* se trouve par le principe de la diagonale du parallélogramme. *Voyez* COMPOSITION. Quand deux ou plusieurs *forces* sont parallèles, on suppose que leurs directions concourent à l'infini, & par ce moyen on trouve toujours la *résultante* ; car deux parallèles peuvent être censées concourir à l'infini. *Voyez* PARALLELE. (*O*)

Addition à l'article FORCE D'INERTIE. Outre les raisons par lesquelles nous avons tâché de prouver ci-dessus, dans les *Mémoires de l'académie des Sciences de Paris 1769*, & le principe de la *force d'inertie*, en voici quelques autres qui nous paroissent mériter attention.

Tous les philosophes conviennent qu'un corps mis une fois en mouvement par une cause quelconque, doit se mouvoir dans la ligne droite, suivant la direction de laquelle il a été tiré du repos, par la raison qu'il n'y a point de cause qui doive l'écarter de cette direction à droite plutôt qu'à gauche ; de sorte que la première direction du mouvement détermine celle suivant laquelle le mouvement doit se faire. Or il semble que par la même raison, la direction de la tangente qui touche à son origine, la courbe des x & des y ; c'est-à-dire, des tems & des espaces, & qui détermine la valeur de la vîtesse initiale, c'est-à-dire, du rapport initial de dy à dx, doit déterminer de même la valeur de $\frac{dy}{dx}$ dans la suite du mouvement. En effet, soit AO cette tangente (*Méch. fig. 80*), $AP = x$, $PM = y$, comme il n'y a point de raison pour que le corps s'écarte de la direction AO à droite ou à gauche vers M, s'il est poussé d'abord suivant cette direction AO, il ne paroît pas non plus y avoir de raison pour que cette ligne AO, dont la direction détermine la valeur de la vîtesse initiale, s'écarte ensuite de cette direction à droite ou à gauche, c'est-à-dire, pour que le mouvement s'accélère plutôt que de se retarder, ou se retarde plutôt que de s'accélérer. En un mot, si un corps mis en mouvement avec une vîtesse initiale dont la valeur fût déterminée par la direction AO, accéléroit ou retardoit de lui-même cette vîtesse, en sorte que l'équation entre les x & les y fût représentée par la courbe AM, & non par la ligne droite AO, je ne vois pas pourquoi ce même corps, étant supposé avoir la direction initiale AO, ne s'en écarteroit pas de lui-même à droite ou à gauche vers M. Comme il n'y a rien dans le corps qui doive le détourner à droite plutôt qu'à gauche, il n'y a rien non plus qui doive l'accélérer plutôt que le retarder.

Nous avons exposé dans les *Mém. de 1769*, déja cités, les raisons qui portent à croire que la *force* qui altéreroit le mouvement du corps, s'il pouvoit y en avoir une, ne pourroit être proportionnelle à une fonction de la vîtesse ; nous y joindrons celle-ci : la vîtesse a peut être regardée comme composée de deux vîtesses quelconques b & c ; donc s'il y avoit une *force* résidente dans le corps, proportionnelle à φa, & résultante de la vîtesse a, il devroit y avoir par la même raison deux *forces*, aussi résidentes dans le corps, égales l'une à φb, l'autre à φc, toutes deux résultantes des vîtesses b & c, & telles que $\varphi b + \varphi c$ fût $= \varphi a$. Or cela ne peut être que dans le cas où $\varphi a = Ba$, étant une constante. On objectera peut-être contre ce raisonnement qu'on prouveroit par le même principe que la résistance d'un milieu ne peut jamais être que proportionnelle à la simple vîtesse, ce qui est contraire à l'expérience. A cela je réponds que la résistance d'un milieu étant une cause compliquée, composée de l'action de plusieurs causes réunies, & différente d'une cause simple & unique d'altération qu'on suppose ici résidente dans le corps, il est très-possible que dans le premier cas φa ne soit pas la même que $\varphi b + \varphi c$; au lieu que dans le second cas, on ne voit pas ce qui pourroit empêcher l'identité de ces *forces*. On peut donc conclure que la *force* qui altéreroit le mouvement, ne pourroit être que proportionnelle à fu ; mais il resteroit

à prouver encore que $f=o$, pour établir le principe de la *force d'inertie*, & c'est ce qu'on peut prouver par les autres raisonnemens que nous avons employés en faveur de ce principe.

Nous ne prétendons pas donner les preuves précédentes pour aussi concluantes que des démonstrations géométriques; mais nous croyons qu'à ne les considérer que comme des preuves métaphysiques, elles peuvent servir à établir le principe de la *force d'inertie*, qui ne paroît pas devoir être regardé comme un simple principe d'expérience. (*O*)

Force des Animaux. Le premier auteur qui ait examiné la *force* de l'homme avec quelque précision, & qui l'ait comparée avec celle des autres animaux, c'est sans doute M. de la Hire, dont l'écrit, sur ce sujet, est imprimé parmi les mémoires de l'académie des Sciences, *année 1699*. M. Desaguliers a traduit & critiqué plusieurs endroits de ce mémoire, dans les notes sur la quatrième leçon de la physique expérimentale, *pag. 246 & suiv. de l'original des anglois*. Je vais donner un résultat des observations de ces deux célèbres méchaniciens.

M. de la Hire suppose qu'un homme ordinaire, mais fort, pèse 140 livres. Cet homme ayant les jarrets un peu pliés, peut se redresser, quoique chargé d'un poids de 152 livres. Les muscles des jambes & des cuisses élèvent donc un poids de 290 liv. mais seulement de deux ou trois pouces. M. Desaguliers trouve cette estimation fautive & trop médiocre, puisqu'il est ordinaire de voir des porte-faix monter un escalier, ayant un fardeau de 250 livres. Ils ne peuvent le descendre à la vérité étant chargés d'un aussi grand poids. La livre *averdupois* des Anglois est entre un onzième & un douzième moindre que la nôtre. Dans un homme chargé qui marche, le centre de gravité de son corps & du fardeau réunis, décrit un arc de cercle, qui a pour centre le pied immobile; & la jambe mobile qui pousse en avant ce centre de gravité, décrit aussi un arc de cercle de même étendue. M. de Fontenelle (*Hist. de la même année, pag. 97*) a très-bien remarqué, que plus cet arc est grand par rapport au sinus verse de sa moitié, plus la force mouvante a d'avantage à cause de sa vîtesse & du peu d'élévation du poids. C'est ce qui a fait penser à M. de la Hire, qu'un homme chargé de 150 liv. ne pourroit monter un escalier dont les marches seroient de cinq pouces, comme elles sont ordinairement; ce qu'on a déjà vu être contraire à l'observation de M. Desaguliers.

Si un homme, qui pèse 140 livres, saisit un point fixe placé sur sa tête, il peut, par l'effort des muscles des bras & des épaules, élever tout son corps, & même un poids de 20 livres, dont il seroit chargé. Suspendu alors à une corde, qui, passant sur une poulie, soutient par son autre extrémité un poids de 160 livres, il fait équilibre avec ce poids, & le surmonte, si l'on augmente un peu son fardeau de 20 livres.

Ce même homme prenant avec les mains un poids de 100 livres, placé entre les jambes, l'élève en se redressant. Comme les muscles des lombes soutiennent la moitié supérieure de son corps, on peut évaluer leur effort à 170 liv. Mais M. Desaguliers assure que les travailleurs, en général, élèvent avec leurs mains un poids de 150, & quelquefois de 200 livres.

Un homme, le corps panché & les genoux pliés, ne pourra lever de terre un poids de 160 liv. que ses bras soutiennent d'ailleurs; les muscles des jambes & des cuisses devroient alors soutenir le poids de 160 liv. & celui de tout le corps. Or ils ne le peuvent pas suivant M. de la Hire, parce que, dans cette disposition de tout le corps, la *force* se distribue par la distribution des esprits dans toutes les parties. Cette raison n'éclaire pas l'esprit; il semble que, pour se former une idée plus nette des résistance immenses que la nature auroit à surmonter dans cette situation, il faut rappeller les propositions de Borelli sur une suite d'articulations fléchies. Je me contenterai de citer la proposition 54, *I. part. du traité de motu animal.* où Borelli prouve que, dans un porte-faix panché en avant, qui auroit les jarrets pliés & qui s'appuieroit sur la pointe d'un pié (ce qui est leur attitude ordinaire en marchant); l'effort combiné de tous les muscles qui concourent à soutenir son fardeau, seroit cinquante fois plus grand que ce fardeau.

M. de la Hire avoit vu à Venise un homme jeune & foible, qui soutenoit un âne en l'air par un moyen singulier. Ses cheveux étoient liés de côté & d'autre par des cordelettes, auxquelles on attachoit par des crochets les deux extrémités d'une sangle large qui passoit par-dessous le ventre de cet âne. Monté sur une petite table, il se baissoit pendant qu'on attachoit les crochets à la sangle; il se redressoit ensuite, & élevoit l'âne en appuyant ses mains sur ses genoux. Il élevoit de même des fardeaux qui paroissoient plus pesans, & il disoit qu'il y trouvoit moins de peine, à cause que l'âne se débattoit en perdant terre.

M. de la Hire a considéré dans ce jeune homme la grande *force* des muscles des épaules & des lombes. M. Desaguliers prétend, avec beaucoup de vraisemblance, que les muscles des lombes sont incapables d'un pareil effort; il aime mieux avoir recours à la *force* des extenseurs des jambes, qu'il dit être six fois plus considérable. Il assure que ce jeune homme avoit le corps droit & les genoux pliés; de sorte qu'il mettoit les tresses de ses cheveux dans le même plan que les tresses des os des cuisses, & les chevilles. La ligne de direction du corps & de tout le poids passoit ainsi entre les plus fortes parties des pieds qui supportoient la machine; alors il se relevoit sans changer la ligne de

direction. La raison pour laquelle l'âne en se débattant, rendoit le fardeau plus incommode, c'est qu'il faisoit vaciller la ligne de direction. Quand elle étoit portée en avant ou en arriere, les muscles des lombes se mettoient en jeu pour la rétablir dans sa première situation.

M. Desaguliers raconte des tours d'adresse, qu'un allemand montroit à Londres pour des tours de *force*, & dont il fut spectateur avee MM. Stuart, Pringle & milord Tullibardin. Cet homme assis sur une planche horizontale (inclinée en arrrière, elle l'auroit située plus avantageusement), & appuyant ses piés contre un ais vertical immobile, avoit un peu au-dessous des hanches une forte ceinture, terminée par des anneaux de fer; à ces anneaux étoit attachée par un crochet une corde, qui, passant entre ses jambes, sortoit par une ouverture pratiquée dans l'appui vertical. Plusieurs hommes, ou deux chevaux même, en tirant cette corde, ne pouvoient l'ébranler. Il se plaçoit encore dans une espèce de chassis de bois, préparée pour cet effet, & prétendoit élever, quoiqu'il ne fît réellement que soutenir un canon de deux ou trois mille livres. pesant, porté sur le plat d'une balance, dont les cordes étoient attachées à la chaîne qui pendoit de sa ceinture. Les cordes étant bien tendues & ses jambes bien affermies, on poussoit les rouleaux qui supportoient le plat de balance, & le canon restoit suspendu. M. Desaguliers fit une semblable expérience devant le roi Georges I, & plusieurs la répétèrent après lui.

Tout cela s'explique aisément par la résistance des os du bassin, qui sont arcboutés contre un appui vertical ou horizontal, par la pression de la ceinture qui affermit les grands trochanters dans leurs articulations; par la *force* des jambes & des cuisses, qui, lorsqu'elles sont parfaitement droites, présentent deux fortes colonnes capables de soutenir au moins quatre ou cinq mille livres. On sait qu'une puissance est inefficace, quand son action se dirige par le centre du mouvement; & M. Desaguliers fait une application ingénieuse de la ceinture dont nous avons parlé plus haut, dont un ou plusieurs hommes pourroient se servir pour hausser ou abaisser le grand perroquet d'un navire, en s'appuyant contre les échelons d'une forte échelle couchée sur le tillac.

Les autres détails du Docteur Desaguliers sur les tours d'adresse, qui passent pour des tours de *force* extraordinaires, sont assez curieux; mais je les supprime de crainte d'être trop long.

Pour donner une idée de la *force* des extenseurs des jambes, M. Desaguliers dit qu'on voit à Londres les fiacres s'élancer hors de leurs siéges dans un embarras, & soulever leur voiture avec leur dos sans le secours de qui que ce soit, quoiqu'ils aient quatre personnes dans leur carosse, & le train chargé de trois ou quatre coffres. Nos fiacres sont de même à Paris, & appellent cela *porter leur derrière*. Les porte-faix en Turquie portent sept, huit, & jusqu'à neuf cens livres pesant. Ils s'appuient sur un bâton quand on les charge: on prend soin aussi de les décharger. M. Desaguliers croit que c'est à une situation semblable qu'étoit dûe la résistance étonnante de cette fameuse tortue, que formoient les soldats romains avec leurs boucliers. *V.* FORTICE.

Il doit paroître surprenant que des charges de 8 ou 9 quintaux n'écrasent pas le dos des porte-faix de Constantinople; sans doute les vertèbres se soutiennent mutuellement, & leurs muscles se roidissent chez eux, pour assujettir l'épine à une courbure constante: mais cette *force* paroît bien médiocre, & il faut avoir recours à une troisième espèce de résistance qu'on n'a pas encore appliquée ici, je veux dire à la résistance des cartilages intermédiaires des vertèbres. Je crois que tous ceux qui ont lu Borelli & Parent sur la *force* de ces cartilages, seront de mon avis; & je remarquerai seulement que les auteurs n'ont pas fait assez d'attention aux poids immenses que peut soutenir la résistance des ligamens & des cartilages. En calculant d'après la proposition 61 de Borelli, l'imagination seroit effrayée de la *force* prodigieuse que la nature emploie pour la résistance de ces cartilages dans les porte-faix de Constantinople.

Tout le monde connoît la résistance des os du crâne aux fardeaux qu'on lui fait supporter. M. Hunauld a expliqué cette résistance très-méchaniquement, dans les *Mém. de l'Acad.* 1730; mais il ne savoit peut-être pas qu'un poids de 9 quintaux ne suffit point pour la vaincre: or c'est ce qu'on observe tous les jours à Marseille.

Les porte-faix y soutiennent à quatre un poids de 36 quintaux; ils ont la tête enveloppée d'une espèce de sac qui leur ceint les tempes, & qui se termine en un bourrelet qui tombe sur les épaules; sur ce bourrelet portent des longues perches, où sont suspendues les cordes qui élèvent le plan sur lequel est le fardeau. Ainsi, non-seulement la résistance de la voûte du crâne, mais même celle de l'atlas & des autres cartilages du cou, est supérieur à l'effort d'un poids de 900 liv. agissant par un levier assez long.

Desaguliers, qui ne considère que le travail des muscles dans un homme qui suporte un poids sur ses épaules, remarque que les porte-faix de Londres qui travaillent sur les quais, & qui chargent ou déchargent des navires, portent quelquefois des fardeaux qui tueroient un cheval. Il n'en donne point la raison; elle suit de ce que nous venons de dire, & il ne faut considérer que la situation perpendiculaire, ou du-moins peu inclinée à l'horizon dans les vertèbres de l'homme, & la situation horizontale des vertèbres du cheval, qui rend leur luxation beaucoup plus facile.

Desaguliers raconte des tours de *force* prodigieux que faisoit un nommé Topham, sans employer aucun art pour les rendre étonnans. Je l'ai vu, dit-il, lever un rouleau du poids de 800 livres, étant debout dans un chassis au-dessus, saisissant avec ses mains une chaîne qui y étoit attachée. Comme il se courboit un peu en-avant pour cette opération, il faut ajouter le poids du corps au poids élevé, & considérer ici principalement les muscles des lombes : d'où il suit que ce Topham étoit presque une fois aussi fort, à cet égard, que les hommes qui le sont le plus, ceux-ci n'élevant guere plus de 400 livres de cette manière. Je dis *à cet égard*, car les différentes parties du corps peuvent avoir des proportions de *force* très-peu semblables, suivant le genre de travail & d'exercice auquel chaque homme est habitué.

M. George Graham a eu la première idée d'une machine, que Desaguliers a perfectionnée, & qui sert à mesurer dans chaque homme la *force* des bras; du cou, des jambes, des doigts & d'autres parties du corps.

Un cheval est égal en *force*, pour tirer, à cinq travailleurs anglois, suivant les *observations de* Jonas Moore; à six ou sept françois, suivant nos auteurs; ou à sept hollandois, selon Desaguliers : mais, pour porter une charge sur le dos, deux hommes sont aussi forts, & quelquefois plus qu'un cheval. Un porte-faix de Londres transportera 200 liv. allant assez vîte pour faire trois milles par heure: le porteurs de chaises, en portant 150 livres chacun, marchent fort vîte, & sur le pied de quatre milles par heure; tandis qu'un cheval de messager, qui fait environ deux milles par heure, porte seulement 224 livres ou 270 livres, quand il est vigoureux, & que les chemins font bons.

Le cheval est plus propre pour pousser en avant; l'homme, pour monter. Un homme chargé de 100 livres, montera plus vîte & plus facilement une montagne un peu roide, qu'un cheval chargé de 300 livres, ne les tire. Les parties du corps de l'homme sont mieux situées pour grimper, que celles du cheval. On voit à Londres des chevaux de haute taille, lorsqu'ils sont attachés à des charrettes portées sur des roues fort hautes, traîner jusqu'à deux milles en montant la rue de *S. Dunstan's Hill;* mais le charretier épaule la voiture dans les pas un peu difficiles.

L'application aux différentes machines fait extrêmement varier la comparaison de la *force* des hommes & des chevaux. M. de la Hire détermine d'une manière très-juste & très-ingénieuse, l'effort de l'homme pour tirer ou pousser horizontalement : il considère la *force* comme appliquée à la manivelle d'un rouleau dont l'axe est horizontal, & sur lequel s'entortille une corde qui soutient un pois: il fait abstraction de l'avantage méchanique qu'on peut donner à ce cabestan, des frottemens, & de la difficulté qu'a la corde à se ployer.

Si le coude de la manivelle est placé verticalement à la hauteur des épaules, si la direction des bras est horizontale, & fait un angle droit avec la position du corps, il est clair qu'on ne peut faire tourner la manivelle : mais, si la manivelle est au-dessus ou au-dessous des épaules, la direction du bras & celle du tronc feront ensemble un angle obtus ou aigu; & l'homme aura pour tirer ou pour pousser la manivelle, cette *force* qui dépend de la seule pesanteur du corps. On doit considérer cette pesanteur comme réunie dans le centre de gravité, qui est à-peu-près à la hauteur du nombril audedans du corps. Si le coude de la manivelle est placé horizontalement à la hauteur des genoux, l'homme qui la relève en tirant, peut élever le poids de 150 livres, qui sera attaché à l'extrêmité de la corde, en prenant tous les avantages possibles, puisque son effort est le même que pour élever ce poids (*voyez ci-dessus*): mais, pour abaisser la manivelle, il ne peut y appliquer qu'un effort de 140 livres, qui est le poids de tout son corps, à moins qu'il ne soit chargé.

Si le corps étant fort incliné vers la manivelle, elle est à la hauteur des épaules, il faudra considérer, 1.° le bout des pieds comme le point d'appui d'un levier, qui passant par le centre de gravité de tout le corps, se termine à la ligne des bras, prolongée s'il est nécessaire: 2.° que le centre de gravité étant chargé du poids de tout le corps, de 140 livres, avec sa direction naturelle, l'extrémité du levier supposé est soutenue dans la ligne horizontale des bras. Cela posé :

Soit ce levier de 140 parties, la distance du point d'appui au centre de gravité, de 80; l'effort de tout le corps à l'extrémité du levier sera le même que si un poids de 80 livres y étoit suspendu avec sa direction naturelle & perpendiculaire à la ligne des bras : donc si l'on mène du point d'appui une perpendiculaire sur la ligne des bras, cette perpendiculaire sera à la *coupée* depuis l'extrémité du levier, comme le poids de 80 livres avec sa direction naturelle, est à son effort sur la manivelle, suivant la direction horizontale : donc si le levier fait un angle de 70 degrés avec la ligne des bras, la position du corps sera inclinée à l'horizon d'un angle de plus de 60 degrés, qui est tout au plus l'inclinaison où un homme peut marcher : le sinus de 70 degrés sera au sinus de son complément comme 3 à 1, à très-peu-près; & par conséquent l'effort du poids de 80 livres, selon la direction horizontale, sera un peu moins de 27 livres. L'effort ne sera pas plus grand dans la même inclinaison, soit que la corde soit attachée vers les épaules ou au milieu du corps, le rapport des sinus demeurant le même. Si le levier supposé faisoit avec la ligne des bras un angle de 45 degrés, on voit que le poids du corps soutiendroit 80 livres : mais la ligne du corps étant alors beaucoup plus inclinée à l'horizon, que de 45 degrés, un homme pourroit à peine se soutenir.

Un homme panché en arrière, tire avec bien

plus de force, que lorsqu'il est courbé en avant: le levier supposé dans le cas précédent est au contraire dans celui-ci plus incliné à l'horizon que la ligne du corps : c'est pour cette raison que les rameurs tirent les rames de devant en arrière. M. de la Hire n'a pas remarqué qu'ils ne se renversent qu'après s'être panchés en avant : le poids de leur corps acquiert plus de *force* par cette espèce de chûte. D'ailleurs l'homme en voguant, agit avec plus de muscles à-la-fois pour surmonter la résistance, que dans aucune autre position.

Après avoir égalé l'effort continuel d'un homme qui pousse à 27 livres, M. de la Hire remarque qu'un cheval tire horizontalement autant que sept hommes ; & en conséquence il estime la *force* d'un cheval à 189 livres, ou un peu moins de 200 livres : les chevaux chargés peuvent tirer un peu plus, cet effet dépendant en partie de leur pesanteur. Cependant il faut prendre garde dans les machines, que si on combine l'effet de la pesanteur du cheval avec l'effet de son impulsion, on ralentira sa vîtesse, puisqu'à chaque pas il est obligé de monter effectivement.

Desaguliers divise le cercle que décrit la manivelle d'un vindas en quatre parties principales ; il donne 160 livres de *force* à un homme qui la fait tourner lorsqu'elle est à la hauteur de ses genoux ; 27 livres lorsqu'elle est plus élevée ; 130 livres lorsqu'il l'oblige à descendre, en y appuyant le poids de son corps ; & 30 livres, lorsqu'elle est au point le plus bas. Ces *forces* sont 347 livres, qui, divisées par 4, donnent $86\frac{3}{4}$; c'est le poids qu'un homme pourroit élever continuellement, s'il n'étoit obligé de s'arrêter pour reprendre haleine : ce qui fait que le poids l'emporte au premier point foible, sur-tout quand la manivelle se meut lentement, comme cela doit être, si l'homme veut employer toute sa *force* dans toute la circonférence du cercle qu'il décrit. Il faudroit encore qu'il agît toujours par la tangente de ce cercle ; ce qui n'arrive point. Il faut de plus que la vîtesse soit assez grande pour que la *force* appliquée aux points avantageux ne soit pas éteinte avant que d'arriver aux points foibles ; ce qui rendroit ce mouvement irrégulier & difficile à continuer. De-là Desaguliers conclut qu'un homme appliqué à la manivelle d'un vindas, ne peut surmonter plus de 30 livres, travaillant dix heures par jour, & élevant le poids de trois pieds & demi par seconde ; ce qui est la vîtesse ordinaire des chevaux. Il veut qu'on augmente cette vîtesse d'un sixième, & même d'un tiers ; si l'on se sert du volant, & qu'on diminue le poids à proportion. On suppose toujours que le coude de la manivelle ne décrive pas un cercle plus grand que la circonférence du rouleau ; ce qui donneroit à l'homme un avantage méchanique. Dans cette supposition, si deux hommes travaillent aux extrémités d'un treuil horizontal, ils soutiendront plus aisément 70 livres, qu'ils n'en auroient porté 30 chacun séparément, pourvu que le coude de l'une des manivelles soit à angles droits avec l'autre. On se contente de placer les manivelles dans une direction opposée : mais on sent que la compensation qui résulte de cette coutume est bien moins avantageuse que l'arrangement proposé par Desaguliers : ce physicien célèbre corrige les inégalités de la révolution du treuil, quand le mouvement est rapide, comme de 4 ou 5 pieds par seconde, par l'application d'un volant, ou plutôt d'une roue pesante qui fasse des angles droits avec l'essieu du vindas. Par-là un homme pourra quelque temps surmonter une résistance de 80 livres, & travailler un jour entier, quand la résistance est seulement de 40 livres.

La plus grande *force* des chevaux & la moindre *force* des hommes, est lorsqu'ils tirent horizontalement en ligne droite. M. de la Hire nous apprend, *mém. de l'acad. des Sciences, ann. 1702, p. 261*, que les chevaux attachés aux bateaux qui remontent la Seine, lorsqu'ils ne sont point retardés par plusieurs empêchemens qui surviennent dans la navigation, soutiennent chacun 158 livres, en faisant un pied & demi par seconde, & travaillant dix heures par jour.

M. Amontons rapporte des observations curieuses dans son *mémoire sur le moulin à feu*, parmi ceux de l'académie des Sciences, *ann. 1699, page 120-121, expérience sixième*. Les ouvriers qui polissent les glaces, se servent pour presser leurs polissoirs, d'une flèche ou arc de bois, dont un bout arrondi pose sur le milieu du polissoir ; l'autre qui est une pointe de fer, presse contre une planche de chêne arrêtée au-dessus de leur travail. Par des expériences faites avec des polissoirs de différentes grandeurs pressés par des flèches de différentes *forces*, il a trouvé que la *force* moyenne nécessaire pour les tirer, est de 25 liv. que par conséquent la volée de leurs flèches étant d'un pied & demi, & le temps qu'ils emploient à pousser & à retirer leur polissoir étant d'une seconde, leur travail équivaut à l'élévation continuelle d'un fardeau de 25 liv. à 3 pieds par seconde ; il ne faut gueres compter que sur dix heures de leur travail.

On lit dans les *réflexions de* M. Couplet *sur le tirage des charrettes & des traîneaux, mém. acad. 1277, p. 63-4*, que les charrettes ordinaires, attelées de trois chevaux, mènent habituellement sur le pavé une charge de pierres de taille d'environ 50 pieds cubiques, & par conséquent de près de 7 milliers. Il remarque aussi que nos haquets de brasseurs à Paris, attelés d'un seul cheval grand & fort, & à Rome, les charrettes montées sur leurs roues de six pieds de diamètre, attelées d'un seul cheval, portent des charges qu'un effort moyen de 200 liv. ne pourroit pas surmonter. M. Couplet entend ici l'effort moyen des chevaux, qu'il a supposé plus haut, d'après la détermination de M. de la Hire : mais il est étonnant qu'il n'ait pas pris garde que M. de la Hire ne parle point des charrois, où l'on n'a que les frottemens à surmonter ; en sorte qu'un cheval de taille médiocre tirera souvent plus de

mille livres, s'il est attaché sans désavantage à une charrette. M. de la Hire & Desaguliers après lui, considèrent l'action des chevaux qui élèvent un fardeau hors d'un puits, par exemple, par le moyen d'une poulie ou d'un cylindre qui a le moindre frottement possible. C'est dans ce cas que les chevaux tireront environ 200 liv. l'un dans l'autre, en travaillant huit heures par jour, & faisant à-peu-près deux milles & demi par heure, c'est-à-dire, environ trois pieds & demi par seconde. Le même cheval, s'il tire 240 livres, ne peut travailler que six heures par jour, & ne va pas tout-à-fait aussi vîte dans les deux cas: s'il porte quelque poids, il tirera mieux que s'il n'en porte point.

On doit estimer de même le travail des chevaux dans les moulins & les machines hydrauliques. Il faut donner au trotoir des chevaux qui font mouvoir les cabestans de ces machines, un assez grand diamètre, parce que dans des cercles trop petits, la tangente suivant laquelle le cheval devroit tirer, fait un trop grand angle avec ces cercles; & le cheval pousse le rayon suivant la corde du cercle: il fait avec le rayon des angles si aigus parderriere, que dans un trotoir de 19 pieds de diamètre, Desaguliers a éprouvé qu'un cheval perd les deux cinquièmes de la *force* qu'il auroit eue dans un trotoir de quarante pieds de diamètre; ce qui le détermine à lui donner au moins cette étendue.

Les Meûniers s'imaginent qu'il suffit de conserver la proportion des vîtesses de la puissance & du poids qui a lieu dans les plus grands trotoirs; ou que diminuant le diamètre de la roue en couteau, de même qu'on diminue la distance du cheval au centre, la difficulté du tirage sera la même, n'ayant point égard à l'entortillement du cheval: mais ces ouvriers ne prennent pas garde à l'effort qu'ils font faire au cheval par cette disposition.

Desaguliers croit que la manière la plus efficace d'employer les hommes à des machines qui produisent leur effet par le jeu des pompes qu'elles renferment, est de faire agir ces hommes en marchant, tout le poids du corps étant successivement appliqué aux pistons des pompes, *&c.*

M. Daniel Bernoulli, *p. 181-2 de son hydrodinamique*, regarde comme le plus avantageux de tout l'effet que produit dans les machines la pression d'un homme qui marche, vu que c'est le genre de travail auquel nous sommes le plus accoutumés. Il croit, *ibid. p. 198*, que cet avantage peut augmenter l'effet du double.

Desaguliers, à la fin du *II tome*, termine ainsi le *maximum* de la perfection des machines hydrauliques. Un homme, dit-il, avec la meilleure machine hydraulique, ne peut pas élever plus d'un muid d'eau par minute à dix pieds de hauteur, en travaillant tout le jour: mais il peut en élever presque le double en ne travaillant qu'une ou deux minutes. M. Dan. Bernoulli établit qu'un homme, avec la machine la plus parfaite, pourra élever à chaque seconde un pied cubique d'eau à la hauteur d'un pied.

Il n'en est pas des *forces des animaux* comme des *forces* des corps inanimés. Une *force animale* donnée ne peut produire tous les mouvemens où le poids & la vîtesse sont en raison réciproque. Un homme ne peut parcourir qu'un certain espace dans un certain temps, quand même il ne tireroit aucun poids. Celui qui élève 100 livres à dix pieds de hauteur, ne pourroit élever dans le même temps, une livre à 1000 pieds de hauteur.

Si deux hommes également robustes font d'abord le même effort avec la même vîtesse; que l'un des deux ensuite double son effort, & l'autre sa vîtesse; l'effet produit sera toujours le même: mais la difficulté qu'éprouvera le second, pourra être beaucoup plus considérable. Cette remarque de M. Dan. Bernoulli éclaircit ce que nous venons de dire touchant la différence des *forces* animées & inanimées.

S'Gravesande a très-bien vu, *physices elementa mathematica, tom. I. n.° 1856.* que si on cherche le *maximum* de l'effet qu'un animal peut produire, il faut d'abord déterminer un degré de vîtesse avec laquelle il puisse agir commodément: il faut ensuite chercher le *maximum* d'intensité d'une action qui puisse être continuée un temps assez long.

M. Bouguer dit fort bien, dans son *traité du navire, p. 109*, qu'il seroit de la dernière importance dans plusieurs rencontres, de connoître combien la *force* des hommes diminue, lorsqu'ils sont obligés d'agir avec plus de promptitude: c'est ce que l'Anatomie, quoiqu'extrêmement aidée de la Géométrie dans ces derniers temps, ne nous a point encore appris. On peut exprimer, poursuit-il, cette relation par les concordances d'une ligne courbe, dont quelques-uns des symptômes se présentent: mais cela n'empêche pas qu'elle ne soit également inconnue. *Voyez* MOUVEMENT DES ANIMAUX.

M. Martine, *prop. 24 & 25* de son livre *de similibus animalibus*, assure que les *forces* contractives des muscles, & les *forces* absolues des membres mis en mouvement dans des animaux semblables, sont comme les racines cubes des quatrièmes puissances de leurs masses. Il me paroît que l'auteur fonde ses preuves sur un grand nombre d'hypothèses douteuses, ou qui n'ont point d'application dans la nature; mais je crois qu'il réussit très-bien à détruire la prétendue démonstration de Cheyne, dont l'opinion adoptée par Freind & par Wainewright, est que les *forces* des animaux de la même espèce, ou du même animal, en différens temps, sont en raison triplée des quantités de la masse du sang (*g*).

FORMULE, s. f. (*Algèbre*) est un résultat général tiré d'un calcul algébrique, & renfermant une infinité de cas; en sorte qu'on n'a plus à substituer que des nombres particuliers aux lettres, pour trouver le résultat particulier dans quelque cas proposé que ce soit. Une *formule* est donc une méthode facile pour opérer; & si l'on peut la rendre absolu-

ment générale, c'est le plus grand avantage qu'on puisse lui procurer; c'est souvent réduire à une seule ligne toute une science. Mais, pour qu'une *formule* générale soit vraiment utile, & qu'il y ait du mérite à l'avoir trouvée, il faut que la *formule* générale soit plus difficile à trouver que la *formule* particulière, c'est-à-dire, que le problême énoncé généralement renferme des difficultés plus grandes que le problême particulier, qui a donné occasion de chercher la méthode générale. Feu M. Varignon, géomètre de l'académie des Sciences, aimoit à généraliser ainsi des *formules*; mais malheureusement ses *formules* générales étoient presque toujours privées de l'avantage dont nous parlons: & dans ce cas, une *formule* générale n'est qu'une puérilité ou une charlatanerie. M. Bernoulli, ou un autre géomètre, résolvoit-il un problême difficile? M. Varignon aussi-tôt le généralisoit, de manière que l'énoncé plus général renfermoit en apparence plus de difficultés, mais en effet n'en avoit aucune de plus, & n'exigeoit pas qu'on ajoutât la moindre chose à la méthode particulière: aussi M. Bernoulli disoit-il quelquefois, après avoir résolu un problême, qu'*il le laissoit à generaliser à M. Varignon* (*O*).

FOURNEAU, (*Astronom.*) *fornax*, constellation méridionale, introduite par la Caille: on y voit un *fourneau* chymique avec son alembic & son récipient. Cette constellation renferme quarante-huit étoiles dans le catalogue des étoiles australes: il y en a une de troisième grandeur, qui avoit, en 1750, 45° 22′ d'ascension droite, & 29° 59′ de déclinaison australe; en sorte qu'elle est élevée de plus de onze degrés à Paris. (*D L.*)

FOYER, s. m. ce mot a deux acceptions, l'une en *Géométrie*, l'autre en *Optique*, & ces deux acceptions ont quelque chose d'analogue.

En *Géométrie* il s'emploie principalement en parlant des sections coniques: on dit *le foyer de la parabole*, les *foyers de l'Ellipse*, les *foyers de l'hyperbole*; & on a expliqué au mot CONIQUE ce que c'est que ces *foyers*. On a appellé ces points *foyers*, par la propriété qu'ils ont de réunir les rayons qui viennent frapper la courbe suivant certaines directions. Cette propriété est détaillée au *mot* CONIQUE. *Voyez aussi* ELLIPSE, HYPERBOLE & PARABOLE.

Les points qu'on appelle aujourd'hui *foyers*, s'appelloient autrefois *umbilics* ou *nombrils*, *umbilici*; parce qu'on peut les regarder comme les points les plus remarquables qui se rapportent à la courbe, & qu'on peut même déterminer l'équation de la courbe par des rayons tirés à ces points, ainsi qu'on l'a vu au *mot* ELLIPSE.

Il est quelquefois plus commode de représenter une courbe par l'équation entre les rayons tirés d'un point fixe à cette courbe, & les angles que forment ces rayons, que de la représenter par l'équation entre les co-ordonnées rectangles (*Voyez* COURBE & EQUATION); en ce cas on donne quelquefois par extension, le nom de *foyer* à ce point fixe, duquel on suppose que les rayons soient tirés, quoique ce point n'ait pas la propriété de rassembler les rayons qui tomberoient sur la courbe. Tel seroit, par exemple, le point *F* (*Sect. con. fig. 18*), par rapport à la courbe *AMm*, si on déterminoit l'équation de cette courbe, non par le rapport entre les variables *AP* & *PM*, mais par le rapport entre la variable *FM*, & l'angle variable *AFM*, que la ligne *FM* fait avec la ligne fixe *FA*. *Voyez la section des infiniment petits* de M. de l'Hopital, *vers la fin.*

En *Optique* on appelle *foyer d'un miroir*, *foyer d'un verre*, *foyer d'une lunette*, le point où les rayons réfléchis par le miroir, ou rompus par le verre ou la lunette, se réunissent, soit exactement, soit physiquement: sur quoi *voyez l'article* ARDENT. On trouve dans les *mem. de l'acad. des Sciences de 1710*, une formule générale pour connoître le *foyer* des miroirs & dans ceux de 1704, une formule pour déterminer celui des verres. Nous donnerons ces formules aux *mots* LENTILLE & MIROIR, où est leur véritable place.

M. Bouguer a remarqué dans son ouvrage sur la *figure de la terre, page 203 & suiv.* que le *foyer* des grandes lunettes est différent, 1.° selon la constitution des yeux de l'observateur; 2.° selon qu'on enfonce ou retire l'oculaire; 3.° selon la constitution actuelle de l'atmosphère; & il donne des moyens de se précautionner contre ces variations. *Voyez l'article* LUNETTE.

Lorsque les rayons réfléchis ou rompus sont divergens, mais de manière que ces rayons prolongés iroient se réunir, soit exactement, soit physiquement, en un même point, ce point est appellé *foyer virtuel* ou *imaginaire*, & par d'autres, *point de dispersion*. Ainsi (*Optiq. fig. 11*) si les rayons *fa* parallèles à l'axe *de*, sont rompus par le verre *ab* suivant *aK*, en sorte qu'ils concourent en *e* étant prolongés, ce point *e* est le *foyer* virtuel de ces rayons.

Comme les rayons qui partent du *foyer* d'une hyperbole sont réfléchis par cette hyperbole, de manière qu'étant prolongés, ils passeroient par le *foyer* de l'hyperbole opposée; on peut regarder ce second *foyer* comme un *foyer* virtuel.

Sur les propriétés différentes espèces de *foyers*, *voyez la dioptrique* de Descartes, celle de Huyghens, & beaucoup d'autres ouvrages (*O*).

FRA

FRACTION, s. f. (*Arith. & Alg.*): partie d'un tout.

Nous allons exposer la théorie & le calcul des *fractions* soit numériques, soit littérales. Commençons par les premières.

Des fractions numériques.

On appelle *unité fractionnaire*, une partie de l'unité principale supposée partagée en plusieurs parties égales; & *fraction* ou *nombre fractionnaire*, la collection de plusieurs de ces parties. Par exemple,

que l'unité principale soit divisée en quatre parties égales, & qu'on en prenne trois : on formera la *fraction trois quarts*, qui a pour unité *un quart* de l'unité principale. Il est clair que l'unité fractionnaire est à l'égard des fractions qui en dérivent, ce que l'unité principale est à l'égard des nombres qu'elle produit, en s'ajoutant continuellement à elle-même.

Quelquefois on appelle simplement *fraction* l'unité fractionnaire.

II. Pour exprimer une *fraction*, on emploie deux nombres : l'un qui marque en combien de parties égales l'unité principale est divisée, & qu'on appelle *dénominateur* ; l'autre qui marque combien on prend de ces parties, & qu'on appelle *numérateur*. On distingue ces deux nombres l'un de l'autre, en les séparant par une petite barre horizontale ; le numérateur s'écrit au-dessus de cette barre, le dénominateur au-dessous. Ainsi, pour exprimer la *fraction trois quarts*, on écrit $\frac{3}{4}$. Pour exprimer la *fraction cinq huitièmes*, qui marque que l'unité principale est partagée en huit parties égales, & qu'on en prend cinq ; on écrit $\frac{5}{8}$. Ainsi des autres.

Le numérateur & le dénominateur s'appellent les *termes* de la *fraction*.

III. Une *fraction* est *concrète* ou *abstraite*, selon que l'unité principale, dont elle fait partie, est *concrète* ou *abstraite*.

IV. Toute *fraction* peut être considérée comme le quotient de son numérateur divisé par son dénominateur. Par exemple, la fraction $\frac{5}{8}$ n'est autre chose que le quotient 5 divisé par 8 ; car diviser 5 par 8, c'est prendre la huitième partie du *tout* représenté par 5, ou partager ce même *tout* en 8 parties égales. Or il est visible que chacune des unités du nombre 5 produira une de ces nouvelles parties. Donc les cinq unités du même nombre produiront 5 nouvelles parties, c'est-à-dire, *cinq huitièmes parties* de l'unité principale, ou la *fraction* $\frac{5}{8}$.

V. Puisque le numérateur d'une *fraction* exprime le nombre de ses unités, il est clair que si, sans toucher au dénominateur, on rend le numérateur un certain nombre de fois plus grand ou plus petit, c'est-à-dire, si on le multiplie ou si on le divise par un certain nombre ; il est clair, dis-je, que la nouvelle *fraction* sera égale au produit de la première multipliée ou divisée par le nombre qui a multiplié ou divisé le numérateur. Par exemple, soit la *fraction* $\frac{6}{13}$: si, sans toucher à son dénominateur 13 l'on multiplie ou l'on divise son numérateur 6 par 2 ; on formera ou la *fraction* $\frac{12}{13}$ qui est égale au produit de $\frac{6}{13}$ par 2, ou la *fraction* $\frac{3}{13}$ qui est égale au quotient de $\frac{6}{13}$ divisé par 2.

VI. Si au contraire, sans toucher au numérateur d'une *fraction*, on multiplie ou l'on divise son dénominateur par un certain nombre, la nouvelle *fraction* sera égale à la première divisée ou multipliée par le nombre qui a multiplié ou divisé le dénominateur ; car le dénominateur exprime en combien de parties égales l'unité principale est partagée, & par conséquent le nombre de ces parties demeurant le même, la *fraction* est d'autant plus petite ou plus grande, que le dénominateur est plus grand ou plus petit. Soit, par exemple, la *fraction* $\frac{1}{12}$: si, sans toucher au numérateur, on multiplie ou l'on divise le dénominateur 12 par 3, on formera, ou la *fraction* $\frac{1}{36}$, qui est égale au quotient de la *fraction* $\frac{1}{12}$ divisée par 3, ou la *fraction* $\frac{1}{4}$ qui est égale au produit de la *fraction* $\frac{1}{12}$ multipliée par 3.

VII. Il suit des deux cas, qu'on ne change point la valeur d'une *fraction*, en multipliant tout-à-la-fois, ou en divisant tout-à-la-fois son numérateur & son dénominateur, par un même nombre. Par exemple, si on a la *fraction* $\frac{1}{4}$, & qu'on multiplie son numérateur & son dénominateur par le même nombre 2, on formera la nouvelle *fraction* $\frac{2}{8}$ qui a la même valeur que la première. De même, si on a la *fraction* $\frac{8}{24}$, & qu'on divise son numérateur par le même nombre 8, on aura la nouvelle *fraction* $\frac{1}{3}$ qui est de même valeur que $\frac{8}{24}$.

VIII. Lorsque le numérateur d'une *fraction* est égal à son dénominateur, la *fraction* vaut 1. Ainsi, les *fractions* $\frac{8}{8}$, $\frac{7}{7}$ valent chacune 1, puisque le quotient de tout le nombre divisé par lui-même, est nécessairement 1.

IX. Si le numérateur d'une *fraction* est plus grand que son dénominateur, cette *fraction* vaut plus de 1, & contient une ou plusieurs unités principales. Pour déterminer ces unités, il faut diviser le numérateur par le dénominateur. Soit, par exemple, la *fraction* $\frac{58}{9}$. Je divise 58 par 9, & & j'ai 6 pour quotient, & 4 pour reste. Ce reste doit être aussi divisé par 9, ou partagé en 9 nouvelles parties, & le quotient est la *fraction* $\frac{4}{9}$. La *fraction* primitive $\frac{58}{9}$ vaut donc 6 $\frac{4}{9}$, c'est-à-dire, 6 unités principales, plus la *fraction* $\frac{4}{9}$.

X. Tout nombre entier peut être réduit en une *fraction* qui ait tel dénominateur qu'on voudra ; & cela en multipliant ce nombre par le dénominateur qu'on veut avoir. Par exemple le nombre 3 est la même chose que la *fraction* $\frac{3}{1}$ qui a 1 pour dénominateur ; ou que la *fraction* $\frac{6}{2}$, qui a 2 pour dénominateur, & pour numérateur le produit de 3 par 2 ; ou que la *fraction* $\frac{9}{3}$ qui a 3 pour dénominateur, & pour numérateur le produit de 3 par 3, &c. Car dans tous les cas, en divisant le numérateur par le dénominateur, on retrouvera le nombre 3.

XI. La fonction de numérateur d'une *fraction* est simplement d'indiquer le nombre des unités fractionnaires dont elle est composée ; mais l'espèce ou la grandeur de ces unités, par rapport à l'unité principale, dépend du dénominateur. C'est donc ce dernier nombre qui caractérise la nature d'une *fraction*. Ainsi, lorsqu'on voudra combiner ensemble plusieurs *fractions*, pour savoir quelle est la plus grande, ou pour les ajouter, ou pour soustraire les unes des autres, il faudra commencer par les réduire au même dénominateur, afin qu'ayant,

par ce moyen, des unités de même espèce, l'usage qu'on en veut faire, ne dépende plus que de leurs numératenrs.

XII. Problême I. *Réduire plusieurs fractions au même dénominateur.*

Multipliez le numérateur & le dénominateur de chacune d'elles, par le produit des dénominateurs de toutes les autres : vous formerez ainsi de nouvelles *fractions* (qu'on peut appeller *fractions composées*) qui auront pour dénominateur commun le produit de tous les dénominateurs, & qui auront mêmes valeurs que les *fractions primitives* (VII), puisque le numérateur & le dénominateur de chacune de celles-ci auront été multipliés par un même nombre. Soient, par exemple, les deux *fractions* $\frac{5}{6}$ & $\frac{3}{7}$ qu'il s'agit de réduire au même dénominateur. Je multiplie les deux termes de la première par 7, & les deux termes de la seconde par 6 ; ce qui me donne les deux *fractions* composées, $\frac{35}{42}$ & $\frac{18}{42}$, qui ont le même dénominateur, & mêmes valeurs que les deux *fractions primitives.* Qu'on ait trois *fractions* $\frac{6}{7}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{8}$ à réduire au même dénominateur : on multipliera les deux termes de la première par 24, produit des deux derniers dénominateurs ; les deux termes de la seconde, par 56, produit du premier & du troisième dénominateur ; les deux termes de la troisième, par 21, produit des deux premiers dénominateurs. Ces opérations donneront les *fractions* composées $\frac{144}{168}$, $\frac{112}{168}$, $\frac{105}{168}$, qui ont le même dénominateur, & mêmes valeurs que les *fractions* primitives $\frac{6}{7}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{8}$.

XIII. Corollaire. Deux *fractions* étant réduites au même dénominateur, il est évident que la plus grande est celle qui a le plus grand numérateur. Or, comme le numérateur de la première *fraction* composée est le produit du numérateur de la première *fraction* simple, par le dénominateur de la seconde *fraction* simple, & que le numérateur de la seconde *fraction* composée est le produit du numérateur de la seconde *fraction* simple, par le dénominateur de la première *fraction* simple, concluons que *de deux fractions qui ont des dénominateurs différens, la plus grande est celle dont le numérateur multiplié par le dénominateur de l'autre, donne un produit plus grand que celui du numérateur de cette dernière fraction, par le dénominateur de la première.* Par exemple, je vois que des deux *fractions* $\frac{6}{7}$, $\frac{3}{4}$, la première est plus grande que la seconde, parce que le produit de 6 par 4, c'est-à-dire, 24, est plus grand que le produit de 3 par 7, c'est-à-dire, 21. Des deux *fractions* $\frac{9}{13}$, $\frac{5}{6}$, la seconde est plus grande que la première, parce que le produit de 5 par 13, c'est-à-dire, 65, est plus grand que le produit de 9 par 6, c'est-à-dire, 54.

XIV. Problême II. *Additionner ensemble plusieurs fractions.*

On ne peut ajouter ensemble que des nombres de même espèce. Et comme l'espèce d'une *fraction* dépend, ainsi que nous l'avons remarqué, de son dénominateur ; si les *fractions* qu'on propose d'ajouter ensemble, n'ont pas le même dénominateur, on les réduira d'abord au même dénominateur. Cela posé, on ajoutera ensemble tous les numérateurs ; & à la somme on appliquera le dénominateur commun. La raison en est claire ; car les numérateurs marquent les nombres d'unités ; & la somme doit contenir des unités de même espèce que celles des parties dont elle est composée. Ainsi, par exemple, la somme des deux *fractions* $\frac{2}{7}$ & $\frac{3}{7}$ est $\frac{5}{7}$. Qu'on propose d'ajouter ensemble les trois *fractions* $\frac{6}{7}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{8}$; ces *fractions* étant réduites d'abord au même dénominateur, & devenant ainsi $\frac{144}{168}$, $\frac{112}{168}$, $\frac{105}{168}$: on ajoutera ensemble les trois numérateurs, & on trouvera la somme 361, sous laquelle on écrira le dénominateur commun 168. Par ce moyen on aura $\frac{361}{168}$ pour la somme des trois *fractions* proposées.

XV. *Remarque.* Quand, après avoir ajouté ensemble plusieurs *fractions*, le numérateur de la somme est plus grand que le dénominateur, comme dans le dernier exemple ; cette somme contient une ou plusieurs unités principales ou entières, qu'on détermine (IX), en divisant le numérateur par le dénominateur. Ainsi, dans la *fraction* $\frac{361}{168}$, divisant le numérateur par le dénominateur, on trouvera que cette *fraction* vaut $2\frac{25}{168}$, c'est-à-dire, 2 entiers plus la *fraction* $\frac{25}{168}$.

XVI. Problême III. *Soustraire une fraction d'une autre.*

Les deux *fractions* doivent être de même espèce, & avoir par conséquent le même dénominateur. Ainsi, si dans l'état où on les propose, elles n'avoient pas le même dénominateur, on commenceroit par les réduire au même dénominateur. Cela posé, retranchez le plus petit numérateur du plus grand ; & appliquez au reste le dénominateur commun : la *fraction* que vous formerez ainsi, sera la différence des deux *fractions* proposées. Par exemple, pour retrancher de la *fraction* $\frac{7}{9}$, la *fraction* $\frac{5}{9}$, je retranche 5 de 7, & j'ai pour reste le nombre 2, sous lequel j'écris le dénominateur 9 ; je forme ainsi la *fraction* $\frac{2}{9}$, qui est la différence des deux *fractisns* $\frac{7}{9}$, $\frac{5}{9}$. Si de la *fraction* $\frac{5}{6}$, il falloit retrancher la *fraction* $\frac{8}{15}$, je réduirois les deux *fractions* au même dénominateur, & j'aurois $\frac{75}{90}$, $\frac{48}{90}$, dont la différence est $\frac{27}{90}$.

XVII. Problême IV. *Multiplier un nombre quelconque, entrier ou rompu, par une fraction.*

La multiplication par une *fraction* n'est pas une opération simple, comme pour les nombres entiers : elle renferme réellement deux opérations, savoir, une multiplication par le numérateur de la *fraction*, & une division par son dénominateur. En effet, soit, par exemple, le nombre quelconque A à multiplier par la *fraction* $\frac{3}{4}$. En multipliant le nombre A par le numérateur 3, on a un produit quatre fois trop grand, puisqu'on ne doit multiplier que par le quart de trois. Ainsi, pour réduire ce produit à sa juste valeur, il faut en prendre le quart, c'est-à-dire, le diviser par 4. Le même raisonnement s'applique à tous les autres cas ; & nous

pouvons conclure en général, que pour multiplier un nombre donné par une *fraction*, il faut multiplier d'abord ce nombre par le numérateur de la *fraction*, & divifer le produit par le dénominateur de la même *fraction*.

Cela pofé, foit, 1.° le multiplicande un nombre entier. Alors multipliez cet entier par le numérateur de la *fraction* multiplicateur, & appliquez au produit le dénominateur de la même *fraction*. Ainfi, qu'on ait à multiplier le nombre 8 par la *fraction* $\frac{7}{9}$: on multipliera 8 par 7, & on formera la *fraction* produit $\frac{56}{9}$; cette *fraction* vaut $6\frac{2}{9}$.

2.° Soit le multiplicande une *fraction*. Je multiplie les deux numérateurs l'un par l'autre, & les deux dénominateurs auffi l'un par l'autre; je forme enfuite une *fraction* qui ait pour numérateur le premier produit, & pour dénominateur le fecond; elle fera le produit des deux *fractions* propofées. Ainfi, qu'on ait à multiplier la *fraction* $\frac{6}{7}$ par la *fraction* $\frac{3}{8}$: je multiplie 6 par 3; le produit eft 18; je multiplie 7 par 8; le produit eft 56. Avec ces deux produits, je forme la *fraction* $\frac{18}{56}$, qui eft le produit des deux *fractions* données. Car, en multipliant le numérateur de la *fraction* $\frac{6}{7}$ par 3, on multiplie (v) cette *fraction* par 3; & en multipliant fon dénominateur 7 par 8, on divife (vi) cette *fraction* par 8. Donc, par les deux opérations, la *fraction* $\frac{6}{7}$ eft multipliée par le numérateur de la *fraction* multiplicateur, & divifée par le dénominateur de la même *fraction*, ce qui eft conforme à la règle prefcrite.

XVIII. Problême V. *divifer un nombre quelconque par une fraction.*

Divifer un nombre quelconque A, par une fraction, eft encore une opération compofée qui confifte à divifer ce nombre par le numérateur & à le multiplier par le dénominateur de la fraction. Que la fraction foit, par exemple, $\frac{3}{4}$. En divifant le nombre A par 3, on a un quotient quatre fois trop petit, puifqu'on ne doit divifer que par le quart de 3. Ainfi, pour réduire ce quotient à fa jufte valeur, il faut le multiplier par 4. La queftion eft donc la même que s'il s'agiffoit de multiplier le nombre A par la fraction $\frac{4}{3}$.

On voit par-là que la divifion par une fraction, fe réduit à la multiplication par la fraction inverfe. Quand on vous propofera donc de divifer un nombre par une fraction : renverfez cette fraction ; c'eft-à-dire, faites du numérateur le dénominateur, & du dénominateur le numérateur; enfuite opérez comme dans l'article précédent. Par exemple, foit le nombre 3 à divifer par la fraction $\frac{5}{6}$; l'opération revient à multiplier 3 par $\frac{6}{5}$; ce qui donne $\frac{18}{5}$ pour le quotient cherché. Qu'il faille divifer $\frac{7}{9}$ par $\frac{3}{5}$; l'opération fe réduit à multiplier $\frac{7}{9}$ par $\frac{5}{3}$; ce qui donne $\frac{35}{27}$ pour le quotient cherché.

XIX. Problême VI. *Evaluer une fraction par rapport à un tout d'une efpece donnée?*

Soit, par exemple, la fraction $\frac{5}{6}$ d'une livre qu'on veuille évaluer en fols. Multipliez cette fraction par le nombre de fois que la livre contient le fol, c'eft-à-dire, par 20; vous aurez la nouvelle fraction $\frac{100}{6}$, qui repréfente évidemment des partiers de fol : en effectuant la divifion du numérateur par le dénominateur, on trouvera que cette fraction vaut 16 fols & $\frac{4}{6}$ d'un fol.

Si on veut évaluer les $\frac{4}{6}$ d'un fol en deniers, on multipliera cette fraction par le nombre de fois que le fol contient le denier, c'eft-à-dire, par 12; ce qui donnera $\frac{48}{6}$, fraction de deniers; & divifant réellement 48 par 6, on trouvera que la fraction $\frac{4}{6}$ de fol vaut 8 deniers. Ainfi, la valeur de la fraction primitive $\frac{5}{6}$ d'une livre, étant exprimée en fols & deniers, eft 16 fols 8 deniers.

En opérant de la même manière, on trouvera que la fraction $\frac{3}{7}$ d'une livre vaut 8 fols 6 deniers & $\frac{6}{7}$ de denier. La fraction $\frac{3}{7}$ d'une toife, vaut 2 pieds 6 pouces 10 $\frac{2}{7}$ lignes. La fraction $\frac{3}{7}$ d'une heure, vaut 25 minutes 42 $\frac{6}{7}$ fecondes.

XX. Remarque. Les parties décimales font des fractions qui ont pour dénominateur l'unité fuivie d'un ou de plufieurs zeros; elles peuvent donc *s'évaluer* par la méthode précédente; mais la forme fous laquelle on les écrit, facilite & abrège le calcul. Veut-on favoir, par exemple, combien le nombre décimal 0,458, relatif à la toife qui eft l'unité principale, vaut en pieds, pouces & lignes? Comme la toife vaut 6 pieds, il eft évident qu'en multipliant ce nombre par 6, on aura un produit qui exprimera des pieds & des parties décimales de pied. Ce produit eft 2,748, c'eft-à-dire, 2 pieds & 0,748 de pied. Je multiplie la partie 0,748 par 12, afin de l'évaluer en pouces; le produit eft 8,976, c'eft-à-dire, 8 pouces & 0,976 de pouce. Multipliant la partie 0,976 par 12, afin de l'évaluer en lignes; le produit eft 11,712, c'eft-à-dire, 11 lignes & 0,712 de ligne. On peut pouffer l'évaluation plus loin, en fous-divifant continuellement la ligne en 12 parties égales. Mais en s'arrêtant aux opérations précédentes, on voit que ce nombre décimal, 0,458 de toife, vaut 2 pieds 8 pouces lignes & 0,712 ou $\frac{712}{1000}$ de ligne.

XX. Problême VII. *Abaiffer une fraction, c'eft-à-dire, exprimer cette fraction par les plus petits nombres poffibles, fans changer fa valeur?*

Nous avons vu qu'on ne changeoit point la valeur d'une fraction, en divifant fon numérateur & fon dénominateur par un même nombre. Si donc, on divife les deux termes d'une fraction par le plus grand commun divifeur qu'ils peuvent avoir, on ne changera point la valeur de la fraction, & en même tems on la réduira à fa plus fimple expreffion. Or, pour trouver le plus grand commun divifeur de deux nombres, *Voyez* Diviseur.

XXI. Problème VIII. *Former les puissances & tirer les racines d'une fraction?*

On forme les puissances d'une fraction, en élevant son numérateur & son dénominateur au quarré, au cube, à la quatrième puissance, &c; & on tire la racine quarrée, ou la racine-cube, ou la racine quatrième, &c, d'une fraction, en tirant la racine quarrée, ou la racine cube, ou la racine quatrième &c, de son numérateur & de son dénominateur. *Voyez* Extraction.

XXII. *Fractions décimales.* Ce sont les fractions dont les dénominateurs sont les puissances successives de 10. *Voyez* Décimal.

XXIII. *Fractions sexagésimales* : Fractions dont les dénominateurs sont les puissances successives du nombre 60. Elles ont été employées par des astronomes, & entr'autres par Régiomontanus, à cause que le cercle se divise en 360 degrés, & que $360 = 6 \times 60$, que le degré vaut 60 minutes, la minute 60 secondes, &c.

Il est clair qu'on peut imaginer tant de fractions qu'on voudra de semblable espèce.

Des fractions de fractions.

XXIV. De même que les fractions ordinaires se forment de parties de l'unité principale (1); si nous concevons qu'une fraction soit partagée en plusieurs parties égales, le nombre qui exprimera une ou plusieurs des ces parties, sera une fraction de nouvelle espèce, qu'on appelle *fraction de fraction*. Par exemple, si on a la fraction $\frac{3}{4}$, & qu'on en prenne les $\frac{2}{3}$, on formera la fraction de fraction $\frac{2}{3}$ *de* $\frac{3}{4}$, qui s'énonce ainsi : *deux tiers de trois quarts*. On met, comme on voit, l'article *de* entre les deux fractions par lesquelles une fraction de fraction est exprimée.

XXV. Rien n'empêche de former, suivant la même loi, des fractions de fraction de fraction, & de pousser cette division aussi loin qu'on voudra. Telle est la fraction de fraction de fraction, $\frac{4}{5}$ *de* $\frac{3}{4}$ *de* $\frac{2}{3}$, qui signifie qu'on prend les *quatre cinquièmes* de la fraction de fraction *trois quarts de deux tiers*. Telle est encore la fraction de fraction de fraction de fraction, $\frac{6}{7}$ *de* $\frac{4}{5}$ *de* $\frac{3}{4}$ *de* $\frac{2}{3}$, qui signifie qu'on prend *les six septièmes* de la fraction de fraction de fraction *quatre cinquièmes de trois quarts de deux tiers*, &c.

XXVI. *Propriété générale des Fractions de Fraction.* Les fractions de fraction, en quelque nombre qu'elles soient combinées ensemble, peuvent toujours être réduites à des fractions simples. Il faut, pour cela, multiplier les unes par les autres, les fractions simples qui entrent dans leurs expressions. Par Exemple, la fraction de fraction $\frac{2}{3}$ *de* $\frac{3}{4}$ est égale au produit de $\frac{3}{4}$ par $\frac{2}{3}$. Car pour avoir les deux tiers de trois quarts, il faut d'abord diviser *trois quarts* par 3, & prendre ensuite *deux fois* le quotient; ce qui se réduit (XVII) à multiplier la fraction $\frac{3}{4}$ par la fraction $\frac{2}{3}$. La fraction produit est $\frac{6}{12}$ ou $\frac{1}{2}$, qui est équivalente à $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$. De même, la fraction de fraction de fraction $\frac{2}{3}$ *de* $\frac{3}{4}$ *de* $\frac{5}{6}$ peut être réduite en une fraction simple. Car d'abord $\frac{3}{4}$ *de* $\frac{5}{6}$ revient à $\frac{15}{24}$; & $\frac{2}{3}$ *de* $\frac{15}{24}$ revient à $\frac{30}{72}$; ou $\frac{5}{12}$. Ainsi des autres.

Des Fractions littérales ou algébriques.

XXVII. Les fractions littérales sont comme les fractions numériques, les quotients des numérateurs divisés par les dénominateurs. Ainsi, tout ce que nous avons dit au sujet des fractions numériques, s'applique également aux fractions littérales, en substituant aux opérations arithmétiques les opérations algébriques correspondantes, c'est-à-dire, addition à addition, soustraction à soustraction, &c. On verra, par cette correspondance, la raison de la plupart des calculs que je vais faire sur les fractions littérales; & cela nous épargnera beaucoup de raisonnements.

XXVIII. Problême I. *Réduire une quantité entière en une fraction qui ait un dénominateur donné?*

Soit la quantité a qu'il s'agit de réduire en une fraction qui ait le dénominateur b. Je multiplie a par b, & j'applique sous le produit ab, le dénominateur b; en sorte que a est la même chose que $\frac{ab}{b}$.

XXIX. Corollaire. On voit semblablement que toute fraction peut être transformée en une autre de même valeur, en multipliant ou divisant son numérateur & son dénominateur par une même quantité. Ainsi, la fraction $\frac{a}{b}$ devient (en multipliant haut & bas par c), $\frac{ac}{bc}$; la fraction $\frac{aa+ab}{aa-bb}$ devient (en divisant haut & bas par $a+b$), $\frac{a}{a-b}$.

XXX. Problême II. *Réduire en une seule fraction une quantité composée d'un entier & d'une fraction?*

Multipliez l'entier par le dénominateur de la fraction, & appliquez sous le tout ce dénominateur. Ainsi, $a+\frac{bd}{c}$ devient $\frac{ac+bd}{c}$; $a+\frac{ac-cd-ad}{c+d}$ devient $\frac{ac+ad+ac-cd-ad}{c+d}$, ou $\frac{2ac-cd}{c+d}$, en faisant la réduction du numérateur.

XXXI. Problême III. *Tirer les entiers qui peuvent se trouver dans une fraction?*

Divisez le numérateur par le dénominateur, autant que cela sera possible. Ainsi, ayant la fraction $\frac{a^2+ab-cd}{a}$, je divise les deux premiers termes du numérateur par a, & je la réduis, par ce moyen, à cette quantité $a+b-\frac{cd}{a}$. De même la fraction

la fraction $\frac{a^2 - 2ab + b^2 + c^2}{a-b}$ devient $a-b+\frac{c^2}{a-b}$, divisant les trois premiers termes du numérateur, par $a-b$.

XXXII. Problême IV. *Réduire plusieurs fractions au même dénominateur?*

Multipliez le numérateur & le dénominateur de chacune d'elles, par le produit des dénominateurs de toutes les autres, & appliquez, sous chaque nouveau numérateur, le produit de tous les dénominateurs. Ainsi, les fractions $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$, $\frac{e}{f}$, se changent respectivement en celles-ci : $\frac{adf}{bdf}$, $\frac{bcf}{bdf}$, $\frac{bde}{bdf}$, qui ont le même dénominateur.

L'opération se feroit de même, si le numérateur ou le dénominateur, ou tous les deux, étoient des quantités complexes. Ainsi, les deux fractions $\frac{a-b}{b+c}$, $\frac{g+h}{f+e}$ deviennent $\frac{(a-b)\times(f+e)}{(b+b)\times(f+e)}$, $\frac{(g+h)\times(b+c)}{(b+c)\times(f+e)}$, ou bien (en effectuant les multiplications) $\frac{af-bf+ae-be}{bf+cf+be+ce}$, $\frac{bg+bh+cg+ch}{bf+cf+be+ce}$.

XXXIII. Remarque. Lorsque les *fractions* ont des facteurs communs à leurs dénominateurs, elles peuvent être réduites à la même dénomination, d'une manière abrégée, qui est utile dans la pratique du calcul. Soient, par exemple, les deux *fractions* $\frac{a^3}{bc}$, $\frac{dfg}{bh}$, dont les dénominateurs ont le facteur commun b : je vois qu'en multipliant la première, haut & bas, par le facteur non commun h du dénominateur de la seconde, & la seconde, aussi haut & bas, par le facteur non commun c du dénominateur de la première, je les réduirai tout de suite au même dénominateur. Elles deviendront ainsi $\frac{a^3h}{bch}$, $\frac{cdfg}{bch}$.

XXXIV. Problême V. *Ajouter des fractions avec d'autres quantités entières ou rompues?*

Ecrivez toutes les quantités à ajouter, les unes à la suite des autres, avec les signes qu'elles ont, & faites les réductions dont la somme peut être susceptible. Qu'on ait à ajouter ensemble la quantité entière $a-b$, & la *fraction* $\frac{b^2}{a+b}$: j'écris $a-b+\frac{b^2}{a+b}$; & en réduisant l'entier en une *fraction* qui ait le dénominateur $a+b$, j'ai $\frac{a^2-b^2+b^2}{a+b}$, c'est-à-dire, $\frac{a^2}{a+b}$. Pour ajouter ensemble les trois *fractions* $+\frac{a}{b}$, $-\frac{c}{d}$, $+\frac{e}{f}$, j'écris $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}+\frac{e}{f}$. Si on réduit ces trois *fractions* au même dénominateur, on aura $\frac{adf}{bdf}-\frac{bcf}{bdf}+\frac{bde}{bdf}$, ou bien $\frac{adf-bcf+bde}{bdf}$.

XXXV. Problême VI. *Faire la soustraction des quantités où il se trouve des fractions?*

Changez les signes de la quantité que vous devez soustraire, &, en cet état, écrivez-la à la suite de celle dont elle doit être soustraite. Ainsi, pour retrancher $\frac{b^2}{a+b}$ de $a-b$, j'écris $a-b-\frac{b^2}{a+b}$, & en réduisant tout en *fraction*, je trouve $\frac{a^2-b^2-b^2}{a+b}$, ou bien $\frac{a^2-2b^2}{a+b}$. Pour soustraire $-a$ de $\frac{aa}{a-b}$, j'écris $\frac{aa}{a-b}+a$, ou bien $\frac{aa+aa-ab}{a-b}$. Pour soustraire la *fraction* $-\frac{c}{d}$ de la *fraction* $\frac{a}{b}$, j'écris $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}$, & en réduisant les deux *fractions* au même dénominateur, on aura $\frac{ad+bc}{bd}$ pour résultat de la soustraction.

XXXVI. Problême VII. *Multiplier ensemble un entier & une fraction, ou une fraction par une fraction?*

1.° Soit à multiplier l'entier $-3a$ par la *fraction* $\frac{m}{n}$, ou la *fraction* $\frac{m}{n}$ par l'entier $-3a$: je multiplie ensemble l'entier & le numérateur de la *fraction*, & j'applique le dénominateur sous le produit; ce qui donne $-\frac{3am}{n}$.

2.° Soit à multiplier ensemble les deux *fractions* $-\frac{5a}{b}$ & $\frac{4f}{c}$; je multiplie numérateur par numérateur, & dénominateur par dénominateur; ce qui donne $-\frac{20af}{bc}$ pour le produit demandé.

3.° Soit à multiplier la *fraction* radicale $\sqrt[m]{\frac{p}{q}}$ par la *fraction* radicale $\sqrt[n]{\frac{g}{h}}$: j'observe que $\sqrt[m]{\frac{p}{q}}=\frac{\sqrt[m]{p}}{\sqrt[m]{q}}$, & que $\sqrt[n]{\frac{g}{h}}=\frac{\sqrt[n]{g}}{\sqrt[n]{h}}$: alors il s'agit de multiplier $\frac{\sqrt[m]{p}}{\sqrt[m]{q}}$ par $\frac{\sqrt[n]{g}}{\sqrt[n]{h}}$, ce qui se fait comme pour les *fractions* rationnelles, en multipliant numérateur par numérateur, & dénominateur par dénominateur; le produit demandé est donc $\frac{\sqrt[m]{p}.\sqrt[n]{g}}{\sqrt[m]{q}.\sqrt[n]{h}}$, ou $\frac{\sqrt[mn]{p^n g^m}}{\sqrt[mn]{q^n h^m}}$, ou $\sqrt[mn]{\frac{p^n g^m}{q^n h^m}}$.

XXXVII. Problême VIII. *Diviser une frac-*

tion par un entier ; ou un entier par une fraction, ou une fraction par une fraction ?

1.° Soit la fraction $\frac{m}{n}$ à diviser par l'entier $-3a$; je conserve le numérateur de la *fraction*, & je multiplie le dénominateur par $-3a$; ce qui donne $\frac{m}{-3an}$ ou $-\frac{m}{3an}$ pour le quotient cherché.

2.° Soit à diviser l'entier $-3a$ par la *fraction* $\frac{m}{n}$: je renverse la *fraction* diviseur, & alors il s'agit de multiplier $-3a$ par $\frac{n}{m}$, ce qui donne $-\frac{3an}{m}$ pour le quotient cherché.

3.° De même, pour diviser la *fraction* $\frac{p}{q}$ par $\frac{m}{n}$, il faut renverser la *fraction* diviseur, & multiplier ensemble les deux *fractions* $\frac{p}{q}$, $\frac{n}{m}$; le quotient cherché est donc $\frac{pn}{mq}$.

4.° Soit à diviser $\sqrt[m]{\frac{p}{q}}$ par $\sqrt[n]{\frac{g}{h}}$: la *fraction* dividende est la même chose que $\frac{\sqrt[m]{p}}{\sqrt[m]{q}}$, & la *fraction* diviseur est la même chose que $\frac{\sqrt[n]{g}}{\sqrt[n]{h}}$; je renverse cette dernière *fraction*, & alors il s'agit de multiplier $\frac{\sqrt[m]{p}}{\sqrt[m]{q}}$ par $\frac{\sqrt[n]{h}}{\sqrt[n]{g}}$; ce qui donne $\frac{\sqrt[mn]{p^n h^m}}{\sqrt[mn]{q^n g^m}}$, ou $\sqrt[mn]{\frac{p^n h^m}{q^n g^m}}$ pour le quotient cherché.

XXXVIII. PROBLÊME IX. *Réduire une fraction à ses moindres termes ?*

Cette opération se fait, en cherchant le plus grand commun diviseur que le numérateur & le dénominateur peuvent avoir, & en divisant ces deux termes par le diviseur. Sur quoi *voyez* DIVISEUR.

XXXIX. PROBLÊME X. *Former les puissances & extraire les racines d'une fraction ?*

Voyez EXTRACTION. (*L. B.*)

FRACTIONS DÉCIMALES PÉRIODIQUES, (*Arith.*) Quand on réduit en décimales une *fraction* dont le dénominateur n'est pas de la forme $2^n . 5^q$, ou n'est commensurable avec aucune puissance de 10, la *fraction décimale* qui en résulte doit nécessairement aller à l'infini ; mais il ne s'ensuit pas qu'on soit obligé de faire continuellement la division effective pour approcher toujours davantage de la valeur réelle de la *fraction* proposée ; car les mêmes chiffres doivent revenir au bout d'un certain nombre de divisions, & doivent se présenter dans le même ordre : en effet, quel que soit le dénominateur D, non divisible par 2 ni par 5, il ne peut y avoir dans la division que $D-1$ résidus différens ; or, dès qu'on retombe dans un résidu qu'on a déjà eu, il est clair qu'on retrouve aussi dans le quotient les mêmes décimales, de sorte qu'on n'aura jamais besoin que de faire tout au plus $D-1$ divisions pour connoître la *fraction décimale* équivalente à une *fraction* ordinaire donnée. Ces *fractions* se nomment *périodiques* ou *circulantes ;* on s'appercevra facilement qu'elles fournissent matière à plusieurs recherches, non-seulement de curiosité, mais fort utiles en même tems, vu le grand usage qu'on fait de plus en plus du calcul décimal en général ; cependant je ne connois que Wallis & MM. Euler, Lambert & Robertson qui s'en soient occupés : le premier, dans le *chap. 89* de son *Algèbre ;* M. Euler, dans le *chapitre* 12 du *livre I* de son *Introduction à l'Algèbre ;* M. Lambert, dans le *vol. III des Acta Helvetica*, & dans les *Nova Acta Eruditorum, du mois de mars 1769 ;* enfin M. Robertson, dans les *Transactions philosophiques*, pour *1768*. Sans avoir recours à ces différens ouvrages, on pourra cependant bientôt se faire une idée de tout ce qui a été écrit sur cette matière, en consultant un *mémoire* que j'ai donné dans le *vol. II des nouveaux mémoires de l'académie des Sciences de Berlin*. Ainsi, je me contenterai de rassembler ici les remarques les plus essentielles qu'elle fournit, & sur-tout celles qui peuvent le plus faciliter la continuation des deux tables qui suivront, & que j'ai construites moi-même sans en regretter la peine.

Si on commence à considérer la *fraction* $\frac{D}{1}$ à laquelle se rapporte ma première table, & où D signifie un nombre premier quelconque autre que 2 ou 5, on ne tardera pas à remarquer que le problême de déterminer combien de chiffres se trouveront dans la période de la *fraction décimale* équivalente à $\frac{D}{1}$ se réduit à assigner le plus petit nombre s, tel que $\frac{10s-1}{D}$ soit un nombre entier ; car il est clair que si avant que de parvenir au reste 1, on a ajouté s zéros ou multiplié s fois par 10, il faut que le quotient qui suit la virgule ait s chiffres, & soit de plus $=\frac{10s-1}{D}$; or, on peut faire abstraction du nombre $10s$ qui multiplie D. Mais, quoique cette formule $\frac{10s-1}{D}$ soit très-simple, & que s, suivant la remarque que j'ai déjà faite, ne puisse pas passer $D-1$, cette lettre ne laisse pas d'être très-difficile à déterminer : on sait seulement que pour que $\frac{10s-1}{D}$ soit un nombre entier, il faut que s soit ou $=D-1$, ou égal à un facteur de $D-1$, & jusqu'à présent le problême n'a pu être résolu plus généralement. C'est la raison qui m'a principalement engagé à calculer ma table première ; je me persuadois que non-seulement je construirois une table utile par elle-même,

mais qu'elle devoit fournir, du moins *à posteriori*, des éclairciſſemens ſur la ſolution d'un problême curieux.

J'ai étendu cette table, comme on voit, juſqu'au plus grand nombre premier au-deſſous de 200, c'eſt-à-dire, juſqu'à 199; on trouve donc dans la première colonne la *fraction* $\frac{1}{D}$ qu'il s'agiſſoit de réduire en décimales; à ces termes répond dans la ſeconde colonne la première période de la *fraction décimale* qui lui eſt égale & que j'exprime en général par $0 + \frac{10^s - 1}{D.10^s} + \frac{10^s - 1}{D.10^{2s}} + \&c$, en entendant par s le nombre des chiffres de la période; une troiſième colonne indique ce nombre s, & fait voir en même temps en quels nombres il ſe décompoſe en tant qu'il doit être $= D - 1$, ou à un diviſeur s de $D - 1$. Voici à préſent pluſieurs remarques auxquelles la conſtruction & l'inſpection de cette table donnent lieu.

1.° Toutes les valeurs de s confirment le théorême que $\frac{10^s - 1}{D}$ eſt un nombre entier, quand s eſt $= D - 1$ ou $=$ à un diviſeur de $D - 1$, & ne l'eſt point dans d'autres cas; mais je doute fort qu'on puiſſe appercevoir dans ces réſultats quelques loix qui faſſent juger abſolument de la valeur préciſe du nombre s, & encore moins qui puiſſent faire trouver ſans aucune diviſion effective le quotient $\frac{10^s - 1}{D.10^s}$; j'ai fait fait pour cela pluſieurs eſſais infructueux, en cherchant principalement à tirer parti de ces *fractions* continues, qu'on a trouvé être d'un ſi grand ſecours pour réſoudre un ſi grand nombre de problêmes qui ſe refuſoient aux méthodes analytiques les plus uſitées.

2.° Ce qu'on ſait ſur la valeur de s ne laiſſe pas cependant d'être déjà d'un grand ſecours; car ces diviſions étant aſſez ennuyeuſes, & d'autant plus qu'on ne peut guere s'empêcher de ſe tromper fréquemment, on peut être perſuadé que cela eſt arrivé, quand on a paſſé un nombre de diviſion plus grand que $D - 1$, ou quand on a trouvé pour s un nombre moindre que $D - 1$, ſans en être un diviſeur.

3.° Il n'eſt pas inutile d'obſerver qu'on ſait toujours quel eſt le dernier chiffre du quotient $\frac{10^s - 1}{D.10^s}$; on le ſait, parce que cette période finiſſant lorſqu'on eſt revenu au reſte s, il eſt vrai que le premier chiffre de la période doit être

9, lorſque celui du diviſeur D eſt 1.
7 .... 7.
3 .... 3.
1 .... 1.

4.° On remarquera, en faiſant ces diviſions, que lorſque s devient $D - 1$, & que par conſéqnent $D - 1$ eſt le plus petit nombre s tel que $10^s - 1$ ſoit diviſible par le nombre premier D autre que 2 ou 5, le $\frac{D-1}{2}^{me}$ reſte eſt toujours $D - 1$; on en conclura que $\frac{10^{\frac{D-1}{2}} - D + 1}{D}$ ou $\frac{10^{\frac{D-1}{2}} + 1}{D} - 1$ eſt toujours, dans ce cas, un nombre entier; auſſi eſt-ce un théorême dont il eſt facile de démontrer la généralité.

5.° On remarquera pareillement que quelque ſoit le nombre s des chiffres de la période, ſi un des reſtes de la diviſion eſt $D - 1$, ce ſera le $\frac{s}{2}^{me}$.

6.° Ces deux théorêmes ſont très-utiles dans la conſtruction de la table des décimales périodiques; car lorſqu'on arrive au nombre $D - 1$, on ne doit pas négliger de compter le quantième reſte il eſt, ſi ce n'eſt pas le $\frac{D-1}{2}^{me}$ ou le $\frac{s}{2}^{me}$, c'eſt-à-dire, qu'on ait dans le quotient préciſément $\frac{D-1}{2}$ chiffres, ou bien un nombre de chiffres qui ſoit la moitié d'un diviſeur de $D - 2$: on peut être perſuadé d'avoir commis quelqu'erreur.

7.° Il y a plus; les mêmes théorêmes diſpenſent entièrement de la moitié de l'opération; car, ſi $\frac{10^m + 1}{D}$ eſt un nombre entier, ou que, pour $\frac{10^m}{D}$, le quotient ſoit q, & le réſidu $D - 1$, on aura, à cauſe de $10^{2m} - 1 = (10^m + 1)(10^m - 1)$, pour $\frac{10^{2m} - 1}{D}$ le quotient $(10^m - 1)\, q = 10^m q - q$, & par conſéquent il ſuffira de retrancher q de $10^m q$. On a, par exemple, $\frac{10^3 + 1}{13} = 77$; on raiſonnera donc ainſi, $10^m q = 77$, & $(10^{2m} - 1)$ $q = 77000 - 77 = 76923$; donc $\frac{1}{13} = 0,076923$; ou bien, quand on a trouvé $\frac{1}{13} = 0,076\frac{6}{13}$, on prendra le complément à 9 des trois chiffres trouvés, on l'écrira à la ſuite de ces chiffres, & on aura la période entière.

8.° Une remarque analogue ſert à vérifier l'opération, quelque ſoit le réſidu. Soit, par exemple, $\frac{10^m + D - r}{D}$ ou $\frac{10^m - r}{D}$ un nombre entier, c'eſt-à-dire, qu'après m diviſions, on ait le réſidu r, ou bien que $\frac{1}{D} = 0 + \frac{10^m + r}{D.10^m}$, ou ſi le quotient eſt q, qu'on ait $\frac{1}{D} = 0 + q\frac{r}{D}$ & on aura $\frac{r}{D} = rq + \frac{rr}{D}$, & par conſéquent, quand on aura fait de nouveau m diviſions, on trouvera le réſidu rr, ou ſi $rr > D$, ou $= fD + s$, on devra trouver le réſidu s. Concluons de-là qu'on pourra vérifier par-tout l'opération, en regardant ſi après le double nombre

de divisions on trouve le quarré du premier résidu, ou ce qui reste après qu'on a divisé ce quarré par D. Il est de plus évident qu'on peut continuer cette vérification aussi loin qu'on veut, avec le même résidu; car, si après 3 m divisions, il sera $r\,3$, ou $r\,s$ ou s', parce qu'on peut avoir $r\,3 = (f\,D + s)\,r = f\,r\,D + r\,s = f\,r\,D + g\,D + s' = f'\,D + s'$; après 4 m divisions, ce reste s'' se déterminera en faisant $r^4 = (f'\,D + s')\,r = f'\,r\,D + s'\,r = f'\,r\,D + h\,D + s'' = f''\,D + s''$, & ainsi de suite. Il est bon d'observer aussi que si r est grand & approchant de D, on peut lui substituer $D - 1$.

9.° La remarque de l'article précédent sert comme celle du septième, à abréger considérablement les opérations dont il s'agit. En effet, dès qu'on est parvenu à un résidu qui n'est que de quelques unités, ou qui ne diffère de D que de quelques unités, on peut trouver facilement la période entière sans achever la division effective. On a qu'à multiplier par r le quotient q trouvé par les m premières divisions, on obtiendra m chiffres qu'on écrira à la suite des m premiers; on multipliera de nouveau cette seconde période par r pour ranger ce produit après le second, & ainsi de suite: on tiendra compte des valeurs de f, g, h, &c. ou de f, f', f'', &c. & on continuera cette opération jusqu'à ce qu'on voie les mêmes chiffres revenir, qu'on ait la *fraction décimale* complette, ou du moins jusqu'à ce qu'on parvienne aux complémens à 9 des premiers chiffres, & qu'on voie par-là qu'ayant passé la moitié de la période, on peut l'achever conformément à l'article 7. Les deux exemples suivans éclairciront cette remarque.

10.° *Exemple premier.* Lorsqu'on réduit $\frac{1}{23}$ en décimales, on trouve $\frac{1}{23} = 0,043478\frac{6}{23}$, c'est-à-dire, le 6^e ou m^e reste $= 6$; on en conclut que $\frac{10^6 - 6}{23}$, $\frac{6.\,10^6 - 6^3}{23}$, $\frac{6.\,10^6 - 6^3}{23}$, &c, sont des nombres entiers, ou bien que $\frac{1}{23}$ étant $= 0$, $\frac{10^6 + 6}{23.\,no^6}$, les six chiffres qui suivront ceux que donne cette division seront exprimés par $\frac{6.\,10^6 + 6^2}{23.\,10^{12}}$, & ainsi de suite.

Puis donc que

$r = 6$,
$r^2 = 6^2 = 1.\,23 + 13$;
$r^3 = 6^3 = 6\,(23 + 13) = 6.\,23 + 3.\,23 + 9$,
$r^4 = 6^4 = 6\,(9.\,23 + 9) = 54.\,23 + 2.\,23 + 8 = 56.\,23 + 8$, &c.

On aura $f = 1$, $g = 3$, $h = 2$, $f'' = 9$, $f''' = 56$, $s = 13$, $s' = 9$, $s'' = 8$, &c.

On n'a pas besoin d'aller plus loin, parce que m étant $= 6$, la période ne peut passer $4\,m$ chiffes.

Or les m premiers chiffres sont 043478; donc les m suivans.....6. (043478) + 1 ou 260869.
m............6. (260869) + 3 ou 565217.
m............6. 565217 + 2 ou 391305.

ainsi, la période est de 22 chiffres & $=$
0, 0434782608695652173913, &c.
& on voit qu'après le onzième viennent les complémens à 9, des premiers.

11.° J'ai fait entrer dans cette opération les valeurs de f, g, h; si on vouloit tenir compte plutôt de f, f', f'', voici comment on procéderoit: on multiplieroit les premiers m chiffres par 6, le produit de même, & ainsi des suivans; on ne tiendroit compte qu'à la fin des restes négligés, & on disposeroit l'opération de la façon qui suit:

$\frac{1}{23} = 0,043478$
                    260868
                              1565208
                                        9391248
                                                  $56\frac{2}{23}$
——————————————————— donc

$\frac{1}{23} = 0,0434806086956521739 1304$, &c.

12.° La même opération enfin peut aussi se réduire à la forme suivante:
Puisque $\frac{1}{23} = 0,\ 043478\,\frac{6}{23}$,
on a $\frac{6}{23} = 0,\ 260868\,\frac{36}{23} = 0,\ 260869\,\frac{13}{23}$;
donc $\frac{1}{23} = 0,\ 043478220869\,\frac{13}{23}$,
& $\frac{13}{23} = 0,\ 565217391297 + \frac{169}{23}$, ou $+ 7\,\frac{8}{23}$;
on ne peut pas se méprendre sur les valeurs décimales des multiples de $\frac{1}{23}$ qui sont à la fin de ces périodes, & en joignant les deux dernières, on a la même *fraction* périodique complète que ci-dessus.

13.° *Exemple deuxième.* On a $\frac{1}{89} = 0,011235\,\frac{85}{89}$.

Ici le 6^e ou m^e reste est 85 ou -4, & $\frac{10^6 + 4}{23}$ est un nombre entier. En reprenant les lettres de la remarque 8^e, nous aurons donc,

$r\,r = (-4)^2 = +16$,
$r^3 = (-4)^3 = -64$,
$r^4 = (-4)^4 = +256 = 2.89 + 78$,
$r^5 = (-4)^5 = -8.89 - 4.78 = -8.89 - 3.89 - 45$,
$r^6 = (-4)^6 = +44.89 + 180 = +44.89 + 2.89 + 2$,
$r^7 = (-4)^7 = -184.89 - 8$,
$r^8 = (-4)^8 = +736 + 32$; par conséquent,
après 2 m divisions, le 12^e reste s sera $= 16$
3 m..........18^e....s^{I} ...$= 89 - 64 = 25$
4 m..........24^e....s^{II} ...$= 78$
5 m..........30^e....s^{III} ...$= 89 - 45 = 44$
6 m..........36^e....s^{IV} ...$= 2$
7 m..........42^e....s^{V} ...$= 89 - 8 = 81$
8 m..........48^e....s^{VI} ...$= 32$;

on aura de plus
$f = 0$, $g = 0$, $h = 0$, $i = -3$, $k = +2$, $l = 0$, $n = 0$, & $f^{I} = 0$, $f^{II} = 2$, $f^{III} = -1$, $f^{IV} = 46$, $f^{V} = -184$, $f^{VI} = 736$.

Je n'ai pas continué cette énumération, parce que si avant que d'aller plus loin, on applique ces données, on trouvera que la période n'est que de 44 termes, & puisque le 48^e reste

ſeroit 32, il s'en enſuit que 32 doit auſſi être le 4^e reſte.

14.° Une remarque pareille à celle du *n.°* 9 a lieu auſſi, lorſque r ou $D - r$, ſans être préciſément un petit nombre, eſt un multiple ou un ſous-multiple d'une puiſſance de 10; ſi, par exemple, le réſidu eſt 25, au lieu de multiplier les m chiffres par 25; je les diviſe par 4, & j'avance la deuxième rangée de deux places, ſans quoi je la prendrois 100 fois trop petite, & je tiens compte des réſidus.

15.° On déduit facilement de la formule $\frac{10s-1}{D}$ que $\frac{1}{D}$ eſt toujours égal au quotient périodique $\frac{10s-1}{D}$, diviſé par le nombre qu'exprime le chiffre 9 répété s fois: par exemple, $\frac{1}{13} = 0$, 076923, &c. $= \frac{76923}{999999}$; il ſeroit donc utile d'avoir une table qui contînt pour pluſieurs nombres 9, 99, 999, &c. les nombres premiers qui en ſont des facteurs, puiſqu'on y verroit pour un grand nombre de *fractions* $\frac{1}{D}$ de combien de chiffres deviennent les périodes de leurs valeurs en décimales; il eſt clair que la conſtruction d'une telle table dépend de la recherche des diviſeurs des ſommes de la progreſſion géométrique $1 + 10^1 + 10^2 + 10^3 +$ &c. & cette conſidération la rend moins rebutante qu'elle ne le ſemble d'abord; j'en ai même déjà fait le commencement, & cette ébauche ſe trouve à la ſuite d'un petit mémoire ſur ces diviſeurs de 1, 11, 111, &c. que j'ai donné dans le même *vol. II*, des *Nouveaux Mémoires de Berlin.*

Après la table qui fait le ſujet de ce qui précède, en vient une autre dans laquelle j'ai inſéré les *fractions décimales périodiques* que donnent pluſieurs *fractions* $\frac{1}{p}$, dont les dénominateurs ſont les produits de deux nombres premiers D & d; ſi on veut la continuer, voici quelques remarques dont on pourra faire uſage.

1.° Quand on connoît le nombre s de la période de $\frac{1}{D}$ & le nombre σ de la période de $\frac{1}{d}$, on ſait toujours quel ſera le nombre t de la période de $\frac{1}{p}$: ce ſera ou $s\sigma$ ou le plus petit commun dividende $\frac{s\tau}{p}$ entre s & σ; car $10s - 1$ étant toujours diviſible par D & $10s - 1$ par d, il ſuffit que $10t - 1$ ſoit diviſible, tant par $10s - 1$ que par $10\sigma - 1$, pour l'être par D & par d.

2.° Ainſi, $D - 1$ & $d - 1$ étant toujours des nombres pairs, il s'enſuit que t ne peut jamais ſurpaſſer $\frac{(D-1).(d-1)}{2}$.

3.° Si $s = \sigma$, on aura auſſi $t = s = \sigma$, & pour trouver la période même, il ſuffira qu'on diviſe, ſoit par d, celle de $\frac{1}{D}$ ſoit par D, celle de $\frac{1}{d}$, la diviſion ne pourra manquer de ſe faire ſans reſte.

4.° Mais ſi $t > s$ & $>$ que σ, il faudra effectuer la diviſion réelle, ou appliquer les remarques faites précédemment aux *nos* 7 & 9; on pourra même déterminer fréquemment, ſans aucune réduction de $\frac{1}{p}$ en décimales, le réſidu à employer conformément à l'article 9. Il ſuffira de diviſer par d la période de $\frac{1}{D}$, ou par D celle de $\frac{1}{d}$: en voici un exemple.

Je veux déterminer la période de $\frac{1}{119} = \frac{1}{7 \cdot 17}$. J'ai $\frac{1}{17} = 0$, 0588235294117647 $\frac{1}{17}$.

Si je diviſe cette période par 7, il en réſulte: $\frac{1}{119} = 0$, 0084033613445378 $\frac{1}{7} + \frac{1}{7 \cdot 17}$; donc le reſte r après la 16^e diviſion, eſt $= \frac{1}{7} + \frac{1}{7 \cdot 17} = \frac{18}{119}$.

Les 16 chiffres ſuivans ſeront par conſéquent 18 fois plus grands avec un réſidu $s = 86$, à cauſe de 18, $18 = 324 = 2.\ 119 + 86$, & après la 48^e diviſion, on doit trouver le reſte $s^1 = 1$, vu que 48 eſt le plus petit commun dividende entre $s = 6$ & $\sigma = 16$, & en effet, $86.\ 18 = 1548 = 13.\ 119 + 1$; ſi de plus on tient compte de 49: 119, à cauſe de $f = 2$ & de $f' = 36 + 13 = 49$. Il ne reſtera plus qu'à diſpoſer l'opération de la manière enſeignée plus haut au *n.°* 11.

5.° On obſervera dans la table que la deuxième & la troiſième remarque ſouffrent une exception, lorſque $D = d$, vu que pour $\frac{1}{7 \cdot 7}$ on a $t = 42 = (D = 1)\ d$; & que pour $\frac{1}{11 \cdot 11}$ & $\frac{1}{13 \cdot 13}$, on a $t = sD$, & non pas $s\sigma$. Je rends raiſon de cette exception dans mon mémoire, & elle ne peut manquer d'avoir lieu, à moins que $10s - 1$ ne ſoit diviſible par DD, ou que la période ou le quotient $\frac{10s-1}{D}$ ne ſoit diviſible encore par D, comme c'eſt le cas pour $\frac{1}{9} = \frac{1}{3 \cdot 3} =$ 0, 111, &c.

Au reſte, les remarques précédentes ſerviront aiſément à conſtruire auſſi une table pour des *fractions* $\frac{1}{p}$, telles que P ſoit le produit de plus de deux nombres premiers.

Si au contraire P étoit le produit d'un nombre premier par quelque puiſſance de 2 ou de 5, on obtiendra, à la vérité, pareillement des *fractions* décimales périodiques, & qui ne ſeront pas même difficiles à déterminer; mais on remarquera qu'elles ne peuvent commencer avec le premier chiffre, elles ne commenceront qu'après une ou pluſieurs figures, ſavoir; quand l'influence du nombre $2^n\, 5^q$ aura ceſſé, ce qui dépendra des dimenſions de n & q.

Par exemple, $\frac{5}{12} = 0,416666$, *&c.* car, ſi je diviſe 5 par $12 = 4.3$; c'eſt autant que ſi je diviſois d'abord 5 par 4 & enſuite par 3. Or la diviſion par 4 donne un quotient fini qui s'étend à 2 décimales, on a $\frac{5}{4} = 1,25$; ce quotient diviſé enſuite par 3, donne $\frac{1,25}{3,00} = 0,416666$, *&c.* Cette diviſion par 3 ne peut par conſéquent avoir ſon effet que lorſqu'on parvient à la troiſième place des décimales, & que les figures ſignificatives du premier quotient viennent à manquer. Pareillement $\frac{}{15} = 0,4$ & $\frac{0,4}{3,0} = 0,1333$, *&c.* $\frac{45}{56} = 0,803,571428,5714$, *&c.* à cauſe de $56 = 8.7 = 2.2.2.7$, $=$ & que $\frac{45}{8} = 5,625$ & $\frac{5,625}{7000} = 0,803,5714$, *&c.*

Pour dire quelques mots auſſi des *fractions décimales périodiques*, produites par des *fractions* qui ont des nombres premiers dans le dénominateur & d'autres nombres que l'unité pour numérateur, ſoit $\frac{m}{D}$ une *fraction* de cette eſpèce, il eſt évident que ſi le nombre des décimales pour D eſt $D - 1$, on aura pour m le même nombre de chiffres & auſſi les mêmes chiffres, mais rangés dans un autre ordre; car le premier chiffre ſera le nombre qui dans la diviſion de 1 par D réſultoit du reſte m; par exemple, $\frac{1}{7} = 0,142857$, *&c.* mais $\frac{3}{7} = 0,428571$, *&c.* par la raiſon que la diviſion commence par 3, qui étoit le ſecond reſte dans celle de $\frac{1}{7}$.

Les réductions de *fractions* $\frac{1}{D}$ en décimales, ſerviront donc immédiatement auſſi pour un nombre conſidérable de *fractions* telles que $\frac{m}{D}$; mais outre qu'on peut n'avoir pas ſous les yeux la réduction de $\frac{1}{D}$ en décimales, il y a des cas où le nombre m ne ſe trouvera pas parmi les réſidus de la diviſion de 1 par D, & ces cas auront lieu fréquemment, quand le nombre de chiffres ne ſera pas $D - 1$, mais ſeulement un diviſeur de $D = 1$; je ne ſache pas alors d'autre expédient que de multiplier directement par m la *fraction* décimale équivalente à $\frac{1}{D}$; par exemple, on ne trouve point le réſidu 7 dans la réduction de $\frac{1}{13}$ & $\frac{7}{13} = 0;538461$, *&c.* où les chiffres ne ſont plus les mêmes.

On obſerve qu'au reſte, le nombre des chiffres reſtera toujours le même que pour $\frac{1}{D}$, parce que $\frac{m}{D}$ eſt ſuppoſé moindre que 1 & que ſi $m > D$, on commence par mettre les entiers de côté pour n'opérer que ſur la *fraction* μ, en entendant par μ le réſidu de la diviſion de D en μ.

Ces idées ſuffiſent pour étendre extrêmement les tables qui ſont jointes à cet article; & afin de faciliter ce travail à qui voudra s'en charger, je conſerve les papiers ſur leſquels j'ai fait mes diviſions en décimales.

Je finirai en remarquant que s'il ſe préſente une *fraction décimale périodique* dont on veuille aſſigner la valeur, il ſuffira d'écrire ſous la période le nombre 9 répété autant de fois qu'il y a de chiffres dans la période, & de réduire cette *fraction* à ſes moindres termes. Soit donnée par exemple la *fraction* périodique 0, 296 296, *&c.* ſa valeur ſera $\frac{296}{999}$, *fraction* qui ſe réduit à $\frac{8}{27}$, en diviſant le numérateur par 37.

Si on veut s'éclaircir ſur l'uſage qu'on peut faire des décimales périodiques dans la recherche des diviſeurs des nombres, on conſultera le mémoire que j'ai dit avoir été donné par M. Lambert, dans les *Nouveaux Actes de Leipſik*.

PREMIERE TABLE.

De fractions dont les diviſeurs ſont des nombres premiers, réduites en décimales périodiques.

1 :	D	=	$0 + (10^s - 1) : D \times 10^s + (10^s - 1) : D \times 10^{2s} +$, *&c.* donc	s ou $(D - 1) : \delta$
1 :	3	=	0,3	$1 = (3 - 1) : 2$
1 :	7	=	0,142857	$6 = (7 - 1) : 1$
1 :	11	=	0,09	$2 = (11 - 1) : 5$
1 :	13	=	0,076923	$6 = (13 - 1) : 2$
1 :	17	=	0,0588235294117647	$16 = (17 - 1) : 1$
1 :	19	=	0,052631578947368421	$18 = (19 - 1) : 1$
1 :	23	=	0,0434782608695652173913	$22 = (23 - 1) : 1$
1 :	39	=	0,0344827586206896551724137931	$28 = (29 - 1 : 1$
1 :	31	=	0,032258064516129	$15 = (31 - 1) : 2$
1 :	37	=	0,027	$3 = (37 - 1) : 12$
1 :	41	=	0,02439	$5 = (41 - 1) : 8$
1 :	43	=	0,023255813953488372093	$21 = (43 - 1) : 2$
1 :	47	=	0,0212765957446808510638297872340425531914893617	$46 = (47 - 1) : 1$
1 :	53	=	0,0188679245283	$13 = (53 - 1) : 4$

1 : 59 =	0,016949152542372881355932203389830508474576271186440 6770661	58 = (59 − 1) : 1
1 : 61 =	0,016393442622950819672131147540983606557377049180327 868852459	60 = (61 − 1) : 1
1 : 67 =	0,014925373134328358108955223880597	33 = (67 − 1) : 2
1 : 71 =	0,01408450704225352112676056338028169	35 = (71 − 1) : 2
1 : 73 =	0,01369863	8 = (73 − 1) : 9
1 : 79 =	0,0126582278481	13 = (79 − 1) : 6
1 : 83 =	0,01204819277108433734939759036144578313253	41 = (83 − 1) : 2
1 : 89 =	0,01123595505617973528089887640449438202247191	44 = (89 − 1) : 2
1 : 91 =	0,010989	6 = (91 − 1) : 15
1 : 97 =	0,010399278350515463917525773195876288659793814432989 690721649484536082474226804123711340206185567	96 = (97 − 1) : 1
1 : 101 =	0,0099	4 = (101 − 1) : 26
1 : 103 =	0,0097087378640776699029126213592233	34 = (103 − 1) : 3
1 : 107 =	0,0093457943925233644859813084112149532710280373831 77 57	53 = (107 − 1) : 2
1 : 109 =	0,009174311926605504587155963302752293577981651376146 7889908256880733944914128440366932477064220183486 23853211	108 = (109 − 1) : 1
1 : 113 =	0,008849557522123893805309734513274336283185840707964 6017699115044247787610612469026548692566371681415 979203539823	112 = (113 − 1) : 1
1 : 127 =	0,007874015748031496062992125984251968503937	42 = (127 − 1) : 3
1 : 131 =	0,007633587786259541984732824427480916030534351145038 1679389312977099236641221374045801526717557251908 396946564885496183206106870229	130 = (131 − 1) : 1
1 : 137 =	0,00729927	8 = (137 − 1) : 17
1 : 139 =	0,0071942446043165467625899280575539568345323741	46 = (139 − 1) : 3
1 : 149 =	0,006711409395973154362416107382550335570469798657718 1208053691275167785234899328859060402684563758389 261744966442953020134228187919463087248322147651	148 = (149 − 1) : 1
1 : 151 =	0,006622516556291390928476821192052980132450331125827 814569536423841059602649	75 = (151 − 1) : 2
1 : 157 =	0,006369426751592356687898089171974522292993630573248 407643312101910828025477707	78 = (157 − 1) : 2
1 : 163 =	0,005134969325153374233128834355828220858895705521472 392638036809815950920245398773	81 = (163 − 1) : 2
1 : 167 =	0,005988023952095808383233532934131736526946107784431 1377245508982035928143712574850299401197604790419 1616766467065868263473053892215568862275449101796 40718562474251497	166 = (167 − 1) : 1
1 : 173 =	0,00578034682080924855491329479768786127 16763	43 = (173 − 1) : 4
1 : 179 =	0,005586592178770749728670391061452513962480446926815 6424581	58 = (179 − 1) : 3
1 : 181 =	0,005524861878453838674033149171270718232044198895027 6243093922651933701657458563535911602209944751381 2154696132596685082872928176795580110497237569060 77348066298342541436463408839779	180 = (181 − 1) : 1
1 : 191 =	0,005235602094240837296335078534031413612565445026178 01047120418848167539267015706806282722513089	95 = (191 − 1) : 2
1 : 193 =	0,005181347150259067357512953367875647668393782383419 6291191709844559585492227979274611398963730569948 1865284974093264248704663212435233160621761658031 0880429015544041450777202072538860103626943	192 = 193 − 1) : 1
1 : 197 =	0,005076142131979695431472081218274111675126903553299 49238578680203045685279187817258883248730964467	98 = (197 − 1) : 2
1 : 199 =	0,005025125628140703517587939698492462311557788944723 618090452261306532663316582914572864321608040201	99 = (199 − 1) : 2

DEUXIEME TABLE

De fractions dont les diviſeurs ſont des produits de deux nombres premiers, réduites en décimales périodiques.

$\frac{1}{p}$ = 1 :	D. d	0, ($10^t - 1$) : P. 10^t + ($10^t - 1$) : P × 10^{2s} donc	t = (s σ) : p
1 : 9 = 1 :	3. 3 =	0,0111, &c.	1 = (1. 1) : 1
1 : 21 = 1 :	3. 7 =	0,047619	6 = (1. 6) : 1
33 = 1 :	3. 11 =	0,03	2 = (1. 2) : 1
1 : 39 = 1 :	3. 13 =	0,025641	6 = (1. 6) : 1
1 : 49 = 1 :	7. 11 =	0,020408163265306122448979591034693877551	42 = (6. 7) : 1
1 : 77 = 1 :	7. 11 =	0,012987	6 = (6. 2) : 2
1 : 91 = 1 :	7. 13 =	0,010989	6 = (6. 6) : 6
1 : 119 = 1 :	7. 17 =	0,00840336134453781512605042016806722689075 6302521	48 = (6. 16) : 2
1 : 133 = 1 :	9. 19 =	0000751879696248 1203	18 = (6. 18) : 6
1 : 161 = 1 :	7. 23 =	0,0062111801242236024844720496894409937888 1 989599639751552795031 0559	66 = (6. 22) : 2
1 : 121 = 1 :	11. 11 =	0,0082644228099173553719	22 = (2. 11) : 1
1 : 143 = 1 :	11. 13 =	0,006993	6 = (2. 6) : 2
1 : 187 = 1 :	11. 17 =	0,005347593582887 7	16 = (2. 16) : 2
1 : 209 = 1 :	11. 19 =	0,004784688995215311	18 = (2. 18) : 2
1 : 253 = 1 :	11. 23 =	0,0039569169960374308 3	22 = (2. 22) : 2
1 : 169 = 1 :	13. 13 =	0,005917159763313609467455621301775814792899 408284023668639053254437869822485207 1	78 = (6. 13) : 1
1 : 121 = 1 :	13. 17 =	0,0045248868778280542986425339366518371040 7 239819	48 = (6. 16) : 2
1 : 247 = 1 :	13. 19 =	8,004048682995951417	18 = (6. 18) : 6
1 : 299 = 1 :	13. 23 =	0,003344481605351170568561872909698996655 51 8394648829431438127090301	66 = (6. 22) : 2
1 : 323 = 1 :	17. 19 =	0,003095975232198142414860681114551083591 33 126935498452012383900428792696594427244 582043343653250773993808049535603715170 27863777089783281733746 13	144 = (16. 18) : 2
1 : 391 = 1 :	17. 23 =	0,002557544757033248081841432225063938618 92 583120204603580562659846547314578005115 089514066496163682864450127877237851662 404092071611253196930946291560102301790 28132992327365728 9	176 = (16. 22) : 2
1 : 437 = 1 :	19. 23 =	0,4022883295194508009153318077803203661 3272 311212814645308924485125878123569794050 343247427917620137299771167048054919908 466819221967963386727688787185354691075 514874141876430205949656750572082379862 7	198 = (18. 22) : 2

(*J. B.*)

Fractions continues. (*Algébre.*) C'eſt à mylord Brounker qu'eſt dûe l'invention de cette eſpèce de ſéries. Il donna par ce moyen une valeur approchée du rapport de la circonférence du cercle au rayon.

Huyghens a perfectionnée cette théorie, qu'il vouloit appliquer à la méchanique pratique. MM. Euler & de la Grange s'en ſont occupés depuis avec ſuccès, & le dernier l'a très-heureuſement employée, ſoit aux méthodes d'approximation pour les équations déterminées, ſoit aux problêmes indéterminés. M. Waring s'en eſt auſſi ſervi pour le même objet.

Voyez *Introductio ad analyſim infinitorum* (M. Euler.); *Meditationes algebraïcæ* (M. Waring); les *Mémoires de Pétersbourg, tome XI* (M. Euler.); ceux de *Berlin, tomes XXIII* & *XXIV* (M. de la Grange.); & les *additions à la traduction françoiſe des élémens d'Algébre* de M. Euler (M. de la Grange.)

1.° On

1.° On a donné le nom de *fraction continue* à l'expression $a+\cfrac{1}{b+\cfrac{1}{c+\cfrac{1}{d+\cfrac{1}{e}}}}$, &c.

qu'on voit être générale, si on regarde les nombres b, c, d, &c. comme pouvant être fractionnaires, si la série est numérique, & comme des fonctions quelconques, si elle est algébrique.

Si on s'arrête au premier terme, la valeur de cette expression est a, si au second elle est $\frac{ab+1}{b}$, si au troisième elle est $\frac{abc+a+c}{bc+1}$, & en général pour un terme quelconque. Si on appelle P la valeur du terme précédent, après y avoir substitué b pour a, c pour b, d pour c, & ainsi de suite, elle est exprimée par $\frac{aP+1}{P}$, & comme $P=\frac{M}{N}$, nous aurons ce terme exprimé par $\frac{aM+N}{M}$. On trouvera encore que, si on désigne les valeurs successives de la *fraction continue* par $\frac{A}{B}$, $\frac{A'}{B'}$, $\frac{A''}{B''}$, &c. on aura, en général, $AB'-A'B$; $A'B''-A''B$, &c. $=\mp$ alternativement & commençant par le signe —.

2.° Cela posé, il est aisé de voir que, si on appelle x, x', x'', x''', &c. les valeurs successives de la *fraction continue*, on aura sa vraie valeur égale à la série $x+(x'-x)+(x''-x')+(x'''-x'')$ &c. dont le terme général $\pm\frac{1}{M.M'}$, M' étant la valeur de M dans le terme précédent, & le signe + ayant lieu pour les termes 1, 2, 4, 6, 8, &c. & le signe — pour les termes 3, 5, 7, &c.

3.° Si donc nous avons une série $x=A-B+C-D+E$, &c. & que nous voulions la réduire en *fraction continue*, nous aurons $A=a+\frac{1}{b}$, $B=\frac{1}{b.be+1}$, $C=\frac{1}{bc+1.bcd+b+d}$, & ainsi de suite, d'où l'on voit que l'on a b, c, d, &c. par des équations linéaires, & par conséquent la série continue cherchée.

4.° De-là il suit que si j'ai une fonction quelconque de *fractions continues* données, je pourrai en les ordonnant comme ci-dessus, avoir cette fonction exprimée par des termes A, B, C, D, E, &c, en sorte qu'elle soit égale à $A-B+C-D+E$, &c, & que A ne contienne que les premiers & seconds termes des *fractions continues*, B, jusqu'aux troisièmes, C jusqu'aux quatrièmes & ainsi de suite, de manière que l'on aura (n° 3) la fonction exprimée par une *fraction continue*, dont le terme n^2 ne contiendra que les n premiers termes des *fractions continues* données. Mais comme il faut 1.° que les *fractions continues* forment une série convergente, c'est-à-dire, que les b, c, d, &c. >1; 2.° qu'ils soient même entiers, s'il est possible, parce qu'alors chaque valeur de *fractions continues* donne les limites les plus approchées de la valeur totale en nombres aussi petits; on ne peut regarder ce moyen de réduire une fonction de *fractions continues* en une seule *fraction continue* comme vraiment générale.

5.° Soit une série continue $a+\cfrac{1}{b+\cfrac{1}{a+\cfrac{1}{b+\cfrac{1}{a+\cfrac{1}{b}}}}}$, &c. que sa valeur soit x, on aura $x=a+\cfrac{1}{b+\cfrac{1}{x}}$, d'où $bx^2-abx-a=0$, dont toute *fraction continue* périodique représente la racine d'une équation du second degré.

6.° Les deux racines de cette équation sont $\frac{1}{2}a\pm\sqrt{\frac{a}{b}-\frac{1}{4}a^2}$, & elles seront représentées la première par la série $\frac{a}{-}+\frac{a}{2}+\cfrac{1}{b+\cfrac{1}{b+\cfrac{1}{a+\cfrac{1}{b}}}}$, &c.

la seconde par la série $\frac{a}{2}-\frac{a}{2}-\cfrac{1}{b+\cfrac{1}{a+\cfrac{1}{b}}}$, &c.

& la valeur de cette seconde série étant x, on aura $x=-\cfrac{1}{b+\cfrac{1}{a-x}}$

qui donne la même équation du second degré que ci-dessus, comme cela doit être.

7.° Soit prise l'équation $x=x^3+C''x^2+B''x+A''$, & que x soit une *fraction continue*, je mets cette *fraction* sous la forme $A=B+C-D$... & j'ai $x^3+C''x^2+B''x+A''$ égale à une fonction de a, b, c, &c, que je puis mettre sous la forme $A'=B'+C'-D'$, &c, & elle sera telle que B' ne contiendra C qu'au dénominateur & au premier degré, C' ne contiendra D qu'au premier degré & ainsi de suite; faisant donc les équations $A'=A$, $B'=B$, $C'=C$, on déterminera les coëfficiens A'', B'', C'', & on aura ensuite les équations $D=D'$, $E=E'$, &c, qui donneront les e, les f, &c, par des équations linéaires, & par conséquent on aura les conditions, pour qu'une fonction continue, dont les quatre premiers termes a, b, c, d sont donnés, puisse représenter la racine d'une équation du troisième ordre.

8.° Si A'', B'', C'', sont connus, les équa-

tions $B - B' = 0$, $C - C' = 0$, &c, donneront c, d, &c, & l'on aura une équation en a, b; A'', B'', C''. On cherchera de valeurs de a & de b entières qui résolvent cette équation d'une manière approchée (*Voyez* APPROXIMATION); on substituera les valeurs dans l'équation en a, b, A'', B'', C'', & soit R le reste, on prendra $B - B' + R = 0$, au lieu de $B - B' = 0$ pour déterminer C, & ainsi de suite. (*M. D. C.*)

* FRACTION RATIONNELLE, est le nom que l'on donne à des *fractions* algébriques qui ne renferment point de radicaux, comme $\frac{aa + ab}{cd + gh}$. M. Bernoulli a donné, dans les *Mém. de l'Acad. des Sciences de Paris, pour l'année* 1702, une méthode pour intégrer en général toutes les *fractions* différentielles rationnelles, comme $\frac{dx}{aa + xx}$, $\frac{bdx + xdx + fx^3 dx}{mx^4 + nx^3 + qx + p}$, &c, dans lesquelles a, b, f, n, m, q, p, &c, sont des constantes quelconques; il démontre que ces *fractions* peuvent toujours s'intégrer par logarithmes réels ou imaginaires, & que leur intégration peut se réduire par conséquent, ou à la quadrature de l'hyperbole, ou à celle du cercle. Cette méthode a été depuis extrêmement perfectionnée par plusieurs géomètres; dans les *journaux de Leipsik de 1718, 1719*; dans les *mémoires de l'académie de Pétersbourg, tom. VI*, dans *l'ouvrage de M.* Cottes, intitulé : *harmonia mensurarum*; dans *l'ouvrage de dom* Charles Walmesley, qui a pour titre, *mesure des rapports*; dans celui de M. Maclaurin, qui a pour titre, *a treatise of fluxions*, traité des fluxions, *tome II*, dans le *traité de M.* Moivre, intitulé : *miscellanea analytica de seriebus & quadraturis*, &c. On peut aussi voir plusieurs recherches nouvelles sur cette matière dans une *dissertation imprimée tome II. des mémoires françois de l'académie de Berlin, 1746*. Cette dissertation a pour titre, *Recherches sur le calcul intégral*. J'y démontre, 1.° que toute quantité algébrique rationnelle $mx + rx^{p-1} \ldots\ldots + t$ d'un degré quelconque, est réductible ou en facteurs simples, tels que $x + a$, ou en facteurs trinomes, tels que $xx + bx + c$, a, b, c, étant des quantités réelles. C'est ce que personne avant moi n'avoit démontré, & ce qui étoit nécessaire pour rendre complette la méthode d'intégrer les *fractions* rationnelles différentielles. On peut voir cette démonstration dans le *traité de calcul intégral de M.* de Bougainville, *II.e partie*. 2.° J'y donne le moyen de réduire à des *fractions* rationnelles une grande quantité de différentielles qui renferment des radicaux. On peut aussi voir cette méthode dans l'ouvrage que je viens de citer, ainsi qu'une méthode particulière pour intégrer les *fractions* rationnelles, & pour démontrer la méthode de M. Bernoulli; méthode que j'avois présentée à l'académie des Sciences en 1741, avant que d'avoir l'honneur d'y être reçu. Cet ouvrage de M. de Bougainville, contient le précis de tout ce que les auteurs cités ont donné de meilleur sur cette branche importante du calcul intégral. (*O*)

M. Euler, dans son *analyse des infinis*, & dans son *calcul intégral* ne laisse rien à desirer sur-tout ce qui est relatif au calcul des fractions rationnelles.

FROTTEMENT, s. m. (*Méch.*) : résistance qu'un corps éprouve à glisser sur un autre.

I. Tous les corps, quelque polis qu'on les suppose, sont couverts d'éminences & de cavités; de manière que quand on applique deux corps l'un contre l'autre, les pointes du premier s'engagent dans les cavités du second, & que de-là résulte une difficulté à les séparer, en traînant seulement l'un sur l'autre.

II. Il y a deux espèces principales de frottement; le frottement des corps qui ne font simplement que *glisser* les uns sur les autres, & celui des corps qui *tournent*. Le frottement de la première espèce est beaucoup plus sensible que celui de la seconde, parce que dans le premier cas on ne peut faire glisser le corps, ou qu'en le soulevant un peu verticalement pour dégager les pointes des cavités, ou qu'en brisant les pointes, par un mouvement qui leur soit perpendiculaire; au lieu que, dans le second cas, le mouvement de rotation tend par lui-même à dégager les pointes des cavités, & fait glisser le corps comme sur un plan incliné. Une roue de charrette, ou de carrosse, qui tourne sur le terrein, y éprouve un frottement de la seconde espèce. Aussi marche-t-elle beaucoup plus vîte qu'elle ne feroit, si elle glissoit simplement, sans tourner. C'est pour cela que dans les descentes un peu roides, on *enraye* les roues de voitures, c'est-à-dire, on les empêche de tourner; afin d'augmenter le frottement, & de ralentir par-là le mouvement que la pesanteur imprime à la voiture le long du plan incliné.

III. Quelquefois les deux sortes de frottement se combinent ensemble; & il en résulte un frottement *mixte*, lequel a lieu, lorsqu'il y a tout-à-la-fois *glissement* & *rotation*, dans les corps qui frottent ensemble. Tel est le frottement de l'*essieu* d'une roue contre le *moyeu*. En effet, qu'une roue axy (*pl. méch. figure* 81), tourne sur le terrein horizontal AB, en allant de A vers B; & supposons que parvenue en B, elle ait fait une révolution; en sorte que tous les points de sa circonférence s'étant appliqués sur la droite AB, ces deux lignes soient égales entr'elles. Il est clair qu'il n'y aura sur le terrein qu'un simple frottement de la seconde espèce. Il n'est pas moins évident que tous les points c, e, de l'essieu efi, qui n'a qu'un simple mouvement progressif, & point de rotation, décrivent

des droites $c\,q$, $e\,p$, égales & parallèles à AB, avec des vîtesses égales à celle de rotation du point a de la circonférence $a\,x\,y$. Et comme le point m du moyeu $m\,g\,h$ tourne avec une vîtesse qui est moindre que celle du point a, dans le rapport de $c\,m$ à $c\,a$, il est visible que le point e de l'essieu glisse continuellement sur le point correspondant du moyeu. D'où il suit qu'en cet endroit il y a deux mouvements, l'un de rotation, l'autre de glissement, ou un seul mouvement composé des deux premiers; il y a donc aussi deux frottements, l'un de *rotation*, l'autre de *glissement*, ou un seul frottement composé des deux autres.

IV. Des Machinistes, habiles à d'autres égards, ont regardé le frottement de la seconde espèce comme nul, & ont cru qu'une machine dont les pièces n'auroient aucun mouvement de *glissement* les unes sur les autres, devroit être censée exempte de frottement. Mais cela est une erreur manifeste. Car il est clair que dans le frottement de la seconde espèce, les pointes ne peuvent se dégager des cavités, sans que le corps ne rampe à chaque instant le long d'un petit plan incliné, & sans que par conséquent il ne soit soulevé d'une quantité égale à la hauteur de ce plan incliné, quelque petite qu'elle puisse être d'ailleurs par rapport à la longueur de la rampe. D'où il suit que cette espèce de frottement doit absorber une certaine partie de la force motrice. On voit par-là que si un cercle $axyz$ (*pl. Méch. fig.* 82), posé sur un plan incliné & abandonné à l'action de la pesanteur, descend en tournant, il perd une partie de la vîtesse que la pesanteur tend naturellement à lui imprimer. Car, représentons sa pesanteur par la verticale $c\,p$, & décomposons cette force en deux autres $c\,r$, $c\,q$, l'une perpendiculaire; l'autre parallèle à la longueur du plan incliné HGI; la première est détruite; la seconde est la seule qui fasse descendre le corps; & comme la direction de cette force partage le cercle en deux parties $x\,a\,z$, $x\,y\,z$, parfaitement égales, il est évident que ce cercle, en descendant, décriroit simplement la droite $h\,g$ égale & parallèle à HG, & ne tourneroit point, s'il n'éprouvoit aucun frottement en a. Mais dans l'état physique des choses, quelques polies que puissent être les deux surfaces, il y a continuellement en a un engrenage des pointes dans les cavités; d'où résulte un frottement qu'on doit regarder comme une force dirigée dans le sens GH, & qui étant par conséquent contraire à l'action de la force $c\,q$, détruit nécessairement une certaine partie de cette force.

V. Quoique les deux espèces de frottement diffèrent en *quantités*, on sent néanmoins qu'elles doivent suivre à-peu-près les mêmes loix. Car la résistance dans les deux cas, peut être comparée à celle d'un corps qu'il faut soulever d'une certaine quantité fort petite, & qui est plus grande dans le premier que dans le second. Il est donc clair, & l'expérience le prouve, qu'on diminuera l'un & l'autre frottement, soit en polissant les surfaces frottantes, soit en les enduisant de quelque matière grasse & onctueuse qui en comble les cavités. L'expérience fait voir encore que (toutes choses d'ailleurs égales) le frottement des matières de même espèce est plus grand que celui des matières de différentes espèces; c'est-à-dire, par exemple, que le frottement du cuivre contre le cuivre, est plus grand que celui du cuivre contre le fer. Cet effet s'explique, en considérant que dans les matières de même genre, les surfaces étant semblablement hérissées de pointes & de cavités, le contact est plus immédiat, les pointes s'engagent plus avant dans les cavités, que cela n'arrive, lorsque les matières sont de différentes espèces.

VI. Il y a une autre circonstance, d'un genre particulier, qui produit des variétés sensibles dans le frottement. Cette circonstance est la durée de l'application des surfaces les unes contre les autres. On observe qu'en faisant séjourner deux surfaces l'une sur l'autre pendant quelque tems, leur frottement devient plus grand qu'il ne l'est dans les premiers instans, soit, parce qu'une pression plus continuée engage plus avant les pointes dans les cavités, soit parce qu'en général quelque cause physique colle, pour ainsi dire, plus intimement ensemble les deux surfaces. Mais on ne connoît rien de précis sur la loi que suit cette augmentation de frottement, ni sur le tems de sa durée.

VII. On a long-tems agité la question (& elle n'est pas encore absolument décidée), si, tout le reste étant d'ailleurs le même, l'étendue plus ou moins grande des surfaces par lesquelles deux corps se touchent, contribue à en augmenter le frottement. M. Amontons est le premier qui ait donné à cette matière toute l'attention qu'elle mérite. Il prétend (*Mém. de l'acad.* 1699.) que le frottement est simplement proportionnel à la pression, c'est-à-dire, à la force qui applique les deux surfaces l'une contre l'autre, & ne dépend point de leurs grandeurs. Il confirme ce sentiment par des expériences. M. Muschenbroëk ne pense pas de même (*Cours de phys.*). Il soutient que les frottements ne suivent pas la raison des pressions. Mais les expériences qu'il rapporte à ce sujet, sont trop peu nombreuses, & ont été faites trop en petit, pour pouvoir décider la question. Plusieurs autres Auteurs n'ont pas mieux réussi. Moi-même, j'ai un peu travaillé autrefois sur la même matière, par la voie de l'expérience; je me suis rencontré, à-peu-près, avec M. Amontons. Par exemple, j'ai trouvé que pour faire glisser sur une table horizontale un parallèlépipède rectangle, de bois, pesant environ 51 livres, & que je chargeois encore de différents poids; pour le faire glisser, dis-je, par deux de ses

faces, dont l'une étoit environ cinq fois plus grande que l'autre, il falloit employer, à-peu-près, la même force dans les deux cas. Mais j'avoue que les résultats de tout ce travail ne sont ni assez précis, ni assez multipliés, ni assez constants, pour que j'ose en faire la base d'aucun système particulier. Ils me font seulement beaucoup incliner pour celui de M. Amontons, avec quelques restrictions dont je parlerai, lorsque j'aurai exposé les raisons sur lesquelles cet Auteur se fonde.

VIII. Les pointes dont les corps sont hérissés, peuvent être regardées, selon lui, ou comme de petits corps durs, incapables de se plier, ou comme de petits ressorts qui se courbent sous les poids qui les pressent. Or, 1.° si vous regardez les pointes comme des corps durs; il est évident que, pour dégager les deux surfaces, il faut élever l'une, & que ce qui s'oppose à cette action, est simplement le poids, & non pas la grandeur de la surface. Il est vrai que, dans une grande surface, il y a plus de pointes engagées que dans une petite : mais elles le sont moins profondément dans celle-ci, précisément suivant le même rapport; puisque la pression qui produit l'engrenage, étant toujours la même, l'engrenage total doit toujours être aussi le même. 2.° Si l'on considère les pointes comme des petits ressorts à plier, le frottement sera encore proportionnel à la pression. Car plus la pression est grande, plus elle plie les ressorts, & plus par conséquent ils lui opposent de résistance. Lorsqu'on augmente la surface, la pression demeurant toujours la même, les ressorts sont d'autant moins pliés qu'ils sont en plus grand nombre; & la force consumée dans les deux cas, contre les ressorts, doit être la même, & toujours proportionnelle à la pression.

IX. Quoique ces raisonnemens paroissent plausibles, au premier coup-d'œil, on ne peut pas néanmoins les regarder comme démonstratifs; & l'expérience y est contraire en certains points. Car, 1.° le frottement ne suit pas exactement le rapport des pressions, toutes choses étant égales d'ailleurs. On observe constamment que dans les grosses masses le frottement est une moindre partie de la pression, qu'il ne l'est dans les petites. En voici un exemple bien sensible. Les Constructeurs des vaisseaux ne donnent que 10 à 12 lignes de pente par pied, aux plans sur lesquels doivent glisser les vaisseaux qu'on veut lancer à la mer. Or cette pente, qui est suffisante pour mettre ces grosses masses en mouvement, malgré la résistance du frottement est trop petite pour des poids d'une grosseur médiocre. Si donc on veut supposer que les frottemens qu'éprouvent deux poids sont proportionnels à ces poids, il faut qu'il n'y ait pas une très-grande différence entre leurs pesanteurs.

2.° La conclusion de M. Amontons pourroit être admissible, si les surfaces frottantes étoient composées de parties parfaitement dures, ou parfaitement élastiques. Mais ces deux cas n'ont lieu, ni l'un, ni l'autre. Les pointes des surfaces se brisent en frottant les unes contre les autres. Et comme le nombre de ces pointes est proportionel à l'étendue de la surface, il est évident que la grandeur de la surface doit entrer pour quelque chose dans l'intensité du frottement. Il est cependant à propos d'observer que même alors la pression plus ou moins grande est la cause qui fait briser plus ou moins les pointes des surfaces, & que par conséquent elle concourt au frottement, d'une manière beaucoup plus efficace, que n'y concourt l'étendue des surfaces. Tout ce qu'on doit donc conclure dans ces sortes de cas, c'est que la pression est le principal, mais non le seul élément du frottement.

3.° Il y a encore un autre cas qui ne peut pas être soumis à l'hypothèse de M. Amontons : c'est celui d'un corps pointu, ou tranchant, qui se meut sur un plan; car alors la pointe, ou le tranchant sillone ou laboure le plan, & y éprouve une résistance qui n'est pas exactement de la même nature que le frottemenr ordinaire.

X. Mon objet étant seulement ici de considérer le frottement des corps qui sont prêts à se mouvoir, je ne dirai qu'un mot du frottement des corps qui se meuvent actuellement. Il paroît au premier coup-d'œil que la vîtesse doit augmenter le frottement; car plus un corps se meut vîte, plus il y a de pointes à dégager, ou de ressorts à plier. M. Desaguliers. (*Cours de Phys.*) a fait plusieurs expériences dans lesquelles le frottement des corps en mouvement s'est trouvé en effet proportionnel à leur vîtesse. Cependant il peut arriver que la vîtesse n'augmente pas sensiblement le frottement; car si d'un côté, à mesure que la vîtesse augmente, il y a plus de pointes à dégager, ou de ressorts à plier, il peut se faire d'un autre côté que cette même vîtesse ne donne pas à la pression le tems d'engager les pointes dans les cavités, si profondément que le permettroit une moindre vîtesse. Or une diminution d'engrenage semble devoir produire une diminution de frottement. La théorie & l'expérience n'ont encore rien prononcé de parfaitement satisfaisant sur ces objets.

XI. Je viens à la manière d'estimer le frottement dans les machines prêtes à se mouvoir. Je supposerai, avec M. Amontons, que le frottement est proportionel à la simple pression. Cette hypothèse est admissible pour les machines ordinaires, & sur-tout pour les machines en grand. Car ordinairement les pièces dont elles sont composées, ont une certaine dureté; & on a soin d'éviter qu'elles ne frottent les unes contre les autres, ni par des pointes, ni par des tranchants. D'un autre côté, il n'y a jamais une extrême différence entre les pressions qu'éprou-

vent les différentes pièces d'une machine; & d'ailleurs, si cette différence étoit assez grande, pour que les rapports des frottemens aux pressions fussent sensiblement différens, on prendroit pour exprimer chacun de ces rapports, des nombres convenables. On ne doit pas oublier que les résultats de tous ces calculs ne peuvent jamais être vrais qu'à-peu-près.

XII. Il est inutile d'avertir qu'en supposant le frottement proportionel à la pression, on ne doit pas entendre que le rapport de ces deux forces soit toujours le même. Il varie suivant que les surfaces frottantes sont plus ou moins polies. Dans les corps qui glissent sans tourner, le frottement peut être le tiers, ou le quart, ou toute autre partie de la pression; cela n'a rien de fixe, & dépend du degré de polissure des surfaces. Dans les corps qui tournent, le frottement est beaucoup moindre, comme nous l'avons déja dit; il peut être la sixième, ou la huitième, ou, &c. partie de la pression, selon que les surfaces sont plus ou moins dûres & unies. Ainsi, cette expression, *le frottement est proportionnel à la pression*, signifie que la résistance du frottement est égale à une certaine partie de la force qui presse les deux surfaces frottantes l'une contre l'autre, & ne dépend que de cette force combinée avec le degré de polissure des surfaces, & nullement de leur étendue.

Du Frottement dans le Levier.

VIII. Le levier est peu sujet au frottement, & on peut se dispenser d'y avoir égard, dans la plupart des usages qu'on fait de cette machine. Mais le frottement n'est pas à négliger dans les balances, sur-tout lorsqu'elles sont destinées à peser des poids un peu considérables. Voici la manière d'évaluer cette résistance.

Que le levier *AB* (*pl. Méch. fig* 83) représente le fléau d'une balance, traversée perpendiculairement par l'essieu horizontal *f h i* qui tourne sur des appuis fixes, Supposons que les deux bras *c A*, *c B*, soient parfaitement égaux & également pesants. Dans le simple état d'équilibre mathématique, les deux poids *P*, *Q*, suspendus aux extrémités du fléau, devroient être égaux. Mais à cause du frottement, il pourra se faire qu'on augmente l'un des poids, sans que pour cela l'équilibre se rompe. Je suppose qu'on ajoute au poids *P* un petit poids *p*, tel que l'équilibre commence à se rompre, & que la balance tende à s'incliner du côté de *A*. La résultante des deux poids $(P+p)$, & *Q*, passe entre les points *A* & *c*. Ainsi, s'il étoit question de détruire cette résultante pour établir l'équilibre, il faudroit lui opposer un appui dans sa direction. Mais ici la rotation se fait nécessairement autour du centre *c*; d'où il suit que ce point est toujours le centre d'équilibre, & qu'en conséquence le frottement de l'essieu sur son moyeu, peut être regardé comme une force qui est dirigée suivant la tangente *f g*, & qui fait équilibre séparément au poids *p*; tandis que les deux poids égaux *P* & *Q* se font équilibre aussi séparément. Cela posé, nommons:

le rayon de l'essieu . . . . *a*,
le bras *c A* ou *c B* de la balance . . . . *b*,
le rapport du frottement à la pression, c'est-à-dire, $\frac{\text{frottement}}{\text{pression}}$ . . . . $\frac{n}{1}$ ou *n*.

Il est clair que la pression des appuis, après l'addition du poids *p*, est $2P+p$, & que par conséquent le frottement est $n(2P+p)$. Or le bras de levier de ce frottement est *a*, & celui du poids *p* qui lui fait équilibre est *b*. On aura donc, par le principe du levier, $n(2P+p)\times a = p\times b$; d'où l'on tire $p=\frac{2naP}{b-na}$. Ainsi on connoît le poids *p* destiné à vaincre le frottement.

Supposons, par exemple, que chacun des poids *P* & *Q* soit de 200 livres; que le rayon de l'essieu soit la centième partie du bras de la balance, & que le frottement soit $\frac{1}{5}$ de la pression: c'est-à-dire, $P = 200$ ℔; $\frac{a}{b}=\frac{1}{100}$; $n=\frac{1}{5}$. On trouvera $p=\frac{400\text{℔}}{499}$. Ainsi, pour vaincre le frottement en ce cas, il faut ajouter environ les $\frac{4}{5}$ d'une livre.

Du frottement dans les poulies.

XIII. Le Frottement dans la poulie simple & fixe & chargée de deux poids, se détermine comme pour la balance. Cela est évident, en imaginant que du centre *c*, on a décrit, avec le rayon *cA* ou *cB*, un cercle qui représente la poulie. La formule $p=\frac{2naP}{b-na}$ s'appliquera donc ici, si tout restant d'ailleurs même, on entend par *b* le rayon de la poulie, & par *a*, celui de son essieu.

Si les directions des forces appliquées à la poulie n'étoient pas parallèles, le *frottement* se détermineroit, comme nous le verrons ci-dessous pour le tour.

XIV. Pour montrer la manière dont le *frottement* doit être évalué dans les poulies mobiles, soient (*pl. Méch. fig.* 84) les trois poulies mobiles *C*, *G*, *M*, égales, ayant les essieux égaux; & supposons que les cordons *BD*, *AF*, *HE*, *IK*, *RO*, *NQ*, soient parallèles & verticaux. Dans le simple état d'équilibre, & abstraction faite du *frottement*, les cordons *DB*, *FA*, sont tendus chacun avec une force qui est la moitié de la tension de chacun des deux premiers & par conséquent le quart du poids *P*, &c. en sorte que la tension du cordon *QN*, ou la puissance *Q*, est la huitième partie du poids *P*. Mais, lorsqu'on a égard au *frottement*, les tensions des cordons augmentent nécessairement. Nommons:

le rayon de chaque essieu . . . . *a*,
celui de chaque poulie . . . . *b*,

le rapport du *frottement* à la pression . . . . n,
les tensions respectives des cordons FA, KI, QN, ... X, Y, Z.
les parties de ces tensions, destinées à vaincre les *frottemens* dans les trois poulies C, G, M. . . . . x, y, z.

Cela posé, 1.° dans la poulie C, la pression sur l'essieu est P, & par conséquent le *frottement* est nP. Nous ne faisons pas entrer dans cette valeur du *frottement* la force x, parce que la poulie étant mobile, la force x tend à la soulever, & ne paroît pas devoir contribuer, du moins d'une manière sensible, au *frottement* contre l'essieu. On aura donc $x \times b = nP \times a$, ou $x = \frac{nPa}{b}$; & par conséquent $X = \frac{P}{2} + x = P\left(\frac{b+2na}{2b}\right)$.

2.° Par les mêmes raisons, la pression dans la poulie G, est X, & le frottement $= nX$. Ainsi, on aura $y \times b = nX \times a$, ou $y = \frac{nXa}{b}$; & par conséquent $X = \frac{X}{2} + y = X \times \left(\frac{b+2na}{2b}\right)$.

3.° On a de même, dans la poulie M, $z \times b = nY \times a$, ou $z = \frac{nYa}{b}$; & par conséquent $Z = \frac{Y}{2} + Z = Y \times \left(\frac{b+2na}{2b}\right)$.

Prenons, pour abréger, le coëfficient constant $\frac{b+2na}{2b} = m$: il est clair qu'on aura $X = P \times m$, $Y = P \times m^2$, $Z = P \times m^3$; ainsi de suite, s'il y avoit un plus grand nombre de poulies. On voit que les coëfficiens m, m^2, m^3, vont en progression géométrique.

Si le dernier cordon NQ passoit sur une poulie fixe de renvoi, on feroit entrer le *frottement* de cette poulie dans le calcul, par l'article précédent. Ici il n'en est pas question.

Par exemple, soient $P = 800$℔; $\frac{a}{b} = \frac{1}{6}$; $n = \frac{1}{5}$, & par conséquent $\frac{b+2na}{2b} = \frac{8}{15}$. On trouvera, à peu de chose près, $X = 426,57$℔, $Y = 227,55$℔, $Z = 121,36$℔. Ainsi, la tension Z, ou la puissance Q, sera d'un peu plus de 121℔, au lieu que, sans le *frottement*, elle n'auroit été que de 100℔.

Si on avoit cru devoir faire entrer les forces x, y, z, dans les valeurs des *frottemens*, on auroit trouvé des résultats peu différens des précédens, parce que les forces x, y, z, sont fort petites par rapport aux forces P, X, Y, Z.

On appliquera facilement les mêmes méthodes aux autres cas des poulies.

Du frottement dans le tour.

XV. Soient le poids P & la puissance Q (*pl. Méch. fig.* 85), appliqués respectivement au cylindre IMC, & à la roue DRB, d'un tour dont l'essieu est représenté par le petit cercle x. Je suppose qu'ils agissent, ou qu'ils puissent être censés agir dans un même plan. Si cette condition n'avoit pas lieu, il faudroit avoir égard aux deux différentes distances des directions du poids & de la puissance aux deux appuis; & déterminer en conséquence les pressions de ces appuis, ainsi que les *frottemens* qu'elles occasionnent. Le problême n'auroit pas plus difficulté que dans le cas où le poids & la puissance sont dans un même plan, comme je le suppose ici, uniquement pour parvenir à des résultats plus simples.

Imaginons qu'à la place des deux appuis, qui portent l'essieu par ses extrêmités, on substitue un appui unique, situé dans le plan du poids & de la puissance. Il est clair d'abord que le poids P produit sur cet appui, une pression verticale AO. Soit Q la force simplement requise pour faire équilibre au poids P; & que q soit la petite force qu'il faut ajouter à Q, pour vaincre le *frottement*. Représentons la force $Q+q$ par DE; & décomposons-la en deux autres DK DH, l'une verticale, l'autre horizontale. La force verticale DK produit sur l'appui une pression égale à elle-même; en sorte que si l'on prolonge AO de la quantité $ON = DK$, la pression totale de l'appui, suivant la verticale, sera représentée par AN. De même, la force horizontale DH produit sur l'appui une pression horizontale, égale à elle-même; je la représente par AL, perpendiculaire à AN. Par conséquent, si l'on achève le parallélogramme rectangle $ALFN$, & qu'on tire la diagonale AF, elle exprimera la pression résultante contre le point y, où la surface de l'essieu touche l'appui ou le moyeu fixe. Cette pression occasionne le *frottement* qu'on doit regarder comme une force qui touche en y le cercle x. Nommons:

le rayon Ay de l'essieu . . . . a,
le rayon AM du cylindre . . . . b,
le rayon AD de la roue . . . . c,
Le rapport du frottement à la pression . . . . . n,
le sinus total 1,
le sinus de l'angle donné HDE . . . . f,
son cosinus . . . . g,

Il est clair qu'on aura, force DK ou $ON = (Q+q)f$; force DH ou $AL = (Q+q)g$; force $AN = P + (Q+q)f$; force $AF = \sqrt{[(Q+p)^2 g^2 + (P+(Q+q)f)^2]}$; *frottement* $= n\sqrt{[(Q+q)^2 g^2 + (P+(Q+q)f)^2]}$. Donc, puisque le moment de la force Q doit être égale au moment du *frottement*, on aura:

(A) $cq = an\sqrt{[(Q+q)^2 g^2 + (P+(Q+q)f)^2]}$;

ou bien (en élevant tout au quarré, & considérant que $ff + gg = 1$), $c^2q^2 = a^2n^2[(Q+q)^2 + P^2 + 2Pf(Q+q)]$; d'où l'on tire facilement:

(B) $q = \frac{a^2n^2(Q+fP)}{c^2-a^2n^2} \pm \frac{an}{c^2-a^2n^2} \times \sqrt{[(Q^2+P^2+2fPQ)(c^2-a^2n^2)+a^2n^2(Q+fP)^2]}$.

Cette formule générale est un peu compliquée.

Mais nous observerons que dans la plupart des cas qui ont réellement lieu dans la pratique, le rayon de l'essieu étant très-petit par rapport à ceux du cylindre & de la roue, la force requise pour vaincre le *frottement*, doit aussi être très-petite par rapport à P & à Q. D'où il suit que dans le radical de l'équation (A), on peut, sans craindre beaucoup d'erreur, négliger les termes qui contiennent q. Alors cette équation devient $cq = an\sqrt{[Q^2g^2 + (P+fQ)^2]}$, ou bien $q = \frac{an}{c}\sqrt{[Q^2 + P^2 + 2fPQ]}$: ou bien encore (en mettant pour Q sa valeur $\frac{Pb}{c}$), $q = \frac{anP}{c^2}\sqrt{[b^2 + c^2 + 2fbc]}$, formule d'un usage assez commode. Faisons en l'application à un exemple.

Soient $P = 900$ ℔; $a = 1$; $b = 10$; $c = 60$; $n = \frac{1}{5}$; l'angle $HDE = 45°$, ou $f = -\frac{1}{\sqrt{2}}$. On trouvera $q = 3{,}372$ ℔ environ, il faut donc ajouter à la puissance environ 3℔ & $\frac{372}{1000}$, pour vaincre le *frottement*; ainsi, cette puissance qui, sans le *frottement*, n'auroit été que de 150 livres, sera de 153,372℔, en ayant égard au *frottement*.

325. Lorsque la direction de la puissance Q est verticale, on a $g = 0$, $f = 1$; & l'équation (B) donne, en prenant le signe supérieur du radical, $q = \frac{an(P+Q)}{c-an}$, ou $q = \frac{anP(c+b)}{c(c-an)}$.

Soient, comme dans l'exemple précédent, $P = 900$℔; $a = 1$; $b = 10$; $c = 60$; $n = \frac{1}{5}$. On trouvera $q = 351$℔, à-peu-près.

Du frottement sur le plan incliné.

XVI. Soit un poids P (*pl. Méch. fig.* 86) posé sur un plan incliné, dont HG est la longueur, HI la hauteur, & IG la base; que le corps soit retenu en équilibre au moyen de la puissance Q, dont la direction fait avec la longueur du plan incliné l'angle QRH. Je prends sur la verticale PA abaissée par le centre de gravité du corps, la partie PA pour représenter le poids P de ce corps, & je décompose la force PA en deux autres PM, PN; l'une perpendiculaire, l'autre parallèle à la longueur GH du plan incliné; de même, sur la direction de la force Q, la partie PE pour la représenter; & je décompose cette force en deux autres PC, PD; l'une perpendiculaire, l'autre parallèle à GH. Nommons n le rapport du *frottement* à la pression; 1 le sinus total; q l'angle HGI d'inclinaison du plan; z l'angle QRH de la direction de la puissance avec la longueur du plan incliné. Il est clair qu'on aura force $PN = P$ sin. q; force $PM = P$ cos. q; force $PC = Q$ sin. z; force $PD = Q$ cos. z. De plus, l'excès de la force PM sur la force PC, produit sur le plan incliné un *frottement*, lequel a par conséquent pour valeur n (P cos. q — Q sin. z). Ce *frottement* doit être regardé comme une force dirigée suivant HG; & pour que le corps commence à monter le long du plan incliné, il faut que la force PD soit égale à la somme de la force PN & du *frottement* $n(P\ \text{cos.}\ q - Q\ \text{sin.}\ z)$. On aura donc l'équation $Q\ \text{cos.}\ z = P\ \text{sin.}\ q + n(P\ \text{cos.}\ q - Q\ \text{sin.}\ z)$; d'où l'on tire $Q = \frac{P\ \text{sin.}\ q + n\ P\ \text{cos.}\ q}{\text{cos.}\ z + n\ \text{sin.}\ z}$.

Si on veut connoître l'angle z qui donne la plus petite puissance Q propre à retenir le corps en équilibre, on supposera $Q = minimum$, ou $dQ = 0$; & par conséquent (P, q, n étant des quantités constantes) $-dz\ \text{sin.}\ z + n\,dz\ \text{cos.}\ z = 0$; d'où l'on tire $\text{sin.}\ z = \frac{n}{\sqrt{(1+n^2)}}$.

Soit, par exemple, $n = \frac{1}{3}$: on trouvera que l'angle z est d'environ 18 degrés & demi.

Du frottement dans la vis.

XVII. Supposons (*pl. Méch. fig.* 87 & 88) une vis verticale & fixe, autour de laquelle une puissance Q appliquée perpendiculairement à la barre CQ, tend à faire tourner l'écrou chargé d'un poids P qui nous représente ici les résistances à vaincre dans l'effet de la vis. Je comprends dans ce poids celui de l'écrou. Imaginons que le poids P soit décomposé en une infinité de petits poids p répandus sur les filets de la vis, & que pareillement la puissance Q soit décomposée en une infinité de petites puissances q correspondantes chacune à chacun de ces petits poids. Substituons d'abord, à la place d'une puissance q, une puissance r qui lui soit parallèle, & qui soit appliquée immédiatement au poids p, suivant une direction tangentielle à la circonférence du cercle dont Cp est le rayon. La puissance r étant dans le cas d'une puissance qui retiendroit un corps en équilibre sur un plan incliné, en agissant parallèlement à sa base, on auroit, abstraction faite du *frottement*, $r = p \times \frac{AB}{\text{cir.}\ Cp}$ (*voyez* VIS). Mais ici, où il faut avoir égard au *frottement*, on voit par l'article précédent, qu'en nommant r' la puissance qui fait équilibre au poids p & au *frottement*; n le rapport du *frottement* à la pression : on aura $r' = \frac{p \times (AB + n \times \text{circ.}\ Cp)}{\text{circ.}\ Cp - n \times AB}$.

Maintenant, à la place de la puissance r', substituons-en une autre q' qui agisse en Q, suivant une direction perpendiculaire à CQ, & dans un plan perpendiculaire à l'axe de la vis. On aura $r' : q' :: CQ : Cp$, ou bien $q' = r' \times \frac{Cp}{CQ}$. Donc, en mettant pour r' sa valeur, $q' = p \times \frac{Cp \times (AB + n \times \text{circ.}\ Cp)}{CQ \times (\text{circ.}\ Cp - n \times AB)}$.

Dans cette expression de q', la ligne Cp est inconnue & variable. Mais comme le poids total P est distribué sur tout le filet de la vis, nous pouvons supposer, sans craindre d'erreur sensible dans la pratique, que ce même poids est placé sur la circonférence d'un cercle qui a pour rayon

la moyenne arithmétique entre le rayon du cylindre à nu, & le même rayon augmenté de l'épaisseur formée par le relief du filet de la vis. Supposons que Cp soit cette moyenne arithmétique, qui est une quantité constante & donnée; & nommons Q' la somme de toutes les puissances q' qui font équilibre à la somme de tous les poids p, & au frottement; nous aurons sensiblement, $Q' = P \times \frac{Cp \times (AB + n \times \text{circ. } Cp)}{CQ \times (\text{circ. } Cp - n \times AB)}$, valeur que doit avoir la puissance Q, appliquée en Q, pour que l'écrou soit au moment de tourner, & le poids de s'élever le long des filets de la vis, malgré sa pesanteur & la résistance du frottement.

Du Frottement dans le Coin.

XVIII. L'essai de calcul que je vais donner pour determiner le frottement dans le coin, ne doit être regardé que comme un problême de Géométrie, qui est simplement relatif à la matière en question, & qui vraisemblablement n'aura jamais d'application dans la pratique; car la théorie mathématique de l'équilibre de cette machine étant encore imparfaite, comme nous l'avons remarqué, on sent que celle de son frottement doit l'être bien davantage. Quoi qu'il en soit, voici comment on pourroit évaluer le frottement dans le coin, si cet instrument & les parties du corps à fendre étoient d'une dureté & d'une inflexibilité parfaites.

Soit un coin isoscèle AED (*pl. Méch. fig.* 89), introduit dans la fente d'un corps MN, & chargé au milieu de sa tête horizontale AD, d'un poids P qui seroit en équilibre avec les résistances du corps à fendre, s'il n'y avoit point de frottement. Supposons que pour vaincre le frottement, ou pour faire glisser les faces du coin le long de celles de la fente, il faille ajouter au poids P un autre poids p. Représentons le poids résultant $P + p$, par la partie BF de sa direction; & décomposons-le en deux autres forces BC, BK, perpendiculaires aux points d'attouchement des faces du coin avec celle de la fente. Chacune de ces deux forces égales sera exprimée par $(P + p) \times \frac{AE}{AD}$; & elles produiront chacune un frottement qui sera exprimé par $n (P + p) \times \frac{AE}{AD}$, n étant toujours le rapport du frottement à la pression. De ces deux frottements égaux que je représente par les côtés Eg, Eh, du parallélogramme lozange $Egfh$, résulte, dans le sens vertical EO, une résistance exprimée par la diagonale Ef, résistance qui, à cause de Ef double de Et, & des triangles semblables Egt, EAO, a évidemment pour valeur $2n (P + p) \times \frac{AE}{AD} \times \frac{EO}{EA}$, ou $2n (P + p) + \frac{EO}{AD}$. Et comme cette même résistance doit être égale au poids p destiné à lui faire équilibre, on aura $p = 2n (P + p) \times \frac{EO}{AD}$; d'où l'on tire, $p = \ldots\ldots \frac{2n P \times EO}{AD - 2n \times EO}$.

XIX. M. Necker Germani a résolu le problême des tautochrones (*V.* TAUTOCHRONE), en ayant égard au frottement, & en supposant que le corps se meuve ou dans le vuide, ou dans un milieu résistant comme le quarré de la vîtesse, ou dans un milieu résistant comme une fonction quelconque de la vîtesse, pourvu que dans le dernier cas la résistance soit très-petite. *Voyez son beau mémoire dans le tom. IV. des pièces présentées à l'académie des sciences.*

XX. Personne n'a autant approfondi la nature du frottement, & les moyens d'y avoir égard dans le calcul des machines que l'a fait M. Coulomb, de l'Académie Royale des Sciences, dans une excellente pièce qui remporta, en 1781, le prix double de l'Académie, & qui doit paroître incessamment dans le recueil des mémoires présentés à cette compagnie. On donne dans cet ouvrage une suite nombreuse d'expériences faites en grand, avec tout le soin possible, sur les différends cas du frottement : Nous y renvoyons nos lecteurs. (*L. B.*)

FRUSTUM, s. n. (*Géom.*) terme latin qui signifie *morceau*, & que quelques auteurs ont employé pour signifier ce que l'on désigne plus communément par le mot *tronqué* : ainsi, ils ont appellé *frustum de cone, de pyramide*, ce qu'on nomme *cone tronqué, pyramide tronquée*, &c. *Voyez* TRONQUÉ & SEGMENT. (*O*)

FUN

FUNICULAIRE, adj. (*Méchan.*) on appelle *machine funiculaire*, un assemblage de cordes, par le moyen desquelles deux ou plusieurs puissances soutiennent un ou plusieurs poids. Cette machine est au nombre des forces mouvantes, & elle est regardée comme la plus simple. *Voyez* FORCE MOUVANTE.

Pour trouver les lois de l'équilibre dans cette machine, il faut 1.° prendre toutes les puissances qui concourent en un même point, & les réduire toutes à une seule par le principe de la composition des forces. *Voyez* COMPOSITION. Cette puissance doit tirer dans la direction de la corde, ce qui est évidemment nécessaire pour l'équilibre; *première condition.* 2.° En suivant cette même méthode, on réduira toutes les puissances qui agissent sur différens points de la corde, à un systême de puissances qui agissent toutes sur un même point (on doit regarder les poids s'il y en a plusieurs, comme autant de puissances); réduisant ensuite par le principe de la composition des forces, ces dernières puissances qui agissent

ſent ſur un même point, on arrivera enfin à deux puiſſances uniques qui doivent être égales & directement contraires, pour qu'il y ait équilibre; *ſeconde condition.* Voyez *la méchanique* de M. l'abbé Boſſut; *voyez* auſſi *l'article* Chaînette où nous avons indiqué une autre méthode pour trouver les lois de l'équilibre dans la machine *funiculaire.* (*O*)

Fuseau, (*Géom.*): quelques géomètres ont appellé ainſi le ſolide que forme une courbe en tournant autour de ſon ordonnée; comme le *fuſeau parabolique*, autrement nommé *pyramidoïde. Voyez ce mot.* D'autres ont appellé *fuſeau* le ſolide que forme une courbe en tournant autour de ſa tangente au ſommet; d'autres le ſolide indéfini que forme une courbe de longueur infinie comme la parabole ou l'hyperbole, en tournant autour de ſon axe. Dans tous ces cas, ſi on appelle $2n$ le rapport de la circonférence au rayon, u les parties de l'axe de *rotation*, z les ordonnées à cet axe, l'élément du ſolide ſera $nzzdu$; & comme on aura par l'équation de la courbe la valeur de z en u, le reſte s'achevera par le calcul intégral : l'élément de la ſurface ſolide ſera $2n\sqrt{dz^2 + du^2}$, qu'on intégrera de la même manière quand cela ſera poſſible. *Voyez* Intégral, Quadrature, *&c.* (O)

Fuseau, (*Aſtron.*) nom d'une conſtellation appellée auſſi la chevelure de Bérénice.

Fuseau de globe, *fig.* 13 *des planches d'Aſtron.* Segment de ſphère repréſenté ſur un plan, pour être collé ſur une boule. On en verra la deſcription détaillée dans le dictionnaire des arts, qui contiendra la conſtruction des globes, mais nous y ajouterons ici les dimenſions d'un fuſeau, telles qu'on doit les marquer ſur le cuivre, afin que par l'impreſſion & le collage, il approche le plus qu'il eſt poſſible de la figure ſphérique, ou de la courbure qu'il doit prendre ſur le globe; ces dimenſions ſont celles que M. Bonne a trouvées en employant le papier du nom de jeſus, dans ſon globe d'un pied de diamètre. En ſuppoſant que le rayon du globe contienne 720 parties la demi-largeur du fuſeau eſt $AG = 188 \frac{5}{10}$, la diſtance AC pour le parallèle de 10.° priſe ſur la ligne droite LM eſt de 128, 1, le petit écart du parallèle de 10.° dans le milieu du fuſeau, ou la flèche CD eſt de 4; la ligne ABN eſt droite, le rayon du parallèle de 10.° ou du cercle CEF eſt de 4083; & ainſi des autres rayons qui ſont marqués ſur la figure; la petite calotte circulaire qui ſe place au-deſſous de H a pour rayon 253, au lieu de 247 qu'elle auroit, ſi le ſinus de 20.° devoit en être le rayon.

G A L

GALAXIE ſ. f. (*Aſtron.*) voie lactée, trace blanche & lumineuſe, qui fait tout le tour du ciel, & qui ſe remarque aiſément dans une nuit claire & ſereine, ſur-tout quand il ne fait point de lune.

Les Grecs l'appelloient ainſi du mot γάλα, *lait*, à cauſe de ſa couleur blanche : les Latins, pour la même raiſon, l'appelloient *via lactea*, & c'eſt pour cela que nous l'appellons *voie lactée*: cette dernière dénomination eſt aujourd'hui la plus en uſage.

GANIMEDE, (*Aſtron.*) nom que quelques auteurs ont donné à la conſtellation d'Antinoüs, d'autres à celle du verſeau.

GARDES (*Aſtron.*), c'eſt le nom qu'on donnoit autrefois aux *ſatellites* de Jupiter.

On appelle auſſi *gardes* de la petite ourſe les étoiles β & γ à l'épaule de cette conſtellation.

GARDE-FILET, (*Aſtron.*) boîte de cuivre ſuſpendue librement au centre d'un quart de cercle mobile, deſtinée à contenir le fil-à-plomb & à le garantir de l'agitation du vent; le *garde-filet* s'ouvre par en-haut pour viſiter la ſuſpenſion, & par en-bas pour y placer un vaſe d'eau où pend le fil à plomb; il ſuit tous les mouvemens du fil, & prend toujours la ſituation verticale, à quelle hauteur que l'on dirige le quart de cercle. Voyez *planches d'Aſtronomie*, *fig.* 178. (*D. L.*)

G E M

GEMEAUX, *gemini*, troiſième conſtellation du zodiaque. Les *gemeaux* portent différens noms dans les anciens auteurs : c'eſt Caſtor & Pollux, Apollon & Hercule, Triptolème & Jaſion, Amphion & Zéthus, Théſée & Pirithoüs; il ſemble qu'on ait voulu placer dans le ciel le ſymbole de l'amitié : ſuivant M. Schmidt, ce ſont deux divinités égyptiennes, Horus & Harprocrats que l'on ne ſéparoit jamais : mais il paroît plutôt que c'eſt le ſymbole de la fécondité.

Les Orientaux ont peint deux chevreaux dans cette conſtellation. On la repréſente par le caractère ♊ : elle eſt compoſée de 85 étoiles dans le catalogue de Flamſteed. (*D. L.*)

GÉNÉRATEUR, GÉNÉRATRICE, adj. (*Géom.*) ſe dit de ce qui engendre par ſon mouvement, ſoit une ligne, ſoit une ſurface, ſoit un ſolide : ainſi, on appelle *cercle générateur de la cycloïde*, le cercle qui dans ſon mouvement trace la cycloïde par un des points de la circonférence. *Voyez* Cycloide. On appelle *ligne génératrice d'une ſurface*, la ligne droite ou courbe qui par ſon mouvement engendre cette ſurface, *&c.* (*O*)

GÉNÉRATION, ſ. f. (*Géom.*) eſt la formation qu'on imagine d'une ligne, d'un plan, ou d'un ſolide, par le mouvement d'un point, d'une ligne, ou d'une ſurface. *Voyez* Ligne, Point, Surface. Par exemple, on peut imaginer qu'une ſphère eſt formée par le mouvement d'un demi-cercle autour de ſon diamètre : on appelle pour

lors ce diamètre, *axe de révolution* ou *de rotation.* De même on peut regarder un parallélogramme comme engendré par le mouvement d'une ligne droite qui se meut toujours parallélement à elle-même, & dont tous les points se meuvent en ligne droite : dans ce dernier cas, la ligne suivant laquelle le mouvement se fait, s'appelle quelquefois la *directrice. Voyez* DIRECTRICE.

GENETHLIOLOGIE, art de prédire l'avenir par le moyen des astres, en les comparant avec la naissance ou la conception des hommes. Ce mot vient de γενέθλη, *génération. Voy.* ASTROLOGIE.

GENOU, (*Astron.*) pièce de cuivre qui a plusieurs mouvemens, & par le moyen de laquelle on met un quart de cercle à différentes hauteurs & même dans differens plans; le *genou* simple est un axe vertical, *G fig.* 182 *des planches d'Astronomie*, portant une ouverture horizontale *B* à sa partie supérieure. L'axe tourne dans une cavité du pied de l'instrument, & l'ouverture supérieure reçoit le cylindre qui est fixé au centre du quart de cercle, & qui y tourne à frottement. Le *genou* double contient une autre pièce semblable, *voyez fig.* 180, qui tourne dans la précédente, & qui sert à incliner le plan du *quart de cercle.* On se sert dans les graphomètres, les boussoles & autres instrumens légers, d'un *genou* plus simple, I *fig.* 219, qui ne consiste qu'en une boule fixée par une tige à la partie inférieure de l'instrument, & qui est reçue dans une concavité du pied ou du support, où elle tourne à frottement; on rend le frottement plus ou moins dur en serrant avec des vis *K K* les deux calottes ou hémisphères qui forment cette concavité sur le pied de l'instrument de télescope (*D.L.*)

GENRE, *en Géométrie* : les lignes géométriques sont distinguées en *genres* ou ordres, selon le degré de l'équation qui exprime le rapport qu'il y a entre les ordonnées & les abscisses. *Voyez* COURBE & GÉOMÉTRIQUE.

Les lignes du second ordre ou sections coniques, sont appellées *courbes* du premier *genre*, les lignes du troisième ordre *courbes* du second *genre*, & ainsi des autres.

Le mot *genre* s'emploie aussi quelquefois en parlant des équations & des quantités différentielles; ainsi, quelques-uns appellent *équations* du second, du troisième *genre*, &c. ce qu'on appelle aujourd'hui plus ordinairement *équations* du second, du troisième degré, &c. *Voyez* DEGRÉ & ÉQUATION. Et on appelle aussi quelquefois *différentielles* du second, du troisième *genre*, &c. ce qu'on appelle plus communément *différentielles* du second, du troisième ordre. *Voyez* DIFFÉRENTIEL (*O*).

GÉOCENTRIQUE, adj. (*Astron.*) se dit du lieu d'une planète, en tant qu'on la considère par rapport à la terre.

Le mot *géocentrique* n'est en usage dans la nouvelle Astronomie, que pour signifier la longitude *géocentrique* d'une planète, c'est-à-dire, le lieu de l'écliptique auquel répond la planète vue de la terre. Et pour la latitude *géocentrique*, c'est l'angle que fait une ligne qui joint la planète & la terre avec le plan de l'orbite terrestre qui est la véritable écliptique : ou, ce qui est la même chose, c'est l'angle que la ligne qui joint la planète & la terre, forme avec une ligne qui aboutiroit à la perpendiculaire abaissée de la planète sur le plan de l'écliptique. *Voyez* PLANÈTE.

GÉOCYCLIQUE (adj.), se dit de la machine propre à représenter le mouvement de la terre autour du soleil, & sur-tout l'inégalité des saisons par le parallélisme constant de l'axe de la terre.

On trouve une machine de cette espèce décrite par *Nicolas Muler* dans l'édition qu'il a donnée en 1617 du livre de Copernic : il y en a une dans Fergusson (*Astronomy Explained*, 1764), & il n'est pas difficile d'en imaginer de différentes espèces; mais il suffit pour représenter le parallélisme de la terre, que son axe soit placé fixement sur une poulie, & qu'au centre du soleil il y ait une poulie égale à l'autre, avec un cordon sans fin, qui passe sur ces deux poulies, & qui serre l'une & l'autre : alors on pourra faire tourner la terre tout autour du soleil, sans que son axe cesse d'être incliné & dirigé vers la même région du ciel, & parallèle à lui-même. On trouve des globes ainsi montés chez M. l'Abbé Grenet, au collège de Lizieux, & chez M. Lamarche, au collège de Maître Gervais, rue du foin. (*D. L.*)

GÉODÉSIE, s. f. c'est proprement cette partie de la Géométrie pratique qui enseigne à diviser & partager les terres & les champs entre plusieurs propriétaires.

Ce mot vient de deux mots, γῆ *terra*, terre, & δαίω, *divido*, je divise.

Ainsi, la *Géodesie* est proprement l'art de diviser une figure quelconque en un certain nombre de parties. Or cette opération est toujours possible, ou exactement, ou au moins par approximation. Si la figure est rectiligne, on la divisera d'abord en triangles, qui auront un sommet commun pris où l'on voudra, soit au-dedans de la figure, soit sur la circonférence. On calculera par les méthodes connues l'aire de chacun de ces triangles, & par conséquent on aura la valeur de chaque partie de la surface, & on connoîtra par-là de quelle manière il faut diviser la figure; toute la difficulté se réduira dans tous les cas à diviser un triangle en raison donnée. C'est ce qu'il est nécessaire de développer un peu plus au long.

Soit proposé, par exemple, de diviser un hexagone par une ligne qui parte d'un de ses angles, en deux parties qui soient entr'elles comme m à n; on divisera d'abord cet hexagone en quatre triangles par des lignes qui partent du point donné; ensuite soit A l'aire de l'hexagone, & pA, qA, rA, sA, l'aire de chacun des triangles; comme les aires des deux parties cherchées doivent être mA & nA, supposons que $\frac{p+q}{r+s}$ soit $> \frac{m}{n}$, il s'en-

ſuit qu'il faudra prendre dans le triangle qA une partie xA, telle que $\frac{p+q-x}{r+s+x}$ ſoit $= \frac{m}{n}$; d'où l'on tire $(p+q)n-(r+s)m = mx + nx$, & par conſéquent $x = \frac{(p+q)n-(r+s)m}{m+n}$. Il s'agit donc de diviſer le triangle qA en deux parties xA & $(q-x)A$, qui ſoient entr'elles comme x eſt à $q-x$, & par conſéquent en raiſon donnée, puiſque x eſt connue par l'équation qu'on vient de trouver. Or, pour cela, il ſuffit de diviſer le côté de l'hexagone, qui eſt la baſe de ce triangle qA, en deux parties, qui ſoient entr'elles comme x à $q-x$, opération très-facile. *V.* Triangle.

Le problême n'auroit pas plus de difficulté, ſi le point donné étoit non au ſommet des angles, mais ſur un des côtés de la figure à volonté.

Si la figure que l'on propoſe de diviſer, eſt curviligne, on peut quelquefois la diviſer géométriquement en raiſon donnée, mais cela eſt rare; & en général la méthode la plus ſimple dans la pratique conſiſte à diviſer la circonférence de la figure en parties ſenſiblement rectilignes, à regarder par conſéquent la figure comme rectiligne, & à la diviſer enſuite ſelon la méthode précédente.

Quelquefois, au lieu de diviſer un triangle en raiſon donnée par une ligne qui paſſe par le ſommet, il s'agit de le diviſer en raiſon donnée par une ligne qui paſſe par un point placé hors du ſommet, ſoit ſur l'un des côtés, ſoit au-dedans du triangle, ſoit au-dehors; alors le problême eſt un peu plus difficile; mais la Géométrie, aidée de l'analyſe, fournit des moyens de le réſoudre. *Voyez dans l'application de l'Algèbre à la Géométrie* de M. Guiſnée la ſolution des problêmes du ſecond degré, vous y trouverez celui dont il s'agit. Il eſt réſolu & expliqué fort en détail; & il ſervira, comme on le va voir, à diviſer une figure quelconque en raiſon donnée par une ligne menée d'un point donné quelconque.

Si le point par lequel paſſe la ligne qui doit diviſer une figure quelconque en raiſon donnée, eſt ſitué au-dedans ou au-dehors de la figure, alors il eſt évident que le problême peut avoir pluſieurs ſolutions, ou au moins dans un grand nombre de cas, & quelquefois être impoſſible. Pour le ſentir il ſuffit de remarquer que ſi la figure, par exemple, eſt régulière & d'un nombre pair de côtés, que le point donné ſoit le centre, & qu'il faille diviſer la figure en deux parties égales, le problême eſt indéterminé, puiſque toute ligne tirée par le centre réſoudra ce problême; que ſi les deux parties doivent être inégales, le problême eſt impoſſible; & que ſi dans ce dernier cas le point eſt placé hors de la figure, ſoit régulière, ſoit irrégulière, le problême a toujours deux ſolutions, dont l'une s'exécutera par une ligne tirée à droite, & l'autre à gauche, toutes deux partant du point donné. Or menant du point donné à tous les angles de la figure des lignes, qui prolongées, s'il eſt néceſſaire, au-dedans de la figure, partagent cette figure en quadrilatères, ce qui eſt toujours poſſible, on voit évidemment que, comme la queſtion s'eſt réduite dans le premier cas à partager un triangle en raiſon donnée, par une ligne qui parte d'un point donné; de même la queſtion ſe réduit ici, après avoir calculé ſéparément les ſurfaces de tous ces quadrilatères, à partager l'un d'eux en raiſon donnée par une ligne tirée du point donné. Il y a donc ici trois choſes à trouver, 1.° quel eſt le quadrilatère qu'il faut partager; 2.° quelle eſt la raiſon ſuivant laquelle il faut le partager; 3.° comment on partage un quadrilatère en raiſon donnée par une ligne menée d'un point donné, qui ſe trouve au concours des deux côtés du quadrilatère. Les deux premiers de ces problêmes ſe réſoudront par une méthode exactement ſemblable à celle qu'on a donnée ci-deſſus, pour le cas de la diviſion de la figure en triangles. Le troiſième demande un calcul analytique fort ſimple, & tout-à-fait analogue à celui que M. Guiſnée a employé pour réſoudre le même problême par rapport au triangle. Nous y renvoyons le lecteur, afin de lui laiſſer quelque ſujet de s'exercer à l'analyſe géométrique: mais ſi l'on veut ſe diſpenſer de cette peine, on pourra réduire le problême dont il s'agit, au cas de la diviſion du triangle de la manière ſuivante. On prolongera les deux côtés du quadrilatère qui ne concourront pas au point donné, & on formera un triangle extérieur au quadrilatère qui aura un des autres côtés du quadrilatère pour baſe, & qui ſera avec le quadrilatère en raiſon donnée de k à 1, k étant un nombre quelconque entier ou rompu. Cela poſé, ſoient pA, qA les deux parties dans leſquelles il faut diviſer le quadrilatère, il eſt évident que le quadrilatère total ſera $pA+qA$; que le triangle ſera $k(pA+qA)$, & que le triangle joint au quadrilatère (ce qui formera un nouveau triangle qui aura le quatrième côté du quadrilatère pour baſe), ſera $(k+1)(pA+qA)$. Il s'agit donc, en menant une ligne par le point donné, de diviſer ce triangle en deux parties, dont l'une ſoit $k(pA+qA)+pA$, & l'autre qA; c'eſt-à-dire, que le problême ſe réduit à diviſer un triangle connu & donné, en deux parties qui ſoient entr'elles comme $k(p+q)+p$ eſt à q par une ligne qui paſſe par un point donné hors du triangle: or on a dit ci-deſſus comment on peut réſoudre ce problême.

Si le point donné eſt placé dans la figure, on menera par ce point à tous les angles de la figure, des lignes terminées de part & d'autre à cette figure; & on diviſera par ce moyen la figure en triangles dont chacun aura ſon oppoſé au ſommet. Cela poſé, on cherchera les aires de ces triangles, & on aura les aires de chaque partie de la figure terminées par une des lignes tirées du point donné; lignes qu'on peut appeller, quoiqu'improprement, *diamètres de la figure*. Connoiſſant ces aires, on

cherchera quels ſont les deux diamètres voiſins qui diviſent la figure, l'un en plus grande raiſon, l'autre en plus petite raiſon que la raiſon donnée; & par-là on ſaura que la ligne cherchée doit paſſer dans l'angle formé par ces deux diamètres: & comme il peut y avoir pluſieurs diamètres voiſins, qui diviſent ainſi la figure, l'un en plus grande raiſon, l'autre en plus petite raiſon que la raiſon donnée, il s'enſuit que le probléme aura autant de ſolutions poſſibles qu'il y aura de tels diamètres. Cela poſé, ſoit A l'aire de la figure totale; pA l'aire d'un des triangles formé par les deux diamètres voiſins; qA l'aire du triangle oppoſé au ſommet de celui-ci, & que je ſuppoſe lui être inférieur; mA l'aire de la partie de la figure qui eſt à droite de ces deux triangles, nA l'aire de la partie qui eſt à gauche, on aura $mA + pA + nA + qA$ pour l'aire de la figure entière; en ſorte que $m + p + n + q$ ſera $= 1$, & il ſera queſtion de mener entre les deux diamètres donnés, & par le point donné où ces diamètres ſe coupent, une ligne qui diviſe les deux triangles oppoſés au ſommet en deux parties; ſavoir, xA & $pA - xA$, d'une part, & de l'autre zA & $qA - zA$, & qui ſoient telles que $mA + pA - xA + zA$ ſoit à $nA + qA - zA + xA$ en raiſon donnée, par exemple de s à 1, que nous ſuppoſons être la raiſon demandée. On aura donc, 1.° $m + p - x + z : n + q - z + x :: s : 1$; ce qui donnera une première équation entre x & z: or comme les triangles xA & zA ſont oppoſés au ſommet, & font partie des triangles donnés & auſſi oppoſés au ſommet pA & qA, on trouvera facilement une autre équation générale entre x & z, puiſque xA étant connue, zA le ſera néceſſairement: c'eſt pourquoi on aura deux équations en x & en z, par le moyen deſquelles on trouvera x, & il ne s'agira plus que de diviſer la baſe du triangle pA en raiſon de x à p; ce qui donnera la ſolution complette du problême.

S'il falloit diviſer une figure en raiſon donnée, par une ligne qui ne paſſât pas par un point donné, mais qui fût parallèle à une ligne donnée, on commenceroit par diviſer la figure en trapézoïde, par des lignes menées de tous les angles de cette figure, parallélement à la ligne donnée, & il eſt évident qu'il ne s'agiroit plus que de le diviſer en raiſon donnée un de ces trapézoïdes, ce qui ſeroit très-facile.

Voilà la méthode générale pour diviſer une figure en raiſon donnée, méthode qui réuſſira infailliblement dans tous les cas; mais cette méthode peut être abrégée en pluſieurs occaſions, ſelon la nature de la figure propoſée. Ceux qui voudront en trouver des exemples, n'auront qu'à lire le *traité de Géométrie ſur le terrein*, de M. le Clerc, imprimé à la ſuite de ſa *Géométrie pratique*, ou *pratique de la Géométrie ſur le papier & ſur le terrein*, par le même auteur. Ils trouveront dans le *chap. v.* de ce *traité de Géométrie*, des pratiques abrégées pour diviſer dans pluſieurs cas les figures données en différentes parties. Ce *chap. v.* a pour titre, *diviſion des plans*; le *chap. iv.* qui le précède, & qui mérite auſſi d'être lu, a pour objet la *réduction* ou *transfiguration des plans*, & l'auteur y enſeigne principalement à changer en triangle une figure donnée; ce qu'il exécute pour l'ordinaire fort ſimplement au moyen de cette propoſition, que deux triangles de même baſe & entre mêmes parallèles, ſont égaux. Un coup-d'œil jetté ſur les propoſitions de ce *chap. iv.* en apprendra plus que tout ce que nous en pourrions dire. Cette réduction ou changement des figures en triangles eſt fort utile à l'auteur, dans le *chap. v.* dont il s'agit principalement ici, pour la diviſion des figures; & il y fait auſſi un grand uſage de l'égalité des triangles de même baſe entre mêmes parallèles. Le *chap. vj.* a auſſi rapport à la matière dont nous traitons: il a pour titre, *comment on peut aſſembler les plans, les retrancher les uns des autres, & les aggrandir ou les diminuer ſelon quelque quantité propoſée.* L'auteur réſout les problêmes relatifs à cet objet, avec la même élégance que ceux des deux chapitres qui précèdent.

Cet ouvrage de M. le Clerc, une des meilleures Géométries pratiques que nous connoiſſions, eſt devenu rare; & les gravures agréables dont l'auteur l'a accompagné, le rendent aſſez cher, eu égard à ſon volume: il ſeroit à ſouhaiter qu'on le réimprimât, en ſupprimant les gravures pour diminuer le prix du livre; l'utilité de l'ouvrage, & ſa clarté, en aſſureroient le débit. L'édition que nous avons ſous les yeux, eſt celle d'Amſterdam, en 1694, qu'on pourroit prendre pour modèle. On pourroit même ſe contenter, pour rendre l'ouvrage encore moins cher, de réimprimer le ſeul *traité de Géométrie ſur le terrein*; car la Géométrie pratique qui le précède, & qui eſt imprimée à Amſterdam en 1691, ne contient rien ou preſque rien qu'on ne trouve dans la plupart des élémens de Géométrie pratique.

Quoique le mot *Géodeſie* ait principalement l'acception que nous lui avons donnée dans cet article, de la ſcience de partager les terres, cependant il ſe prend auſſi aſſez communément & en général pour la ſcience pratique de la meſure des terreins, ſoit quant à leur circonférence, ſoit quant à leur ſurface; mais cette dernière ſcience s'appelle encore plus communément *arpentage*. *Voyez* ARPENTAGE.

La *Géodéſie* priſe en ce dernier ſens, le plus étendu qu'on puiſſe lui donner, n'eſt proprement autre choſe que la Géométrie pratique, dont elle embraſſe toutes les parties; ainſi, les opérations géométriques ou trigonométriques néceſſaires pour lever une carte, ſoit en petit, ſoit en grand, ſeront en ce dernier ſens des opérations de *Géodéſie*, ou pourront être regardées comme telles. C'eſt pour cette raiſon que quelques auteurs ont appellé *opérations géodéſiques*, celles qu'on fait

pour trouver la longueur d'un degré terrestre du méridien, ou, en général, d'une portion quelconque du méridien de la terre. Ils les appellent ainsi, pour les distinguer des *opérations astronomiques*, que l'on fait pour trouver l'amplitude de ce même degré. *Voyez* DEGRÉ, FIGURE DE LA TERRE.

GÉODÉSIQUE, adj. (*Géom. prat.*) se dit de tout ce qui appartient à la Géodésie; ainsi, on dit *mesure géodésique, opération géodésique*: & comme on a vu *au mot* GÉODÉSIE, que ce mot peut avoir différentes acceptions plus ou moins étendues, il s'ensuit que le mot *géodésique* a aussi différentes acceptions relatives à celles-là (*O*).

GÉOMÉTRAL, adj. (*Opt.*) On appelle ainsi la représentation d'un objet, faite de manière que les parties de ces objets aient entr'elles le même rapport qu'elles ont réellement dans l'objet tel qu'il qu'il est; à la différence des représentations en *perspective*, où les parties de l'objet sont représentées dans le tableau avec les proportions que la perspective leur donne. *Voyez* PERSPECTIVE. Il est clair par cette définition qu'il n'est possible de représenter *géométralement* que des surfaces planes, comme la base ou le frontispice d'un bâtiment; & cette représentation retombe dans le cas des projections orthographiques. *Voyez* PLAN GÉOMÉTRAL, *au mot* PLAN ORTHOGRAPHIQUE, & PROJECTION (*O*).

GÉOMETRE, s. m. (*Mathématiq.*) se dit proprement d'une personne versée dans la Géométrie; mais on applique en général ce nom à tout mathématicien, parce que la Géométrie étant une partie essentielle des Mathématiques, & qui a sur presque toutes les autres une influence nécessaire, il est difficile d'être versé profondément dans quelque point des Mathématiques que ce soit, sans l'être en même tems dans la Géométrie. Ainsi, on dit de Neuton, qu'il étoit grand *géometre*, pour dire qu'il étoit grand Mathématicien.

Un *géometre*, quand il ne voudroit que se borner à entendre ce qui a été trouvé par d'autres, doit avoir plusieurs qualités assez rares; la justesse de l'esprit pour saisir les raisonnemens & démêler les paralogismes, la facilité de la conception pour entendre avec promptitude, l'étendue pour embrasser à-la-fois les différentes parties d'une démonstration compliquée, la mémoire pour retenir les propositions principales, leurs démonstrations mêmes, ou du moins l'esprit de ces démonstrations, & pour pouvoir en cas de besoin, se rappeller les unes & les autres, & en faire usage. Mais le *géometre* qui ne se contentera pas de savoir ce qui a été fait avant lui, & qui veut ajouter aux découvertes de ces prédécesseurs, doit joindre à ces différentes parties de l'esprit, d'autres qualités encore moins communes, la profondeur, l'invention, la force, & la sagacité.

Je ne suis pas éloigné de penser avec quelques écrivains modernes, que l'on peut apprendre la Géométrie aux enfans, & qu'ils sont capables de s'appliquer à cette science, pourvu qu'on se borne aux seuls élémens, qui, étant peu compliqués, ne demandent qu'une conception ordinaire; mais ces qualités médiocres ne suffisent pas dans l'étude des Mathématiques transcendantes: pour être un *savant géometre*, & même pour n'être que cela, il faut un degré d'esprit beaucoup moins commun; & pour être un *grand géometre* (car le nom *de grand* ne doit être donné qu'aux inventeurs), il faut plus que de l'esprit, il faut du génie, le génie n'étant autre chose que le talent d'inventer. Il est vrai que l'esprit dont nous parlons est différent de celui qu'il faut pour une épigramme, pour un poëme, pour une pièce d'éloquence, pour écrire l'histoire; mais n'y a-t-il donc d'esprit que de cette dernière espèce? *Voyez* ESPRIT. Et un écrivain médiocre, ou même un bon écrivain, croira-t-il avoir plus d'esprit que Neuton & que Descartes?

Peut-être nous sera-t-il permis de rapporter à cette occasion une réponse de feu M. de la Motte. Un *géometre* de ses amis, apparemment ignorant, ou de mauvaise foi, parloit avec mépris du grand Neuton, qu'il auroit mieux fait d'étudier: *Neuton*, disoit ce *géometre, n'étoit qu'un bœuf; cela se peut*, répondit la Motte; *mais c'étoit le premier bœuf de son siècle.*

On pourroit demander s'il a fallu plus d'esprit pour faire Cinna, Heraclius, Rodogune, Horace, & Polieucte, que pour trouver les loix de la gravitation. Cette question n'est pas susceptible d'être résolue, ces deux genres d'esprit étant trop différens pour être comparés; mais on peut demander s'il n'y a pas autant de mérite à l'un qu'à l'autre; & qui auroit à choisir d'être Neuton ou Corneille, feroit bien d'être embarrassé, ou ne mériteroit pas d'avoir à choisir. Au reste, cette question est décidée tous les jours par quelques littérateurs obscurs, quelque satyriques subalternes, qui méprisent ce qu'ils ignorent, & qui ignorent ce qu'ils croient savoir; incapables, je ne dis pas d'apprécier Corneille, & de lire Neuton, mais de juger Campistron & d'entendre Euclide.

Si l'esprit nécessaire au *géometre* n'est pas le même que celui dont on a besoin pour réussir dans la Littérature, ils ne s'excluent pas l'un l'autre. Néanmoins, quand on veut louer parmi nous un mathématicien, on dit de lui que c'est un grand *géometre; & cependant* homme d'esprit & de goût; on croit lui faire beaucoup d'honneur: & on se sait quelque gré du bon mot qu'on s'imagine avoir dit. Ces façons de parler si connues, *lourd comme un géometre, ignorant comme un poëte, ou comme un prédicateur*, sont devenues des espèces de proverbes, & presque des phrases de la langue, aussi équitables l'une que l'autre; les exemples qui en prouvent l'injustice, ne sont pas rares; & pour ne parler ici que des mathématiciens, Pascal à qui la Géométrie doit un si bel ouvrage sur la

Cycloïde, & qui auroit peut-être été le plus grand *géomètre* de l'univers, si une dévotion assez mal entendue ne lui eût fait abandonner son talent ; Pascal étoit en même tems un très-bel esprit. Ses Provinciales sont un chef-d'œuvre de plaisanterie & d'éloquence, c'est-à-dire, un modèle dans les deux genres d'écrire qui paroissent les plus opposés. On dira peut-être que Pascal n'est qu'une exception ; il est malheureux que l'exception démente si formellement la règle qu'on voudroit établir ; mais croit-on que cette exception soit la seule ? Nous ne citerons point M. de Fontenelle, qu'on voudra peut-être ne regarder que comme un bel esprit devenu *géomètre* par accident : mais nous renverrons les détracteurs de la Géométrie aux ouvrages philosophiques de Descartes, si bien écrits pour leurs temps ; à ceux de Malebranches, qui sont des chefs-d'œuvre de style ; aux poésies de Manfredi, que M. de Fontenelle a si justement célébrées ; aux vers que M. Halley a mis à la tête des principes de Neuton, & à tant d'autres que nous pourrions nommer encore. Si ces *géometres* n'étoient pas des hommes d'esprit, qu'on nous dise en quoi l'esprit consiste, & à quoi il se borne.

On connoît la ridicule question du P. Bouhours, *si un allemand peut avoir de l'esprit ?* Les Allemands y ont répondu comme ils le devoient, par cette question non moins ridicule, *si un françois peut avoir le sens commun ?* Ceux qui font aux *géometres* le même honneur que le P. Bouhours a fait aux Allemands, mériteroient qu'on leur demandât aussi, *si on peut ignorer la Géométrie, & raisonner juste ?* Mais, sans répondre aux injures par d'autres, opposons-y des faits. Balzac étoit sans doute un bel esprit, dans le sens où l'on prend ordinairement ce mot : qu'on lise les lettres de Descartes à Balzac, & celles de Balzac à Descartes, & qu'on décide ensuite, si on est de bonne foi, lequel des deux est l'homme d'esprit.

Descartes, dit-on, fit en Suède d'assez mauvais vers pour un divertissement donné à la reine Christine ; mais c'étoit en 1649 ; & à l'exception de Corneille, qui même ne réussissoit pas toujours, quelqu'un faisoit-il alors de bons vers en Europe ? Les premiers opéras de l'abbé Perrin ne valoient peut-être pas mieux que le divertissement de Descartes. Pascal ajoute-t-on, a très-mal raisonné sur la Poésie ; cela est vrai, mais que s'ensuit-il de-là ? C'est que Pascal ne se connoissoit pas en vers, faute peut-être d'en avoir assez lu, & d'avoir réfléchi sur ce genre. La Poésie est un art d'institution qui demande quelqu'exercice & quelqu'habitude pour en bien juger : or Pascal n'avoit lu que des livres de Géométrie & de piété, & peut-être de mauvais vers de dévotion qui l'avoient prévenu contre la Poésie en général ; mais ses provinciales prouvent qu'il avoit d'ailleurs le tact très-fin & le goût très-juste. On n'y trouve pas un terme ignoble, un mot qui ait vieilli, une plaisanterie froide.

La Géométrie, dit-on encore, donne à l'esprit de la sécheresse ; oui, quand on y est déjà préparé par la nature : en ce cas, on ne seroit guère plus sensible aux beautés des ouvrages d'imagination, quand même on n'auroit fait aucune étude de la Géométrie ; mais celui à qui la nature aura donné avec le talent des Mathématiques un esprit flexible à d'autres objets, & qui aura soin d'entretenir dans son esprit cette heureuse flexibilité, en tout sens, en ne le tenant point toujours courbé vers les lignes & les calculs, & en l'exerçant à des matières de littérature, de goût, & de philosophie, celui-là conservera tout-à-la-fois la sensibilité pour les choses d'agrément, & la rigueur nécessaire aux démonstrations ; il saura résoudre un problème, & lire un poëte, calculer les mouvemens des planètes, & avoir du plaisir à une pièce de théâtre.

L'étude & le talent de la Géométrie ne nuisent donc point par eux-mêmes aux talens & aux occupations littéraires. On peut même dire en un sens, qu'ils sont utiles par quelque genre d'écrire que ce puisse être ; un ouvrage de morale, de littérature, de critique, en sera meilleur, *toutes choses d'ailleurs égales*, s'il est fait par un *géomètre*, comme M. de Fontenelle l'a très-bien observé ; on y remarquera cette justesse & cette liaison d'idées à laquelle l'étude de la Géométrie nous accoutume, & qu'elle nous fait ensuite porter dans nos écrits sans nous en appercevoir & comme malgré nous.

L'étude de la Géométrie ne peut sans doute rendre l'esprit juste à celui qui ne l'a pas ; mais aussi un esprit sans justesse n'est pas fait pour cette étude, il n'y réussira point ; c'est pourquoi si on a eu raison de dire que *la Géométrie ne redresse que les esprits droits*, on auroit bien fait d'ajouter que *les esprits droits sont les seuls propres à la Géométrie*.

On ne peut donc avoir l'esprit *géomètre*, c'est-à-dire, le talent de la Géométrie, sans avoir en même tems l'esprit *géométrique*, c'est-à-dire, l'esprit de méthode & de justesse. Car l'esprit *géomètre* n'est proprement que l'esprit *géométrique*, appliqué à la seule Géométrie, & il est bien difficile quand on sait faire usage de cet esprit dans les matières géométriques, qu'on ne puisse de même le tourner avec un succès égal vers d'autres objets. Il est vrai que l'esprit géométrique pour se développer avec toute sa force & son activité, demande quelqu'exercice ; & c'est pour cela qu'un homme concentré dans l'étude de la Géométrie, paroîtra n'avoir que l'esprit *géomètre*, parce qu'il n'aura pas appliqué à d'autres matières le talent que la nature lui a donné de raisonner juste. De plus si les *Géomètres* se trompent lorsqu'ils appliquent leur logique à d'autres sciences que la Géométrie, leur erreur est plutôt dans les principes qu'ils adoptent, que dans les conséquences qu'ils en tirent. Cette erreur dans les principes peut venir ou de ce que le *géomètre* n'a pas les connoissances

préliminaires ſuffiſantes pour le conduire aux principes véritables, ou de ce que les principes de la ſcience dont il traite ne ſortent point de la ſphère des probabilités. Alors il peut arriver qu'un eſprit accoutumé aux démonſtrations rigoureuſes, n'ait pas à un degré ſuffiſant le tact néceſſaire pour diſtinguer ce qui eſt plus probable d'avec ce qui l'eſt moins. Cependant j'oſe penſer encore qu'un *géomètre* exercé à l'évidence mathématique, diſtinguera plus aiſément dans les autres ſciences ce qui eſt vraiment évident d'avec ce qui n'eſt que vraiſemblable & conjectural; & que de plus ce même *géomètre* avec quelque exercice & quelque habitude, diſtinguera auſſi plus aiſément ce qui eſt plus probable d'avec ce qui l'eſt moins; car la Géométrie a auſſi ſon calcul des probabilités.

A l'occaſion de ce calcul, je crois devoir faire une réflexion qui contredira un peu l'opinion commune ſur l'eſprit du jeu. On imagine, pour l'ordinaire, qu'un *géomètre*, un ſavant exercé aux calculs, doit avoir l'eſprit du jeu dans un degré ſupérieur; il me ſemble que ces deux eſprits ſont fort différens, ſi même ils ne ſont pas contraires. L'eſprit *géomètre* eſt ſans doute un eſprit de calcul & de combinaiſon, mais de combinaiſon ſcrupuleuſe & lente, qui examine l'un après l'autre toutes les parties de l'objet, & qui les compare ſucceſſivement entr'elles, prenant garde de n'en omettre aucune, & de les rapprocher par toutes leurs faces; en un mot ne faiſant à-la-fois qu'un pas, & ayant ſoin de le bien aſſurer avant que de paſſer au ſuivant. L'eſprit du jeu eſt un eſprit de combinaiſon rapide, qui embraſſe d'un coup-d'œil & comme d'une manière vague un grand nombre de cas, dont quelques-uns peuvent lui échapper, parce qu'il eſt moins aſſujetti à des règles, qu'il n'eſt une eſpèce d'inſtinct perfectionné par l'habitude. D'ailleurs le *géomètre* peut ſe donner tout le tems néceſſaire pour réſoudre ſes problêmes; il fait un effort, ſe repoſe, & repart de-là avec de nouvelles forces. Le joueur eſt obligé de réſoudre les problêmes ſur-le-champ, & de faire dans un tems donné & très-court tout l'uſage poſſible de ſon eſprit. Il n'eſt donc pas ſurprenant qu'un grand *géomètre* ſoit un joueur très-médiocre; & rien n'eſt en effet plus commun.

La Géométrie a parmi nous des cenſeurs de tous les genres. Il en eſt qui lui conteſtent juſqu'à ſon utilité; nous les renvoyons à la *préface* ſi connue de l'hiſtoire de l'académie des Sciences, où les mathématiques ſont ſuffiſamment vengées de ce reproche. Mais indépendamment des uſages phyſiques & palpables de la Géométrie, nous enviſagerons ici ſes avantages ſous une autre face, à laquelle on n'a peut-être pas fait encore aſſez d'attention: c'eſt l'utilité dont cette étude peut être pour préparer comme inſenſiblement les voies à l'eſprit philoſophique, & pour diſpoſer toute une nation à recevoir la lumière que cet eſprit peut y répandre. C'eſt peut-être le ſeul moyen de faire ſecouer peu-à-peu à certaines contrées de l'Europe, le joug de l'oppreſſion & de l'ignorance profonde ſous laquelle elles gémiſſent. Le petit nombre d'hommes éclairés qui habitent certains pays d'inquiſition, ſe plaint amèrement quoiqu'en ſecret, du peu de progrès que les Sciences ont fait juſqu'ici dans ces triſtes climats. Les précautions qu'on a priſes pour empêcher la lumière d'y pénétrer, ont ſi bien réuſſi, que la Philoſophie y eſt à-peu-près dans le même état où elle étoit parmi nous du tems de Louis le Jeune. Il eſt certain que les abus les plus intolérables d'un tribunal qui nous a toujours ſi juſtement révoltés, ne ſe ſont produits & ne s'entretiennent que par l'ignorance & la ſuperſtition. Eclairez la nation, & les miniſtres de ces tribunaux renonceront d'eux-mêmes à des excès dont ils auront les premiers reconnu l'injuſtice & les inconvéniens. C'eſt ce que nous avons vu arriver dans les pays où le goût des Arts & des Sciences & les lumières de la Philoſophie ſe ſont conſervés. On étudie & on raiſonne en Italie; & l'inquiſition y a beaucoup rabattu de la tyrannie qu'elle exerce dans ces régions, où l'on fait encore prêter ſerment de ne point enſeigner d'autre philoſophie que celle d'Ariſtote. Faites naître, s'il eſt poſſible, des géomètres parmi ces peuples; c'eſt une ſemence qui produira des philoſophes avec le tems, & preſque ſans qu'on s'en apperçoive. L'orthodoxie la plus délicate & la plus ſcrupuleuſe n'a rien à démêler avec la Géométrie. Ceux qui croiroient avoir intérêt de tenir les eſprits dans les ténèbres, fuſſent-ils aſſez prévoyans pour preſſentir la ſuite des progrès de cette ſcience, manqueroient toujours de prétexte pour l'empêcher de ſe répandre. Bientôt l'étude de la Géométrie conduira à celle de la méchanique; celle-ci menera comme d'elle-même & ſans obſtacle, à l'étude de la ſaine Phyſique; & enfin la ſaine Phyſique à la vraie Philoſophie, qui par la lumière générale & prompte qu'elle répandra, ſera bientôt plus puiſſante que tous les efforts de la ſuperſtition; car ces efforts, quelque grands, qu'ils ſoient, deviennent inutiles dès qu'une fois la nation eſt éclairée.

Croira-t-on que nous parlons ſérieuſement, ſi nous employons les dernières lignes de cet article à juſtifier les *Géomètres* du reproche qu'on leur fait d'ordinaire, de n'être pas fort portés à la ſoumiſſion en matière de foi? Nous aurions honte de répondre à cette imputation, ſi elle n'étoit malheureuſement auſſi commune qu'elle eſt injuſte. Bayle qui doutoit & ſe moquoit de tout, n'a pas peu contribué à la répandre par les réflexions malignes qu'il a haſardées dans l'article *Paſcal*, contre l'orthodoxie des Mathématiciens, & par ſes lamentations ſur le malheur que les *Géomètres* ont eu juſqu'ici de ne voir aucun de leurs noms

dans le calendrier; lamentations trop peu férieuses pour être rapportées dans un ouvrage aussi grave que celui-ci. Sans répondre à cette mauvaise plaisanterie par quelqu'autre, il est facile de se convaincre par la lecture des éloges académiques de M. de Fontenelle, par les vies de Descartes, de Pascal, & de plusieurs mathématiciens célèbres, qu'on peut être *géomètre*, sans être pour ses freres un sujet de scandale. La Géométrie à la vérité ne nous dispose pas à ajouter beaucoup de foi aux raisonnemens de la Médecine systématique, aux hypothèses des physiciens ignorans, aux superstitions & aux préjugés populaires; elle accoutume à ne pas se contenter aisément en matière de preuves; mais les vérités que la révélation nous découvre, sont si différentes de celles que la raison nous apprend, elles y ont si peu de rapport, que l'évidence des unes ne doit rien prendre sur le respect qu'on doit aux autres. Enfin la foi est une grace que Dieu donne à qui il lui plaît; & puisque l'évangile n'a point défendu l'étude de la Géométrie, il est à croire que les *Géomètres* sont aussi susceptibles de cette grace que le reste du genre-humain. (*O*)

GÉOMÉTRIE, f. f. est la science des propriétés de l'étendue, en tant qu'on la considère comme simplement étendue & figurée.

Ce mot est formé de deux mots grecs, γῆ ou γαῖα, terre, & μέτρον, mesure; & cette étymologie semble nous indiquer ce qui a donné naissance à la *Géométrie*: imparfaite & obscure dans son origine comme toutes les autres sciences, elle a commencé par une espèce de tâtonnement, par des mesures & des opérations grossières, & s'est élevée peu-à-peu à ce degré d'exactitude & de sublimité où nous la voyons.

Histoire abrégée de la Géométrie. Il y a apparence que la *Géométrie*, comme la plupart des autres sciences, est née en Egypte, qui paroît avoir été le berceau des connoissances humaines, ou pour parler plus exactement, qui est de tous les pays que nous connoissons, celui où les Sciences paroissent avoir été le plus anciennement cultivées. Selon Hérodote & Strabon, les Egyptiens ne pouvant reconnoître les bornes de leurs héritages confondues par les inondations du Nil, inventèrent l'art de mesurer & de diviser les terres, afin de distinguer les leurs par la considération de la figure qu'elles avoient, & de la surface qu'elles pouvoient contenir. Telle fut, dit-on, la première aurore de la *Géométrie*. Joseph, historien zélé pour sa nation, en attribue l'invention aux Hébreux; d'autres à Mercure. Que ces faits soient vrais ou non, il paroît certain que quand les hommes ont commencé à posséder des terres, & à vivre sous des loix différentes, ils n'ont pas été long-tems sans faire sur le terrein quelques opérations pour la mesurer, tant en longueur qu'en surface, en entier ou par parties; & voilà la *Géométrie* dans son origine.

De l'Egypte elle passa en Grèce, où on prétend que Thalès la porta. Il ne se contenta pas d'apprendre aux Grecs ce qu'il avoit reçu des Egyptiens; il ajouta à ce qu'il avoit appris, & enrichit cette science de plusieurs propositions. Après lui vint Pythagore, qui cultiva aussi la *Géométrie* avec succès, & à qui on attribue la fameuse proposition du quarré de l'hypoténuse. *Voyez* HYPOTHÉNUSE. On prétend qu'il fut si ravi de cette découverte, qu'il sacrifia de joie cent bœufs aux Muses. Il y a apparence, dit un auteur moderne, que c'étoient des bœufs de cire ou de pâte; ce Pythagore défendoit de tuer les animaux, en conséquence de son systême de la métempsycose, qui (pour un philosophe payen) n'étoit pas l'opinion du monde la plus absurde. *Voyez* MÉTEMPSYCOSE. Mais il y a plus d'apparence encore que le fait n'est pas vrai; ce qui dispense de l'expliquer. Après Pythagore, les philosophes & les écoles qu'ils formèrent, continuèrent à cultiver l'étude de la *Géométrie*. Plutarque nous apprend qu'Anaxagore de Clazomène s'occupa du problème de la quadrature du cercle dans la prison où il avoit été renfermé, & qu'il composa même un ouvrage sur ce sujet. Cet Anaxagore avoit été accusé d'impiété, pour avoir dit que les astres étoient matériels; & il eût été condamné à mort, sans Périclès qui lui sauva la vie. On voit par cet exemple, s'il est permis de le dire en passant, que ce n'est pas d'aujourd'hui que les philosophes sont persécutés pour avoir eu raison; & que les prêtres grecs étoient aussi habiles que certains théologiens modernes, à ériger en articles de religion ce qui n'en étoit pas.

Platon qui donnoit à Anaxagore de grands éloges sur son habileté en *Géométrie*, en méritoit aussi beaucoup lui-même. On sait qu'il donna une solution très-simple du problème de la duplication du cube. *Voyez* DUPLICATION. On sait aussi que ce grand philosophe appelloit Dieu l'*éternel géomètre* (idée vraiment juste & digne de l'Etre suprême), & qu'il regardoit la *Géométrie* comme si nécessaire à l'étude de la Philosophie, qu'il avoit écrit sur la porte de son école ces paroles mémorables, *qu'aucun ignorant en Géométrie n'entre ici.* Entre Anaxagore & Platon, on doit placer Hipocrate de Chio, qui mérite qu'on en fasse mention par sa fameuse quadrature de la lunule. *Voyez* LUNULE. Feû M. Cramer, professeur de Philosophie à Genève, nous a donné dans les mémoires de l'académie des Siences de Prusse pour l'année 1748, une très-bonne dissertation sur ce géomètre: on y lit qu'Hipocrate dans un voyage qu'il fit à Athènes, ayant eu occasion d'écouter les philosophes, prit tant de goût pour la *Géométrie*, qu'il y fit des progrès admirables; on ajoute que cette étude développa son talent, & qu'il avoit pour tout le reste l'esprit lent & bouché; ce qu'on raconte aussi de Clavius, bon géomètre du seizième siècle. Il n'y a rien d'étonnant à tout cela; mais le comble de l'ineptie est d'en faire une règle. *Voyez* GÉOMÈTRE.

Euclide, qui vivoit environ cinquante ans après Platon, & qu'il ne faut pas confondre avec Euclide de Mégare, contemporain de ce philosophe, recueillit ce que ses prédécesseurs avoient trouvé sur les élémens de *Géométrie* ; il en composa l'ouvrage que nous avons de lui, & que bien des modernes regardent comme le meilleur en ce genre. Dans ces élémens, il ne considère que les propriétés de la ligne droite & du cercle, & celles des surfaces & des solides rectilignes & circulaires : ce n'est pas néanmoins que, du tems d'Euclide, il n'y eût d'autre courbe connue que le cercle : les géomètres s'étoient déjà apperçus qu'en coupant un cone de différentes manières, on formoit des courbes différentes du cercle, qu'ils nommèrent *sections coniques*. *Voyez* CONIQUE & SECTION. Les différentes propriétés de ces courbes, que plusieurs mathématiciens découvrirent successivement, furent recueillies en huit livres par Apollonius du Perge, qui vivoit environ 250 ans avant J. C. *Voyez* APOLLONIEN. Ce fut lui, à ce qu'on prétend, qui donna aux trois sections coniques les noms qu'elles portent, de *parabole*, *d'ellypse* & *d'hyperbole*, & dont on peut voir les raisons à leurs articles. A-peu-près en même tems qu'Appollonius, fleurissoit Archimède, dont nous avons de si beaux ouvrages sur la sphère & le cylindre, sur les conoïdes & les sphéroïdes, sur la quadrature du cercle qu'il trouva par une approximation très-simple & très-ingénieuse (*V.* QUADRATURE), & sur celle de la parabole qu'il détermina exactement. Nous avons aussi de lui un traité de la spirale, qui peut passer pour un chef-d'œuvre de sagacité & de pénétration. Les démonstrations qu'il donne dans cet ouvrage, quoique très-exactes, sont si difficiles à embrasser, qu'un savant mathématicien moderne, Bouillaud, avoue ne les avoir jamais bien entendues, & qu'un mathématicien de la plus grande force, notre illustre Viete, les a injustement soupçonnées de paralogisme, faute de les avoir bien comprises. *Voyez la préface de l'analyse des infiniment petits* de M. de l'Hôpital. Dans cette préface, qui est l'ouvrage de M. de Fontenelle, on a rapporté les deux passages de Bouillaud & de Viete, qui vérifient ce que nous avons ici. On doit encore à Archimède d'autres écrits non moins admirables, qui ont rapport à la Méchanique plus qu'à la *Géométrie*, *de æquiponderantibus*, *de insidentibus humido*; & quelques autres dont ce n'est pas ici le lieu de faire mention.

Nous ne parlons dans cette histoire que des géomètres dont il nous reste des écrits que le tems a épargné ; car s'il falloit nommer tous ceux qui, dans l'antiquité, se sont distingués en *Géométrie*, la liste en seroit trop longue ; il faudroit faire mention d'Eudoxe de Cnide, d'Archytas de Tarente, de Philolaüs, d'Eratosthène, d'Aristarque de Samos, de Dinostrate, si connu par sa quadratrice (*voyez* QUADRATRICE), de Menechme son frere, disciple de Platon, des deux Aristées, l'ancien & le jeune, de Conon, de Thrasidée, de Nicotele, de Léon, de Theudius, d'Hermotime, de Nicomède, inventeur de la conchoïde (*voyez* CONCHOÏDE), & un peu plus jeune qu'Archimède & qu'Apollonius, & de plusieurs autres.

Les Grecs continuèrent à cultiver la Philosophie, la *Géométrie*, & les Lettres, même après qu'ils eurent été subjugués par les Romains. La *Géométrie* & les Sciences en général, ne furent pas fort en honneur chez ce dernier peuple, qui ne pensoit qu'à subjuguer & à gouverner le monde, & qui ne commença gueres à cultiver l'éloquence même que vers la fin de la république. On a vu dans l'*article* ERUDITION, avec quelle légéreté Ciceron parle d'Archimède, qui pourtant ne lui étoit point inférieur ; peut-être même est-ce faire quelque tort à un génie aussi sublime qu'Archimède, de ne le placer qu'à côté d'un bel esprit, qui, dans les matières philosophiques qu'il a traitées, n'a guères fait qu'exposer en longs & beaux discours, les chimères qu'avoient pensées les autres. On étoit si ignorant à Rome sur les Mathématiques, qu'on donnoit en général le nom de *mathématiciens*, comme on le voit dans Tacite, à tous ceux qui se mêloient de deviner, quoiqu'il y ait encore plus de distance des chimères de la Divination & de l'Astrologie judiciaire aux Mathématiques, que de la pierre philosophale à la Chimie. Ce même Tacite, un des plus grands esprits qui aient jamais écrit, nous donne par ses propres ouvrages une preuve de l'ignorance des Romains, dans les questions de *Géométrie* & d'Astronomie les plus élémentaires & les plus simples. Il dit dans la vie d'Agricola, en faisant la description de l'Angleterre, que vers l'extrêmité septentrionale de cette isle, les grands jours d'été n'ont presque point de nuit ; & voici la raison qu'il en apporte : *scilicet extrema & plana terrarum humili umbrâ non erigunt tenebras, infràque cœlum & sydera nox cadit.* Nous n'entreprendrons point avec les commentateurs de Tacite, de donner un sens à ce qui n'en a point ; nous nous contenterons d'avoir montré par cet exemple, que la manie d'étaler un faux savoir, & de parler de ce qu'on n'entend pas, est fort ancienne. Un traducteur de Tacite dit que cet historien regarde la terre dans ce passage, comme une *sphère dont la base est environnée d'eau*, &c. Nous ne savons ce que c'est que la base d'une sphère.

Si les Romains cultivèrent peu la *Géométrie* dans les tems les plus fleurissans de la république, il n'est pas surprenant qu'ils l'aient encore moins cultivée dans la décadence de l'empire. Il n'en fut pas de même des Grecs ; ils eurent depuis l'ère chrétienne même, & assez longtems après la translation de l'empire, des géomètres habiles. Ptolomée, grand astronome & par conséquent grand géomètre, car on ne peut être l'un sans l'autre, vivoit sous Marc-Aurèle ; & on peut voir au *mot* ASTRONOMIE, les noms de plusieurs autres. Nous avons encore les ouvrages des Pappus d'Alexan-

drie, qui vivoit du tems de Théodose; Eutocius Ascalonite, qui vivoit après lui vers l'an 540 de l'ère chrétienne, nous a donné un commentaire sur la mesure du cercle par Archimède. Proclus qui vivoit sous l'empire d'Anastase aux cinquième & sixième siècles, démontra les théorèmes d'Euclide, & son commentaire sur cet auteur est parvenu jusqu'à nous. Ce Proclus est encore plus fameux par les miroirs (vrais ou supposés) dont il se servit, dit-on, pour brûler la flotte de Vitalien qui assiégeoit Constantinople. *Voyez* ARDENT & MIROIR. Entre Eutocius & Pappus, il y a apparence qu'on doit placer Dioclès, connu par sa cissoïde (*voyez* CISSOIDE), mais dont on ne connoît guères que le nom, car on ne sait pas précisément le tems où il a vécu.

L'ignorance profonde qui couvrit la surface de la terre & sur-tout l'occident, depuis la destruction de l'empire par les Barbares, nuisit à la *Géométrie* comme à toutes les autres connoissances : on ne trouve plus guères ni chez les Latins, ni même chez les Grecs, d'hommes versés dans cette partie; il y en eut seulement quelques-uns qu'on appelloit savans, parce qu'ils étoient moins ignorans que les autres, & quelques-uns de ceux-là, comme Gerbert, passèrent pour magiciens; mais, s'ils eurent quelques connoissances des découvertes de leurs prédécesseurs, ils n'y ajoutèrent rien, du moins quant à la *Géométrie*; nous ne connoissons aucun théorême important dont cette science leur soit redevable : c'étoit principalement par rapport à l'Astronomie qu'on étudioit alors le peu de *Géométrie* qu'on vouloit savoir, & c'étoit principalement par rapport au calendrier & au comput ecclésiastique qu'on étudioit l'Astronomie; ainsi, l'étude de la *Géométrie* n'étoit pas poussée fort loin. On peut voir au *mot* ASTRONOMIE, les noms des principaux mathématiciens des siècles d'ignorance. Il en est un que nous ne devons pas oublier; c'est Vitellion, savant polonois du treizième siècle, dont nous avons un traité d'Optique très-estimable pour ce tems-là, & qui suppose des connoissances géométriques. Ce Vitellion nous rappelle l'arabe Alhasen, qui vivoit environ un siècle avant lui, & qui cultivoit aussi les Mathématiques avec succès. Les siècles d'ignorance chez les Chrétiens ont été les siècles de lumière & de savoir chez les Arabes; cette nation a produit depuis le neuvième jusqu'au quatorzième siècle, des astronomes, des géomètres, des géographes, des chimistes, &c. Il y a apparence qu'on doit aux Arabes les premiers élémens de l'Algèbre : mais leurs ouvrages de *Géométrie* dont il est ici principalement question, ne sont point parvenus jusqu'à nous pour la plupart, ou sont encore manuscrits. C'est sur une traduction arabe d'Apollonius qu'a été faite en 1661, l'édition du cinquième, du sixième & septième livre de cet auteur. *Voyez* APOLLONIEN. Cette traduction étoit d'un géomètre arabe nommé *Abalphat*, qui vivoit à la fin du dixième siècle. Il n'y avoit peut-être pas alors parmi les Chrétiens un seul géomètre qui fût en état d'entendre Apollonius; il auroit fallu d'ailleurs, pour le traduire, savoir en même tems le grec & la *Géométrie*, ce qui n'est pas fort commun, même dans notre siècle.

A la renaissance des lettres, on se borna presque uniquement à traduire & à commenter les ouvrages de *Géométrie* des anciens; & cette science fit d'ailleurs peu de progrès jusqu'à Descartes : ce grand Homme publia, en 1637, sa *Géométrie*, & la commença par la solution d'un problême où Pappus dit que les anciens mathématiciens étoient restés. Mais ce qui est plus précieux encore que la solution de ce problême, c'est l'instrument dont il se servit pour y parvenir, & qui ouvrit la route à la solution d'une infinité d'autres questions plus difficiles. Nous voulons parler de l'application de l'Algèbre à la *Géométrie*; application dont nous ferons sentir le mérite & l'usage dans la suite de cet article : c'étoit là le plus grand pas que la *Géométrie* eût fait depuis Archimède; & c'est l'origine des progrès surprenans que cette science a faits dans la suite.

On doit à Descartes non-seulement l'application de l'Algèbre à la *Géométrie*, mais les premiers essais de l'application de la *Géométrie* à la Physique, qui a été poussée si loin dans ces derniers tems. Ces essais qui se voient principalement dans sa *dioptrique*, & dans quelques endroits de ses *météores*, faisoient dire à ce philosophe que toute sa *physique* n'étoit autre chose que *Géométrie* : elle n'en auroit valu que mieux si elle eût eu en effet cet avantage; mais malheureusement la physique de Descartes consistoit plus en hypothèses qu'en calculs; & l'Analyse a renversé depuis la plupart de ses hypothèses. Ainsi, la *Géométrie* qui doit tant à Descartes, est ce qui a nui le plus à sa physique. Mais ce grand homme n'en a pas moins la gloire d'avoir appliqué le premier avec quelque succès la *Géométrie* à la science de la nature; comme il a le mérite d'avoir pensé le premier qu'il y avoit des loix du mouvement, quoiqu'il se soit trompé sur ces loix. *Voyez* COMMUNICATION DU MOUVEMENT.

Tandis que Descartes ouvroit dans la *Géomètrie* une carrière nouvelle, d'autres mathématiciens s'y frayoient aussi des routes à d'autres égards, & préparoient, quoique foiblement, cette *Géométrie* de l'infini, qui, à l'aide de l'Analyse, devoit faire dans la suite de si grands progrès. En 1635, deux ans avant la publication de la *Géométrie* de Descartes, Bonaventure Cavalieri, religieux italien de l'ordre des Jésuates, qui ne subsiste plus, avoit donné sa *géométrie des indivisibles*: dans cet ouvrage, il considère les plans comme formés par des suites infinies de lignes, qu'il appelle *quantités indivisibles*, & les solides par des suites infinies de plans; & par ce moyen, il parvient à trouver la surface de certaines figures & la solidité de certains corps. Comme l'infini employé à la manière de Cavalieri

étoit alors nouveau en *Géométrie*, & que ce religieux craignoit des contradicteurs, il tâcha d'adoucir ce terme par celui d'*indéfini*, qui au fond ne signifioit en cette occasion que la même chose. Malgré cette espèce de palliatif, il trouva beaucoup d'adversaires, mais il eut aussi des partisans; ceux-ci en adoptant l'idée de Cavalieri, la rendirent plus exacte, & substituèrent aux lignes qui composoient les plans de Cavalieri, des parallélogrammes infiniment petits; aux plans indivisibles de Cavalieri, des solides d'une épaisseur infiniment petite: ils considérèrent les courbes comme des polygones d'une infinité de côtés, & parvinrent par ce moyen à trouver la surface de certains espaces curvilignes, la rectification de certaines courbes, la mesure de certains solides, les centres de gravité des uns & des autres: Grégoire de Saint-Vincent, & sur-tout Pascal, se distinguèrent l'un & l'autre en ce genre; le premier, dans son traité intitulé *quadratura circuli & hyperbolæ*, 1647, où il mêla à quelques paralogismes de très-beaux théorèmes; & le second, par son traité *de la roulette ou cycloïde* (*voyez* Cycloïde,) qui paroît avoir demandé les plus grands efforts d'esprit; car on n'avoit point encore trouvé le moyen de rendre la *Géométrie* de l'infini beaucoup plus facile en y appliquant le calcul.

Cependant le moment de cette heureuse découverte approchoit; Fermat imagina le premier la méthode des tangentes par les différences: Barrow la perfectionna en imaginant son petit triangle différentiel, & en se servant du calcul analytique, pour découvrir le rapport des petits côtés de ce triangle, & par ce moyen la sous-tangente des courbes. *Voyez* Différentiel.

D'un autre côté, on fit réflexion que les plans ou solides infiniment petits, dont les surfaces ou les solides pouvoient être supposés formés, croissoient ou décroissoient dans chaque surface ou solide, suivant différentes loix; & qu'ainsi la recherche de la mesure de ces surfaces ou de ces solides se réduisoit à connoître la somme d'une série ou suite infinie de quantités croissantes ou décroissantes. On s'appliqua donc à la recherche de la somme des suites; c'est ce qu'on appella l'*arithmétique des infinis*; on parvint à en sommer plusieurs, & on appliqua aux figures géométriques les résultats de cette méthode. Wallis, Mercator, Brouncker, Jacques Grégori, Huyghens, & quelques autres se signalèrent en ce genre; ils firent plus; ils réduisirent certains espaces & certains arcs de courbes en séries convergentes, c'est-à-dire, dont les termes alloient toujours en diminuant; & par-là ils donnèrent le moyen de trouver la valeur de ces espaces & de ces arcs, sinon exactement, au moins par approximation: car on approchoit d'autant plus de la vraie valeur, qu'on prenoit un plus grand nombre de termes de la suite ou série infinie qui l'exprimoit. *Voyez* Suite, Série, Approximation, *&c.*

Tous les matériaux du calcul différentiel étoient prêts, il ne restoit plus que le dernier pas à faire. M. Leibnitz publia le premier en 1684 les règles de ce calcul, que M. Neuton avoit déjà trouvées de son côté: nous avons discuté au *mot* Différentiel, la question si Leibnitz peut être regardé comme inventeur. Les illustres freres Bernoulli trouvèrent les démonstrations des règles données par Leibnitz; & Jean Bernoulli y ajouta, quelques années après, la méthode de différentier les quantités exponentielles. *Voyez* Exponentiel.

M. Neuton n'a pas moins contribué au progrès de la *Géométrie* pure, par deux autres ouvrages; l'un est son traité *de quadraturâ curvarum*, où il enseigne la manière de quarrer les courbes par le calcul intégral, qui est l'inverse du différentiel, ou de réduire la quadrature des courbes, lorsque cela est possible, à celle d'autres courbes plus simples, principalement du cercle & de l'hyperbole: le second ouvrage est son *enumeratio linearum tertii ordinis*, où appliquant heureusement le calcul aux courbes dont l'équation est du troisième degré, il divise ces courbes en genres & espèces, & en fait l'énumération. *Voyez* Courbe.

Mais ces écrits, quelque admirables qu'ils soient, ne sont rien, pour ainsi dire, en comparaison de l'immortel ouvrage du même auteur, intitulé, *Philosophiæ naturalis principia mathematica*, qu'on peut regarder comme l'application la plus étendue, la plus admirable & la plus heureuse qui ait jamais été faite de la *Géométrie*, à la Physique: ce livre est aujourd'hui trop connu pour que nous entrions dans un plus grand détail; il a été l'époque d'une révolution dans la Physique: il a fait de cette science une science nouvelle, toute fondée sur l'observation, l'expérience & le calcul. *Voyez* Neutonianisme, Gravitation, Attraction, *&c.* Nous ne parlons point de l'*optique* du même auteur, ouvrage non moins digne d'éloges, mais qui n'appartient point à cet article, ni de quelques autres écrits géométriques moins considérables, mais tous de la première force, tous brillans de sagacité & d'invention; comme son *analysis per æquationes numero terminorum infinitas*; son *analysis per æquationum series, fluxiones & differentias*; sa *méthode des fluxions*; sa *méthode différentielle*, &c. Quand on considère ces monumens immortels du génie de leur auteur, & quand on songe que ce grand homme avoit fait à vingt-quatre ans ses principales découvertes, on est presque tenté de souscrire à ce que dit Pope, que la sagacité de Neuton étonna les intelligences célestes, & qu'ils le regardèrent comme un être moyen entre l'homme & elles: on est du moins bien fondé à s'écrier, *homo homini quid præstat!* qu'il y a de distance entre un homme & un autre!

L'édifice élevé par Neuton à cette hauteur immense, n'étoit pourtant pas encore achevé; le calcul intégral a été depuis extrêmement augmenté par MM. Bernoulli, Cotes, Maclaurin, *&c.* & par les mathématiciens qui sont venus après eux. *Voyez*

Intégral. On a fait des applications encore plus subtiles, &, si on l'ose dire, plus difficiles, plus heureuses & plus exactes de la *Géométrie* à la Physique. On a beaucoup ajouté à ce que Newton avoit commencé sur le système du monde : c'est sur-tout quant à cette partie qu'on a corrigé & perfectionné son grand ouvrage des *Principes mathématiques*. La plupart des mathématiciens qui ont contribué à enrichir ainsi la *Géométrie* par leurs découvertes, & à l'appliquer à la Physique & à l'Astronomie, étant aujourd'hui vivans, & nous-mêmes ayant peut-être eu quelque part à ces travaux, nous laisserons à la postérité le soin de rendre à chacun la justice qu'il mérite : & nous terminerons ici cette petite histoire de la *Géométrie*; ceux qui voudront s'en instruire plus à fond, pourront consulter les divers auteurs qui ont écrit sur ce sujet. Parmi ces auteurs il en est qui ne sont pas toujours exacts, entr'autres Wallis, que sa partialité en faveur des Anglois doit faire lire avec précaution, *voyez* Algèbre. Mais nous croyons qu'on trouvera tout ce qu'on peut desirer sur cet sujet dans l'*histoire des Mathématiques* que prépare M. de Montucla, de l'académie royale des Sciences & des Belles-Lettres de Prusse, déjà connu par son *histoire de la quadrature du cercle*, publiée en en 1754, & que nous avons citée au *mot* Duplication.

L'histoire abrégée que nous venons de donner, est plus que suffisante dans un ouvrage tel que le nôtre, où nous devons principalement nous attacher à faire connoître les inventeurs, non les inventeurs en détail à qui la *Géométrie* doit quelques propositions particulières & isolées, mais les esprits vraiment créateurs, les inventeurs en grand qui ont ouvert des routes, perfectionné l'instrument des découvertes, & imaginé des méthodes. Au reste, en finissant cette histoire, nous ne pouvons nous dispenser de remarquer à l'honneur de notre nation, que si la *Géométrie* nouvelle est principalement dûe aux Anglois & aux Allemands, c'est aux François qu'on est redevable des deux grandes idées qui ont conduit à la trouver. On doit à Descartes l'application de l'Algèbre à la *Géométrie*, sur laquelle le calcul différentiel est fondé; & à Fermat, la première application du calcul aux quantités différentielles, pour trouver les tangentes : la *Géométrie* nouvelle n'est que cette dernière méthode généralisée. Si on ajoute à cela ce que les François actuellement vivans, ont fait en *Géométrie*, on conviendra peut-être que cette science ne doit pas moins à notre nation qu'aux autres.

Objet de la Géométrie. Nous prierons d'abord le lecteur de se rappeller ce que nous avons dit sur ce sujet dans le *Discours préliminaire*. Nous commençons par considérer les corps avec toutes leurs propriétés sensibles ; nous faisons ensuite peu-à-peu & par l'esprit, la séparation l'abstraction de ces différentes propriétés ; & nous en venons à considérer les corps comme des portions d'étendue pénétrables, divisibles, & figurées. Ainsi, le corps géométrique n'est proprement qu'une portion d'étendue terminée en tous sens. Nous considérons d'abord & comme d'une vue générale, cette portion d'étendue quant à ses trois dimensions; mais ensuite, pour en déterminer plus facilement les propriétés, nous y considérons d'abord une seule dimension, c'est-à-dire, la longueur, puis deux dimensions, c'est-à-dire, la surface, enfin les trois dimensions ensemble, c'est-à-dire, la solidité : Ainsi, les propriétés des lignes, celles des surfaces & celles des solides, sont l'objet & la division naturelle de la *Géométrie*.

C'est par une simple abstraction de l'esprit, qu'on considère les lignes comme sans largeur, & les surfaces comme sans profondeur : la *Géométrie* envisage donc les corps dans un état d'abstraction où ils ne sont pas réellement; les vérités qu'elle découvre & qu'elle démontre sur les corps, sont donc des vérités de pure abstraction, des vérités hypothétiques ; mais ces vérités n'en sont pas moins utiles. Dans la nature, par exemple, il n'y a point de cercle parfait; mais, plus un cercle approchera de l'être, plus il approchera d'avoir exactement & rigoureusement les propriétés du cercle parfait que la *Géométrie* démontre; & il peut en approcher assez exactement pour avoir toutes ces propriétés, sinon en rigueur, au moins à un degré suffisant pour notre usage.

On connoît en *Géométrie* plusieurs courbes qui s'approchent continuellement d'une ligne droite sans jamais la rencontrer, mais qui étant tracées sur le papier, se confondent sensiblement avec cette ligne droite au bout d'un assez petit espace, *voyez* Asymptote; il en est de même des vérités géométriques. Elles sont en quelque manière la limite, &, si l'on peut parler ainsi, l'*asymptote* des vérités physiques, le terme dont celles-ci peuvent approcher aussi près qu'on veut, sans jamais y arriver exactement. Mais, si les théorêmes mathématiques n'ont pas exactement lieu dans la nature, ces théorêmes servent du moins à trouver avec une précision suffisante pour la pratique, la distance inaccessible d'un lieu à un autre, la mesure d'une surface donnée, le toisé d'un solide; à calculer le mouvement & la distance des astres; à prédire les phénomènes célestes. Pour démontrer des vérités en toute rigueur, lorsqu'il est question de la figure des corps, on est obligé de considérer ces corps dans un état de perfection abstraite qu'ils n'ont pas réellement : en effet, si on ne s'assujettit pas, par exemple, à regarder le cercle comme parfait, il faudra autant de théorêmes différens sur le cercle, qu'on imaginera de figures différentes plus ou moins approchantes du cercle parfait; & ces figures elles-mêmes pourront être encore absolument hypothétiques & n'avoir point de modèle existant dans la nature. Les lignes qu'on considère en *Géométrie*, ne sont

ni parfaitement droites, ni parfaitement courbes; les surfaces ne sont ni parfaitement planes, ni parfaitement curvilignes: mais plus elles approcheront de l'être, plus elles approcheront d'avoir les propriétés qu'on démontre des lignes exactement droites ou courbes, des surfaces exactement planes ou curvilignes. Ces réflexions suffiront, ce me semble, pour répondre à deux espèces de censeurs de la *Géométrie :* les uns, ce sont les Sceptiques, accusent les théorèmes mathématiques de fausseté, comme supposant ce qui n'existe pas réellement, des lignes sans largeur, des surfaces sans profondeur: les autres, ce sont les physiciens ignorans en Mathématiques, regardent les vérités de *Géométrie* comme fondées sur des hypothèses inutiles, & comme des jeux d'esprit qui n'ont point d'application.

Division de la Géométrie. On peut diviser la *Géométrie* de différentes manières.

1.° En élémentaire & en transcendante. La *Géométrie* élémentaire ne considère que les propriétés des lignes droites, des lignes circulaires, des figures & des solides les plus simples, c'est-à-dire, des figures rectilignes ou circulaires, & des solides terminés par ces figures. Le cercle est la seule figure curviligne dont on parle dans les élémens de *Géométrie ;* la simplicité de sa description, la facilité avec laquelle les propriétés du cercle s'en déduisent, & la nécessité de se servir du cercle pour différentes opérations très-simples, comme pour élever une perpendiculaire, pour mesurer un angle, *&c.* toutes ces raisons ont déterminé à faire entrer le cercle & le cercle seul dans les élémens de *Géométrie.* Cependant quelques courbes, comme la parabole, ont une équation plus simple que celle du cercle; d'autres, comme l'hyperbole équilatère, ont une équation aussi simple, *v.* ÉQUATION & COURBE: mais leur description est beaucoup moins facile que celle du cercle, & leurs propriétés moins aisées à déduire. On peut rapporter aussi à la *Géométrie* élémentaire la solution des problêmes du second degré par la ligne droite & par le cercle. *Voyez* CONSTRUCTION, COURBE & ÉQUATION.

La *Géométrie* transcendante est proprement celle qui a pour objet toutes les courbes différentes du cercle, comme les sections coniques & les courbes d'un genre plus élevé. *Voyez* COURBE.

Cette *Géométrie* s'occupe aussi de la solution des problêmes du troisième & quatrième degré & des degrés supérieurs. Les premiers se résolvent, comme l'on sait, par le moyen de deux sections coniques, ou plus simplement & en général, par le moyen d'un cercle & d'une parabole; les autres se résolvent par des lignes du troisième ordre & au-delà. *Voyez* COURBE, *& les art. déjà cités.* La partie de la *Géométrie* transcendante qui applique le calcul différentiel & intégral à la recherche des propriétés des courbes, est celle qu'on appelle plus proprement *Géométrie transcendante*, & qu'on pourroit nommer avec quelques auteurs modernes, *Géométrie sublime*, pour la distinguer non-seulement de la *Géométrie* élémentaire, mais de la *Géométrie* des courbes qui n'emploie pas les calculs différentiel & intégral, & qui se borne ou à la synthèse des anciens, ou à la simple application de l'analyse ordinaire. Par-là on auroit trois divisions de la *Géométrie ; Géométrie élémentaire* ou des lignes droites & du cercle; *Géométrie transcendante* ou des courbes; & *Géométrie sublime* ou des nouveaux calculs.

2.° On divise aussi la *Géométrie* en ancienne & en moderne. On entend par *Géométrie ancienne*, ou celle qui n'emploie point le calcul analytique, ou celle qui emploie le calcul analytique ordinaire, sans se servir des calculs différentiel & intégral; & par *Géométrie moderne*, on entend ou celle qui emploie l'analyse de Descartes dans la recherche des propriétés des courbes, ou celle qui se sert des nouveaux calculs. Ainsi, la *Géométrie*, en tant qu'elle se borne à l'analyse seule de Descartes, est ancienne ou moderne, suivant les rapports sous lesquels on la considère; moderne par rapport à celle d'Apollonius & d'Archimède, qui n'emploient point le calcul; ancienne, par rapport à la *Géométrie* que nous avons nommée *sublime*, que Leibnitz & Neuton nous ont apprise, & que leurs successeurs ont perfectionnée.

Des élémens de Géométrie. On a donné au *mot* ÉLÉMENS DES SCIENCES, des principes qui s'appliquent naturellement aux élémens de *Géométrie :* on y a même traité des questions qui ont un rapport particulier à ces élémens; par exemple, si on doit suivre dans les élémens d'une science l'ordre des inventeurs; si on y doit préférer la facilité à la rigueur exacte, *&c.* c'est pourquoi nous renvoyons à *l'article* ÉLÉMENS. Ajoutons ici quelque réflexions qui pourront n'être pas inutiles, sur la manière de traiter les *élémens de Géométrie.*

Nous observerons d'abord, & ceci est une remarque peu importante, mais utile, que la division ordinaire de la *Géométrie* élémentaire en longimétrie, planimétrie & stéréométrie, n'est point exacte, à parler à la rigueur, puisqu'on y mesure non-seulement des lignes droites, des plans, & des solides, mais aussi des lignes circulaires & des surfaces sphériques: mais nous ne pouvons qu'approuver la division naturelle de la *géométrie* élémentaire en *géométrie* des lignes droites & des lignes circulaires, *géométrie* des surfaces, *géométrie* des solides.

On peut voir au *mot* COURBE, ce que nous pensons sur la meilleure définition possible de la ligne droite & de la ligne courbe. Quoique la ligne droite soit plus simple que la circulaire, cependant il est à-propos de traiter de l'une & de l'autre, ensemble & non séparément, dans des élémens de *géométrie ;* parce que les propriétés

de la ligne circulaire ſont d'une utilité infinie pour démontrer d'une manière ſimple & facile ce qui regarde les lignes droites comparées entr'elles quant à leur poſition. La meſure d'un angle eſt un arc de cercle décrit du ſommet de l'angle comme rayon. On a vu au *mot* DEGRÉ, pourquoi le cercle eſt la meſure naturelle des angles. Cela vient de l'uniformité des parties & de la courbure du cercle ; & quand on dit que la meſure d'un angle eſt un arc de cercle décrit du ſommet, cela ſignifie ſeulement que ſi deux angles ſont égaux, les arcs décrits de leur ſommet & du même rayon ſeront égaux : de même, quand on dit qu'un angle eſt double d'un autre, cela ſignifie ſeulement que l'arc décrit du ſommet de l'un eſt double de l'arc décrit du ſommet de l'autre : car l'angle n'étant, ſuivant ſa définition, qu'une ouverture ſimple, & non pas une étendue, on ne peut pas dire proprement & abſtraction faite de toute conſidération d'étendue, qu'un angle ſoit double d'un autre ; parce que cela ne ſe peut dire que d'une quantité comparée à une autre quantité homogène, & que l'ouverture de deux lignes n'ayant point de parties, n'eſt pas proprement une quantité. Quand on dit de même qu'un angle à la circonférence du cercle a pour meſure la moitié de l'arc compris entre ſes côtés, cela ſignifie que cet angle eſt égal à un angle dont le ſommet ſeroit au centre, & qui renfermeroit la la moitié de cet arc ; & ainſi du reſte.

Ces petites obſervations ne ſeront pas inutiles pour donner aux commençans des notions diſtinctes ſur la meſure des angles, & pour leur faire ſentir, ainſi que nous l'avons dit au *mot* ELÉMENS, quel eſt le véritable ſens qu'on doit donner à certaines façons de parler abrégées dont on ſe ſert dans chaque ſcience, & que les inventeurs ont imaginées pour éviter les circonlocutions.

La propoſition très-ſimple ſur la meſure des angles par un arc décrit de leur ſommet, étant jointe au principe de la ſuperpoſition, peut ſervir, ſi je ne me trompe, à démontrer toutes les propoſitions qui ont rapport à la *Géometrie* élémentaire des lignes. Le principe de la ſuperpoſition n'eſt point, comme le diſent quelques géomètres modernes, un principe méchanique & groſſier ; c'eſt un principe rigoureux, clair, ſimple & tiré de la vraie nature de la choſe. Quand on veut démontrer, par exemple, que deux triangles, qui ont des baſes égales & les angles à la baſe égaux, ſont égaux en tout, on emploie le principe de ſuperpoſition avec ſuccès : de l'égalité ſuppoſée des baſes & des angles, on conclut avec raiſon que ces baſes & ces angles appliqués les uns ſur les autres, coïncideront ; enſuite de la coïncidence de ces parties, on conclut évidemment & par une conſéquence néceſſaire, la coïncidence du reſte, & par conſéquent l'égalité & la ſimilitude parfaite des deux triangles : ainſi, le principe de la ſuperpoſition ne conſiſte pas à appliquer groſſièrement une figure ſur une autre, pour en conclure l'égalité des deux, comme un ouvrier applique ſon pié ſur une longueur pour la meſurer : mais ce principe conſiſte à imaginer une figure tranſportée ſur une autre, & à conclure, 1.° de l'égalité ſuppoſée des parties données, la coïncidence de ces parties ; 2.° de cette coïncidence, la coïncidence du reſte, & par conſéquent l'égalité totale & la ſimilitude parfaite des deux figures. On peut, par la même raiſon, employer le principe de la ſuperpoſition à prouver que deux figures ne ſont pas les mêmes. Au reſte, par ſuperpoſition j'entends ici non-ſeulement l'application d'une figure ſur une autre, mais celle d'une partie, d'une figure ſur une autre partie de la même figure, à deſſein de les comparer entr'elles ; & cette dernière manière d'employer le principe de la ſuperpoſition eſt d'un uſage infini & très-ſimple dans les élémens de *géométrie*. *Voyez* CONGRUENCE.

Après avoir traité de la *géometrie* des lignes conſidérées par rapport à leur poſition, je crois qu'on doit traiter de la *géométrie* des lignes conſidérées, quant au rapport qu'elles peuvent avoir entr'elles. Elle eſt toute fondée ſur ce théorême, qu'une ligne parallèle à la baſe d'un triangle en coupe les côtés proportionnellement. Pour cela, il ſuffit de montrer que, ſi cette parallèle paſſe par le point de milieu d'un des côtés, elle paſſera par le point de milieu de l'autre ; car on fera voir enſuite aiſément que les parties coupées ſont toujours proportionnelles, quand la partie coupée ſera commenſurable à la ligne entière ; & quand elle ne le ſera pas, on démontrera la même propoſition par la réduction à l'abſurde, en faiſant voir que le rapport ne peut être ni plus grand, ni plus petit, & qu'ainſi il eſt égal. Nous diſons *par la réduction à l'abſurde*, car on ne peut démontrer que de cette manière, & non d'une manière directe, la plupart des propoſitions qui regardent les incommenſurables. L'idée de l'infini entre au moins implicitement dans la notion de ces ſortes de quantités ; & comme nous n'avons qu'une idée négative de l'infini, c'eſt-à-dire, que nous ne le concevons que par la négation du fini, on ne peut démontrer directement & *à priori* tout ce qui concerne l'infini mathématique. *Voyez* DÉMONSTRATION, INFINI & INCOMMENSURABLE. Nous ne faiſons qu'indiquer ce genre de démonſtration, mais il y en a tant d'exemples dans les ouvrages de *géométrie*, que les mathématiciens tant-ſoit-peu exercés nous comprendront aiſément. Pour éviter la difficulté des incommenſurables, on démontre ordinairement la propoſition dont il s'agit, en ſuppoſant que deux triangles de même hauteur ſont entr'eux comme leurs baſes. Mais cette dernière propoſition elle-même, pour être démontrée en rigueur, ſuppoſe qu'on ait parlé des incommenſurables. D'ailleurs elle ſuppoſe la meſure des triangles, & par conſéquent la *géométrie* des ſur-

faces, qui eſt d'un ordre ſupérieur à la *géométrie* des lignes. C'eſt donc s'écarter de la généalogie naturelle des idées, que de s'y prendre ainſi. On dira peut être que la conſidération des incommenſurables rendra la *géométrie* élémentaire plus difficile, cela ſe peut; mais ils entrent néceſſairement dans cette *géométrie*; il faut y venir tôt ou tard, & le plutôt eſt le mieux, d'autant plus que la théorie des proportions des lignes amène naturellement cette conſidération. Toute la théorie des incommenſurables ne demande qu'une ſeule propoſition, qui concerne les limites des quantités; ſavoir, que les grandeurs, qui ſont la limite d'une même grandeur, ou les grandeurs qui ont une même limite, ſont égales entr'elles (*voyez* LIMITE, EXHAUSTION & DIFFÉRENTIEL); principe d'un uſage univerſel *en Géométrie*, & qui par conſéquent doit entrer dans les élémens de cette ſcience, & s'y trouver preſque dès l'entrée.

La *géométrie* des ſurfaces ſe réduit à leur meſure; & cette meſure eſt fondée ſur un ſeul principe, celui de la meſure du parallélogramme rectangle qu'on fait être le produit de ſa hauteur par ſa baſe. Nous avons expliqué, à la fin du *mot* EQUATION, ce que cela ſignifie, & la manière dont cette propoſition doit être énoncée dans les élémens, pour ne laiſſer, dans l'eſprit, aucun nuage. De la meſure du parallélogramme rectangle ſe tire celle des autres parallélogrammes, celle des triangles qui en ſont la moitié, comme le principe de la ſuperpoſition peut le faire voir; enfin celle de toutes les figures planes rectilignes, qui peuvent être regardées comme compoſées de triangles. A l'égard de la meſure du cercle, le principe des limites ou d'hexhauſtion ſervira à la trouver. Il ſuffira, pour cela, de faire voir que le produit de la circonférence par la moitié du rayon eſt la limite de l'aire des polygones inſcrits & circonſcrits; & comme l'aire du cercle eſt auſſi évidemment cette limite, il s'enſuit que l'aire du cercle eſt le produit de la circonférence par la moitié du rayon, ou du rayon par la moitié de la circonférence. *Voyez* CERCLE & QUADRATURE.

On peut rapprocher la théorie de la proportion des lignes de la théorie des ſurfaces par ce théorême, que quand quatre lignes ſont proportionnelles, le produit des extrêmes eſt égal au produit des moyennes; théorême qu'on peut démontrer par la *géométrie* ſans aucun calcul algébrique; car le calcul algébrique ne facilite en rien les élémens de *géometrie*, & par conſéquent ne doit pas y entrer. En rapprochant la théorie des proportions de celle des ſurfaces, on peut faire voir comment ces deux théories priſes ſéparément s'accordent à démontrer différentes propoſitions, par exemple, celle du quarré de l'hypothénuſe. Ce n'eſt pas une choſe auſſi inutile qu'on pourroit le penſer, de démontrer ainſi de différentes manières dans des élémens de *géométrie*, certaines propoſitions principales; par ce moyen, l'eſprit s'étend & ſe fortifie en voyant de quelle manière on fait rentrer les vérités les unes dans les autres.

Dans la *géométrie* des ſolides, on ſuivra la même méthode que dans celle des ſurfaces: on réduira tout à la meſure du parallelépipède rectangle; la ſeule difficulté ſe réduira à prouver qu'une pyramide eſt le tiers d'un parallelépipède de même baſe & de même hauteur. Pour cela, on fera voir d'abord, ce qui eſt très-facile par la méthode d'exhauſtion, que les pyramides de même baſe & de même hauteur ſont égales; enſuite, ce qui ſe peut faire de différentes manières, comme on le peut voir dans divers élémens de *géométrie*, on prouvera qu'une certaine pyramide déterminée eſt le tiers d'un priſme de même baſe & de même hauteur; & il ne reſtera plus de difficulté. Par ce moyen, on aura la meſure de tous les ſolides terminés par des figures planes. Il ne reſtera plus qu'à appliquer à la ſurface & à la ſolidité de la ſphère, les propoſitions trouvées ſur la meſure des ſurfaces & des ſolides; c'eſt de quoi on viendra aiſément à bout par la méthode d'exhauſtion, comme on a fait pour la meſure du cercle; peut-être même pourroit-on, pour plus d'ordre & de méthode, traiter de la ſurface ſphérique dans la *géométrie* des ſurfaces.

Nous ne devons pas oublier ici une obſervation importante. Le principe de la méthode d'exhauſtion eſt ſimple (*voyez* EXHAUSTION); mais ſon application peut quelquefois rendre les démonſtrations longues & compliquées. Ainſi, il ne ſeroit peut-être pas mal-à-propos de ſubſtituer le principe des infiniment petits à celui d'exhauſtion, après avoir montré l'identité de ces deux principes, & avoir remarqué que le premier n'eſt qu'une façon abrégée d'exprimer le ſecond; car c'eſt en effet tout ce qu'il eſt, n'y ayant, dans la nature, ni infinis actuels, ni infiniment petits. *V.* INFINI, DIFFÉRENTIEL, EXHAUSTION & LIMITE. Par ce moyen, la facilité des démonſtrations ſera plus grande, ſans que la rigueur y perde rien.

Voilà, ce me ſemble, le plan qu'on peut ſuivre en traitant de la *géométrie élémentaire*. Ce plan, & les réflexions générales que nous avons faites à la fin du mot ELÉMENS DES SCIENCES, ſuffiſent pour faire ſentir qu'il n'y a aucun géomètre au-deſſus d'une pareille entrepriſe; qu'elle ne peut même être bien exécutée que par des mathématiciens du premier ordre; & qu'enfin, pour faire d'excellens élémens de *géométrie*, Deſcartes, Neuton, Léibnitz, Bernoulli, *&c.* n'euſſent pas été de trop. Cependant il n'y a peut-être pas de ſcience ſur laquelle on ait tant multiplié les élémens, ſans compter ceux que l'on nous donnera ſans doute encore. Ces élémens ſont pour la plupart l'ouvrage de mathématiciens médiocres, dont les connoiſſances, en *géométrie*, ne vont pas ſouvent au-delà de leur livre, & qui, par cela même, ſont incapables de bien traiter cette matière.

Ajoutez qu'il n'y a presque pas d'auteur d'élémens de *géométrie*, qui, dans sa préface, ne dise plus ou moins de mal de tous ceux qui l'ont précédé. Un ouvrage en ce genre, qui seroit au gré de tout le monde, est encore à faire; mais c'est peut-être une entreprise chimérique que de croire pouvoir faire au gré de tout le monde un pareil ouvrage. Tout ceux qui étudient la *géométrie* ne l'étudient pas dans les mêmes vues : les uns veulent se borner à la pratique; &, pour ceux-là, un bon traité de *géométrie-pratique* suffit, en y joignant, si l'on veut, quelques raisonnemens qui éclairent les opérations jusqu'à un certain point, & qui les empêchent d'être bornées à une aveugle routine : d'autres veulent avoir une teinture de *géométrie élémentaire* spéculative, sans prétendre pousser cette étude plus loin; & pour ceux-là il n'est pas nécessaire de mettre une si grande rigueur dans les élémens; on peut supposer comme vraies plusieurs propositions, dont la vérité s'apperçoit assez d'elle-même, & qu'on démontre dans les élémens ordinaires. Il est enfin des étudians qui n'ont pas la force d'esprit nécessaire pour embrasser à-la-fois les différentes branches d'une démonstration compliquée; & il faut à ceux-là des démonstrations plus faciles, dussent-elles être moins rigoureuses. Mais, pour les esprits vraiment propres à cette science, pour ceux qui sont destinés à y faire des progrès, nous croyons qu'il n'y a qu'une seule manière de traiter les élémens; c'est celle qui joindra la rigueur à la netteté, & qui, en même tems, mettra sur la voie des découvertes par la manière dont on y présentera les démonstrations. Pour cela, il faut les montrer, autant qu'il est possible, sous la forme de problêmes à résoudre plutôt que de théorêmes à prouver, pourvu que, d'un autre côté, cette méthode ne nuise point à la généalogie naturelle des idées & des propositions, & qu'elle n'engage pas à supposer comme vrai, ce qui, en rigueur géométrique, a besoin de preuve.

On a vu au *mot* Axiome de quelle inutilité ces sortes de principes sont dans toutes les sciences; il est donc très-à-propos de les supprimer dans des élémens de *géometrie*, quoiqu'il n'y en ait presque point où on ne les voie paroître encore. Quel besoin a-t-on des axiomes sur le tout & sur la partie, pour voir que la moitié d'une ligne est plus petite qu'une ligne entière? A l'égard des définitions, quelque nécessaires qu'elles soient dans un pareil ouvrage, il nous paroît peu philosophique & peu conforme à la marche naturelle de l'esprit de les présenter d'abord brusquement & sans une espèce d'analyse; de dire, par exemple, *la surface est l'extrémité d'un corps, laquelle n'a aucune profondeur.* Il vaut mieux considérer d'abord le corps tel qu'il est, & montrer comment, par des abstractions successives, on en vient à le regarder comme simplement étendu & figuré, &, par de nouvelles abstractions, à y considérer successivemnnt la surface, la ligne & le point. Ajoutons ici qu'il se trouve des occasions, sinon dans des élémens, au moins dans un cours complet de *géométrie*, où certaines définitions ne peuvent être bien placées qu'après l'analyse de leur objet. Croit-on, par exemple, qu'une simple définition de l'Algébre en donnera l'idée à celui qui ignore cette science? Il seroit donc à propos de commencer un traité d'Algébre par expliquer clairement la marche, suivant laquelle l'esprit est parvenu ou peut parvenir à en trouver les règles; & on finiroit ainsi l'ouvrage : *la science que nous venons d'enseigner est ce qu'on appelle Algèbre.* Il en est de même de l'application de l'Algèbre à la *Géométrie*, & du calcul différentiel & intégral, dont on ne peut bien saisir la vraie définition, qu'après en avoir compris la métaphysique & l'usage.

Revenons aux élémens de *géométrie.* Un inconvénient peut-être plus grand que celui de s'écarter de la rigueur exacte que nous y recommandons, seroit l'entreprise chimérique de vouloir y chercher une rigueur imaginaire. Il faut y supposer l'étendue telle que tous les hommes la conçoivent, sans se mettre en peine des difficultés des sophistes sur l'idée que nous nous en formons, comme on supposa en méchanique le mouvement, sans répondre aux objections de Zenon d'Elée. Il faut supposer, par abstraction, les surfaces planes & les lignes droites, sans se mettre en peine d'en prouver l'existence, & ne pas imiter un géomètre moderne, qui, par la seule idée d'un fil tendu, croit pouvoir démontrer les propriétés de la ligne droite, indépendamment du plan, & qui ne se permet pas cette hypothèse, qu'on peut imaginer une ligne droite menée d'un point à un autre sur une surface plane; comme si l'idée d'un fil tendu, pour représenter une ligne droite, étoit plus simple & plus rigoureuse que l'hypothèse en question; ou plutôt comme si cette idée n'avoit pas l'inconvénient de représenter par une image physique grossière & imparfaite, une hypothèse abstraite & mathématique.

Géométrie transcendante ou des courbes. Cette *géométrie* suppose le calcul algébrique. *Voyez* Algèbre & Mathématiques. On doit la commencer par la solution des problêmes du second degré au moyen de la ligne droite & du cercle; & cette théorie peut produire beaucoup de remarques importantes & curieuses sur les racines positives & négatives, sur la position des lignes qui les expriment, sur les différentes solutions dont un problême est susceptible. *Voyez au mot* Equation la plupart de ces remarques, qui ne se trouvent pas dans les traités de *géométrie* ordinaires; *voyez aussi* Racine. On passera de-là aux sections coniques; la meilleure manière & la plus courte de les traiter dans un ouvrage de *géométrie* (qui ne se borne pas à cette seule matière), est, ce me semble, d'employer la méthode analytique que nous avons indiquée à la fin de l'*article* Conique, de

de les regarder comme des courbes du premier genre ou lignes du second ordre, & de les diviser en especes, suivant ce qui en a été dit à l'article cité & *au mot* COURBE. Quand on aura trouvé l'équation la plus simple de la parabole, celle de l'ellipse & celle de l'hyperbole, on fera voir ensuite très-aisément que ces courbes s'engendrent dans le cone, & de quelle maniere elles s'y engendrent. Cette formation des sections coniques dans le cone seroit peut-être la maniere dont on devroit les envisager d'abord, si on se bornoit à faire un traité de ces courbes; mais elles doivent entrer dans un cours de *géométrie* sous un point de vue plus général. On terminera le traité des sections coniques par la solution des problêmes du troisieme & du quatrieme degré, au moyen de ces courbes; sur quoi *voyez* CONSTRUCTION & EQUATION.

La théorie des sections coniques doit être précédée d'un traité, qui contiendra les principes généraux de l'application de l'Algebre aux lignes courbes. *Voyez* COURBE. Ces principes généraux consisteront, 1.° à expliquer comment on représente, par une équation, le rapport des abscisses aux ordonnées; 2.° comment la résolution de cette équation fait connoître le cours de la courbe, ses différentes branches & ses asymptotes; 3.° à donner la maniere de trouver, par le calcul différentiel, les tangentes & les points de *maximum* & de *minimum*; 4.° à enseigner comment on trouve l'aire des courbes par le calcul intégral: par conséquent ce traité contiendra les regles du calcul différentiel & intégral, au moins celles qui peuvent être utiles pour abréger un traité des sections coniques. Quelques géometres se récrieront peut-être ici sur l'emploi que nous voulons faire de ces calculs dans une matiere où l'on peut s'en passer; mais nous les renvoierons à ce que nous avons dit sur ce sujet au *mot* ELLIPSE. Nous y avons fait voir, par des exemples, combien ces calculs sont commodes pour abréger les démonstrations & les solutions, & pour réduire à quelques lignes ce qui autrement occuperoit des volumes. Nous avons d'ailleurs donné au *mot* DIFFÉRENTIEL la métaphysique très-simple & très-lumineuse des nouveaux calculs; & quand on aura bien expliqué cette métaphysique, ainsi que celle de l'infini géométrique (*voyez* INFINI), on pourra se servir des termes d'*infiniment petit* & d'*infini*, pour abréger les expressions & les démonstrations.

En traitant de l'application de l'Algebre aux courbes, on ne les représente guere que par l'équation entre les coordonnées parallèles; mais il est encore d'autres formes, quoique moins usitées, à donner à leur équation. On peut la supposer, par exemple, entre les rayons de la courbe qui partent d'un centre, & les abscisses ou les ordonnées correspondantes; comme aussi entre ces rayons & la tangente, le sinus ou la sécante de l'angle qu'ils forment avec les abscisses ou les ordonnées; on en voit des exemples au *mot* ELLIPSE. Toutes ces équations dans les courbes géométriques sont finies & algébriques; mais il en est quelquefois qui se présentent ou qui peuvent se présenter sous une forme différentielle; ce sont celles, par exemple, dans lesquelles un des membres est la différentielle de l'angle formé par le rayon & l'abscisse, & l'autre est une différentielle de quelque fonction de l'abscission ou du rayon, réductible à un arc de cercle. Par exemple, si j'avois cette équation $dz = \frac{-dx}{\sqrt{aa-xx}}$, z étant l'angle entre le rayon & l'abscisse, x le rayon, & a la valeur du rayon quand $z=0$, il est évident que la courbe est géométrique. Car $\frac{-dx}{\sqrt{aa-xx}}$ est la différentielle d'un angle dont le cosinus est x, & le rayon a (*voy.* COSINUS); donc $\frac{x}{a}$ = cosinus z; or, si on nomme u & y les abscisses & ordonnées rectangles, on aura $uu+yy=xx$; $x=\sqrt{uu+yy}$; & cosin. $z = \frac{u}{\sqrt{uu+yy}}$. C'est pourquoi l'équation différentielle $dz = \frac{-dx}{\sqrt{aa-xx}}$, qui paroît ne pouvoir être intégrée que par des arcs de cercle, donnera l'équation en coordonnées rectangles $\sqrt{uu+yy} = \frac{au}{\sqrt{uu+yy}}$, qui est l'équation d'un cercle dont les coordonnées ont leur origine à la circonférence. Il en est de même de plusieurs autres cas semblables.

Ces sortes d'équations méritent qu'on en fasse une mention expresse dans la *géométrie* transcendante, d'autant qu'elles sont très-utiles dans la théorie des *trajectoires* ou courbes décrites par des projectiles, *voyez* TRAJECTOIRE, & par conséquent dans la théorie des orbites des planetes, *voyez* ELLIPSE, KEPLER (*loi de*), PLANÈTE, & ORBITE. *Voyez aussi, dans les Mémoires de l'Acad. des Sciences pour l'année* 1710, *un Mémoire* de M. Bernoulli sur ce dernier sujet.

Les sections coniques achevées, on passera aux courbes d'un genre supérieur; on donnera d'abord la théorie des points multiples, des points d'inflexion, des points de rebroussement & de serpentement. *Voyez* POINT MULTIPLE, INFLEXION, REBROUSSEMENT, SERPENTEMENT, &c. Ces théories sont fondées en partie sur le calcul algébrique simple, en partie & presque en entier sur le calcul différentiel; ce n'est pas que ce dernier calcul y soit absolument nécessaire; mais, quoi qu'on en puisse dire, il abrege & facilite extrêmement toute cette théorie. On n'oubliera pas la théorie si belle & si simple des développées & des caustiques. *Voyez* DEVELOPPÉE, CAUSTIQUE, OSCULATEUR, &c. Nous ne pouvons & nous ne faisons qu'indiquer ici ces différens objets, dont plusieurs

ont déjà été traités dans ce Dictionnaire, & les autres le seront à leurs articles particuliers. *Voyez* TANGENTE, *MAXIMUM*, &c. On entrera ensuite dans le détail des courbes des différens ordres, dont on donnera les classes, les espèces, & les propriétés principales. *Voyez* COURBE. A l'égard de la quadrature & de la rectification de ces sortes de courbes, & même de la rectification des sections coniques, on la remettra à la *Géométrie sublime*.

Au reste, en traitant les courbes géométriques, on pourra s'étendre un peu plus particulièrement sur les plus connues, comme le *folium* de Descartes, la *conchoïde*, la *cissoïde*, &c. *Voyez ces mots*.

Les courbes méchaniques suivront les géométriques. On traitera d'abord des courbes exponentielles, qui sont comme une espèce moyenne entre les courbes géométriques & les méchaniques. *Voyez* EXPONENTIEL. Ensuite, après avoir donné les principes généraux de la construction des courbes méchaniques, au moyen de leur équation différentielle & de la quadrature des courbes (*voyez* CONSTRUCTION), on entrera dans le détail des principales & des plus connues, de la *spirale*, de la *quadratrice*, de la *cycloïde*, de la *trochoïde*, &c. *Voyez ces mots*.

Telles sont à-peu-près les matières que doit contenir un traité de *géométrie* transcendante; nous ne faisons que les indiquer, & que marquer, pour ainsi dire, les masses principales. Un géomètre intelligent saura trouver de lui-même, & à l'aide des différens articles de ce Dictionnaire, les parties qui doivent composer chacune de ces masses.

Géométrie sublime. Après le plan que nous avons tracé pour la *géométrie* transcendante, on voit que le calcul différentiel & ses usages y sont presque épuisés; il ne reste plus à la *géométrie sublime* que le calcul intégral, & son application à la quadrature & à la rectification des courbes. Ce calcul sera donc la matière principale & presque unique de la *géométrie sublime*. Sur la manière dont on doit le traiter, *voyez* INTÉGRAL.

Nous terminerons cet article par quelques réflexions générales. On a vu *au mot* APPLICATION des observations sur l'usage de l'analyse & de la synthèse en *géométrie*. On nous a fait sur cet article quelques questions qui donneront lieu aux remarques suivantes.

1.° Le calcul algébrique ne doit point être appliqué aux propositions de la *géométrie* élémentaire, par la raison qu'il ne faut employer ce calcul que pour faciliter les démonstrations, & qu'il ne paroît pas y avoir dans la *géométrie* élémentaire aucune démonstration qui puisse réellement être facilitée par ce calcul. Nous exceptons néanmoins de cette règle la solution des problèmes du second degré par le moyen de la ligne droite & du cercle (supposé qu'on veuille regarder ces problèmes comme appartenant à la *géométrie* élémentaire, & non comme le passage de la *géométrie* élémentaire à la trascendante); car le calcul algébrique simplifie extrêmement la solution des questions de ce genre, & il abrège même les démonstrations. Pour s'en convaincre, il suffira de jetter les yeux sur quelques-uns des problèmes du second degré qui sont résolus dans l'*application de l'Algèbre à la Géométrie* de M. Guisnée. Après avoir mis un problème en équation, l'auteur tire de cette équation, la construction nécessaire pour satisfaire à l'équation trouvée; & ensuite il démontre synthétiquement & à la manière des anciens, que la construction qu'il a employée résout en effet le problème. Or la plupart de ces démonstrations synthétiques sont assez compliquées & fort inutiles, si ce n'est pour exercer l'esprit; car il suffit de faire voir que la construction satisfait à la solution de l'équation finale, pour prouver qu'elle donne la solution du problème.

2.° Nous croyons qu'il est ridicule de démontrer par la synthèse ce qui peut être traité plus simplement & plus facilement par l'analyse, comme les propriétés des courbes, leurs tangentes, leurs points d'inflexion, leurs asymptotes, leurs branches, leur rectification, & leur quadrature. Les propriétés de la spirale que les plus grands mathématiciens ont eu tant de peine à suivre dans Archimède, peuvent aujourd'hui se démontrer d'un trait de plume. N'y a-t-il donc pas en *géométrie* assez de choses à apprendre, assez de difficultés à vaincre, assez de découvertes à faire, pour ne pas user toutes les forces de son esprit sur les connoissances qu'on peut y acquérir à moins de frais? D'ailleurs, combien de recherches géométriques auxquelles la seule analyse peut atteindre? Les Anglois, grands partisans de la synthèse, sur la foi de Newton qui la louoit, & qui s'en servoit pour cacher sa route, en employant l'analyse pour se conduire lui-même les Anglois, dis-je, semblent, par cette raison n'avoir pas fait en *Géométrie*, depuis ce grand homme, tous les progrès qu'on auroit pu attendre d'eux. C'est à d'autres nations, aux François & aux Allemands, & sur-tout aux premiers, qu'on est redevable des nouvelles recherches sur le système du monde, sur la figure de la terre, sur la théorie de la lune, sur la précession des équinoxes, qui ont prodigieusement étendu l'Astronomie-physique. Qu'on essaye d'employer la synthèse à ces recherches, on sentira combien elle en est incapable. Ce n'est qu'à des géomètres médiocres qu'il appartient de rabaisser l'analyse, comme il n'appartient de décrier un art qu'à ceux qui l'ignorent. On trouve une espèce de consolation à taxer d'inutilité ce qu'on ne sait pas. Nous avons, il est vrai, exposé ailleurs quelques inconvéniens de l'Algèbre. *Voyez le mot* ÉQUATION, *page 850, tome V*. Si la synthèse peut lever ces inconvéniens dans les cas où ils ont lieu, nous conviendrons qu'on devroit préférer la synthèse à l'analyse, du moins en ces cas-là; mais nous doutons, pour ne rien dire de plus, que la synthèse ait cet avantage; & ceux qui penseroient autrement, nous obligeroient de nous désabuser.

3.° Il y a cette différence en Mathématiques entre l'Algèbre & l'Analyse, que l'Algèbre est la science du calcul des grandeurs en général, & que l'Analyse est le moyen d'employer l'Algèbre à la solution des problêmes. Je parle ici de l'*analyse mathématique*; l'emploi qu'elle fait de l'Algèbre pour trouver les inconnues au moyen des connues, est ce qui la distingue de l'*analyse logique*, qui n'est autre chose en général que l'art de découvrir ce qu'on ne connoît pas par le moyen de ce qu'on connoît. Les anciens géomètres avoient sans doute dans leurs recherches une espèce d'analyse; mais ce n'étoit proprement que l'analyse logique. Tout algébriste s'en sert pour commencer le calcul; mais ensuite le secours de l'Algèbre facilite extrêmement l'usage & l'application de cette analyse à la solution des problêmes. Ainsi, quand nous avons dit *au mot* ANALYSE, que l'analyse *mathématique* enseigne à résoudre les problêmes, en les *réduisant à des équations*, nous croyons avoir donné une définition très-juste. Ces derniers mots sont le caractère essentiel qui distingue l'analyse mathématique de toute autre; & nous n'avons fait d'ailleurs que nous conformer en cela au langage universellement reçu aujourd'hui par tous les géomètres algébristes.

4.° On peut appeller l'Algèbre *géométrique symbolique*, à cause des symboles dont l'Algèbre se sert dans la solution des problêmes; cependant le nom de *géométrie métaphysique* qu'on a donné à l'Algèbre (*voyez* ALGÈBRE), paroît lui être du moins aussi convenable; parce que le propre de la Métaphysique est de généraliser les idées, & que non-seulement l'Algèbre exprime les objets de la *Géométrie* par des caractères généraux, mais qu'elle peut faciliter l'application de la *géométrie* à d'autres objets. En effet on peut, par exemple, en Méchanique, représenter le rapport des parties du tems, par le rapport des parties d'une ligne, & le mouvement d'un corps par l'équation d'une courbe, dont les abscisses représentent les tems, & les ordonnées, les vîtesses correspondantes. La *Géométrie*, sur-tout lorsqu'elle est aidée de l'Algèbre, est donc applicable à toutes les autres parties des Mathématiques, puisqu'en Mathématique, il n'est jamais question d'autre chose, que de comparer des grandeurs entr'elles; & ce n'est pas sans raison que quelques géomètres philosophes ont défini la *Géométrie*, la science *de la grandeur en général*, en tant qu'elle est représentée ou qu'elle peut l'être par des lignes, des surfaces, & des solides.

Sur l'application de la *Géométrie* aux différentes sciences, *voyez* APPLICATION, MÉCHANIQUE, OPTIQUE, PHYSIQUE, PHYSICO-MATHÉMATIQUE, *&c.* (*O*)

GÉOMÉTRIE *souterraine*. On appelle ainsi l'application des principes de la *géométrie* ordinaire à des problêmes qui ont pour objet l'exploitation des mines, tels que la recherche des dimensions des filons, de leur inclinaison à l'horizon, de leur direction relativement aux quatre points cardinaux du monde, &c. *Voyez le Dictionnaire de Chymie.*

GÉOMÉTRIQUE, adj. se dit de tout ce qui a rapport à la Géométrie.

Courbe géométrique, est la même chose que *courbe algébrique. Voyez* COURBE.

Construction géométrique. Les anciens géomètres ne donnoient le nom de *constructions géométriques* qu'à celles qui se faisoient avec le secours seul de la règle & du compas, ou ce qui revient au même, de la ligne droite & du cercle: mais les géomètres modernes, à commencer depuis Descartes, prennent pour *géométrique* toute construction qui s'exécute par le moyen d'une courbe *géométrique* quelconque. *Voyez* CONSTRUCTION & COURBE. On appelle *géométriques* ces constructions, pour les distinguer de celles qui s'exécutent par le moyen des courbes méchaniques, & qu'on peut appeller *constructions méchaniques*. Au reste, les constructions méchaniques sont souvent plus simples & plus faciles que les *constructions géométriques. Voyez* COURBE.

Pas géométriques, voyez PAS.

Proportion & progression géométrique, voyez PROPORTION & PROGRESSION.

Esprit géométrique, voy. ci-devant GÉOMÈTRE (*O*).

GÉOMÉTRIQUEMENT, adv. *d'une manière géométrique*. Ainsi, on dit, *résoudre géométriquement un problême, raisonner géométriquement*, &c. (*O*)

GÉOSTATIQUE, s. f. (*Méchan.*) est la même chose que *statique* qui est aujourd'hui plus usité. *Voy.* STATIQUE. Ce mot signifie la partie de la méchanique qui traite des loix de l'équilibre des corps solides; on l'appelloit autrefois ainsi de γῆ, *terre*, & de ἵστημι; *sto*, je suis en repos. Par cette dénomination, on la distinguoit de l'*hydrostatique* qui traite de l'équilibre des fluides, & qui vient de ὕδωρ, *eau*, & de ἵστημι, *sto. Voyez* HYDROSTATIQUE. Ainsi, on représentoit les solides en général par la terre, & les fluides par l'eau; le mot d'*hydrostatique* est resté, & le mot de *géostatique*, comme plus impropre, a été changé en celui de *statique*. (*O*)

GERBE, (*Astron.*) dans les cartes des constellations, données par Bayer, on trouve une *gerbe* de bled à la place de la chevelure de Bérénice, constellation située sur la queue du lion. (*D. L.*)

GIR

GIRAFFE *ou* CAMELOPARDALIS, (*Ast.*) constellation septentrionale, formée par Bartschius dans son *Planisphærium stellatum*, adoptée par Royer, en 1679; elle se trouve dans le *grand Atlas* de Flamstéed, dont les astronomes se servent journellement, dans le planisphère de Senex, dans celui de M. Robert de Vaugondy; on l'appelle en françois *caméléopard*. Cette constellation contient trente-deux étoiles, dont les plus belles sont de quatrième grandeur. Sa tête est située entre la queue du dragon & l'étoile polaire, & elle occupe l'espace qui est entre la tête de la grande ourse & cassiopée; les pattes de derriere sont entre persée & le

cocher, & celles de devant, fur la tête du cocher & fur celle du lynx. (*D. L.*)

GLE

GLENEA, (*Aftron.*) nom de la belle étoile à l'épaule orientale d'Orion.

GLISSER, v. neut. (*Méchan.*) fe dit quand un corps fe meut fur une furface plane, de manière que la même partie ou le même point du corps touche toujours cette furface : c'eft ce qu'on appelle en Méchanique, *fuperinceffus radens.*

Si le corps fe meut fur une furface plane, de manière qu'il applique fucceffivement, à cette furface, différentes parties ou différens points, on dit alors que le corps *roule* : il en eft de même s'il fe meut fur une furface courbe fur laquelle il applique toujours la même partie; car alors il ne peut fe mouvoir fans tourner au moins en partie; de manière que fa partie fupérieure a plus ou moins de mouvement que fa partie inférieure, felon que la furface eft convexe ou concave. Le mot *gliffer*, pris dans le fens le plus exact, fuppofe que toutes les parties du corps fe meuvent d'un mouvement égal, c'eft-à-dire, décrivent dans le même tems des lignes égales & parallèles.

Lorfqu'un corps eft frappé fuivant une direction qui paffe par fon centre de gravité, & qui eft perpendiculaire à l'endroit frappé de la furface du corps, ce corps tend à fe mouvoir en *gliffant*, & il fe mouvroit en effet de cette manière, fi les afpérités de fa furface, & celles de la furface fur laquelle il fe meut, ne l'obligeoient quelquefois à tourner. *Voyez* ROULEMENT, FROTTEMENT, ROUE D'ARISTOTE, *&c.* (*O*).

GLOBE, *en terme de Géométrie*, eft un corps rond ou fphérique, appellé plus communément *fphère. Voyez* SPHÈRE. Au refte le mot *fphère*, en tant qu'il fignifie un *globe*, ne s'emploie guère qu'en Géométrie : dans les autres fciences comme la Phyfique, la Méchanique, *&c.* on dit *globe* plutôt que *fphère*, lorfqu'on veut exprimer un corps parfaitement & également rond en tout fens.

On regarde la terre & l'eau, comme formant enfemble un *globe* que nous appellons le *globe terreftre*, & que les Latins ont exprimé plus proprement par *orbis terraqueus. Voyez* TERRAQUÉ.

Cette fuppofition ne fauroit être fort éloignée de la vérité : car quoique les mefures des degrés nous apprennent que la terre n'eft pas parfaitement ronde, cependant la figure qu'elle a, eft affez peu éloignée de la figure fphérique, pour qu'on puiffe la regarder comme telle.

GLOBE CÉLESTE. (*Aftron.*) Inftrument fait pour repréfenter la figure ronde du ciel avec les cercles & les conftellations céleftes. Il y a auffi des *globes* terreftres qui appartiennent à la géographie. Leur conftruction fe trouvera dans le Dictionnaire des arts; nous n'avons à expliquer ici que leurs ufages.

Nous ignorons par qui, & en quel tems ces inftrumens ont été inventés : il eft certain cependant qu'on en connoiffoit l'utilité du tems d'Archimède, dont la fphère eft célébrée par Ovide, *Faft.* 6, 277. Strabon, *liv. II*, *p.* 116, nous parle d'un *globe* de Cratès, comme d'un moyen très-avantageux pour repréfenter au naturel les parties connues de la terre. Ce Cratès étoit de Mallus en Cilicie; il avoit été maître de Panætius de Rhodes, qui vivoit 130 ans avant J. C. *Voyez* Fabricius, *Bibl. græc. lib.* 3 & 4.

L'on diftingue dix cercles principaux fur les globes comme fur les fphères, favoir fix grands & quatre petits; les grands cercles font l'horizon, le méridien, l'équateur, l'écliptique, le colure des folftices, le colure des équinoxes; les petits cercles font les tropiques du cancer & du capricorne, & les deux cercles polaires. *Voyez Sphère.*

Ufages du globe célefte. On peut réfoudre par le moyen du *globe*, un grand nombre de queftions de l'Aftronomie fphérique, & fe difpenfer fouvent par-là des calculs trigonométriques, lorfqu'on n'a pas befoin de la précifion des minutes. Les ufages font les mêmes pour le *globe* & pour la fphère armillaire qui n'en diffère que parce qu'elle eft évidée.

Dans les *Planches d'Aftronomie, la figure* 12 repréfente un *globe* célefte tout monté fur les trois pieds *F*, fon horizon fixe *DLB*, & fa rofette polaire, ou cadran fixe *ASPR*, divifé en vingt-quatre heures; l'aiguille *S* tient à frottement fur l'axe du globe, & tourne avec lui, mais elle peut changer de place à volonté.

Trouver l'afcenfion droite & la déclinaifon d'une étoile repréfentée fur la furface du globe. Portez l'étoile fous le méridien immobile *ZE*, où font marqués les degrés de déclinaifon en partant de l'équateur; alors le nombre de degrés compris entre l'équateur & le point du méridien, fous lequel eft l'étoile, donne fa déclinaifon; & le degré de l'équateur qui, fous le méridien, fe rencontre avec l'étoile, eft fon afcenfion droite.

Trouver la longitude & la latitude d'une étoile. Appliquez une des extrémités du quart de cercle de hauteur *ZQ* au quart de l'écliptique, dans l'hémifphère où eft l'étoile; & portez le côté où font marqués les degrés contre l'étoile; le degré marqué fur le quart de cercle à l'endroit de l'étoile, eft fa latitude à compter depuis l'écliptique; & le degré de l'écliptique coupé par le quart de cercle, eft fa longitude.

Pour que le quart de cercle demeure durant cette opération bien fixé aux poles de l'écliptique par une de fes extrémités, il ne feroit pas mal d'attacher aux poles de l'écliptique une efpèce de ftile, dans lequel on feroit entrer un des bouts du quart de cercle.

Trouver le lieu du foleil dans l'écliptique. Cher-

chez le jour du mois dans le calendrier, qui est ordinairement collé sur l'horizon du globe, & cherchez aussi sur l'horizon, dans le cercle des signes, quel est le degré que le soleil occupe ce jour-là; il se trouve vis-à-vis le jour du mois. Cela fait, cherchez le même signe & le même degré sur l'écliptique & sur la surface du *globe*; c'est-là le lieu du soleil pour ce jour-là. On peut le marquer avec un crayon pour servir aux usages suivans.

Trouver la déclinaison du soleil. Le lieu du soleil pour le jour donné, étant porté sous le méridien, les degrés du méridien compris entre l'équateur & le lieu en question, marquent la déclinaison du soleil pour ce jour-là.

Rectifier le globe, c'est-à-dire *le placer de sorte qu'il représente l'état actuel ou la situation des cieux, pour quelqu'endroit que ce soit, comme pour Paris.* 1.° Si le lieu proposé a une latitude septentrionale, élevez le pole septentrional au-dessus de l'horizon; s'il a une latitude méridionale, élevez le pole méridional, jusqu'à ce que l'arc compris entre le pole & l'horizon soit égal à l'élévation donnée du pole: pour Paris, il faudra élever le pole septentrional de 48d 50' au-dessus de l'horizon. De cette manière, le lieu dont il s'agit, se trouvera au zénit ou à l'endroit le plus élevé du *globe*.

2.° Attachez le quart de cercle de hauteur au zénit, c'est-à-dire au point qui marque la latitude du lieu.

3.° Par le moyen d'une boussole ou d'une ligne méridienne, placez le *globe* de manière que le méridien immobile de bois ou de cuivre se trouve dans le plan de la méridienne.

4.° Placez sous le méridien du *globe*, le degré de l'écliptique où est le soleil, & mettez l'aiguille horaire, ou l'aiguille de la rosette polaire sur 12 heures, alors le *globe* représentera l'état des cieux pour ce jour-là à midi.

5.° Tournez le *globe* jusqu'à ce que l'aiguille vienne à marquer quelque autre heure donnée, & pour lors le *globe* représentera l'état des cieux pour cette heure-là.

Connoître & distinguer dans le ciel toutes les étoiles & planètes par le moyen du globe. 1.° Ajustez le *globe* à l'état du ciel pour le tems donné.

2.° Cherchez sur le *globe* quelque étoile qui vous soit connue, par exemple, celle qui est au milieu de la queue de la grande ourse.

3.° Observez les positions des autres étoiles les plus remarquables de la même constellation; & en levant les yeux de dessus le *globe* vers le ciel, vous n'aurez point de peine à y remarquer ces étoiles.

4.° De la même manière, vous pouvez passer de cette constellation à celle qui lui est voisine, jusqu'à ce que vous les connoissiez toutes. *Voyez* Etoile.

Si vous cherchez le lieu des planètes sur le *globe* de la manière qu'il est dit ci-dessus, vous pourrez les reconnoître également dans le ciel, en les comparant avec les étoiles voisines, pourvu que vous connoissiez leur longitude par un almanach, ou par les tables astronomiques, pour la marquer sur le *globe*.

Trouver l'ascension oblique du soleil, son amplitude orientale, son azimut, & le temps de son lever. 1.° Disposez le *globe* de manière que l'aiguille marque 12, & que le lieu du soleil se trouve sous le méridien: ensuite faites venir le lieu du soleil vers le côté oriental de l'horizon; pour lors, le nombre de degrés compris entre le degré de l'équateur porté contre l'horizon & le commencement du Bélier, est l'ascension oblique du soleil.

2.° Les degrés de l'horizon, compris entre son point oriental & le point où est le soleil, marquent l'amplitude ortive.

3.° L'heure marquée par l'aiguille, est le tems du lever du soleil.

Pour trouver l'azimut du soleil, il faut d'abord observer que ces azimuts changent selon l'heure & selon le lieu du soleil. C'est pourquoi il faut d'abord disposer le *globe* selon l'élévation du lieu; ensuite il faut trouver le lieu du soleil dans l'écliptique, le mettre sous le méridien, & le stile horaire sur 12 heures; & après avoir attaché le quart de cercle de hauteur au zénit, on tourne le *globe* jusqu'à ce que le stile horaire soit sur l'heure donnée; & le *globe* demeurant en cet état, on tourne le quart de cercle de hauteur jusqu'à ce qu'il soit sur le lieu du soleil, ou sur le degré que le soleil occupe ce jour-là dans l'écliptique; on comptera sur l'horizon, la distance comprise entre l'orient équinoxial & le degré où le quart-de-cercle de hauteur rencontre l'horizon, ce sera l'azimut cherché.

Supposant, par exemple, que le lieu du soleil soit au dix-huitième degré du Taureau, on trouvera pour la latitude de Paris, que l'azimut du soleil à 9 heures 34' du matin, est de 31 degrés.

Si l'on veut trouver la hauteur du soleil, on la connoîtra aisément en comptant sur le quart-de-cercle de hauteur, le nombre de degrés compris entre l'horizon & le lieu du soleil.

Trouver la descension oblique du soleil, son amplitude occidentale, & le tems de son coucher. La solution de ce problème est la même que celle du précédent, excepté que le lieu du soleil doit être porté ici vers le côté occidental de l'horizon.

Trouver l'heure du lever & du coucher des signes. Si vous voulez savoir, par exemple, à quelle heure se leve le signe du Scorpion, quand le soleil est au premier degré du Bélier; mettez ce degré du Bélier sous le méridien & le stile horaire sur 12 heures; puis tournez le *globe* jusqu'à ce que le premier degré du Scorpion soit dans l'horizon oriental, alors le stile horaire montrera l'heure du lever du Scorpion; & si vous transportez ce même degré dans l'horizon occidental, vous verrez l'heure de son coucher marquée par le stile horaire.

Trouver la longueur du jour & de la nuit. 1.° Cher-

chez le tems du lever du soleil, lequel étant compté depuis minuit, le double vous donne la longueur de la nuit.

2.° Otez la longueur de la nuit du jour entier ou de 24 heures, le restant est la longueur du jour.

Trouver les deux jours de l'année auxquels le soleil se leve à une heure donnée. Disposez d'abord le *globe* selon l'élévation du pole du lieu; ensuite mettez le premier point du Cancer sous le méridien & le stile sur 12 heures; puis tournez le *globe* du côté de l'Orient, jusqu'à ce que le stile horaire soit sur l'heure donnée, & marquez avec de la craie, sur le colure des solstices, le point où il coupe l'horizon; transportez ensuite ce même point sous le méridien, afin de voir quelle est sa déclinaison; & remarquez en même tems quels sont les degrés de l'écliptique qui passent sous le méridien & sous ce degré de déclinaison. Ces degrés sont ceux où le soleil se trouve les jours cherchés; & on trouvera ces jours vis-à-vis des degrés, dans le cercle du calendrier tracé sur l'horizon.

Trouver le lever, le coucher, le passage au méridien d'une étoile, son séjour au-dessus de l'horizon, pour un lieu & un jour donné, comme aussi son ascension oblique, sa descension, son amplitude orientale & occidentale.

1.° Ajustez le *globe* à l'état du ciel sur douze heures pour le jour donné.

2.° Portez l'étoile au côté oriental de l'horizon, vous verrez son amplitude orientale & le tems de son lever, comme on l'a déjà fait voir en parlant du soleil.

3.° Portez la même étoile au côté occidental de l'horizon, & vous y verrez l'amplitude occidentale; l'aiguille marquera le temps du coucher de l'étoile.

4.° Le temps du lever étant soustrait de celui du coucher, le reste donne le séjour de l'étoile au-dessus de l'horizon.

5.° Ce séjour au-dessus de l'horizon étant soustrait de 24 heures, le reste donne le temps de son séjour au-dessous de l'horizon.

6.° Enfin l'heure marquée par l'aiguille, après que l'étoile a été portée sur le méridien, marque le temps du passage au méridien ou la culmination de l'étoile.

Trouver l'azimut & la hauteur d'une étoile à quelque heure donnée. Posez le lieu du soleil sous le méridien, & le stile horaire sur 12 heures: ensuite tournez le *globe* vers l'orient ou vers l'occident, en sorte que le stile soit sur l'heure donnée; & le *globe* demeurant ferme en cet état, vous tournerez le quart de cercle de hauteur, jusqu'à ce qu'il vienne à l'étoile; le degré qui lui correspondra, sera celui de la hauteur demandée; & si vous comptez les degrés de l'horizon compris entre le point du midi & le vertical, vous aurez l'azimut de l'étoile.

La hauteur du soleil pendant le jour, ou d'une étoile pendant la nuit, étant donnée, trouver le temps ou l'heure correspondante de ce jour ou de cette nuit. 1.° Rectifiez le *globe* comme dans le problème précédent: 2.° tournez le *globe* & le quart-de-cercle, jusqu'à ce que l'étoile ou le degré de l'écliptique, où est le soleil, coupe le quart de cercle dans le degré donné de hauteur, pour lors l'aiguille marquera l'heure cherchée.

L'azimut du soleil ou d'une étoile étant donné, trouver l'heure du jour ou de la nuit. Rectifiez le *globe*, & portez le quart-de-cercle à l'azimut donné dans l'horizon; tournez le *globe* jusqu'à ce que l'étoile y soit arrivée, pour lors l'aiguille marquera le tems cherché.

Trouver l'intervalle de temps qu'il y a entre les levers de deux étoiles, ou entre leurs culminations. 1.° Elevez le pole du *globe* d'autant de degrés au-dessus de l'horizon, que le demande l'élévation du pole du lieu où vous êtes.

2.° Mettez la première étoile à l'horizon, & observez l'heure marquée par l'aiguille.

3.° Faites la même chose pour la seconde étoile; & pour lors en déduisant le premier tems du second, le reste donne l'intervalle entre les deux levers; & en approchant les deux étoiles du du méridien, vous trouverez l'intervalle qu'il y a entre les deux passages.

Trouver le commencement & la fin du crépuscule. 1.° Rectifiez le *globe*, & placez l'aiguille sur 12 heures, le lieu du soleil étant dans le méridien.

2.° Marquez le lieu du soleil & le point diamétralement opposé; tournez le *globe* vers l'occident, aussi-bien que le quart de cercle, jusqu'à ce que le point opposé au lieu du soleil coupe le quart-de-cercle dans le dix-huitième degré au-dessus de l'horizon; pour lors le soleil sera de 18 degrés au-dessous; l'aiguille marquera le tems où commence le crépuscule du matin.

3.° Prenez le point opposé au soleil; portez-le dans l'hémisphère oriental, & tournez-le jusqu'à ce qu'il se rencontre avec le quart de cercle au dix-huitième degré, pour lors l'aiguille marquera le temps où finit le crépuscule du soir.

Usages du Globe terrestre. *Trouver la longitude & la latitude de quelque lieu tracé sur le globe.* Portez le lieu sous le méridien où sont marqués les degrés de latitude, le point correspondant du méridien est la latitude cherchée; & le degré de l'équateur qui se trouve en même tems sous le méridien, est sa longitude.

La longitude & la latitude étant données, trouver le lieu sur le globe. Cherchez sur l'équateur le degré donné de longitude, & portez-le sous le méridien; pour lors comptez depuis l'équateur sur le méridien les degrés de latitude vers le pole septentrional, si la latitude est septentrionale, ou vers le pole méridional, si la latitude est méridionale; le point où finiront les degrés marquera le lieu que vous cherchez.

Trouver les antéciens, les perieciens, & les antipodes d'un lieu donné. 1.° Portez ce lieu sous le méridien, & comptez les degrés sur le méridien depuis l'équateur vers l'autre pole; le point où vous vous arrêterez est le lieu des Antéciens.

2.° Remarquez le degré du méridien répondant au lieu donné, & à ses antéciens, & tournez le *globe*, jusqu'à ce que le degré opposé de l'équateur se trouve sous le méridien; ou, ce qui revient au même, jusqu'à ce que l'aiguille qui marquoit auparavant 12 heures en-haut, les marque en-bas: pour lors, le lieu qui répond au premier degré est celui des perieciens, & le lieu qui répond à l'autre degré est celui des antipodes.

Trouver à quel lieu de la terre le soleil est vertical dans un tems donné. 1.° Le lieu du soleil étant trouvé dans l'écliptique, portez-le sous le méridien, & l'aiguille sur 12 heures; remarquez en même tems le point du méridien qui y répond.

2.° Si l'heure donnée est avant midi, il la faut déduire de 12; alors tournez le *globe* vers l'occident, jusqu'à ce que l'aiguille marque les heures restantes; pour lors le lieu qu'on cherche se trouvera sous le point du méridien que l'on a déjà marqué.

3.° Si c'est une heure de l'après-midi, tournez le *globe* de la même maniere vers l'occident, jusqu'à ce que l'aiguille marque l'heure donnée; pour lors vous trouverez aussi le lieu que vous cherchez sous le point du méridien marqué auparavant.

Si vous marquez en même tems tous les lieux qui se trouvent sous la même moitié du méridien, où est le lieu trouvé, vous connoîtrez tous les lieux où il est alors midi; & la moitié opposée du méridien vous fera connoître les lieux où il est alors minuit.

Un lieu étant donné dans la zone torride, trouver les deux jours de l'année où le soleil est vertical. 1.° Portez le lieu donné sous le méridien, & marquez le degré du méridien qui y répond.

2.° Tournez le *globe*, & marquez les deux points de l'écliptique, lesquels passent par ce degré.

3.° Cherchez quel jour le soleil se trouve dans ces points de l'écliptique; c'est dans ces jours-là que le soleil est vertical au lieu donné.

Trouver dans la zone torride les lieux auxquels le soleil est vertical un jour donné. Portez le lieu du soleil dans l'écliptique sous le méridien; tournez ensuite le *globe*, & marquez tous les lieux qui passent par ce point du méridien: ce sont les lieux que vous cherchiez.

On trouve de la même maniere quels sont les peuples asciens, c'est-à-dire, qui n'ont point d'ombre un jour donné.

Trouver le tems où le soleil se leve pour ne se plus coucher, ou se couche pour ne se plus lever. Soit supposée l'élévation du pole de 80 degrés. Dans cet exemple, il s'en faut dix degrés que le pole ne soit tout-à-fait droit sur l'horizon, ce qui fait que l'équateur est dix degrés au-dessous de l'horizon du côté du nord: ainsi, le soleil ne se couchera point quand il sera de dix degrés au nord de de l'équateur; il faut donc tourner le *globe*, jusqu'à ce qu'un des degrés de l'écliptique, de la partie du printems, passe sous le dixieme degré de déclinaison marqué sur le méridien, ce sera dans cet exemple 25 degrés 51 minutes du bélier, auquel répond le quinzieme jour d'Avril, qui sera le tems du lever du soleil en ces climats.

Pour savoir le temps de son coucher, il faut remarquer quel degré de l'écliptique de la partie de l'été passera au méridien sous ce dixieme degré de déclinaison; & l'on trouvera 4 degrés 9 min. de la Vierge, auquel le soleil se trouve le 27 Août, qui sera le tems du coucher du soleil à 80 degrés de hauteur du pole. Autrement, on peut voir quels sont les deux degrés de l'écliptique, qui, dans la révolution du *globe*, ne se couchent point, le *globe* étant disposé à la latitude de 80 degrés; & l'on trouvera qu'en cet exemple, c'est le 25.^e degré du bélier & le 4.^e de la vierge, auxquels répondent le 15 Avril & le 27 Août.

Trouver la longueur du plus long jour aux zones froides. Par exemple, si l'on veut savoir la durée du plus long jour à 80 degrés de latitude, on trouvera que le soleil s'y leve le 15 Avril, pour ne se coucher que le 25 Août; & comptant les jours depuis le 15 Avril jusqu'au 25 Août, on en trouve 132, qui est la durée du tems que le soleil demeure sur l'horizon dans cet endroit de la zone froide. Si l'on réduit ces jours en mois, en les divisant par 30, il viendra quatre mois & douze jours pour la longueur de ce jour, auquel la durée de la plus longue nuit est à-peu-près égale. On fait abstraction ici de la *réfraction* qui augmente la durée du jour & diminue celle de la nuit continuelle.

Trouver la latitude des lieux où un certain jour donné est d'une certaine longueur donnée. 1.° Portez sur le méridien le lieu de l'écliptique où le soleil se trouve le jour donné, & mettez l'aiguille sur 12 heures.

2.° Tournez le *globe* jusqu'à ce que l'aiguille marque l'heure du lever ou du coucher.

3.° Elevez & abaissez le pole, sans que le *globe* tourne sous son méridien, jusqu'à ce que le lieu du soleil paroisse dans le côté oriental ou occidental de l'horizon; pour lors le pole aura sa juste élévation, & par conséquent il donnera la latitude cherchée.

Trouver dans la zone glaciale la latitude des lieux où le soleil ne se couche point pendant un certain nombre de jours donnés. 1.° Comptez depuis le tropique le plus voisin vers le point équinoxial, autant de degrés sur l'écliptique qu'il y a d'unités dans la moitié du nombre des jours donnés,

parce que le soleil, par son mouvement annuel, parcourt à-peu-près un degré par jour.

2.° Portez le point de l'écliptique ainsi trouvé sous le méridien; sa distance au pole sera égale à l'élévation du pole ou à la latitude cherchée.

Une heure du jour ou de la nuit étant donnée, trouver tous les lieux où le soleil se lève & se couche, où il est midi ou minuit, & où il fait jour & nuit. 1.° Cherchez à quel lieu le soleil est vertical au tems donné de la manière expliquée ci-dessus.

2.° Portez ce lieu au zénit ou perpendiculairement à l'horizon, c'est-à-dire, élevez le pole à la hauteur qu'il a dans le lieu en question; pour lors les lieux qui se trouveront du côté oriental de l'horizon, seront ceux où le soleil se couche, & les lieux qui se trouveront du côté occidental seront ceux où le soleil se lève: les lieux qui se trouveront sous le demi-cercle supérieur du méridien, seront ceux où il sera midi; & les lieux qui se trouveront sous le demi-cercle inférieur, seront ceux où il sera minuit: enfin, dans les lieux qui se trouveront dans l'hémisphère supérieur, il sera jour; & il sera nuit dans ceux de l'hémisphère inférieur.

Trouver à quels endroits de la terre une planète, par exemple, la lune est verticale un jour donné. 1.° Marquez le lieu de la planète sur le *globe*, par le moyen de sa longitude & de sa latitude.

2.° Portez ce lieu sous le méridien, & marquez-y le degré où il répond.

3.° Tournez le *globe*; les lieux qui passeront sous ce point, sont ceux que vous cherchez.

La déclinaison d'une étoile ou d'une planète étant donnée, trouver à quelles parties de la terre l'étoile est verticale. Comptez sur le méridien depuis l'équateur vers le pole un nombre de degrés égal à la déclinaison donnée: savoir, vers le nord, si la déclinaison est septentrionale; & vers le midi, si elle est méridionale. Ensuite tournant le *globe*, les lieux qui passeront par l'extrêmité de cet arc sous le méridien, sont les lieux que l'on cherche.

Déterminer le lieu où une étoile sera verticale à une certaine heure comptée sur le méridien de Paris. 1.° Portez sous le méridien le lieu où le soleil est ce jour-là, & mettez l'aiguille sur 12 heures.

2.° Marquez le lieu de l'étoile sur la surface du *globe*, & portez-le sur le méridien; l'aiguille marquera la différence de tems entre l'arrivée du soleil & de l'étoile au méridien du lieu, ou le passage de l'étoile au méridien; marquez le point du méridien qui répond au lieu de l'étoile.

3.° Cherchez en quels lieux de la terre il est midi dans ce tems-là, & plaçant ces lieux sous le méridien, mettez l'aiguille sur 12 heures.

4.° Tournez le *globe* vers l'occident jusqu'à ce que l'aiguille ait passé sur l'intervalle de tems qu'il y a entre le passage du soleil & de l'étoile, & pour lors vous trouverez le lieu cherché sous le point que vous avez marqué sur le méridien.

Par un moyen semblable vous pouvez trouver dans quel lieu une étoile, ou un autre astre se lève ou se couche au tems donné.

Placer le globe de manière, que sous une latitude donnée, le soleil éclaire les mêmes régions dépeintes sur le globe qu'il éclaire actuellement sur la terre. Rectifiez le *globe*, c'est-à-dire, élevez le pole suivant la latitude du lieu; portez ce lieu sous le méridien, & mettez le *globe* au nord & au sud par le moyen de la boussole; pour lors, comme le *globe* sera dans la même situation que la terre, par rapport au soleil, celui-ci éclairera la même partie sur le *globe* qu'il éclaire actuellement sur la terre; d'où il s'ensuit que dans cette situation la lune éclairera aussi la même partie sur le *globe* qu'elle éclaire actuellement sur la terre.

Trouver par le moyen du globe de combien de lieues deux endroits quelconques sont éloignés l'un de l'autre. Prenez avec le compas la distance des lieux donnés, & portez-la sur l'équateur; les degrés que cette distance donnera étant réduits en milles, lieues, *&c.* donneront la distance cherchée. *Voyez Harris, Chambers, Wolf, Varenius, la Lande & l'usage des globes de* Bion.

On peut faire la même chose un peu plus commodément, en étendant sur les deux lieux le bord du quart de cercle où sont marqués les degrés, & en comptant les degrés qui y sont compris (*O*).

GLOSSOCOME, *terme de Méchanique*, est un mot que Heron donne à une machine composée de plusieurs roues dentées, garnies de leurs pignons, qui sert à élever de grands fardeaux. *Dictionnaire de Trevoux & Chambers.*

GNO

GNOMON (*Astronomie*), instrument qui sert à mesurer les longueurs des ombres, & les hauteurs du soleil. Ce nom vient du mot grec γνώμων, règle droite, style droit. Soit *AB*, *Pl. d'Astr. fig.* 28, un style quelconque élevé verticalement, ou une ouverture *A* faite dans un mur *AB*, pour laisser passer un rayon du soleil; soit *SAE* le rayon au solstice d'hiver, *BE* l'ombre du soleil; *OAC* le rayon du solstice d'été, & *BC* l'ombre solsticiale la plus courte; dans le triangle *ABC*, rectangle en *B* & dont on connoît les côtés *AB*, *BC*, il est aisé de trouver, ou par le moyen d'un compas, ou par les règles de la trigonométrie, le nombre de degrés que contient l'angle *ACB* ou *OCB*, qui exprime la hauteur du soleil au solstice d'été; on en fera autant pour le triangle *ABE*, & l'on aura l'angle *E* égale à la hauteur du soleil au solstice d'hiver. C'est ainsi que, suivant Pythæas cité par Strabon & Ptolémée, d'après Hipparque, la hauteur du *gnomon* étoit à la longueur de l'ombre en été à Bizance, & à Marseille 250 ans avant Jesus-Christ, comme

120 sont à 41 $\frac{4}{5}$, d'où Gassendi conclut l'obliquité de l'écliptique d'environ 23°. 52′, Gassendi, *Op. tom. IV, page 527.* Le Chevalier de Louville l'a conclu seulement de 23° 49′. *Histoire de l'acad.* pour 1716, *pag.* 48.

Cette méthode du *gnomon* paroît avoir été fort en usage chez les Egyptiens, les Chinois & Péruviens. *Voyez* M. Goguet, *de l'origine des Loix, &c. tom. II, p. 250, l'Histoire de l'Astronomie chinoise, tome I, p. 3, tom. II, p. 5, 8 & 21.* Les *gnomons* ont dû être en effet les premiers instrumens astronomiques qu'on ait imaginés, parce que la nature les indiquoit, pour ainsi dire, aux hommes; les montagnes, les arbres, les édifices, sont autant de *gnomons* naturels qui ont fait naître l'idée des *gnomons* artificiels qu'on a employés presque par-tout. Tels furent probablement l'horloge d'Achaz, suivant M. Goguet, les *gnomons* des Chaldéens, & celui d'Eratosthène. Cet usage des *gnomons* a été si naturel & si général, qu'on en a trouvé des vestiges, même au Pérou: *Garcilaso de la Vega, Commentarios reales de los Incas 1723, tome I, lib. II, cap. 22, p. 61.* On y revient même encore de nos jours, & M. Cassini de Thury en présenta un à l'*académie des Sciences* en 1769, dont il a fait imprimer la description; cet instrument n'avoit que quatre pouces de haut, & portoit une ligne horizontale par le moyen de laquelle on avoit les hauteurs du soleil, & par conséquent l'heure à quelques minutes près.

Sous l'empire d'Auguste un mathématicien, nommé *Manlius*, profita d'un obélisque que ce Prince avoit fait élever dans le champ de Mars, pour en faire *un gnomon*: Pline dit qu'il avoit 116 $\frac{3}{4}$ pieds, (105 $\frac{3}{4}$ de France), & qu'il marquoit les mouvemens du soleil, Pline, *lib. XXXVI, c. 9, 10 & 11.* Cet obélisque se voit encore à Rome, quoique abattu & fracassé; j'en ai parlé dans le IV.e vol. de mon *Voyage en Italie*, & l'on peut voir plusieurs dissertations sur cette matière dans l'ouvrage de M. Bandini, *Dell' obelisco di Cesare Augusto*, &c. à Rome 1750, *in-folio*, & dans les *Disquisitiones Plinianæ* de M. le Comte de la Tour Rezzonico, imprimées à Parme, *in-folio.* On en voit une représentation dans la *fig.* 29, où l'on a marqué les courbes décrites en différens tems par l'ombre de la boule.

Cochcou-King fit un *gnomon* de quarante piés à Pékin, vers l'an 1278; Ulug-Beg, vers 1437, se servit à Samarkand, d'un *gnomon* qui avoit 165 piés de hauteur. *Voyez* M. le Monnier, *mém. de l'acad.* 1743.

Nous parlerons des *gnomons* les plus modernes & les plus considérables au *mot* MÉRIDIENNE.

Les anciens ont aussi donné le nom de *gnomon* au stile d'un cadran solaire, parce qu'il indique ou fait connoître les heures.

Le *gnomon* d'un cadran solaire représente l'axe du monde, ou, pour parler plus juste, l'extrémité du *gnomon* d'un cadran solaire est censée représenter le centre de la terre; & si l'autre bout du *gnomon* passe par le centre du cadran, qui est le point de concours des lignes horaires, le *gnomon* est alors parallèle à l'axe de la terre; & on peut le prendre pour cet axe même, sans erreur sensible: mais si le *gnomon* est dans toute autre situation par rapport au cadran, par exemple, s'il est perpendiculaire au plan du cadran, alors il ne représente plus l'axe du monde, à moins que le cadran ne soit équinoxial; mais l'extrémité ou la pointe du *gnomon* est toujours regardée comme le centre de la terre, & cette extrémité marque l'heure sur les divisions du cadran.

Au reste, le mot de *gnomon* n'est plus guères en usage pour signifier *le stile des cadrans*; on se sert plutôt du mot de *stile* ou d'*aiguille*: on peut d'ailleurs réserver le mot de *gnomon* pour les cadrans qui n'ont point de stile, mais seulement une plaque percée d'un trou (*fig.* 30 & 37), par où passe l'image du soleil, comme dans les méridiennes ordinaires. *Voyez* CADRAN, MÉRIDIENNE. Ces cadrans sont en petit ce que sont en Astronomie *les gnomons* dont nous avons parlé. *(D. L.)*

GNOMON, (*Géom.*) On appelle quelquefois ainsi la figure *MXOC* (*Pl. Géom. fig.* 4.), formée dans le parallélogramme *AB*, par les parallélogrammes de complément *M*, *C* & les triangles *x*, *o*, qui forment eux-mêmes un autre parallélogramme; mais cette dénomination n'est plus guère en usage.

GNOMONIQUE, *science des cadrans solaires;* qui comprend aussi la manière de tracer les cadrans par la lune & par les étoiles.

Les grecs & les latins donnoient à cette science les noms de *Gnomonica* & *Sciaterica*, le premier vient de ces noms, *gnomon*, & le second de σκία, *ombre*, à cause qu'ils distinguoient les heures par l'ombre d'un gnomon. Quelques-uns l'appellent *Photosciaterica*, de φῶς, *lumière*, & σκία, *ombre*, parce que c'est quelquefois la lumière même du soleil qui marque les heures; comme quand le cadran au lieu d'un stile porte une plaque percée d'un trou. Elle est appellée encore *Horographia*, parce que c'est proprement l'art d'écrire sur un plan donné, l'heure qu'il est. D'autres la nomment *Horologiographia*, parce que les cadrans s'appelloient autrefois *horologia*; nom que nous avons depuis transporté aux horloges à roues & à pendules; on les appelloit aussi *Sciateria*.

On ne sauroit douter de l'antiquité des cadrans. Celui d'Achaz remonte à l'an 775 avant l'an vulgaire, ou au-moins à l'an 751. *Voyez* Is. *xxxviij.* 8. *Reg. IV.* 20. 11. *Invocavit itaque Isaias propheta Dominum & reduxit umbram* per lineas quibus jam descenderat in horologio Achaz *retrorsum decem gradibus.* Voyez aussi les Réflexions critiques de M. Bullet sur la philosophie de l'histoire, chez Hérissant, 1774, & l'explication des cadrans des

anciens, par *Martini*, en allemand, publiée en 1777, à Leipsick, 144 pages *in*-8.°, ouvrage rempli d'érudition.

Hérodote nous dit que les grecs avoient appris des babyloniens l'usage du pole ou *gnomon*. Diogène Laërce attribue l'invention des cadrans à Anaximandre, Pline à Anaximène de Milet, qui vivoit 579 ans avant Jesus-Christ. (*Pline II*, 76.) Vitruve fait mention de plusieurs cadrans des anciens (*l. ix. c. 9.*) le cadran en demi-cercle creux, ou hémicycle, avoit été imaginé par Berose le chaldéen. Le disque d'Aristarque étoit vraisemblablement un cadran horizontal, avec son limbe relevé tout autour, afin d'empêcher les ombres de s'étendre trop loin. Vitruve dit qu'il fit le *scaphen* ou hémisphère creux, Eudoxe fit l'*araignée*, qui est ou une partie de l'astrolabe (*fig.* 230.) ou le cadran horizontal, qui marque les arcs des signes & par-là ressemble un peu à une toile d'araignée, Scopas de Syracuse fit le *plinthium* ou *lacunar*, espèce de carreau ou de plateau, qui étoit à Rome dans le Cirque de Flaminius. Théodose & André trouvèrent le *cadran* qui pouvoit servir à tous les climats de la terre; c'étoit peut-être un cadran équinoxial. Patrocle trouva le *pelecinon*, (en forme de hache), probablement le cadran horizontal où les lignes transversales qui marquoient les signes & les mois, étant serrées vers le milieu, & élargies vers les côtés, avoient la forme d'une hache à deux côtés. Dionysiodorus, fit le *cône*, & Appollonius le *carquois* (*pharetra*). Les cadrans en carquois sont peut-être les cadrans verticaux orientaux ou occidentaux, suivant Baldus. Vitruve ajoute que plusieurs auteurs avoient écrit sur les cadrans portatifs. Voyez *Baldus Lexic. Vocabul. Vitruv.* Les cadrans ne furent connus des romains que fort tard : dans le tems des 12 tables, on ne marquoit que le lever & le coucher du soleil. Le premier cadran solaire qui parut à Rome, suivant Pline, fut construit par les soins de Papirius Cursor, 306 ans avant Jesus-Christ : ce cadran, selon quelques-uns, fut placé au temple de Quirinus, ou près de ce temple; selon d'autres, dans le capitole, ou auprès du temple de Diane, sur le mont Aventin; mais il indiquoit mal les heures. L'an 263, M. Valérius Messala étant consul, apporta de Sicile un autre cadran, qu'il éleva sur un pilier proche les *Rostra*, ou de la tribune aux harangues : mais comme il n'étoit pas fait pour la latitude de Rome, il n'étoit pas possible qu'il marquât l'heure véritable. Cependant on s'en servit pendant 99 ans, jusqu'à ce que le censeur Q. Marcius Philippus en fit construire un plus exact. Pline VII. 60.

En 1746, l'on trouva en Italie, sur le mont *Tusculum*, un cadran semblable à celui de Berose, c'est-à-dire, tel que le décrit Vitruve, *hemicyclium excavatum ex quadrato ab Enchymacho succisum*. Le P. Zuzeti fit graver ce cadran, & publia dans l'article XIV d'un *Journal des érudits*, une dissertation à ce sujet. Peu d'années après, on découvrit deux autres cadrans antiques, l'un de marbre de Paros, l'autre de marbre travertin : le pape Benoît XIV les fit placer dans le Vatican, & l'on y mit une inscription. Un de ces cadrans paroît avoir été fait pour l'élévation du pôle de Memphis. Les romains l'avoient apporté de l'Egypte. *Voyez* l'ouvrage intitulé... *D'una antica villa sul dosso del Tusculo, e d'un antico orologio à sole tra le rovine della medesima dissertazioni due, dal P. Zuzzeri, Vinezia* 1746; & le P. Boscovich : *Giornale de' letterati, per l'anno* 1746, art. 14.

En 1762, l'on trouva, dans les excavations de Civita, un ancien cadran de marbre fait pour l'élévation du pôle de 42 degrés, il contient simplement une portion d'arc de cercle correspondant à l'équateur, au-lieu que les autres cadrans précédens contiennent, outre cet arc, les demi-cercles des deux tropiques. Il y a un de ces cadrans dont le stile a la forme d'un Priape.

M. le Roy, dans son ouvrage, intitulé : *les ruines des plus beaux monumens de la Grèce*, raconte qu'il a vu sur le roc méridional de la citadelle de la ville d'Athènes, un cadran hémicycle, c'est-à-dire, semi-circulaire, qui est à-peu-près semblable à ceux que nous venons d'indiquer.

Les anciens faisoient, comme nous, des cadrans portatifs : on trouva, en 1755, dans les excavations d'Herculanum, à Portici, un petit cadran de cuivre argenté, qui ressemble assez exactement à un jambon suspendu perpendiculairement par le moyen d'un anneau. *Le Pitture di Ercolano*, Tom. III, pag. 337, not. 130. La figure est dans *Martini*. L'on y voit les concavités, les convexités, en un mot les inégalités de la surface des jambons ordinaires. Il y a d'un côté un filet un peu long & dentelé, qui fait environ la quatrième partie du diamètre de cet instrument. L'une des deux superficies, qu'on peut regarder comme la surface supérieure, est toute couverte d'argent, & divisée par douze lignes parallèles qui forment autant de petits quarrés un peu creux; les six derniers quarrés, qui sont terminés par la partie inférieure de la circonférence du cercle, contiennent les lettres initiales de chaque mois, disposés de la manière suivante :

JU.	MA.	AV.	MA.	FE.	JA.
JU.	AV.	SE.	OC.	NO.	DE.

La façon dont sont disposés ces mois, est remarquable en ce qu'elle est en boustrophédon, la première figure allant de droite à gauche, la seconde de gauche à droite pour faire correspondre les mois, comme Avril & Septembre, où le soleil se trouve à-peu-près à la même hauteur dans cer-

tains jours correſpondans : mais cette correſpondance n'a guère lieu que dans les deux premières moitiés de chacun de ces mois : dans les quinze derniers jours d'avril, le ſoleil eſt plus haut que dans les derniers de ſeptembre, il en eſt de même des autres.

Ainſi, l'on a marqué la longueur de l'ombre pour chaque mois dans les différentes heures du jour, qui ſont déſignées par des lignes courbes qui coupent les perpendiculaires. La ligne courbe la plus baſſe déſigne midi, *&c.* au-deſſous de cette ligne, on voit les premières lettres de chaque mois; par exemple, *IA. FE. MA.*, &c. c'eſt-à-dire, *januarius*, *februarius*, *martius*, &c. La plus courte des lignes perpendiculaires marque le terme de l'ombre dans toutes les heures du 21 décembre; & la plus longue des lignes perpendiculaires déſigne la longueur de l'ombre dans toutes les heures du jour, le 21 du mois de juin. L'on y ajoutoit ſans doute une eſpèce de ſtile ou de curſeur le long de la ligne horizontale qui eſt au ſommet de ce cadran, comme dans la *figure* 275, & l'on faiſoit avancer ou reculer ce ſtile dans chaque mois, afin qu'il marquât l'heure par l'incidence de ſon ombre, ou de ſon point lumineux ; mais l'on n'a pas pu recouvrer ce ſtile, & l'on ne voit pas comment on pouvoit le faire mouvoir d'une manière ſolide ſur ce jambon. Ce petit cadran eſt formé ſur le même principe que nos cadrans cylindriques; mais les nôtres ſont plus juſtes & plus commodes, parce qu'ils ſont tracés ſur une ſurface unie. (*M.* Valet, de Grenoble, *Supplément de l'Encycl. tom.* 3).

On peut voir encore la deſcription d'un cadran ancien, par le pere Baldini. Saggi di diſſertazioni lette nell' Academia di Cortona, *T. III*, diſſ. 7. Il y en a pluſieurs de figurés dans le Livre de Martini que j'ai cité.

La *Gnomonique* eſt entièrement fondée ſur le mouvement diurne de la ſphère, de ſorte qu'il eſt néceſſaire d'avoir appris les élémens de l'aſtronomie ſphérique, avant que de s'appliquer à la théorie de la *Gnomonique* ; mais il y a des pratiques faciles à entendre pour tout le monde, & que nous avons expliquées *au mot cadran*, de manière à les mettre à-portée de tous les curieux qui ne veulent pas s'occuper de démonſtration.

La *Gnomonique* ordinaire eſt la ſcience des *cadrans* ſolaires, mais il y a des auteurs qui l'ont conſidérée dans une plus grande généralité, en cherchant les moyens de tracer non-ſeulement les heures & les ſignes du zodiaque, mais encore les verticaux, les azimuts, les hauteurs, les maiſons céleſtes, les points qui ſe levent & qui ſe couchent, les heures de divers pays, &c. Dans ce ſens, la *Gnomonique* eſt la ſcience qui enſeigne à repréſenter ſur une ſurface donnée, l'apparence de tous les points, lignes & cercles de la ſphère, ſuivant une projection qui ſuppoſe l'œil au centre de tous les mouvemens céleſtes, & que l'on appelle *projection Gnomonique.* Ce n'eſt point une projection de même eſpèce que la projection *orthographique* dont ſe ſervent les aſtronomes, ou la projection *ſtéréographique* des géographes; celle dont on fait uſage en *Gnomonique*, donne les interſections des cercles horaires & des parallèles diurnes, avec un plan qui paſſe par le centre de la ſphère, mais qui a une direction quelconque, car il y a des cadrans placés dans tous les ſens.

On trouve, dans le *Traité des horloges du pere Alexandre*, pag. 276, un catalogue des auteurs qui ont écrit ſur la *Gnomonique*, depuis Sébaſtien Munſter, & Oronce Finé; le premier dans ſon ouvrage, intitulé : *Compoſitio Horologiorum*, *Baſileæ*, 1531, donna la deſcription de toutes les eſpèces de cadrans ſolaires, mais ſans s'occuper de la théorie & des démonſtrations; le Livre d'Oronce Finé, intitulé : *de Horologiis ſolaribus*, parut à Paris en 1531.

Federicus Urbinus s'occupa de la théorie, mais d'une manière très-obſcure. *Maurolycus* y ſuppléa dans ſes opuſcules, en 1575.

Clavius eſt le premier qui ait fait un traité vaſte & complet de *Gnomonique*, en 1581 ; il en démontre toutes les opérations ſuivant la méthode rigoureuſe des anciens géomètres, mais d'une manière aſſez compliquée. Salomon de Caus publia ſon ouvrage en 1624, & Welperus en 1625. Sturmius en 1672, publia une nouvelle édition de la *Gnomonique* de Welperus, à laquelle il ajouta une ſeconde partie en entier, ſur les cadrans inclinans & réclinans, *&c.* En 1708, on réimprima ce même ouvrage avec les additions de Sturmius; & on y ajouta une quatrième partie qui contient les méthodes de Picard & de la Hire, pour tracer de grands cadrans ; ce qui compoſe un des meilleurs ouvrages & des plus complets que nous ayons ſur cette matière, ſuivant le témoignage de *Wolf.*

Le pere de Challes, dans ſon grand cours de Mathématiques, donna une très-bonne *Gnomonique.* Picard publia une méthode pour faire de grands cadrans, en calculant les angles des lignes horaires.

Le traité d'Ozanam eſt court, il parle de beaucoup de cadrans; mais en peu de mots; ſes démonſtrations ſont abrégées, & par conſéquent obſcures; les principes ſont peu détaillés, il s'occupe peu de la pratique, en ſorte qu'il n'eſt ſuffiſant, ni pour les amateurs de la théorie, ni pour ceux de la pratique.

La *Gnomonique* de la Hire contient un grand nombre de méthodes graphiques très-générales, pour les cadrans inclinés, avec des démonſtrations élégantes, mais difficiles ; nous en avons rapporté quelques-unes, il n'employoit que les points d'ombre.

Le cours de Mathématiques de Wolf contient une *Gnomonique* facile & aſſez complete.

Le *Gnomonique* par Deparcieux, 1741, *in-4°*, ne traite principalement que des cadrans verticaux, & cela par une ſeule méthode qui eſt celle du calcul des hauteurs, dont il donne un long détail pour

tous les cas, à l'usage des personnes qui n'ont aucune pratique du calcul; il emploie aussi les points d'ombre à la manière de la Hire.

L'ouvrage de Rivard, publié en 1746, contient aussi un grand nombre de détails & de pratiques pour les cadrans verticaux dans tous les cas, & par toutes les méthodes possibles, avec des démonstrations claires & commodes; mais ce n'est là qu'une partie de la *Gnomonique*.

Pour les cadrans de différentes formes, on peut consulter Bion. *Usages des instrumens de Mathématiques*, 1752, *in*-4.°

La *Gnomonique* pratique par Dom Bedos, 1774, *in*-8.°, contient de grands détails pour construire facilement & exactement les principales espèces de cadrans, mais sans démonstrations.

Pour moi, dans celle que j'ai mise en abrégé au mot *cadran*, j'ai essayé de réunir plus brièvement la théorie & la pratique, une théorie plus simple que dans certains auteurs, une pratique plus usuelle que dans les autres, l'on y verra en abrégé toutes les méthodes & toute la *Gnomonique*, mais en détail, les choses susceptibles d'applications; enfin, c'est l'abrégé d'un ouvrage plus considérable que j'espere publier.

Gnomonique reflexe, Gnomonique rompue, est celle qui enseigne à construire des cadrans par réflexion ou par réfraction. (*D. L.*)

GON

GONARGUE, f. m. (*Gnom.*) espèce de cadran solaire, pratiqué sur les surfaces différentes d'un corps anguleux, d'où est venu le nom de *gonargue*, γόνυ, genou, angle.

GONOIMÉTRIE, f. f. (*Mathém. prat.*) est l'art de mesurer les angles. Ce mot vient de deux mots grecs, γωνία, *angle*, & μέτρον, *mesure*. On a donné au *mot* ANGLE, la manière de mesurer les angles, soit sur le papier, soit sur le terrein, & de prendre des angles formés par trois objets quelconques; & on a expliqué au *mot* DEGRÉ, pourquoi on se sert du cercle pour la mesure des angles : ainsi nous renvoyons à ces articles. (*O*)

GOUVERNAIL, f. m. (*Méch.*) La description & la manœuvre du *gouvernail*, dans les vaisseaux, appartiennent au *Dictionnaire de marine*; nous traiterons seulement ici de l'action du *gouvernail*, en tant qu'elle forme un problême de Méchanique.

Il est évident que lorsqu'on pousse la barre du *gouvernail* dans un sens, par exemple, de gauche à droite, le vaisseau doit tourner dans le sens opposé, c'est-à-dire de droite à gauche, en vertu de l'impulsion du fluide contre la queue du *gouvernail* qui est plongée dans l'eau.

La détermination du mouvement que le *gouvernail* imprime au vaisseau, réduite aux loix de la méchanique, consiste à résoudre le problême suivant.

Etant donnés deux corps unis ensemble par une espèce de charniere, (tels que le vaisseau & le gouvernail), & supposant une puissance donnée, appliquée à un point donné d'un de ces corps, trouver le mouvement qui doit en résulter.

J'appellerai point d'union, l'endroit où les deux corps sont unis par charniere; il est visible que le point d'union doit, ou au moins peut avoir un mouvement en ligne droite, dont il faut chercher la quantité & la direction, & qu'outre cela, chacun de ces deux corps aura un mouvement de rotation circulaire autour du *point d'union*; de manière que si on connoît la vitesse de rotation d'un point de chaque corps, on connoîtra la vitesse de rotation de tous les autres points, & le mouvement de chacun, sera composé de ce mouvement de rotation, & d'un mouvement égal & parallèle au mouvement du point d'union. Il y a donc ici quatre inconnues; la quantité du mouvement du point d'union, sa direction, & la quantité du mouvement circulaire d'un point pris à volonté dans chaque corps. Or tous ces mouvemens doivent être tels, (*Voyez* DYNAMIQUE) que si on les imprimoit en sens contraire, ils feroient équilibre avec la puissance donnée qui pousse le corps. Décomposons donc le mouvement de chaque particule des deux corps, en deux directions; l'une, parallèle si l'on veut, à la puissance donnée; l'autre, perpendiculaire à la direction de cette même puissance. Il faut pour qu'il y ait équilibre, 1.° que la somme des forces parallèles, à la puissance donnée, lui soit égale; 2.° que la force résultante des forces imprimées au navire, en sens contraire, passe par le point où le gouvernail est joint au navire, c'est-à-dire, par le point d'union : 3.° que la somme des puissances perpendiculaires soit nulle : 4.° que les forces perpendiculaires & parallèles, & la puissance donnée, se fassent mutuellement équilibre. Voilà les quatre équations qui serviront à trouver les quatre inconnues.

On pourroit croire, en y faisant peu d'attention, que la quatrième condition revient à la première & à la troisième; mais il est aisé de voir qu'on seroit dans l'erreur. Quand deux puissances égales & parallèles, par exemple, tirent en sens contraire deux différens points d'un levier, leur somme est nulle, mais la somme de leurs momens ne l'est pas; aussi n'y a-t-il pas équilibre. *Voyez* EQUILIBRE, LEVIER, MOMENT, STATIQUE.

M. l'Abbé Bossut a donné la solution générale du problême précédent, dans sa pièce sur *la théorie & les pratiques de l'arrimage des vaisseaux*, qui partagea le prix de l'académie en 1765; nous y renvoyons le lecteur. (*O*)

GOUVERNAIL. (*Hyd.*) On appelle aussi *gouvernail*, la queue d'un moulin ou d'une machine hydraulique qui le présente d'elle-même au vent.

GRA

GRADUATION, f. f. (*Mathém. prat.*) : on

se sert de ce mot pour marquer l'action de *graduer* ou de divîser une grandeur quelconque en degrés. *Voyez* DEGRÉ & GRADUER.

GRADUER, v. act. (*Mathémat. prat.*) C'est divîser en degrés un instrument de Mathématique, de Physique, *&c.* Ce mot *degré* signifie dans ces instrumens des *parties égales* ou *inégales*, mais plus ordinairement *égales*, qui sont marquées ou séparées par de petites lignes; comme les degrés d'un quart de cercle, les degrés d'un thermomètre, les degrés d'une échelle quelconque; lorsqu'il est question d'instrument de Mathématique, on se sert plus du mot *divîser* que du mot *graduer*; ainsi on dit: *ce quart de cercle est mal divîsé: la division n'en est pas exacte. V.* INSTRUMENS. (*O*)

GRAIS, c'est ce que les *Miroitiers-Lunetiers* appellent ordinairement du nom de *meule*; ils n'emploient communément que celles de Lorraine, qui sont également bonnes pour leurs ouvrages, quoiqu'inférieures à celles d'Angleterre: c'est sur ce *grais* qu'ils dressent & arrondissent les bords des verres de leurs lunettes, pour les placer dans la rainure des châsses.

GRAPHIQUE, adj. (*Astron.*) *opération graphique*, celle qui consiste à résoudre des problêmes d'Astronomie sphérique par le moyen d'une ou de plusieurs figures tracées en grand sur un papier; ces opérations ne donnent pas une solution très-exacte, mais elles donnent la solution la plus prompte, & fournissent une première approximation commode; on peut ensuite la pousser plus loin en faisant le calcul. Ainsi, on emploie les opérations *graphiques* pour avoir d'abord une solution ébauchée du problême des comètes, de celui des éclipses, comme nous l'avons expliqué au *mot* ECLIPSE. On peut en voir des exemples dans mon *Astronomie*. L'Abbé de la Caille a donné une manière commode pour trouver les longitudes en mer par une opération graphique. *Nouveau Traité de navigation, Bouguer & la Caille*, 1769. (*D. L.*)

GRANDEUR, s. f. (*Mathém.*) Voilà un de ces mots dont tout le monde croit avoir une idée nette, & qu'il est pourtant assez difficile de bien définir. Ne seroit-ce pas parce que l'idée que ce mot renferme, est plus simple que les idées par lesquelles on peut entreprendre de l'expliquer? *Voyez* DÉFINITION & ÉLÉMENS DES SCIENCES. Quoi qu'il en soit, les Mathématiciens définissent ordinairement la *grandeur*, ce qui est susceptible d'augmentation & de diminution; d'après cette notion, l'*infini* ne seroit pas plus une *grandeur* que le zéro, puisque l'infini n'est pas plus susceptible d'augmentation que le zéro ne l'est de diminution; aussi plusieurs mathématiciens regardent-ils le zéro d'une part & l'infini de l'autre, non comme des *grandeurs*, mais comme la limite des *grandeurs*; l'une pour la diminution, l'autre pour l'augmentation. *Voyez* LIMITE. On est sans doute le maître de s'exprimer ainsi, & il ne faut point disputer sur les mots; mais il est contre l'usage ordinaire de dire que l'*infini n'est point une grandeur*, puisqu'on dit *une grandeur infinie*. Ainsi, il semble qu'on doit chercher une définition de la *grandeur* plus analogue aux notions communes. De plus, suivant la définition qu'on vient d'apporter, on devroit appeller *grandeur* tout ce qui est susceptible d'augmentation & de diminution; or la lumiere est susceptible d'augmentation & de diminution; cependant on s'exprimeroit fort improprement en regardant la lumiere comme une *grandeur*.

D'autres changent un peu la définition précédente, en substituant *ou* au lieu de *&*, & ils définissent la *grandeur*, ce qui est susceptible d'augmentation *ou* de diminution. Suivant cette définition dans laquelle *ou* est disjonctif, zéro seroit une *grandeur*; car s'il n'est pas susceptible de diminution, il l'est d'augmentation; cette définition est donc encore moins bonne que la précédente.

On peut, ce me semble, définir assez bien la *grandeur*, ce qui est composé de parties. Il y a deux sortes de *grandeurs*, la *grandeur* concrète & la *grandeur* abstraite. *Voyez* CONCRET & ABSTRAIT. La *grandeur* abstraite est celle dont la notion ne désigne aucun sujet particulier. Elle n'est autre chose que les nombres, qu'on appelle aussi *grandeurs numériques*. *Voyez* NOMBRE. Ainsi, le nombre 3 est une quantité abstraite, parce qu'il ne désigne pas plus 3 piés que 3 heures, *&c.*

La *grandeur* concrète est celle dont la notion renferme un sujet particulier. Elle peut être composée, ou de parties co-existantes, ou de parties successives; & sous cette idée elle renferme deux espèces, l'*étendue* & le *tems*. *Voyez* ETENDUE & TEMS.

Il n'y a proprement que ces deux espèces de *grandeurs*; toutes les autres s'y rapportent directement ou indirectement. L'étendue est une *grandeur* dont les parties existent en même tems; le tems une *grandeur* dont les parties existent l'une après l'autre.

La *grandeur* s'appelle aussi *quantité*, *voyez* QUANTITÉ; & sous cette idée, on peut dire que la *grandeur* abstraite répond à la quantité *discrette*, & la *grandeur* concrète à la quantité *continue*. *Voyez* DISCRET & CONTINU.

La *grandeur* & ses propriétés sont l'objet des Mathématiques, ce qui sera expliqué plus au long à l'*article* MATHÉMATIQUES.

Sur la *grandeur* apparente des objets, *voyez les mots* OPTIQUE & VISION. (*O*)

GRAPHOMETRE, s. m. (*Géom. prat.*) nom que plusieurs auteurs donnent à un instrument de mathématiques, appellé plus communément demi-cercle.

Ce mot vient de deux mots grecs, γράφω, *j'écris*, & μέτρον, *mesure*; apparemment parce que les divisions de degrés qui sont sur cet instrument donnent, pour ainsi dire, par écrit la mesure des angles qu'on observe par son moyen.

On a vu au *mot* DEMI-CERCLE en quoi cet instrument différe de l'équerre d'arpenteur. *V.* EQUERRE D'ARPENTEUR. Il différe de la planchette en ce que celle-ci est un instrument beaucoup plus simple & sans aucune division. *Voyez* PLANCHETTE. Ce dernier est plus expéditif, mais le *graphometre* est plus exact; cependant, quand il s'agit d'opérations trigonométriques qui demandent une grande précision, comme de celles qu'il faut faire pour mesurer les angles des triangles dans la mesure d'un degré du méridien, on se sert d'un instrument encore plus exact que le *graphomètre*, d'un quart de cercle bien divisé & garni de lunette. *Voyez* QUART DE CERCLE. (

GRAVITATION, s. f. (*Méch.*), signifie en général l'*effet* de la gravité, ou la *tendance* qu'un corps a vers un autre corps par la force de sa gravité. *Voyez ci-après* GRAVITÉ.

Suivant le systême de Physique établi par Neuton, & reçu maintenant par tous les philosophes, chaque particule de matière pèse ou gravite vers chaque autre particule. *Voyez* NEUTONIANISME.

Ce que nous appellons *gravitation* par rapport à un corps *A*, qui pèse vers un autre corps *B*, Neuton l'appelle *attraction* par rapport au corps *B* vers lequel le corps *A* pèse : ou, ce qui revient au même, l'attraction que le corps *B* exerce sur le corps *A*, est ce qui fait que le corps *A* a une *gravitation* vers *B*; l'attraction est la cause inconnue & la *gravitation* l'effet. *Voyez* ATTRACTION.

Selon Neuton, les planètes, tant premières que secondaires, aussi-bien que les cometes, pèsent ou tendent toutes vers le soleil, & pèsent outre cela les unes vers les autres, comme le soleil pèse & tend vers elles; & la *gravitation* d'une planète quelconque *C* vers une autre planète *D*, est en raison directe de la quantité de matière qui se trouve dans la planète *D*, & en raison inverse du quarré de la distance *C* à la planète *D*. *Voyez* PLANÈTE, COMÈTE, SOLEIL, TERRE, LUNE, &c.

Mais ce ne sont pas seulement les corps célestes qui s'attirent mutuellement. Neuton ajoute que toutes les parties de la matière ont cette propriété réciproque les unes par rapport aux autres; & c'est ce qu'il appelle la *gravitation universelle*. On peut voir aux *mots* ATTRACTION & GRAVITÉ, les preuves de ce systême & l'usage que Neuton en a fait, ainsi que les réflexions que nous avons faites sur ces preuves & sur cet usage. A ces réflexions nous en joindrons ici quelques-unes.

I. *Réflexions philosophiques sur le systême de la gravitation universelle.* Les observations astronomiques démontrent que les planètes se meuvent, ou dans le vide, ou au moins dans un milieu fort rare, ou enfin, comme l'ont prétendu quelques philosophes, dans un milieu fort dense qui ne résiste point, ce qui seroit néanmoins plus difficile à concevoir que l'attraction même. Mais, quelque parti qu'on prenne sur la nature du milieu dans lequel les planètes se meuvent, la loi de Kepler démontre au moins qu'elles tendent vers le soleil. *Voyez* LOI DE KEPLER & GRAVITÉ. Ainsi, la *gravitation* des planètes vers le soleil, quelle qu'en soit la cause, est un fait qu'on doit regarder comme démontré, ou rien ne l'est en physique.

La *gravitation* des planètes secondaires ou satellites vers leurs planètes principales, est un second fait évident & démontré par les mêmes raisons & par les mêmes faits.

Les preuves de la *gravitation* des planètes principales vers leurs satellites ne sont pas en aussi grand nombre, mais elles suffisent cependant pour nous faire reconnoître cette *gravitation*. Les phénomènes de flux & reflux de la mer, & sur-tout la théorie de la nutation de l'axe de la terre & de la précession des équinoxes, si bien d'accord avec les observations, prouvent invinciblement que la terre tend vers la lune : *voyez* FLUX & REFLUX, MARÉE, NUTATION, PRÉCESSION. Nous n'avons pas de semblables preuves pour les autres satellites. Mais l'analogie seule ne suffit-elle pas pour nous faire conclure que l'action entre les planètes & leurs satellites est réciproque? Je n'ignore pas l'abus qu'on peut faire de cette manière de raisonner, pour tirer en physique des conclusions trop générales; mais il me semble, ou qu'il faut entièrement renoncer à l'analogie, ou que tout concourt ici pour nous engager à en faire usage.

Si l'action est réciproque entre chaque planète & ses satellites, elle ne paroît pas l'être moins entre les planètes premières. Indépendamment des raisons tirées de l'analogie, qui ont à la vérité moins de force ici que dans le cas précédent, mais qui pourtant en ont encore, il est certain que saturne éprouve, dans son mouvement, des variations sensibles, & il est fort vraisemblable que jupiter est la principale cause de ces variations. Le tems seul, il est vrai, pourra nous éclairer pleinement sur ce point, les géomètres & les astronomes n'ayant encore ni des observations assez complètes sur les mouvemens de saturne, ni une théorie assez exacte des dérangemens que jupiter lui cause. Mais il y a beaucoup d'apparence que jupiter, qui est sans comparaison la plus grosse de toutes les planètes & la plus proche de saturne, entre au moins pour beaucoup dans la cause de ces dérangemens : je dis *pour beaucoup*, & non *pour tout*; car, outre une cause dont nous parlerons dans un moment, l'action des cinq satellites de saturne pourroit encore produire quelque dérangement dans cette planète; & peut-être sera-t-il nécessaire d'avoir égard à l'action des satellites pour déterminer entièrement & avec exactitude toutes les inégalités du mouvement de saturne, aussi-bien que celles de jupiter.

Si les satellites agissent sur les planètes principales; & si celles-ci agissent les unes sur les autres, elles agissent donc aussi sur le soleil : c'est

une conséquence assez naturelle. Mais jusqu'ici les faits nous manquent encore pour la vérifier. Le moyen le plus infallible de décider cette question, est d'examiner les inégalités de saturne ; car, si jupiter agit sur le soleil en même tems que saturne, il est nécessaire de transporter à saturne, en sens contraire, l'action de jupiter sur le soleil, pour avoir le mouvement de saturne par rapport à cet astre, & entr'autres inégalités cette action doit produire dans le mouvement de saturne une variation proportionnelle au sinus de la distance entre le lieu de jupiter & celui de saturne. C'est aux astronomes à s'assurer si cette variation existe, & si elle est telle que la théorie la donne. *Voyez* SATURNE.

On peut voir, par ce détail, quels sont les différens degrés de certitude que nous avons jusqu'ici sur les principaux points du système de la *gravitation universelle*, & quelle nuance, pour ainsi dire, observent ces degrés. Ce sera la même chose quand on voudra transporter, comme fait Neuton, le système général de la *gravitation* des corps célestes à celle des corps terrestres ou sublunaires. Nous remarquerons, en premier lieu, que cette attraction ou *gravitation* générale s'y manifeste moins en détail dans toutes les parties de la matière, qu'elle ne fait, pour ainsi dire, en total dans les différens globes qui composent le système du monde; nous remarquerons de plus qu'elle se manifeste dans quelques-uns des corps qui nous environnent plus que dans les autres; qu'elle paroît agir ici par impulsion, là par une méchanique inconnue, ici suivant la loi, là suivant une autre; enfin plus nous généraliserons & étendrons, en quelque manière, la *gravitation*, plus ses effets nous paroîtront variés, & plus nous la trouverons obscure, & en quelque manière informe dans les phénomènes qui en résultent, ou que nous lui attribuons. Soyons donc très-réservés sur cette généralisation, aussi-bien que sur la nature de la force qui produit la *gravitation* des planètes; reconnoissons seulement que les effets de cette force n'ont pu se réduire, du moins jusqu'ici, à aucune des loix connues de la méchanique; n'emprisonnons point la nature dans les limites étroites de notre intelligence; approfondissons assez l'idée que nous avons de la matière, pour être circonspects sur les propriétés que nous lui attribuons ou que nous lui refusons; & n'imitons pas le grand nombre des philosophes modernes, qui, en affectant un doute raisonné sur les objets qui les intéressent le plus, semblent vouloir se dédommager de ce doute par des assertions prématurées sur les questions qui les touchent le moins.

II. *Loi générale de la gravitation.* Si on appelle φ la force de la *gravitation* d'un point vers un autre, e l'espace que cette force fait parcourir pendant le tems t, on aura $dde = \varphi dt^2$, ou plus exactement $dde = \frac{2a\varphi dt^2}{p\theta^2}$, comme on l'a vu, au mot FORCE, en appellant a l'espace que la pesanteur p fait parcourir pendant un tems θ. M. Euler, dans sa pièce sur le mouvement de saturne, qui a remporté le prix de l'Académie des Sciences en 1748, prend pour équation, non pas $dde = dt^2$, mais $dde = \frac{1}{2}\varphi dt^2$. Comme cette manière de présenter l'équation des forces accélératrices a causé de la difficulté à plusieurs personnes, je dirai ici qu'elle ne me paroît point exacte. En effet, supposons $\varphi = p$, c'est-à-dire, φ égal à la pesanteur naturelle, on auroit donc, suivant M. Euler, $dde = \frac{pdt^2}{2}$, & $e = \frac{ptt}{4}$, ou $t = 2\sqrt{\frac{e}{p}}$; cependant toutes les formules reçues jusqu'ici donnent la vîtesse à la fin de l'espace $e = \sqrt{2pe}$, & le tems $= \frac{2e}{\sqrt{2pe}} = \sqrt{\frac{2e}{p}}$, ce qui est fort différent de l'expression de t qui résulte de la formule de M. Euler. Il est vrai que l'équation, peu exacte en elle-même, $dde = \frac{1}{2}\varphi dt^2$, dont M. Euler se sert, n'influe point sur le reste de sa pièce, parce qu'il corrige cette erreur par une autre, en substituant dans la suite de la pièce, à la place de $\frac{dt^2}{2}$, la quantité $\frac{a^3 d\zeta^2}{\Theta}$, a étant le rayon de l'orbite, ζ l'anomalie, & Θ le soleil ; au lieu qu'en nous servant de la formule $dde = \varphi dt^2$, nous eussions substitué cette quantité $\frac{a^3 d\zeta^2}{\Theta}$, non à la place de $\frac{dt^2}{2}$, mais à la place de dt^2; en sorte que, dans les deux cas, le résultat auroit été le même, savoir, $dde = \frac{\varphi a^3 d\zeta^2}{\Theta}$. En effet, $\frac{\Theta}{a^2}$ étant ici la force centripète, & $a d\zeta$ l'arc parcouru pendant le tems dt, on a $\frac{\Theta}{a^2} = \frac{a^2 d\zeta^2 . p\theta^2}{2aadt^2}$ (*voyez l'article* FORCE); donc, puisque $dde = \frac{2a\varphi dt^2}{p\theta^2}$, on aura $dde = \frac{\varphi a^3 d\zeta^2}{\Theta}$. Nous supposons qu'on ait ici sous les yeux la pièce de M. Euler, imprimée à Paris en 1749.

III. *Manière de trouver la gravitation d'un corps vers un autre.* Neuton, dans le *livre I de ses Principes*, a donné pour cela une méthode qui a été commentée & étendue depuis par différens auteurs. *Voyez les Mémoires de l'Acad.* 1732; *le Commentaire* des PP. le Sueur & Jaquier; *les Mémoires de Pétersbourg*, &c. Cette méthode a principalement pour objet l'attraction que les corps sphériques, elliptiques, cylindriques, ou regardés comme tels, exercent sur un point donné.

M. Maclaurin a traité cette matière, par une méthode originale, & d'où il a tiré une foule de théorèmes remarquables sur la figure de la terre. *Voyez* sa pièce sur le *flux & reflux de la mer*, qui partagea le prix de l'Académie des Sciences en

1740; *voyez* auſſi le tom. II de ſon traité *des Fluxions*; un *Mémoire* de M. de la Grange, imprimé parmi ceux de l'Académie de Berlin, 1773.

* Il eſt bon de donner ici quelque idée de la manière dont on calcule le mouvement rectiligne des corps ſoumis à une force centrale. Reprenons, pour cela, l'équation $d\,d\,e = \frac{2a\varphi}{p}\,\frac{dt^2}{\theta^2}$, & ſuppoſons que la gravitation eſt dirigée vers un point fixe éloigné du mobile ſoumis à ſa ſeule action d'une quantité k; qu'à une diſtance b cette force eſt égale à la peſanteur, & qu'elle eſt généralement comme une puiſſance n de la diſtance du mobile à ce centre; on aura donc $\varphi = p\,\frac{(k-e)^n}{b^n}$ & $d\,d\,e = \frac{2a(k-e)^n}{b^n}\,\frac{dt^2}{\theta^2}$. Donc, en intégrant avec cette condition que l'eſpace parcouru & la vîteſſe $\frac{de}{dt}$ deviennent 0 en même tems, on aura $\frac{2dt}{\theta} = \sqrt{\frac{b^n}{a}}\,de\,\sqrt{\frac{n+1}{k^{n+1} - (k-e)^{n+1}}}$, expreſſion qui ne peut pas s'intégrer généralement. Mais l'intégration réuſſit dans le cas de $n = 1$, & dans celui de $n = -2$: cas qui eſt le plus important, puiſque c'eſt celui qui a lieu dans la nature. Nous allons nous occuper de ce dernier. *Voyez*, pour les autres, les différens *Traités de calcul intégral*, & *ſur-tout celui de M. Euler*. Soit donc $n = -2$, l'équation deviendra, en changeant un peu ſa forme $\frac{dt}{\theta}\sqrt{\frac{a}{k}} = \frac{k}{b}\,d\sqrt{\frac{e}{k}},\ \sqrt{1-\frac{e}{k}}$, on aura donc, pour la valeur de $\frac{b}{k}\sqrt{\frac{a}{k}}\cdot\frac{t}{\theta}$, un ſegment de cercle dont le rayon ſeroit 1 & l'abſciſſe comptée du centre, $\sqrt{\frac{e}{k}}$, ou, ce qui revient au même, on aura $\frac{2bt}{k\theta}\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{k}} = \text{arc}\,S\sqrt{\frac{e}{k}} + \frac{\sqrt{ek - e^2}}{k}$.

Si on ſuppoſoit $n = -1$, le coëfficient de de deviendroit $\frac{0}{0}$, & par conſéquent indéterminé. Dans ce cas, on pourra, ſi l'on veut, remonter à l'équation $d\,d\,e = \frac{2ab}{k-e}\,\frac{dt^2}{\theta^2}$, & intégrer par logarithmes. Mais il ſera plus ſimple de chercher directement la valeur de cette fraction $\frac{0}{0}$, ſuivant les méthodes connues. *V.* FRACTIONS *indéterminées*, au *mot* INDÉTERMINÉ. *

IV. *Uſage du ſyſtême de la gravitation pour trouver les maſſes des planètes.* Soient deux planètes, dont les maſſes ſoient M, m, qui aient des ſatellites qui tournent autour d'elles à la diſtance A, a, & qui faſſent leurs révolutions dans les tems T, les forces centripètes de ces ſatellites ſeront $\frac{M}{A^2}$, $\frac{m}{a^2}$, puiſque la *gravitation* eſt en raiſon directe de la maſſe du corps attirant, & inverſe du quarré de la diſtance : de plus, ces forces centripètes ſeront égales aux forces centrifuges; &, en conſidérant les orbites des ſatellites comme des cercles, les forces centrifuges ſeront entr'elles comme $\frac{A}{T^2} : \frac{a}{t^2}$. *V.* FORCE CENTRALE *au mot* CENTRAL. Donc on aura $\frac{M}{A^2} : \frac{m}{a^2} :: \frac{A}{T} : \frac{a}{t^2}$. Donc, ſi on connoît le rapport de A avec a & celui de T avec t, on connoîtra le rapport de M à m. Par-là on peut connoître le rapport de la maſſe du ſoleil, de jupiter & de ſaturne, à celle de la terre; car toutes ces planètes (en y comprenant le ſoleil) ont des ſatellites, dont on connoît le rapport des diſtances à leurs planètes principales, & les tems des révolutions. *Voy.* PLANÈTE. (*O*)

GRAVITÉ, ſ. f. (*Méch.*) : on appelle ainſi parmi les philoſophes la *force* que le vulgaire appelle *peſanteur*, & en vertu de laquelle les corps tendent vers la terre.

Il y a cette différence entre *peſanteur* & *gravité*, 1.° que *gravité* ne ſe dit jamais que de la force ou cauſe générale qui fait deſcendre les corps, & que *peſanteur* ſe dit quelquefois de l'effet de cette force dans un corps particulier; ainſi, on dit *la force de la gravité pouſſe les corps vers la terre*, & *la peſanteur du plomb eſt plus grande que celle du cuivre*. 2.° Que peſanteur ne ſe dit jamais que de la force particulière qui fait tomber les corps terreſtres vers la terre, & que *gravité* ſe dit auſſi quelquefois dans le ſyſtême Neutonien, de la force par laquelle un corps quelconque tend vers un autre. Car le principe général de ce ſyſtême, eſt que la *gravité* eſt une propriété univerſelle de la matière. *Voyez* GRAVITATION. Mais, avant que d'en détailler les preuves, diſons un mot des ſyſtêmes imaginés par les autres philoſophes, pour rendre raiſon de la *gravité*.

Le vulgaire eſt d'abord étonné qu'on cherche une cauſe à ce phénomène; il lui paroît tout naturel qu'un corps tombe, dès qu'il n'eſt pas ſoutenu; ſur quoi nous renvoyons le lecteur à l'*article* FORCE D'INERTIE. Nous ne dirons rien des ſyſtêmes que les péripatéticiens, les épicuriens, les gaſſendiſtes, *&c.* ont imaginés pour expliquer la cauſe de la peſanteur. Mais l'explication de Deſcartes eſt trop ingénieuſe & trop ſéduiſante au premier coup-d'œil, pour ne pas nous y arrêter.

La matière ſubtile, dit ce philoſophe, ſe meut en tourbillon autour de la terre; en vertu de ce mouvement, elle a une force centrifuge, *voyez* FORCE & CENTRIFUGE; en vertu de cette force, toutes les parties de cette matière tendent à s'éloigner de la terre; elles doivent donc pouſſer les corps vers la terre, c'eſt-à-dire, dans un ſens contraire à la direction de leur force centrifuge: car par la même raiſon qu'un fluide qui peſe de haut en-bas, tend à pouſſer de bas en-haut les corps qu'on y plonge,

y plonge, & les y pousse en effet, s'ils tendent de haut en-bas avec moins de force que lui; par cette même raison la matiere du tourbillon ayant une force centrifuge, doit pousser vers la terre les corps qu'on place dans ce tourbillon, & qui n'ont point une pareille force. *Voyez* Fluide & Hydrodynamique. Ainsi, la pesanteur du corps *L* placé dans la pyramide *A E B* (*fig. 90 Méc.*), est égale à la force centrifuge de la matière du tourbillon dont il occupe la place, multipliée par la masse de cette matière, moins la force centrifuge du corps *L*, s'il en a, multipliée par la masse *L*.

En supposant l'existence des tourbillons que nous croyons insoutenable, & que presque personne n'admet plus aujourd'hui, *voyez* Tourbillon, il suit de cette explication qu'il faut, ou que la force centrifuge de la matiere du tourbillon soit beaucoup plus grande que celle du corps *L*, ou que la matière subtile soit beaucoup plus dense que ce corps. Or la force centrifuge du corps *L* vient de sa vîtesse de rotation autour de la terre; vîtesse qui est à-peu-près égale à celle des points de la surface terrestre. Donc il faudroit, dans le premier cas, que la matière du tourbillon eût beaucoup plus de vîtesse de rotation que la terre; or, cela posé, on sentiroit une espèce de vent continuel dans le sens de la rotation de la terre, c'est-à-dire d'occident en orient. Dans le second cas, si la matière du tourbillon a beaucoup plus de densité que les corps terrestres, on devroit sentir dans les mouvemens de bas en-haut & de haut en-bas la résistance de cette matière; or on sait que cette résistance est insensible, que l'aire seule est la source de celle qu'on éprouve, & qu'il n'y en a point dans la machine du vuide, où tous les corps tombent également vîte. Ce n'est pas tout; supposant, comme on le dit, la force centrifuge de la matière du tourbillon beaucoup plus grande que celle du corps *L*, le corps *L* devroit toujours avoir une pesanteur sensiblement égale, pourvu qu'il conservât le même volume, car la force centrifuge qui agiroit sur ce corps, seroit alors la même. Or cela est contraire à l'expérience: car un pié cube d'or pese plus qu'un pié cube de liège. De plus & par la même raison, les corps devroient descendre d'autant plus vîte, abstraction faite de la résistance de l'air, qu'ils auroient moins de masse sous un même volume; car la force qui les presse étant la même, elle devroit y produire des vîtesses en raison inverse des masses. Or c'est ce que l'expérience dément encore; car l'expérience prouve que tous les corps descendent également vîte dans le vuide, d'où il résulte que la *gravité* agit en raison de la masse, & non du volume du corps.

Une autre objection contre les Cartésiens, c'est que les corps devroient descendre vers l'axe de la terre, & non vers le centre; de sorte que sous les parallèles à l'équateur ils devroient tomber par des lignes obliques, & non par des lignes à-plomb. Les Cartésiens, il est vrai, ont imaginé différens moyens de répondre à ces difficultés; mais tous ces moyens sont autant de paralogismes. Je me flatte de l'avoir démontré dans mon *traité des fluides*, *art.* 409. M. Huyghens a cherché à corriger sur ce point le système de Descartes; mais la correction est pire que le mal; *voyez* Desecente; il en est de même de M. Bulfinger. Il suppose dans une pièce qui a remporté le prix de l'*académie des Sciences en* 1728, que la matière du tourbillon se meut à-la-fois autour de deux axes. Il prétend que de ce double mouvement il doit résulter une tendance des corps terrestres vers le centre de la terre; mais cet auteur a supposé qu'en ce cas, les particules de la matière décrivoient toutes, par un mouvement composé, de grands cercles; ce qui n'est pas vrai, car elles décrivent des courbes différentes, dont la plupart sont en 8 de chiffre, comme on peut s'en assurer par l'expérience & par l'analyse. Ainsi, son explication n'est pas plus recevable que celles de Huyghens & de Descartes.

M. Varignon a fait aussi un système sur la cause de la pesanteur, dont on peut voir le précis dans son éloge par M. de Fontenelle, *mém. de l'Acad.* 1722; mais ce système ne portant sur rien, & n'ayant fait aucune fortune, nous n'en ferons point de mention ici. M. le Sage, de Genève, a présenté depuis peu à l'académie des Sciences, un écrit qui contient un système ingénieux sur cette matière; mais ce système n'est pas encore publié, & nous attendrons qu'il le soit pour en faire mention, afin de ne point trop surcharger cet article. Nous renvoyons donc sur cela au *mot* Pesanteur.

Avant que de passer à l'explication neutonienne de la *gravité*, nous ferons une remarque qui ne sera pas inutile. Quand on dit que les corps pesans ou graves tendent vers le centre de la terre, on n'entend pas cela rigoureusement; car il faudroit en ce cas que la terre fût sphérique, & que les corps pesans fussent poussés perpendiculairement à cette surface. Or il est prouvé que la terre n'est pas sphérique. *Voyez* Figure de la Terre.

Il faut d'ailleurs distinguer deux sortes de *gravité*: la *gravité* primitive, non altérée par la force centrifuge qui vient de la rotation de la terre & des corps qu'elle entraine: & la *gravité* altérée par cette force; cette dernière *gravité* est la seule que nous sentons; & quand même la première auroit sa direction au centre de la terre, la seconde par une conséquence nécessaire ne l'auroit pas. Mais il est aisé de s'assurer que la *gravité* primitive elle-même n'a pas sa direction au centre de la terre; car si cela étoit, le rapport des axes seroit à très-peu-près de 577 à 578, tel que M. Huygens l'a trouvé dans cette hypothèse. Or les observations donnent le rapport des axes de la terre beaucoup plus grand. *Voyez l'article* Figure de la Terre. Ainsi, il paroît que la *gravité* n'est pas une force constamment dirigée vers le centre de la terre, & c'est déjà une preuve indirecte en faveur du système de Newton, qui veut que la pesanteur soit causée par l'attrac-

tion que toutes les parties de la terre exercent sur les corps pesans ; attraction dont l'effet doit être dirigé différemment, suivant le lieu de la surface terrestre où le corps attiré est placé. *Voyez* ATTRACTION. Voici maintenant les preuves du système Newtonien.

Preuves de la gravité universelle. Tout le monde convient que tout mouvement est naturellement rectiligne ; de sorte que les corps, qui dans leur mouvement décrivent des lignes courbes, y doivent être forcés par quelque puissance qui agit sur eux continuellement.

D'où il s'ensuit que les planètes faisant leurs révolutions dans des orbites curvilignes, il y a quelque puissance dont l'action continuelle & constante les empêche de se déplacer de leur orbite, & de décrire des lignes droites.

D'ailleurs les Mathématiciens prouvent que tous les corps qui, dans leurs mouvemens, décrivent quelque ligne courbe sur un plan, & qui, par des rayons tirés vers un certain point, décrivent autour de ce point des aires proportionnelles au tems, sont poussés par quelque puissance qui tend vers ce même point; *voyez* FORCE CENTRALE. Il est démontré aussi par les observations que les planètes premières tournans autour du soleil, & les planètes secondaires appellées *satellites*, tournans autour des premières, décrivent des aires proportionnelles au tems ; *voyez* LOI DE KEPLER. Par conséquent la puissance qui les retient dans leur orbite, a sa direction vers les centres du soleil & des planètes. Enfin il est prouvé que si plusieurs corps décrivent autour d'un même point des cercles concentriques, & que les quarrés de leurs tems périodiques soient comme les cubes des distances du centre commun, les forces centripetes des corps qui se meuvent seront réciproquement comme les quarrés des distances. *Voyez* FORCE CENTRALE. Or tous les Astronomes conviennent que cette analogie a lieu par rapport à toutes les planètes : d'où il s'ensuit que les forces centripetes de toutes les planètes, sont réciproquement comme les quarrés des distances où elles sont des centres de leurs orbites. *Voyez l'article* PLANÈTE, & *l'article* LOI DE KEPLER.

De tout ce qu'on vient de dire, il s'ensuit que les planètes sont retenues dans leurs orbites par une puissance qui agit continuellement sur elles ; que cette puissance a sa direction vers le centre de ces orbites : que l'efficacité de cette puissance augmente à mesure qu'elle approche du centre, & qu'elle diminue à mesure qu'elle s'en éloigne ; qu'elle augmente en même proportion que diminue le quarré de la distance, & qu'elle diminue comme le quarré de la distance augmente.

Or, en comparant cette force centripète des planètes avec la force de *gravité* des corps sur la terre, on trouvera qu'elles sont parfaitement semblables.

Pour rendre cette vérité sensible, nous examinerons ce qui se passe dans le mouvement de la lune, qui est la planète la plus voisine de la terre.

Les espaces rectilignes, décrits dans un tems donné par un corps qui tombe & qui est poussé par quelque puissance, sont proportionnels à ces puissances, à compter depuis le commencement de la chûte. Par conséquent la force centripète de la lune dans son orbite, sera à la force de la *gravité* sur la surface de la terre, comme l'espace que la lune parcourroit en tombant pendant quelque tems, par sa force centripète, du côté de la terre, supposé qu'elle n'eût aucun mouvement circulaire, est à l'espace que parcourroit dans le même tems quelqu'autre corps en tombant par sa *gravité* sur la terre.

On sait par expérience que les corps pesans parcourent ici-bas 15 piés par seconde, *voy.* DESCENTE. Or l'espace que la force centripète de la lune lui feroit parcourir en ligne droite dans une seconde, est sensiblement égal au sinus verse de l'arc que la lune décrit dans une seconde. Et, puisqu'on connoît le rayon de l'orbite de la lune & le tems de sa révolution, on connoîtra par conséquent ce sinus verse.

Faisant donc le calcul, on trouve que ce sinus verse est à 15 piés, c'est-à-dire, que la force centripète de la lune dans son orbite, est à la force de la *gravité* sur la surface de la terre, comme le quarré du demi-diamètre de la terre est au quarré du demi-diamètre de l'orbite. On peut voir ce calcul tout au long dans le *III*[e] *livre des Principes de Neuton, & dans plusieurs autres ouvrages auxquels nous renvoyons.*

C'est pourquoi la force centripète de la lune est la même que la force de la *gravité*, c'est-à-dire, procède du même principe ; autrement, si ces deux forces étoient différentes, les corps poussés par les deux forces conjointement, tomberoient vers la terre avec une vîtesse double de celle qui naîtroit de la seule force de la *gravité*.

Il est donc évident que la force centripète, par laquelle la lune est retenue dans son orbite, n'est autre chose que la force de la *gravité* qui s'étend jusques-là.

Par conséquent la lune pèse vers la terre ; donc réciproquement celle-ci pèse vers la lune : ce qui est confirmé d'ailleurs par les phénomènes des marées. *Voyez* FLUX & REFLUX, & GRAVITATION.

On peut appliquer le même raisonnement aux autres planètes. En effet, comme les révolutions des planètes autour du soleil, & celles des satellites de jupiter & de saturne autour de ces planètes, sont des phénomènes de la même espèce que la révolution de la lune autour de la terre ; comme les forces centripètes des planètes ont leur direction vers le centre du soleil ; comme celle des satellites tendent vers le centre de leurs planètes ; & enfin, comme toutes ces forces sont réciproquement comme les quarrés des

distances aux centres, on peut conclure que la loi de la *gravité* & sa cause sont les mêmes dans toutes les planètes & leurs satellites.

C'est pourquoi comme la lune pèse vers la terre, & celle-ci vers la lune, de même tous les satellites pèsent vers leurs planètes principales: & les planètes principales vers leurs satellites; les planètes vers le soleil, & le soleil vers les planètes. *V.* GRAVITATION, PLANETE, *&c.*

Il ne reste plus qu'à savoir quelle est la cause de cette *gravité* universelle, ou tendance mutuelle que les corps ont les uns vers les autres.

Clarke ayant détaillé plusieurs propriétés de la *gravité* des corps, conclut que ce n'est point un effet accidentel de quelque mouvement ou matière subtile, mais une force générale que le tout-puissant a imprimé dès le commencement à la matière, & qu'il y conserve par quelque cause efficiente qui en pénètre la substance.

Gravesande, dans son *introduction à la philosophie de Neuton*, prétend que la cause de la *gravité* est absolument inconnue, & que nous ne devons la regarder que comme une loi de la nature & comme une tendance que le Créateur a imprimée originairement & immédiatement à la matière, sans qu'elle dépende en aucune façon de quelque loi ou cause seconde. Il croit que les trois réflexions suivantes suffisent pour prouver sa proposition. Savoir:

1.° Que la *gravité* demande la présence du corps qui pèse ou attire: c'est ainsi que les satellites de jupiter, par exemple, pèsent sur cette planète, quelque part qu'elle se trouve.

2.° Que la distance au corps attirant étant supposée la même, la vîtesse avec laquelle les corps se meuvent par la force de la *gravité*, dépend de la quantité de matière qui se trouve dans le corps qui attire, & que la vîtesse ne change point, quelle que puisse être la masse du corps pesant.

3.° Que, si la *gravité* ne dépend d'aucune loi connue de mouvement, il faut que ce soit quelqu'impulsion venant d'un corps étranger, de sorte que la *gravité* étant continuelle, elle demande aussi une impulsion continuelle.

Or, s'il y a quelque matière qui pousse continuellement les corps, il faut que cette matière soit fluide & assez subtile pour pénétrer la substance de tous les corps: mais comment un corps, qui est assez subtil pour pénétrer la substance des corps les plus durs, & assez raréfié pour ne pas s'opposer sensiblement au mouvement des corps, peut-il pousser des corps considérables les uns vers les autres avec tant de force? Comment cette force augmente-t-elle suivant la proportion de la masse du corps vers lequel l'autre corps est poussé? D'où vient que tous les corps, en supposant la même distance & le même corps vers lequel ils tendent, se meuvent avec la même vîtesse? Enfin un fluide qui n'agit que sur la surface, soit des corps mêmes, soit de leurs particules intérieures, peut-il communiquer aux corps une quantité de mouvement, qui suive exactement la proportion de la quantité de matière renfermée dans les corps?

M. Cotes, en donnant un plan de la philosophie de Neuton, va encore plus loin, & assure que la *gravité* doit être mise au rang des qualités premières de tous les corps, & réputée aussi essentielle à la matière que l'étendue, la mobilité, l'impénétrabilité. *Pref. ad Neut. Princip.* Sur quoi, *voyez les articles* ATTRACTION & GRAVITATION.

Mais Neuton, pour nous faire entendre qu'il ne regarde point la *gravité* comme essentielle aux corps, nous donne son opinion sur la cause, & il prend le parti de la proposer par forme de question, comme n'étant point encore content de tout ce qu'on en a découvert par les expériences.

Nous ajouterons ici cette question dans les propres termes dont il s'est servi.

Après avoir prouvé qu'il y a, dans la nature, un milieu beaucoup plus subtil que l'air, que par les vibrations de ce milieu la lumière communique de la chaleur aux corps, subit elle-même des accès de facile réflexion & de facile transmission; & que les différentes densités des couches de ce milieu produisent la réfraction aussi-bien que la réflexion de la lumière (*Voyez* MILIEU, CHALEUR, RÉFRACTION, *&c.*); il fait la question suivante:

« Ce milieu n'est-il pas beaucoup plus raréfié dans les corps denses du soleil, des étoiles, des planètes & des comètes, que dans les espaces célestes qui sont vides, & qui se trouvent entre ces corps? & ce milieu, en passant de-là à des distances considérables, ne se condense-t-il pas continuellement de plus en plus, & ne devient-il pas ainsi la cause de la *gravité* que ces grands corps exercent les uns sur les autres, & de celle de leurs parties, puisque chaque corps s'efforce de s'éloigner des parties les plus denses du milieu vers ses parties les plus raréfiées?

» Car, si l'on suppose que ce milieu est plus raréfié dans les corps du soleil que dans sa surface, & plus à la surface qu'à une distance très-petite de cette même surface, & plus à cette distance que dans l'orbe de saturne; je ne vois pas, dit M. Neuton pourquoi l'accroissement de densité ne seroit pas continué dans toute la distance qu'il y a du soleil à saturne, & au-delà.

» Et quand même cet accroissement de densité seroit excessivement lent ou foible à une grande distance, cependant si la force élastique de ce milieu est excessivement grande, elle peut être suffisante pour pousser les corps depuis les parties les plus denses du milieu, jusqu'à l'extrémité de ses parties les plus raréfiées, avec toute cette force que nous appellons *gravité*.

» La force élastique de ce milieu est excess-

ſivement grande, comme on en peut juger par la vîteſſe de ſes vibrations : car, d'un côté, les ſons ſe répandent environ à 180 toiſes dans une ſeconde de temps : de l'autre, la lumiere vient du ſoleil juſqu'à nous dans l'eſpace de ſept ou huit minutes, & cette diſtance eſt environ de 33,000,000 lieues; & pour que les vibrations ou impulſions de ce milieu puiſſent produire les ſecouſſes alternatives de facile tranſmiſſion & de facile réflexion, il faut qu'elles ſe faſſent plus promptement que celles de la lumière, & par conſéquent environ 700,000 fois plus vîte que celles du ſon; de ſorte que la vertu élaſtique de ce milieu, toutes choſes d'ailleurs égales, doit être plus de 700,000 X 700,000, c'eſt-à-dire, plus de 490,000,000,000 fois plus grande que n'eſt la vertu élaſtique de l'air: car les vîteſſes des pulſions des milieux élaſtiques, toutes choſes d'ailleurs égales, ſont en raiſon ſous-doublée de la directe des élaſticités de ces milieux.

« Comme la vertu magnétique eſt plus conſidérable dans les petites pierres d'aimant que dans les grandes, à proportion de leur volume, & que l'attraction électrique agit plus vivement ſur les petits corps que ſur les grands, de même la petiteſſe des rayons de lumière peut contribuer infiniment à la force de l'agent, ou de la puiſſance qui leur fait ſubir les réfractions. Et ſi l'on ſuppoſe que l'éther (comme l'air que nous reſpirons) contienne des particules qui s'efforcent de s'éloigner les unes des autres, & que ces particules ſoient infiniment plus petites que celles de l'air, ou même que celles de la lumière, leur petiteſſe exceſſive peut contribuer à la grandeur de la force par laquelle elles s'éloignent les unes des autres, rendre le milieu infiniment plus rare & plus élaſtique que l'air, & par conſéquent infiniment moins propre à réſiſter aux mouvemens des projectiles, & infiniment plus propre à cauſer la peſanteur des corps par l'effort que font ſes particules pour s'étendre. » *Optic. pag.* 325. *&c.* *Voyez* LUMIERE, ELASTICITÉ, &c.

Voilà un précis des idées générales que Neuton paroît avoir eues ſur la cauſe de la *gravité*: cependant ſi on examine d'autres endroits de ſes ouvrages, on eſt tenté de croire que cette explication générale qu'il donne dans ſon *Optique*, étoit deſtinée principalement à raſſurer quelques perſonnes que l'attraction avoit révoltées. Car ce philoſophe, en avouant que la peſanteur pourroit être produite par l'impulſion, ajoute qu'elle pourroit auſſi être produite par quelqu'autre cauſe : il fait mouvoir les planètes dans un grand vide, ou du moins dans un eſpace qui contient très-peu de matière; il remarque que l'impulſion d'un fluide eſt proportionnelle à la quantité de ſurface des corps qu'il frappe, au lieu que la *gravité* eſt comme la quantité de matière, & vient d'une cauſe qui pénètre, pour ainſi dire, les corps; ainſi il n'étoit pas, ce me ſemble, fort éloigné de regarder la *gravité* comme un premier principe, & comme une loi primordiale de la nature. En un mot, toute cette explication eſt bien foible, pour ne rien dire de plus, bien vague, & bien peu conforme à la manière ordinaire de philoſopher de ſon illuſtre auteur; & nous ne pouvons croire qu'il l'ait propoſée bien ſérieuſement. D'ailleurs Neuton parut donner ſon approbation à la préface que M. Cotes a miſe à la tête de la ſeconde édition de ſes *Principes*, & dans laquelle cet auteur ſoutient, comme nous l'avons dit, que la *gravité* eſt eſſentielle à la matière. *Voyez aux articles* ATTRACTION & GRAVITATION les réflexions que nous avons faites ſur cette dernière opinion.

On diſtingue la *gravité* en *abſolue* & *relative*.

La *gravité abſolue* eſt celle par laquelle un corps deſcend librement ſans éprouver aucune réſiſtance.

La *gravité relative* eſt celle par laquelle un corps deſcend, après avoir conſumé une partie de ſon poids à ſurmonter quelqu'obſtacle ou réſiſtance. Telle eſt la *gravité* par laquelle un corps deſcend le long d'un plan incliné, où une partie de ſa force eſt employée à ſurmonter la réſiſtance ou le frottement du plan. Telle eſt encore la *gravité* par laquelle un corps deſcend dans un fluide. *Voyez* FROTTEMENT, & pour les loix de la *gravité* relative, conſultez les *articles* ACCÉLÉRÉ, PLAN INCLINÉ, DESCENTE, FLUIDE, RÉSISTANCE, *&c.*

Centre de GRAVITÉ, *Voyez* CENTRE.

La formule $\frac{\phi}{p} = \frac{4A^2}{\varpi^2 . AB}$, que nous avons donnée au *mot* FORCE CENTRIFUGE, peut ſervir à trouver le rapport de la force centrifuge des corps terreſtres à la gravité; car on peut connoître, par les loix des pendules (*Voyez* PENDULE), le tems θ d'une vibration d'un pendule, dont la longueur ſeroit égale au rayon de la terre; & on peut connoître de plus l'eſpace A, ou la partie de la circonférence de l'équateur qu'un point quelconque de la ſurface de la terre décrit dans ce même tems; & comme ϖ eſt le rapport de la demi-circonférence au rayon, & AB le diamètre de la terre, on aura donc en nombres très-approchés le rapport de $2A$ à ϖAB, ou de A à $\frac{\varpi . AB}{2}$, c'eſt-à-dire, de l'arc A à la demi-circonférence de la terre. Or, achevant le calcul, on trouve que ce rapport eſt d'environ 1 à 17. *Voyez le diſcours* de M. Huyghens *ſur la cauſe de la peſanteur*. Donc le rapport de la force centrifuge à la *gravité* ſous l'équateur, eſt égal au quarré de $\frac{1}{17}$, c'eſt-à-dire $\frac{1}{289}$.

Les loix de la *gravité* des corps qui pèſent dans les fluides, ſont l'objet de l'Hydroſtatique. *Voyez* HYDROSTATIQUE.

Dans cette ſcience on diviſe la *gravité* en *abſolue* & *ſpécifique*.

La *gravité abſolue* eſt la force avec laquelle les corps tendent en bas, comme nous l'avons déjà dit.

La *gravité ſpécifique* eſt le rapport de la *gravité*

d'un corps à celle d'un autre de même volume. *Voyez* SPÉCIFIQUE.

Pour les loix de la *gravité* spécifique avec les manières de la trouver, ou de la déterminer dans les solides & dans les fluides, consultez *l'article* BALANCE HYDROSTATIQUE. (*O*)

GRAVITER, v. n. (*Méch.*) : on dit, dans la philosophie neutonienne, qu'un corps gravite vers un autre, pour dire qu'il tend vers cet autre corps par la force de la gravité, ou, pour parler suivant le système de Neuton, qu'il est attiré par cet autre corps. *Voyez* GRAVITATION, *&c.*

GRAVOIR, (*Lunetier*) c'est un instrument avec lequel le lunetier trace dans la châsse de la lunette, la rainure où se place le verre, & qui le retient. Il consiste en une plaque ronde, d'un diamètre un peu plus petit que le verre & la châsse. Cette plaque est tranchante & dentelée. Il y a une platine appliquée à cette plaque, & qui la déborde : l'un & l'autre sont montés sur un petit arbre qui les traverse, qui a ses poupées comme les arbres des tours à tourner en l'air, & qui porte au milieu une boîte ronde, comme il y en a aux forets. On monte la corde de l'arçon sur cette boîte; on fait tourner l'arbre & la plaque tranchante; l'ouvrier place sa châsse contre la platine qui le dirige; il fait mordre la plaque tranchante dans l'épaisseur de la châsse, & la rainure se fait. Il faut observer que la platine peut-être montée avec la plaque tranchante sur un même arbre, pourvu que ces deux parties laissent entr'elles l'intervalle convenable; ou qu'elles peuvent être séparées, en sorte que la plaque tranchante soit seule fixée sur l'arbre, & qu'on en puisse approcher parallèlement, & fixer solidement & à la distance convenable, la platine qui sert de directrice à l'ouvrier, & sans laquelle il ne seroit pas sûr de pratiquer sa rainure dans un plan bien vertical.

GROSSIR, v. act. (*Optiq.*) signifie faire paroître un objet plus grand qu'il n'est en effet : ainsi, on dit d'un microscope, qu'il *grossit* les objets. *Voyez* MICROSCOPE, LUNETTE, *voyez aussi* MIROIR, *&c.*

Il le faut avouer, nous n'avons point encore de théorie bien satisfaisante, & qui soit à l'abri de toute difficulté, sur la propriété qu'ont les instrumens de Dioptrique ou de Catoptrique, de *grossir* les objets : en général cela vient de ce que le miroir ou le verre réfléchit ou rompt les rayons, de manière qu'ils entrent dans l'œil sous un plus grand angle que s'ils partoient de l'objet apperçu à la vue simple; mais cet angle ne suffit pas pour déterminer la grandeur de l'objet (*Voyez* VISION), il faut le combiner avec la distance apparente (*Voyez* DISTANCE), & par conséquent connoître le lieu de l'image. Or les Opticiens ne nous ont point encore donné de règles sûres touchant ce dernier point. *Voyez* DIOPTRIQUE. (*O*)

GRUAU, f. m. (*Méch.*) cette machine a le même usage que la grue, à l'exception qu'elle n'a point tant de saillie. Elle est composée des pièces suivantes.

1.° Le sol; 2.° la fourchette; 3.° le poinçon; 4.°. les bras ou liens en contre-fiche; 5°. la jambette; 6.° le treuil; 7.° l'arrêtier; 8.° la roue; 9.° le rancher avec ses chevilles ou ranche. La volée qui est la partie mouvante du *gruau*, comme de la grue, sont les pièces suivantes; 10.° le rancher; 11.° le lien; 12.° la grande moise; 13.° la poulie; 14.° les boulons; 15.° le cable. *Voyez l'article* GRUE, *& les Planches du Charpentier.*

GRUE, (*Méchan.*) machine en usage dans la construction des bâtimens, pour élever des pierres & autres grands fardeaux.

M. Perrault dans ses notes sur Vitruve, prétend que la *grue* est le corbeau des anciens. *Voyez* CORBEAU.

La *grue* des modernes est composée de plusieurs pièces, dont la principale est un arbre élevé perpendiculairement, & terminé en poinçon par le haut : cet arbre est garni par le milieu de huit pièces de bois posées en croix, & soutenu de huit bras ou liens en contre-fiche, qui s'assemblent vers le haut de l'arbre, & y sont joints avec tenon & mortoise. La pièce de bois qui porte & qui sert à élever les fardeaux, s'appelle *échelier* ou *rancher*; elle est garnie de chevilles ou ranches, & posée sur un pivot de fer qui est au bout du poinçon de l'arbre : il est assemblé avec plusieurs moises à des liens montans. Il y a des pièces de bois que l'on nomme *soupentes*, attachées à la grande moise d'en-bas & à l'échelier, & qui servent à porter la roue & le treuil, autour duquel se dévide le cable. Le cable passe dans des poulies qui sont au bout des moises, & à l'extrémité de l'échelier. Tout le corps de la *grue*, c'est-à dire, l'échelier, les moises, les liens montans, les soupentes, la roue & le treuil, tourne sur le pivot autour de l'arbre pour placer les fardeaux où l'on veut. *Chambers.*

A proprement parler, la *grue* est un composé du treuil & de la poulie : ainsi, pour connoître l'effet de cette machine & sa force, il ne faut qu'y appliquer ce que nous dirons de ces deux machines. *Voyez donc* POULIE & TREUIL. *Voyez aussi* AXE DANS LE TAMBOUR, qui est la même chose que *treuil*, &c.

GRUE, (*Astron.*) : constellation méridionale, située au-dessous du poisson austral : elle se trouvoit déjà dans les cartes de Bayer : elle a été conservée par l'abbé de la Caille, dans son *Planisphère austral.* La principale étoile de cette constellation marquée α, est de seconde grandeur : elle avoit, en 1750, 328° 5′ 8″ d'ascension droite, & 48° 9′ 22″ de déclinaison australe; mais il y a des étoiles de la *grue* qui n'ont que 38° de déclinaison, & qui par conséquent se lèvent sur l'horizon de Paris. (*D. L.*)

GREENWICH, (*Astron.*) nom célèbre du lieu où est bâti l'observatoire royal d'Angleterre.

GUNTER, échelle de *Gunter*, échelle de logarithmes. *V.* ECHELLE.

H A C

HACHE, (*Arpentage.*) Nicod a dit que *hache*; en fait d'arpentage, « est une certaine forme de » champs, & conséquemment tenans ou aboutissans » de flanc ou front courbe, & faisant tournailler, » & non de droite ou pleine ligne; » ainsi, l'on dit *pièce de terre* assise en tel lieu, appartenante à Louis Grivon, contenant dix arpens en *hache*, tenant d'une part à Jean Floquart, & d'autre part à Pierre Amy. (*D. J.*)

HADLEY, (*Astron.*) instrument de Hadley, *voy.* QUARTIER *de Réflexion.*

HALO, s. m. (*Optique*): météore qui paroît en forme d'anneau ou de cercle lumineux & de diverses couleurs, autour du soleil, de la lune & des étoiles. *Voyez l'article* ARC-EN-CIEL, & le *Dictionnaire de Physique.*

HARMONIE, (*Astron.*) Les anciens avoient considéré les mouvemens célestes comme formant entre eux une espèce d'*harmonie*. On considéroit d'abord les aspects, comme ayant rapport avec les intervalles des tons: l'aspect quadrat ou la quadrature est par rapport à l'aspect sextile ou de 60 degrés, comme 3 est à 2, c'est le rapport des cordes qui forment la quinte ou le *diapente*. L'aspect trine est au quadrat comme 4 est à 3, c'est la quarte ou le *diatessaron*. (*Riccioli, Almag.* t. I, p. 668).

Quant aux proportions des distances, il est inutile de rapporter ce que Pythagore & Archimède en disoient. *Voy.* Pline, *l.* 2, *c.* 22; Macrobe, *l.* 2, *c.* 3; Riccioli, *tom.* I, p. 415 & 481. On n'avoit alors aucune idée des distances des planètes; mais depuis Copernic on connut ces rapports, & Kepler s'efforça de les comparer aux proportions des corps réguliers, & aux intervalles de la musique. *Mysterium Cosmograph.* c. 14, 20, 21; *Harmonices*, l. 5, c. 4; *Epitome Astron.* l. 4, p. 452, 483, 501; *Tabulæ Rudolphinæ*, p. 71; *Riccioli, Almag.* p. 689. Mais ces rapports sont si arbitraires & si incomplets, que nous ne croyons pas devoir y insister davantage. (*D. L.*)

HARPOCRATE. (*Astron.*) Les divinités égyptiennes, *Horus* & *Harpocrate*, paroissent avoir donné lieu à la constellation des *gemeaux*. *Voyez* HORUS.

HAUTEUR, s. f. (*Géom.*) On appelle ordinairement *hauteur* d'un objet l'élévation de cet objet au-dessus de la surface de la terre. C'est ainsi qu'on désigne l'élévation d'un mur, d'un nuage, &c.

Ce même mot s'emploie plus généralement pour désigner la distance d'un point ou d'une ligne à une ligne ou à un plan. Ainsi, on appelle *hauteur* d'un triangle la perpendiculaire menée de l'un des angles du triangle au côté opposé; *hauteur* d'un parallélogramme la perpendiculaire menée d'un point quelconque de l'un des côtés du parallélogramme opposé, &c.

Des triangles qui ont des bases & des *hauteurs* égales, sont égaux en surface; les parallélogrammes sont doubles en surface des triangles de même base & de même *hauteur*. *V.* TRIANGLE, PARALLÉLOGRAMME.

Les *hauteurs* inaccessibles se mesurent par le moyen de la Trigonométrie. *V.* TRIGONOMÉTRIE.

HAUTEUR, (*Astron.*) ou élévation d'un astre, est le nombre de degrés, de minutes & de secondes compris entre l'astre & l'horizon mesuré sur un cercle vertical. La mesure des *hauteurs* est le fondement de toute l'Astronomie.

Soit un observateur *O* (*pl. d'Astronomie, fig.* 24), dont *Z* est le zénit, & *H O R* l'horizon; puisqu'il est convenu, entre les astronomes de tous les tems, de diviser le cercle en 360 degrés, on comptera nécessairement 90° depuis *Z* jusqu'à *R*; car *Z R* est le quart du cercle ou de la circonférence entière. Ainsi, une étoile qui paroîtroit en *Z* auroit 90° de *hauteur*; celle qui seroit en *A* à égale distance de l'horizon *R* & du zénit *Z*, en auroit 45, & ainsi des autres.

L'observateur *O*, qui veut mesurer ces *hauteurs*, n'a qu'à former un quart de cercle *B D*, de bois ou de métal; le diviser en 90 parties, placer un des côtés *B O* verticalement, au moyen d'un fil à-plomb, &, dans cet état, remarquer, en mettant l'œil au centre *O*, sur quel point *C* répond l'astre *A*, le nombre de degrés compris entre *D* & *C* sur son instrument, sera le même que celui des degrés de l'arc *A R*, qui, dans la sphère céleste, marquent la *hauteur* de l'astre *A* au-dessus de l'horizon; en effet, si l'arc *D C* est la huitième partie d'une circonférence entière, ou la moitié de *B D* sur le petit instrument, l'arc céleste *A R* sera aussi la moitié de *Z R*; ainsi, l'un & l'autre seront de 45°: On sait que des degrés ne sont autre chose que des parties aliquotes ou des portions de la circonférence entière, & qu'il y en a 90 dans le quart d'un très-petit cercle, comme dans le quart d'un très-grand, tout comme il y en a deux moitiés ou quatre quarts dans un objet quelconque grand ou petit; c'est sur cette considération qu'est fondée la mesure des angles dont les astronomes font sans cesse usage, puisque toutes les mesures, dans le ciel, consistent en degrés, ou en parties de degrés.

Les astronomes disposent d'une manière plus commode le quart de cercle qu'ils emploient à mesurer les *hauteurs*: ils placent un des côtés *BO*, *fig.* 25, de manière qu'il soit dirigé vers l'étoile *A*, dont ils veulent mesurer la *hauteur*; au centre *O* de cet instrument est suspendu librement un fil à-plomb *O E D*; alors l'arc *E G* du quart de cercle que l'on emploie, compris entre le fil à-

plomb & le rayon *OG*, aura autant de degrés que l'arc *AR*, qui eſt la *hauteur* de l'aſtre *A*, au-deſſus de l'horizon *OR*; car la ligne verticale *ZOED* fait, avec le rayon de l'étoile *BOA*, un angle dont la meſure eſt l'arc *ZA* d'un côté, & de l'autre l'arc *BE*, qui lui eſt ſemblable, & qui a le même nombre de degrés, c'eſt ce que nous appellons la diſtance au zénit; l'arc *ZA* eſt le complément de l'arc *AR*, ou ce qui lui manque pour faire 90°, comme *BE* eſt le complément de l'arc *EG*; ainſi, l'arc *AR* eſt ſemblable à l'arc *GE*. Donc ce dernier arc exprime la *hauteur* de l'aſtre auſſi-bien que l'arc *AR*. Telle eſt la manière dont les aſtronomes procèdent dans cette obſervation fondamentale, & qui revient ſans ceſſe; il ne s'agit, pour obſerver la *hauteur* d'un aſtre au-deſſus de l'horizon, que de diriger un des côtés *BO* du quart de cercle *BEG* vers l'aſtre ſuppoſé en *A*, & de voir combien le fil à-plomb *OED*, ſuſpendu librement au centre *O* de l'inſtrument, intercepte de degrés en comptant de l'autre rayon *OG* de l'inſtrument, c'eſt-à-dire, de combien eſt l'arc *GE*; c'eſt là-deſſus qu'eſt fondé l'uſage du quart de cercle aſtronomique, dont nous ferons une deſcription détaillée à l'*article* QUART DE CERCLE.

On diſtingue les *hauteurs* des aſtres en *hauteurs apparentes & hauteurs vraies*; elles diffèrent à raiſon de la *réfraction* qui rend la *hauteur* apparente plus grande, & de la *parallaxe*, qui la fait paroître plus petite que la véritable.

La hauteur méridienne, que les aſtronomes obſervent principalement, eſt celle qui a lieu au moment que les aſtres paſſent par le méridien, c'eſt l'arc du méridien compris entre l'aſtre & l'horizon. Cette *hauteur* eſt la plus grande de toutes, elle ſert à trouver la déclinaiſon de l'aſtre; on l'obſervoit autrefois avec un *gnomon*, actuellement on ſe ſert ordinairement d'un *quart de cercle mural*, dont il faut connoître l'erreur par les vérifications néceſſaires; & après toutes les corrections néceſſaires, on en déduit la déclinaiſon.

Par exemple, le 22 mars 1752, j'obſervai à Berlin la diſtance du bord ſupérieur du ſoleil au zénit de 51° 20′ 48″, en faiſant toucher le bord ſupérieur du fil au bord du ſoleil qui paroiſſoit en bas; il faut en ôter 18″ pour l'erreur que j'avois trouvée par le retournement, ajouter 3″ pour la demi-épaiſſeur du fil, ajouter 1′ 2″ pour la réfraction, 16′ 5″ pour le demi-diamètre, ôter 6″ pour la parallaxe du ſoleil, & l'on a la vraie diſtance du ſoleil au zénit, 51° 37′ 34″, qui, retranchée de la diſtance du zénit à l'équateur ou de la *hauteur* du pole, que j'avois trouvée 52° 31′ 30″, donne la vraie déclinaiſon du centre du ſoleil pour le 22 mars, à midi 0° 53′ 56″.

La hauteur de l'équateur, que l'on emploie pour trouver la déclinaiſon par le moyen de la *hauteur* méridienne, peut ſe trouver directement en obſervant la plus grande & la plus petite *hauteur* du ſoleil en été & en hiver; les premiers Caldéens qui obſervèrent à Babylone, avoient l'équateur élevé de 54°; & ſi le ſoleil avoit fait ſon mouvement annuel en ſuivant l'équateur, il auroit paru tous les jours élevé à midi de 54°. Mais les Babyloniens appercevoient que le ſoleil s'élevoit en été de 24° au-deſſus de l'équateur, & deſcendoit en hiver de 24° au-deſſous; en ſorte que ſa *hauteur* vers le milieu du jour, ou ſa *hauteur* méridienne, étoit de 78° en été, & de 30° ſeulement en hiver: d'où il ſuivoit évidemment que l'écliptique étoit un cercle différent de l'équateur de 24°. Ce cercle devoit ſeulement traverſer ou couper l'équateur en deux points diamétralement oppoſés; car on obſervoit deux fois l'année, au printems & en automne, que la *hauteur* du ſoleil à midi étoit préciſément égale à la *hauteur* de l'équateur, c'eſt-à-dire, de 54°; d'où il ſuivoit que, dans ces deux jours-là, le ſoleil étoit dans l'équateur même, dont 3 mois auparavant il avoit été éloigné de 24° dans les jours des deux ſolſtices; le milieu entre 30° & 78°, c'eſt-à-dire 54, étoit donc la *hauteur* de l'équateur.

La hauteur du pole eſt l'obſervation fondamentale & eſſentielle de l'Aſtronomie & de la Géographie; ſi l'étoile polaire étoit préciſément & exactement ſituée au pole du monde, en ſorte qu'elle pût en être la marque ſûre & permanente, il ſuffiroit d'en meſurer la *hauteur*, & l'on auroit la *hauteur* du pole; mais cette étoile en eſt éloignée d'environ deux degrés. Il eſt vrai qu'on a peine à diſtinguer ſi elle a changé de place quand on ne la regarde qu'à la vue ſimple, & ſans avoir devant les yeux quelque terme fixe auquel on puiſſe la comparer; cependant, avec des inſtrumens & une attention ſuivie, on reconnoît qu'elle décrit, auſſi-bien que les autres étoiles, un petit cercle autour du pole; mais, ſi l'étoile polaire ne marque pas immédiatement le point du ciel où eſt le pole, du moins le milieu du cercle qu'elle décrit chaque jour en doit donner la plus ſûre indication, l'étoile *A*, *fig.* 26, décrivant autour du pole *P* un cercle *AB*; ſi cette étoile eſt à deux degrés du pole, l'arc *AP* ſera de deux degrés, auſſi-bien que l'arc *PB*, & l'arc entier *APB* qui marque le diamètre du parallèle, ſera de 4°. Ainſi, l'étoile étant au méridien en *A*, dans la partie ſupérieure de ſon parallèle, aura une *hauteur AH* au-deſſus de l'horizon, plus grande de 4° que la *hauteur BH* de cette même étoile douze heures après, au-deſſous du pole. La différence *AB* de ces deux *hauteurs* ſera donc de 4°. Suppoſons actuellement qu'on ait obſervé la *hauteur* de l'étoile en *A* & ſa *hauteur* en *B*, il faudra, pour avoir la *hauteur* du pole *P*, partager en deux la différence *AB* des deux *hauteurs*; la moitié de cette différence ſera *PB*; on l'ajoutera à la plus petite *hauteur HB*, & l'on aura *HP*, qui eſt la *hauteur* du pole. Par exemple, ſi l'étoile, obſervée à Paris, a d'abord 47°, & enſuite 51°

de *hauteur*, la différence étant de 4 degrés, on en prendra la moitié, c'est-à-dire 2°, ce sera la distance de l'étoile au pole; ces 2° ajoutés à 47°, qui est la plus petite *hauteur* de l'étoile, donneront la *hauteur* du pole qui sera par conséquent de 49°, ou, ce qui revient au même, on prendra la moitié de la somme des deux *hauteurs* 51 & 47, & l'on trouvera 49.

La *hauteur* du pole & la *hauteur* de l'équateur que nous venons de trouver séparément, sont ensemble 90°; en sorte que, la première étant connue, on a nécessairement la seconde. Soit *P* le pole, *fig.* 23, & *E* l'équateur, *P H* la *hauteur* du pole, *E O* celle de l'équateur; le demi-cercle *H Z O* est la partie visible du méridien qui a 180° d'étendue, si l'on en retranche le quart de cercle *P Z E*, qui est la distance du pole à l'équateur, c'est-à-dire 90°, il en doit nécessairement rester 90 autres; donc les arcs *H P* & *E O*, qui restent après avoir ôté *P Z E* de 180, font ensemble 90°; donc la *hauteur* du pole *H P* est le complément de la *hauteur* de l'équateur *E O*; par exemple, l'une est à Paris de 48° 50', & l'autre de 41° 10'.

De-là il suit que la *hauteur* de l'équateur est égale à la distance du pole au zénit, c'est-à-dire à *P Z*; car *Z H* est de 90°, puisque, du zénit à l'horizon, il y a nécessairement un quart de cercle; ainsi, *H P* est le complément de *P Z*; mais nous venons de voir que *H P* est le complément de *E O*; donc *P Z* est égal à *E O*, c'est-à-dire, que la distance du pole au zénit est égale à la *hauteur* de l'équateur.

Il est évident, par la même raison, que la distance *Z E* du zénit à l'équateur est égale à la *hauteur* du pole *P H*; car *Z H* & *P E* sont chacun de 90°; si vous en retranchez la partie commune *P Z*, il restera deux arcs égaux *P H* & *Z E*, qui sont la *hauteur* du pole, & la distance de l'équateur au zénit, ou la latitude géographique du lieu dont *Z* est le zénit : voilà pourquoi l'on prend souvent la latitude pour la *hauteur* du *pole*; ce sont deux quantités nécessairement égales.

Prendre hauteur, en mer, n'est autre chose que mesurer la *hauteur* méridienne du soleil pour déterminer la latitude du lieu. On la prenoit autrefois avec l'*arbalête*, ou le quartier anglois; on ne se sert plus aujourd'hui que de l'octant de Hadley, ou *quartier de réflexion*. La *hauteur* observée par rapport à l'horizon de la mer, exige une correction de quelques minutes pour l'élévation de l'œil ou de l'abaissement de l'horizon apparent. *Voyez* HORIZON. On verra au *mot* LATITUDE la manière de la trouver sans le secours de la *hauteur* méridienne, pourvu qu'on ait deux *hauteurs* observées hors du méridien avec l'intervalle de tems.

La *hauteur* d'un astre observé hors du méridien, soit en mer, soit à terre, corrigée par la réfraction, sert à trouver l'heure qu'il est, & les anciens astronomes n'avoient point d'autre moyen. La résolution du triangle *P Z S*, *fig.* 39, qui sert à trouver l'arc semi-diurne, sert également dans le cas où le soleil a une *hauteur* quelconque. Si, par exemple, on a observé la *hauteur* du bord supérieur du soleil, qu'on en ait ôté la réfraction moins la parallaxe, & le demi-diamètre du soleil, & qu'on ait enfin trouvé que le soleil a 30° de *hauteur* vraie; sa distance au zénit *Z S*, est nécessairement alors de 60°. On résout le triangle *P Z S*, en employant *Z S* de 60°. Le côté *P Z* est toujours le complément de la *hauteur* du pole, & le côté *P S* est la distance du soleil au pole boréal du monde, c'est-à-dire, la somme de 90° & de la déclinaison du soleil, si elle est australe; la différence entre 90° & la déclinaison du soleil, si elle est boréale; connoissant les trois côtés d'un triangle, il est aisé de trouver l'angle *P* par la trigonométrie sphérique. Cet angle étant converti en tems à raison de 15° par heure, donne l'heure qu'il est, si c'est après midi, sans aucune autre attention. Si c'est le matin, cet angle *P* donne ce qu'il s'en faut pour aller à midi, ou bien l'on prend le supplément de l'angle *P* à 180°, qui, converti en tems, donne l'heure qu'il est pour le matin, c'est-à-dire, l'heure comptée depuis minuit.

Si c'est une étoile dont on ait observé la *hauteur*, on résoudra de même le triangle *P Z S* pour trouver l'angle *P*; mais on n'aura que sa distance au méridien; on sera obligé de calculer, pour ce moment, l'ascension droite de l'étoile, & celle du soleil qu'on retranchera de celle de l'étoile; ayant trouvé leur différence, on en ôtera l'angle horaire trouvé, si l'étoile est à l'orient du méridien, & on l'ajoutera si c'est à l'occident; la différence ou la somme, convertie en tems à raison de 15° par heure, donnera l'heure vraie, en comptant depuis midi jusqu'à 24 heures, ainsi que les astronomes ont coutume de compter les heures astronomiques. On peut trouver l'heure par une opération graphique. *Voyez le Traité de Navigation* de la Caille, & ci-devant le *mot* CADRAN.

Les astronomes font très-souvent usage du problème inverse, qui consiste à trouver la *hauteur* d'un astre pour une heure donnée, au lieu de trouver l'heure par le moyen de la *hauteur*. Il ne s'agit alors que de résoudre le même triangle, dans lequel on connoît deux côtés *P Z* & *P S*, avec l'angle horaire *P*, & de trouver le côté *Z S*, complément de la *hauteur* de l'astre. Ce problême est d'un usage fréquent pour le calcul des éclipses, pour la construction des cadrans solaires, & pour la construction des tables de réfraction.

HAUTEURS *correspondantes*. L'opération la plus ordinaire de toute l'astronomie, consiste à chercher l'heure du passage d'un astre par le méridien, soit pour trouver l'heure qu'il est, soit pour déterminer les différences d'ascensions droites entre les astres. La méthode la plus exacte pour y parvenir, consiste à observer des *hauteurs* correspondantes. On sait

On fait que tous les astres décrivent par le mouvement diurne des cercles parallèles à l'équateur, dont les deux parties à droite & à gauche sont semblables; ainsi, les astres sont également élevés une heure avant le passage au méridien & une heure après; donc, pour avoir rigoureusement le tems où un astre a passé au méridien, il suffit d'observer, par le moyen d'une horloge à pendule, le moment où l'astre s'est trouvé à une certaine *hauteur* vers l'orient en montant, & avant son passage par le méridien, & d'observer ensuite le tems où il se trouve à une *hauteur* égale en descendant vers le couchant, après le passage au méridien. Le milieu, entre ces deux instans, sera le tems que l'horloge marquoit quand l'astre étoit dans le méridien.

Supposons que le bord du soleil ait été observé le matin avec le quart de cercle, & qu'on ait trouvé sa *hauteur* de 21° lorsque l'horloge marquoit $8^h\ 50'\ 10''$; supposons que plusieurs heures après, & le soleil ayant passé au méridien, on trouve encore sa *hauteur* de 21° vers le couchant, au moment où l'horloge marque $2^h\ 50'\ 30''$; il s'agit de savoir combien il y a de tems écoulé entre $8^h\ 50'\ 10''$ du matin, & $2^h\ 50'\ 30''$ du soir : on prendra le milieu de cet intervalle, & ce sera le moment du midi, sur l'horloge dont on s'est servi, soit qu'elle fût bien à l'heure ou qu'elle n'y fût pas. Pour prendre le milieu entre ces deux instans, il faut, suivant une régle de la plus simple arithmétique, ajouter ensemble les deux nombres, & prendre la moitié de la somme; mais, au lieu de 2^h après midi, il faut écrire 14^h, parce que l'horloge doit être supposée avoir marqué de suite les heures dans l'ordre naturel depuis 8 jusqu'à 14 heures; au lieu que, dans le fait, & par l'usage de l'horlogerie, elle a fini à 12^h, pour recommencer 1^h, 2^h, *&c.* Cette irrégularité de l'horloge dérangeroit le calcul, si l'on n'y avoit pas égard.

Heure où le bord du soleil étoit à 21° le matin..................	8^h	50′	10″
Heure où le même bord étoit à 21° le soir..........................	14	50	30
Somme des heures..............	23	40	40
Moitié de la somme, ou heure du midi..............................	11	50	20

Ainsi, quand le soleil étoit dans le méridien à sa plus grande *hauteur*, & à distances égales des deux *hauteurs* observées, l'horloge marquoit $11^h\ 50'\ 20''$, c'est-à-dire qu'elle étoit en retard sur le soleil de $9'\ 40''$. Cette opération n'a pas besoin d'être démontrée; on voit assez que de $8^h\ 50'\ 10''$ à $11^h\ 50'\ 20''$, il y a $3^h\ 0'\ 10''$, & qu'il y a la même distance entre $11^h\ 50'\ 20''$, & $2^h\ 50'\ 30''$ du soir; mais, quand il s'agit du soleil, il faut y appliquer l'équation des *hauteurs* correspondantes.

L'opération précédente suppose que le soleil ait décrit le matin & le soir un seul & même parallèle, que son arc montant ait été parfaitement égal à son arc descendant, c'est-à-dire, qu'il ait été depuis 9^h du matin jusqu'à 3^h du soir à la même distance de l'équateur, afin que son angle horaire ait été le même à la même *hauteur.* Cependant cette supposition n'est pas rigoureusement exacte; car, le soleil décrivant tous les jours obliquement dans l'écliptique un arc d'environ un degré, il s'approche ou s'éloigne un peu de l'équateur, & la quantité va quelquefois à une minute de degré par heure : voici la manière d'en tenir compte.

Soit P le pole élevé, *fig. 39, pl. d'Astronomie*, Z le zénit, S le soleil, SB un arc parallèle à l'horizon, en sorte que le point B & le point S soient à la même *hauteur.* Soit PS la distance du soleil au pole le matin, PB sa distance au pole devenue plus petite le soir par le changement de la déclinaison. Au moment que le soleil sera parvenu le soir au point B, que je suppose élevé de 21°, comme dans l'observation du matin, l'angle horaire du soir ZPB, distance du soleil & de son cercle horaire PB au méridien PZ, sera plus grand que l'angle horaire du matin ZPS. On a donc deux triangles ZPS, ZPB, qui ont chacun le côté commun PZ, & les côtés égaux ZS, ZB, tous les deux de 69°, puisqu'ils sont le complément de la *hauteur*, qui est de 21° dans les deux cas; les côtés PS & PB sont différens de la quantité dont la déclinaison du soleil a changé dans l'intervalle de deux *hauteurs;* si l'on résout séparément ces deux triangles pour trouver les deux angles horaires ZPS, ZPB, on les trouvera différens; la moitié de leur différence réduite en tems, sera la correction qu'il faudra faire au tems du milieu des deux *hauteurs* égales, pour avoir le véritable instant du midi.

On peut trouver aussi cette correction par la formule suivante, dans laquelle dx exprime le changement total de déclinaison arrivé depuis la *hauteur* du matin jusqu'à celle du soir, $\frac{dx}{30}\left(\frac{tang.\ lat.}{sin.\ angl.\ hor.} \pm \frac{tang.\ decl.\ \odot}{tang\ ang.\ hor.}\right)$. Voyez *Mém.* de Pétersbourg, *tome VIII, Mém acad.* de Paris, année 1741, *Astronomie nautique*, 1743.

Dans la formule précédente, le signe + a lieu quand la déclinaison du soleil est du côté opposé au pole élevé, c'est-à-dire, pour nous quand elle est australe; & le — a lieu quand la déclinaison du soleil est du même côté que le pole élevé, c'est-à-dire, pour nous quand elle est boréale, ou depuis le 20 de mars jusqu'au 23 de septembre.

L'équation trouvée par la formule précédente, doit se retrancher lorsque la distance du soleil au pole élevé va en diminuant, c'est-à-dire, dans nos régions septentrionales, lorsque le soleil est dans les signes ascendans 9, 10, 11, 0, 1, 2, ou depuis le 21 décembre jusqu'au 20 de juin. Cette

équation est additive dans les signes descendans, ou lorsque le soleil s'éloigne de notre pole, depuis le 20 de juin jusqu'au 21 de décembre.

Exemple. Le premier jour du mois de mars 1764, on a pris à Paris des *hauteurs* correspondantes vers 9^h du matin & 3^h du soir, on demande l'équation par la formule ci-dessus : la déclinaison du soleil étoit de 7° 17′ du côté du midi, & sa diminution dans 24^h, de 22′ 54″. On aura donc 5′ 43″, 5 pour le changement en déclinaison pendant 6^h, intervalle des observations. Ainsi, dx est égal à 343″, 5 ; l'angle horaire, qui répond à 3^h, est de 45° ; la tangente de la latitude de Paris est de 1, 1436, le sinus de l'angle horaire 0, 7071. Divisant la première de ces quantités par la seconde, on trouve pour l'expression du premier terme, $\frac{tang.\ lat.}{sin.\ ang.\ hor.}$, 1, 6173 ; la tangente de la déclinaison du soleil 7° 17′, qui est 0,1278, divisée par la tangente de l'angle horaire 45°, donne 0,1278 pour l'expression du second terme ; ajoutant ce terme au premier, l'on aura $1,7451 = \frac{tang.\ lat.}{sin.\ ang.\ hor.} + \frac{tang.\ decl.}{tang.\ ang.\ hor.}$. Cette somme multipliée par 343″, valeur de dx, & divisée par 30 donnera 20″ pour la correction du midi conclu par les *hauteurs* correspondantes : dans l'exemple proposé, on ôtera cette équation du midi conclu des *hauteurs*, puisque le soleil étoit dans les signes ascendans. C'est ainsi qu'on trouve exactement l'heure du passage du soleil au méridien ; on trouveroit de même celui d'un autre astre dont on auroit observé des *hauteurs* correspondantes.

Cette méthode suppose que la *correction* soit fort petite ; ce qui n'a plus lieu dans les pays où la *hauteur* du pole est fort grande, c'est-à-dire, qui sont fort près du pole : car, dans ces pays-là, le soleil est presque toujours à la même *hauteur* sur l'horizon ; d'où l'on voit qu'une petite différence dans la *hauteur* doit en produire une fort grande dans l'heure. Il est donc nécessaire de trouver une méthode générale pour avoir la *correction du midi* à une *hauteur* quelconque. M. d'Alembert a résolu ce problême dans les *Mém. de l'Acad. de Berlin*, pour 1747.

Le tems le plus favorable pour prendre exactement des *hauteurs* correspondantes, est celui où l'astre s'élève le plus promptement. Pour les astres qui ont une déclinaison méridionale, c'est le tems de leur lever ; pour ceux qui ont une déclinaison boréale, c'est le tems où ils passent par le premier vertical ; pour ceux qui n'y passent pas, c'est le tems où le vertical touche le parallèle diurne, & où l'angle parallactique est de 90 degrés.

M. Aubert a conclu de-là qu'en prenant une étoile qui passe à quelques minutes du zénit du côté du pole, on peut avoir en une demi-heure des *hauteurs* correspondantes prises dans le point où le vertical touche le parallèle, & par conséquent les plus exactes qui soient possibles. *Philos. Trans.* 1776, *p.* 92. (*D. L.*)

HAUTEURS *des montagnes*, se mesurent par le moyen du baromètre. Supposons, par exemple, qu'on l'ait observé en haut à 18 pouces 10 lign. & en bas à 28 pouces 4 lign. ; si l'on prend, dans des tables ordinaires, les logarithmes de ces deux nombres réduits en lignes, c'est-à-dire, de 226 & de 340 lignes, avec cinq chiffres seulement, on aura pour leur différence 1774 ; ce seroit le nombre de toises de la *hauteur* cherchée, si le thermomètre avoit été à 16 degrés trois quarts : mais, si l'on suppose que la *hauteur* moyenne du thermomètre n'étoit que d'un degré, comme il faut ôter un deux cens quinzième pour chaque degré du thermomètre, cela fait 130 toises à ôter de 1774, il reste 1644 toises pour la *hauteur* de la montagne où l'observation aura été faite. *M.* DE LUC, *Recherches sur les modific. de l'atmosphère*, 1772.

La plus haute montagne que l'on connoisse, & que nos Académiciens aient vu au Pérou, est celle de Chimboraço, dont le sommet a 3217 toises au-dessus du niveau de la mer, suivant M. Bouguer (*figure de la terre*, 1749 ; *Préface*, pag. 50) ; c'est peut-être la plus haute montagne du monde ; mais les nuages & les fumées des volcans montent quelquefois à 4400.

Le Mont-blanc ou le Mont-maudit, dans la province de Faucigny, en Savoie, environ 15 lieues au sud-est de Genève, a 2203 toises au-dessus du lac de Genève, ou 2391 au-dessus du niveau de la mer méditerranée, suivant les mesures de M. de Luc (Recherches sur les modifications de l'atmosphère, tom. 2, pag. 230) : c'est-là problablement la plus haute montagne de l'europe.

Le pic de Ténériffe 1904. *Voyage de Verdun*, tom. 1, p. 379.

Le Canigou, 1453. *Journal de Phys.* Mai 1781.

Le Mont-d'Or, en Auvergne, 1048. *Mém. de l'Acad.* 1740.

Le Glacier de Buet, le plus haut où les observateurs aient monté, 1560 toises. *M. de Luc*, tom. 2, p. 226.

Le Mont-Etna, en Sicile, 1713 toises. M. Shuckburgh, *Philos. Trans.* 1777.

Le Puy de Domme, en Auvergne, 810. *Mém. de l'Acad.* 1703.

Le Mont-Valérien, près Paris, 72 toises seulement. *Journal des Savans*, fév. & sept. 1776.

HAZARD, f. m. *Voyez* PROBABILITÉ.

HEL

HÉLIAQUE, (*Astronomie*). Le lever d'une étoile ou d'une planète s'appelle *héliaque*, lorsqu'elle sort des rayons ou de la lumière du soleil qui nous empêchoit de la voir, & qu'on commence à l'appercevoir le matin avant le lever du soleil.

Le coucher *héliaque* se dit du coucher d'un astre qui entre dans les rayons du soleil, & qui dévient invisible par la supériorité de la lumière de cet astre. *Voyez* LEVER.

HÉLICE, (*Astron.*) nom de la grande ourse.

HÉLICOIDE, adj. *terme de Géométrie.* Parabole *hélicoïde*, ou spirale parabolique, est une ligne courbe, qui n'est autre chose que la parabole commune appollonienne, dont l'axe est plié & roulé sur la circonférence d'un cercle. *Voyez* PARABOLÉ. La parabole *hélicoïde* est donc la ligne courbe qui passe par les extrémités des ordonnées à la parabole, lesquelles deviennent convergentes vers le centre du cercle en question.

Supposez, par exemple, que l'axe de la parabole commune soit roulé sur la circonférence du cercle *B D M* (*Planc. sect. coniq. fig.* 32), pour lors la ligne courbe *B F G N A*, qui passe par les extrémités des ordonnées *C F* & *D G*, devenues convergentes vers le centre du cercle *A*, constitue ce qu'on appelle la parabole *hélicoïde* ou *spirale*.

Si l'arc *B C*, pris pour abscisse, est appellé x, & que la partie *C F* du rayon, prise pour ordonnée, soit appellée y, & qu'on fasse le paramètre de la parabole $= l$, la nature de cette courbe se trouvera exprimée par cette équation $lx = yy$. (*O*)

HÉLICOSOPHIE, s. f. (*Mathém.*) Quelques géomètres ont appellé ainsi l'art de tracer des hélices ou des spirales. *Voyez dans l'histoire de l'Académie des Sciences de* 1741, la description de différens compas propres à cet objet. (*O*)

HÉLIOCENTRIQUE, adj. (*Astron.*) épithète que les astronomes donnent au lieu d'une planète vue du soleil, c'est-à-dire, au lieu où paroîtroit la planète, si notre œil étoit dans le centre du soleil; ou, ce qui revient au même, le lieu *héliocentrique* est le point de l'écliptique auquel nous rapporterions une planète, si nous étions placés au centre du soleil. Il est opposé à géocentrique; le mot *héliocentrique* vient de ἥλιος, *soleil*; & de κέντρον, *centre*. *V.* PLANÈTE.

HÉLIOCOMETE, s. f. (*Astron. & Phys.*) comme qui diroit comète du soleil; phénomène qui a été remarqué quelquefois au coucher du soleil. Sturmius & d'autres, qui l'ont vu, lui ont donné le nom d'*héliocomète*, parce que le soleil ressemble alors à une comète. C'est une longue queue ou colonne de lumière attachée & comme traînée par cet astre dans le tems qu'il se couche, à-peu-près de la même manière qu'une comète traîne sa queue. *V.* COMETE.

Dans l'*héliocomète* observé à Grypswald le 15 mars 1702, à cinq heures après midi, le bout qui touchoit le soleil n'avoit que la moitié de la largeur du diamètre du soleil, mais l'autre bout étoit beaucoup plus large : sa largeur avoit plus de cinq diamètres du soleil, & elle suivoit la même route que le soleil : sa couleur étoit jaune près du soleil, & s'obscurcissoit en s'en éloignant. On ne la voyoit peinte que sur les nuages les plus rares & les plus élevés. Cette *héliocomète* parut dans toute sa force l'espace d'une heure, & diminua ensuite successivement & par degrés. (*Harris & Chambers.*)

Ce phénomène pourroit avoir rapport à celui de la lumière zodiacale & de l'aurore boréale. *Voyez*, *dans le Dictionnaire de Physique*, LUMIERE ZODIACALE & AURORE BORÉALE. Peut-être n'est-ce qu'un effet des nuages. (*O*)

HÉLIOMETRE, *astromètre*, *micromètre objectif*, instrument d'astronomie formé par deux objectifs, ou deux moitiés d'objectifs & un seul oculaire; il est destiné à mesurer plus exactement qu'avec les micromètres ordinaires, les diamètres du soleil & des planètes, & les petites distances apparentes entre les objets célestes; on évite, par son moyen, l'inconvénient du mouvement diurne des astres, & celui de la petitesse du champ d'une lunette quand elle grossit beaucoup.

Bouguer est le premier qui nous ait appris la manière de faire un *héliomètre*, *Mémoires de l'Académie*, 1758.

On en voit un dans la *figure* 227 *des planches d'Astronomie*; il est monté sur un bout de tuyau *A*, qui fait l'extrémité d'une lunette de 18 piés, dont je me sers depuis 1753; *B* est un des deux objectifs de 18 piés de foyer, il est logé dans une feuillure circulaire de cuivre, collé avec du mastic, & recouvert par deux têtes de vis *C* & *D*; le verre mobile *E*, qui est égal à l'autre, de même ouverture & de même foyer, est porté dans un chassis *F G H I*, mobile entre deux coulisses *K* & *K*, formées en queue d'aronde; ce chassis est taraudé en *L*, & reçoit une vis *N M L O*, dont la tête est arrêtée en *M* sur la platine fixe. Lorsqu'on tourne la tête de la vis par le moyen de la rosette *N*, le chassis qui porte le verre *E* est obligé de s'approcher du verre dormant *B*, ou de remonter vers *L*, jusqu'à ce qu'il rencontre l'extrémité de la vis en *O*, c'est le terme de son plus grand écartement; le chassis mobile porte sur le côté en *I* un trait de burin qui sert d'index, & qui marque sur une petite échelle *P*, les tours de la vis & l'écartement des deux objectifs. Le chassis est évidé entre *L* & *O*, pour qu'il soit plus léger; mais afin que la vis ne se rouille pas à l'humidité de l'air, on la recouvre d'une plaque de cuivre, qui tient avec deux vis sur les coulisses *K*, *K*; on doit aussi recouvrir l'intervalle *E B*, qui est entre les deux verres, avec un papier noir ou un morceau de drap, pour empêcher le passage des rayons de lumière qui ne traverseroient point les objectifs.

L'effet du micromètre objectif consiste à donner deux lunettes dans un seul tuyau & avec un seul oculaire; le cercle *R R R* marque la largeur du

tuyau de la lunette vers l'objectif; ce tuyau va en diminuant vers l'oculaire, où l'on peut le rétrécir à volonté; car l'on n'a pas besoin d'avoir un grand champ dans cette sorte de lunette.

On voit, dans la *figure* 228, un cercle *A A A* qui représente le champ de la lunette, ou le cercle visible au foyer commun des deux objectifs & de l'oculaire; *S T* est un cercle qui représente l'image du soleil formée par l'un des objectifs de l'*héliomètre*, *R V* est l'image que donne l'autre objectif. Quand on veut mesurer le diamètre du soleil, on approche les deux verres jusqu'à ce que les deux images se touchent en un point *T*, & l'écartement des deux objectifs, évalué en secondes comme dans les micromètres ordinaires, donne la distance des deux centres *C* & *B*, c'est-à-dire, le diamètre du soleil; cet écartement des objectifs est toujours égal au diamètre de l'image qui se forme à leur foyer.

L'invention de l'*héliomètre*, faite par M. Bouguer, fut appliquée, en angleterre, aux télescopes, comme je le sus par une lettre de Short à Don Georges Juan, écrite au mois de janvier 1754; mais ce fut d'une manière un peu différente; elle consiste à partager un objectif en deux parties égales, que l'on fait mouvoir en sens contraire, & que l'on place à l'extrémité d'un télescope; Short & Dollond furent les premiers qui en firent construire, & ils en attribuent la première invention à un anglois, nommé Savery; Short assure que cette invention avoit été déposée, en 1743, à la Société Royale (*Philos. Transact.* tom. 48, *Mémoires de Marseille*, 1755); mais du moins cette invention ne fut répandue & employée en angleterre, qu'après le Mémoire de Bouguer, à-peu-près comme il étoit arrivé à l'occasion du micromètre d'Auzout, revendiqué ensuite par Gascoigne.

Les demi-cercles *A B C*, *D E F*, *fig.* 223, représentent les deux moitiés de l'objectif, qui se meuvent parallèlement le long de la ligne *A F*; le segment *A B C* est fixé sur une platine de cuivre *A G H I*, & le segment *D E F* sur une platine *K L M N*; ces deux platines se terminent chacune par une crémaillère *H I* & *M N*, dont les dentures se regardent: un pignon fixé vers *P*, sous un coq, à l'extrémité de la monture de l'*héliomètre*, ou de la platine qui lui sert de base, engrène dans les deux cremaillères; en sorte que l'une montant l'autre est forcée de descendre, pour qu'elles aient des mouvemens égaux, en sens contraire, & que les centres des deux portions d'objectifs soient toujours l'un & l'autre à la même distance de l'axe du télescope. On fait tourner le pignon *P* par le moyen d'une tringle *Q* (*fig.* 224); les deux platines *A G H*, *K L M*, qui portent les verres, glissent sur une platine fixe & plus grande *O S S Q Q R R O*, qui forme l'assemblage de la pièce entière, & qui s'adapte au télescope; cette platine du fond porte deux coulisses *R R*, *S S*, entre lesquelles se meuvent les deux platines mobiles; ces deux coulisses doivent être parfaitement parallèles à la ligne *A F*, sur laquelle se meuvent les deux verres. Afin que les centres des verres soient toujours maintenus sur cette même ligne *A F*; le coq ou la chappe de cuivre *T T*, fixée sur la grande platine, & qui porte le pignon *P*, reçoit aussi les cremaillères des deux platines, & les assujettit contre le pignon, pour empêcher qu'elles ne s'écartent l'une de l'autre. Le mouvement se communique aux deux cremaillères par le moyen du pignon, qui est en *P*. Les deux cremaillères tiennent aux platines des verres, & ont le même mouvement; c'est pourquoi les divisions qu'on voit en X & *Y*, marquent le mouvement des verres & leur distance en cinq centièmes de pouce.

Le télescope, garni de son micromètre objectif, est représenté dans la *figure* 224; *A B* est le tuyau du télescope, *C D* est la platine fixe du micromètre, vue par-dessous, *E E* est un *chercheur* ou une petite lunette qui a un grand champ, & qui est destinée à trouver plus facilement les objets que l'on veut observer; *F* est le tuyau des oculaires, *C* la vis qui sert à changer la distance du petit miroir, suivant la vue de l'observateur, ou la distance de l'objet; *H H* est la circonférence de l'extrémité du tube du télescope, qui est dentée, pour procurer le mouvement de rotation du micromètre. La platine du micromètre porte en-dessous un collet circulaire, ou un bout de tuyau qui est soudé de champ, c'est-à-dire perpendiculairement au plan de la platine, & que l'on insère dans l'extrémité *B* du télescope; ce collet répond exactement à l'ouverture circulaire *L G* de la *figure* 223. Il y a un autre collet *H* qui embrasse le tuyau du télescope à quelques lignes de son extrémité, il y est fixé par des vis & il porte un cercle ou espèce de roue dont une partie est dentée, & le reste solide; cette roue sert à retenir le micromètre par le moyen de trois crochets, comme *L*, *K*, qui sont fixés à la grande platine du micromètre, & viennent pardessous la roue dentée, en tournant librement sur sa circonférence.

Le crochet en double équerre, que l'on voit en *K*, est plus composé, parce qu'il sert au mouvement de rotation que doit avoir le micromètre; il renferme une petite roue ou pignon, dont un pivot est arrêté dans la platine du micromètre, l'autre pivot se termine par une tige d'acier taillée carrément, qui passe hors de la chappe ou du tenon, sur laquelle on place une clef *O*, dont le trou carré s'engage sur la tige du pignon, & qui sert à le faire tourner au moyen d'une tringle *P Q*.

La chappe, qui est représentée en *K* dans la *figure* 224, se voit séparément en *R* (*fig.* 225). La partie *S* est celle qui tient à la platine du micromètre; la partie *R* contient le pignon & la

tige *T* eſt celle où l'on place la clef briſée, qui ſert à donner le mouvement; elle eſt auſſi repréſentée à part au-deſſous de la *figure* 225; c'eſt une eſpèce de charnière double formée par deux axes qui ſe croiſent à angles droits, & qui ſont mobiles chacun ſur ſes pivots; c'eſt ainſi que l'on ſuſpend les bouſſoles pour leur donner la liberté de ſe mouvoir en tout ſens; & c'eſt ce qu'on appelle *lampe de cardan.* Le bord de l'équerre, *fig.* 225, porte un index, pour marquer ſur les diviſions de la circonférence *VX,* les degrés d'inclinaiſon de la ligne des centres, ou de la diſtance que l'on meſure, cela eſt néceſſaire pour la corriger par l'effet de la réfraction & de la parallaxe. Le téleſcope, que nous venons de décrire, a deux piés de foyer, & l'objectif en a quarante.

On voit, dans la *figure* 226, le micromètre objectif que Dollond avoit coutume d'appliquer à ſes téleſcopes d'un pié; il eſt vu dans une ſituation renverſée, ce qui fait qu'on ne diſtingue pas les deux platines mobiles. Le cercle *AB* a 2 pouces 5 lignes de diamètre, meſure de Paris, & les verres *C, D,* 1 pouce 11 lignes d'ouverture lorſqu'ils ſont réunis; le cercle de cuivre *ES* a 4 lignes de hauteur pour s'ajuſter dans le tuyau du téleſcope, & la platine fixe du micromètre eſt arrêtée par pluſieurs vis ſur ce bout de tuyau qui s'ajuſte au téleſcope.

Les deux grandes vis *G, H* ſont à 14 lignes de diſtance l'une de l'autre; elles ont 18 lignes de longueur & 3 lignes de diamètre, & elles portent 42 pas ou filets ſur chaque pouce. Ces vis ſont appuyées, par leur baſe, ſur deux pointes *I & K,* fixées dans des tenons qui tiennent ſur la plaque fixe du micromètre; elles paſſent enſuite dans des écrous *L, M,* qui ſont mobiles, & conduiſent chacune une des deux platines mobiles du micromètre, au travers d'une longue ouverture pratiquée dans la platine fixe, pour laiſſer paſſer les écrous; ces deux vis tournent à contre-ſens l'une de l'autre, pour que l'un des écrous puiſſe monter pendant que l'autre deſcend.

Pour meſurer le mouvement & la diſtance des verres, chaque tour de vis eſt diviſé en 35 parties, par le moyen de l'aiguille qui tourne ſur le cadran *N,* & qui eſt fixée carrément ſur la tête d'une des vis *X,* au-dedans de la boîte *OP,* chaque vis porte une roue dentée de 54 dents; ces roues ont 13 lignes de diamètre, elles engrenent l'une dans l'autre, afin qu'une vis ne puiſſe tourner ſans l'autre, & que les deux mouvemens ſoient contraires, mais égaux.

Les tours de la vis *X* ſont marqués ſur le cadran *Q,* par le moyen d'un engrenage intérieur, les vis *GH* ſont recouvertes par une boîte de cuivre deſtinée à empêcher la rouille & la pouſſière.

C'eſt l'objectif appliqué au téleſcope, pour former le micromètre, qui détermine ſeul la valeur des angles que l'on meſure, par la diſtance des deux moitiés d'objectif, comparée à la longueur focale de cet objectif; il eſt vrai que les miroirs accourciſſent cette longueur de foyer, puiſqu'un objectif de 40 piés ſe réduit à un téleſcope de 2 piés; mais les miroirs ne font qu'abréger le chemin que les rayons ont à faire pour ſe réunir, ſans changer l'angle que les rayons font entr'eux; l'écartement des deux moitiés d'objectif ſera exactement le même pour meſurer le diamètre du ſoleil, que ſi ces verres étoient employés à former un ſimple *héliomètre,* en forme de lunette ordinaire, comme celui de la *figure* 227 (*Mém. de Marſeille,* 1755, p. 93).

Le plus grand inconvénient du micromètre objectif dans le téleſcope, eſt la parallaxe optique des objets que l'on regarde. Je ſuppoſe que les deux images du ſoleil ſe touchent parfaitement lorſqu'elles ſont au milieu du champ, & ſur l'axe même du téleſcope; les deux bords ſe quitteront lorſque le ſoleil s'éloignera du milieu, ou que l'œil de l'obſervateur changera de place, parce que le rayon viſuel paſſera entre les deux images. Quelquefois même il arrive que, ſans changer la ſituation de l'œil ni de l'objet, on voit les deux bords de l'objet ſe mordre & ſe quitter alternativement.

Il arrive auſſi, par l'effet de la chaleur ſur le tuyau, que le diamètre du ſoleil paroît plus grand le ſoir que le matin, & l'on eſt obligé alors de rapprocher le petit miroir du grand, pour rendre les images plus nettes, & retrouver dans le diamètre du ſoleil les mêmes parties; ces inconvéniens font que l'uſage des *héliomètres* n'eſt pas auſſi étendu & auſſi utile qu'il paroiſſoit devoir l'être dans le principe. C'eſt cependant avec le premier *héliomètre* que Bouguer reconnut la différence entre les diamètres du ſoleil: le diamètre vertical, eſt un peu plus grand que le diamètre horizontal, à cauſe de la décompoſition des rayons colorés. C'eſt auſſi avec un inſtrument pareil que j'ai déterminé exactement le rapport entre le diamètre de la lune & ſa parallaxe. (*D. L.*)

HÉLIOSCOPE, (*Aſtron.*) inſtrument dont on ſe ſert pour regarder le ſoleil, & affoiblir ſa lumière, de façon que l'œil puiſſe la ſupporter. Ce mot eſt grec, compoſé d'ἥλιος, *ſoleil,* & σκέπτομαι, *video, ſpecto, je regarde, je conſidère.*

Le P. Scheiner avoit employé, pour obſerver le ſoleil, une lunette qu'il appelloit *helioſcopium,* dont l'objectif & l'oculaire étoient d'un verre coloré. Hévélius en parle auſſi; M. le Gentil s'eſt ſervi d'un objectif verd pour regarder le ſoleil, & il y trouvoit l'avantage de diminuer la couronne lumineuſe, qui borde les objets dans les lunettes ordinaires, à cauſe des rayons colorés; il trouvoit le ſoleil mieux terminé, & le diamètre plus petit de cinq ſecondes, qu'avec un objectif blanc; mais il eſt très-difficile d'avoir du verre coloré aſſez parfait pour former un bon objectif. M. le Gentil propoſe auſſi de ſe ſervir de pluſieurs toiles

d'araignées couchées légèrement les unes sur les autres, à l'extrémité du tuyau de l'objectif; ces toiles forment une espèce de voile transparent, qui intercepte une partie de la lumière, & dispense de l'usage des verres noirs.

On préfère ordinairement les verres colorés qui se placent du côté de l'œil; ils sont colorés en rouge, en jaune, en bleu, en verd ou en noir; cependant on doit craindre l'irrégularité qu'il y a presque toujours dans la matière & dans l'épaisseur de ces sortes de verres : on apperçoit ordinairement des défectuosités monstrueuses quand on met ces verres sur l'objectif, comme M. le Gentil l'a éprouvé; il vaut mieux employer des morceaux de glace de miroir que l'on peut enfumer soi-même; on choisit les plus minces; on les éprouve en les plaçant sur l'objectif de la lunette, & l'on n'admet que ceux dont l'interposition n'altère point l'image de l'objet. Il est vrai que l'erreur résultante de l'imperfection des verres colorés devient beaucoup moindre, quand on les met entre l'œil & la lunette; mais cette erreur, quoique peu sensible, mérite encore quelqu'attention : ainsi, je préfère les glaces enfumées à toute autre sorte d'*hélioscope*. (*D. L.*)

HÉLIOSTATE (*Astron.*) instrument propre à observer le soleil & les autres astres, & à les fixer, pour ainsi dire, dans la lunette, de manière que le mouvement continuel de l'astre n'apporte point d'obstacle à l'observation. Pour cet effet, il est nécessaire que la lunette soit montée sur un axe parallèle à l'axe du monde, ainsi que les *lunettes parallatiques*, & de plus que l'axe soit conduit par un mouvement d'horloge qui lui fasse faire un tour en vingt-quatre heures. L'*héliostate* seroit sur-tout fort nécessaire pour observer la parallaxe de mars, quand il est près d'une étoile, & qu'on veut les comparer ensemble à plusieurs reprises & avec une très-grande précision : mais les astronomes sont rarement en état de se procurer des instrumens aussi compliqués & aussi dispendieux. Il y en a un au cabinet de physique du roi, à Passy, près le château de la Muette; il avoit été exécuté par Passement. M. le président de Saron en a fait exécuter un chez lui à Paris. On se sert aussi d'une espèce d'*héliostate* dans les observations de la lumière, pour conduire le miroir, & ramener toujours le soleil sur le trou par lequel on introduit le rayon solaire dans le lieu de l'observation. (*D. L.*)

HEMI, (*Mathém.*) ce mot entre dans la composition de quelques termes des sciences & des arts. Il signifie *demi*, & est un abrégé du mot grec ἥμισυς, *hemisis*, qui signifie la même chose. Les Grecs retranchent la dernière syllable du mot ἥμισυς dans la composition des mots, & nous l'avons fait à leur exemple dans la composition des mots que nous avons pris d'eux. *Chambers, & diction. de Trévoux.* (*E.*)

HEMICYLE *de Bérose*, espèce de cadran solaire; on croit que c'étoit un plinthe incliné, coupé en demi-cercle, concave du côté du septentrion. *Voyez* CADRAN. Il y avoit un stile sortant du milieu, dont la pointe répondoit au centre de l'*hémicycle*, représentant le centre de la terre. Son ombre tomboit sur la concavité de l'*hémicycle*, marquoit non-seulement les déclinaisons du soleil, c'est-à-dire les jours des mois, mais aussi les heures de chaque jour. *Voyez* Perrault *sur Vitruve*, *liv. IX. ch. ix. Hémicycle* vient des deux mots grecs ἥμισυς, *demi*, & κύκλος, *cercle*.

Bérose, historien de Babylone, vivoit du tems d'Alexandre, & au commencement du règne d'Antiochus Soter, qui prit le surnom de *Théos*; il lui dédia son histoire, laquelle contenoit les observations astronomiques de 480 ans. Il enseigna l'astronomie à Cos, patrie d'Hippocrate, & de-là se rendit à Athènes, où l'on éleva à sa gloire dans le gymnase une statue avec une langue d'or. (*D. J.*)

HEMISPHERE, s. m. (*Géom.*) moitié d'un globe ou d'une sphère terminée par un plan qui passe par son centre. *Voyez* SPHÈRE. Ce mot est composé de ἥμισυς, *demi*, & σφαῖρα *sphère* ou *globe*.

HÉMISPHÈRE, (*Astron.*) moitié du globe céleste. L'équateur divise la sphère en deux parties égales, dont l'une est appellée *hémisphère septentrional*, & l'autre *hémisphère méridional*. *Voyez* EQUATEUR.

L'*hémisphère* septentrional est celui qui a le pole du nord à son sommet. Tel est celui qui est représenté dans la *figure première d'Astron.* depuis l'équateur jusqu'au pole élevé.

On distingue aussi l'hémisphère oriental ou ascendant, & l'occidental ou descendant; ils sont séparés par le méridien, & les astres qu'ils renferment changent continuellement par le mouvement diurne.

En géographie, l'hémisphère oriental & l'occidental sont séparés par le premier méridien; l'un contient l'Europe, l'Asie & l'Afrique, l'autre contient l'Amérique ou le nouveau monde, qui par rapport à nous est à l'occident, & forme l'*hémisphère* occidental.

Hémisphères supérieur & inférieur; ils sont séparés par l'horizon, l'un contient la partie du ciel que nous voyons, & l'autre la partie qui est couchée.

Hémisphères visible & invisible : ils sont distingués dans les planètes par celui de leurs grands cercles, dont le plan est perpendiculaire à notre rayon visuel. Les taches du soleil sont pendant treize jours dans l'*hémisphère visible pour nous*.

Hémisphères éclairé & obscur : ils sont distingués dans les planètes, par celui de leurs grands cercles, dont le plan est perpendiculaire au rayon mené du soleil au centre de la planète. Le soleil étant plus gros que les planètes, il éclaire toujours, à la vérité, un peu plus de la moitié du globe, c'est-à-dire, un peu plus d'un *hémisphère*; mais la diffé-

rence eſt petite; elle eſt égale à l'angle du cône d'ombre que forme la planète; ou égale à-peu-près à l'angle du diamètre apparent du ſoleil vu de la planète; on néglige communément cette différence dans l'aſtronomie.

Hémiſphère eſt encore un plan ou projection de la moitié du globe terreſtre ou céleſte ſur une ſurface plane. *Voyez* CARTE & PROJECTION. Cette projection eſt appellé plus proprement *planiſphère. Voyez* PLANISPHÈRE. (*D. L.*)

HEMISPHEROIDE, ſ. m. *terme de Géométrie*, eſt proprement la moitié d'un ſphéroïde, c'eſt-à-dire d'un ſolide qui approche de la figure d'une demi-ſphère. *Voyez* SPHÉROIDE. (*E*)

HENDECAGONE, ſ. m. *terme de Géométrie*. Ce mot eſt grec & compoſé d'ἕνδεκα, *onze*, & γωνία, *angle*, figure compoſée d'onze côtés, & d'un pareil nombre d'angles. *Voyez* FIGURE & POLYGONE. L'angle au centre de l'*endécagone* régulier, c'eſt-à-dire dont tous les angles & les côtés ſont égaux, eſt la 11ᵉ partie de 360ᵈ, & ne peut ſe déterminer par la règle & le compas; on ne peut décrire géométriquement l'*hendecagone*, qu'en réſolvant une équation du 11ᵉ degré. *Voyez* POLYGONE. (*E*)

HENIOCHUS, (*Aſtronom.*) eſt le nom d'une des conſtellations boréales, nommée *Cocher*. (*O*)

HEPTAGONE, ſ. m. *terme de Géométrie*, figure compoſée de ſept angles & de ſept côtés. *Voyez* FIGURE.

Ce mot eſt grec & compoſé d'ἑπτά, *ſept*, & γωνία, *angle*.

Quand tous ſes côtés ſont égaux, on l'appelle *heptagone régulier*. *Voyez* RÉGULIER.

Les nombres *heptagones* ſont des nombres polygones, où la différence des termes de la progreſſion arithmétique correſpondante eſt cinq. *Voyez* POLYGONE.

Entre pluſieurs propriétés, le nombre *heptagone* en a une aſſez remarquable, c'eſt que ſi on le multiplie par 40, & qu'on ajoute 9 au produit, la ſomme ſera un nombre quarré. (*E*)

HEPTANGULAIRE, adj. (*Géométrie.*) Une figure *heptangulaire* eſt celle qui eſt compoſée de ſept angles. (*E*)

HERCULE, (*Aſtronomie.*) conſtellation boréale, appellée auſſi *engonaſis*, c'eſt-à-dire, *genuflexus*, *ovillus* ou *mellus*, parce qu'il eſt couvert d'une peau de centaure; *Neſſus*, du nom de ce centaure; *cernuator*, *claviger*, *thamyris* ou *thracien*; *niſus*, à cauſe de la ville de Niſa; *Melicerta* (roi de la cité), ou *Mélica*, c'eſt le nom d'*Hercule* le phénicien ou le tyrien; *Deſanes*, *Deſanaus* ou *Dorſanes*, c'étoit le nom de l'*Hercule* des Indiens; *Maceris*, nom de l'*Hercule* des Lybiens; il étoit père de Sardus qui conduiſit une colonie en Sardaigne; *Sancus* ou *Sanctus*, c'eſt le nom de l'*Hercule* romain; *Almannus*, c'étoit le nom de l'*Hercule* germain ou celtique; *Lycaon*, roi d'Arcadie, que Jupiter changea en loup. On a auſſi appellé cette conſtellation *Ixion*, *Prométhée*, *Orphée*, *Palœmon*, *Théſée*, &c.; car d'autres diſent que cette figure d'un homme à genou eſt celle de Théſée, qui lève avec effort la pierre ſous laquelle ſon père avoit caché ſon épée; elle a porté autant de noms qu'*Hercule* lui-même : on ſait aſſez combien il y a de diſſertations parmi les érudits, ſur le tems, la patrie & les travaux d'*Hercule*; mais, ſuivant l'opinion commune, c'eſt *Hercule* le thébain, fils d'Amphitrion & d'Alcmène, qui vivoit quelques années avant le ſiège de Troye, & fut du voyage des Argonautes; il eſt repréſenté dans l'attitude d'un combattant, un genou en terre, tenant d'une main ſa maſſue, & de l'autre la peau du lion de la forêt de Némée, qu'il préſente comme un bouclier; on lui met auſſi dans la main le rameau qu'il arracha dans ſa deſcente aux enfers, pour délivrer Théſée, & un ſerpent ſous le nom de *cerbère*.

L'hiſtoire d'*Hercule* n'eſt peut-être qu'une allégorie ou un ſymbole de la force de la nature.

M. Dupuis explique tous les travaux d'*Hercule* par l'Aſtronomie; il prouve que la ſucceſſion de ſes 12 travaux eſt la même que celle des 12 ſignes du zodiaque ou des conſtellations extrazodiacales qui fixoient le paſſage du ſoleil dans chaque ſigne, à partir du lion céleſte, au lever duquel ſe couchoient les dernières étoiles de la conſtellation d'*Hercule*; celui-ci étoit auſſi le génie inſpecteur du premier ſigne. *V.* ZODIAQUE.

Cette conſtellation renferme 113 étoiles dans le catalogue britannique de Flamſteed; la plus remarquable déſignée par la lettre α eſt ſituée ſur la tête d'*Hercule*. Elle eſt de ſeconde ou de troiſième grandeur. Son aſcenſion droite, en 1750, étoit de 255° 48′ 46″; & ſa déclinaiſon boréale 14° 41′ 46″, ſuivant le *Catalogue* de la Caille. (*D. L.*)

HÉRISSON, ſ. m. (*Méchan.*) C'eſt une roue dont les rayons ſont plantés directement ſur la circonférence du cercle, & qui ne peuvent s'engager que dans une lanterne, & ne reçoivent le mouvement que d'elle. *V.* LANTERNE. Il y a des *hériſſons* dans un grand nombre de machines, tant hydrauliques qu'autres.

HERMÉDONE *ou plutôt* HARMÉDONE, ſ. f. (*Aſtron.*) c'eſt, dans les anciens, une ſuite d'étoiles qui ſortent de la crête de la baleine.

HERSCHEL, (*Aſtron.*), ou *planète de Herſchel*, nom que porte, du moins en france, une nouvelle planète découverte, le 13 mars 1781, par M. *Herſchel*, hanovrien, qui étoit établi à Bath, en angleterre.

Cette nouvelle planète ſe trouve former une exception aux règles que les aſtronomes s'étoient faites juſqu'à préſent : elle eſt petite & brillante comme une étoile fixe de 6 à 7ᵉ grandeur; elle eſt à une diſtance énorme du ſoleil, comme les comètes; elle a une période plus longue que toutes les planètes que nous connoiſſons; mais elle tourne

presque circulairement, ainsi que les planètes, en sorte que nous ne cesserons plus de la voir. Ce nouvel astre est une des choses les plus singulières qu'on ait découvertes dans le ciel, & l'on étoit bien loin de l'espérer. Depuis le tems que l'on cherche des comètes, l'on n'en avoit jamais vu qui ressemblât à une petite étoile; on ne soupçonnoit jamais ce qui paroissoit une petite étoile d'avoir un mouvement; d'ailleurs on y donnoit peu d'attention, & le nombre des étoiles de septième grandeur est si prodigieux, qu'on auroit regardé comme impossible & inutile de les observer toutes & à plusieurs reprises; cela eût été cependant nécessaire pour savoir s'il n'y en avoit pas quelqu'une qui eût un mouvement.

Lorsqu'on avoit déterminé plusieurs petites étoiles dans une région du ciel, on croyoit superflu d'observer les autres, puisqu'il suffit d'avoir quelques points fixes dans chaque partie du ciel. Aussi voit-on, en comparant les catalogues de Flamsteed, de Mayer, de Bradley, de la Caille, que plusieurs étoiles, qui se trouvent dans les uns, sont négligées dans les autres. Nous pouvions donc être encore bien des années sans connoitre la planète que M. *Herschel* a découverte, si son habileté n'eût été secondée par un heureux hasard.

J'appelle le nouvel astre *planète* plutôt que *comète* : il est vrai que les limites de ces dénominations ne sont pas les mêmes qu'autrefois, puisque les comètes sont de véritables planètes, & ces limites sont encore plus confondues par l'observation dont il s'agit; mais il me semble naturel de réserver le nom de *comète* aux astres, dont les apparitions sont courtes & rares, qui se font remarquer par les queues, les chevelures & les nébulosités qu'on a vues jusqu'à présent dans toutes les comètes.

M. *Herschel*, à qui nous devons la découverte du nouvel astre, est un de ces hommes privilégiés par la nature, dans qui le génie a triomphé de toutes les circonstances qui pouvoient lui donner des entraves; il s'est formé sans maîtres & sans secours, & il a fait tout seul ce que jamais n'auroient osé tenter, les artistes les plus consommés, réunis avec les géomètres les plus habiles.

William *Herschel*, *né à Hanovre* en 1738, étoit encore dans un régiment hanovrien, lorsqu'il passa en angleterre; mais il étoit déjà distingué par son talent pour la musique, & ce musicien avoit été l'ouvrage de la simple nature; il n'en étoit que plus digne d'être remarqué; il fut choisi pour musicien de l'église de Bath, en angleterre : là un nouveau genre d'occupation, ou plutôt d'amusement, vint remplir ses loisirs. Il s'occupa à faire des télescopes, &, comme il a autant de patience que d'adresse, il y réussit supérieurement : on n'en faisoit guère qui pussent grossir les objets plus de 400 fois; le nouvel opticien ayant facilement atteint ce terme ordinaire, voulut aller plus loin; il en fit un qui grossissoit 1000 fois, 2000 fois; &, dans les transactions de 1782, il parle d'un grossissement de 6000 fois, dont il donne le calcul, & auquel il est parvenu dans un télescope neutonien de 7 piés. Il continue de s'occuper à faire de nouveaux télescopes. J'ai parlé plus au long de cet homme rare & extraordinaire dans le 8ᵉ volume de mes Ephémérides.

Le roi d'angleterre, qui se plaît à encourager les gens de mérite, & qui aime l'astronomie & l'optique, a pris plaisir à entendre M. *Herschel* parler de ses recherches; il lui a assuré une pension de trois cens louis, & il l'a placé à Datchet, village voisin du château de Windsor, que le roi aime de préférence. C'est de ce village solitaire & du milieu d'un boulingrin renfermé, que l'univers apprendra désormais ce qui nous reste à connoître de plus singulier dans le ciel, & de plus difficile peut-être à appercevoir. Quelques personnes pensoient que le roi auroit pu le placer dans son observatoire de Richemond, où il y avoit déjà de très-beaux instrumens; mais M. *Herschel* aime mieux observer du milieu d'une vaste campagne, & nos instrumens, qui servent à prendre des mesures, des hauteurs, des distances, ne sont pas ceux dont il a besoin; il ne mesure que les distances si petites, qu'elles échapperoient à d'autres instrumens que les siens.

Ce fut le 13 mars 1781, que M. Herschel, regardant avec un télescope de 7 piés les étoiles qui sont vers les pieds des gemeaux, vit un petit astre différent des étoiles, de même lumière, qui paroissoit plus large, & qu'il soupçonna être une comète (*Philosophical Transactions*, 1781); il regarda cet astre avec un équipage qui grossissoit 932 fois, & il trouva que son diamètre étoit encore plus grand, tandis que celui des étoiles ne changeoit pas; il le compara avec beaucoup de petites étoiles, & il en donne la configuration dans son Mémoire, avec la description d'un micromètre de son invention. Il fut assuré deux jours après, que ce n'étoit pas une étoile, en voyant que cet astre avoit changé de place; mais il avoit présumé, dès la première vue, que ce n'étoit pas une étoile, quoique dans une bonne lunette, qui grossit cent vingt fois, cette planète ne paroisse pas différente d'une étoile de septième grandeur; mais il seroit encore plus difficile de croire que M. Herschel se fût apperçu de son mouvement, si quelque raison n'avoit fixé son attention sur un aussi petit astre, confondu avec tant d'autres; il me paroît donc certain que M. Herschel dut cette découverte à la grande force de son télescope.

Il en donna bientôt avis à M. Maskelyne, astronome d'angleterre; celui-ci ayant examiné les petites étoiles auxquelles M. Herschel avoit comparé la planète dès le 17 mars, trouva que ce jour-là, à $10^h\ 40'$, tems moyen, elle étoit à $83^\circ\ 59'\ 44''$ d'ascension droite, & à $23^\circ\ 33'\ 8''$ de déclinaison

déclinaison boréale; il s'assura du mouvement les jours suivans.

M. Maskelyne écrivit, dès les premiers jours d'avril, cette nouvelle à Paris; M. Messier commença à observer la planète le 16 avril, & continua jusqu'à la fin d'octobre; la plupart des astronomes s'occupèrent de ces observations; j'en ai rapporté un grand nombre dans les *Mémoires de l'Académie* pour 1779, qui ont paru en 1783.

Aussitôt qu'on eut à Paris quelques jours d'observations, on entreprit de calculer cet astre comme les comètes ordinaires, dans une parabole, MM. Méchain, l'abbé Boscovich, le Président de Saron, de la Place, Lexell, firent diverses tentatives; mais, comme on ne pensoit pas à supposer cette planète dix-huit fois plus loin que le soleil, on représentoit fort bien quelques observations, &, peu de jours après, l'écart étoit considérable.

M. le Président de Saron fut le premier qui, le 8 Mai, s'apperçut que cette planète devoit être fort éloignée de nous; il l'estimoit au moins douze fois plus loin que le soleil, & les calculs commencèrent à s'accorder beaucoup mieux.

M. l'abbé Boscovich composa, au commencement de juin, un savant Mémoire, où, par une théorie ingénieuse & simple, il montra qu'il y avoit quatre paraboles qui pouvoient satisfaire au petit mouvement qu'on avoit observé jusqu'alors.

M. Lexell, qui étoit à Londres, nous écrivit qu'on pouvoit employer un cercle dont le rayon fût 18 fois la distance de la terre au soleil; dès-lors il me parut qu'on devoit lui donner le nom de *nouvelle planète*; le 24 juillet, M. Lexell, qui avoit calculé son mouvement dans différentes hypothèses paraboliques, vit que, dans toutes les paraboles qui avoient depuis 14 jusqu'à 18 de distance périhélie, on trouvoit à-peu-près le même accord entre le calcul & l'observation. On comprit alors qu'il falloit attendre que la planète eût parcouru un arc plus étendu pour entreprendre de calculer son orbite.

Mais, lorsque j'eus huit mois d'observations, la planète ayant été en conjonction & en opposition, & la situation de la terre nous l'ayant fait voir dans toutes les positions, avec un mouvement de plus de six degrés, je crus que l'on pouvoit former des hypothèses au moins pour calculer sa route dans le cours d'une année; je pris trois observations, je supposai une distance de la planète au soleil, avec laquelle je réduisis les observations au centre du soleil, pour avoir un mouvement héliocentrique, & par conséquent la durée de la révolution; &, comme cette durée m'étoit donnée, d'un autre côté, par la règle de Kepler, au moyen de la distance que j'avois supposée, je fis varier la distance de la planète, jusqu'à ce que le mouvement héliocentrique, calculé avec cette distance, fût le même que celui qui résultoit de l'intervalle des tems & de la durée de la révolution tirée de la distance; je trouvai par-là qu'il falloit supposer la distance 18,931, & la révolution sidérale 82 ans $\frac{37}{100}$; la longitude héliocentrique pour le 1^er^ janvier 1782, à midi moyen, $3^s\ 0^\circ\ 59'\ 22''$, & le mouvement diurne $43''\ 13$; le nœud a $2^s\ 13^\circ$, & l'inclinaison de $46'$. Je calculai un grand nombre d'observations avec mon hypothèse, &, au mois de mars 1783, l'erreur de mon calcul n'alloit pas à 3 minutes. Mais cette erreur, qui avoit augmenté peu-à-peu, indiquoit une accélération dans le mouvement de la planète; alors M. Méchain, M. de la Place & M. Oriani calculèrent, chacun de leur côté, une orbite elliptique; celui-ci a trouvé le demi-grand axe 19,04596, la plus grande équation $5^\circ\ 33'$; le lieu de l'aphélie le 31 déc. 1781, $11^s\ 25^\circ\ 11'\ 30''$; la longitude héliocentrique moyenne $3^s\ 6^\circ\ 28'\ 52''$; la longitude du nœud, $2^s\ 12^\circ\ 52'\ 0''$; l'inclinaison, $46'\ 25''$; le mouvement séculaire, $2^s\ 14^\circ\ 30'\ 4''$, par rapport aux équinoxes (Ephém. de Milan, 1785).

M. Bode ayant remarqué, dans les Ephémérides de Berlin pour 1784, que l'étoile 964 du catalogue de Tobie Mayer, pourroit bien n'être autre chose que la planète de *Herschel*, parce qu'on ne retrouvoit point d'étoile à la place où Mayer l'avoit marquée; on a recherché dans les manuscrits de Mayer à Gottingen, la date de l'observation sur laquelle il s'étoit fondé pour la position de cette étoile, & l'on a trouvé que l'observation étoit du 25 septembre 1756, & donnoit la longitude 11 signes $16^\circ\ 37'\ 43''$ à $10^h\ 21'\ 18''$, tems moyen à Paris, & la latitude $48'\ 23''$; ainsi, l'on s'est trouvé tout d'un coup avoir une observation éloignée de 25 ans de celles de M. Herschel; mais, par un hasard que l'on n'espéroit pas, cette observation s'est trouvée exactement d'accord avec les élémens que je viens de rapporter; ainsi, l'on peut regarder dès-à-présent comme connue à très-peu-près l'orbite de la nouvelle planète, & l'on trouvera tous ses élémens avec les autres, au *mot* PLANÈTE.

Cette observation de Mayer a fait connoître plus exactement la position du nœud $2^s\ 12^\circ\ 47'\ 52''$ pour la fin de 1781, & l'inclinaison de son orbite $46'\ 13''$; cette position ne diffère que de 7 minutes de celle que j'avois trouvée par les observations de la première année, mais la nouvelle détermination a plus de certitude. La plus grande équation de l'orbite de cette planète suivant les calculs de M. de la Place, est de $5^\circ\ 27'\ 17''$, & elle a lieu à $93^\circ\ 24'\ 31''$ d'anomalie moyenne. Dans l'observation de 1756, la planète étoit à $353^\circ\ 35'\ 53''$ d'anomalie vraie; ainsi, elle étoit fort près de son aphélie, au lieu qu'elle est actuellement dans ses moyennes distances; cette circonstance fait que l'inégalité est plus sensible, & qu'on a pu trouver plus facilement les élemens de son orbite.

Dès qu'il a été question, dans les Journaux, d'une planète, on a voulu lui donner un nom; M. *Herschel*, guidé par sa reconnoissance pour le

roi, son bienfaiteur, l'a appellée *Georgium Sidus*, l'astre de George. Je conviens que le prince est digne de la reconnoissance de l'artiste. Depuis le commencement de son règne, il n'a cessé d'encourager les savans par ses bienfaits & par son exemple.

Mais le zèle des astronomes pour les princes ne parvient pas à perpétuer toujours les monumens de leur reconnoissance. Lorsque Galilée eut découvert, en 1610, les satellites de jupiter, il voulut les appeller *astres de Médicis*; Cassini voulut appeller les satellites de saturne, *astres de Bourbon*, & cela n'a point été adopté : les préjugés nationaux résistent de toutes parts à ces préférences nationales, & en empêchent le succès.

Tandis que M. Herschel ne consultoit que sa reconnoissance, d'autres consultoient l'analogie, pour donner un nom au nouvel astre. Toutes les autres planètes ont des noms consacrés dans la mythologie, les noms des dieux de l'antiquité; Jupiter & Saturne sont les pères des dieux; M. Poinsinet crut que l'on devoit appeller du nom de Cybèle (qui est la mère des dieux) la planète qui est la plus voisine de Jupiter & de Saturne.

M. Prosperin, astronome suédois, considérant que Neptune étoit un des fils de Saturne, & que Jupiter, son frère, étoit placé d'un côté, a cru que l'on pouvoit mettre Neptune de l'autre côté, & il a choisi ce nom pour la nouvelle planète.

M. Bode, astronome de Berlin (dans d'excellentes Ephémérides qu'il plublie chaque année), a cru qu'on devoit l'appeller *Uranus* ; c'étoit le plus ancien des dieux, le ciel même, dont l'immensité renfermoit tout & avoit tout produit. Notre planète est la plus enfoncée dans la profondeur du ciel, & dans l'immensité de l'espace céleste; le nom d'Uranus semble lui convenir plus que tout autre, & déjà plusieurs astronomes allemands se sont réunis pour l'adopter.

Pour moi, je n'ai pas pu voir sans regret qu'on voulût prolonger le règne des fables déjà trop étendu; les noms des planètes furent sans doute ainsi que les noms des dieux produits par de savantes allégories tirées de la nature; mais elles sont depuis long-tems oubliées, & M. Dupuis, professeur au Collège de Lisieux, est le premier qui ait découvert le véritable sens des fables, tirées de l'Astronomie; sans cela, les noms des dieux ne rappellent, en général, que des histoires incohérentes & puériles; un motif plus respectable & plus utile m'a fait desirer d'attacher au nouvel astre le nom de celui à qui nous en devons la découverte. J'ai cru devoir appeller le nouvel astre *Herschel* ou *planète d'Herschel*; c'est une espèce d'apothéose, comme dit M. Vic d'Azir, dans l'éloge de M. Pringle; mais c'est une récompense dûe au travail pénible & ardent qui a produit la découverte dont nous sommes occupés; c'est un objet d'émulation pour l'avenir; & peut-être qu'en rendant cette justice à l'auteur d'une découverte curieuse, nous en préparons de nouvelles pour la gloire des sciences.

Il me reste à dire quelque chose de la grandeur de cette nouvelle planète; elle ne paroît que comme une étoile de 7^{e} grandeur, il faut un très-beau tems & une très-bonne vue pour l'appercevoir sans lunette. Son diamètre apparent a été trouvé de 4 à 5 secondes, avec les excellens télescopes de Herschel; mais il y a toujours une irradition, une amplification, un débordement de lumière dans tous les astres, & je crois qu'il ne faut supposer que 3″ pour ce diamètre apparent. Cette quantité, vue à la distance de 650 millions de lieues, suppose un diamètre réel & absolu de 9460 lieues; c'est à-peu-près 3 fois le diamètre de la terre, qui n'a que 2865 lieues.

Cette nouvelle planète exigera désormais une addition dans nos almanacs, dans nos sphères; aussi en ai-je fait un article à la tête du Calendrier de la Cour ou Colombat pour 1783, & dans le 8^{e} volume de mes Ephémérides pour 1785–1792. M. de la Ferté a tracé cette nouvelle orbite avec celles des autres planètes, dans le tableau intéressant qu'il a publié de toute l'Astronomie; & on la trouvera, ci-après, au *mot* PLANETE.

La découverte que je viens d'annoncer semble aggrandir nos idées sur l'immensité de l'univers. Nous voyons d'abord le soleil, ce globe immense & embrasé, de 9 cens mille lieues de circonférence, autour duquel sont forcées de circuler une multitude de planètes & de comètes, jusqu'à plus de mille millions de lieues de distances. Tout ce vaste assemblage de corps célestes n'est qu'un point en comparaison de la partie de l'univers que nous appercevons; & j'ai prouvé, dans un Mémoire sur la rotation du soleil, que cet astre, accompagné de tout son cortège planétaire, est transporté par un mouvement commun dans les espaces célestes. Des millions de systêmes semblables remplissent l'immensité de l'espace; le plus voisin de nous en est à dix millions de millions de lieues; les groupes d'étoiles que M. Herschel apperçoit avec ses nouveaux télescopes, indiquent jusqu'à six intervalles pareils, qui s'étendent par conséquent à un million de fois 60 millions de lieues; au-delà de tous ces assemblages, nous ne pouvons qu'en imaginer d'autres semblables; notre vue a un terme, l'objet de notre admiration n'en a point. (*D. L.*)

HESPER, (*Astron.*) ou *vesper*, nom que l'on donne quelquefois à la planète de Vénus, lorsqu'elle brille le soir après le coucher du soleil, dans ses plus grandes digressions. Ce mot vient de ἕσπερος, *vesper*, fin du jour. Il est opposé au nom de *phosphore*, *lucifer* ou *porte-lumière*, qu'on donne à cette belle planète, quand elle brille le matin avant le lever du soleil. C'est celle que le peuple nomme *étoile du berger*, voyez VÉNUS.

Bianchini a donné un ouvrage sur les taches & la rotation de *Vénus*, qui a pour titre : *Hesperi & phosphori nova phænomena.* (*D. L.*)

HÉTÉRODROME, adj. m. & f. *levier hétérodrome, terme de méchanique*; c'est un levier dont le point d'appui est entre le poids & la puissance. *V.* LEVIER & APPUI.

On l'appelle autrement : *levier du premier genre.*

Ce mot vient des mots grecs ἕτερος, *autre*, *différence*, & δρέμω, *je cours*, parce que, dans ce levier, la puissance & le poids se meuvent en sens différens.

HÉTÉROSCIENS, (*Astron. Géogr.*) peuples des zones tempérées, qui ont toujours les ombres du même côté, par opposition aux *Amphisciens*, qui habitent la zone torride, & qui ont les ombres tantôt du côté du nord, tantôt du côté du midi.

HEURES, parties du jour; c'est ordinairement la 24^e^ partie du tems que le soleil met à revenir au méridien, ou du jour solaire vrai. Cependant les astronomes font plus souvent usage des *heures* solaires moyennes.

Les *heures antiques* planétaires ou judaïques, *heures* temporaires, *heures* inégales, usitées autrefois chez les Juifs, & les Romains commençoient au lever du soleil, & recevoient leur nom d'une des sept planètes; cet usage étoit venu des Egyptiens, suivant Hérodote (L. II), & Dion Cassius (L. 37), ou des Caldéens (*Salmas. de ann. Climat*, Goguet, tom. II, p. 437; Sallier, *Mém. des Inscript.* tom. IV). On croit que l'ordre des planètes, dans les jours de la semaine, venoit de l'influence qu'on leur supposoit sur les différentes *heures* du jour; le dimanche, au lever du soleil, la première *heure* étoit pour le soleil, ensuite venoient vénus, mercure, la lune, qui étoient supposés au-dessous du soleil, puis saturne, jupiter & mars qui étoient au-dessus. Par-là il arrivoit que le lendemain commençoit par la lune, & voilà pourquoi le jour de la lune, c'est-à-dire le lundi, fut placé à la suite du jour consacré au soleil (*Clavius in Sphæram*).

L'abbé Roussier, dans un savant ouvrage sur la musique des anciens, croit que cet arrangement vient des intervalles de la musique, comme l'insinue Xiphilin d'après Dion (L. 36, *in Pompeio*). Scaliger l'explique par des triangles faits sur les côtés d'un eptagone (*Emend. Temp.* l. 1 *de Diebus*). Plutarque en avoit fait la matière d'une dissertation dont il ne nous reste que le titre dans ses Questions de tables, *Symposium*, l. IV, q. 7. Ces *heures* étoient inégales, parce qu'on divisoit le jour naturel en douze parties, & la nuit en douze autres parties.

Les astronomes du Cathay conservent encore aujourd'hui cette division. Ils appellent l'*heure Chag*, & donnent à chaque *chag* un nom particulier pris de quelque animal. Le premier est appellé *zeth*, souris; le second, *chio*, taureau; le troisième, *zem*, léopard; le quatrième, *mau*, lièvre; le cinquième, *chiu*, crocodile; le sixième, *six*, serpent; le septième, *vou*, cheval; le huitième, *vi*, brebis; le neuvième, *schim*, singe; le dixième, *you*, poule; l'onzième, *sou*, chien; le douzième, *cai*, porc.

Les *heures* babyloniques commençoient à se compter au lever du soleil (*Macrobe*, *Saturn.* l. I, c. 3); cela se pratique encore à Majorque & à Nuremberg. Celles des Egyptiens & des Romains commençoient à minuit; & cet usage est encore celui de la plupart des nations de l'europe.

Tous les astronomes commencent à compter les *heures* depuis midi, comme faisoient autrefois les Umbres, suivant Macrobe, & comme font aussi les Arabes; les astronomes vont aussi jusqu'à 24 heures; ainsi, lorsqu'on compte dans la société, le 2 janvier, 8 heures du matin, les astronomes disent, le 1^er^ janvier, à 20 heures, & c'est ce que nous appellons tems astronomique.

Les Juifs & les Romains, avant la premiere guerre punique, ne connoissoient point la division en 24 heures égales; ils distinguoient dans le jour artificiel, pris du lever au coucher du soleil, quatre parties principales, prime, tierce, sexte & none. Prime commençoit au lever du soleil, tierce trois heures après, sexte à midi, & none trois heures avant le coucher du soleil; mais ces *heures* étoient plus ou moins grandes, suivant que le soleil étoit plus ou moins long-tems sur l'horizon; l'on emploie encore, dans le bréviaire de l'église, les mêmes dénominations, ce sont les *heures* judaïques, planétaires ou inégales. Cela sert à concilier, par exemple, les évangiles de S. Marc & de S. Jean, dont le premier dit que Jesus-Christ fut crucifié à la 3^e^ *heure*, & le second à la 6^e^. En supposant que ce fût vers midi ($9\frac{3}{4}$ *heures* à Paris), c'étoit très-près de la fin de tierce & du commencement de sexte; ainsi, l'on a pu estimer indifféremment l'une ou l'autre. On divisoit aussi la nuit en quatre veilles, dont chacune contenoit trois *heures*.

Les Athéniens commençoient à compter les *heures* depuis le coucher du soleil; on en fait de même en Italie; on le faisoit également en Pologne, en Autriche, en Bohême; mais il n'y a plus à Prague que deux horloges de cette espèce. Les Italiens commencent leurs 24 *heures* une demi-*heure* après le coucher du soleil; j'ai expliqué leur usage à cet égard dans la Préface du livre, intitulé : *Voyage d'un François en Italie.* Paris, 1769; & j'en ai donné une Table pour différentes villes d'Italie.

Les astronomes distinguent trois sortes d'*heures* astronomiques, savoir, *heures* solaires moyennes, *heures* solaires vraies, & *heures* du premier mobile; les *heures* solaires moyennes sont toujours égales & uniformes; elles sont la 24^e^ partie d'un

jour moyen, c'est-à-dire, d'un retour moyen du soleil au méridien; ce sont ces *heures* égales & ces jours moyens sur lesquels se règlent tous les calculs, ainsi que les pendules astronomiques. *Voyez* TEMS MOYEN. Les *heures* solaires vraies sont celles que marque chaque jour le soleil sur nos méridiennes & nos cadrans, mais qui varient tous les jours, à raison des inégalités du soleil. Les *heures* solaires vraies sont plus grandes au commencement de janvier de 29 secondes par jour que les moyennes, & plus petites de 19″, trois mois après.

Les *heures* du premier mobile sont celles que l'on compte par la révolution des étoiles fixes, qui est la véritable durée de la rotation de la terre & qui est toujours égale, ou, 23^h 56′ 4″ de tems moyen; il y a des astronomes qui règlent leurs horloges ou pendules sur ces *heures* du premier mobile; ils y trouvent cet avantage que les étoiles passent tous les jours à la même *heure* de la pendule, mais le soleil y passe environ quatre minutes plus tard; cette méthode a encore la commodité de donner, par une opération très-simple, les arcs de l'équateur, qui correspondent aux *heures* de la pendule, 15° pour une *heure*, 15 secondes de dégré pour une seconde de tems; c'est ce qu'on appelle convertir en dégrés les *heures* du premier mobile.

Les astronomes calculent *l'heure* qu'il est, 1.° par la hauteur du soleil ou d'une étoile; 2.° par les hauteurs correspondantes; 3.° par les pendules réglées sur des lunettes méridiennes, ou sur des méridiennes ordinaires.

On trouve l'*heure* en mer par la hauteur du soleil, prise au moyen du *quartier de réflexion*; il y a un volume tout entier des pièces qui ont concouru pour le prix de l'académie, en 1745 & 1747, sur la meilleure manière de trouver l'*heure* en mer; Daniel Bernoulli est un des auteurs qui partagèrent le prix; mais la méthode la plus générale & la plus usitée est d'observer la hauteur du soleil; alors la résolution d'un seul triangle sphérique donne l'angle au pole ou l'angle horaire, & par conséquent l'*heure* qu'il est. *Voyez* HAUTEUR.

HEURE est quelquefois le nom d'un instrument de gnomonique propre à montrer les *heures* du jour & la hauteur du soleil, il est décrit dans les supplémens de l'encyclopédie *in-folio*, mais c'est à-peu-près le cadran de la figure 271. *D. L.*)

HEXAEDRE, s. m. *terme de Géométrie*, c'est un des cinq corps réguliers qu'on appelle aussi *cube*. *V.* CUBE & RÉGULIER. Ce mot est grec & formé de ἕξ, *six*, & ἕδρα, *sedes*, siège, *base*; chaque face pouvant être prise pour la base du corps régulier. *V.* BASE.

Le quarré du côté d'un *hexaèdre*, est le tiers du quarré du diamètre de la sphère qui lui est circonscrite. D'où il suit que le côté de l'*hexaèdre* est au diamètre de la sphère dans laquelle il est inscrit, comme 1 $\sqrt{3}$, & par conséquent incommensurable. *Chambers.* (*E*)

HEXAGONE, s. m. *terme de Géométrie*, figure composée de six angles & de six côtés. *V.* FIGURE & POLIGONE. Ce mot est grec, & formé d'ἕξ, *sex*, six, & γωνία, *angulus*, angle.

Un *hexagone* régulier est celui dont les angles & les côtés sont égaux. *V.* RÉGULIER.

Il est démontré que le côté d'un *hexagone* est égal au rayon du cercle qui lui est circonscrit. *V.* CERCLE & RAYON.

On décrit donc un *hexagone* régulier en portant six fois le rayon du cercle sur sa circonférence.

Pour décrire un *hexagone* régulier sur une ligne donnée *A B* (*pl. Géom. fig.* 84), il ne faut que former un triangle équilatéral *A C B*, le sommet *c* sera le centre du cercle circonscriptible à l'*hexagone* que l'on demande. (*E*)

H I A

HIADES. *V.* HYADES.

HIDRES. *V.* HYDRES.

HIRCUS, nom de l'étoile appellée aussi la *Chèvre*.

HIVER, saison de l'année qui commence pour nous quand le soleil est dans le premier degré du capricorne, c'est-à-dire, à sa plus grande déclinaison australe, c'est actuellement le 21 décembre. L'*hiver* dure jusqu'au 20 mars, ou à l'équinoxe du printems. Mais, si l'on entend par *hiver* la saison des froids, & qu'on en juge par la table des hauteurs du thermomètre à Paris, qui est dans le *Traité de Météorologie* de M. Cotte, on trouvera que c'est entre le 25 décembre & le 5 février qu'est le plus grand froid; il faudroit donc faire commencer l'*hiver* beaucoup plutôt, pour que la saison du plus grand froid tînt à-peu-près le milieu, ce seroit alors du 1^er^ décembre au 1^er^ mars. (*D. L.*)

H O L

HOLOMETRE, s. m. (*Géom.*) instrument de Mathématiques dont on se sert pour prendre toutes sortes de hauteurs, tant sur la terre qu'au ciel: il est composé de trois règles mobiles; leurs ouvertures & leurs positions donnent les trois angles à-la-fois.

HOMOCENTRIQUE, adj. *terme d'Astronomie*, il signifie la même chose que *concentrique*.

Ce mot est grec, composé d'ὁμος, semblable, & κεντρον, centre. On expliquoit autrefois les mouvemens des astres dans le système de Ptolemée, par le moyen de plusieurs cercles, ou *homocentriques*,

ou excentriques; mais tous ces cercles ſont aujourd'hui bannis de l'aſtronomie.

HOMODROME, adj. *terme de Méchanique.* Levier *homodrome*, eſt un levier dans lequel le poids & la puiſſance ſont tous deux du même côté du point d'appui.

Ce mot vient du grec ὁμος, *ſemblable*, & δρεμω, *je cours*, parce que, quand la puiſſance & le poids ſont du même côté du point d'appui, ils ſe meuvent dans le même ſens.

Il y a deux ſortes de leviers *homodromes* : dans l'un, le poids eſt entre la puiſſance & l'appui; on appelle ce levier, *levier de la deuxième eſpèce.* Dans l'autre, la puiſſance eſt entre le poids & l'appui; on l'appelle *levier de la troiſième eſpèce.*

HOMOGÈNE, adj. (*Alg.*). On appelle *quantités homogènes* des quantités qui ont le même nombre de dimenſions, comme a^3, bbc, bcd, *&c.* On dit que la loi des *homogènes* eſt obſervée dans une équation algébrique, lorſque tous les termes y ſont de la même dimenſion.

Quantités ſourdes homogènes, ſont celles qui ont le même ſigne radical, comme $\sqrt[3]{37}$, $\sqrt[3]{9}$.

Homogène de comparaiſon : on appelloit ainſi, autrefois, le terme tout connu d'une équation; cette expreſſion n'eſt guères plus en uſage; &, à ſa place, on emploie celle de *dernier terme* de l'équation, en ſuppoſant qu'elle ſoit ordonnée par rapport à l'inconnue, & que tous ſes termes ſoient placés dans un même membre.

HOMOGENES, (*Algèbre. Calcul intégral.*) On appelle, en général, *équations homogènes* celles où les variables montent au même degré dans tous les termes. Un radical eſt d'un degré égal à celui des termes qui ſont ſous le ſigne diviſé par l'expoſant. Une fonction logarithmique eſt du degré zero, & une exponentielle du degré de ſon expoſant.

Dans les équations *homogènes* différentielles du premier ordre en x, y, z, *&c.* ſi on fait $x = sx'$, $y = e^{x'} y'$, $z = e^{x'} z'$, *&c.* il eſt clair que $e^{x'}$ ſe trouvera au même degré à tous les termes, qu'on pourra par conſéquent le faire diſparoître par la diviſion, & qu'ainſi, réſolvant l'équation algébrique *homogène* par rapport à dx', on aura, toutes les fois que la propoſée eſt poſſible, $dx' = A\,dz' + B\,d'y$, A & B étant des fonctions de y' & de z', & par conſéquent $x' = \int \overline{A\,dz' + B\,d'y}$ par les quadratures. S'il n'y avoit que deux variables x & y', on auroit toujours $x' = \int \overline{B\,dy'}$.

Si une équation *homogène* eſt entre deux variables, & qu'on faſſe $x + ny = o$, on aura n par une équation d'un degré égal à celui où montent les dx & dy. On aura donc un nombre égal d'équations linéaires, qui donneront autant de ſolutions particulieres de la propoſée.

Si une fonction *homogène* $A\,dx + B\,dy + C\,dz$ eſt la différentielle exacte d'une fonction algébrique, on aura $\int \overline{A\,dx + B\,dy + C\,dz} = \frac{Ax + By + Cz}{n}$, n étant l'expoſant du degré des variables, augmenté de l'unité.

En effet, ſoit $y = y'x$ & $z = z'x$, il eſt clair que l'intégrale algébrique ſera $x^n \varphi y' z'$: donc la différence ſera $x^n \frac{d\varphi y', z'}{dy'} dy' + \frac{d\varphi y', z'}{dz'} dz' + n x^{n-1} \varphi y' z' dx.$

Mais, après la ſubſtitution, la différentielle propoſée devient :

$$x^{n-1} A' dx + x^n B' dy' + x^n C' dz'$$
$$+ x^{n-1} y' B' dx.$$
$$+ x^{n-1} z' C' dx.$$

Donc comparant,

$n \varphi y' z' = A' + B' y' + C' z'$: donc, *&c.*

En voici une autre plus élémentaire. Je ſuppoſe d'abord que l'intégrale cherchée eſt rationnelle, algébrique & entière, il eſt clair qu'elle ſera compoſée de termes $m x^a y^b z^c$... tels que $\overline{a+b+c...}$ ait une même valeur dans chaque terme : or $d m x^a y^b z^c = m a x^{a-1} y^b z^c dx + m b x^a y^{b-1} z^c dy + m c x^a y^b z^{c-1} dz$: donc, en y mettant x pour dx, y pour dy, z pour dz, cette différence devient $m a x^a y^b z^c + m b x^a y^b z^c + m c x^a y^b z^c = a + b + c \cdot m x \frac{abc}{yz}$, or $a + b + c$ eſt le même dans tous les termes, & égal à n : donc, *&c.*

Soit enſuite l'intégrale algébrique & rationnelle, mais fractionnaire, appellant le numérateur P, & le dénominateur Q, on a $d \frac{P}{Q} = \frac{QdP - PdQ}{Q^2}$, ſoit m' le degré de P, & n' celui de Q, on trouvera que, par la démonſtration précédente, dP devient, après la ſubſtitution, égal à $m'P$, & dQ égal $n'Q$; donc $d \frac{P}{Q}$ devient, après la ſubſtitution, $\frac{m'QP - n'PQ}{Q^2} = (m' - n') \frac{P}{Q} = n \frac{P}{Q}$; donc, *&c.* Soit enfin l'intégrale algébrique, mais contenant des radicaux quelconques, n étant le degré de l'intégrale, je fais u^n égal à cette intégrale, je forme une équation *homogène* rationnelle en x, y, z, u, je la différencie, & j'ai $A\,dx + B\,dy + C\,dz + D\,du = o$; & par la démonſtration ci-deſſus, $Ax + By + Cz + Du = o$, & par conſéquent l'intégrale cherchée, ou $u^n = - \frac{Ax + By + Cz \cdot u^{n-1}}{D}$, de même $d.\, u^n$, ou la différence propoſée à cauſe de l'équation $A\,dx + B\,dy + C\,dz + D\,du = o$ eſt égale à $- \frac{A\,dx + B\,dy + C\,dz}{D} \times n u^{n-1}$: donc, ſi on fait

la substitution, elle devient $-\frac{Ax+By+Cz}{D}$ $nu^{n-1}=nu^n$; donc, &c.

Si $n=o$, cette méthode ne donne aucun résultat; si l'intégrale contenoit des fonctions logarithmiques, après la substitution, la portion algébrique deviendroit nulle, parce que $n=o$, & la portion logarithmique deviendroit m; m étant la somme des degrés des fonctions qui sont tous le signe.

Si on a $e^V\, A dx + B dy + C dz$, différentielle exacte, & qui soit susceptible de la forme, $e^V d + e^V \varphi dV$, V & φ étant *homogènes*, on aura $e^V\, Ax + By + Cz = e^V\, n\varphi + m\varphi\, V$, m étant le degré de V; donc $\varphi = \frac{Ax+By+Cz}{n+mV}$.

Si, dans une équation du premier ordre, la seule variable x & sa différence sont *homogènes*, on réduira la proposée aux quadratures, en faisant $x=c^{x'}$. *Euler.*

Si, dans une équation d'un ordre quelconque, leurs variables & leurs différences sont *homogènes*, ou une partie des variables & leurs différences, on parviendra, par les mêmes substitutions, à avoir une équation où une des variables manque, & où il ne se trouve que ses différences; ce qui, lorsqu'il n'y a que deux variables, réduit l'intégration à celle d'une équation d'un ordre moindre d'une unité, & à une quadrature. *Euler.* (*M. D. C.*)

HOMOLOGUE, adj. *terme de Géométrie*, qui se dit des côtés des figures semblables qui sont opposés à des angles égaux. *Voyez* SEMBLABLE.

Ce mot est grec, composé d'ὅμος, *semblable*, & λόγος, *ratio*, raison; c'est-à-dire, *quantité semblable*.

Les triangles équiangles ou semblables, ont leurs côtés *homologues* proportionnés. Tous les rectangles semblables sont entr'eux, comme les quarrés de leurs côtés *homologues*. *Voyez* RECTANGLES. (*E*)

HORAIRE, adj. (*Astron.*) se dit de plusieurs choses qui ont rapport aux heures.

Les cercles *horaires* ou cercles de déclinaisons sont des cercles qui passent par les pôles du monde, & qui, par leurs distances au méridien, marquent les heures; ainsi, quand le soleil est dans un cercle *horaire*, éloigné du méridien de 15°, on dit qu'il est une heure de tems vrai.

L'angle *horaire* est l'angle au pôle formé par le cercle *horaire* & par le méridien du lieu; cet angle est de 15 degrés à une heure, de 30 degrés à deux heures.

Le mouvement *horaire* est la quantité dont un astre varie en une heure, soit en longitude, soit en latitude, les astronomes ont fait des tables du mouvement *horaire* de la lune où sont renfermées toutes les inégalités dont ce mouvement est susceptible, soit à raison de l'excentricité de l'orbite lunaire, soit à cause de l'attraction du soleil.

La parallaxe *horaire* ou parallaxe d'ascension droite, est celle que l'on observe au moyen du changement qu'elle cause dans l'ascension droite d'une planète telle que mars ou la lune.

Les *lignes horaires* sont les lignes qui marquent les heures sur un cadran solaire. Ces lignes sont les communes sections des *cercles horaires* & du plan du cadran. La principale est la ligne méridienne, ou la commune section du plan du cadran & du méridien.

Pour les heures babyloniques & italiques que l'on commence à compter de l'horizon, les premières au lever du soleil, & les autres à son coucher, il y a d'autres *cercles horaires* qui déterminent ces heures; on les nomme *cercles horaires babyloniques* ou *italiques*, afin de les distinguer des premiers, appellés *cercles horaires astronomiques*. *Voyez* CADRAN. (*D. L.*)

HORIZON, s. m. (*Astron. & Géogr.*) grand cercle de la sphère qui la divise en deux parties ou hémisphères, dont l'un est supérieur & visible, & l'autre inférieur & invisible.

Ce mot est purement grec, & signifie à la lettre ce qui *termine* ou *borne* la vue; ὁρίζω, *termino, definio*, je limite, je borne; aussi l'appelle-t-on en latin *finitor*.

L'*horizon* vrai ou astronomique, que l'on nomme aussi *horizon* rationel ou simplement *horizon*, est un grand cercle dont le plan passe par le centre de la terre, & qui a pour poles le zénit & le nadir; il est marqué dans la sphère *figure prem. des planches d'Astronomie*. Tel est aussi le cercle représenté par *GHFO* (*fig.* 26.) dont les poles sont le zénit *Z*, & le nadir qui lui est opposé; d'où il suit que les divers points de l'*horizon* sont éloignés de 90 degrés du zénit & du nadir.

Le méridien & les cercles verticaux coupent l'*horizon* rationel à angles droits & en deux parties égales.

L'*horizon* oriental est cette partie de l'*horizon*, où les corps célestes paroissent se lever.

L'*horizon* occidental est la partie de l'*horizon*, où les astres paroissent se coucher.

L'*horizon sensible* ou *l'horizon visuel*, en *terme de Géographie*, est un cercle qui rase la surface de la terre, & qui sépare la partie visible de la terre & des cieux, de celle qui est invisible. *Voyez* TERRE.

On l'appelle *horizon sensible*, pour le distinguer de l'*horizon* rationel, qui passe par le centre de la terre, comme nous l'avons déjà observé; car nous devons rapporter tous les phénomènes célestes à une surface sphérique qui ait pour centre celui de la terre, & non le lieu qu'occuppe l'œil. Il est vrai que ces deux *horizons* étant continués jusqu'aux étoiles fixes se confondent ensemble, la terre comparée à la sphère des étoiles fixes n'étant qu'un point; des cercles qui ne sont distans, relativement aux étoiles que d'un intervalle imperceptible, doivent être regardés comme ne faisant qu'un

ſeul & même cercle ; mais il n'en eſt pas de même par rapport à la lune & aux planètes les plus proches de la terre : c'eſt pourquoi la diſtinction des deux *horizons* eſt néceſſaire à cet égard.

On entend quelquefois par *horizon ſenſible* un cercle qui détermine la portion de la ſurface de la terre, que nous pouvons découvrir de nos yeux ; on l'appelle auſſi *horizon phyſique*.

On dit, dans ce ſens, un *horizon* borné, un *horizon* étendu. En pleine mer, l'*horizon* ſenſible eſt plus bas que l'*horizon* rationel & aſtronomique. Pour trouver l'étendue de l'*horizon* en mer, ou juſqu'à quel point la vue d'un homme peut s'étendre, en ſuppoſant la terre un globe ſans inégalités & tel que la vue ne puiſſe être arrêtée par aucune éminence étrangère, il ne faut que tirer une tangente & réſoudre un triangle rectangle. Suppoſons, par exemple, que *B S C* (*fig.* 27) ſoit un grand cercle du globe terreſtre, *T* ſon centre, *TC* ſon rayon, & *O* la hauteur de l'œil ; il eſt évident que la partie viſible de la ſurface de la terre eſt terminée du côté de *B* par la ligne *OB*, qui touche la terre en *B*. Ainſi, puiſque *O B* eſt une tangente, il s'enſuit que l'angle *B* ſera droit : on connoît donc *TB* qui eſt le rayon de la terre, & dont on a la valeur en toiſes ou en piés, *TD* eſt la même longueur que *TS*, à laquelle on ajoute la hauteur de l'œil, *SO* ; ainſi, il eſt aiſé de trouver toutes les autres parties du triangle *OTB*. Voici d'abord la proportion qu'il faut faire pour trouver l'angle *O*, & enſuite le côté *HE* : le côté *TO* eſt au ſinus de l'angle droit *B*, comme le côté *TB* eſt au ſinus de l'angle *O*, dont la valeur étant retranchée de 90 degrés, donnera celle de l'angle *T*. On dira enſuite : comme le ſinus de l'angle *O* eſt à ſon côté oppoſé *B T*, de même le ſinus de l'angle *T* eſt à la ligne *OB* qui détermine la poſition & l'étendue de *l'horizon* viſible. Cette ligne fait un angle *H O B* avec l'*horizon* rationel *O H*, & cet angle eſt le même que l'angle au centre ou l'angle *B T O* ; l'on en fait uſage, ſur-tout en mer, où l'on obſerve les hauteurs des aſtres par rapport à l'*horizon* ſenſible ou à la tangente *O B*, ces hauteurs ſont toujours trop grandes & cela de la quantité *O T B*.

La table de cet abaiſſement du niveau eſt dans tous les livres de Navigation ; on la trouve même dans la *Connoiſſance des temps*, 1783. En voici un abrégé, où l'on voit ce qu'il faut ôter de la hauteur obſervée, ſuivant le nombre de pieds dont l'œil eſt élevé au-deſſus du niveau de la mer.

Piés.	M.	S.	Piés.	M.	S.	Piés.	M.	S.	Piés.	M.	S.	Piés.	M.	S.
1	1	1	6	2	31	12	3	33	25	5	8	60	7	57
2	1	27	7	2	43	14	3	50	30	5	37	70	8	35
3	1	47	8	2	54	16	4	6	36	6	9	82	9	17
4	2	3	9	3	4	18	4	21	40	6	29	102	10	22
5	2	18	10	3	14	20	4	28	48	7	6	220	15	14

HORIZONTAL, adj. (*Aſtron.*) qui eſt de niveau ou parallèle à l'horizon ; qui n'eſt point incliné ſur l'horizon ou qui ſe rapporte à l'horizon.

Cadran horizontal eſt celui qui eſt décrit ſur un plan parallèle à l'horizon, & dont le ſtyle eſt élevé ſuivant l'élévation du pole du lieu où il eſt conſtruit. *Voyez* CADRAN.

Diamètre horizontal eſt le plus grand diamètre apparent.

Ligne horizontale en perſpective, eſt une ligne droite tirée du point de vue parallèlement à l'horizon, ou l'interſection du plan du tableau & du plan *horizontal*.

Parallaxe horizontale, eſt la plus grande de toutes les parallaxes.

Plan horizontal, eſt celui qui eſt parallèle à l'horizon du lieu : l'objet du nivellement eſt de voir ſi deux points ſont dans un plan *horizontal*.

Plan horizontal en perſpective, eſt un plan qui eſt parallèle à l'horizon, paſſant par l'œil, & coupant le plan du tableau à angles droits.

Réfraction horizontale, eſt d'environ 32 minutes.

HORLOGES aſtronomiques, ou *pendules* aſtronomiques, ſont celles qui marquent les heures minutes & ſecondes, & qui battent les ſecondes par le moyen d'un pendule. *Voyez* les Traités d'horlogerie de MM. Thiout, le Paute, & Berthoud. On y emploie ordinairement une verge de compenſation pour remédier à la dilatation des métaux.

Pour connoître le tems vrai d'une obſervation, l'on n'avoit autrefois d'autre moyen que d'obſerver la hauteur du ſoleil ou d'une étoile, comme nous l'avons expliqué au *mot* HAUTEUR. Ce fut vers l'an 1300 que commença l'uſage des horloges à roues dentées (*Voyez* le Traité d'horlogerie de M. le Paute, 1755, *in*-4°, chez Samſon) ; mais ce ne fut que deux ſiècles après qu'elles furent aſſez communes pour être employées par des aſtronomes.

Dans les obſervations de Waltherus, faites vers l'an 1500, & publiées par Schoner en 1544, on

lit que l'*horloge* dont il se servoit étoit très-bien réglée, que, d'un midi à l'autre, elle se trouvoit parfaitement d'accord avec le soleil & que les tems marqués sur l'*horloge* étoient presque les mêmes que ceux qu'on tiroit du calcul. Je crois qu'il ne faut entendre ceci que de la précision d'environ une minute.

Tycho-Brahé avoit quatre *horloges* qui marquoient les minutes & les secondes de tems; la plus grosse n'avoit que trois roues, dont la première & la plus grande avoit trois pieds de diamètre & 1200 dents; on se servoit toujours de deux *horloges* à-la-fois. Hévélius employa aussi les meilleures *horloges* de son tems; mais ces machines étoient bien imparfaites, par le défaut d'un régulateur constant. Galilée apperçut qu'un pendule ou un poids suspendu à un fil faisoit toujours des oscillations égales, & il reconnut que la durée des oscillations dépendoit de la longueur du pendule; Edouard Bernard dit même que les arabes le savoient, mais ce fut Huygens qui imagina, en 1656, d'y appliquer le seul régulateur fixe qu'il y avoit dans la nature, je veux dire les oscillations du pendule. (Voyez *Horologium oscillatorium* 1673, & le Traité d'horlogerie de M. le Paute). Il y en a qui prétendent que Vincent, fils de Galilée, avoit appliqué le pendule aux *horloges*, quelques années auparavant, en 1649, à Venise.

Horloges marines *ou* Montres marines, garde-temps (*Astron.*) sont une nouvelle espèce de montres faites avec une extrême précision pour l'usage des longitudes en mer; *voyez* Longitude. Harrison, Arnold & Kendal, en Angleterre; M. Berthoud & M. le Roy, en France, en ont fait, depuis quelques années; elles ont été éprouvées avec succès à la mer, dans des voyages de long cours, & elles donnent la longitude sans qu'il y ait un demi-degré d'erreur dans six semaines ou deux mois de navigation: les procès-verbaux d'expériences, & les descriptions de ces différentes montres, sont imprimés; on peut voir sur-tout le résultat du voyage fait sur l'Isis en 1769, & du voyage fait sur la Flore en 1772, par M. de Verdun, M. Pingré & M. de Borda, aux îles de l'Amérique & en Islande, où les montres de M. Berthoud & de M. le Roy, furent d'un secours infini, & d'une exactitude surprenante. Sur le vaisseau le Roland & la frégate l'Oiseau, qui partirent de Brest au mois d'Avril 1773, sous les ordres de M. Kerguelen & de M. de Rosnevet, pour les terres australes, il y avoit aussi deux montres marines de M. Berthoud, qui furent éprouvées avec succès. M. le Marquis de Chabert en a fait usage dans plusieurs campagnes en Amérique, de même que le fameux Capitaine Cook dans son dernier voyage autour du monde.

Quant à la construction de ces *horloges* on pourra consulter l'ouvrage, intitulé: *Principes de la montre de M. Harrison*, avec les planches relatives à la même montre, imprimés à Londres en 1767, par ordre des commissaires des longitudes, traduits par le P. Pezenas, à Avignon, & à Paris, chez Jombert.

M. le Roy a donné, en 1768, un exposé succinct des travaux de M. Harrison & des siens sur cette matière.

Le voyage de M. Cassini, fils, en Amérique, fait pour éprouver les montres marines de M. le Roy, en 1768, avec le Mémoire de M. le Roy, qui remporta le prix de l'Académie sur ce sujet, a été imprimé en 1770, à Paris, chez Jombert. M. le Roy a aussi donné en 1773 & 1774, un précis des recherches faites en France, depuis 1730, pour la détermination des longitudes par la mesure artificielle du tems.

M. Berthoud a donné un grand Traité des *horloges* marines en 1773, avec des éclaircissemens sur l'invention, la théorie & la construction de ces montres marines pour justifier ses droits dans cette partie.

M. le Président de Saron a une montre de poche, faite en Angleterre sur les mêmes principes des montres marines, elle varie à peine de quelques secondes, par jour, soit qu'on la porte ou qu'on la laisse suspendue; ainsi l'horlogerie peut fournir, de même que la lune, un moyen de trouver les longitudes. *Voyez* Longitudes. (*D. L.*)

Horloge, constellation méridionale de l'Abbé de la Caille, située au-dessous de l'éridan. La principale étoile n'est que de cinquième grandeur. Ascension droite en 1750, 61° 26′ 5″ déclinaison 42° 55′ 10″ australe. (*D. L.*)

HORODICTIQUE (*Astron.*) instrument qui sert à trouver l'heure. *Voyez* Cadran.

HOROGRAPHIE, s. f. (*Astron.*) c'est l'art de faire des cadrans; on l'appelle encore *Horologiographie*, *Sciatérique*, *Photosciatérique*, & plus communément *Gnomonique*. *Voyez aussi* Cadran.

Ce mot vient du grec ὥρα *heure*, & γράφω, *scribo*, j'écris. *Chambers.* (*O*)

HOROLOGIOGRAPHIE, s. f. l'art de faire des cadrans. Le P. de la Magdelène, feuillant, a donné un traité sur la construction des cadrans, qui a pour titre: *traité d'Horologiographie*. Cet ouvrage est assez complet pour ce qui regarde la pratique & la description de toutes sortes de cadrans; mais les méthodes que donne l'auteur ne sont point accompagnées de démonstrations. *Voyez* Cadran.

On a aussi donné quelquefois le nom d'*Horologiographie* à l'art de faire des horloges, plus communément appellé *Horlogerie*.

HOROMETRIE, s. f. l'art de mesurer ou de diviser les heures, & de tenir compte du tems. Ce mot vient des mots grecs ὥρα, *heure*, & μέτρον, *mesure*.

HOROPTERE, s. m. *terme d'Optique*; c'est la ligne droite qui est tirée par le point où les deux axes optiques concourent ensemble, & qui est parallèle

rallèle à celle qui joint les centres des deux yeux, ou des deux prunelles. *Voyez* AXE, OPTIQUE.

Telle est la ligne *AB* (*Pl. d'Optique*, *fig. 67*), tirée par le point de concours *C* des axes optiques des yeux *D* & *E*, parallèlement à *HI*, qui joint les centres des yeux *H* & *I*.

On appelle cette ligne *horoptere*, parce qu'on a cru, d'après quelques expériences, qu'elle étoit la limite de la vision distincte. *Voyez* VISION.

Le *plan de l'horoptere* est un plan qui passe par l'*horoptere*, & qui est perpendiculaire à celui des deux axes optiques. *Chambers*.

Les auteurs d'Optique se sont servis principalement de l'*horoptere*, pour expliquer la cause qui fait quelquefois paroître les objets doubles. Ils prétendent que toutes les fois qu'un objet est hors du plan de l'*horoptere*, il doit paroître double; parce que, selon ces auteurs, c'est à l'*horoptere* qu'on rapporte toujours tous les objets qu'on voit; de sorte que les objets paroissent simples lorsqu'ils sont placés dans l'*horoptere*, & doubles lorsqu'ils n'y sont pas. Nous ne prétendons point décider de la justesse de cette explication; il nous paroît seulement qu'elle se réduit à ceci, qu'un objet est vu simple, quand il est dans le concours des axes optiques, ou plutôt des deux axes des yeux; & que cet objet paroît double, quand il ne se trouve point dans le concours de ces axes.

Un des auteurs qui ont fait le plus d'usage de l'*horoptère*, est le P. Aquilon, *Franciscus Aquilonius*, Jésuite, dans un gros traité d'Optique, *in-folio*, imprimé à Anvers en 1613. (*O*)

HOROSCOPE, *terme d'Astrologie*, point de l'écliptique situé dans l'horizon au moment d'une nativité. Ce nom vient de *ωρα hora*, *σκόπος scopus*, parce que ce point est le but principal des astrologues. Le point de l'*horoscope* est le point *ascendant* éloigné de 90° de celui que les astronomes appellent *nonagésime*, & dont on se sert pour calculer les parallaxes & les éclipses. Le point de l'*horoscope* étoit regardé, parmi les astrologues, comme le point le plus important du *thême* céleste; voilà pourquoi l'on disoit, tirer l'*horoscope*, pour dire dresser le thême de la nativité d'une personne, ou l'état du ciel, pour le moment de sa naissance. Le ciel étoit divisé en douze *maisons*, par le moyen de six cercles, l'horizon, le méridien & les quatre cercles de *position*, menés par les deux sections nord & sud de l'horizon & du méridien, & par les points de l'équateur, qui sont à 30° & à 60° du méridien; l'*horoscope* est le point où commence la premiere maison; le point culminant de l'écliptique commence la dixième maison; l'on en trouve des tables dans Montroyal, Henrion, Magini & autres anciens astrologues.

On appelloit aussi *horoscope* la première des douze maisons. *Horoscope* est encore le nom d'un instrument de mathématique, fait en forme de planisphère, inventé par Jean *Paduanus*, qui en a fait un traité particulier. (*D. L.*)

HORUS & HARPOCRATE, divinités égyptiennes que l'on célébroit toujours ensemble, & qui paroissent avoir été, parmi les Grecs, le type de Castor & de Pollux, & l'origine de la constellation des gémeaux. Jablonski, *Pantheon Ægyptiorum*. M. Schmidt, *Journal de Berne*, juin, 1760, *pag.* 60. (*D. L.*)

HUIT, s. m. (*Arithm.*) est le huitième terme de la suite des nombres naturels, le quatrième de celle des pairs, & le second de celle des cubes: on n'en fait un article que pour faire connoître une propriété qui lui est particulière, & qui semble avoir jusqu'ici échappé aux observateurs: la voici avec sa démonstration.

8 étant multiplié successivement par chacun des nombres triangulaires, le produit augmenté de l'unité donne par ordre tous les quarrés impairs, à commencer à celui dont 3 est la racine.

$$\overline{8.1}+1=9.$$
$$\overline{8.3}+1=25$$
$$\overline{8.6}+1=49.$$
$$\overline{8.10}+1=81, \&c.$$

Il suit que tout quarré impair (le premier excepté) étant diminué de l'unité, le reste se divise exactement par 8.

Soit un quarré impair quelconque représenté par $aa+2a+1$ (a étant un nombre pair), il faut prouver, 1.° que 8 est diviseur exact ou facteur de $aa+2a$; 2.° que son co-facteur est un nombre triangulaire.

Les valeurs de a sont tous les termes de la suite des pairs 2, 4, 6, 8, &c. laquelle n'est elle-même que 2 multiplié successivement par chacun des nombres naturels 1, 2, 3, &c. La *première partie de la propriété* étant démontrée pour le premier terme 2, le sera donc par le même moyen pour tous les autres qui n'en sont que des multiples. Or

le quarré de 2 est $4=\frac{8}{2}$
D'ailleurs 2 pris *deux* fois ne diffère point de son quarré, & est aussi $\frac{8}{2}$ } on a donc $\overline{aa+2a}=\overline{2.\frac{8}{2}}=8.1.$

Quant à la *seconde partie de la propriété*, la suite des aa relative aux différentes valeurs de a, est le premier aa ou $\frac{8}{2}$ multiplié successivement par les quarrés des nombres naturels, . 1. 4. 9. &c. celles des $2a$ n'est pareillement que le premier $2a$ (aussi $\frac{8}{2}$) multiplié par les racines de ces mêmes quarrés, . 1. 2. 3. &c. En ajoutant ensemble terme à terme ces deux suites correspondantes, il résulte que le co-facteur de 8 est toujours la somme d'un quarré & de sa racine, *divisée* par le dénominateur 2 (qu'on peut transporter du premier facteur au second). Mais la moitié de la somme d'un quarré & de sa racine, ou, si l'on veut $\left(\frac{nn+n}{2}\right)$, est l'expression carac-

tériſtique d'un nombre triangulaire. Donc, *&c.* Il ſuit que, ſi *n* repréſente le quantième d'un terme dans la ſuite des impairs, le quarré du terme même eſt $8\left(\frac{n^2-n}{2}\right)+1$. On emploie ici $\frac{nn-n}{2}$, au lieu de $\frac{nn+n}{2}$; parce qu'à cauſe de l'excluſion du premier quarré impair (1), au quantième *n* du terme dans la ſuite des impairs, répond dans celle des nombres triangulaires le quantième, non *n*, mais $\overline{n-1}$: ce qui n'empêche pas que la formule ne donne l'expreſſion juſte du quarré, lors même que la racine eſt 1. Car alors le quantième ſe confondant avec le terme même, $nn-n$ eſt $1-1=0$; ce qui rend nul le premier terme de la formule, en ſorte qu'il ne reſte que le ſecond (+ 1).

On pourroit au reſte faire entrer 8 dans l'expreſſion de tout quarré pair, comme on vient de le faire dans celle de tout quarré impair. Si *n* déſigne le quantième de la racine dans la ſuite des pairs, le quarré pair ſera généralement $\frac{\overline{8.nn}}{2}$. La démonſtration en eſt ſi aiſée à déduire de celle qu'on vient de voir pour les quarrés impairs, qu'il paroît inutile de s'y arrêter.

Comme *nn* eſt alternativement un nombre impair & un nombre pair, $\frac{nn}{2}$ eſt, dans le même ordre alternatif, tantôt une fraction, tantôt un entier. Il ſuit que les quarrés pairs ne ſont diviſibles par 8 que *de deux en deux*, mais c'eſt *ſans ſubir aucun changement* : au lieu que les impairs le ſont *tous*, mais ſous la condition de *perdre une unité*; compenſation qui partage aſſez également, entre les deux eſpèces, la propriété. (*M. Rallier des Ourmes.*)

H Y A

HYADES, ſ. f. pl. (*Aſtron.*) étoiles en forme d'Y, qui ſont dans la conſtellation du taureau. Elles paroiſſoient dans la ſaiſon des pluies, & les poëtes ſuppoſoient qu'elles en étoient la cauſe, & qu'elles amenoient toujours la pluie; Virgile dit *Arcturum pluviaſque Hyadas*; c'eſt pour cette raiſon qu'on les a appellées *hyades*, du mot grec ὕειν, *pluere*, pleuvoir. *Ora micant tauri ſeptem radiantia flammis, Navita quas Hyades Graius ab imbre vocat*; on les appelle auſſi en latin *ſuccula*. La principale eſt l'œil du taureau, appellé communément *aldebaran, fulgens ſuccularum.* Il y a une carte des *hyades* dans le Zodiaque de M. le Monnier, & dans le ſecond volume des *Mémoires préſentés par les ſavans étrangers.*

Les poëtes ont feint que les *hyades* ſont filles d'Atlas & de Pleione, & que leur frère Hyas ayant été déchiré par une lionne, elles pleurèrent ſa mort avec tant de douleur, que les dieux, touchés de compaſſion, les tranſportèrent au ciel, & les placèrent ſur le front du taureau, où elles pleurent encore. Cette fable vient de ce que ces étoiles ſe lèvent au coucher d'atlas, qui eſt la conſtellation du bouvier.

D'autres repréſentent les *hyades* comme les nourrices de Bacchus, que Jupiter tranſporta au ciel pour les mettre à couvert de la colère de Junon. *V.* Taureau.

HYDRAULICO - PNEUMATIQUE, adj. (*Méchan.*) eſt un terme compoſé, dont quelques auteurs ſe ſervent pour déſigner certaines machines qui élèvent l'eau, par le moyen du reſſort de l'air. On peut voir, au *mot* Fontaine, la deſcription de différentes machines de cette eſpèce.

Les machines qui ſervent à élever l'eau, par le moyen du feu, peuvent être regardées, en quelque manière, comme des machines *hydraulico-pneumatiques*; car ces machines agiſſent par le moyen du reſſort de l'air, qui eſt augmenté par la chaleur; telle eſt la machine hydraulique de Londres, qui eſt conduite ſur ce principe. On a fait connoître ces ſortes de machines à l'*article* Feu. (*O*)

HYDRAULIQUE, ſ. f. partie de la méchanique qui conſidère le mouvement des fluides, & qui enſeigne la conduite des eaux, & le moyen de les élever, tant pour les rendre jailliſſantes, que pour d'autres uſages.

Ce mot eſt dérivé du grec ὕδραυλος, *eau ſonnante*, formé d'ὕδωρ, *aqua*, eau, & αὐλος, *tibia*, flûte; la raiſon de cette étymologie eſt que l'*hydraulique*, chez les anciens, n'étoit autre choſe que la ſcience qui enſeignoit à conſtruire des jeux d'orgue, & que, dans la première origine des orgues, où l'on n'avoit pas encore l'invention d'appliquer des ſoufflets, on ſe ſervoit d'une chûte d'eau, pour y faire entrer le vent, & les faire ſonner.

L'*hydraulique* traite non-ſeulement de la conduite & de l'élévation des eaux & des machines propres pour cet effet, mais encore des loix générales du mouvement des corps fluides. Cependant, depuis quelques années, les mathématiciens ont donné le nom d'*hydrodynamique* à la ſcience générale des mouvemens des fluides, & ont réſervé le nom d'*hydraulyque* pour celles qui regardent, en particulier, le mouvement des eaux, c'eſt-à-dire, l'art de les conduire, de les élever, & de les ménager pour les différens beſoins de la vie. *Voyez les mots* Fluide & Hydrodinamique.

L'hydroſtatique conſidère l'équilibre des fluides qui ſont en repos : en détruiſant l'équilibre, il en réſulte un mouvement, & c'eſt-là que commence l'*hydraulique*.

L'*hydraulique* ſuppoſe donc la connoiſſance de l'hydroſtatique, ce qui fait que pluſieurs auteurs

ne les séparent point, & donnent indifféremment à ces deux sciences le nom d'*hydraulique* ou d'*hydrostatique*. Voyez HYDROSTATIQUE. Mais il est beaucoup mieux de distinguer ces deux sciences par les noms différens d'*hydrostatique & d'hydraulique*.

L'art d'élever les eaux & les différentes machines qui servent à cet usage, comme les siphons, les pompes, les seringues, les fontaines, les jets-d'eau, &c. sont décrits chacun en leur place. *Voy.* SIPHON, POMPE, SERINGUE, FONTAINE, JET-D'EAU, &c. *Voyez* aussi la suite de cet article, où l'on traite des machines *hydrauliques*.

Les principaux auteurs qui ont cultivé & perfectionné l'*hydraulique*, sont, Mariote, dans son *Traité du mouvement des eaux, & autres corps fluides*; Guglielmini, dans sa *Mensura aquarum fluentium*, où il réduit les principes les plus compliqués de l'*hydraulique* en pratique, *voy.* FLUIDE; M. Neuton, dans ses *Phil. Nat. Prin. Mathémat.* M. Varignon, dans les *Mémoires de l'Académie des Sciences*; M. Daniel Bernoulli, dans son Traité, intitulé: *Hydrodynamica*, imprimé à Strasbourg en 1738; M. Jean Bernoulli, dans son *Hydraulique*, imprimée à la fin du recueil de ses Œuvres, en 4 *vol. in-4°* à *Lausanne*, 1743. J'ai aussi donné un ouvrage sur ce sujet, qui a pour titre: *Traité de l'équilibre & du mouvement des fluides*.

Depuis M. l'abbé Bossut a publié un *Traité d'hydrodynamique*, où la théorie & l'expérience sont réunies & se prêtent un secours mutuel.

Heron d'Alexandrie est le premier qui ait traité des machines *hydrauliques*: ceux qui en ont écrit parmi les modernes, sont entr'autres Salomon de Caux, dans un Traité françois des machines, surtout des *hydrauliques*: Gasp. Schottus, dans sa *Mechanica hydraulico-pneumatica*; de Chales, dans son *Mundus mathematicus*; M. Belidor, dans son *Architecture hydraulique*. On peut voir l'extrait des différentes parties de ce dernier ouvrage, dans *l'Hist. de l'Acad des Sciences, pour les ann.* 1737, 1750, 1753. (*O*)

Machines hydrauliques. Les machines, en général, servent à augmenter les forces mouvantes, & les *hydrauliques* à élever les eaux par différens moyens. Elles sont également l'objet de la méchanique comme de l'*hydraulique*.

On y emploie pour moteur la force des hommes & des animaux; mais, lorsqu'on se sert des trois élémens, de l'air, de l'eau & du feu, on peut s'assurer d'une plus grande quantité d'eau; leur produit, qui est presque continuel, les fait préférer aux eaux naturelles, qui tarissent la plupart plupart en été & en automne: on les appelle alors des *machines élémentaires*.

Voici un choix des plus belles machines qui aient été construites jusqu'à présent, elles pourront servir de modèles dans l'exécution qu'on en voudra faire; on est sûr de la réussite des machines exécutées, qu'on peut consulter sur le lieu; au lieu que le succès des autres est souvent très-incertain.

Ces machines sont, celles de Marly, la pompe Notre-Dame, la machine de Nymphinbourg en Bavière, les moulins à vent de Meudon, la pompe du réservoir de l'égoût, la machine à feu de Londres, la pompe de M. Dupuis, une pompe à bras, & une pour les incendies. *Voyez*, sur les machines suivantes, l'*Architecture hydraulique, tome II, page* 196; & pour la pompe à feu, à l'*article* FEU *de ce Dictionnaire.*

Nous allons rapporter la description de ces machines, & nous emploierons le plus souvent les propres termes des auteurs qui en ont parlé.

Machine de Marly, (*Arch. Hydr. de Belidor*, tom. 2, p. 196.) La machine de Marly est ici représentée dans son plan, & dans le profil d'une de ses roues, qui sont au nombre de 14. « Cette roue, qui sert à porter l'eau depuis la rivière de Seine jusqu'à l'aqueduc, a un coursier formé par une vanne comme à l'ordinaire: son mouvement produit deux effets; le premier est de faire agir plusieurs pompes aspirantes & refoulantes, qui font monter l'eau, par 5 tuyaux, à 150 piés de hauteur, dans le premier puisard, éloigné de la rivière de 100 toises; le second est de mettre en mouvement les balanciers, qui font agir des pompes refoulantes placées dans les deux puisards; celles qui répondent au premier puisard, reprennent l'eau qui a été élevée à mi-côte, & la font monter par 7 tuyaux dans le second puisard, élevé au-dessus du premier de 175 piés, éloigné de 324 toises de la rivière: de-là, elle est reprise de nouveau par les pompes qui sont dans le second puisard, qui la refoulent, par 6 tuyaux de 8 pouces de diamètre, sur la plate-forme de la tour, élevée au-dessus du puisard supérieur de 177 piés, & de 502 piés au-dessus de la rivière, dont elle est éloignée de 614 toises; de-là l'eau coule naturellement sur un acqueduc, de 330 toises de long, percé de 36 arcades, en suivant la pente qu'on lui a donnée jusqu'auprès de la grille du château de Marly, d'où elle descend dans les grands réservoirs, qui la distribuent aux jardins & bosquets. »

Planche I des machines hydrauliques, figure 1. On a formé sur le lit de la rivière un radier *A*, qu'on a rendu le plus solide qu'il a été possible, par des pilots & palplanches, garnis de maçonnerie, ainsi qu'on le pratique en pareil cas, & c'est ce qu'on remarque dans les 1ere, 6e & 7e *figures*; à 14 piés au-dessus de ce radier, on a établi un plancher ou pont qui sert à soutenir les pompes, & tout ce qui leur appartient, comme on en peut juger par la première *figure*, qui fait voir que l'arbre de la roue est accompagné de deux manivelles *C* & *D*; à cette dernière répond une bielle *E*; à chaque tour de manivelle, cette bielle fait faire un mouvement de vibration au

varlet *F* (*pl. II*, *fig.* 6) sur son essieu. A ce varlet est une autre bielle pendante *G*, qui est accrochée au balancier *H*, aux extrémités duquel sont deux poteaux *I I*, portant chacun 4 pistons, qui jouent dans autant de corps de pompes marqués au plan par le nombre *K K*, *figure* 1, *pl. I*.

Figure 6, *pl. II*. Quand la manivelle *C* & le varlet font monter la bielle *G*, les pistons, qui répondent à la gauche du balancier, aspirent l'eau par les tuyaux *LL* qui trempent dans la rivière, tandis que ceux de la gauche la refoulent pour la faire monter dans le tuyau *MM*, d'où elle passe dans le premier puisard, & lorsque la manivelle tire à soi le varlet *F*, le balancier *H* s'inclinant d'un sens opposé au précédent, les pistons de la gauche refoulent, & ceux de la droite aspirent, & continuent toujours de faire la même chose alternativement.

Pour empêcher que l'air n'ait communication avec la capacité des corps de pompes, & que les cuirs qui sont aux pistons ne laissent point de vuide, on a ajouté à chaque équipage, indépendamment des huit pompes refoulantes, une pompe aspirante, appellée *mère nourrice*, afin d'entretenir toujours de l'eau dans un bassin *N*, élevé à-peu-près à la hauteur du bord des corps de pompes; ainsi, il y a un des poteaux pendans *I*, qui porte un cinquième piston.

La manivelle *D* (*pl. II*, *fig.* 7) donne le mouvement aux pompes du premier & du second puisard; &, pour juger comme cela se fait, il faut considérer la troisième *figure* relativement à la seconde, du sens qui leur convient; on y verra que cette manivelle fait faire un mouvement de vibration au varlet *O*, par le moyen de la bielle *P* qui tire à soi, & pousse en avant l'extrémité *Q*. Ce varlet en fait agir deux autres, horizontalement placés au-dessous des nombres *R* & *S*, par le mouvement qui leur est communiqué de la part des bielles *T* & *U*, qui poussent ou qui tirent à elles le varlet supérieur ou inférieur, selon la situation de la manivelle.

Pl. I, *fig.* 1. L'on voit sur le plan comme le varlet *X* peut se mouvoir sur son axe *Y*, & qu'à l'extrémité *Z*, il y a une chaîne *I*, qu'on doit regarder comme faisant partie de la chaîne 2 & 3 exprimée dans la 2^e^ *figure*, *pl. I*, de même le varlet *R* (*fig.* 7, *pl. II*), qu'on ne peut voir sur le plan, mais qui est tout semblable à l'inférieur, répond aussi à une chaîne qui fait partie de l'autre 4 & 5; ainsi, ces deux chaînes sont tirées alternativement par les varlets *R* & *S*, pour faire agir les pompes des puisards, *fig.* 1, *pl. I*; pour les entretenir, on les a soutenus avec les balanciers 6, posés de 18 piés en 18 piés; ces balanciers sont traversés par un boulon, qui appuie sur le cours de lice 7, posé sur les chevalets 8.

La *figure* 2, *pl. I*, est un profil qui peut être commun au premier & au second puisard, mais qui doit plutôt appartenir au second qu'au premier; parce que les chaînes vont aboutir aux varlets 9 & 10, au lieu qu'elles traversent le premier, après y avoir mis en mouvement les pompes qui y sont.

Fig. 2, *pl. I*. Lorsque la chaîne 4 & 5 tire à soi de la droite à la gauche le varlet 9, ce varlet enlève le chassis 11 suspendu à l'extrémité 12, ayant trois cadres 13, portant les pistons qui refoulent l'eau dans les corps de pompes 14 & 15. Quand cette chaîne cesse d'être tendue, & que l'inférieure 2 & 3 est tirée, alors le poids du chassis 11, celui des cadres & des pistons fait baisser l'extrémité 12 du varlet 9, & l'eau monte dans les trois corps de pompes de cet équipage; d'autre part, l'extrémité 16 du varlet 10 enlève le chassis 17, & les pistons que soutiennent les cadres 18, refoulent l'eau dans les trois corps de ce second équipage, qui sont unis, comme les précédens, aux tuyaux 14 & 15.

Tous ces corps de pompes, au nombre de 257, sont soutenus inébranlables, par des barres de fer qui les embrassent, comme on le peut voir au plan du puisard, *fig.* 5, *pl. I*.

Fig. 3, *pl. I*. On voit plus en grand l'intérieur d'une des pompes refoulantes du premier & du second puisard; chaque corps de pompe 19, y est porté par des liens de fer 20; & d'autres 21, empêchent que ce corps de pompe ne soit enlevé par le piston dans le tems qu'il refoule : on voit aussi que la tige 22, qui porte le piston, est attachée à deux entre-toises du chassis 23, que ce cadre & le piston haussent & baissent ensemble; il y a deux clapets aux endroits 24, & des roulettes en 25, qui servent à soulager la manœuvre lorsqu'on veut ôter ou remettre un cadre ou chassis.

Fig. 4, *pl. I*. Cette figure est l'intérieur d'une des pompes de la rivière; c'est un tuyau de communication *H G E F I L* fondu d'une seule pièce, dont l'un des bouts *G H* est uni par une bride avec un tuyau d'aspiration *N O* qui trempe dans l'eau, & où il y a un clapet *P*; l'autre bout *LMK*, qui est fait en retour d'équerre, aboutit au tuyau montant *M K S*, qui porte l'eau sur la montagne, au premier puisard, en ouvrant son clapet *R*. Dans le milieu est une branche *C D E F*, liée par une bride avec le corps de pompe *A B C D*, dans lequel agit le piston *Q*, parfaitement cylindrique & massif, traversé par la tige *T V* suspendue à une bielle pendante qui lui donne le mouvement, & refoule l'eau dans le tuyau *S* en ouvrant le clapet *R*, & successivement se rend dans le lieu destiné.

Les pompes que la manivelle fait agir dans le premier & second puisard, élèvent l'eau dans leurs baches, sans rien avoir de commun avec les équipages des autres roues, c'est-à-dire, qu'au rez-de-chaussée des bâtimens des puisards il y a un bassin qui en occupe presque toute la capacité,

divisée par des cloisons pour former des baches, dans chacune desquelles il y a six corps de pompes renversées, qui ne font monter l'eau que quand on le juge nécessaire; & s'il y a quelques réparations à faire aux équipages dont je viens de parler, on peut mettre leur bache à sec, & y faire descendre des ouvriers, sans interrompre l'action des autres pompes.

Pompe de Nymphinbourg. C'est encore l'*Architecture hydraulique* qui nous fournira les développemens d'une fort belle machine exécutée à Nymphinbourg, par M le comte de Wahl, directeur des bâtimens de l'électeur de Bavière; son objet est d'élever l'eau à 60 piés dans un réservoir, pour la faire jaillir dans le jardin électoral.

« L'eau du canal qui a 2 piés de profondeur, & 2 de vîtesse par seconde, fait tourner une roue de 24 piés de diamètre, dont l'arbre est accompagné de deux manivelles *A* (*Planches d'Hydrauliq. fig.* 1, 2, 4. *Pl. I*, & *fig.* 5, 6, *Pl. II*,) qui aboutissent à des tirans de fer; *B*, répondant à des bras de levier *D*, qui font mouvoir deux treuils *C*, à chacun desquels sont attachés six balanciers *E*; que l'on distingue particulièrement dans la *fig.* 2 & 4. *Pl. I*, portant les tiges *F* des pistons de douze corps de pompes *G*, partagés en quatre équipages.

Fig. 1, 3, 4. *Pl. I*, & *fig.* 5, *Pl. II.* « Chacun de ces équipages est renfermé dans une bache *I K*, au fond de laquelle sont assis les corps de pompes, arrêtés avec des vis sur deux madriers *H* percés de trous, pour que l'eau du canal, qui vient se rendre dans les baches par des tuyaux de conduite *R* (*fig.* 6. *Pl. II*), puisse s'introduire dans les corps de pompes ».

Fig. 3, 4, *Pl. I*, & *fig.* 5 & 6. *Pl. II.* Les trois branches *L* de chaque équipage se réunissent aux fourches *O*, qui aboutissent aux tuyaux montans *P*, qui conduisent l'eau au réservoir; & pour que les pompes, qui répondent à chacun de ces tuyaux, soient solidement établies, on les a liées ensemble par des entre-toises *N*, aux extrémités desquelles il y a des bandes de fer qui embrassent les pompes, comme on peut juger par la *fig.* 3, *Pl. I*, qui représente une de ces pompes avec sa branche, exprimée plus sensiblement que dans les autres.

Cette machine est fort simple, & bien entendue; si les fourches, qui n'ont que trois pouces de diamètre, étoient proportionnées aux corps de pompes qui en ont dix, le produit en seroit beaucoup plus considérable, mais c'est le défaut de presque toutes les pompes.

Machine hydraulique appliquée au pont Notre-Dame à Paris. Cette machine représentée par les *Pl. XXXVI*, *XXXVII*, *XXXVIII*, *XXXIX de la charpente*, est composée de deux parties entièrement semblables, qui sont placées chacune vis-à-vis du côté d'aval de deux arches contiguës de ce point.

La planche XXXVI est le plan général de la machine. La partie à droite est le plan au niveau de la grande roue; & celle à gauche, le plan pris au-dessus du premier plancher.

Les lettres *B B B* indiquent les plans des trois piles qui soutiennent les arches, vis-à-vis desquelles la machine est placée.

L'espace, qui est entre les piles & qui sert de coursier, est retreci par quatre pessières *AAAA*, formées par deux cours de madriers, dont l'intérieur est rempli de pierres. Les madriers sont soutenus par une file de pieux recouverts par les chapeaux *E E*, &c. les chapeaux sont liés les uns aux autres par des moises *FE*, &c.

Explication du plan au-dessous du plancher. La cage de chaque machine est composée de deux palées *G G G G*, formées par un certain nombre de longs pieux qui soutiennent le plancher. Ces pieux sont entrelacés par plusieurs cours de moises *K K*, dont les inférieurs passent sur les tasseaux *M*, qui sont portés dans les chapeaux qui couronnent les deux files de pieux *LL*, *pl. XXXVII*, qui accompagnent les longs pieux *GG*, & les affermissent au fond de la rivière.

Entre les deux palées, que l'on vient de décrire, sont plantés deux files de pieux *Æ æ*, *Æ æ*, recouverts par un chapeau. La distance entre ces deux files est de 19 piés, & c'est où la grande roue est placée. Ces pieux, aussi-bien que les pieux du rang intérieur *L* (dans le profil) supportent des madriers, qui forment un encaissement que l'on a rempli de pierres; c'est entre ces deux massifs qui forment le coursier ou la noue, que la roue est placée.

Le chapeau *Ææ* est relié avec la palée *G G* par plusieurs liens ou moises *F F*, *F F*, qui portent quatre pièces de bois verticales *cc cc cc cc*, qui servent de guides au chassis qui porte la roue. Il y a encore deux autres pièces de bois verticales, placées en *Æ Æ*, qui soutiennent la face du bâtiment, & la grille qui est au devant de la machine du côté d'amont.

Le chassis qui porte la roue est composé de huit poutres *CC*, *CC*, *CC*, *CC*, dont quatre sont parallèles au courant, & les quatre autres perpendiculaires. Ces dernières embrassent, par leurs extrémités, les quatre pièces des bois verticales (*c c c c c c c c* dans le plan, & *C C C C* dans l'élévation); ces pièces reçoivent les extrémités de celles qui sont parallèles au courant, sur le milieu desquelles posent les tourillons *l b* de l'axe de la grande roue. Les rencontres de ces huit poutres forment, aux quatre coins du chassis, quatre petits quarrés *d d d d*, dans lesquels passent les aiguilles qui suspendent le chassis & la roue à une hauteur convenable, pour que les aubes soient entièrement plongées dans l'eau.

La roue est composé de huit aubes *Y Y Y*, de

3 piés de large, sur 18 piés de long, affermies par quatre cours de courbes *X X* de vingt piés de diamètre. Cette roue porte un rouet *i* de 60 aluchons, qui engrène dans la lanterne *k* de 20 fuseaux, fixée sur un arbre vertical, *l*, *pl. XXXVII.* Ce même rouet conduit aussi une petite lanterne *S*, qui a pour axe une manivelle à tiers-point *f*, qui conduit les bascules qui font agir trois corps de pompes, ainsi qu'il sera dit ci-après.

A la face latérale de la première poutre qui forme le chassis, sur lequel est porté la roue, & du côté d'amont, sont fixés trois rouleaux servant à faciliter le mouvement de la vanne *d*, qui ferme le coursier pour modérer la vîtesse du courant, en faisant que les aubes soient frappées par une plus grande ou une moindre partie de leurs surfaces.

Explication du plan au premier étage qui répond à la seconde roue d d d d, extrêmités supérieures de quatre aiguilles qui suspendent le chassis sur lequel la roue est portée; *f f*, manivelles ou croisées des crics avec lesquels on élève le chassis & la roue; *g g*, les prisons qui embrassent les aiguilles; *h h*, les clefs qui traversent les aiguilles, & reposent sur les prisons ou sur les semelles des crics, ainsi qu'il sera expliqué ci-après. *d d*, extrêmités supérieures de l'aiguille de la vanne, & les deux crics qui servent à l'élever. *l*, extrêmité supérieure de l'arbre vertical de la lanterne *K*, lequel traverse le moyeu du rouet horizontal *m*, garni de quarante aluchons. Ce rouet conduit la lanterne *n* de 20 fuseaux, & l'arbre *o* de cette lanterne terminé par une manivelle à tiers-point *p q p*, fait agir trois corps de pompes, semblables à ceux cotés *r* dans l'autre moitié du plan : ce sont-là toutes les pièces essentielles de l'équipage que l'on appelle *du grand mouvement*.

L'équipage que l'on nomme du *petit mouvement* est composé de la lanterne *S*, dont l'axe, formé en manivelle à tiers-point, tire des chaînes qui répondent aux extrêmités *T* des bascules *T X V*, qui, par d'autres chaînes, font agir trois corps de pompes semblables à ceux cotés *y* dans l'autre moitié du plan; ainsi, ces corps de pompes, pour les quatre mouvemens, sont au nombre de 12, six pour chaque roue.

Explication de la pl. XXXVII qui représente l'élévation géométrale de tout le bâtiment des deux machines vues du côté d'amont. La machine cotée *A A* est vue au-dessus de la grille ou brise-glace *Z Z*; on a supprimé la clôture antérieure du premier étage pour laisser voir l'intérieur. On a aussi supprimé les bascules du petit mouvement pour mieux laisser voir le rouet *m* du grand mouvement. *L L L L*, pieux qui accompagnent les palées *G G*, *H I K*, moises qui assemblent & relient tous les pieux *G*. *N*, chapeau de la palée sur lequel reposent les corbeaux *O* ou *N R*, soutenus par des liens sur lesquels posent les poutres *R R* qui forment le plancher, *f f*; &c. crics qui servent à élever les aiguilles *d d*, par lesquels le chassis est suspendu. *g g*, les prisons. *a a*, les prisons de l'aiguille de la vanne *d*. *c c c c*, deux des quatre montans qui servent de guides au chassis. *Y Y Y*, les aubes de la roue. *X X X*, les courbes qui les assemblent, *k*, lanterne du grand mouvement. *m*, le rouet. *n*, lanterne. *o*, arbre terminé en manivelle *q*, portée par un bâti de charpente *p p*. *q r*, les chaînes & chassis des pompes. *r*, la basche où l'eau du puisard *T* est conduite par les pompes aspirantes *r X*, & de-là portée par les pompes foulantes dans la cuvette de distribution *A D A D*, placée au haut d'une tour de charpente à 81 piés au dessus du niveau de la rivière.

La machine cotée *B B* est représentée en coupe. On suppose la grille abattue aussi-bien que la clôture antérieure de l'étage au-dessus du plancher, pour laisser voir l'équipage du petit mouvement. *i*, le rouet de la grande roue à aubes. *S*, lanterne de 15 fuseaux. *f*, la manivelle en tiers-point. *f T*, les trois chaînes qui répondent aux bascules *T X V*, dont le point d'appui est en *X*. *Y y*, les trois chaînes & les trois chassis du petit mouvement. *y*, la basche qui reçoit l'eau par les pompes aspirantes *y Z*, qui descendent au fond du puisard *T*; la même eau est renvoyée par les pompes foulantes dans la cuvette de distribution placée au haut du bâtiment.

Explication de la planche XXXVIII. Cette planche est la coupe de l'un des deux pavillons de la machine par la longueur du coursier. On y voit distinctement comment la palée est construite, comment les pieux *G G*, qui la composent, sont entretenus & liés les uns aux autres par les moises horizontales *K K I I*, par les moises obliques *H H*, & par le chapeau *N N*, sur lequel porte le plancher *R R*. *Z Z Z*, profil de la grille placée du côté d'amont. *a*, tourillon de l'axe de la grande roue. *b*, le pallier sur lequel le tourillon repose. *X X*, autre pallier qui porte la crapaudine de l'arbre vertical *l* du grand mouvement. *i*, rouet de la grande roue. *Y Y*, les aubes. *k*, lanterne du grand mouvement. *m*, rouet du grand mouvement. *f V X*, chaînes du petit mouvement. *d d*, aiguilles par lesquelles on élève le chassis *C C* qui porte la roue. *f f*, les crics. *g e*, les prisons qui embrassent les aiguilles.

Après avoir décrit la machine dont il s'agit, il reste à expliquer quelques-unes de ses parties qui n'ont pas pu être représentées distinctement dans les planches précédentes, à cause de la petitesse de l'échelle, & qui sont représentées plus en grand *pl. XXXIX.* La figure première est le plan plus en grand de la cuvette de distribution placée au bout du donjon, & la figure 2 en est le profil. Au-dessus du puisard *y 2 2 y* est cette cuvette qui a la forme d'un fer-à-cheval,

divisée en plusieurs séparations. *y r*, *y r*, tuyaux montans de quatre équipages, qui dégorgent l'eau dans la cuvette. 22, tuyaux montant de deux équipages de relais. *t*, languette de calme qui ne touche point au fond de la cuvette. *u*, languette de jauge percée d'un nombre de trous circulaires, d'un pouce de diamètre, servant à estimer le produit de la machine. *x*, bassinets percés de même dans leur circonférence de trous circulaires, pour jauger l'eau que l'on distribue aux différens quartiers. *s s s s*, tuyaux descendans qui reçoivent l'eau de la cuvette & la portent aux fontaines. *Fig.* 3, coupe longitudinale de l'une des basches & des six corps de pompes qui y sont adaptées. *A B C*, les pompes foulantes dont les chapiteaux se réunissent à un seul tuyau *D*, qui se raccorde avec la conduite qui porte l'eau à la cuvette de distribution. *a b c*, les trois pompes aspirantes dont les tuyaux descendans *X Z*, vont chercher l'eau au fond du puisard *T*, *pl. XXXVII.* Tous les pistons, les pompes aspirantes & la pompe foulante *C*, sont à clapets, les deux autres pompes foulantes *A B* sont à coquille.

Fig. 4, coupe transversale de la même basche & des deux corps de pompes foulantes & aspirantes. On y voit comment le chassis, qui porte le piston de la pompe foulante & qui tire celui de la pompe aspirante, est assemblé & raccordé avec la chaîne verticale par laquelle il est tiré.

Fig. 5, élévation extérieure des trois corps de pompes foulantes, & du chapiteau commun qui les assemble.

Fig. 6, coupe du cric qui sert à élever les aiguilles.

Fig. 7, élévation du cric du côté de la manivelle.

Fig. 8, élévation des deux crics qui posent sur le plancher, & servent à élever les aiguilles du chassis & celle de la vanne. (*D*)

Le moulin à vent de Meudon. Ce moulin est situé vis-à-vis d'un pareil dans le parc du château de Meudon, près la ferme de Vilbon; il est monté sur un bâtiment rond & terminé en forme de glacière *A A*, autour duquel est la balustrade de bois *B B*, pour pouvoir tourner tout autour & monter sur l'échelle tournante *L L*, qui conduit à la lanterne & au rouet qu'il est besoin de graisser de temps en temps. Le haut de la machine est un bâti de charpente composé d'entre-toises & de moises qui entretiennent en deux endroits *C C*, *D D*, l'arbre immobile *E E* du moulin, qui est un cylindre creux, composé de quatre pièces assemblées par des frettes de fer par où passe une grosse tringle de fer qui communique aux mouvemens d'en-bas, & sert d'axe à la lanterne horizontale *F*, dont les fuseaux reçoivent les dents d'un rouet vertical *G*, attaché au cylindre *H H*, qui sert d'axe aux quatre volans ou aîles du moulin *I I I.* Tout ce bâti de charpente, l'échelle, le cylindre, les aîles, que d'autres appellent *girouettes*, tournent par le moyen du gouvernail *N*, que le vent fait aller; &, quand on veut arrêter le moulin, il y a un frein ou cerceau attaché sur le rouet qui le serre ou le laisse libre par le moyen d'une bascule *O O*, qui tire ou serre le bout du frein par une chaînette de fer *M M.* On voit dans le bas une cîterne *P P*, pleine d'eau, où vient aboutir le bout de la tringle, partie en fer & le reste en bois *Q Q*, qui tourne sur une matrice de cuivre servant d'œil, au travers de laquelle passe la tige de la manivelle *R*, fortement assemblée dans la tringle de bois *QQ*: cette manivelle *R* est coudée, tirant les chevalets *S S* attachés sur des tourillons *T T*, lesquels, en haussant & baissant, font lever les chassis & les tringles de quatre corps de pompes foulantes *V V V V*, qui trempent dans l'eau du puisard *P*, & font monter l'eau dans quatre tuyaux de plomb *X X X X*, dont on ne voit ici que le bout du quatrième tuyau où est un pareil corps de pompe; le tout se raccorde au gros tuyau de fer de six pouces de diamètre *Y Y*, qui va se rendre dans un réservoir qui, par d'autres tuyaux, fournit les fontaines du parc.

Il faut entendre que les volans ou aîles du moulin sont chargées de toile pour prendre tout le vent possible, & faire en sorte, en les tendant plus ou moins, que l'axe où sont attachées les aîles soient précisément dans la direction du vent, en sorte qu'elles ne soient point perpendiculaires à cet axe, mais un peu obliques formant un angle aigu.

La Pompe du réservoir de l'égoût mue par quatre chevaux. Le réservoir de l'égoût situé au bas du boulevard, a été fait pour jetter l'eau avec impétuosité dans les principaux égoûts de la ville de Paris, & les nettoyer.

Cette pièce d'eau a 35 toises de long, sur 17 & demi de large, & a 7 piés 8 pouces de profondeur; ce qui produit 21121 muids 72 pintes d'eau mesure de Paris. Ce réservoir est fourni continuellement par 8 à 9 pouces d'eau venant de Belle-ville, & par deux équipages de pompes aspirantes à 6 corps de pompes mues par deux chevaux chacune, & l'eau qui vient à fleur du réservoir, y forme une nappe de 66 pouces.

Cette pompe est pratiquée dans un grand bâtiment en face du réservoir, formant deux manèges couverts *A A*, avec une cîterne au milieu *B B*, de forme ovale; elle est remplie de 6 tuyaux aspirans *C C C C C C*, soutenus par des traverses & entre-toises *D D* communiquant à 6 corps de pompes *E E*, qui jettent l'eau dans une basche *F*, qui fournit la rigole du milieu, d'où se forme une belle nappe à la tête de la pièce d'eau. Les 6 tringles des aspirans *G G*,

sont attachées par des moufles trois par trois à une manivelle *HH*, à tiers-point, dont l'axe s'enfonce dans un cylindre horizontal *II*, terminé par une lanterne verticale *KK*, dont les fuseaux reçoivent les dents d'un rouet horizontal *LL*, attaché par des liens à un arbre perpendiculaire *MM*, tournant sur un pivot *NN* à chaque extrémité, mu par un train à deux chevaux chacun.

Rien n'est si simple que cette machine, & elle fournit environ 3 muids par minute. Si on fait le calcul suivant la nappe de 66 pouces qui tombe continuellement dans le réservoir, ce sont 66 pouces à multiplier par 13 pintes & demie, valeur du pouce d'eau par minute; ce qui fait 891 pintes qui font 3 muids & 27 pintes par minute pour les 6 corps de pompes : cela fait par heure, en abandonnant pour les frottemens les 27 pintes, 180 muids d'eau, & par jour 4320 muids d'eau.

La pompe à feu. Cette machine, quoiqu'extrêmement compliquée, est admirable par la quantité d'eau qu'elle fournit; je l'ai vu placée à Londres au bord de la Tamise en 1728; on l'avoit détruite depuis, mais elle vient d'être rétablie & simplifiée par le retranchement de plusieurs pièces; on dit même qu'elle coûte moins d'entretien pour le charbon & pour les hommes qui servent à la gouverner.

C'est une pompe placée dans un bâtiment où l'on a construit un fourneau, au-dessus duquel est une grande bouilloire de cuivre, sphérique par en haut, bien fermée & entourée d'une petite galerie extérieure, régnant tout autour, & laissant circuler la fumée du fourneau qui entretient la chaleur de l'eau bouillante dont la bouilloire est pleine aux trois quarts.

Le cylindre de la pompe est de cuivre, & d'un diamètre à discrétion. Il est garni de son piston. Le piston descend & s'élève dans le cylindre. Ce n'est qu'une plaque de cuivre roulée & bordée de cuir. Il en est plus léger, & la vapeur le chasse d'autant plus facilement.

Il y a une chaîne de fer, dont l'anneau est accroché à la tige du piston, & tient à la courbe d'un balancier, dont l'axe tourne sur un tourillon, dont les parties portent sur un des pignons du bâtiment.

Un bout de tuyau transmet la vapeur de la bouilloire dans le cylindre, & la partie de la machine qu'on appelle *régulateur*, ouvre & ferme en dedans & au haut de l'alembic l'extrémité du tuyau de vapeur.

C'est un fléau ou une coulisse de bois attachée à une petite courbe concentrique à la courbe du balancier, auquel elle est fixée, qui, se haussant par ce moyen & se baissant, donne le jeu au régulateur & au robinet d'injection, en retenant par des chevilles fixées dans plusieurs trous faits dans son épaisseur, les axes recourbés & communiquant au robinet & au régulateur dont on rend l'effet plus ou moins prompt, en haussant ou baissant ces chevilles.

Le tuyau de l'injecteur descendant du réservoir au-dessus, & se coudant pour entrer dans le cylindre, y jette environ neuf à dix pintes d'eau froide à chaque injection, par un robinet qui s'ouvre & se ferme continuellement au moyen des chevilles fixées le long de la coulisse.

Il y a un petit tuyau qui sort de l'injecteur, & qui a un robinet toujours ouvert. Il jette de l'eau prise dans le réservoir au-dessus, en couvre le piston de cinq à six pouces. C'est ainsi que l'entrée est fermée à l'air, & le cuir du piston humecté.

On appelle *robinets d'épreuve* ceux de deux tuyaux dont le plus court atteint seulement à la surface de l'eau de la bouilloire, & l'autre va jusqu'au fond. Ils indiquent l'un & l'autre l'excès ou le défaut de la quantité d'eau ou de vapeurs conservée dans l'alembic ou la bouilloire.

Un tuyau communiquant à la capacité du cylindre, laisse écouler l'eau injectée, & la renvoie à la bouilloire. Un autre tuyau attaché au cylindre, donne issue à l'eau qui déborderoit, lorsque le piston est relevé. On y pratique un robinet qui jette l'eau sur la soupape du tuyau qui laisse sortir & l'air du cylindre, & celui qui est amené par l'eau froide injectée.

Une valvule ou soupape couverte de plomb, laisse évaquer la vapeur de la bouilloire, quand elle a trop de force. Au-dessous du piston, il y a un tuyau de décharge du cylindre, & au haut du bâtiment un tuyau de décharge du réservoir.

Deux autres courbes placées à l'autre extrémité du levier font aller une pompe renversée qui fournit un petit réservoir, & des pompes aspirantes posées dans un puits d'où l'eau est portée dans un grand réservoir.

C'est par une cheminée que sort le trop de fumée de la bouilloire.

L'eau portée dans le petit réservoir, fournit la machine. L'eau portée dans le grand réservoir sert à tel usage que l'on veut. C'est elle qui mesure le vrai produit de la machine.

Il est inutile d'entrer ici dans un plus long détail sur le principe d'action, sur l'utilité des parties, & sur l'effet de cette pompe, dont nous avons parlé fort au long *à l'article* FEU. *Voyez cet article, & nos planches de machines hydrauliques.*

La pompe que nous y avons décrite n'est pas tout-à-fait la même que celle-ci, mais ce sont ces petites différences, qui nous ont déterminés à revenir ici sur cette machine.

Machine de M. Dupuis. Cette machine, qui a été approuvée par l'Académie des Sciences, & exécutée en plusieurs endroits, est composée, dans son intérieur, de deux coffres de bois posés l'un au-dessus de l'autre, & se garnissent en dedans de plaques

de plaques de cuivre de trois côtés, excepté celui où est attachée la plate-forme, qui est garnie de cuir, avec une rainure de son épaisseur pour éviter le trop de frottement; le coffre, où sont les mouvemens, est séparé en dedans par une cloison; ces deux coffres sont dans l'eau, dont la superficie est comprimée par l'air extérieur. La première figure montre l'intérieur des deux coffres *A* & *B*. La plate-forme mouvante *C C*, garnie de fer, est inclinée dans la caisse, tenant par un bout à un boulon de fer attaché à la caisse en forme de charnière, & de l'autre taillé en portion de cercle, montant & agissant sur une autre portion de cercle *D*, suivant lequel est taillé une des parois du coffre garni de cuir fort ou bourre pour empêcher l'eau de descendre. Cette plate-forme est percée de deux ouvertures garnies des clapets *E*, *F*, qui donnent passage à l'eau dans le jeu de la plate-forme qui fait agir une tringle de fer *I K*, inclinée par le moyen de deux mousles ou d'un chassis à deux branches, & qui se raccorde à un des bouts de ladite plate-forme, & va se rendre à la manivelle & au moteur.

Par ce mouvement, l'eau qui entoure les deux coffres, & qui y entre continuellement, étant comprimée par l'air extérieur ou l'atmosphère, fait lever les deux clapets *E* & *F* de la plate-forme mouvante, & forcent à se lever les deux autres clapets *G* & *H* correspondans & placés sur le dessus de la caisse, au moyen de quoi l'eau passe dans une espèce de hotte de cheminée, pour se communiquer dans le tuyau montant *L*, qui porte l'eau dans le réservoir au lieu destiné.

Fig. 2. On peut établir cette pompe pour l'épuisement des eaux dans une mine, ainsi qu'elle a été exécutée à Pompéan, près de la ville de Rennes. L'eau est premièrement attirée par une pompe aspirante à la hauteur de vingt-quatre piés dans une basche ou coffre de bois, & est reprise par une ou plusieurs pompes, successivement jusqu'en haut. Le mouvement est une tringle de bois qui fait agir tous les coffres par le moyen de deux bielles & d'une tringle de fer coudée qui y est attachée, & qui se rend par-dessous dans le coffre où est la plate-forme; en haut c'est un rouet & une lanterne que font mouvoir deux chevaux attelés dans un manège.

On ne fait monter l'eau qu'à vingt-quatre piés & à plusieurs reprises, que pour soulager la colonne d'eau ou tuyau montant; car on pourroit élever l'eau tout d'un coup à deux cens piés par une pompe foulante; le minéral est monté à bras dans les seaux par le moyen d'un treuil.

Fig. 3. Cette machine peut être mue par la force de l'eau, savoir, par le courant d'une rivière, ou faisant tomber la chûte d'un ruisseau sur les aubes de la roue qui feroit agir une manivelle coudée, où seroient attachées les deux tringles de fer qui correspondent aux coffres posés dans le bas de l'eau.

Un moulin à vent peut aussi faire agir de la même manière cette machine, en mettant la manivelle dans le haut, & correspondante à l'axe des deux aîles, alors la tringle passe à travers un arbre creusé, & tourne de tous sens, & vient se communiquer à un balancier que lèvent les tringles qui vont faire agir les plates-formes des coffres qui sont posés au bas de la citerne.

Fig. 4. On voit de la face le chassis de fer, qui est attaché au haut de la tringle de fer, pour donner le mouvement à la plate-forme *C C*; au bas du chassis se voit la patte-de-chat *B B* qui est chevillé sur la plate-forme pour la faire mouvoir.

On trouvera ici l'application de la même machine à une pompe à cheval, dont on voit (*fig.* 5) le manège *A*, le rouet *B* portant sur son pivot *C*, la lanterne *D*, la manivelle *E* qui fait lever & baisser les trois tringles *F F F* garnies de leurs chassis ou portes qui donnent le mouvement aux plates-formes des coffres placés au fond d'un puits, & font élever l'eau par les trois cheminées *G G G*, qui se raccordent par une fourche au tuyau *H*, qui porte l'eau au réservoir.

Il est bon de remarquer que, quand la manivelle est simple, il n'y a qu'une plate-forme dans le coffre; lorsqu'elle est coudée ou à tiers-point, il y a une ou deux séparations dans le coffre pour y loger deux ou trois plates-formes, ce qui ne change rien à la méchanique de cette machine, ce qui revient aux trois corps de pompe ordinaires. La tringle est simple pour une plate-forme; quand il y en a deux, la tringle se termine en bas par une patte à deux branches, qui prend sur la plate-forme.

Fig. 6. Cette machine est encore d'une grande utilité, quand on veut dessécher un marais, ou vuider une pièce d'eau, en l'établissant sur un des bords & par des bascules menées par deux ou quatre hommes qui se succéderont, sans discontinuité, d'heure en heure; on fera mouvoir deux tringles qui feront agir deux plates-formes dans un coffre, d'où l'eau, passant par les deux cheminées, sera portée par une fourche dans le tuyau montant, pour se vuider dans une auge de bois, & se perdre où l'on jugera à propos, toujours un peu loin de la pièce, afin que l'eau, en filtrant à travers les terres, n'y puisse revenir. C'est ainsi que les bénédictins ont vuidé, au village de Cachans, près Paris, une grande pièce d'eau de près de trois arpens d'étendue, & de cinq piés de profondeur, en dix jours de temps.

C'est sur le pié de six mille muids en vingt-quatre heures, & soixante mille en tout pendant les dix jours, avec quatre hommes qui se rele-

voient d'heure en heure, & quatre hommes frais pour la nuit.

Fig. 7. Le moindre effet que peut faire cette machine, est d'être employé à faire jouer une pompe à bras, placée dans un puits pour l'usage d'un petit jardin ou d'une maison; on mettra au bas du puits un coffre séparé en deux par une cloison, pour y loger deux plates-formes qui feront monter l'eau dans deux hottes, ou, par une fourche, elle se joindra au tuyau montant, d'où l'eau tombera dans une auge de pierre ou de plomb à l'usage de la maison; les deux tringles correspondantes aux deux plates-formes seront mues par une manivelle à bras, dont le mouvement sera vertical par le moyen d'un tourillon, en haussant une pendant que l'autre descendra sans aucune interruption, elles jetteront de l'eau dans l'auge de pierre.

L'avantage de cette machine est de n'avoir point de pistons ni de corps de pompe, & d'avoir peu de frottement, de s'user moins qu'une autre, d'être de peu d'entretien, de coûter moins dans l'exécution, qui ne passe pas ordinairement, étant simple, la somme de douze cens livres; de pouvoir servir aux mines, aux desséchemens des marais & fossés; de se loger dans les puits & par-tout, sans échafaudage & sans grande préparation; d'être mise en mouvement par des hommes, des chevaux, par l'eau & par le vent, & avec tout cela d'amener dans le même espace de temps, le double de l'eau que peut fournir la meilleure machine qui ait été exécutée jusqu'à présent. La raison en est fort simple: le coffre, où est renfermée la plate-forme mouvante, a ordinairement deux piés & demi de long, sur neuf pouces de large, & un pié environ de haut, & par sa capacité & étendue, a plus de jeu, contient plus d'eau, & l'agite plus violemment qu'un corps de pompe d'un pié de diamètre avec un piston qui lui soit proportionné; ainsi, la pompe à cheval du pont-au-choux fournit, avec les deux manèges à quatre chevaux tirant ensemble, & les six corps de pompes aspirantes, environ deux muids par minute; celle de M. Dupuis fournit, sans manège, mue par quatre hommes, quatre muids & quatre cinquièmes par minute, à seize piés de haut, suivant le rapport de MM. de l'académie des sciences.

Si elle étoit exécutée en grand avec une manivelle à tiers-point, une plate-forme percée de trois clapets, qu'elle fût mue par un seul cheval dans un manège avec un train, un rouet & une lanterne, ce qui augmente beaucoup la force du moteur, elle fourniroit huit muids au moins par minute, le reste du produit abandonné pour les frottemens, ce qui feroit par jour 11520 muids.

Pompe à bras. La pompe à bras *A* (*figure première*) est composée d'un tuyau de plomb *B B* de deux pouces de diamètre, ayant son extrémité *C* coudée & portée sur un socle de bois *D*; ce bout coudé doit être percé de plusieurs trous, tremper dans l'eau du puits *E*, & ce tuyau doit aboutir à un plus large d'environ cinq pouces de diamètre, servant de corps de pompe fait en entonnoir, pour se raccorder avec le tuyau aspirant *B B*, & pour servir à loger à force le petit barillet *F* couvert d'une soupape ou clapet *G*, & garnie de filasse pour empêcher l'eau de descendre; le piston *H* est garni de cuir par en haut avec son clapet *I*, & attaché à une anse de fer *K*, suspendue à une verge de fer *L*, attachée à la bascule *M*, composée d'un levier & d'une poignée *N*, soutenue par un étrier de fer *O*, attaché à la cuvette par deux liens de fer avec un œil & un boulon de fer, où tournent les deux bras du levier *M* & *N*. L'eau tombe par une gargouille *P*, où est un masque dans une cuvette de pierre *Q*.

Fig. 2. La même machine *A* est répétée de profil; les *figures* marquées *RS*, *fig.* 3, sont deux outils de fer qui servent dans le tuyau à asseoir ou à retirer le barillet *F*, que les ouvriers appellent *secret*.

Les *figures* 4 & 5 offrent en profil & en coupe la pompe de bois *T* & *V*, *fig.* 4 & 5, des plus simples dont on se serve; on la nomme *hollandoise*, étant très-en usage dans ce pays; on l'emploie dans les vaisseaux, dans les jardins, & il n'y a pas une maison en Hollande qui n'en ait plusieurs: c'est un tuyau d'aulne ou d'orme creusé, au bas duquel, à la distance de six à sept pouces, est un clapet *X* (*fig.* 5.) au-dessous duquel on perce plusieurs trous qui trempent dans l'eau; il y a une tringle de bois *Y*, dont un bout est attaché à l'anse *Z* d'un piston avec son clapet; l'autre bout tient à la bascule de bois *a a*, attachée au tuyau par un étrier de bois en fourchette avec un boulon, *&c.* L'eau tombe par une gargouille *b* dans une auge de pierre ou autre endroit destiné.

Le moteur ou la puissance appliquée à la poignée *N*, *fig.* 1, ou au bout du levier, *&c.* fait jouer le levier *M* & *N*, dont le bras *O N* est de trente pouces, & l'autre *O M* n'a que cinq pouces; ainsi, on voit que la puissance est la sixième partie du poids, ou comme 1 est à 6.

La *pompe pour les incendies.* Cette pompe *A* est pareille à celle que l'on trouve dans les Pays-Bas; on en voit ici la coupe *A fig.* 1, & le plan *B*, *fig.* 2. Ce plan est quarré & est composé d'un bac partagé en trois parties par deux cloisons *C C* percées en *D* de plusieurs trous, pour que l'eau versée dans les réservoirs *C C* parvienne pure au retranchement du milieu *D*, *fig.* 2, par le moyen du jeu des deux pompes foulantes *E E* qui sont à ses côtés, dont l'eau se communique par les deux passages *F* & *G* qui s'ouvrent & se ferment alternativement par des clapets; l'eau venant plus fortement par les deux pistons, sur-

monte le trou *H*, & se réunit vers le sommet du récipient où l'air se trouve de plus en plus condensé; l'eau est refoulée sans interruption, & lancée continuellement avec une vîtesse qui est presque toujours la même.

Figure 3. La *fig.* 3 expose un boyau de cuir *L M* qui s'ajuste avec une boîte de cuivre au trou *H*, & l'eau y est refoulée pour être dirigée avec vîtesse par un ajutage *N* dans les endroits embrasés.

Figure 4. On voit dans la quatrième *figure* l'élévation de la même pompe composée d'une caisse de cuivre rouge, de trois piés de large, sur deux piés & demi de haut, surmontée d'un chapiteau arrêté par des vis, portant l'axe d'un balancier dont les extrémités sont faites en fourches, afin de pouvoir y enfiler une poignée assez longue pour que cinq ou six personnes puissent agir de front; il y a une ouverture *O* saillante de quelques pouces en forme de tuyau, pour y loger le bout *H* du tuyau de cuir qui porte l'eau à sa destination. (*K*)

HYDRE, (*Astron.*) *hydre* femelle, *hydra*, constellation méridionale, appellée *serpens aquaticus*, *asina coluber*, *echidna* ou *vipere*. Cette constellation s'étend au-dessus du lion, de la vierge & de la balance: elle a une étoile remarquable, appellée le *cœur de l'hydre*; en arabe, *alphrad*. L'*hydre* a une origine commune avec les deux constellations de la coupe & du corbeau, au rapport d'Ovide, qui annonce leur lever acronique au 14 février.

Dixit & antiqui monumenta perennia facti,
Anguis, avis, crater, sidera juncta micant.

Fast. *lib. II.*

Apollon voulant faire un sacrifice à Jupiter, envoya, dit-on, le corbeau avec une coupe pour apporter de l'eau. Il s'arrêta sur un figuier pour attendre la maturité du fruit; ensuite, pour excuser son retardement, il prit un serpent qu'il accusa de lui avoir fait obstacle lorsqu'il vouloit puiser de l'eau. Mais Apollon, pour punir le corbeau, changea son plumage de blanc en noir, plaça le corbeau vis-à-vis de la coupe, & chargea le serpent d'empêcher le corbeau de boire.

On a prétendu aussi que c'étoit l'*hydre* de Lerne, tuée par Hercule. Ce monstre a plusieurs têtes, est le symbole de l'envie, qui fut surmontée par les exploits de ce héros. Mais il est plus vraisemblable que la constellation a fait imaginer le second travail d'Hercule, expliqué par M. Dupuis (*Astr. IV, pag.* 480). En effet, quand le soleil entroit au signe de la vierge, la constellation de l'*hydre* disparoissoit dans les feux solaires; mais, lorsque le soleil arrivoit aux dernières étoiles, celles de la tête se levoient déjà héliaquement; voilà pourquoi l'on dit que cette *hydre* renaissoit.

Cette constellation contient 60 étoiles dans le catalogue Britannique, & 100 en y comprenant la coupe & le corbeau, qui ne font qu'un seul groupe, & qui vont communément ensemble. La principale étoile est celle du cœur de l'*hydre*; & son ascension droite, en 1750, étoit de 138° 49′ 40″, & sa déclinaison australe de 7° 35′ 12″.

L'*hydre* mâle, *hydrus*, est une constellation plus méridionale, qui ne paroît point dans nos régions; elle est située entre le Toucan & la Dorade: la principale étoile est de troisième grandeur: ascension droite, en 1750, 27° 43′ 24″; déclinaison australe, 62° 47′ 34″. (*D. L.*)

HYDROCHOOS, s. m. (*Astron.*) constellation qu'on nomme en latin *aquarius*, & en françois le *verseau*; elle a donné son nom à un des douze signes du zodiaque.

HYDRODYNAMIQUE, s. f. *l'Hydrodynamique*, est proprement la dynamique des fluides, c'est-à-dire, la science qui enseigne les loix de leur mouvement. Ainsi, on voit que l'*hydrodynamique* ne differe point, quant à l'objet, de la science qu'on appelloit autrefois & qu'on appelle encore très-souvent *hydraulique*. *Voyez* HYDRAULIQUE.

On appelle *dynamique*, comme nous l'avons dit à ce mot, la partie de la méchanique qui enseigne à déterminer les mouvemens d'un système de corps qui agissent de quelque manière que ce soit, les uns sur les autres. Or tout fluide est un composé de particules faciles à se mouvoir, & qui sont liées entr'elles de manière qu'elles altèrent & changent réciproquement leurs mouvemens. Ainsi, l'hydraulique & l'hydrostatique est la vraie *dynamique* des fluides.

Il paroît que le premier qui se soit servi de ce terme, est M. Daniel Bernoulli, qui a donné ce titre à son traité du mouvement des fluides, imprimé à Strasbourg en 1738. Si le titre étoit nouveau, il faut avouer que l'ouvrage l'étoit aussi. M. Daniel Bernoulli est le premier qui ait réduit les loix du mouvement des fluides à des principes sûrs & non arbitraires, ce qu'aucun des auteurs d'hydraulique n'avoit fait avant lui. Le même auteur avoit déjà donné en 1727, dans *les mémoires de l'académie de Péterfbourg*, un essai de sa nouvelle théorie. On n'attend pas de nous que nous en donnions ici un extrait; nous nous contenterons de dire qu'il se sert principalement du principe de la conservation des forces vives, reconnu aujourd'hui pour vrai par tous les méchaniciens, & dont on fait un usage si fréquent dans la dynamique, depuis qu'il a été découvert par M. Huyghens sous un autre nom. M. Jean Bernoulli a donné une hydraulique, dans laquelle il se propose le même objet que M. Daniel Bernoulli son fils; mais il prétend y employer des principes plus directs & plus lumineux que celui de la conservation des forces

vives ; & on voit à la tête de cet ouvrage, une lettre de M. Euler à l'auteur, par laquelle M. Euler le félicite d'avoir trouvé les vrais principes de la science qu'il traite. M. Maclaurin a aussi donné dans son *traité de fluxions* un essai, sur le mouvement des fluides qui coulent dans les vases, & cet essai n'est autre chose qu'une extension de la théorie de M. Neuton, que cet auteur a perfectionnée. J'ai traité la même matière en 1744, dans mon ouvrage, intitulé : *Traité de l'équilibre & du mouvement des fluides* ; j'aurois pu donner à cet ouvrage le titre d'*hydrodynamique*, puisque c'est une suite du traité dynamique que j'avois publié en 1743. Mon objet, dans ce livre, a été de réduire les loix de l'équilibre & du mouvement des fluides au plus petit nombre possible, & de déterminer par un seul principe général, fort simple, tout ce qui concerne le mouvement des corps fluides. J'y examine les théories données par M. Bernoulli & par M. Maclaurin, & je crois y avoir montré des difficultés & de l'obscurité. Je crois aussi avoir prouvé que, dans certaines occasions, M. Daniel Bernoulli a employé le principe des forces vives dans des cas où il n'auroit pas dû en faire usage. J'ajoute que ce grand géomètre a d'ailleurs employé ce principe sans le démontrer, ou plutôt que la démonstration qu'il en donne n'est point satisfaisante ; mais cela n'empêche pas que je ne rende avec tous les savans, la justice dûe au mérite de cet ouvrage. Je traite aussi, dans ce même livre, de la résistance des fluides au mouvement des corps, de la réfraction, ou du mouvement d'un corps qui s'enfonce dans un fluide, & enfin des loix du mouvement des fluides qui se meuvent en tourbillon.

Comme nous avons donné au *mot* FLUIDE les principales loix du mouvement des fluides, nous y renverrons ceux de nos lecteurs, qui voudront s'instruire des principales loix de l'*hydrodynamique*. Nous ajouterons seulement ici quelques réflexions qui n'ont point été données dans cet article FLUIDES, & qui lui serviront comme de complément.

La première de ces réflexions aura pour objet la contraction de la veine d'eau qui sort d'un vase. M. Neuton a observé le premier que l'eau qui sortoit d'un vase, n'en sortoit pas sous une forme cylindrique, mais sous une forme de cône tronqué, qui va en se retrécissant depuis la sortie du vase. M. Daniel Bernoulli ajoute à cette observation (*voyez* son *hydrodynamique*, *section* 4), que quand les eaux sortent, non par un simple trou, mais par un tuyau, la veine se contracte, si les parois du tuyau sont convergens, & se dilate, si ces parois sont divergens. La raison en est assez facile à appercevoir, c'est que l'eau dans sa direction, au sortir du tuyau, suit pendant quelque temps la direction des parois du tuyau, le long desquels elle a coulé. Cette contraction & dilatation de la veine d'eau varie donc suivant les différens cas, ce qui fait qu'il est très-difficile de déterminer exactement la vîtesse de l'eau au sortir du vase. Car il est encore nécessaire de connoître la figure de la veine d'eau ; qu'on ne peut pas supposer cylindrique, & dont on ne peut pas supposer par conséquent que les parties se meuvent avec une égale vîtesse, puisque la vîtesse est en raison inverse de la largeur de la veine. M. l'Abbé Bossut a fait une multitude d'expériences très-curieuses & très-importantes sur la contraction de la veine fluide. *Voyez* son HYDRODYNAMIQUE.

A l'occasion de cette veine d'eau, nous dirons un mot de la cataracte de M. Neuton. Ce grand géomètre prétend, dans le *second Livre de ses principes*, que l'eau qui sort d'un vase cylindrique par un trou fait à la base de ce vase, en sort en formant depuis la partie supérieure du vase jusqu'au trou, une espèce de cataracte ou de veine qui va en se retrécissant, & dont la largeur à chaque endroit est en raison inverse de la vîtesse de l'eau, c'est-à-dire, en raison inverse de la racine quarrée de la distance de cet endroit à la surface supérieure de l'eau ; de manière que cette cataracte est une espèce d'hyperbole du second genre, dans laquelle les quarrés des ordonnées sont en raison inverse des abscisses. M. Jean Bernoulli, dans son hydraulique (*voyez le tome IV de ses Œuvres*) a très-bien prouvé l'impossibilité d'une pareille cataracte, parce que la partie du fluide qui seroit hors de cette cataracte seroit stagnante, & par conséquent agiroit par sa pesanteur pour détruire cette cataracte, dans laquelle le fluide n'auroit aucune pression. *Voyez* un plus grand détail dans l'ouvrage cité.

Ma seconde observation aura pour objet la pression des fluides en mouvement. J'ai donné dans mon *Traité des fluides*, en 1744, une méthode directe pour déterminer cette pression, & j'ai expliqué au *mot* FLUIDE, en quoi consiste cette méthode. Or il y a des cas où la formule, qui exprime cette pression, devient négative, & j'ai prétendu que, dans ce cas, la pression ne doit pas se changer en *suction*, comme le dit M. Daniel Bernoulli, c'est-à-dire, que les parois du canal ne doivent pas être pressés de dehors en dedans, mais qu'ils le sont toujours de dedans en dehors. Envain m'objecteroit-on les expériences par lesquelles M. Bernoulli a prétendu confirmer sa Théorie ; ces expériences prouvent seulement ce que je n'ai jamais nié, & ce qui est évident par soi-même, que, quand la pression du fluide est négative, la pression totale de l'air & du fluide sur les parties intérieures du canal, est moins grande que celle qui est exercée par l'air seul sur les parties extérieures du même canal. Or, dans toute ma théorie du mouvement des fluides, j'ai fait abstraction de la pression de l'air, à l'exemple de

tous les auteurs d'hydraulique; & j'avois jugé que M. Bernoulli en faisoit abstraction lui-même en cet endroit, ainsi que dans tous le cours de son ouvrage. Si M. Bernoulli, en disant, p. 264 de son Hydrodynamique, *pressio in suctionem mutatur, id est, latera canalis introrsùm premuntur*, eût ajouté ces trois mots, *ab aëre circumambiente*, nous étions pleinement d'accord, & je ne lui aurois fait, sur cet article, aucune objection; mais il semble qu'il ait cherché à éloigner cette idée par la manière dont il explique immédiatement après cette pression changée en suction; *tunc autem*, dit-il, (c'est-à-dire, dans le cas où la pression est négative) *res ità considerandà est, ac si loco columnæ aqueæ superincumbentis, & in equilibrio positæ cum aquâ præterfluente, sit columna aquæa appensa, cujus nisus descendendi impediatur ab attractione aquæ præterfluentis.*

En effet, ce n'est point par l'attraction de l'eau qui coule dans le fluide que cette colonne est soutenue, mais par la pression de l'air inférieur, laquelle, dans le cas dont il s'agit, se trouve égale à la pression que l'air supérieur exerce sur la surface du fluide qui coule. Il paroît donc que M. Bernoulli ne s'est pas suffisamment expliqué sur ce qu'il appelle *la pression changée en suction*: mais, quoi qu'il en soit, il est certain que toute la théorie que j'ai établie est exactement vraie, en faisant abstraction, comme je l'ai supposé, de la pression de l'air environnant. C'est ce qui fait dire à M. Euler, dans une lettre du 29 décembre 1746: *Je crois que vos raisons sont aussi-bien fondées que celles de M. Bernoulli, & que c'est une circonstance étrangère à laquelle il faut attribuer l'effet de la suction...... Si le tuyau étoit situé dans un espace vuide d'air, il n'y a aucun doute que l'eau ne perdît sa continuité (lorsque la pression est négative) comme vous pretendez. Votre théorie sera donc vraie dans le cas où le tuyau est placé dans un espace vuide d'air; & celle de M. Bernoulli l'est également quand le tuyau se trouve en plein air.*

Au reste, quand on considère le tuyau en plein air, la théorie de M. Bernoulli demande encore, ce me semble, quelque modification. Car lorsque le fluide descend pour sortir du vase, l'air qui environne ce vase de toutes parts n'est pas en repos, puisque l'air descend dans le tuyau à mesure que le fluide s'abaisse; ce qui ne peut se faire, sans qu'il y ait du mouvement dans tout l'air environnant; ainsi, la pression de l'air sur le tuyau, tant extérieurement qu'intérieurement, ne doit pas être la même que si l'air étoit en repos; pour déterminer cette pression, il faudroit connoître le mouvement de l'air environnant; & c'est ce qui paroît très-difficile. Ne pourra-t-il donc pas y avoir des cas où la pression de l'air sur la surface extérieure du tuyau ne soit pas plus grande, ou même soit plus petite que la pression sur la surface intérieure, auquel cas, les parois du tuyau ne seroient pas pressées, de dehors en dedans, par l'air qui environne le tuyau, quoique la pression du fluide qui coule dans le tuyau fût négative? Il paroît donc que le meilleur parti à prendre dans la théorie de la pression des fluides qui sont en mouvement, est de faire abstraction de l'air qui environne le tuyau. C'est aussi le parti que j'ai pris.

Enfin ma dernière observation aura pour objet l'application du calcul au mouvement des fluides. J'ai donné dans le chapitre VIII de mon *essai sur la résistance des fluides* en 1752, une méthode générale pour appliquer le calcul à ce mouvement. Cette méthode a cet avantage qu'elle ne suppose absolument aucune hypothèse, & qu'elle est en même tems assez simple; mais je n'ai donné, dans ce chapitre, qu'un essai de cette méthode, très-analogue à celle que j'ai employé dans le même ouvrage de sa détermination de la résistance des fluides. M. Euler, dans les *Mémoires de l'Acad. des Sciences de Prusse, pour l'année* 1755, a donné une méthode fort semblable à celle-là, pour déterminer le mouvement des fluides, & paroît faire entendre que la mienne n'est pas générale. Je crois qu'il se trompe sur ce point, & j'ai prouvé dans un écrit particulier, imprimé dans le tome I de mes *Opuscules Mathématiques*, que ma méthode est aussi générale qu'on le peut desirer, à moins qu'on ne suppose le fluide *indéfini* & sans limites; ce qui n'a point lieu, & ne sauroit avoir lieu dans la nature. Il est vrai que je n'ai traité du mouvement du fluide que dans un plan; mais il est aisé d'étendre la théorie que j'ai donnée au mouvement d'un fluide dans un solide. L'écrit que j'ai composé sur ce sujet n'étant pas de nature à pouvoir être inséré dans l'Encyclopédie, je me contenterai de donner une légère idée de ce qu'il contient. Je suppose, pour fixer les idées, le vase plein & vertical, & je nomme x les abscisses verticales, & z les ordonnées horizontales; il résulte de mes démonstrations, 1.° que la vîtesse verticale doit être exprimée par $\theta^2 q$, & l'horizontale par $\theta^2 p$, θ étant une fonction du seul tems t écoulé depuis le commencement du mouvement, p & q des fonctions de x & de z. Ces fonctions de x & de z doivent être telles, 1.° que $p\,dz + q\,dx$ soit une différentielle complette: 2.° que $p\,dx - q\,dz$ en soit aussi une; 3.° que lorsque $z = y$, c'est-à-dire, lorsque z devient égale à l'ordonnée de la courbe qui exprime la figure du vase, on ait $p\,dx - q\,dy = o$, c'est-à-dire, que $p\,dx - q\,dy = o$ soit l'équation de la courbe qui exprime figure du vase. M. Euler paroît avoir cru qu'il étoit toujours possible que ces trois conditions eussent lieu à-la-fois; je crois avoir démontré le contraire. Mais la démons-

tration n'eft pas de nature à pouvoir être rapportée ici.

2.° Je donne une méthode pour trouver la fonction θ du temps t, & une méthode pour déterminer la courbe que la furface fupérieure du fluide forme à chaque inftant. L'équation de cette courbe eft auffi déterminée par différentes conditions qui doivent toutes s'accorder à donner la même courbe : fi cet accord n'a pas lieu, le problême ne peut fe réfoudre analytiquement. D'où il eft aifé de conclure qu'il y a bien peu de cas où l'on puiffe trouver rigoureufement, par une méthode analytique, le mouvement d'un fluide dans un vafe. On peut donc s'en tenir, ce me femble, dans le plus grand nombre des cas, à la méthode que j'ai donnée, en 1744, dans mon *Traité des fluides*, méthode qui donne des réfultats affez conformes à l'expérience, quoiqu'elle ne foit pas, dans la rigueur, mathématique.

Lorfque le fluide a une maffe finie & un mouvement progreffif ; alors le temps t doit néceffairement entrer dans l'expreffion de fa vîteffe, & les conditions précédentes doivent néceffairement avoir lieu. Il n'y a que le cas où le fluide fe meut fuivant une ligne qui rentre en elle-même, fans être animée par aucune force accélératrice, dans lequel on puiffe fuppofer que le temps t n'affecte point l'expreffion de la vîteffe. Dans ce cas, on a toujours $p\,dx - q\,dz =$ à une différentielle complète; mais au lieu de l'autre condition $p\,dz + q\,dx$, égale a une différencielle complète, qui donneroit $\frac{dp}{dx} = \frac{dq}{dz}$, on a $d\left(\frac{dp}{dx}\right) = d\left(\frac{dq}{dz}\right)$.

Voilà le précis des loix du mouvement des fluides, telles qu'elles font expofees dans l'écrit dont j'ai fait mention, & qui contient différentes autres recherches fur le mouvement des fluides, dont il feroit trop long de parler ici.

A l'égard de la réfiftance des fluides au mouvement des corps, laquelle fait une partie effentielle de l'*hydrodynamique*, voyez *les articles* FLUIDE, RÉSISTANCE. Voyez auffi le *chap. j* du troifième livre de mon *Traité des fluides*, & mon *Effai fur la réfiftance des fluides*, Paris, 1752. (*O*)

HYDROGRAPHE, f. m. fe dit d'une perfonne verfée dans l'hydrographie. *Voy.* HYDROGRAPHIE. (*O*)

HYDROGRAPHIE, f. f. C'eft cette partie de la géographie qui confidère la mer, en tant qu'elle eft navigable. *Voyez* GÉOGRAPHIE. Ce mot eft compofé des mots grecs ὕδωρ, *aqua*, eau, & γράφω, *defcribo*, je décris.

L'*hydrographie* enfeigne à conftruire des cartes marines, & à connoître les différentes parties de la mer. Elle en marque les marées, les courans, les baies, les golfes, &c. comme auffi les rochers, les bancs de fable, les écueils, les promontoires, les havres, les diftances qu'il y a d'un port à un autre, & généralement tout ce qu'il y a de remarquable tant fur la mer que fur les côtes.

Quelques auteurs emploient ce mot dans un fens plus étendu, pour ce que nous appellons *l'Art de naviguer.*

Dans ce fens, l'*hydrographie* comprend l'art de faire les cartes marines, la manière de s'en fervir, & généralement toutes les connoiffances mathématiques néceffaires pour voyager fur mer le plus promptement & le plus fûrement qu'il eft poffible. *Voy.* NAVIGATION, CARTES.

Les peres Riccioli, Fournier, & Dechales ; nous ont donné des Traités d'*hydrographie*. Le P. Dechales, qui avoit déja examiné cette matière dans fon *cours* de mathématiques, l'a traité, en 1677, dans un ouvrage exprès. M. Bouguer le père fuppléa à ce qui manquoit à cet ouvrage dans le *Traité de navigation*, qu'il publia en 1698, & qui a été imprimé plufieurs fois. M. Bouguer, fon fils, de l'académie royale des fciences, a publié, en 1753, un Traité de navigation plus complet que tous les précédens, & qui contient la théorie & la pratique du pilotage; car le pilotage ne diffère point, à proprement parler, de l'*hydrographie. Voyez* PILOTAGE. Nous renvoyons à ce dernier ouvrage les lecteurs qui voudront s'inftruire de l'*hydrographie*. (*O*)

HYDROGRAPHIQUE, adj. qui a rapport à l'hydrographie. *Voyez* HYDROGRAPHIE. Cartes *hydrographiques*, font les mêmes qu'on appelle plus communément *cartes marines. Voyez* CARTE. (*O*)

HYDROMANTIQUE, f. f. & adj. (*Math.*) Quelques auteurs ont appellé ainfi l'art de produire, par le moyen de l'eau, certaines apparences fingulières. Cette fcience, fi elle en mérite le nom, eft fondée principalement fur deux faits très-connus; l'un eft, qu'un corps *R*, placé au fond d'un vafe plein d'eau (*pl. Hydr. fig.* 50), peut être vu par un œil *O*, placé près du bord du vafe, quoique ce même œil ne pût le voir, fi l'eau étoit ôtée; l'autre eft, que le fond *C H D* d'un vafe plein d'eau, paroit plus élevé qu'il n'en eft en effet, par exemple, en *E I F* : ces deux phénomènes font une fuite des loix de la réfraction. *V.* RÉFRACTION. (*O*)

On trouve dans quelques Traités d'Optique, la defcription de plufieurs machines qui font d'ufage dans l'*hydromantique*.

Ainfi, par exemple, pour conftruire une machine *hydromantique*, au moyen de laquelle on fera perdre une image ou un objet de vue au fpectateur, & on le lui fera appercevoir de nouveau fans changer la pofition de l'un ou de l'autre: prenez deux vaiffeaux *A B F*, & *C G M K* (*pl. Hydr. fig.* 51), dont l'un foit plus haut que l'autre; rempliffez le premier d'eau, & foutenez-le fur trois piliers, dont l'un doit être creux & muni

d'un robinet *B*; partagez le vaisseau le plus bas *CM* en deux parties, par une cloison *HI*, & adaptez un robinet à celle d'en bas, pour pouvoir l'ouvrir & fermer à plaisir.

Placez un objet sur la cloison que le spectateur, placé en *O*, ne pourra appercevoir par le rayon direct *NL*.

Si l'on ouvre le robinet *B*, l'eau descendant dans la cavité *CI*, le rayon *NL* s'éloignera de la perpendiculaire, & réfléchira vers *O*, & le spectateur appercevra l'objet par le rayon rompu *NO*. Si l'on ferme le robinet *B*, & que l'on ouvre celui qui est marqué par la lettre *P*, l'eau descendra dans la cavité la plus basse *HI*; la réfraction cessera, & il ne viendra aucun rayon de l'objet à l'œil. Mais, en fermant de nouveau le robinet *P*, & ouvrant l'autre *B*, la cavité se remplira de nouveau, & l'on appercevra l'objet comme auparavant. *V.* RÉFRACTION.

Pour construire un vaisseau *hydromantique* qui représente les objets extérieurs comme s'ils nageoient dans l'eau, prenez un vase cylindrique *ABCD* (*pl. Hydr. fig.* 52), partagé en deux par un verre *EF*, qui ne soit pas exactement poli : appliquez au point *G* une lentille convexe des deux côtés, & inclinez en *H* un miroir plan de figure elliptique sous un angle de 45 degrés; que *IH* & *HG* soient un peu moindres que la distance du foyer de la lentille *G*; en sorte que l'image de l'objet puisse passer à travers dans la cavité du vaisseau supérieur; noircissez la cavité intérieure, & remplissez celle de dessus d'eau bien claire.

HYDROSCOPE de Synesius. *Voyez* CLEPSYDRE.

HYDROSCOPE est aussi le nom que l'on donnoit, en 1772, à un imposteur qui prétendoit voir les eaux au travers de la terre; voyez le *Mercure* de juillet 1772, 2^e^ volume; c'étoit une charlatanerie de la même espèce que celle de la *Baguette*. (*D. L.*)

HYDROSTATIQUE, s. f. partie de la Méchanique qui considère l'équilibre des corps fluides, aussi bien que des corps qui y sont plongés.

Ce mot est grec, & composé de ὕδωρ, *eau*, & de ἵστημι, *je pose*. *Hydrostatique* signifie proprement la *statique* de l'eau, la science de l'équilibre des eaux; mais, comme les loix de l'équilibre de l'eau sont les mêmes pour les autres corps fluides, on a donné en général le nom d'*hydrostatique* à la science de l'équilibre des fluides.

On confond souvent l'*hydrostatique* avec l'*hydraulique*, à cause de l'affinité du sujet, & plusieurs auteurs ne les traitent point séparément. En effet, les loix du mouvement des fluides se réduisent à celui de leur équilibre. *V.* HYDRAULIQUE & HYDRODYNAMIQUE.

L'auteur le plus ancien que nous ayons sur l'*hydrostatique* est Archimède, qui en a donné les loix dans son traité *de Insidentibus humido.*

Parmi les modernes, le célèbre M. Pascal a donné, sur ce sujet, un excellent ouvrage, intitulé : *Traité de l'équilibre des liqueurs & de la pesanteur de l'air.*

M. Mariotte, dans un Traité qu'il a publié en 1686, sur le *mouvement des eaux & des autres fluides*, donne presque toutes les propositions de l'*hydrostatique* & de l'*hydraulique*, prouvées par la raison & confirmées par l'expérience.

Nous avons donné au *mot* FLUIDE les principales loix de l'*hydrostatique*, & il ne nous reste presque rien à y ajouter ici.

La loi générale de l'équilibre des fluides est, 1.° que la direction des forces soit perpendiculaire à la surface du fluide : 2.° qu'un canal quelconque rectiligne, formé de deux branches terminées à la surface, & aboutissant où l'on voudra dans l'intérieur du fluide, soit en équilibre. M. Maclaurin est le premier qui ait fait usage de ce dernier principe, & qui l'ait heureusement appliqué à la recherche de la figure de la terre. De ce principe résulte celui de l'équilibre des canaux curvilignes quelconques, dont M. Clairaut s'est servi avec beaucoup de sagacité pour le même usage. Sur quoi, *voyez le* chap. II *de mon essai sur la résistance des fluides*, 1752.

Lorsque plusieurs fluides de différentes densités sont placés les uns au-dessous des autres, comme de l'huile, de l'eau, du mercure, *&c.* la surface de chacun de ces fluides doit être de niveau, c'est-à-dire, perpendiculaire en chaque point à la direction de la force qui agit sur les particules de fluide. Cependant, lorsque le fluide est composé de couches infiniment peu épaisses, & dont la densité ne varie qu'infiniment peu d'une couche à l'autre, cette loi ne doit pas être nécessairement observée, excepté à la surface supérieure. Je crois avoir fait le premier cette remarque, & je m'en suis servi pour étendre la théorie de la figure de la terre plus loin qu'on ne l'avoit fait encore. *Voyez* l'appendice qui est à la fin de mon *Essai sur la resistance des fluides*, 1752, & la troisième partie de *mes Recherches sur le système du monde, liv. VI.* Je renvoie le lecteur à ces deux ouvrages pour le détail d'une théorie qui, demandant assez de calcul, ne peut être traitée commodément dans l'Encyclopédie. (*O*)

HYGROMETRE, s. m. (*Hyd.*) : machine ou instrument qui sert à marquer les degrés de sécheresse ou d'humidité de l'air. Voyez *le Dictionnaire de Physique.*

HYP

HYPERBOLE, s. f. en *Géométrie*, c'est une des lignes courbes formées par la section d'un cône. *V.* CONIQUE.

Si le cône *ABC* (*pl. con. fig.* 33) est coupé de telle sorte, que l'axe de la section *DQ* étant continué, rencontre le côté du cône *AC*, pro-

longé jusqu'en *E*, la courbe qui naîtra de cette section sera une *hyperbole*.

Quelques auteurs définissent l'*hyperbole* une section du cône par un plan parallèle à son axe; mais cette définition est défectueuse. Car bien qu'il soit vrai qu'une pareille section forme réellement une *hyperbole*, néanmoins il est vrai aussi qu'il peut s'en former une infinité d'autres, dont le plan ne sera point parallèle à l'axe, & qui ne sont point comprises dans la définition.

Les auteurs appellent quelquefois le plan terminé par cette courbe, une *hyperbole*, & la courbe même *ligne hperbolique*.

On peut définir l'*hyperbole* une ligne courbe, dans laquelle le quarré de la demi-ordonnée est au rectangle de l'abscisse, par une ligne droite composée de la même abscisse, & d'une ligne droite donnée, qu'on appelle l'*axe transverse*, comme une autre ligne droite donnée, appellée le *paramètre* de l'axe, est à l'axe transverse (ou bien en nommant y l'ordonnée, x l'abscisse à l'axe transverse, & b le paramètre); c'est une ligne courbe dans laquelle $a y^2 = a b x + b x x$, c'est-à-dire, $b : a :: y^2 : a x + x^2$.

Dans l'*hyperbole*, une moyenne proportionnelle entre l'axe transverse ou le paramètre, est appellée l'*axe conjugué*; &, si l'on coupe l'axe transverse *AB* (*pl. conic. fig.* 34) en deux parties égales au point *C*, ce point est appellé le *centre de l'hyperbole*. *V.* Axe & Centre.

La ligne droite *DE* menée par le sommet *A* de l'*hyperbole*, parallèlement à l'ordonnée, *Mm* (*fig.* 35) est tangente à la courbe au point *A*. *V.* Tangente.

Si l'on mène, par le sommet *A* d'une *hyperbole*, une ligne droite *DE*, parallèle aux ordonnées *Mm*, & égale à l'axe conjugué, c'est-à-dire, dont les parties *DA* & *DE* soient égales au demi-axe conjugué, & qu'on tire du centre *C* par *D* & *E* les lignes *CF* & *CG*, ces lignes seront les asymptotes de l'*hyperbole*. *V.* Asymptote.

Le quarré dont le côté seroit *CI* ou *IA*, est appellé la *puissance de l'hyperbole*. *Voyez* Puissance.

Propriétés de l'hyperbole. Dans l'*hyperbole*, les quarrés des demi-ordonnées sont l'une à l'autre comme les rectangles de l'abscisse, par une ligne droite composée de l'abscisse & de l'axe transverse; d'où il suit qu'à mesure que les abscisses x augmentent, les rectangles $a x + x^2$, & par conséquent les quarrés des demi-ordonnées y^2, & les demi-ordonnées elles-mêmes augmentent à proportion: l'*hyperbole* s'éloigne donc continuellement de son axe.

2.° Le quarré de l'axe conjugué, est au quarré de l'axe transverse, comme le paramètre est au même axe transverse; d'où il suit que, puisque $b : a :: PM^2 : AP \times PB$, le quarré de l'axe conjugué est au quarré du transverse, comme le quarré de la demi-ordonnée est au rectangle de l'abscisse, par une ligne composée de l'abscisse & de l'axe transverse.

3.° *Décrire une hyperbole par un mouvement continu*: plantez aux deux points *F* & *Z* (*fig.* 36), qu'on appelle *foyers*, deux clous ou deux épingles, & attachez au point *F* un fil *FOC*, & l'autre extrémité *C* de ce fil à la règle *CZ*, en observant que le fil *CF* soit moindre que la longueur de la règle *CZ*; ensuite, fixant un stile *O* au fil, faites mouvoir la règle autour de *Z*, ce stile tracera une *hyperbole*. Sans avoir recours à cette description, on peut trouver autant de points que l'on voudra de l'*hyperbole*, & il ne s'agira plus que de les joindre. Par exemple, du foyer *Z*, avec un intervalle *Zm* plus grand que la ligne *AB*: laquelle on suppose être l'axe transverse de l'*hyperbole*, décrivez un arc, & faites $Zb = AB$, avec l'intervalle restant bm, décrivez du point *F* un autre arc qui coupe le premier au point *m*; &, comme $Zm - Fm = AB$, il s'ensuit que *m* est un des points de l'*hyperbole*, & ainsi du reste.

4.° Si l'on prolonge la demi-ordonnée *PM* (*fig.* 35) d'une *hyperbole*, jusqu'à ce qu'elle rencontre l'asymptote en *R*, la différence des quarrés de *PM* & *PR*, sera égale au quarré du demi-axe conjugué *Cd*, d'où il suit qu'à mesure que la demi-ordonnée *PM* augmente, la ligne droite *MR* diminue, & l'*hyperbole* s'approche toujours de plus en plus de l'asymptote, sans pouvoir jamais la rencontrer; car, comme $PR^2 - PM^2 = DA^2$, il est impossible que $PR^2 - PM^2$ deviennent jamais $= 0$.

5.° Dans une *hyperbole*, le rectangle de *MR* & de *Mr* est égal à la différence des quarrés PR^2 & PM^2, d'où il suit que le même rectangle est égal au quarré du demi-axe conjugué *Cd*, & que tous les rectangles, formés de la même manière, sont égaux.

6.° Lorsque *QM* est parallèle à l'asymptote *CG*, le rectangle de *QM* par *CQ*, est égal à la puissance de l'*hyperbole*; d'où il suit, 1.° qu'en faisant $CI = AI = a$, $CQ = x$, & $QM = y$, on aura $a^2 = xy$, qui est l'équation de l'*hyperbole* rapportée à ses asymptotes. Que les asymptotes étant données de position, aussi-bien que le côte de la puissance *CI* ou *AI*, si l'on prend sur l'une des asymptotes tel nombre d'abscisses qu'on voudra, on aura autant de demi-ordonnées, &, par leur moyen, autant de points de l'*hyperbole* qu'on voudra, en trouvant des troisièmes proportionnelles aux abscisses, & au côté de la puissance *CI*. 3.° Si l'on ne prend point les abscisses du centre *C*, mais de quelqu'autre point *L*, & que l'on suppose $CL = b$, on aura $Cq = b + x$, & par conséquent $a^2 = by + xy$.

7.° Dans l'*hyperbole*, l'axe transverse est au paramètre comme la somme de la moitié de l'axe transverse

transverse & de l'abscisse est à la sousnormale; & la somme du demi-axe transverse & de l'abscisse, est à l'abscisse, comme la somme de l'axe transverse entier & de l'abscisse à la soutangente. *Voyez* SOUSNORMALE & SOUS-TANGENTE.

8.° Si l'on tire au-dedans des *asymptotes* d'une *hyperbole* & d'un de ses points *m* (*fig.* 37), la ligne droite HmK, & l'autre droite RNo, on aura $Hm \times mK = RN \times No$.

9.° Si l'on tire une ligne droite HK, de telle manière qu'on voudra, entre les asymptotes d'une *hyperbole*, les segmens HE & mK, compris de chaque côté entre l'*hyperbole* & ses asymptotes, seront égaux. Il suit de-là, si $Em = o$, que la ligne droite HK sera tangente à l'*hyperbole*; par conséquent la tangente FD, comprise entre les asymptotes, est coupée en deux au point d'attouchement V. Enfin le rectangle des segmens Hm & mK parallèle à la tangente DF, est égal au quarré de la moitié de la tangente DV.

10.° Si, par le centre C (*fig.* 30), on tire une ligne droite quelconque CA, & par le point A une tangente EAD terminée aux asymptotes (on appelle la ligne CA *demi-diamètre transverse*), & une ligne égale & parallèle à EAD, menée par le centre C, est nommée *diamètre conjugué*. Or le quarré de la demi-ordonnée PM, parallèle au diamètre conjugué, est au rectangle de l'abscisse par la somme du diamètre transverse quelconque AB, & de l'abscisse AP, comme le quarré de la moitié du diamètre conjugué AD, est au quarré de la moitié du diamètre transverse CA. D'où il suit qu'en supposant $AP = x$, $PM = y$, $AB = a$, $DA = c$, on aura $y^2 = (c^2ax + c^2x^2) : \frac{1}{4} aa = \frac{4c^2x}{a} + \frac{4c^2x^2}{a^2}$; & faisant $4c^2 : a = b$, on aura $y^2 = bx + bx^2 : a$. Ainsi, la propriété des ordonnées de l'*hyperbole* par rapport à son axe, a lieu de la même manière par rapport à ses diamètres.

11.° Si l'on tire d'un point quelconque A & d'un autre point quelconque de l'*hyperbole* M (*fig.* 20) les lignes AI, MQ parallèles à l'asymptote CG : le rectangle de MQ par CQ sera égal au rectangle de CI par IA. Donc, si $QC = x$, $QM = y$, $CI = a$, $IA = b$: l'équation qui exprime la nature de l'*hyperbole* rapportée à ses asymptotes, sera $xy = ab$.

12.° Si l'on prend une des asymptotes, qu'on la divise en parties égales, & que, par chaque point de toutes ces divisions qui forment autant d'abscisses qui augmentent sans cesse également, on mène des ordonnées à la courbe parallèlement à l'autre asymptote : les abscisses représenteront une suite infinie de nombres naturels, & les espaces hyperboliques ou asymptotiques correspondans, la suite des logarithmes des mêmes nombres. *V.* LOGARITHME & LOGARITHMIQUE.

Il suit de-là que différentes *hyperboles* donneront différentes suites de logarithmes aux mêmes nombres naturels, & que, pour déterminer une suite particulière de logarithmes, il faut faire choix de quelque *hyperbole* particulière. La plus simple de toutes les *hyperboles* est l'équilatère, c'est-à-dire, celle dont les asymptotes forment un angle droit. On appelle cette *hyperbole équilatère*, parce que les axes sont égaux; car l'angle droit des asymptotes donne $CA = AD$ (*fig.* 35). Dans cette même *hyperbole*, le paramètre est égal à l'axe, & son équation est en général $yy = ax + xx$.

Nous avons rapporté sans démonstration ces différentes propriétés de l'*hyperbole*, par les raisons qui ont été déjà dites *au mot* ELLIPSE. Sur la quadrature de l'*hyperbole*, *voyez* QUADRATURE.

Les *hyperboles* à l'infini, ou du plus haut genre, sont celles qui sont exprimées par l'équation $ay^{m+n} = bx^m (a+x)^n$. *Voyez* HYPERBOLOÏDE.

L'*hyperbole* du premier genre a deux asymptotes; celles du second peuvent en avoir trois; celles du troisième, quatre, &c. *Voyez* ASYMPTOTE & COURBE. On trouvera, dans ce dernier article, les dénominations des différentes *hyperboles* du second genre, &c. L'*hyperbole* du premier genre est appellée *hyperbole conique*, ou d'*Apollonius*. *Voyez* APOLLONIEN. Elle a été appellée *hyperbole* d'un mot grec qui signifie *surpasser*, parce que, dans cette courbe, le quarré de l'ordonnée y^2 étant égal à $bx + \frac{bxx}{a}$; surpasse le produit du paramètre b par l'abscisse x. *V.* CONIQUE & ELLIPSE.

Nous avons vu ci-dessus que l'équation $xy = ab$, ou $xy = aa$, marquoit l'*hyperbole* rapportée à ses asymptotes. De même on peut, en général, prendre l'équation $x^m y^n = a^{m+n}$ pour celle d'une infinité de courbes à asymptotes, que l'on nomme aussi *hyperboles*, quoiqu'elles soient différentes de celles dont la nature est exprimée par l'équation $ay^{m+n} = bx^m (a+x)^n$; & ces courbes peuvent avoir leurs branches disposées, par rapport à leurs asymptotes, de trois manières: 1.° telles qu'on les voit dans la *figure* 39, *section conique*; ce qui arrivera, si m & n sont deux nombres impairs, comme dans l'*hyperbole* ordinaire ou apollonienne : 2.° telles qu'on les voit dans la *figure* 40; ce qui arrivera, si n est un nombre pair, & m un impair : 3.° enfin telles qu'on les voit dans la *figure* 41; ce qui arrivera, si m est pair, & n impair. On trouvera une propriété des paraboles à-peu-près semblables dans l'*article* PARABOLE. (*O*)

HYPERBOLIFORME, adj. (*Mathém.*) : on appelle ainsi les courbes dont les équations ont une forme analogue à celle de l'hyperbole ordi-

naire. *Voyez* HYPERBOLE & HYPERBOLOÏDE. (*O*)

HYPERBOLIQUE, adj. se dit de tout ce qui a rapport à l'hyperbole, dans quelque sens que l'on prenne ce mot. (*O*)

HYPERBOLOIDE, s. f. (*Géom.*) est le nom qu'on donne en général à toutes les courbes dont la nature est exprimée par l'équation $ay^{m+n} = bx^m (a+x)^n$. Cette équation générale renferme, comme un cas particulier, l'équation $ay^2 = bax + bx^2$, de l'hyperbole ordinaire. (*O*)

HYPOMOCHLION, s. m. *terme de Méchanique*, c'est le point qui soutient le levier, & sur lequel il fait son effort, soit qu'on le baisse, ou qu'on le lève. On l'appelle plus ordinairement *point d'appui* ou *appui*. Ce mot est grec, & vient d'ὑπὸ, *sous*, & μόχλος, *vectis*, levier.

L'*hypomochlion* est souvent une roulette que l'on place sous le levier, ou une pierre, ou un morceau de bois, pour pouvoir soulever le levier plus aisément. (*O*)

HYPOTENUSE, s. f. *terme de Géométrie*, c'est le plus grand côté d'un triangle rectangle, ou la soutendante de l'angle droit. *V.* TRIANGLE.

Ce mot est grec, *soutendante*, formé d'ὑπο, *sous*, & τείνω, *j'étends*. La plupart des géomètres écrivent *hypoténuse* par une *h*; si cette orthographe n'est pas vicieuse, ce mot ne doit pas venir de τείνω, *j'étends*, mais de τίθημι, *je pose*. On s'en rapporte là-dessus aux savans.

Dans le triangle *KML* (*pl. géom. fig.* 71), le côté *ML*, opposé à l'angle droit *K*, est appellé *hypoténuse*.

C'est un théorême fameux, en Géométrie, que, dans tout triangle rectiligne rectangle *KLM*, le quarré de l'*hypoténuse ML* est égal aux quarrés des deux autres côtés *KL* & *KM*; on l'appelle le théorême de Pythagore, à cause qu'il en est l'inventeur. Il fut si charmé de cette découverte, qu'il fit, dit-on, une hécatombe aux muses pour les remercier de ce bienfait. *V.* GÉOMÉTRIE.

La proposition de Pythagore peut être démontrée de plusieurs manières, entr'autres au moyen de la proposition suivante :

Si, d'un point pris hors d'un cercle, on tire une tangente & une sécante qui aillent se terminer à la circonférence du cercle, la tangente est moyenne proportionnelle entre la sécante entière & la partie de cette sécante qui est hors du cercle. Soit donc le triangle rectangle *ABC* (*pl. de Géom. fig.* 23, *n.°* 1). Avec l'un des deux côtés *CA*, qui comprennent l'angle droit, décrivons un cercle du centre *C*, & prolongeons l'*hypoténuse BC* jusqu'à ce qu'elle rencontre un autre point de la circonférence en *D*; supposons maintenant que l'*hypoténuse* $BC=h$, le côté $AC=r$, le côté $AB=t$. Il s'agit de démontrer que $hh=rr+tt$.

Démonstration par la proposition précédente $BD : AB :: AB . BL$ ou $h+r . t :: t . h-r$; donc, en faisant le produit des extrêmes & celui des moyens, l'on a $hh-rr=tt$, & par conséquent $hh=rr+tt$. *C. Q. F. D.* (*E*)

De ce que $hh=rr+tt$, il n'en faut pas conclure que $h=r+t$; car la racine quarrée de $rr+tt$ n'est pas $r+t$, puisque le quarré de $r+t$ est $rr+2rt+tt$. Nous faisons cette remarque, parce que nous avons vu plusieurs commençans qui croyoient que la proposition du quarré de l'*hypoténuse* étoit contradictoire à celle qui prouve que l'*hypoténuse* est plus petite que la somme des deux côtés : ces deux propositions sont au contraire parfaitement d'accord ; car, puisque $hh=rr+tt$, & que $rr+tt$ est moindre que $rr+2rt+tt$, c'est-à-dire, que $\overline{r+t}^2$, il s'ensuit que hh est moindre que $\overline{r+t}^2$, & par conséquent h moindre que $r+t$.

HYPOTHESE, en *Mathématiques*, c'est une supposition que l'on fait, pour en tirer une conséquence qui établit la vérité ou la fausseté d'une proposition, ou même qui donne la résolution d'un problême. Il y a donc deux choses principalement à considérer, dans une proposition mathématique, l'*hypothèse* & la conséquence; l'*hypothèse* est ce que l'on accorde, ou le point d'où l'on doit partir, pour en déduire la conséquence énoncée dans la proposition, en sorte qu'une conséquence ne peut être vraie, en Mathématiques, à moins qu'elle ne soit tirée de l'*hypothèse*, ou de ce que les Géometres appellent les *données* d'une question ou d'une proposition: quand une conséquence seroit vraie absolument, si elle ne l'est pas relativement à l'*hypothèse* ou aux *données* de la proposition, elle passe & doit effectivement passer pour fausse en Mathématiques, puisqu'elle n'a pas été déduite de ce dont l'on étoit convenu; on n'a donc pas pris l'état de la question, & par conséquent l'on a fait un paralogisme, que l'on appelle, dans les écoles, *ignorentia elenchi*, ignorance ou oubli de ce qui est en question.

Dans cette proposition, *si deux triangles sont équiangles, leurs côtés homologues sont proportionels*; la première partie, *si deux triangles sont équiangles*, est l'*hypothèse*; & la seconde, *leurs côtés homologues sont proportionnels*, est la *conséquence*. (*E*)

HYPOTHESE, (*Astron.*) se dit de la théorie de Kepler, pour le mouvement des planètes dans des ellipses, suivant la loi des aires proportionnelles aux tems, mais l'*hypothèse* de Kepler est trop bien démontrée pour qu'on doive se servir de ce nom.

L'*hypothèse elliptique simple*, qu'on lui substitue souvent pour simplifier les calculs, étant moins exacte, mérite seule le nom d'*hypothèse*.

Elle consiste à supposer que les planètes qui tournent dans une ellipse *AL* (*fig.* 87 *d'Astron.*), ont une inégalité telle, que si la force centrale est à un des foyers *S* de l'ellipse, le mouvement soit uniforme par rapport au foyer supérieur *F*, ou que les anomalies vraies *ASL* étant comptées à l'un des foyers, les anomalies moyennes *AFL* puissent se compter autour de l'autre foyer *F*. Boulliaud fit usage de cette *hypothèse* dans son *Astronomie philolaïque*; mais Seth-Ward donna un moyen de la calculer avec beaucoup de facilité, & les Anglois l'appellent en conséquence *hypothèse* de Wardus. Suivant cette *hypothèse*, on prolonge *FL*, de manière que *FE* soit égale au grand axe *AP* de l'ellipse, on aura $LE = LS$, parce que *FL* & *LS* équivalent aussi un grand axe par la propriété de l'ellipse; ainsi, le triangle *LSE* est isocelle, l'angle *E* égale à l'angle *LSE*, & l'angle extérieur *FLS* double de l'angle *E*.

Pour trouver l'anomalie vraie & l'équation de l'orbite ou l'angle *FLS*, on considère que, suivant une proportion connue dans la trigonométrie rectiligne, la demi-somme des côtés *FE* & *FS* est à leur demi-différence, comme la tangente du demi-supplément de l'angle *LFS* est à la tangente de la demi-différence des angles *E* & *FSE*; mais la demi-somme de *FE* & *FS* est égale à *AS*, leur demi-différence est égale a *PS*, la demi-somme des angles *FES*, *FSE* est égale à la moitié de l'angle externe *AFL*, ou à la moitié de l'anomalie moyenne; la demi-différence de ces angles est aussi la demi-différence de l'angle *FSE* & de l'angle *LSE* (qui est égale à *LES*); c'est donc la moitié de l'anomalie vraie *ASL*; ainsi, il suffira de faire cette proportion: *la distance aphélie est à la distance perihélie comme la tangente de la moitié de l'anomalie moyenne, est à la tangente de la moitié de l'anomalie vraie.*

La distance *SL* de la planète au soleil se trouve aussi par une simple proportion, au moyen du triangle *SLF*, en disant: le sinus de l'équation du centre *SLF* est au double *FS* de l'excentricité, comme le sinus de l'anomalie moyenne *LFS* est au rayon vecteur *SL*. Cette manière de trouver le lieu d'une planète est fort commode; mais elle n'est pas assez exacte quand les orbites sont fort excentriques.

Hypothèse de Copernic. Le système du mouvement de la terre autour du soleil, démontré par Copernic, Galilée, *&c.* attaqué par des théologiens ignorans, fut permis comme *hypothèse* par la cour de Rome, dans des tems plus éclairés. *Voy.* SYSTÈME.

Les astronomes font des *hypothèses*, pour lier ensemble des observations dont la loi n'est pas assez connue; par exemple, sur les densités de l'atmosphère, pour calculer les réfractions; sur les densités de la terre, pour calculer les degrés du méridien; l'on ne juge du mérite de ces *hypothèses* que par l'accord de leurs résultats avec les observations. (*D. L.*)

ICA

ICARE, (*Astron.*) nom que porte quelquefois la constellation du Bouvier ou Bootès. (*D. L.*)

ICHNOGRAPHIE, sub. f. (*Mathém.*) Ce mot signifie proprement le plan ou la trace que forme, sur un terrein, la base d'un corps qui y est appuyé.

Ce mot vient du grec ἴχνος, *vestigium*, trace, & de γράφω, *scribo*, je décris; l'*ichnographie* étant véritablement une description de l'empreinte ou de la trace d'un ouvrage.

En perspective, c'est la vue ou la représentation d'un objet quelconque, coupé à sa base ou à son rez-de-chaussée par un plan parallèle à l'horizon.

L'*ichnographie*, *en Architecture*, est une section transverse d'un bâtiment, qui représente la circonférence de tout l'édifice, des différentes chambres & appartemens, avec l'épaisseur des murailles, les distributions des pièces, les dimensions des portes, des fenêtres, des cheminées, les saillies des colonnes & des pieds-de-roi, en un mot, avec tout ce qui peut être vu dans une pareille section.

En fortification, le mot *ichnographie* signifie le *plan* ou la *représentation* de la longueur & de la largeur des différentes parties d'une forteresse, soit qu'on trace cette représentation sur le terrein ou sur le papier. *V.* FORTIFICATION. (*E*)

C'est aussi, dans la même science, le plan ou le dessin d'une forteresse coupée parallèlement & un peu au-dessus du rez-de-chaussée. *Voyez* PLAN.

L'*ichnographie* est la même chose que ce que nous appellons *plan géométral*, ou simplement *plan*. L'*ichnographie* est opposée à la *stéréographie*, qui est la représentation d'un objet sur un plan perpendiculaire à l'horizon, & qu'on appelle autrement *élévation géométrale*. *V.* PLAN.

ICONANTIDIPTIQUE, nom que l'on avoit donné à une lunette appellée ensuite *diplantidienne*.

ICOSAEDRE, f. m. (*Géom.*) c'est un corps ou solide régulier terminé par vingt triangles équilatéraux & égaux entr'eux.

On peut considérer l'*icosaëdre* comme composé de vingt pyramides triangulaires, dont les sommets se rencontrent au centre d'une sphère, & qui ont par conséquent leurs hauteurs & leurs bases égales; d'où il suit qu'on aura la solidité de l'*icosaëdre*, en multipliant la solidité d'une de ces pyramides par 20, qui est le nombre des bases. (*E*)

IDENTIQUE, (*Alg.*) On appelle équation *identique*, celle dont les deux membres sont les mêmes, ou contiennent les mêmes quantités, sous

la même ou sous différentes formes ; par exemple, $a=a$, ou $aa-xx=(a+x)\times(a-x)$, sont des équations *identiques*. Dans ces équations, si on passe tous les termes d'un même côté, on trouve qu'ils se détruisent mutuellement, & que tout se réduit à $o=o$, ce qui n'apprend rien. Ces sortes d'équations ne servent à rien pour la solution des problêmes, & il faut prendre garde, dans la solution de certains problêmes compliqués, de tomber dans les équations *identiques*; car on croiroit être parvenu à la solution, & l'on se tromperoit : c'est ce qui arrive quelquefois ; par exemple, on veut transformer une courbe en une autre ; on croit avoir résolu le problême, parce qu'on est parvenu à une équation qui, en apparence, differe de la proposée, & on n'a fait quelquefois que transformer les axes. (*O*)

IDES, terme du calendrier romain, qui exprime le 15 du mois, en mars, mai, juillet & octobre, & le 13 dans les autres mois. Les 7 jours précédens étoient aussi comptés comme *ides*.

I M A

IMAGE, s. f. *en Optique*, est la peinture naturelle & très-ressemblante qui se fait des objets, quand ils sont opposés à une surface bien polie. *V.* MIROIR.

Image signifie plus généralement le spectre ou la représentation d'un objet que l'on voit, soit par réflexion, soit par réfraction. *V.* VISION.

C'est un des problêmes des plus difficiles de l'Optique, que de déterminer le lieu apparent de l'*image* d'un objet que l'on voit dans un miroir, ou à travers un verre. *Voyez* ce que nous avons dit sur ce sujet aux *articles* APPARENT, MIROIR, DIOPTRIQUE, *&c.*

IMAGINAIRE, adj. on appelle ainsi, en *Algèbre*, les racines paires de quantités négatives. La raison de cette dénomination est, que toute puissance paire d'une quantité quelconque, positive ou négative, a nécessairement le signe +, parce que + par +, ou − par −, donnent également +. *Voyez* QUARRÉ, PUISSANCE, NÉGATIF & MULTIPLICATION. D'où il s'ensuit que toute puissance paire, tout quarré, par exemple, qui a le signe −, n'a point de racine possible (*voyez* RACINE), & qu'ainsi la racine d'une telle puissance est impossible ou *imaginaire*. Les quantités *imaginaires* sont opposées aux quantités *réelles*. *V.* RÉEL & ÉQUATION.

Non-seulement toute racine paire d'une quantité négative, comme $\sqrt[2]{-aa}$, est *imaginaire*, mais encore, si on y joint une quantité réelle b, le tout devient *imaginaire* ; ainsi, $b+\sqrt[2]{-aa}$ est *imaginaire*, ce qui est évident ; car, si $b+\sqrt[2]{-a}$ étoit égal à une quantité réelle c, on auroit $\sqrt[2]{-aa}=c-b$, ce qui est impossible.

Les quantités composées de réel & d'*imaginaire* s'appellent *mixtes imaginaires*, & les autres *imaginaires simples*.

J'ai démontré le premier, dans les Mémoires de l'Académie de Berlin, pour l'année 1746, & même dans un ouvrage antérieur, envoyé à l'Académie de Berlin au commencement de 1746, que toute quantité *imaginaire* donnée à volonté, & de telle forme qu'on voudra, peut toujours se réduire à $e+f\sqrt{-1}$, e & f étant des quantités réelles. M. Euler a démontré depuis cette même proposition, dans les Mémoires de l'Académie de Berlin 1749 ; mais il est aisé de voir que sa démonstration ne differe en aucune façon de la mienne. Pour s'en convaincre, on peut comparer la page 273 des Mémoires de Berlin de 1749, avec l'article 79 de ma Dissertation sur les vents.

J'ai démontré de plus, dans les mêmes Mémoires de 1746, que toute racine *imaginaire* d'une équation quelconque pouvoit toujours se réduire à $e+f\sqrt{-1}$, e & f étant des quantités réelles. M. Euler a donné, de son côté, dans les Mémoires de 1749, une démonstration de cette proposition, qui differe entierement de la mienne, & qui ne me paroît pas aussi simple. On peut voir les démonstrations des deux propositions dont je viens de parler, dans le Traité de M. de Bougainville, sur le calcul intégral.

Un corollaire de cette proposition, qui est démontré fort simplement dans les Mémoires de Berlin 1746, c'est que, si $e+f\sqrt{-1}$ est une des racines d'une équation, $e-f\sqrt{-1}$ en sera une autre ; & voilà pourquoi les racines *imaginaires* des équations vont toujours en nombre pair. *Voyez* RACINE.

Deux quantités *imaginaires* jointes ensemble peuvent former une quantité réelle ; par exemple, $\sqrt[3]{a+b\sqrt{-1}}+\sqrt[3]{a-b\sqrt{-1}}$ est une quantité réelle. *V.* CAS IRRÉDUCTIBLE. (*O*)

IMMERSION (*Astron.*), commencement d'une éclipse ; quelquefois on s'en sert pour désigner le tems où un astre est si proche du soleil, qu'on ne peut la voir, parce qu'elle est comme enveloppée dans ses rayons. *Voyez* COUCHER HÉLIAQUE.

Immersion, se dit plus ordinairement pour signifier le commencement d'une éclipse d'étoile, quand elle est cachée par la lune ; on s'en sert aussi pour les éclipses de lune : l'*immersion* est le moment où la lune commence à être toute obscurcie, ou plongée dans l'ombre de la terre.

Comme la lune n'est jamais entierement cachée dans ses éclipses, mais qu'elle conserve une couleur rougeâtre, le moment précis de son *immersion*, ou de son entrée dans l'ombre, n'est pas aisé à déter-

miner par obſervation ; il en eſt de même du moment précis de l'émerſion. Au contraire, dans les éclipſes d'étoiles, le moment de l'*immerſion*, ou le commencement de l'éclipſe eſt inſtantané & très-remarquable ; dans les éclipſes de ſoleil, on peut juger du commencement de quelques ſecondes près.

Immerſion, ſe dit auſſi en parlant des ſatellites de jupiter, dont les obſervations ont été d'une grande utilité pour la détermination des longitudes. On appelle *immerſion* d'un ſatellite, le moment auquel cette petite planète nous paroît entrer dans l'ombre de jupiter ; & *émerſion* le moment auquel elle paroît en ſortir.

On obſerve les *immerſions* depuis la conjonction de jupiter avec le ſoleil juſqu'à ſon oppoſition, & les émerſions depuis ſon oppoſition juſqu'à ſa conjonction. La commodité de ces obſervations conſiſte en ce qu'on les peut faire pluſieurs fois chaque mois, excepté pendant deux mois de l'année.

L'*immerſion* des ſatellites de jupiter, dans l'ombre de cette planète, eſt beaucoup plus aiſée à déterminer avec préciſion que l'*immerſion* de la lune, parce que ces ſatellites étant fort petits, s'obſcurciſſent & diſparoiſſent plus promptement. C'eſt ce qui fait que les éclipſes des ſatellites de jupiter donnent la longitude avec plus de juſteſſe que les éclipſes de lune. Mais les *immerſions* d'étoiles, quand elles ſont éclipſées, valent beaucoup mieux. *V.* LONGITUDE. (*O*)

1. IMPAIR, adj. (*Arith.*) c'eſt ainſi qu'on nomme, par oppoſition à *pair*, un nombre qui ne ſe peut exactement diviſer par 2.

2. Tout nombre *impair* eſt eſſentiellement terminé vers la droite par un chiffre *impair*, & c'eſt de ce chiffre ſeul qu'il prend ſon nom ; car ceux qui précèdent étant tous des multiples de $10 = 2 \times 5$, ſont conſéquemment diviſibles par 2 ; & juſques-là le nombre reſte pair.

3. Il eſt évident que l'obſtacle, qui ſe rencontre à la diviſion exacte d'un chiffre ſimple par 2, ne réſide que dans une unité qui s'y trouve de trop ou de trop peu. Tout chiffre *impair* devient donc pair par l'addition ou la ſouſtraction de l'unité, & par une ſuite (*n.*° 2), le nombre même qu'il termine.

4. Un *impair* étant combiné avec un autre nombre quelconque *b*.

Si c'eſt par *addition* ou par *ſouſtraction*, la ſomme ou la différence ſont d'un nom différent de celui de *b*.

Si c'eſt par *multiplication* ou par *diviſion* (on ſuppoſe celle-ci exacte), le produit ou le quotient ſont de même nom que *b*.

S'il s'agit d'*exaltation* ou d'*extraction*, une racine exprimée par un nombre *impair*, donne une puiſſance de même nom, & réciproquement.

5. Telles ſont les principales propriétés du nombre *impair* pris en général ; mais le caprice & la ſuperſtition lui en ont attribué d'autres bien plus importantes. Il fut en grande vénération dans l'antiquité payenne. On le croyoit par préférence agréable à la divinité : *numero Deus impari gaudet.* C'eſt en nombre *impair* que le rituel magique preſcrivoit ſes plus myſtérieuſes opérations ; *necte tribus nodis ternos*, &c. Il n'étoit pas non plus indifférent dans l'art de la Divination ni des augures. Ne s'eſt-il pas aſſujetti juſqu'à la Médecine ? L'année *climatérique* eſt, dans la vie humaine, une année *impaire* ; entre les jours critiques d'une maladie (*voyez* CRISE), les *impairs* ſont les jours dominans, ſoit par leur nombre, ſoit par leur énergie. Au reſte, en rejettant ce qu'il y a de chimérique dans la plupart de ces attributions, nous ne laiſſons pas de reconnoître en certains *impairs* des propriétés très-réelles, mais numériques, c'eſt-à-dire, du genre qui leur convient ; & nous en ferons mention dans leur article particulier. *V.* entr'autres NEUF & ONZE.

6. Si l'on conçoit les nombres *impairs* rangés par ordre à la ſuite l'un de l'autre, il réſulte une progreſſion arithmétique indéfinie, dont le premier terme eſt 1, & la différence 2 : c'eſt ce qu'on nomme *la ſuite des impairs.*

Cette ſuite a une propriété remarquable relative à la formation des puiſſances ; mais qui n'a juſqu'ici, du moins que nous ſachions, été connue ni développée qu'en partie. La voici dans toute ſon étendue.

7. A toute puiſſance numérique d'une racine *r* & d'un expoſant *e* quelconques, répond, dans la ſuite générale des *impairs*, une ſuite ſubalterne des termes conſécutifs, dont la ſomme eſt cette puiſſance même.

Il s'agit d'en déterminer généralement le premier terme *p*, & le nombre des termes *n*.

8. A l'égard des puiſſances d'un *expoſant pair*, la choſe a déja été exécutée. On s'eſt apperçu que le premier terme de la progreſſion ſubalterne ne diffère point de celui de la ſuite principale, & que le nombre des termes eſt exprimé par la racine ſeconde de la puiſſance cherchée ; c'eſt-à-dire, que pour ce cas-là . . . . $p = 1$.
Faut-il élever 5 à la quatrième puiſſance, on a . . . . $n = r^{\frac{e}{2}}$

$p = 1$, $n = 25$ } dernier terme 49, ſomme des extrêmes 50 ; ſomme totale $625 = 5^4$.

9. Quant aux puiſſances d'un *expoſant impair*, il n'a juſqu'ici rien été déterminé. Le premier terme de la progreſſion ſubalterne dont elles ſont la ſomme, eſt enfoncé plus ou moins dans la profondeur de la ſuite principale : mais il en ſera toujours tiré, & comme montré au doigt par cette formule . . . . $p = \overline{\overline{r - 1} \times r^{\frac{e-1}{2}}} + 1.$
& le nombre des termes par cet autre $n = r^{\frac{e-1}{2}}$.

S'agit-il d'élever 3 à la septième puissance, on trouve,

$$\left.\begin{array}{l} p = \overline{2 \times 27} + 1 = 55 \\ n \ldots\ldots\ldots\ldots = 27 \end{array}\right\}$$ dernier terme 107; somme des ext. 162; somme totale $2187 = 3^7$.

10. Les choses considérées sous ce point de vue, élever une racine quelconque à une puissance donnée, ce n'est que chercher la somme d'une progression arithmétique, dont, avec la différence constante 2, on connoît le premier terme & le nombre des termes (variables l'un & l'autre, mais déterminés par les formules).

Pour faciliter l'opération, comme en toute progression arithmétique, qui a 2 pour différence (*voyez* PROGRESSION ARITHMÉTIQUE), la somme est $\overline{2p+2n-2} \times \frac{n}{2} = \overline{p+n-1} \times n$; en substituant, au lieu de p & de n, leurs valeurs indiquées par les formules, le résultat sera la puissance demandée.

Si $p = 1$, $\overline{p+n-1} \times n$ se réduit à $n \times n = n^2$: mais (n.° 8) quand l'exposant est pair, on a $p = 1$. Donc, quand l'exposant est pair, la somme de la progression subalterne (égale à la puissance cherchée) est le quarré du nombre même de ses termes.

En effet, dans le premier exemple ci-dessus, $n^2 = \overline{25}^2 = 625 = 5^4$.

11. Il n'est pas besoin de faire observer que, quand $r^{\frac{e}{2}}$ ou $r^{\frac{e-1}{2}}$ (qui expriment le nombre des termes), sont des puissances elles-mêmes trop élevées, on peut les former par la même méthode, & rabaisser tant qu'on voudra de l'un en l'autre l'exposant de r, jusqu'à le réduire à l'unité.

12. Au reste, il est facile de rappeller les puissances de l'une & de l'autre classe à une formule commune, qui aura même sur celles qu'on vient de voir cet avantage, qu'outre la solution de tous les cas possibles, elle donnera de plus toutes les solutions possibles de chaque cas. (Car, dès que $e > 3$, le problême devient indéterminé; c'est-à-dire, qu'il y a, dans la suite générale des *impairs*, plusieurs suites subalternes, dont la somme est la puissance cherchée).

m, dans la nouvelle formule ci au-dessous, est un nombre quelconque $< e$ pair, dans les puissances d'un exposant pair, où il peut même être o, & *impair* dans celles d'un exposant *impair*. Autant que m aura de valeurs, autant le problême aura de solutions; & m aura autant de valeurs que $\frac{e}{2}$ (pour les puissances de la première classe), ou $\frac{e-1}{2}$ (pour celles de la seconde), expriment d'unités.

$$p = \overline{r^m - 1} \times \overline{r^{\frac{e-m}{2}}} + 1.$$
$$n = r^{\frac{e-m}{2}}.$$

On pourroit même absolument supprimer la formule de n, dont la valeur se produit toujours dans la formule de p, où elle est le second facteur du premier terme.

13. Plus simplement encore, & sans l'attirail d'aucune formule, partagez e en deux parties à volonté, & donnez à r chacune de ces deux parties pour exposant; vous aurez deux puissances de r. Leur différence, augmentée de l'unité, sera la valeur de p; celle des deux qu'on soustrait de l'autre, sera la valeur de n.

14. Si les deux parties, dans lesquelles e se trouve partagé, sont le moins inégales qu'il se puisse; ou (ce qui revient au même) si, faisant usage de la formule, on y donne à m la plus petite valeur qu'elle puisse avoir, en sorte qu'elle soit o pour les puissances d'un exposant pair, & 1 pour celles d'un exposant *impair*, on verra naître les formules des numéros 8 & 9.

15. Reprenant les exemples que nous avons donnés sous ces deux articles, pour former la quatrième puissance de 5.

$$\left\{\begin{array}{l} m = o \text{ donne la solution qui se trouve à l'endroit cité.} \\ m = 2 \text{ donne } \begin{array}{l} p = 24 \times 5 + 1 = 121 \\ n \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = 5. \end{array} \text{ d'où } \overline{p+n-1} \times n = 125 \times 5 = 625 = 5^4. \end{array}\right.$$

Pour former la septième puissance de 3.

$$\left\{\begin{array}{l} m = 1 \text{ donne la solution qui se trouve à l'endroit cité.} \\ m = 3 \text{ donne } \begin{array}{l} p = 26 \times 9 + 1 = 235 \\ n \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = 9 \end{array} \text{ d'où } \overline{p+n-1} \times n = 243 \times 9 = 2187 \\ m = 5 \text{ donne } \begin{array}{l} p = 242 \times 3 + 1 = 727 \\ n \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = 9 \end{array} \text{ d'où } \overline{p+n-1} \times n = 729 \times 3 = 2187 \end{array}\right\} = 3^7.$$

16. Si l'on vouloit une démonstration, on peut s'en procurer une fort simple. Pour cela, qu'on prenne, dans celle qu'on voudra des formules, l'expression de p & de n pour le premier terme & pour le nombre de termes d'une progression arithmétique dont la différence soit 2, & qu'on

ſe donne la peine d'en faire la ſomme, on trouvera pour dernier réſultat r^e, c'eſt-à-dire, la puiſſance cherchée.

17. Ce qu'on connoiſſoit juſqu'à préſent de cette propriété de la ſuite des *impairs*, ne pouvoit être d'un grand ſecours, & ne diſpenſoit pas de recourir à la pratique uſitée pour former les puiſſances même d'un expoſant pair, toutes les fois que $\frac{e}{2}$ exprimoit un nombre *impair*. Ayant à former, par exemple, la dixième puiſſance de 7, il falloit préalablement trouver 7^5, qui indique le nombre des termes dont la ſomme eſt 7^{10}. En un mot, on ne pouvoit ſe paſſer de la méthode ordinaire que dans le ſeul cas (aſſez rare) où e eſt une puiſſance de 2.

De plus, on ne ſoupçonnoit pas que la progreſſion ſubalterne, dont la ſomme eſt la puiſſance d'un expoſant pair cherchée, ſe trouvât ailleurs qu'à l'origine de la ſuite principale. On tenoit, il eſt vrai, une ſolution de cette partie la plus expoſée en vue du problême; mais on ne s'aviſoit pas qu'il y en eût d'autres : or il y en a, comme on l'a vu, autant que $\frac{p}{2}$ exprime d'unités.

18. Nommant s le nombre des termes qui précèdent p dans la ſuite générale des *impairs*, & qu'il faut ſauter vers l'origine pour monter juſqu'à lui, on aura (par la nature des progreſſions) $2s+1=p$: & ſubſtituant cette valeur dans $\overline{p+n-1}\times n$, on trouvera la ſomme de la progreſſion, ou $r^e=\overline{2s+n}\times n$. Mais on a auſſi, comme il eſt évident, $r^2=r^{\frac{e+m}{2}}\times r^{\frac{e-m}{2}}$; & d'ailleurs (n.° 12) $n=r^{\frac{e-m}{2}}$: donc $\overline{2s+n}=r^{\frac{e+m}{2}}$; c'eſt-à-dire, que,

« Si, au nombre des termes de la ſuite ſubalterne, dont la ſomme eſt une puiſſance quelconque r^e, on ajoute le double du nombre de ceux qui en précèdent le premier dans la ſuite générale, il en réſulte une puiſſance complète de r, dont l'expoſant eſt invariablement $\frac{e+m}{2}$. »

Théorême aſſez ſingulier ! car il ne s'agit nullement ici de la valeur même des termes, mais ſimplement de leur nombre.

Dans l'exemple du n.° 6 $n= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 27$
$\int=\frac{55-1}{2}=2s$; d'où $27=54$: or $27+54=81=3^4=3^{\frac{7+1}{2}}$.

(*Par M. Rallier des Ourmes.*)

IMPRESSION (*centre d'*) *Hydraulique*. Quand un fluide s'échappe d'un vaſe par un orifice horizontal ou vertical très-petit, relativement à la hauteur de ſon niveau ſur cet orifice, ſa vîteſſe eſt la même ſenſiblement pour tous les points de l'orifice, & égale à celle qu'un corps peſant acquerroit en tombant du niveau ſur l'orifice. Mais, ſi l'orifice eſt de grandeur ſenſible & vertical, il n'en eſt pas ainſi. Cependant on peut toujours imaginer une hauteur, telle que, ſi toutes les parties du fluide étoient animées d'une vîteſſe dûe à cette hauteur, il ſortiroit, dans le même tems, une quantité de fluide égale à celle qui ſort avec les vîteſſes effectives. C'eſt le point de l'orifice où répondroit cette hauteur comptée du niveau, que quelques auteurs d'Hydraulique ont appellé *centre d'impreſſion*.

IMPULSION; c'eſt la force d'un corps qui agit ſur un autre avec une vîteſſe finie, pendant un tems infiniment petit, ou au moins inappréciable. Si vous enfoncez un clou avec un marteau, le coup de marteau ſera une force d'*impulſion*.

INA

INACCESSIBLE, (*Géom.*) Une hauteur ou une diſtance *inacceſſible*, eſt celle qu'on ne peut meſurer immédiatement, à cauſe de quelqu'obſtacle, telle que l'eau ou autre choſe ſemblable.

INCIDENCE, ſ. f. *en Méchanique*, exprime la direction ſuivant laquelle un corps en frappe un autre.

On appelle ordinairement, en Optique, *angle d'incidence*, l'angle compris entre un rayon incident ſur un plan, & la perpendiculaire tirée ſur le plan au point d'*incidence*.

Par exemple, ſi l'on ſuppoſe que *A B* (*pl. Opt. fig.* 26) ſoit un rayon incident qui parte du point rayonnant *A*, & tombe ſur le point *d'incidence B*, & *HB* une perpendiculaire ſur *D E* au point d'*incidence*, l'angle *A B H*, compris entre *A B* & *HB*, ſera l'angle d'*incidence*.

Quelques auteurs appellent *angle d'incidence*, le complément de ce dernier angle; ainſi, ſuppoſant que *AB* ſoit un rayon incident, & *HB* une perpendiculaire comme ci-devant, l'angle *A B D*, compris entre le rayon & le plan réfléchiſſant ou rompant *D E*, eſt appellé, par ces auteurs, l'*angle d'incidence* ; mais la première dénomination eſt la plus uſitée, ſur-tout dans la Dioptrique.

Il eſt démontré en Optique, 1.° que l'angle d'*incidence A B H* (*fig.* 26) eſt toujours égal à l'angle de réflexion *HB C*, ou l'angle *A B D* à l'angle *CB E*. *V.* Réflexion.

2.° Que les ſinus des angles d'*incidence* & de réflexion ſont toujours l'un à l'autre en raiſon conſtante, à quelques exceptions près, comme l'a très-bien démontré M. d'Alembert dans ſon Traité d'*Hydrodynamique*.

3.° Que, dans le passage des rayons de l'air dans le verre, le sinus de l'angle d'*incidence* est au sinus de l'angle de réfraction comme 300 à 193, ou à-peu-près comme 14 à 9; au contraire, que, du verre dans l'air, le sinus de l'angle d'*incidence* est à celui de l'angle de réfraction comme 195 à 300, ou comme 9 à 14.

INCLINAISON, (*Astron.*); c'est l'angle que forme, avec l'écliptique, l'orbite d'une planète. Cet angle est donc mesuré au centre du soleil, qui est à l'intersection & au centre de tous les cercles de la sphère, de l'écliptique & de toutes les orbites planétaires; ainsi, pour déterminer l'*inclinaison* par observation, il faut connoître la latitude héliocentrique de la planète ou la déduire de la latitude géocentrique observée; la plus grande de toutes les latitudes héliocentriques, celle qui a lieu à 90° des nœuds, est nécessairement l'*inclinaison* de l'orbite; mais, pour éviter l'inconvénient de cette réduction au soleil, on choisit, quand on le peut, le tems où le soleil est dans le nœud de la planète; c'est-à-dire, nous paroît au degré de longitude que la planète traverse quand elle est dans son nœud. Soit *S* le soleil (*fig. 98 des planches d'Astron.*), *A P N* l'orbite d'une planète, la terre en *T* sur son orbite & sur la ligne des nœuds *N S T*; dans ce cas, la détermination de l'*inclinaison* est fort simple. Commençons par établir un principe sur l'*inclinaison* des plans : soit un plan *A B C D*, *fig. 94*, qui soit incliné sur un autre plan *A B E F*, en sorte que *A B* soit leur commune section, & que les lignes *E B*, *C B* soient perpendiculaires sur la section *A B*, elles feront entr'elles un angle *C B E*, que l'on prend pour la mesure de l'angle d'*inclinaison* de ces deux plans. Si l'on prenoit deux autres lignes *B O* & *B H*, faisant, avec la section *A B* des angles aigus, l'angle *O B H*, compris entre ces deux lignes, seroit toujours plus petit que l'angle *C B E*, & il n'y auroit rien de déterminé pour la mesure de l'angle des deux plans.

Ainsi, dans la *figure 98*, les lignes *P R* & *L R* perpendiculaires sur la commune section *N R T*, font un angle égal à l'*inclinaison* de l'orbite de la planète sur l'écliptique.

Supposons que la planète se trouve pour lors au point *A* de son orbite, de manière qu'ayant abaissé la perpendiculaire *A B* sur le plan de l'écliptique ou de l'orbite de la terre prolongée jusques vers la planète, la ligne *T B*, qui marque son lieu, réduit à l'écliptique, soit perpendiculaire à la ligne *T S N*, dans laquelle se trouvent, & le soleil *S*, & le nœud de la planète; l'angle d'élongation *B T S* étant de 90°, les lignes *A T* & *B T* sont perpendiculaires à la commune section *T N*, l'une dans le plan de l'orbite, & l'autre dans le plan de l'écliptique; elles font donc entre elles le même angle que les deux plans, c'est-à-dire, un angle égal à l'*inclinaison* que l'on cherche; or l'angle *A T B* n'est autre chose que la latitude même de la planète vue de la terre; donc la latitude observée sera elle-même l'*inclinaison* de l'orbite. Cependant, comme il est rare de rencontrer ces deux circonstances ensemble, c'est-à-dire, le soleil dans le nœud, & la planète à 90° du soleil, & que d'ailleurs cette dernière condition ne se rencontre que dans les planètes supérieures, nous avons besoin d'une règle plus générale pour la détermination des *inclinaisons*.

Supposons qu'on ait observé la latitude d'une planète vue de la terre, quelle qu'elle soit, pourvu que le soleil soit dans le nœud de la planète ou à-peu-près; soit *P* la planète en un point quelconque de son orbite, la terre étant toujours en *T* dans la ligne des nœuds *T S N*, on abaisse la perpendiculaire *P L* du lieu de la planète sur le plan de l'écliptique; on tire des points *P* & *L* les perpendiculaires *PR* & *LR* sur la commune section des deux plans; l'angle *PRL* de ces deux perpendiculaires sera égal à l'angle des deux plans, c'est-à-dire, à l'*inclinaison* de l'orbite sur le plan de l'écliptique. L'angle *L T P* sera égal à la latitude géocentrique de la planète, l'angle *R T L* égal à l'élongation de la planète; alors la propriété ordinaire des triangles rectilignes, tels que *R T L* & *P T L* rectangles en *R* & *L*, donnera les deux proportions suivantes, suivant les élémens de la trigonométrie rectiligne, en nommant *R* le sinus total ou le rayon:

$TL : RL :: R : \text{sin. } RTL;$

$TL : PL :: R : \text{tang. } LTP.$

Donc $RL : PL :: \text{sin. } RTL : \text{tang. } LTP.$

Mais, dans le triangle *P R L* rectangle en *L*, on a cette autre proportion $RL : PL :: R : \text{tang. } PRL$; donc, en comparant la troisième proportion avec cette dernière, on aura $\text{sin. } RTL : \text{tang. } LTP :: R : \text{tang. } PRL$; c'est-à-dire, que le sinus de l'élongation observée est au rayon comme la tangente de la latitude géocentrique est à la tangente de l'*inclinaison* que l'on cherche.

On emploie souvent des observations qui ne sont pas faites dans les circonstances que nous venons d'expliquer, afin d'avoir un plus grand nombre de déterminations des *inclinaisons*.

C'est après avoir calculé un nombre considérable d'observations de toutes les planètes, que j'ai déterminé leurs *inclinaisons* de la manière indiquée dans la table que l'on trouvera au *mot* PLANÈTE.

Mais ces *inclinaisons*, qui sont les latitudes vues du soleil, sont ordinairement fort différentes des latitudes géocentriques que nous observons; celle de mercure ne va jamais pour nous à la moitié de l'*inclinaison*, & celle de vénus va presqu'au triple.

Variations des inclinaisons. Les calculs de l'attraction, par lesquels j'ai recherché les mouvemens des nœuds des planètes produits par leurs attractions réciproques, m'ont fait remarquer, en 1761, que les *inclinaisons* des orbites sur l'écliptique ne sauroient

sauroient être constantes, à cause du déplacement des nœuds, produit par les attractions réciproques des planètes. J'ai trouvé que l'angle d'*inclinaison* de mercure diminue de 7″ par siècle; celle de venus de 3″; celle de mars diminue de 29″. L'*inclinaison* de jupiter diminue de 8″, & celle de saturne augmente de 9″. *Voyez les Mémoires* de 1783.

Les *inclinaisons* des satellites de jupiter ont des variations beaucoup plus considérables, plus singulières & plus rapides; les astronomes n'en soupçonnoient pas même la cause, lorsque j'ai fait voir, en 1764, que ces changemens d'*inclinaisons* provenoient du mouvement des nœuds produits par les attractions réciproques des satellites..

Soit *AB*, *fig.* 125, l'orbite de la planète troublante, & *AC* l'orbite de la planète troublée, dont le nœud retrograde de *A* en *a*; l'*inclinaison* mutuelle des deux orbites ne change pas. Ainsi, l'angle *A* & l'angle *a* sont égaux; &, vers ce point-là, les cercles *AC*, *ac*, sont parallèles. Ils vont se rencontrer en un point *D*, éloigné de 90 degrés du point *A*; car deux grands cercles de la sphère, pris à 90° de leur intersection, deviennent sensiblement parallèles sur un espace très-petit. Dans le triangle *DCc*, on voit évidemment que l'angle *c* est plus petit que l'angle *DCE*, puisque celui-ci est l'angle extérieur du triangle *DCc*, & que le cercle *Dc* est plus couché que le cercle *DC*. Il en est de même dans la figure 127, parce que le nœud *B* de la planète troublante sur l'écliptique, est également plus avancé que le nœud *C* de la planète troublée. Ainsi, quand le nœud ascendant de la planète troublante est plus avancé que celui de la planète troublée, l'*inclinaison* de celle-ci est diminuée, pourvu que l'excès ne soit pas de 180°, ou à-peu-près. Cette règle est aisée à appercevoir, en figurant les positions de différens orbites les unes par rapport aux autres. Par conséquent, si l'on dispose les planètes dans l'ordre des longitudes de leurs nœuds ascendans, en commençant par celle dont le nœud est le moins avancé, nous aurons l'ordre suivant: mercure, mars, vénus, jupiter & saturne. Cela nous indiquera que mercure contribue à augmenter les *inclinaisons* de toutes les planètes, & que saturne les diminue toutes; mars diminue l'*inclinaison* de mercure; mais il augmente celles de vénus, de jupiter & de saturne, dont les nœuds sont plus avancés, & ainsi des autres.

Ces considérations, que personne n'avoit encore faites, m'ont donné l'explication des inégalités observées dans les *inclinaisons* du second & troisième satellite: inégalités si singulières, qu'on en doutoit presque, malgré l'observation, ou du moins qu'on n'en soupçonnoit pas la raison. (*D. L.*)

INCLINÉ, adj. *plan incliné*, en *termes de Méchanique*, est celui qui fait un angle oblique avec l'horizon.

Il est démontré qu'un corps, tel que *D* (*pl. Méc. fig.* 91), qui est appuyé sur un *plan incliné*, perd toujours une partie de sa pesanteur; & que la puissance, ou force *L* nécessaire pour le soutenir dans une direction *AC* parallèle au plan, est à la pesanteur de *D*, comme la hauteur *BA* du plan est à sa longueur *CA*. Cette proposition se démontre aisément, en décomposant l'effort absolu de la pesanteur du corps *D*, suivant *QF* en deux efforts *QG*, *QE*, dont l'un *QG* est détruit par la résistance du plan auquel il est perpendiculaire; & l'autre *QE*, parallèle au plan, est à l'effort total, comme *QE* est à *QF*, c'est-à-dire, comme *AB* est à *AC*, à cause des triangles semblables *EQF*, *ABC*; d'où il suit que l'inclinaison du plan peut être si petite, qu'il ne faille qu'une force extrêmement petite pour soutenir dessus un poids considérable.

La force avec laquelle un corps pesant descend le long d'un plan *incliné*, est à la force avec laquelle il descendroit perpendiculairement, comme le sinus de l'angle de l'inclinaison du plan est au rayon; car le sinus de l'inclinaison est au rayon, comme *AB* à *AC*. *V.* DESCENTE.

Supposons que l'on connoisse la pesanteur d'un corps, & qu'il soit question de trouver la puissance *P* nécessaire pour le soutenir sur un plan *incliné D*. J'appelle le poids *V*, & la puissance *P*. J'ai, par la règle précédente, sin. tot. sin. incl. comme *V* à *P*, c'est-à-dire, comme le rayon est au sinus d'inclinaison, ainsi le poids est à la puissance que l'on cherche; & comme les trois premiers termes sont donnés, il s'ensuit que le quatrième l'est aussi.

Les loix du mouvement des corps qui descendent sur des plans *inclinés*, sont absolument les mêmes que celles du mouvement des corps qui descendent perpendiculairement; avec cette seule différence, que la pesanteur doit être diminuée dans la raison de la hauteur du plan à sa longueur. C'est pourquoi, si on appelle *g* la pesanteur absolue, *h* la hauteur du plan, *l* sa longueur, il faudra mettre $\frac{gh}{l}$, au lieu de *g* dans les calculs, qui du reste seront absolument les mêmes. *Voyez* les *articles* ACCÉLÉRATION, DESCENTE, FORCE, & l'*article* PLAN, où les loix, dont il s'agit, seront détaillées.

INCOMMENSURABLE, adj. (*Alg. & Géom.*) Il se dit de deux quantités qui n'ont point de mesure commune; quelque petite qu'elle soit, pour mesurer l'une & l'autre. *V.* MESURE.

Le côté d'un quarré est *incommensurable* avec sa diagonale, parce que le côté étant représenté par 1, la diagonale est représentée par $\sqrt{2}$; mais le côté est *commensurable* en puissance avec la diagonale, parce que le quarré de la diagonale contient deux fois le quarré fait sur le côté.

On dit aussi que des surfaces sont *incommensu-*

rables en puissance, lorsqu'elles ne peuvent être mesurées par une surface commune. (*E*)

*On a démontré aux *mots* FRACTION & DIVISEUR, que, si deux nombres a, b, n'ont point de diviseur commun, autre que l'unité, leurs quarrés $a a$, $b b$, leurs cubes a^3, b^3, &c., & ainsi du reste, n'auront point de diviseur commun, autre que l'unité; d'où il s'ensuit que le quarré, le cube, &c. d'une fraction $\frac{a}{b}$ est toujours une fraction; j'entends ici par fraction toute quantité dans laquelle a ne se peut diviser exactement par b, soit que a soit plus petit ou plus grand que b. Donc tout nombre entier, comme 2, 3, 5, 6, &c., qui ne sauroit avoir, pour racine quarrée, un nombre entier, ne sauroit avoir, pour racine quarrée, un entier, plus une fraction; donc on ne sauroit exprimer en nombre la racine quarrée de ces sortes de nombres; ainsi, la racine quarrée de 2, par exemple, est *incommensurable* à l'unité; & en général on appelle *incommensurable* la racine du degré m de tout nombre entier p, dont on ne peut trouver la racine du degré m en nombres entiers; car il est démontré que cette racine ne sauroit être exprimée par quelque nombre que ce puisse être.

A plus forte raison, les racines des *incommensurables* sont *incommensurables*, comme le seroit, par exemple, la racine de la racine de 2.

Il y a cette différence entre les *incommensurables* & les imaginaires; 1.° que les *incommensurables* peuvent se représenter par des lignes (comme la diagonale du quarré), quoiqu'ils ne puissent s'exprimer exactement par des nombres; au lieu que les imaginaires ne peuvent ni se représenter, ni s'exprimer. *Voyez* IMAGINAIRE. 2.° Qu'on approche des *incommensurables* autant qu'on veut par le calcul, *voyez* APPROXIMATION; ce qu'on ne peut faire des imaginaires; *voyez* EQUATION. (*O*)

INCOMPLEXE, (*Arithm.*) On appelle ainsi tout nombre concret ou abstrait qui n'est pas composé de plusieurs espèces réductibles à une seule. Ainsi, 18^{tt}, 35^{t}, 42 jours, sont des nombres *incomplexes*; ... au contraire, $18^{tt}\ 6^{s}\ 8^{d}$, $35^{t}\ 5^{p}\ 4^{p}$, $42^{j}\ 7^{h}\ 16'$, sont des nombres complexes.

INCONNUE, adj. *pris substantivement.* (*Alg.*) On appelle ainsi la quantité qu'on cherche dans la solution d'un problême. *Voyez* EQUATION, PROBLÊME. (*O*)

INCRÉMENT, dans la *Géométrie*, se dit de la quantité dont une quantité variable augmente ou croît; si la quantité variable décroît ou diminue, sa diminution ou son décroissement s'appelle encore alors *incrément*; mais l'*incrément* est négatif. *Voyez* DIFFÉRENTIEL & FLUXION.

M. Taylor a appellé *incrémens* les quantités différentielles. *Voyez* son ouvrage, intitulé : *Methodus incrementorum*, &c. (*O*)

IND

INDEFINI. *V.* INFINI.

INDÉTERMINÉ, adj. (*Mathémat.*) se dit d'une quantité ou chose qui n'a point de bornes certaines & prescrites.

On appelle en Mathématiques, *quantités indéterminées* ou *variables*, celles qui peuvent changer de grandeur, par opposition aux quantités données & constantes, dont la grandeur reste toujours la même; dans une parabole, par exemple, les co-ordonnées x & y sont des *indéterminées*, & le paramètre est une quantité constante. (*O*)

Un problême *indéterminé* est celui dont on peut donner un nombre infini des solutions différentes. *Voyez* PROBLÊME, COURBE, LIEU, &c.

On demande, par exemple, un nombre qui soit multiple de 4 & de 5; ce nombre peut être 20, 40, 60, &c. à l'infini, & ainsi du reste.

On regarde ordinairement le problême comme *indéterminé*, lorsqu'il renferme plus d'inconnues que d'équations, parce qu'alors on ne peut jamais réduire les équations à une seule qui ne contienne qu'une inconnue. Cependant il est certains problêmes qui, par leur nature, sont déterminés, quoiqu'ils renferment moins d'équations que d'inconnues. Un exemple éclaircira & prouvera en même tems ce que nous avançons. Supposons que l'on partage 40 sols à 20 personnes, hommes, femmes, & enfans, en donnant aux hommes 4 sols, aux femmes 2 sols, aux enfans 1 sol. On demande combien il y avoit d'hommes, de femmes & d'enfans. Il est certain qu'il y a ici trois inconnues, x, y, z, & que l'on ne peut trouver que ces deux équations $x + y + z = 20$; & $4x + 2y + z = 40$. La première donne $z = 20 - x = y$, & $4x + 2y + 20 - x - y = 40$, ou $3x + y = 20$, & $x = \frac{20 - y}{3}$. Or il semble d'abord que l'on puisse prendre pour y tout ce qu'on veut; mais on fera réflexion que, comme y exprime un certain nombre de personnes, aussi-bien que x, il faut que y & x soient chacun des nombres entiers positifs. D'où il s'ensuit que y doit être un nombre entier plus petit que 20, & que $20 - y$ doit être divisible exactement par 3. On fera donc successivement $20 - y$ égal à tous les multiples de 3; savoir, $20 - y = 3$, $20 - y = 6$, $20 - y = 9$, $20 - y = 12$, $20 - y = 15$, $20 - y = 18$; & l'on ne sauroit aller plus loin, parce que, si on prennoit $20 - y = 21$, on auroit $y = -1$: c'est pourquoi on aura toutes les solutions possibles de ce problême dans la table suivante :

$y = 17.\ x = 1.\ z = 2.$
$y = 14.\ x = 2.\ z = 4.$
$y = 11.\ x = 3.\ z = 6.$
$y = 8.\ x = 4.\ z = 8.$
$y = 5.\ x = 5.\ z = 10.$
$y = 2.\ x = 6.\ z = 12.$

ce qui fait en tout six solutions possibles. (*O*)

INDÉTERMINÉ, (*fonctions indéterminées*). On appelle quelquefois de ce nom des fonctions, qui, cependant, ne sont pas toujours *indéterminées*, mais qui, pour se servir de l'expression de M. Euler, paroissent le devenir dans quelques cas. Une telle fonction peut toujours être représentée par une fraction dont le numérateur & le dénominateur, fonctions d'une même variable, deviennent chacun o pour une certaine valeur de cette variable. Par exemple, la fraction $\frac{a^2 - x^2}{a - x}$ devient $\frac{o}{o}$ quand $x = a$: cette fraction n'est pas *indéterminée*; car, si on divise le numérateur par le dénominateur, on trouve $a + x = 2a$ pour le cas de $x = a$. La fonction paroissoit donc *indéterminée*, parce qu'un facteur inutile, qui affectoit à-la-fois le numérateur & le dénominateur, est devenu o dans le cas de $x = a$; on peut donc résoudre ces espèces de fractions, en divisant le numérateur & le dénominateur par le facteur inutile.

Cette division s'est faite sans difficulté dans l'exemple cité, & généralement se fera, sans beaucoup de peine, toutes les fois que le numérateur & le dénominateur de la fraction seront rationnels. Mais, si les termes de la fraction, ou même un seul, contenoit des quantités, soit radicales, soit transcendantes, il faudroit, pour faire la division, réduire le terme ou les termes qui ne sont pas rationnels en suites infinies, ordonnées suivant les puissances du facteur. Cette réduction sera inévitable, quand on voudra trouver l'expression générale de la fraction, débarrassée du facteur commun, qui la rendoit *indéterminée*.

Mais, le plus souvent, on n'a pas besoin de cette expression générale, & on veut connoître la fraction, pour le cas où elle paroît *indéterminée*. Alors,

Soit y cette fraction, M son numérateur, & N son dénominateur, fonctions de x, on aura $y = \frac{M}{N}$; changeant x en $x + \Delta x$ (Δ est la caractéristique des différences finies), on $y + \Delta y = \frac{M + \Delta M}{N + \Delta N}$; &, si M & N deviennent o en même tems pour le cas de $x = a$, on a $(y) + (\Delta y) = \frac{(\Delta M)}{(\Delta N)}$. (les crochets sont ici pour distinguer les nouvelles fonctions de leurs correspondantes quelconques). Enfin, passant des différences finies aux différences nulles, on aura $(y) = \frac{(dM)}{(dN)}$.

Règle générale. *Divisez la différentielle du numérateur par celle du dénominateur; changez x en a après les différentiations, & vous aurez la quantité demandée; si la nouvelle fraction étoit encore indéterminée, il faudroit passer aux différences secondes, & ainsi de suite.*

INDÉTERMINÉS, *problêmes indéterminés*. (*Alg. Analyse.*) Le premier auteur qui ait donné un ouvrage sur cette matière est Diophante, mathématicien de l'école d'Alexandrie. *Voyez* DIOPHANTE. Cette partie de l'analyse fit peu de progrès jusqu'au commencement du dix-septième siècle, où Bachet de Mézériac, un des premiers membres de l'Académie Françoise, célèbre par son érudition dans la langue Grecque, a donné un savant commentaire de Diophante, ouvrage excellent dans ce genre. Fermat, Descartes, Frénicle, en France, & Wallis, en Angleterre, se proposèrent réciproquement plusieurs problêmes de cette espèce. Le fils de Fermat recueillit les solutions de son père, & plusieurs beaux théorêmes dont elles lui avoient fourni l'occasion, dans une édition de Diophante qu'il a donnée; mais les géomètres paroissoient avoir oublié ces questions & même les mépriser comme inutiles, lorsque M. Euler, qui n'a laissé aucune partie des mathématiques sans l'avoir approfondie & perfectionnée, a réveillé l'attention des géomètres par de très-belles recherches ajoutées à celles de Fermat, & par des démonstrations générales de théorêmes qu'on n'avoit trouvés que par induction. M. de la Grange s'est occupé ensuite des mêmes objets, & non-seulement il a résolu des problêmes plus généraux & plus difficiles, mais il a trouvé des méthodes plus directes, plus analytiques; car jusqu'à lui les analystes n'avoient qu'une espèce de tâtonnement & de divination, pour ainsi dire; & c'étoit en partie pour cela que plusieurs, ou les avoient dédaignées, ou n'avoient osé s'y livrer. Le second volume de la *traduction françoise des Elémens d'Algèbre*, de M. Euler, renferme un Traité Elémentaire, &, avec les additions de M. de la Grange, une théorie presque complète de cette partie de l'Algèbre. Cet article ne sera qu'un extrait de cet ouvrage.

Problêmes indéterminés du premier degré. Ces problêmes se réduisent à trouver les valeurs en nombres entiers que peuvent avoir x & y, lorsque ces quantités sont données par l'équation $ax - by = c$, a, b, c étant des nombres entiers positifs ou négatifs.

Bachet est le premier qui ait donné une solution complète de ce problême : on la trouve dans ses récréations mathématiques, intitulées : *Problêmes amusans*.

Soit $x = a'$, $y = b'$ une solution de l'équation ci-dessus, on aura $a'a - b'b = c = ax - by$;

donc $\frac{x-a^1}{y-b^1}=\frac{b}{a}$; or, puisque (hypothèse) toutes ces quantités sont des nombres entiers, & que par conséquent a & b ne peuvent avoir un diviseur commun qui ne divise également c, & par conséquent tous les termes, on pourra regarder $\frac{b}{a}$ comme une fraction réduite à ses plus simples termes, & l'on aura $x-a'=mb$, $y-b'=ma$, m étant un nombre entier positif ou négatif; donc $x=a'+mb$, $y=b'+ma$; donc, connoissant une solution, on aura toutes les autres; donc, m pouvant être ou positif, ou négatif, à volonté, on aura une valeur de x entre $-\frac{b}{2}$ & $\frac{b}{2}$, & une de y entre $\frac{a}{2}$ & $-\frac{a}{2}$.

Mais, puisque $ax-by=c$ soit fait $x=\pm x'c$, & $y=\pm y'c$, nous aurons $ax'-by'=\pm 1$; donc, résolvant cette équation & prenant $x=x'c$ & $y=y'c$, nous aurons une valeur de x & de y, & par celle-là toutes les autres.

L'équation $ax'-by'=\pm 1$ est toujours résoluble, puisque, réduisant $\frac{a}{b}$ en fraction continue (*voyez* FRACTIONS CONTINUES), prenant les valeurs approchées successives pour $\frac{a}{b}$, &, appellant $\frac{a'}{b'}$ la plus approchée, nous aurons $ab'-a'b=\pm 1$; ainsi, $x=\pm ca'$ & $y=\pm cb'$ seront une des valeurs cherchées de x & de y.

Problêmes indéterminés dont l'équation est telle qu'une des variables ne monte qu'au premier degré. La condition de ces problêmes est de trouver pour & y des nombres entiers, lorsque

$$y=\frac{a+bx+cx^2+dx^3, \&c.}{f+gx+hx^2, \&c.}$$

donc nous aurons

$$a+bx+cx^2 \ldots\ldots\ldots\ldots = Ay$$
$$f+gx+hx^2 \ldots\ldots\ldots\ldots = A$$

éliminant x, nous aurons une équation de la forme $C+AB$, où C est une quantité donnée en a, b, c & f, g, &c. & où B est une fonction rationnelle & entière des mêmes coëfficiens de y & de A; donc C doit être divisible par A; donc, prenant pour A un des diviseurs de C, & l'équation $A-f-gx\ldots=o$, les racines rationnelles de cette équation, si elle peut en avoir, seront les valeurs de x qui satisferont au problême.

Si l'on avoit l'équation $y=\frac{a+bx+cx^2}{f}$, &c. & que $x=A$ fût une des solutions, il est aisé de voir que $A+mf$ en seroit une autre, m étant un entier quelconque : or on peut supposer que $A\pm mf$ soit entre $\frac{f}{2}$ & $-\frac{f}{2}$, dont, essayant tous les nombres entiers contenus dans ces limites, on aura toutes les solutions premières desquelles il sera aisé de déduire toutes les autres.

3. Soit la fonction homogène $\frac{ay^m+by^{m-1}x\ldots}{f}$ que je suppose égale à un entier.

D'abord il est aisé de voir que, si l'on fait $x=ny-fQ$, le numérateur deviendra de la forme $(a+bn+cn^2\ldots)y^m+Bf$, qui doit être divisible par f; donc $(a+bn+cn^2\ldots)$. y^m sera divisible par f, soit $f=f'.f''.f'''\ldots$; f', f'', $f'''\ldots$ étant des nombres premiers, il faudra que $a+bn+cn^2\ldots$ soit divisible ou par f', ou par f'', ou par $f'f''$, &c. ou par f, parce que y ne peut être supposé divisible par f; ainsi, nous cherchons d'abord n tel que $\frac{a+bn+cn^2}{f'.f''f'''}$ soit un entier, & les valeurs de n trouvées, nous donnerons les valeurs de y premières à f, & les autres suppositions nous donneront les autres jusqu'à y, divisible par f, qui donne y^m, divisible par f.

Voilà les seules équations qu'on a pu résoudre jusqu'ici pour un degré quelconque. Je vais maintenant parler de celles du deuxième degré qu'on a résolues en général.

Des équations du second degré. On observera d'abord que, par l'algèbre ordinaire, on réduira la solution de ces équations, soit en nombres seulement rationnels, soit en nombres entiers, à la recherche de $\sqrt{Ay+B}$, égale à une fonction rationnelle ou à un entier.

Pour le premier cas, nous observons que (*voyez* DIOPHANTE), si A ou B sont quarrés ou égaux à l'unité, le problême se résout par la méthode de Diophante; ainsi, c'est à rappeller la formule proposée à ce cas qu'il faut s'appliquer. Soit donc Ay^2+B qui doit être un quarré, A & B n'ayant point de facteurs quarrés; car, s'ils en avoient, il n'y auroit qu'à diviser A & B par les facteurs a^2, b^2, & résoudre la question pour $\frac{AQ^2}{a^2}+\frac{B}{b^2}$ égal à un quarré, & faire $y=\frac{aQ}{b}$.

Je fais $y=\frac{p}{q}$, p & q étant des nombres entiers premiers entr'eux, $A\frac{p^2}{q^2}+B$ sera donc un quarré, & l'équation $Ap^2+Bq^2=Q^2$ sera résoluble en nombres entiers. De ce que p & q sont premiers entr'eux, q & B le seront aussi; autrement il faudroit que le diviseur rBq^2 fût divisible par r^2, & B ne l'étant que par r, ce qui est impossible. Je ferai donc $Q=nq-Aq^1$, ou n & q^1 sont de nouvelles *indéterminées*, il en résulte que tous les termes ont A pour facteur, excepté q^2 qui a n^2-B; donc n^2-B doit être divisible par A; ainsi, toutes les fois que $n<\frac{A}{2}$

ne donne pas $n^2 - B$ divisible par A, le problême n'est pas résoluble.

Mais, si $\frac{n^2 - B}{A} = A'$, alors substituant, dans l'équation en p, q, Q, ci-dessus, la valeur de Q, on aura une fonction $B y'^2 + A^1$, qui devra être à un quarré. Si $A^1 < B$, nous aurons avancé la solution, sinon, mettant sous cette forme $A'' y^2 + B''$ égal à un quarré, & la traitant comme la proposée, nous aurons $\frac{n'^2 - B''}{A''} = A$; & si $n' < \frac{A''}{2}$ donne une solution à cause de $B < A^1$, nous aurons $A''' = \frac{n'^2 - A'}{B} < A^1$, & on cherchera $B''' y^2 + A'''$ égal à un quarré; continuant toujours ainsi, il est clair que l'on trouvera nécessairement une équation impossible, ou des équations dont deux des termes aient ou zéro, ou l'unité pour coëfficiens : équations dont on connoît la solution; l'on voit que toutes les substitutions étant linéaires, la solution générale de la dernière équation donnera celle de la proposée.

Des solutions en nombres entiers. On trouvera, en faisant les mêmes substitutions que dans l'article précédent, que, pour que $Q^2 - A y^2 = B$, il faut que $\frac{n^2 - A}{B}$ soit égale à un nombre entier $n < \frac{B}{2}$, & ensuite il faudra que $C' A' y^2 - 2B' Qy + C' Q^2 = 1$: tous ces nombres étant entiers, si cette équation avoit des facteurs rationnels, il n'y auroit pas de difficulté : sinon, pour satisfaire à cette dernière condition, on cherchera la plus petite valeur, en nombres entiers de la fonction égalée à l'unité; & si cette valeur est un, le problême sera possible, sinon il ne le sera pas. Maintenant, pour trouver ces valeurs qui rendent la fonction ci-dessus la plus petite, on verra que soit $+ y^m + B y^{m-1} x \ldots + Q x^m$, qui doit être une quantité moindre, elle sera $\overline{y - ax} \times \overline{y - bx} \ldots \times \overline{y - (C + e\sqrt{-1})x} \times \overline{y - (C - e\sqrt{1})x}$, &c. $= \overline{y - ax} \times \overline{y - bx} \ldots \times \overline{y^2 - C^2 + e^2 x^2} \ldots$ donc il faudra que $y - ax$, $y - bx$ soient moindres que $y' - ax'$, $y' - b'x'$, y' & x' étant des nombres $< y$ & x; il faudra donc savoir, a étant un nombre donné non rationnel, quelles valeurs de y & de x donnent à $y - ax$ cette propriété; pour cela, on supposera que, soit $p - aq$ une fonction, & $sp \pm qr = \pm 1$, on aura en général $r < p$, & $s < q$, $p - aq < r - as$, & $<$ que toute fonction $a - x y$ ou x est entre p & r; & y entre q & s; faisant donc $\frac{p}{q} = a$, & réduisant en fractions continues, on aura les fractions $\frac{p}{a}$, $\frac{r}{s}$ &c. qui jouiront de la propriété ci-dessus; donc, si les fractions $\frac{p}{q}$, $\frac{r}{\ }$, &c. ou les fonctions $\overline{p - aq} \times \overline{p' - a' q'} \ldots$ qu'on suppose devenir *minimum*, sont en nombres finis, on connoîtra le vrai *minimum*, & c'est ce qui arrive toutes les fois que a est rationnel, ou que la fonction est du second degré. *V.* FRACTIONS CONTINUES.

Connoissant une ou plusieurs valeurs de Q, de y, on trouvera que les autres seront données par l'équation $t^2 - Au^2 = 1$, A étant une fonction des valeurs connues de Q & de y : or cette équation admet une infinité de solutions, si A est négatif ou est quarré, & n'en admet qu'une seule, si A est positif & non quarré. Connoissant y & Q & toutes leurs valeurs, comme nous avons les quantités cherchées égales à des fonctions linéaires de y & de Q, nous n'aurons à résoudre que des équations *indéterminées* linéaires, & l'on trouvera que, pour le cas où il y a un nombre infini de valeurs de Q, & satisfaisant au problême, il suffira de voir si la solution est possible pour un certain nombre de valeurs, & qu'on pourra, d'après cela, juger des autres.

Je me suis borné à indiquer la solution de ce dernier problême, dont les détails demandent des opérations très-épineuses.

Je m'arrêterai peu aux degrés supérieurs, parce qu'à l'exception de ceux qui se résolvent par la même méthode que ceux de Diophante, il n'y a encore qu'un très-petit nombre d'équations particulières qui aient été résolues par des méthodes indirectes. La plus susceptible de généralisation est celle de M. Euler, qui consiste à trouver successivement qu'il doit y avoir des solutions en nombres plus petits, jusqu'à ce qu'on tombe à des équations que les suppositions les plus simples doivent résoudre; c'est ainsi qu'il démontre qu'on ne peut avoir $x^4 + y^4 = Q^2$, $m x^4 - y^4 = Q^2$, ni $x^3 \pm y^3 = Q^3$. *Voyez le tome II de l'Algèbre* de M. Euler déjà cité. (*M. D. C.*)

Méthode des coëfficiens indéterminés. On regarde Descartes comme l'inventeur de cette méthode. Voici en quoi elle consiste. Il faut d'abord connoître la forme générale à laquelle doit se réduire nécessairement, soit l'équation cherchée, soit une équation d'une nature donnée, qui doit avoir lieu en même tems qu'une équation connue. Ensuite on suppose égale à zéro une fonction indéfinie de cette forme, & on fait en sorte qu'en y substituant la valeur d'une des variables, tirée de l'équation donnée, le reste soit identiquement égal à zéro, ou bien que l'équation indéfinie satisfasse aux conditions du problême. On a ensuite, entre les coëfficiens, des équations qui servent à le déterminer & à marquer le point où la fonction indéfinie s'arrête; par-là tous les problêmes se réduisent à connoître la forme dont est susceptible l'équation définitive qu'on cherche. On voit de-là combien cette méthode de Descartes a généralisé les problêmes de l'analyse. En effet, la recherche de cette forme générale est d'une très-grande géné-

ralité, & il y a toujours une infinité d'équations à qui elle convient ; au lieu qu'avant cette méthode, on ne pouvoit connoître *à priori*, ni la réunion de tous les problêmes de la même classe, ni l'étendue de la méthode qu'on employoit à les résoudre chacun en particulier. Cette détermination de la forme générale, dont est susceptible l'équation cherchée, & la réduction de chaque problême à la méthode des coëfficiens *indéterminés*, deviendra d'autant plus d'importance dans l'analyse, que celle-ci deviendra plus étendue. A la fin, les géomètres seront obligés de s'y arrêter dans bien des problêmes compliqués; & il en naîtra une sorte d'algèbre, aussi supérieure en généralité à l'algèbre ordinaire, que celle-ci l'est à l'arithmétique. (*O*)

Séparation des indéterminées. On appelle *équation séparée*, celle où on a une des variables égale à une fonction donnée des autres, ou une fonction d'une des variables, aussi égale à une fonction des autres. Toute équation séparée, différentielle du premier ordre, est intégrable par les quadratures. Aussi toutes les méthodes d'intégrer de Jean Bernoulli, tendent-elles à faire des substitutions, telles qu'on puisse séparer les *indéterminées* dans l'équation transformée. Cette méthode n'est pas générale, si l'on se borne à des substitutions algébriques. Il y a d'ailleurs des équations qui ne sont pas intégrales étant séparées, & dont on peut avoir cependant l'intégrale algébriquement. *Voyez*, dans les *Mémoires de Turin, tom. IV*, ceux de M. de la Grange.

Quelle que soit une équation finie entre x, y, z, on peut toujours regarder z comme une fonction de x, y : mais, lorsque l'équation contient des transcendantes, il y a une infinité de cas où l'on ne peut exprimer cette fonction par un nombre fini de termes. Et lorsqu'on a deux équations entre trois variables, il peut arriver, dans le même cas, qu'il soit impossible d'en éliminer une sans différentier. Cela vient de ce qu'appellant $V=o$, $V'=o$, les deux équations, & Z la fonction, qui, après l'élimination, seroit égalée à zéro, on a toujours Z égal à une fonction de V & de V'. Mais l'élimination n'est possible que lorsque cette fonction de V & V' est expressible en termes finis; c'est-à-dire, lorsque l'équation en Z, V, V' est séparable; lorsqu'elle ne l'est pas, & que dV, dV' sont algébriques, on peut supposer que $A\,dV+A'\,dV'$ soit une différentielle exacte, telle que, l'égalant à zéro, on puisse en tirer z en x, y; & par conséquent, en substituant dans les équations $V=o$, ou $V'=o$, avoir l'équation cherchée en x, y, on auroit, par les mêmes moyens, l'équation qui a lieu en x, z & en y, z, lorsqu'elle est possible en termes finis. *Voyez l'article* INTÉGRAL, & les *Mémoires de l'Académie*, pour les années 1770 & 1772. (*M. D. C.*)

INDEX, s. m. (*Arith.*) C'est la même chose que la caractéristique ou l'exposant d'un logarithme. *Voyez* LOGARITHME.

L'*index* est ce qui montre de combien de chiffres le nombre absolu, qui appartient au logarithme, consiste, & de quelle nature il est, soit qu'il soit un nombre entier ou une fraction.

Par exemple, dans ce logarithme, 2,521293, le nombre qui est au côté gauche du point est appellé *index* ; &, comme il vaut 2, il montre que le nombre absolu, qui lui appartient, doit avoir trois chiffres : car il vaut toujours un de plus que l'*index*, à cause que l'*index* de 1 est 0; celui de 0, 1 ; & celui de 100, 2 *&c.* comme dans cet exemple,

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	

où les nombres de dessus sont les *index* de ceux de dessous. C'est pourquoi, dans les petites tables des logarithmes de Brigg, où l'*index* est omis, il faut toujours le suppléer avant d'opérer.

Lorsque le nombre absolu est une fraction, l'*index* du logarithme est un signe négatif, & on le marque ainsi $\overline{2}.562293$: ce qui montre que le nombre correspondant est une fraction décimale de trois chiffres; savoir, 1. 365.

Il y a une manière particulière de marquer ces *index*, quand ils expriment des fractions, qui est fort en usage aujourd'hui. Elle consiste à prendre, au lieu du vrai *index*, son complément arithmétique à 10. Voici comme on écrit le logarithme dont nous venons de parler. $\overline{8}.562293$.

Voyez, au mot LOGARITHME, combien il est nécessaire d'ajouter ou de retrancher des *index*.

INDICTION, période de 15 ans, usitée dans le calendrier ecclésiastique. L'année 1783 a 1 d'*indiction*. *V.* CYCLE.

INDIEN, (*Astron.*) constellation méridionale, située au-dessous du sagittaire, du nombre de celles que les pilotes formèrent peu après la découverte du cap de Bonne-Espérance & de l'Amérique : elles étoient faites grossièrement; mais l'abbé de la Caille, dans son catalogue des étoiles australes, les a réformées. On y voit que, pour la principale étoile α de l'*indien*, qui est de troisième grandeur, l'ascension droite, en 1750, étoit de 304° 57′ 57″, & la déclinaison australe de 48° 8′ 15″. (*D. L.*)

INDIVISIBLE, adj. (*Géométrie.*) On entend par ce mot, en *Géométrie*, ces élémens infiniment petits, ou ces principes dans lesquels quelques géomètres ont supposé qu'un corps, ou une figure quelconque, pouvoit être décomposé. *Voyez* INFINI.

Ils prétendent qu'une ligne est composée de points, une surface de lignes parallèles, & un solide de surfaces parallèles & semblables; &, comme ils supposent que chacun de ces élémens

eſt *indiviſible*, ſi, dans une figure quelconque, l'on tire une ligne qui traverſe ces élémens perpendiculairement, le nombre des points de cette ligne ſera le même que le nombre des élémens de la figure propoſée.

Suivant cette idée, ils concluent qu'un parallélogramme, un priſme, un cylindre, peut ſe réſoudre en élémens ou *indiviſibles*, tous égaux entr'eux, parallèles & ſemblables à la baſe; que pareillement un triangle peut ſe réſoudre en lignes parallèles à ſa baſe, mais décroiſſantes en proportion arithmétique, & ainſi du reſte.

On peut auſſi réſoudre un cylindre en ſurfaces courbes cylindriques de même hauteur, mais qui décroiſſent continuellement à meſure qu'elles approchent de l'axe du cylindre, ainſi que le font les cercles de la baſe ſur laquelle s'appuient ces ſurfaces courbes.

Cette manière de conſidérer les grandeurs s'appelle *la Méthode des indiviſibles*. Elle n'eſt, au fond, que l'ancienne méthode d'exhauſtion déguiſée, dont on prend les concluſions comme principes, ſans ſe donner la peine de les démontrer. *V.* EXHAUSTION.

Ce qui a gagné des partiſans aux *indiviſibles*, c'eſt que, par leur moyen, on abrège merveilleuſement les démonſtrations mathématiques; on peut en voir un exemple dans le fameux théorème d'Archimède, qu'*une ſphère eſt les deux tiers du cylindre qui lui eſt circonſcrit*.

Ils emploient leur méthode, même dans le cas où celle d'exhauſtion eſt inutile. Par exemple, eſt-il queſtion de meſurer la ſurface d'un rectangle? Ils regardent ce rectangle comme compoſé d'une infinité d'élémens *indiviſibles* parallèles à ſa baſe; ils ſuppoſent qu'il y a autant de ces élémens que de points dans ſa hauteur; ils repréſentent le nombre de ces points par la hauteur, & concluent de-là que le rectangle eſt égal au produit de ſa baſe par ſa hauteur. D'abord il eſt évident que cette méthode eſt défectueuſe, ou du moins obſcure; car, ſi ces élémens ſont des lignes, comment concevoir qu'une ſomme de lignes puiſſe donner une ſurface? ſi ce ſont des ſurfaces, il falloit commencer par les meſurer. Je dis de plus que cette méthode eſt inutile, & donne peut-être une idée peu exacte de la meſure des ſurfaces. Effectivement, quand on propoſe de meſurer une ſurface, on propoſe de la comparer à une autre qu'on prend pour terme de comparaiſon. Ainſi, la réponſe doit dépendre, non-ſeulement des dimenſions de la ſurface, mais encore du terme de comparaiſon. Si ce terme de comparaiſon eſt le pied quarré, & ſi vous demandez la ſurface d'un rectangle, je dois vous dire combien ce rectangle contient de pieds quarrés. J'affirmerai donc que, ſi vous multipliez le nombre entier ou fractionnaire des pieds linéaires de la baſe par le nombre des pieds de la hauteur, le nombre produit exprimera combien ce rectangle contient de pieds quarrés, & il n'y a beſoin, pour cela, ni de la méthode des *indiviſibles*, ni même de celle d'exhauſtion. Il en eſt ainſi de toutes les figures rectilignes. Je dois remarquer de plus que, quand les géomètres diſent qu'un rectangle, ou plus généralement une ſurface quelconque, eſt égal au produit de deux lignes, il ne faut entendre ces termes que dans le ſens précédent. C'eſt à quoi les partiſans des *indiviſibles* n'ont pas fait aſſez d'attention.

Nous ne ſaurions mieux terminer cet article que par ces mots de Neuton, que l'on ne ſoupçonnera pas d'avoir parlé ſur cette matière d'une manière inconſidérée *contractiores*, dit-il, *redduntur demonſtrationes per methodum* indiviſibilium; *ſed quoniam durior* indiviſibilium *hypotheſis*, & *propterea methodus illa minus geometrica cenſetur*, *malui*, &c. *Voyez la ſect. prem. du prem. liv. des Princ.* de M. Neuton, *au ſchel. du lem. xj.*

Au reſte, Cavalleri eſt le premier qui ait introduit cette méthode dans un de ſes ouvrages, intitulé: *Geometria indiviſibilium*, imprimé en 1635. Torricelli l'adopta dans quelques-uns de ſes ouvrages, qui parurent en 1644; & Cavalleri lui-même en fit un nouvel uſage dans un Traité publié en 1647, & aujourd'hui même un aſſez grand nombre de mathématiciens conviennent qu'elle eſt d'un excellent uſage pour abréger les recherches & les démonſtrations mathématiques. *V.* GÉOMÉTRIE. (*E*)

INDUCTION, (*terme de Mathématiques.*) La ſignification de ce terme s'entendra très-bien par un exemple. On a $(a+b)^m = a^m + m a^{m-1} b + \frac{m(m-1)}{1 \cdot 2} a^{m-2} b^2 + \frac{m(m-1\ m-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} a^{m-3} b^3 +$, &c. *Voyez* BINOME. Celui qui, ſans connoître la manière exacte & générale de démontrer cette formule, la concluroit pour l'avoir vérifiée dans les cas de $m=1$; $m=2$; $m=3$, &c. jugeroit par *induction*. Il ne faut donc ſe ſervir de cette méthode qu'à défaut de plus exacte, encore, dans ce cas, ne faut-il l'employer qu'avec beaucoup de circonſpection; car quelquefois on arriveroit à des concluſions fauſſes.

INEGALITÉ, ſ. f. terme fort en uſage dans l'*Aſtronomie*, pour déſigner toutes les irrégularités qu'on obſerve dans le mouvement des planètes. Première inégalité, ſeconde inégalité. *V.* LUNE, PLANETE, EQUATION.

Inégalité optique, celle qui ne dépend que de la diſtance; on la nomme ainſi pour la diſtinguer de l'*inégalité* réelle.

INFINI, (*Géom.*) *Géométrie de l'infini*, eſt proprement la nouvelle Géométrie des infiniment petits, contenant les règles du calcul différentiel & intégral. M. de Fontenelle a donné au public, en 1727, un ouvrage, intitulé: *Elémens de la Géométrie de l'infini*. L'auteur s'y propoſe de don-

ner la métaphysique de cette géométrie, & de déduire de cette métaphysique, sans employer presqu'aucun calcul, la plupart des propriétés des courbes. Quelques géomètres ont écrit contre les principes de cet ouvrage; *voyez le second volume du Traité des Fluxions* de M. Maclaurin. Cet ouvrage attaque, dans une note, le principe fondamental de l'ouvrage de M. de Fontenelle; *voyez aussi la Préface de la traduction de la Méthode des Fluxions* de Neuton, par M. de Buffon.

M. de Fontenelle paroît avoir cru que le calcul différentiel supposoit nécessairement des quantités infiniment grandes actuelles, & des quantités infiniment petites. Persuadé de ce principe, il a cru devoir établir, à la tête de son livre, qu'on pouvoit toujours supposer la grandeur augmentée ou diminuée réellement à l'*infini*, & cette proposition est le fondement de tout l'ouvrage; c'est elle que M. Maclaurin a cru devoir attaquer dans le traité dont nous avons parlé plus haut: voici le raisonnement de M. de Fontenelle, & ce qu'il nous semble qu'on y peut opposer. « La grandeur étant » susceptible d'augmentation sans fin, il s'ensuit, » dit-il, qu'on peut la supposer réellement augmen- » tée sans fin; car il est impossible que la gran- » deur susceptible d'augmentation sans fin soit » dans le même cas que si elle n'en étoit pas » susceptible sans fin. Or, si elle n'en étoit pas » susceptible sans fin, elle demeureroit toujours » finie; donc la propriété essentielle qui distingue » la grandeur susceptible d'augmentation sans fin, » de la grandeur qui n'en est pas susceptible sans » fin, c'est que cette dernière demeure toujours » finie, & ne peut jamais être supposée que finie; » donc la première de ces deux especes de gran- » deurs peut être supposée actuellement *infinie*. » La réponse à cet argument, est qu'une grandeur qui n'est pas susceptible d'augmentation sans fin, non-seulement demeure toujours finie, mais ne sauroit jamais passer une certaine grandeur finie; au lieu que la grandeur susceptible d'augmentation sans fin, demeure toujours finie, mais peut être augmentée jusqu'à surpasser telle grandeur finie que l'on veut. Ce n'est donc point la possibilité de devenir *infinie*, mais la possibilité de surpasser telle grandeur finie que l'on veut (en demeurant cependant toujours finie), qui distingue la grandeur susceptible d'augmentation sans fin, d'avec la grandeur qui n'en est pas susceptible. Si l'on réduisoit le raisonnement de M. de Fontenelle en syllogisme, on verroit que l'expression: *n'est pas dans le même cas*, qui en seroit le *moyen terme*, est une expression vague, qui présente plusieurs sens différens, & qu'ainsi ce syllogisme péche contre la règle, qui veut que le moyen terme soit *un. Voyez l'article* DIFFÉRENTIEL, où l'on prouve que le calcul différentiel, ou la géométrie nouvelle, ne suppose point à la rigueur & véritablement de grandeurs qui soient actuellement *infinies* ou infiniment petites.

La quantité *infinie* est proprement celle qui est plus grande que toute grandeur assignable; &, comme il n'existe pas de telle quantité dans la nature, il s'ensuit que la quantité *infinie* n'est proprement que dans notre esprit, & n'existe dans notre esprit que par une espèce d'abstraction, dans laquelle nous écartons l'idée de bornes. L'idée que nous avons de l'*infini* est donc absolument *négative*, & provient de l'idée du fini, & le mot même négatif d'*infini* le prouve. *Voyez* FINI. Il y a cette différence entre *infini* & *indéfini*, que, dans l'idée d'infini, on fait abstraction de toutes bornes, & que, dans celle d'*indéfini*, on fait abstraction de telle ou telle borne en particulier. Ligne *infinie* est celle qu'on suppose n'avoir point de bornes; ligne *indéfinie* est celle qu'on suppose se terminer où l'on voudra, sans que sa longueur, ni par conséquent ses bornes soient fixées.

On admet en Géométrie, du moins par la manière de s'exprimer, des quantités *infinies* du second, du troisième, du quatrième ordre; par exemple, on dit que, dans l'équation d'une parabole, $y = \frac{x^2}{a}$; si on prend x *infinie*, y sera *infinie* du second ordre, c'est-à-dire, aussi *infinie* par rapport à l'*infinie* x, que x l'est elle-même par rapport à a. Cette manière de s'exprimer n'est pas fort claire; car, si x est *infinie*, comment concevoir que y est infiniment plus grande? voici la réponse. L'équation $y = \frac{x^2}{a}$ représente celle-ci, $\frac{y}{x} = \frac{x}{a}$, qui fait voir que le rapport de y à x va toujours en augmentant à mesure que x croît, en sorte que l'on peut prendre x si grand, que le rapport de y à x soit plus grand qu'aucune quantité donnée: voilà tout ce qu'on veut dire, quand on dit que x étant *infini* du premier ordre, y l'est du second. Cet exemple simple suffira pour faire entendre les autres. *V.* INFINIMENT PETIT.

Arithmétique des infinis, est le nom donné par M. Wallis à la méthode de sommer les suites qui ont un nombre *infini* de termes. *Voy.* SUITE *ou* SÉRIE & GÉOMÉTRIE. (*O*)

INFINIMENT PETIT, (*Géom.*) On appelle ainsi, en Géométrie, les quantités qu'on regarde comme plus petites que toute grandeur assignable. Nous avons assez expliqué, au *mot* DIFFÉRENTIEL, ce que c'est que ces prétendues quantités, & nous avons prouvé qu'elles n'existent réellement ni dans la nature, ni dans les suppositions des géomètres. Il nous reste à dire un mot des *infiniment petits* de différens ordres, & à expliquer ce qu'on doit entendre par-là. Prenons l'équation même $y = \frac{x^2}{x}$, que nous avons déjà considéré au *mot* INFINI; on dit ordinairement, en géométrie, que, quand x est *infiniment petit*, y est

infiniment peti

infiniment petit du second ordre, c'est-à-dire, aussi *infiniment petit* par rapport à x, que x l'est par rapport à a; l'explication de cette manière de parler est la même que nous avons déjà donnée au mot INFINI : elle signifie que plus on prendra x petit, plus le rapport de y à x sera petit, en sorte qu'on peut toujours les rendre moindre qu'aucune quantité donnée. *Voyez* LIMITE, *&c.* (*O*)

INFLEXION, s. f. *en Optique*, est la même propriété des rayons de lumière, qu'on appelle autrement & plus communément *diffraction. Voyez* DIFFRACTION.

Point d'inflexion d'une courbe, en *terme de Géométrie*, est le point où une courbe commence à se courber, ou à se replier dans un sens contraire à celui dans lequel elle se courboit d'abord; c'est-à-dire, ou de concave qu'elle étoit vers son axe, elle devient convexe, ou réciproquement.

Si une ligne courbe, telle que AFK (*pl. de Géom. fig.* 100), est en partie concave & en partie convexe vers quelque ligne droite que ce soit, comme AB : le point F, qui sépare la partie concave de la partie convexe, est appellé le *point d'inflexion*, lorsque la courbe, étant continuée au-delà de F, suit la même route ; mais, lorsqu'elle revient vers l'endroit d'où elle est partie, il est appellé *point de rebroussement. V.* REBROUSSEMENT. (*O*)

INFLEXION, (*Astron.*) C'est le nom que les astronomes donnent à un phénomène qui paroît constaté depuis quelques années; savoir, le changement de direction des rayons de lumière qui rasent le bord de la lune. Les rayons se rompent dans l'atmosphère de la terre, & cette réfraction est d'environ 32 minutes; si la lune a une atmosphère, & que les rayons y soient rompus, cette réfraction doit produire un effet sur les éclipses; & pour peu qu'elle soit sensible, elle doit en changer la durée.

L'*inflexion* des rayons qui rasent les bords de la lune, paroît indiquée par les observations de l'éclipse de 1764, que M. du Séjour a discutées dans plusieurs savans Mémoires, *Acad. des Scienc.* 1767, 1775 : il la trouve d'environ 3 secondes & demie, & il l'attribue à une petite réfraction de l'atmosphère de la lune. Ayant comparé d'abord les distances des cornes de l'éclipse de soleil à divers instans, que Short avoit observées à Londres, il vit qu'on ne pouvoit les concilier. La réfraction dans l'atmosphère de la lune, & les causes physiques d'*inflexion* dont la Hire, M. Euler & M. le Monnier, *&c.* avoient parlé, lui firent naître l'idée de calculer les mêmes phases avec une formule, dans laquelle entroit une supposition d'une *inflexion*, dont la valeur pouvoit se déterminer ensuite, en comparant la formule avec les observations; & il trouva qu'il falloit, pour concilier toutes ces observations, faire l'*inflexion* d'environ $3\frac{1}{2}$ secondes. C'est à-peu-près le même effet, quant au commencement & à la fin des éclipses, que si l'on diminuoit de 7″ le diamètre de la lune. Mais il y a des cas où l'effet est différent de celui d'une diminution dans le diamètre de la lune. *Mém. de l'Ac.* 1775, *p.* 356. (*D. L.*)

INFLUENCE *des astres;* on n'y croit plus aujourd'hui, si ce n'est tout au plus à l'*influence* de la lune sur les saisons & sur les variations de l'atmosphère. *Connoissance des tems de* 1765, *p.* 161. M. Toaldo, *Saros Météorologique. V.* LUNE. (*D. L.*)

INFORMES, (*Astron.*) nom que les astronomes ont donné assez mal-à-propos aux étoiles *sparsiles*, *sporades*, ou dispersées, qui n'entrent point dans la forme des grandes constellations. Plusieurs de ces étoiles étoient aussi brillantes que les autres; mais, étant trop éloignées de celles qui faisoient la masse des constellations, elles ne pouvoient s'y rapporter facilement sans rendre les figures difformes : on aima mieux laisser ces étoiles, sans dénominations, sous le nom d'*informes*. Celles des anciens catalogues ont été employées, pour la plupart, à former des constellations nouvelles; mais, celles-ci n'ayant pu remplir tous les interstices, il est encore resté des étoiles *informes*. Telles sont celles du quadrilatère, situé au-dessus des poissons, dont les astronomes font souvent usage, parce qu'elles sont fort près de l'écliptique. (*D. L.*)

INS

INSCRIT, adj. on dit, *en Géométrie*, qu'une figure est *inscrite* dans une autre, quand tous les angles de la figure *inscrite* touchent la circonférence de l'autre. *V.* CIRCONSCRITE.

Hyperbole *inscrite* est celle qui est entièrement renfermée dans l'angle de ses asymptotes, comme l'hyperbole ordinaire. *V.* HYPERBOLE & COURBE. *Chambers.* (*E*)

INSTRUMENT *balistique*, (*Méch. Artill.*) C'est ainsi que M. Daniel Bernoulli a nommé une petite machine de son invention, très-propre à exercer ceux qui se vouent au service de l'artillerie, & dont je lui ai vu faire un emploi si avantageux dans un petit cours expérimental sur le jet des bombes, que j'ai lieu de croire qu'on en verra avec plaisir ici une description, avec quelques remarques, tant de pratique que de théorie, propres à en faciliter l'usage.

AB & CD (*fig* 1, *pl. II de Méchanique*), sont deux planches de bois, dont les dimensions se proportionnent à la force de la machine. Sur la pièce AB est couché, dans une coulisse, un tube de cuivre qui doit être bien poli en dedans & d'un calibre parfaitement égal. Il est attaché à la planche par deux bandes de cuivre en deux endroits o, o. On introduit, dans cette espèce de canon ou de mortier, un fil d'acier tourné en spirale; il formera un ressort propre à lui donner une charge plus ou moins grande : on bande ce ressort par le moyen d'un poids accroché à un fil

de fer ou de laiton, qui va de l'extrêmité *I* jusqu'en *A*, où il est vissé dans une petite pièce de bois ou de cuivre faite en forme de tampon, sur laquelle on met une balle. A la planche *CD*, qui tient à l'autre par une charnière, est fixé en *F* un quart de cercle de cuivre divisé en degrés, & qu'on arrête avec une vis *H*, à telle inclinaison qu'on veut donner au canon. Cette pièce *C D* doit être posée verticalement, & attachée à une table ou un établi bien solide, en différens endroits, comme *m*, *m*, *&c.* pour éviter un ébranlement dans le tems qu'on fait partir le coup. Tout le méchanisme, au reste, de cette décharge, consiste à couper promptement le fil par lequel on suspend le poids au fil d'archal en *I*; mais voici à présent plusieurs autres remarques qu'il est bon de ne pas perdre de vue.

Le calibre du canon le plus convenable, est de 4 jusqu'à 6 lignes; on perdroit plus qu'on ne gagneroit en le faisant plus grand, & on auroit peine à se procurer un ressort tel qu'il le faudroit: le tube dont mon oncle se servoit, & qui étoit de verre, n'avoit qu'entre 3 & 3 ½ lignes de diamètre; & en bandant le ressort avec une livre, nous jettions une balle de plomb à 10 piés sous un angle de 45°.

L'*instrument* doit être d'une solidité proportionnée aux poids dont on peut charger le ressort jusqu'à sa plus forte compression. Les planches auront donc environ 1 pouce d'épaisseur & 2 de largeur. Comme la charnière sur-tout, qui joint les deux planches l'une à l'autre, souffre beaucoup, tant de la pression de la vis *H* (cette pression devant vaincre tout le poids *P*), que des ébranlemens de la machine quand on coupe le fil, on fera bien de faire appuyer la vis sur un ressort plat, & de faire passer le fil sur une poulie détachée de la machine. Il est fort essentiel que le ressort se lâche avec la plus grande promptitude; il faut couper le fil adroitement, soit avec des ciseaux bien tranchans, soit en le brûlant avec un fer rougi au feu. Il faut tâcher d'éviter les frottemens, tant en graissant d'huile l'intérieur du canon, qu'en obtenant que la poulie tourne librement sur son axe. On fera bien, avant l'observation, de donner de petits coups de doigt au tuyau pour obtenir le vrai point d'équilibre, & même de prendre le poids avec la main pour le mettre tantôt un peu au-dessus, & tantôt au-dessous du point cherché; enfin il est bon de pincer le fil avec les doigts à l'endroit où on veut le couper, & de prendre cet endroit assez près du poids. Il y a encore quelques autres frottemens qu'il faut chercher à éviter; il importe, par exemple, que la direction du fil, sur la poulie, soit exactement dans une même ligne avec l'axe de la petite ouverture par laquelle passe par le fil d'archal. Il faut faire attention que la base soit bien ronde, & qu'elle coule librement dans le tuyau. On ne fera pas mal de donner au tampon, sur lequel la balle repose, un petit rebord d'environ 3 lignes de hauteur, mais en ménageant au reste la matière autant que sa destination le permet. Quant à la longueur du canon, elle n'est pas non plus indifférente; pour éviter plusieurs petites corrections à faire dans le calcul des expériences, si on lui donnoit plus de longueur qu'il n'en faut, on se contentera de faire cette longueur égale à celle du ressort dans l'état naturel, augmentée du diamètre de la balle. Je ferai remarquer enfin que l'espace *IK* doit être exactement divisé en pouces & lignes, ou en d'autres parties égales, pour qu'on puisse toujours mesurer les raccourcissemens du ressort.

Venons à la théorie de l'*instrument* dont il s'agit. On s'appercevra facilement que le rapport, entre les forces du ressort & ses raccourcissemens, est un des principaux élémens de cette théorie; & voici une expérience fondamentale qui déterminera ce rapport: qu'on dresse le canon verticalement; qu'on observe avec exactitude le point de la planche auquel répond l'extrêmité du fil d'archal, & qu'on examine toujours de combien le point *I* descend quand on attache successivement au fil les poids *p*, *2p*, *3p*, *4p*, *&c.* en commençant par un poids peu considérable, qui ait seulement la force de raccourcir très-peu le ressort. On connoîtra, de cette manière, le rapport qu'on cherchoit; mais, quant à la charge du canon, autre élément important, ce ne sont pas ces poids sans doute qui l'expriment; on le trouvera au moyen du théorême suivant:

Soient p, 2p, 3p, 4p, *&c. les poids qu'on pend au ressort; que* p *fasse descendre le point I de la quantité* a, *& qu'ensuite l'espace que le point I parcourt à chaque augmentation du poids, ou bien que chaque nouveau raccourcissement du ressort soit indiqué respectivement par* b, c, d, *&c. la charge sera exprimée par* $p.a, + 2p.b + 3p.c + 4p.d +$, *&c. en continuant jusqu'au point pour lequel on veut savoir la charge.* Moyennant ce théorême, les principales questions de la théorie de l'*instrument balistique* pourront facilement être résolues. Qu'il s'agisse, par exemple, de trouver la montée verticale de la balle pour une charge donnée, soit cette hauteur S, la charge $= C$, & la masse de la balle $= m$, on aura $ms = C$; donc $Cs = \frac{s}{m}$. Cela suppose à la vérité qu'il n'y ait point de frottement, ni aucune autre résistance étrangère, & que le ressort soit sans poids, de même que le tampon sur lequel repose la balle: mais voici comment on pourra corriger de beaucoup la hauteur trouvée, pour mettre ensuite, sur le compte des divers frottemens, toute la différence qui se trouvera entre les résultats des expériences & ceux que donnent les formules. D'abord on sait que le ressort a autant d'inertie qu'en auroit le tiers de son poids mis à l'extrêmité immédiatement devant la balle; en second lieu, le tampon est pareille-

ment une masse qui se trouve à la même extrémité du ressort ; si l'on nomme donc ϖ le poids du tampon, & φ celui du ressort, la hauteur s devra être multipliée par $\frac{m}{m+\varpi+\frac{1}{3}\varphi}$. On pourroit encore considérer aussi la petite augmentation de la charge causée par le poids de la balle ; mais, pour s'en épargner la peine, on la compensera en estimant la hauteur de la montée verticale depuis l'extrémité du ressort libre, au lieu de la prendre depuis celle du ressort bandé.

La même suite, qu'on a vu exprimer la charge, sert à doubler, tripler, &c. la charge ; car ayant sommé, par exemple, les quatre premiers termes de la suite pour déterminer la charge simple, pour le poids $4\,p$, il suffira d'ajouter autant de termes suivans qu'il en faut, jusqu'à ce que l'on trouve une somme double ou triple de la première.

Ces principes suffisent pour qu'on soit en état d'approfondir l'exactitude de l'*instrument* balistique, & de se guider dans le calcul des expériences qui doivent en déterminer le degré ; j'ajouterai seulement que plusieurs expériences que j'ai faites, m'ont appris qu'on peut supposer aussi les raccourcissemens proportionnels aux poids suspendus ; au moyen de quoi, si le raccourcissement entier pour un certain poids P est $=a$, on trouve la hauteur du jet vertical exprimée simplement par $\frac{Pa}{2m}$. Quant aux expériences mêmes qu'il s'agira de faire pour apprendre à connoître l'*instrument*, & pour montrer l'application dans les cours sur le jet des bombes, on sent bien qu'on peut les varier extrêmement. J'indiquerai donc seulement les principales : lorsqu'on aura observé quels sont les raccourcissemens à mesure qu'on augmente le poids qui tend le ressort, en allant, par exemple, depuis $\frac{1}{4}$ de ℔, $\frac{2}{4}$ de ℔, &c. jusqu'à 20 ou 24 quarts de livre, on en formera une table, dans laquelle on fera entrer aussi une colonne pour les produits des poids multipliés, avec les différences des raccourcissemens qui répondent à ces poids, & une autre colonne qui indique les charges ou les sommes des termes de la colonne précédente. Après cela, on pourra commencer par une suite des jets verticaux, en mettant une perche graduée à côté du canon, & voir si, en doublant, triplant, &c. la charge, la hauteur devient double, triple, &c. de ce qu'elle est avec le poids qu'on aura employé pour la charge simple prise pour base. Ces exercices demanderont qu'on calcule d'avance, de la manière que je l'ai dit, les poids qui sont requis pour doubler, tripler, &c. la charge. Il sera bon aussi de voir si les montées observées répondent par elles-mêmes à celles que donnent, tant la théorie pure que la théorie corrigée par la formule $\frac{m}{m+\varpi+\frac{1}{3}\varphi}$. Pour cet effet, il faudra calculer les hauteurs auxquelles les différens poids employés auront dû faire monter la balle. Si on veut ensuite passer aux jets obliques, on pourra commencer par examiner si, sous un angle de 45°, les amplitudes sont doubles des hauteurs observées précédemment. Il est à remarquer sur-tout, que des expériences faites avec une balle d'ivoire ou de bois, serviront, à cause de la légèreté de ces balles, à éclaircir quelques points essentiels touchant l'art de bien servir l'artillerie. Mais, pour ne pas rendre cet article trop long, je vais le finir, en expliquant encore l'usage d'une pièce fort utile, quand on veut appliquer l'*instrument* aux jets des boulets de canon ou des balles de mousquet, qu'on considère comme presque rectilignes : je la nommerai *la mire ;* elle est représentée par la *fig.* 2 ; *A B* est un petit cylindre de cuivre qui traverse la planche *A B* (*fig.* 1) en *n ; C B* & *A D* sont deux montans du même métal, garnis chacun au bas d'un cylindre de plomb *p*, & tournant librement autour de la traverse *A B*, afin que la mire prenne une situation verticale, quelque inclinaison que l'on donne au canon ; *C D* est une autre traverse, dans laquelle se meut une lame de cuivre *E F*, divisée en parties égales ; on peut la monter & la baisser, & l'arrêter à telle hauteur qu'il convient par une vis *O :* le centre de la partie ronde qui la termine, est percée d'un petit trou par lequel on vise : la hauteur de cette lame peut être d'environ 4 pouces.

Pour expliquer l'usage de ces *instrumens*, on supposera les règles de la théorie exactement observées. Un corps jetté avec force aura toujours un mouvement composé, l'un uniforme dans la direction du canon, en ligne droite, l'autre uniformément accéléré & vertical. De ce double mouvement, résulte l'arc parabolique, qui ne diffère pas beaucoup de la ligne droite, si le corps est jetté avec force, & si on ne prend que des distances médiocres. Cela posé, on considérera d'abord le ressort que le canon renferme, comme tendu dans toutes les expériences avec la même force. Il sera bon de commencer les essais par des jets horizontaux. Supposons le petit canon couché horizontalement à la hauteur β, depuis le plancher ou quelque autre plan, & que cette hauteur soit de 6 pouces, on fait partir le coup, & un autre observe l'endroit du plan où la balle sera tombée. Si la distance a, entre cet endroit & la bouche du canon, est $\lambda = 6$ piés, la balle aura décrit, par un mouvement uniforme horizontal, un espace de 6 piés, dans le même tems que, par sa pesanteur, elle sera tombée de la hauteur de 6 pouces. Ce tems sera égal à-peu-près à $\frac{1}{2}$ seconde, & la balle sera partie avec une vîtesse à faire 33 piés dans une seconde de tems. Le principal est de savoir, par cette expérience réitérée, que la distance horizontale est douze fois plus grande que le baissement ; & il faudra donc,

pour pointer exactement la machine balistique, hausser la mire de la douzième partie de la distance, qui est entre le petit trou de la mire & une visée qu'on appliquera au bout du canon. La mire, ainsi placée, servira pour toutes les distances de 6 piés, à quelque hauteur ou profondeur que se trouve le but, parce que, se tenant toujours verticalement par le moyen des contrepoids *p*, & parallèlement au mouvement vertical accéléré de la balle, il y aura toujours deux triangles semblables; la balle baissera toujours de 6 pouces: c'est ici un des grands avantages de la machine balistique; &, suivant ces règles, nous avons souvent réussi à donner contre une balle suspendue en l'air, à une distance donnée depuis la bouche du canon, pourvu que cette distance ne fût que d'un petit nombre de piés. Mais il reste à faire voir où il faudra placer la mire, lorsque la distance du but *x* n'est pas précisément de 6 piés.

Soit donc *nx* une autre distance quelconque, il est clair (par la théorie de la chûte des corps qui tombent) que la balle baissera dans sa route de la quantité *nn*β, parce que les tems sont ici comme 1 : *n*; donc le baissement de la balle sera à la route directe, ou à-peu-près à la distance du but, comme *nn*β à *nx*, ou comme *n*β à *x*; d'où il suit que les haussemens du vrai point de la mire sont en raison des distances du but. Soit, par exemple, la distance entre la mire & la visée de 8 pouces, le haussement de la mire sera de 8 lignes, lorsque le but est éloigné de 6 piés; mais, si cette distance n'étoit que de 3 piés, il ne faudroit plus hausser la mire que de 4 lignes. (*J. B.*)

INSTRUMENS *d'Astronomie*, sont les lunettes, cercles, ou machines de toute espèce, dont les astronomes se servent pour observer les astres, & mesurer leurs mouvemens. On en trouvera la description, dans ce livre, au mots *Anneau astronomique*, *Arbalête*, *Armilles*, *Astrolabe*, *Equatorial*, *Gnomon*, *Héliomètre*, *Lunette*, *Lunette méridienne ou Instrument des Passages*, *Lunette parallatique*, *Méridienne*, *Micromètre*, *Mural*, *Pendule*, *Planétaire*, *Quart-de-cercle*, *Quartier de réflexion*, *Réticule*, *Secteur*, *Sphère*, *Télescope*.

Nous décrirons l'*instrument* des passages au *mot* LUNETTE MÉRIDIENNE, & l'*instrument* de Hadley, au *mot* QUARTIER DE RÉFLEXION.

La seule chose que nous ayons à traiter dans cet article général, est la division des *instrumens* d'astronomie. Une des plus grandes difficultés est de pouvoir distinguer sur un quart-de-cercle, non-seulement les degrés & les minutes, mais encore les secondes. On a imaginé, pour ces subdivisions, deux sortes de méthodes que nous allons expliquer; savoir, les *Transversales* & le *Vernier*.

La division par transversales droites est fort ancienne; elle tire son origine de l'échelle géométrique dont on ignore l'auteur. Tycho-Brahé nous apprend qu'avant lui on s'en servoit pour diviser les flèches ou arbalètes. Thomas Digges, *Alæ seu scalæ Mathem.* 1573, l'attribue à un nommé *Cantzler*. Tycho, qui en parla, pour la première fois, dans son *Traité sur la comète de* 1577, dit qu'il la tenoit d'un habile professeur de Léipsick, nommé *Homelius*, qui l'employoit dans son échelle géométrique. Tycho s'en servit dans presque tous ses *instrumens*; mais, en 1572, il ne l'avoit pas encore employée.

Quant aux transversales circulaires, Hevelius attribuoit cette invention à Benoît Hedræus, auteur suédois, qui la donna, en 1643, dans un livre, intitulé: *Nova & accurata Astrolabii geometrici structura*, imprimé à Leyde; mais Morin, dans son livre, intitulé: *Longitudinum cœlestium atque terrestrium scientia*, imprimé dès 1634, l'avoit attribuée à Jean Ferrier, artiste industrieux. On ne sait pas si c'est le même dont parle Clavius dans la préface d'un petit *Traité* qui est à la fin des huit livres de sa *Gnomonique*. Celui-ci étoit espagnol, & avoit imaginé une méthode nouvelle & très-ingénieuse pour tracer les cadrans solaires.

Quoi qu'il en soit la méthode des transversales s'emploie encore dans quelques muraux & dans les quarts-de-cercle mobiles, lorsqu'on n'a ni alidade ni micromètre. Soit *A L D E* (*planches d'Astr. fig.* 173,) une portion du limbe d'un quart-de-cercle; *A L*, une portion du rayon, ou de l'alidade qui porte la lunette du mural; *LB* ou *AC*, un arc de 5 minutes, qu'il s'agit de diviser de 10 en 10 secondes, c'est-à-dire, en 30 parties; on voit assez qu'en divisant la diagonale ou transversale *AB* en 30 parties, à commencer du point *A*, l'alidade *AL* tombera sur la première division, lorsque le point *L* aura parcouru la 30^e partie de l'arc *L B* ou 10″, & ainsi des autres portions de l'arc qu'il s'agit de diviser.

Ce que nous disons de l'alidade *A L*, se doit dire du fil à-plomb dans un quart-de-cercle mobile: ce fil tombe d'abord sur 4° 0′, c'est-à-dire, sur les points *A* & *L*, en supposant le quart-de-cercle dirigé à 4° de hauteur; il coupera la transversale *AB* sur le milieu *H* de sa hauteur, quand le fil à-plomb *AL* sera sur le milieu de l'arc *LB* ou *AC*. C'est ainsi qu'on substitue des divisions d'une ligne *AB*, qui a 2 pouces de long, à celles d'une petite ligne *LB*, qui, à cause de son extrême petitesse, ne pourroit se diviser facilement.

La hauteur *AB* devant être divisée en parties égales, aussi-bien que tous les rayons, tels que *ED*, &c. on se sert, dans les quarts-de-cercles mobiles, de plusieurs cercles concentriques & parallèles à *CE* & à *BD*; mais, dans un mural, il est bien plus commode de ne diviser que la seule alidade *A L*, comme on le voit dans la *figure*: elle peut être divisée, sur sa hauteur, en

30 parties ; ce qui est très-facile, en lui donnant 15 à 20 lignes de hauteur, ainsi qu'au limbe du quart-de-cercle. Les transversales AB de l'*instrument* étant tirées de 5 en 5′, l'alidade AL, en parcourant l'espace BL de 5 minutes, rencontrera la transversale BA successivement dans les points 1, 2, 3, 4 ; lorsqu'elle sera au point 1, elle aura fait une minute ou un cinquième de l'espace qu'il y a de L en B, & ainsi des autres minutes. On voit même que chaque intervalle d'une minute étant divisé en 6 parties égales sur l'alilade, on pourra appercevoir si l'alidade AL, au lieu de rencontrer la transversale AB au point 1, ne la rencontre qu'à un sixième de l'intervalle qu'il y a depuis A jusqu'en 1, c'est-à-dire, si elle est à $\frac{1}{30}$ de l'intervalle qu'il y a de A en C.

Les transversales AB, à la rigueur, ne doivent pas être divisées en parties égales, parce que AC est plus petit que BL, étant une partie d'un cercle de moindre rayon. Cette inégalité est sensible dans la pratique ; car, si le point H de la ligne AB est celui qui répond à la moitié de LB, la partie AH doit être plus petite que HB d'une quantité égale, seulement à la moitié de AB multipliée par $\frac{LB-AC}{LB+AC}$; ce qui seroit aisé à démontrer.

La division, qui est aujourd'hui la plus employée, est appellée, dans plusieurs auteurs, *division de Nonius*, quoique Nonius n'en soit pas l'auteur ; il en avoit imaginé une autre qui eut beaucoup de célébrité, & qui a semblé être l'origine de celle que nous avons aujourd'hui. Elle consistoit à diviser plusieurs cercles concentriques, l'un en 90°, l'autre en 91, & ainsi de suite. *Voyez* son Traité *de Crepusculis*, imprimé en 1542, & la *Géometrie* de Clavius. L'auteur de notre division, dans son état actuel, est Pierre VERNIER, châtelain de Dornans en Franche-Comté, qui la publia dans un petit ouvrage imprimé à Bruxelles en 1631, intitulé : *la Construction, l'usage & les propriétés du cadran nouveau.* Voyez une *dissertation* du P. Pézenas, qui renferme beaucoup de choses curieuses sur les *instrumens* de mathématiques, *Mémoires rédigés à l'observatoire de Marseille*, année 1655, seconde partie, & les *notes* de Benjamin Robins, sur l'*Optique de Smith.* Je crois donc qu'il est juste de rétablir le véritable auteur dans ses droits, & d'appeller *Vernier* au lieu de *Nonius*, la pièce qui forme la division dont il s'agit ; c'est ce que font les astronomes depuis quelque tems. Pour entendre le principe du *vernier*, il faut considérer que, si l'on prend une ligne af (*pl. d'Astron. fig.* 199), divisée en cinq parties aux points b, c, d, e, & qu'on place au-dessous une ligne égale $\alpha\epsilon$, divisée en 4 parties seulement aux points β, γ, δ ; le point δ sera à gauche du point e d'un quart de l'intervalle ef ; le point γ sera à gauche du point d de deux quarts ; le point β à gauche du point c de trois quarts du même intervalle ef ; ainsi, en faisant avancer vers la droite la ligne inférieure $\alpha\epsilon$ d'un quart de l'intervalle, on fera coïncider les divisions e, δ, & ainsi des autres.

Le vernier est une pièce de cuivre EF, *fig.* 199 (c'est la petite portion kk de la *fig.* 188, détachée de la lunette, & représentée séparément & en grand). On voit que la longueur entière pq du vernier est divisée en 10 parties égales ; mais elle est placée sous une portion du limbe du quart-de-cercle, qui contient 11 divisions, c'est-à-dire, qu'on a pris la longueur de 11 divisions du quart-de-cercle, & qu'on a divisé cette longueur en 10 parties seulement. Ainsi, la première division du vernier, après le zéro, laquelle est marquée m, est un peu en arrière ou à droite de la première division n du limbe, & cela de la 10[e] partie d'une des divisions de 5 minutes du limbe ; ce qui fait 30″. La seconde division du vernier est à gauche de la seconde division du limbe, & cela du double de la première différence, ou d'une minute, & ainsi de suite, jusqu'à la 10[e] & dernière division p du vernier, où les dix différences qui sont chacune de la 10[e] partie d'une division du limbe, font une division entière ; ainsi, ce point p du vernier se trouve exactement d'accord avec la 11[e] division du limbe du quart-de-cercle.

Il faudra donc pousser l'alidade d'une 10[e] partie de division ou de 30″ à droite, pour faire concourir la première division du vernier avec une des divisions du limbe ; de même, en la poussant de deux 10[es] ou de 1 minute, il faudra regarder la seconde division de l'alidade, & ce sera celle qui concourra avec une division du limbe. Ainsi, l'on jugera que le commencement q du vernier, qui est toujours l'index ou la ligne de foi, a avancé de deux divisions ou d'une minute à droite, quand on verra que c'est la seconde division, marquée 1 sur le vernier, qui correspond exactement à une des lignes du quart-de-cerle.

Par le moyen d'un vernier fait avec soin, l'on distingue aisément un 100[e] de ligne ; & sur le limbe du quart-de-cercle de trois piés, divisé de 5 en 5′, l'on voit aisément 15″ ; l'on estime ensuite, à la vue, jusqu'à 2 ou 3″. J'ai vu un *instrument* de 18 lignes de rayon, où l'on distinguoit les minutes. Cette méthode est aujourd'hui généralement adoptée comme la plus parfaite de toutes, & on l'emploie en angleterre, même pour les quarts-de-cercles mobiles, à la place du micromètre dont on se sert en france pour subdiviser les intervalles du limbe.

M. Bailly (*Hist. de l'Astron.*) regarde la division de Vernier comme étant celle de Nonius perfectionnée. Je ne suis pas de son avis ; c'étoit une idée très-neuve que celle de mettre un seul petit arc à la place de 20 grandes circonférences, & une seule petite division à la place de plusieurs centaines de divisions ; enfin l'idée de mettre cette division sur l'alidade mobile, est une découverte

précieuſe, à laquelle perſonne que Vernier ne doit avoir de prétention ; & ce qui le prouve encore plus, c'eſt que l'idée de la diviſion miſe ſur l'alidade, a un mérite indépendant de celui des nombres de Nonius, puiſque M. Megnié, habile artiſte, croit qu'il vaut encore mieux les abandonner, & ſe contenter d'un grand nombre de parties égales & aliquotes de celles du limbe, miſes ſur l'alidade; en ſorte que ce qu'il a emprunté de Vernier n'a plus aucun rapport avec les nombres de Nonius, & il ne laiſſe pas de conſerver à Vernier la gloire de la première idée, en appellant comme nous cette petite diviſion un VERNIER. M. Megnié n'a beſoin que d'une ſeule diviſion du limbe, par exemple, de 5′ : il la partage ſur ſon vernier en 50 parties égales, par le moyen d'une machine à diviſer. Quant à la méthode pratique pour bien diviſer les *inſtrumens* au compas ou à la machine, il faut conſulter l'ouvrage du duc de Chaulnes, publié parmi les arts de l'Académie des Sciences, & le *Mémoire* de Bird, publié en anglois par ordre du bureau des longitudes, qui a acheté le ſecret de ſa méthode pour diviſer.

M. Ramſden, en angleterre, & M. Megnié, en france, ont fait des machines à diviſer, avec leſquelles on eſt aſſuré d'avoir une égalité parfaite entre les plus petites parties d'un arc ou d'une ligne droite. J'ai vu des diviſions faites par M. Megnié ſur du verre avec ſa machine, où l'étendue d'une ligne étoit diviſée en cent parties actuelles & viſibles au microſcope. (*D. L.*)

INT

INTÉGRAL, adj. (*Math. tranſ.*) : le calcul *intégral* eſt l'inverſe du calcul différentiel. *Voyez* DIFFÉRENTIEL.

Il conſiſte à trouver la quantité finie dont une quantité infiniment petite propoſée eſt la différentielle; ainſi, ſuppoſons qu'on ait trouvé la différentielle de x^{m}, qui eſt $m x^{m-1} dx$. Si on propoſoit de trouver la quantité dont $m x^{m-1} dx$ eſt la différentielle; ce ſeroit un problême de calcul *intégral*.

Les géomètres n'ont rien laiſſé à deſirer ſur le calcul différentiel; mais le calcul *intégral* eſt encore très-imparfait. *V.* DIFFÉRENTIEL.

Le calcul *intégral* répond à ce que les Anglois appellent *méthode inverſe des fluxions*. *Voyez* FLUXIONS.

Le calcul *intégral* a deux parties, l'intégration des quantités différentielles qui n'ont qu'une variable, & l'intégration des différentielles qui renferment pluſieurs variables. On n'attend point de nous que nous entrions ici dans aucun détail ſur ce ſujet, puiſque ce ne ſera jamais dans un ouvrage tel que celui-ci, que ceux qui voudront s'inſtruire du calcul *intégral*, en iront chercher les règles. Nous nous contenterons d'indiquer les livres que nous jugeons les meilleurs ſur cette matière, dans l'ordre à-peu-près dans lequel il faut les lire.

On commencera par les leçons de M. Jean Bernoulli ſur le calcul *intégral*, imprimées, en 1744, à Lauſanne, dans le *tome II du Recueil de ſes Œuvres*. On continuera enſuite par la ſeconde partie du *tome II du Traité anglois des fluxions* de M. Maclaurin. Après quoi, on pourra lire la *quadrature des courbes* de M. Neuton, & enſuite le *Traité* de M. Cotes, intitulé : *Harmonia menſurarum*, imprimé à Londres en 1716. On trouvera, dans les actes de Léipſick de 1718, 1719, *&c.* & dans le *tom. VI des Mém. de l'Ac. de Péterſbourg*, des Mémoires de MM. Bernoulli & Herman, qui faciliteront beaucoup l'intelligence de ce dernier traité. On peut auſſi avoir recours à l'ouvrage de Dom Walmeſley, qui a pour titre : *Analyſe des rapports, &c.* & qui eſt comme un commentaire de l'ouvrage de M. Cotes. Dans ces ouvrages, on ne pourra guère s'inſtruire que de la partie du calcul *intégral*, qui enſeigne à intégrer ou à réduire à des quadratures les quantités qui ne renferment qu'une ſeule variable. Tout ce que nous avons ſur la ſeconde partie, c'eſt-à-dire, ſur l'intégration des différentielles à pluſieurs variables, ne conſiſte qu'en des morceaux ſéparés, dont les principaux ſe trouvent épars dans le Recueil des Œuvres de M. Bernoulli, & dans les Mémoires des Académies des Sciences de Paris, de Berlin & de Péterſbourg. M. Fontaine, de l'Académie Royale des Sciences, a compoſé, ſur cette matière, un excellent ouvrage, qui n'eſt encore que manuſcrit, & qui eſt rempli des recherches les plus belles, les plus neuves & les plus profondes. C'eſt le témoignage qu'en a porté l'Académie dont il eſt membre. *Voyez l'Hiſtoire de cette Académie*, 1742.

Au reſte, ſans avoir recours aux différens écrits dont nous avons fait mention plus haut, on peut s'inſtruire à fond du calcul *intégral* dans l'ouvrage que M. de Bougainville le jeune a publié, ſur cette matière, en deux volumes *in*-4.° Il y a recueilli avec ſoin tout ce qui étoit épars dans les différens ouvrages dont nous avons parlé ; il a expliqué ce qui avoit beſoin de l'être, & a réuni le tout en un ſeul corps d'ouvrage, qui doit faciliter beaucoup l'étude de cette partie importante des Mathématiques. Mademoiſelle Agneſi, ſavante mathématicienne de Milan, avoit auſſi déjà recueilli les règles de calcul *intégral* dans un ouvrage italien, intitulé : *Inſtituzioni analitiche*, &c. mais l'ouvrage de M. de Bougainville eſt encore plus complet. (*O*)

§. INTÉGRAL (*Calcul*), *Math. tranſ.* J'ai tâché de raſſembler ici, & dans les articles auxquels je renverrai dans le courant de celui-ci, ce

que les géomètres ont fait jusqu'à présent de plus général & de plus important sur cette partie de l'analyse. J'ai indiqué avec soin les sources où l'on trouvera le développement de ce que je ne fais qu'indiquer. J'ai cherché à être à-la-fois clair pour les commençans, & intéressant pour les géomètres consommés. Enfin j'ai voulu traiter cette matière de manière que, si tous les livres, qui en parlent, étoient un jour perdus, & qu'il ne restât que l'*Encyclopédie*, des hommes de génie pussent en peu de tems réparer cette perte, & remettre la science au point où elle est maintenant.

Histoire abrégée du calcul intégral. Neuton & Léibnitz en sont les inventeurs : mais, depuis Archimède jusqu'à eux, on s'étoit occupé de problêmes particuliers que nous résolvons par ce calcul, & qu'on résolvoit alors par des équivalens. Archimède avoit découvert le rapport de la sphère au cylindre, quarré la parabole, trouvé le centre de gravité des espaces paraboliques & circulaires, & donné des valeurs approchées du rapport du diamètre à la circonférence du cercle. Cette partie de l'analyse ne fit aucun progrès, dans dix-huit siècles, entre Archimède & Descartes. Mais ce restaurateur des sciences, ses disciples ou ses contemporains quarrèrent ou rectifièrent quelques autres courbes, déterminèrent des surfaces de solides, & des centres de gravité, soit d'une manière rigoureuse, soit par approximation ; les méthodes de Wallis & de Pascal sont très-générales : ils touchoient à l'invention du *calcul intégral*, comme Barrou touchoit à celle du calcul différentiel. La règle fondamentale pour les puissances simples, la manière d'intégrer par parties pour les quantités composées, se trouvent dans ces deux géomètres. La méthode de Pascal est le passage de l'analyse des anciens aux nouveaux calculs ; & celle de Wallis, le passage de l'analyse de Descartes au calcul *intégral* : aussi l'ouvrage de Pascal, devenu inutile depuis qu'on connoît des méthodes plus simples, sera-t-il toujours précieux comme un monument singulier de la force de l'esprit humain, & comme liant ensemble Archimède & Neuton. Neuton n'employa le calcul *intégral*, proprement dit, que dans son ouvrage sur la quadrature des courbes. *Voyez* QUADRATURE. Et, dans ses *Principes*, il préféra souvent la méthode des anciens à celle qu'il avoit lui-même inventée. Mais Jean Bernoulli employa toujours le calcul *intégral* : il ajouta aux découvertes de Neuton des méthodes particulières pour des cas très-étendus. (*Voyez* HOMOGENE, LINÉAIRE, QUADRATURE, SÉPARATION, SUBSTITUTION), & des principes généraux sur la nature des fonctions différentielles. Alors il ne fut plus question, dans le continent, de l'analyse des anciens. MM. Euler & d'Alembert ont été les disciples de Jean Bernoulli, & sur-tout les héritiers de son genie. Ils ont donné des méthodes plus générales pour des cas plus difficiles, & perfectionné beaucoup la théorie du calcul. M. Fontaine s'est presque uniquement occupé de cet objet ; il a partagé, avec M. Euler, la première découverte des équations de condition (*Voyez* l'article *équations possibles*, au *mot* POSSIBLE) ; éclairci & développé la vraie théorie des constantes arbitraires, & connu le premier le nombre d'équations *intégrales* de chaque ordre que peut avoir une même équation des ordres supérieurs. *Voyez*, ci-dessous, *Théorie du calcul intégral.* On trouvera, aux *articles* HOMOGENE, LINÉAIRE, QUADRATURE, RICATI, SÉPARATION, SUBSTITUTION, une autre exposition des principales méthodes particulières connues jusqu'ici : j'ai donné, à l'*article* POSSIBLE, les moyens de reconnoître si une équation d'un ordre quelconque est possible ou non. Il ne me reste plus qu'à exposer une méthode générale pour intégrer une équation quelconque, c'est-à-dire, pour trouver son *intégrale*, en termes finis, toutes les fois que cette *intégrale* existe. Je ne parlerai que d'une équation à deux variables, & j'appellerai *fonction de l'ordre n*, *équation de l'ordre n*, une fonction ou une équation qui contiendront $d^n y$, $d^n x$: ce degré d'une équation est celui où montent, dans cette équation, les plus hautes différences.

Soit donc une équation différentielle entre x, y, dx, dy . . . . $d^n x$, $d^n y$, & qu'on sache qu'il y a une équation finie, qui a lieu en même tems que la proposée ; il s'agit de trouver cette équation finie.

1.° J'appelle Z la fonction finie, qui, étant égalée à zéro, est l'*intégrale* cherchée. Il est clair que la proposée est produite par la comparaison des équations $Z = 0$, $dZ = 0$, $d^2 Z = 0$ . . . . $d^n Z = 0$. Ces équations sont au nombre de $n + 1$; &, comme chacune d'elles contient de nouvelles différences, on ne peut éliminer, par ce moyen, que n constantes, qui par conséquent ne se trouvent plus dans la proposée, & sont arbitraires dans l'*intégrale*.

2.° Soit C la première de ces arbitraires, qu'on puisse faire évanouir, en sorte qu'on ait n équations sans C : on voit que, si on ajoute à C la somme d'un nombre indéfini de fonctions logarithmiques, ou qu'on multiplie la même quantité C par le produit d'un nombre indéfini d'exponentielles, telles que la différentielle des exposans soit algébrique, les logarithmes, ou les exponentielles, disparoîtront en même tems que C ; & il ne restera plus, dans les équations, que la différence, soit des exposans, soit des fonctions logarithmiques ; soit C' la seconde constante qu'on puisse faire disparoître pour avoir $n-1$ équations, on trouvera, 1.° que C' peut se trouver dans les différences des fonctions disparues avec C ; 2.° qu'il peut être multiplié, comme C, par un produit d'exponentielles, ou ajouté à une somme de logarithmes, sans qu'il reste autre chose de ces fonc-

tions, après l'élimination, que la différentielle des logarithmes ou des exposans.

3.° La proposée peut toujours être mise sous la forme $AZ + BdZ + Cd^2Z \ldots + Qd^nZ = 0$. $A, B, C, \ldots Q$, ne devenant point infinis lorsqu'on y fait $Z = 0$, on peut donc supposer que la proposée est de la forme $P. dA'Z + B'dZ \ldots + Q'd^{n-1}Z = 0$. En effet, comparant terme à terme cette forme avec la précédente, on a autant de cöefficiens indéterminés que d'équations.

4.° Parmi les équations sans C du *n.°* 2, il y en a une du premier ordre, une du second.... une du n^e : & parmi les équations sans C & C', il y en a une du second ordre, une du troisième, une du n^e, & ainsi de suite. Puisqu'on a une valeur de C' en la substituant dans celle de C, on aura une valeur de C sans C' ; de même, substituant la valeur de C'' dans celles de C & de C', on aura une valeur de C sans C' ni C'', & de C' sans C'', & ainsi de suite; on aura donc des valeurs de chaque arbitraire $C, C', C'', \ldots$ telles que les autres arbitraires ne s'y trouvent point, non plus que les fonctions logarithmiques ou exponentielles qui peuvent leur avoir été ajoutées ou les avoir multipliées. Dans les équations qui donnent cette valeur de chacune des constantes arbitraires, on peut supposer qu'elle est multipliée par une fonction exponentielle, ou qu'elle est ajoutée à une fonction logarithmique, ces fonctions pourront être de l'ordre $n - 1$. La différentielle de ces logarithmes ou des exposans, sera algébrique; en sorte que chacune de ces équations étant différenciée, pourra produire la proposée. La proposée aura donc un nombre n d'*intégrales* de l'ordre $n - 1$, contenant chacune une logarithmique, & telle qu'éliminant les différences, on en déduise l'*intégrale* finie.

5.° Si la proposée est du premier degré, & ne contient pas de radicaux, le facteur, qui peut la rendre une différentielle exacte, peut être supposé ne point contenir de termes de la forme P^m, mP étant rationnel, & un nombre incommensurable. En effet, dans ce cas, la proposée ne contenant pas P^m, il faudroit que le coëfficient de P^m fût arbitraire. Or, si ce coëfficient est arbitraire, repassant dans l'*intégrale* des logarithmes aux nombres, on verra qu'il y aura toujours une autre valeur du facteur, qui ne contiendra point P^m : il n'en est pas de même des radicaux commensurables, parce que, quoique le coëfficient du $p^{\frac{1}{2}}$, qui pourroit rester dans la différentielle exacte, soit arbitraire, cependant, comme P & ses puissances s'y peuvent trouver aussi, sans que leurs coëfficiens soient arbitraires, il ne s'ensuit pas que celui de $p^{\frac{1}{2}}$, le soit dans l'*intégrale*.

6.° Toute équation du premier degré aura un facteur de l'ordre $n - 1$, qui la rendra une différentielle exacte : le facteur sera algébrique, si l'équation proposée ne contient point de transcendantes; &, si elle en contient, il ne pourra contenir que ces mêmes transcendantes, & sera une fonction algébrique des variables & des transcendantes. Puisque la proposée a n *intégrales* différentes de l'ordre $n - 1$, il est aisé de voir que ce facteur algébrique a une infinité de valeurs, mais qu'on peut en trouver n qui donnent n différentielles exactes, dont on puisse tirer n *intégrales* différentes, & éliminer les différences qui y restent, afin d'avoir l'*intégrale* finie.

7.° D'après l'article 5, le facteur peut contenir un radical commensurable, quand même la proposée seroit du premier degré; mais ce radical ne se trouvant pas dans la proposée, chacune des racines de l'équation, qui donne ce radical, doit donner une valeur du facteur : or, comme le facteur ne doit avoir que n valeurs réellement différentes, l'équation, qui donnera le radical, ne devra pas non plus en donner un plus grand nombre. Si $m <$ ou $= n$, & qu'on ait le facteur par une équation de ce degré qui ait tous ses termes, on aura à-la-fois, en résolvant l'équation au facteur, m différentielles exactes, dont chacune donnera une *intégrale* de la proposée. Si la proposée, mise sous une forme linéaire, par rapport aux plus hautes différences, contient des radicaux, ce que je viens de dire a lieu également; mais ces radicaux entrent alors, comme de nouvelles variables, dans l'équation au facteur, n étant toujours l'ordre de l'équation; on voit qu'en général on pourra supposer l'équation algébrique au facteur du degré pn; mais ne contenant que des puissances p du facteur p, peut être quelconque.

8.° L'*intégrale* finie, outre x, y peut encore contenir la variable z dont la différence est constante. Cela arrive lorsque, faisant $dy = Adx$, $dA = Bdx$, $dB = Edx$, &c., la proposée ne devient pas Vdx, ou bien, lorsqu'après avoir supposé, dans la proposée, dx constant, & complété l'équation qui en résulte, en remettant au lieu de $\frac{ddy}{dx}$ $d\frac{dy}{dx}$, $d^2\frac{dy}{dx}$ au lieu de $\frac{dddy}{dx^2}$, &c., on retrouve une équation différente de la proposée. Dans ce cas, un des facteurs qui rend la proposée différentielle exacte d'une fonction de l'ordre immédiatement inférieur, la rend en même tems de la forme ddB, B étant une fonction d'un ordre inférieur de deux unités, & peut même, dans quelque cas, la rendre de la forme d^3B', B' étant une fonction de l'ordre $n - 3$, & ainsi de suite; mais, si V étant la proposée & A le facteur, $AV = ddB$, zAV est une différentielle &, si $AV = d^3B$, z^2AV est encore une différentielle exacte. Si x avoit eu sa différence constante, alors on auroit A, xA, x^2A, qui seroient également les facteurs de la proposée. Cela posé, si on fait, dans la proposée, dx constant, & qu'on intègre ensuite, on aura ce que devient l'*intégrale* de la proposée, lorsque $z = x$, & par conséquent;

conſéquent, pour avoir la vraie *intégrale*, il n'y aura qu'à mettre z, au lieu de x, dans toutes les fonctions $ax+b$, a & b étant arbitraires.

Ces principes poſés, il n'y a point d'équation qu'on ne réſolve en faiſant les opérations ſuivantes.

Première opération. Quelque nombre de tranſcendantes & de radicaux que contienne la propoſée, on la réduira à être une équation algébrique & du premier degré, en la différentiant une fois de plus qu'elle ne contient de tranſcendantes. Il faut en effet une différentiation pour chaque tranſcendante, & une ſeule ſuffit pour tous les radicaux.

Cette première opération ne ſeroit néceſſaire que lorſque les plus hautes différences entreroient dans les tranſcendantes, autrement on pourroit intégrer, en regardant les radicaux & les tranſcendantes comme de nouvelles variables; mais j'ai cru devoir préférer ici la méthode la plus ſimple.

Deuxième opération. La propoſée, qui a ſubi la première, étant de l'ordre n, on ſuppoſera qu'étant multipliée par un facteur A, elle devient une différentielle exacte; on mettra, dans les équations de condition, à la place des différences entières ou partielles de A, leurs valeurs tirées de l'équation $a+bA^m+cA^{2m}+eA^{3m}$, &c., ou a, b, c, e, &c., ſont des fonctions rationnelles & entières de x, y, dy, dx, ddy, ddx, &c. $d^{n-1}y$, $d^{n-1}x$, ou ſeulement de $x, y, \frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}, \frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}$. Si dx a été ſuppoſé conſtant, on ſuppoſera enſuite que l'équation hypothétique en A admette l'équation ou les équations qui naiſſent après la ſubſtitution précédente, & cela ſuffira pour déterminer les coëfficiens dans a, b, c, e, &c., & le degré où monte A. Si la propoſée eſt du premier ordre, comme elle ne doit avoir qu'une *intégrale*, l'équation en A ſera de la forme $a+pA^m=0$; ſi elle eſt du ſecond, l'équation ſera $a+pA^m+qA^{2m}=0$, & ainſi de ſuite; en ſorte qu'elle ſera toujours pour chaque ordre d'un degré déterminé, & pourra être ſuppoſée, ou de ce degré, ou d'un degré inférieur.

Troiſième opération. La propoſée étant devenue une différentielle exacte d'une fonction de $x, y, dx, dy, \ldots\ldots d^{n-1}x, d^{n-1}y$, ou bien de $x, y, \frac{dy}{dx}, \ldots \frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}$, & d'un nouveau radical de la forme convenable, on la mettra ſous la forme $\frac{dB}{dx}dx+\frac{dB}{ddx}ddx+\frac{dB}{ddy}ddy, \ldots$ & on aura (par l'*art.* POSSIBLE) les valeurs de

$\frac{dB}{dx}, \frac{dB}{dy}$, &c. Si on avoit fait dx conſtant, on ne pourroit avoir, par cet article, que $\frac{dB}{dy}$, $\frac{dE}{d\cdot dy}$, &c.; & pour avoir $\frac{dB}{dx}$, il faudroit retrancher de la propoſée la fonction connue $\frac{dB}{dy}dy+\frac{dE}{d\cdot\frac{dy}{dx}}d.\frac{dy}{dx}, \ldots\ldots$ & diviſer le reſte par dx.

Quatrième opération. On cherchera, par la méthode, d'autres différences exactes, juſqu'à ce qu'on en ait n qui donnent des *intégrales* différentes. Cela poſé, il faut remarquer, 1.° que, ſi on a une *intégrale* algébrique, toute fonction de cette *intégrale* étant multipliée par le premier facteur, devient elle-même un nouveau facteur qui rend la propoſée différentielle exacte; mais les deux *intégrales* ne ſont pas différentes. Si donc on connoît deux facteurs qui rendent la propoſée une différentielle exacte, & qu'on veuille ſavoir ſi ces deux différentielles donnent deux *intégrales* différentes, ſans s'être donné la peine d'intégrer en pure perte, après avoir fait l'opération troiſième, on verra ſi les deux valeurs, qu'on a de $\frac{dB}{dy}, \frac{dB}{d\cdot dy}$, ou $\frac{dB}{d\cdot\frac{dy}{dx}}$, &c., ſont proportionnelles aux deux facteurs; lorſque cela arrive, on aura l'*intégrale* immédiatement, en égalant à une conſtante arbitraire un des facteurs diviſé par l'autre. 2.° Si on connoît deux facteurs qui donnent deux *intégrales* différentes, & qu'on veuille ſavoir ſi un troiſième facteur en donne une différente, on pourra d'abord voir ſi, en comparant la troiſième différentielle complète avec chacune des deux autres, elle n'eſt pas dans le cas dont je viens de parler; enſuite, après avoir fait la troiſième opération, on verra ſi la première différentielle exacte, ajoutée à la ſeconde multipliée par la conſtante n, ne donne pas la troiſième; ſi elle la donne, il faut alors chercher un nouveau facteur; ſinon, après avoir trouvé les deux *intégrales* qu'on ſait devoir être différentes, & en avoir tiré, ſi cela eſt poſſible, une *intégrale* algébrique, la troiſième différentielle exacte donnera une nouvelle *intégrale*, ou ſera la différentielle exacte d'une des *intégrales*, plus une fonction de l'*intégrale* algébrique, ou d'une fonction des deux *intégrales*, ſi toutes deux ſont algébriques; ce qu'on pourra connoître après avoir fait la troiſième opération, ſans avoir intégré la troiſième différentielle exacte.

En général, il faudra vérifier ſi la différentielle exacte, dont l'*intégrale* doit être différente, n'eſt pas différentielle exacte de la forme des *intégrales* logarithmiques, multipliées par des coëfficiens indéterminés par une fonction quelconque des

intégrales algébriques ; ce qu'on pourra faire sans avoir intégré la différentielle exacte qu'on veut examiner, & par conséquent on pourra se dispenser de faire des intégrations en pure perte de différentielles dont les *intégrales* rentrent les unes dans les autres.

Si dx n'avoit pas été supposé constant, & qu'on eût une *intégrale* algébrique, où il faudroit ajouter la constante Ndz, ce qu'on connoît sans l'intégration, on chercheroit un facteur qui, multiplié par z, rendroit encore la proposée différentielle exacte ; &, si l'on devoit avoir l'arbitraire $Nz\,dz$, on chercheroit un facteur qui, multiplié par z^2, auroit cette même propriété, & ainsi de suite.

Cinquième opération. Puisqu'on n'a plus à intégrer que des différentielles exactes, des fonctions du premier ordre & de $n+1$ ou $2n$ variables, selon que x est ou n'est pas constant, on aura les *intégrales* par la méthode des quadratures. *Voyez l'art.* QUADRATURE.

En effet, si le facteur ne contient pas des radicaux, on aura l'*intégrale* par la méthode connue pour les fractions rationnelles ; s'il en contient, ou on suivra celle que j'ai proposée à l'*article* QUADRATURE, ou bien, différentiant après avoir fait évanouir le radical du facteur, on aura une équation entre $n+1$ ou $2n$ variables : elle sera du second ordre, & on pourra supposer sans radicaux le nouveau facteur qu'il faudra chercher ; lorsqu'il sera trouvé, on n'aura plus que des différences rationnelles à intégrer. On observera ici que le facteur étant donné par une équation qui en produit plusieurs valeurs, cela diminue le nombre des facteurs qu'il faut chercher ; & que, dans le dernier moyen que je propose pour intégrer les différentielles exactes qui contiennent les radicaux, l'*intégrale*, qui reste à trouver pour l'équation du second ordre, donne tous les *intégrales* qui répondent aux différentes valeurs du facteur, en y faisant les substitutions convenables.

Sixième opération. Par le moyen des n *intégrales* différentes, il faut trouver l'*intégrale* finie, ce qui ne peut se faire qu'en éliminant les différences ; il faut donc que les n *intégrales* soient telles que cette élimination soit possible ; & si celles qu'on a trouvées ne satisfont point à cette condition, il faudra en chercher de nouvelles ; mais il ne sera plus question d'examiner si elles seront différentes. On pourroit se dispenser de la cinquième opération, en cherchant d'abord un facteur tel que la proposée devienne une différentielle exacte & qu'on puisse en tirer la valeur de $\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}$, ou $d^{n-1}y$, ensuite, en cherchant une différentielle exacte telle qu'après avoir mis dans l'*intégrale* pour $\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}$ ou $d^{n-1}y$ leur valeur, on puisse en tirer la valeur de $\frac{d^{n-2}y}{dx^{n-2}}$ ou $d^{n-2}y$, & que, dans ce dernier cas, $d^{n-2}x$ ne s'y trouve plus, & ainsi de suite ; & c'est ce qu'on pourra toujours faire, même sans avoir intégré les différentielles exactes qu'on veut assujettir à ces nouvelles conditions ; il suffira de faire la troisième opération, & l'on évitera encore ici l'inconvénient d'avoir intégré en pure perte. Mais, si on veut, dans les cinquième & sixième opérations, prendre toujours l'*intégrale* des différentielles exactes, à mesure qu'on les trouve, il sera très-facile de distinguer celles qu'on doit employer & celles qu'on doit rejetter.

Septième opération. L'*intégrale* finie étant ainsi trouvée, le problème est résolu, si dx étoit constant dans la proposée, ou ne l'a point été supposé dans l'intégration ; mais, si, dx étant variable, on l'a supposé constant pour intégrer avec plus de facilité, il faut, dans les fonctions $ax+b$, ax^2+bx+c, &c. a, b, c étant arbitraires, mettre à la place de x une variable quelconque z dont la différence est arbitraire.

L'*intégrale* ainsi trouvée ne contient pas toujours toutes les solutions possibles de la proposée, il y en a encore de particulières.

M. Euler a remarqué le premier, qu'il y avoit des équations qui satisfaisoient à une équation différentielle, sans cependant être comprises dans son *intégrale* générale. Voici quelques réflexions sur la cause de ce paradoxe, c'est ainsi que M. Euler l'a appellé.

1. Soit $AdZ + BZ^m = 0$ une équation différentielle, il est clair que $z=0$ y satisfera ; mais l'équation, sous cette forme, est égale à la différentielle exacte de l'*intégrale* multipliée par un facteur, donc il peut arriver que $z=0$ satisfasse à la proposée, sans satisfaire à la différentielle exacte de son *intégrale*. Il suffit, pour cela, qu'elle satisfasse au facteur, & que zy soit à une puissance positive plus grande que la plus petite puissance de z dans le dénominateur de la différentielle exacte.

2. Une équation *intégrale* étant supposée $Q+C=0$, où C est une constante arbitraire, les équations qui rendent $Q=0$, ou $Q=\infty$, satisfont également à $Q+C=0$, les unes répondant à l'hypothèse de $C=0$, & les autres à celle de $C=-\infty$; donc, pour que la solution $Z=0$ satisfasse à la proposée sans satisfaire à l'*intégrale*, il faut que non-seulement elle multiplie le facteur sans satisfaire à la différentielle exacte, mais qu'elle ne puisse pas rendre l'*intégrale* infinie.

3. Soit $\frac{Z^n}{V}$ le facteur, l'*intégrale* sera $\int A\,V\,Z^{-n}\,dZ + B\,Z^{m-n}$, & elle est égale à $\int A\,V\,Z^{-n}\,dZ$ prise en regardant Z seulement comme variable plus à un terme indépendant de Z; il faudra donc ici que $\int A\,V\,Z^{-n}\,dZ$ prise par rapport à Z, ne soit point infinie lorsque $Z=0$; donc (comme M. Euler l'a enseigné dans le chapitre de son *calcul intégral*, où il traite de ces solutions particulières) il faut que n soit entre o & l'unité; mais il faut aussi que $B\,Z^{m-n}$ ait un terme sans Z, sans quoi Z se trouveroit à tous les termes de l'*intégrale*, ce qui est contre l'hypothèse; donc $m=n$; donc m est entre zéro & l'unité.

4. Donc, si on a une équation différentielle d'un ordre quelconque, elle ne pourra avoir des solutions particulières non comprises dans l'*intégrale*, à moins qu'elle ne renferme des radicaux $\sqrt[n]{Z}$, & que ces radicaux ne s'y trouvent pas multipliés à tous les termes par des puissances de Z; & les radicaux, qui seront dans le cas & qui résolveront la proposée, donneront les solutions particulières.

5. Soit l'équation $AdZ + Ady + Cdy\,Z^m = 0$, à laquelle $Z=0$ satisfait, & que cette équation n'ait pas d'*intégrale* générale, il est clair que toutes les fois que m n'est pas entre zéro & l'unité, $Z=0$ satisfait à l'équation de condition, comme pour l'intégrabilité de ces équations, & que, lorsque m est entre zéro & l'unité, $z=0$ n'y satisfait pas; donc on pourra avoir, dans ce cas, pour solutions particulières de la proposée, non-seulement l'équation de condition, mais encore les quantités qui se trouveront dans la proposée sous le signe radical avec la même condition que ci-dessus, & il sera facile d'appliquer le même raisonnement aux équations de tous les ordres, pour lesquelles j'ai donné les équations de condition.

M. Euler a remarqué, dans les *Mémoires* de Péterſbourg, où il recherche la courbe que décrit un point attiré par deux centres fixes, que ces solutions particulières, non comprises dans l'équation générale, ne pouvoient être employées à la solution des problêmes. Ainsi, lorsque l'on a su par des substitutions ou autrement, qu'une certaine équation satisfait à une équation différentielle, il faut, avant de l'employer, examiner si elle n'est pas dans le cas de nos solutions particulières, c'est-à-dire, si la fonction égalée à zéro, dans cette équation, ne se trouve pas dans la proposée sous le signe radical avec la condition ci-dessus.

7. La cause de ce nouveau paradoxe, remarqué encore par M. Euler, se peut découvrir en examinant la manière dont, pour chaque problême, on parvient à une équation différentielle; en effet, on verra qu'elles sont formées par la comparaison des valeurs successives des y, des x, & en sorte que, si, au lieu de $y+dy$, on mettoit y, & x au lieu de $x+dx$, elles doivent demeurer identiques; or il est aisé de voir que, si dans $AdZ + \sqrt{Z}\,B = \overline{AZ+dZ} - AZ + \sqrt{ZB}$, on met Z au lieu de $Z+dZ$, elle ne devient pas identique.

On voit que, dans le cas de $AdZ + BZ = 0$, la même substitution ne rend pas la proposée identique, aussi $Z=0$ n'est pas même, dans ce cas, une véritable solution de la proposée, elle ne peut l'être que dans le cas particulier où elle se trouve être la même que ce que devient alors la solution générale. En effet, soit une équation $ay + bx^2 - bc^2 = 0$, a étant arbitraire, on ne peut pas dire que l'équation $x=c$ soit une solution de cette équation, puisqu'il y a une infinité de cas où elle ne résout pas; & si on avoit eu l'équation $\frac{d(bx^2 - bc^2)}{y} = 0$, on n'auroit pas pu dire que $x=c$ résout le problême qui a conduit à cette équation, parce qu'il y a une infinité de cas du problême qu'elle ne peut résoudre. Ainsi, les solutions, contenues dans l'*intégrale*, résolvent non pas le problême proposé, mais quelques cas de ce problême, & les autres solutions de l'équation différentielle non contenues dans l'*intégrale* n'en résolvent aucun.

8. Dans les cas des équations absurdes, on trouvera que, si ces équations étant entre x, y & z, on cherche les valeurs de z répondant à $y = X$ (X est une fonction de x), les solutions de la proposée contenues dans l'équation de condition deviendront, en y mettant X pour y, des solutions contenues dans l'*intégrale* de l'equation en z & x. Au lieu que celles qui ne seront pas contenues dans l'équation de condition, ne donneront pas non plus de solutions contenues dans l'*intégrale* de l'équation en z & x.

M. de la Place s'est occupé particulièrement de cet objet, sur lequel il a fait un très-beau Mémoire, qui doit être inséré dans le *Recueil de l'Académie des Sciences de Paris.*

Si on a différentié la proposée par la première opération, l'*intégrale* trouvée sera trop générale, & il y aura une partie des constantes arbitraires qu'il faudra déterminer; on y emploiera la proposée, qui d'ailleurs donnera immédiatement autant d'*intégrales* qu'on aura différentié de fois. Ce qui dispensera d'en chercher d'autres toutes les fois que l'on pourra les employer à l'élimination successive des plus hautes différences, & alors les arbitraires ne seront plus qu'au nombre nécessaire.

Il n'y a point, pour un plus grand nombre de variables, d'autre difficulté, que plus de longueur dans le calcul.

Si on a m' équations entre m variables $(m > m')$, on pourra les intégrer ſans éliminer, en ſuppoſant, 1.° qu'elles ont ſubi l'opération première; 2.° que chacune étant multipliée par un facteur, comme dans la ſeconde opération, leur ſomme eſt une différentielle exacte; 3.° en prenant *m u intégrales* différentes; 4.° en faiſant en ſorte que non-ſeulement les différences, mais m' variables quelconques puiſſent s'éliminer. *V.* SÉPARATION.

Telle eſt la méthode générale que j'ai propoſée pour intégrer les équations différentielles. On en trouvera le détail dans mes *Eſſais d'analyſe*, dans les *Mémoires de Turin, t. IV*, & dans ceux de l'*Académie des Sciences, année* 1770.

J'ai déjà prévenu que cette méthode ne donnoit que les *intégrales* des équations qui étoient ſuſceptibles d'avoir des *intég ales* finies. Or il n'eſt pas ſûr que toutes les équations poſſibles ſoient dans ce cas en effet (*voyez* l'article *Equations poſſibles* au *mot* POSSIBLE); les équations de condition peuvent avoir lieu, pourvu qu'il y ait une *intégrale* poſſible, même en ſérie infinie.

La méthode précédente ne peut donc être regardée comme vraiment générale, que ſi on a un moyen de s'aſſurer (le nombre de formes dont une *intégrale* finie eſt ſuſceptible étant connu) ſi les fonctions rationnelles, qui entrent dans ces formes, ſe terminent à un nombre fini de termes.

On y parviendra toujours par la méthode ſuivante, que j'applique ſeulement ici au cas où la fonction n'a qu'une ſeule variable x. Soit A une fonction donnée par une équation quelconque, & que je cherche ſi A peut avoir une valeur rationnelle finie. Je remarque d'abord que, pour cela, il faudroit que A, réduit en ſérie, fût égal à une ſérie récurrente; 2.° que le terme général d'une ſérie récurrente eſt $A_1 e^{fn} + B_1 e^{f'n}$, &c. où R eſt l'expoſant de x, A_1, B_1 des conſtantes arbitraires, & f, f', &c. les racines d'une équation d'un degré égal à l'expoſant de la plus haute puiſſance du dénominateur de la fraction A; 3.° que, ſi l'équation en f avoit deux racines égales, & que f fût cette racine, il faudroit prendre $A_1 n e^{fn} + B_1 e^{fn}$, &c. & de même pour un ſyſtême quelconque de racines égales. Cela poſé, ſoit A réduit en ſérie, & la ſubſtitution faite, au lieu de A, dans l'équation qui le donne, il eſt clair d'abord que, ſi cette équation eſt linéaire, j'aurai le terme général de la ſérie qui exprime A par une équation aux différences finies entre ce terme & n; donc, pour que A puiſſe être une fonction rationnelle finie, il faut que, mettant $A_1 e^{fn}$ au lieu de ce terme général, cette ſubſtitution ſatisfaſſe à l'équation: cette condition ſervira alors à trouver les valeurs de f.

Si l'équation en A n'étoit pas linéaire, alors on obſerveroit que ſoit $A = \frac{P}{Q} P$, & Q étant des fonctions entières $A^m = \frac{P^m}{Q^m}$, $A^m \, d A p = \frac{P^1}{Q^{m+2} p}$, & ainſi de ſuite; donc la ſérie, qu'il faudra ſubſtituer pour A^m ou $A^m \, d A p$, ſera encore une ſérie récurrente, mais dont le dénominateur ſera Q^m ou $Q^{m+2} p$; donc, ſi le terme général de la ſérie A eſt $A_1 e^{fn} + B_1 e^{f'n} \ldots$ celui de la ſérie A^m, ou $A^m \, d A p$ ſera:

$$(A_{11} a^{m-1} + A_{111} n^{m-2}, \&c.) e^{fn} +$$
$$(B_{11} n^{m-1} + B_{111} n^{m-2}, \&c.) e^{f'n} \; \&c.$$

$$\text{ou } (A_{11} n^{m+2q-1} + A_{111} n^{m+2q-2}, \&c.) e^{fn} +$$
$$(B_{11} n^{m+2q-1} + B_{111} n^{m+2q-2}, \&c.) e^{f'n} \; \&c.$$

Subſtituant donc, dans l'équation propoſée, au lieu de A & de ſes puiſſances, des ſéries infinies, on aura une équation entre les termes généraux de ces ſéries: on y ſubſtituera, au lieu de ces termes généraux, leur valeur hypothétique, & on déterminera f, ou bien la fonction A ne ſera pas ſuſceptible d'une forme rationnelle & finie.

Connoiſſant toutes les valeurs poſſibles de f, on aura le dénominateur de A; mais il n'en réſulte pas néceſſairement que A ſoit ſuſceptible d'une forme finie, car il faut encore que le numérateur ſoit auſſi fini.

Pour y parvenir, ſoit P ce numérateur, on aura P par une équation quelconque. Je fais $P = \frac{1}{P^1}$, j'ai P^1, dont je cherche le dénominateur de la même manière que j'ai cherché celui de A, & je n'ai plus qu'à voir, en lui ſuppoſant pour numérateur ou l'unité, ou un facteur du dénominateur trouvé, ſi je ſatisfais à l'équation.

On pourroit auſſi, pour déterminer cette poſſibilité, ſuppoſer $P = a\, x^m$; car il eſt clair que, ſi P a une valeur entière & finie, le coëfficient du plus haut terme de l'équation rationnelle & entière en P & x doit être nul.

J'ai traité cette matière avec beaucoup de détail dans les *Mémoires de l'Académie royale des Sciences, année* 1772. Ce que j'en dis ici, ſuffit pour en faire connoître l'eſprit & la méthode, & mettre en état de l'appliquer aux fonctions à pluſieurs variables.

Lorſque l'on a une équation, ſoit du premier ordre, qui n'admette aucune *intégrale* en termes finis, ſoit une équation du ſecond ordre qui n'ait

pas, ou d'*intégrale* du premier ordre en termes finis, ou qui n'en ait qu'une, ou qui en ait deux, mais dont on ne puisse pas éliminer la différentielle, ni parvenir à l'*intégrale* finie, & ainsi de suite pour les autres ordres; il est clair que l'on ne peut avoir de valeur de l'*intégrale* en fonctions finies, si l'on ne regarde comme telles que les fonctions algébriques, les transcendantes algébriques connues, ou, ce qui revient au même, celles qui naissent de la quadrature du cercle, ou de celle des courbes algébriques.

Mais voici une manière d'avoir ces *intégrales* en séries la plus propre à pénétrer dans la nature de ces équations, & que je donne seulement ici pour le premier ordre. Soit $B\,dx + Q\,dy$ une équation en x & y, je fais $x = A + z$ & $y = B + u$; A est une valeur de x & B celle de y qui y répond; par la méthode d'approximation, j'ai une série en z & u, qui représente l'*intégrale* cherchée, je mets dans cette série x au lieu de A, y au lieu de B, $\Delta\, x$ au lieu de z, & $\Delta\, y$ au lieu de u, & j'ai une fonction en série & aux différences finies. *Voyez*, sur ce sujet, les *Mémoires de l'Académie, année 1772.*

Depuis l'impression de l'*article* INTÉGRAL du *Dictionnaire raisonné des Sciences, &c.* M. Fontaine & M. Euler ont donné un recueil de ce qu'ils ont fait de plus important sur cette matière. Les PP. Jacquier & Lesueur ont publié, en 1768, une collection des principales méthodes connues jusqu'alors, & qu'ils ont souvent exposées d'une manière qui leur est propre. Cette collection est plus complète que l'ouvrage de M. de Bougainville, qui auroit à présent besoin d'une continuation où on exposeroit les progrès qu'a fait, depuis 1756, la théorie générale du *calcul intégral*, & ce que M[rs] d'Alembert, Euler & de la Grange ont donné de méthodes ou de réflexions importantes, depuis la même époque, & qu'on trouve dispersées dans les Mémoires des Académies de Paris, Berlin, Pétersbourg & Turin, *&c.*

Applications du calcul intégral. Les applications qu'on a faites du *calcul intégral* sont de trois sortes; les unes ont pour objet l'analyse pure; d'autres la science du mouvement; d'autres enfin la connoissance des phénomènes de la nature. La mesure des courbes des espaces qu'elles renferment, des surfaces & des solides qu'elles terminent, est le premier objet à quoi l'on ait pensé appliquer le *calcul intégral*, M. Euler l'a employé à perfectionner la théorie des suites infinies; M. d'Alembert s'en est servi pour celle des imaginaires. *Voyez* les articles QUADRATURE, IMAGINAIRE, *l'ouvrage de M.* de Bougainville, & *le calcul intégral de M.* Euler.

La *théorie* des *maximum*, que j'ai exposée à cet article, est une des plus brillantes & des plus fécondes applications du *calcul intégral*.

C'est par le *calcul intégral* qu'on a déterminé, avec la plus grande généralité, le centre de gravité, d'oscillation, ou de percussion des corps curvilignes.

La théorie du mouvement curviligne d'un point ou d'un solide, une partie de celle du mouvement des fluides n'a été perfectionnée que par le *calcul intégral*. M. d'Alembert est le premier qui ait donné d'une manière rigoureuse & indépendante de toute hypothèse arbitraire, les loix du mouvement des corps dont chaque partie est animée de forces différentes, & qui conserve toujours sa figure, & celles du mouvement ou de l'équilibre des corps fluides, qui, conservant toujours la même masse, conservent encore le même volume, ou en changent selon une loi donnée. *Voy. l'art.* PRINCIPES.

Dès l'année 1686, Neuton avoit publié sa Théorie du mouvement des planètes dans des orbites elliptiques, & ébauché le calcul des perturbations & des changemens que pouvoit produire la non sphéricité des corps célestes, & depuis ce tems jusqu'en 1747, que M[rs] d'Alembert, Euler & Clairaut trouvèrent leurs solutions analytiques du problême des trois corps, la connoissance du systême du monde fit très-peu de progrès. Jean Bernoulli ne s'en occupa que pour le combattre, il ne voulut pas être, en philosophie, le disciple de Neuton, dont il étoit l'égal en mathématiques. Il dédaigna d'asservir son génie à calculer d'après les principes d'un autre, & le tems qu'il employa à opposer des chimères à la théorie de la gravitation, fut perdu pour les sciences & pour sa gloire; heureusement ses successeurs ont bien réparé cette perte; le flux & reflux de la mer, le mouvement des satellites, des planètes principales qui s'attirent, des comètes qui s'en approchent, l'effet de la résistance de l'éther sur tous ces corps, la figure de la terre & de planètes, la précession des équinoxes, la nutation de l'axe de la terre, la libration de la lune, les vibrations des cordes, les oscillations de l'air sonore, les causes des vents ont été traités d'après des principes nouveaux & plus certains, & des méthodes directes d'intégrer par approximation, plus exactes & moins sujettes à des erreurs. *Voyez l'article* MÉTHODE, (*Math.*)

Tel est l'ouvrage immense qu'ont élevé, à l'aide du *calcul intégral*, & que perfectionnent encore tous les jours les géomètres qui ont remplacé Neuton, & rendu au continent de l'europe, & sur-tout à la france, la supériorité que Neuton avoit donnée à l'angleterre. (*O*)

INTÉGRAL, (*calcul intégral des équations en différences finies*). Les principes de ce calcul & leur application sont expliqués avec clarté au *mot* DIFFÉRENCE *de ce Dictionnaire*, dans la seconde partie de cet article, qui a pour titre : *Calcul inverse des différences.* Nous y renvoyons le lec-

teur, & nous le ſuppoſerons au fait de ce qui eſt contenu dans cet article.

Les équations, ou pour mieux dire, les fonctions, intégrées dans l'article cité, furent à-peu-près les ſeules connues juſqu'en 1760, tems auquel M. de la Grange fit voir que le terme général d'une ſuite récurrente quelconque dépendoit toujours d'une équation en différences finies, trouva cette équation & l'*intégra*.

Soient $p + 2q$ l'échelle de relation d'une ſuite récurrente, a & b les deux premiers termes, $\Phi(x)$ le terme général de cette ſuite, c'eſt-à-dire, celui qui occupe le rang x, on aura $\Phi(x+2) = 2q\Phi(x+1) + p\Phi(x)$, équation en différences finies du ſecond degré, dans laquelle $\Delta x = 1$, & qu'il eſt queſtion d'intégrer.

Pour y parvenir, ſoit $\Phi(x) = Am^x$; A & m ſont des conſtantes indéterminées. Cette ſuppoſition donne $\Phi(x+1) = Am^x.m$ & $\Phi(x+2) = Am^x.m^2$; ſubſtituant dans la propoſée, & diviſant par m^x, on aura $m^2 = 2qm + p$, ce qui détermine m, de manière qu'il faudra faire $m = q + \sqrt{q^2 + p}$, ou $m = q - \sqrt{q^2 + p}$. Mais A reſte indéterminé, & on pourra faire $\Phi(x) = A(q + \sqrt{q^2 + p})^x$, ou $\Phi(x) = B(q - \sqrt{q^2 + p})^x$, B étant auſſi quelconque; d'où je conclus qu'on peut faire plus généralement $\Phi(x) = A \ldots\ldots (q + \sqrt{q^2 + p}) + B(q - \sqrt{q^2 + p})^x$, comme on s'en aſſurera facilement par la ſubſtitution; & cette équation eſt la ſeule qu'on puiſſe regarder comme intégrale complète de la propoſée, parce qu'elle contient deux conſtantes indéterminées; mais, comme les deux premiers termes de la ſuite ſont a & b, on a $a = A(q + \sqrt{p + q^2}) + B(q - \sqrt{p + q^2})$ & $b = A(q + \sqrt{p + q^2})^2 + B(q - \sqrt{p + q^2})^2$, d'où on tirera A & B; ſi $\sqrt{p + q^2}$ devenoit 0, la valeur de $\Phi(x)$ deviendroit $\frac{0}{0}$: pour trouver, dans ce cas, cette fonction, *voyez* (INDÉTERMINÉES (*fractions*): & ſi le radical devient imaginaire, $\Phi(x)$ ſe préſentera ſous une forme imaginaire, mais ſera réductible en ſinus ou coſinus d'arcs réels. (*Voyez* SINUS).

Si un terme de la ſuite récurrente étoit égal à la ſomme d'un certain nombre de termes précédens, multipliés par des coëfficiens conſtans, plus à une fonction donnée du rang du terme, l'équation différentielle contiendroit un terme donné en x, & ſeroit, dans notre exemple, $\Phi(x+2) = 2q\Phi(x+1) + p\Phi(x) + X$, X étant ce terme donné. Il y a pluſieurs méthodes pour intégrer cette claſſe d'équations. Voici celle que donne M. de la Grange dans les *Mémoires de Berlin pour l'année* 1775.

Il intègre l'équation, comme ſi X étoit 0, enſuite il fait varier les arbitraires introduites dans l'intégration, avec ces conditions que les valeurs de $\Phi(x+1)$, $\Phi(x+2)$, $\Phi(x+k-1)$ (ſi k eſt le degré de l'équation) ſoient les mêmes que ſi les arbitraires n'avoient pas varié; c'eſt-à-dire, qu'il ſuppoſe 0 la partie de la différence de ces fonctions, qui vient de la variation des arbitraires; ce qui lui donne $k - 1$ équations entre les k premières différences de ces arbitraires; enſuite il égale à la fonction donnée X, la partie de la différence de $\Phi(x+k)$, qui vient de la variation des arbitraires. Ce qui donne l'équation qu'il falloit encore pour les déterminer.

Pour éclaircir ceci par un exemple, rappellons l'intégrale trouvée précédemment $\Phi(x) = A(q + \sqrt{p + q^2})^x + B(q - \sqrt{p + q^2})^x = Am^x + Bn^x$ pour abréger. Si on fait varier A & B, on aura $\Phi(x+1) = Am^{x+1} + Bn^{x+1} + m^{x+1}\Delta A + n^{x+1}\Delta B$; & pour remplir les conditions ci-deſſus preſcrites $m^{x+1}\Delta A + n^{x+1}\Delta B = 0$, on aura $\Phi(x+2) = Am^{x+2} + Bn^{x+2} + m^{x+2}\Delta A + n^{x+2}\Delta B$; & pour remplir les conditions $m^{x+2}\Delta A + n^{x+2}\Delta B = X$; ce qui donne $(m-n)\Phi(x) = m^{x-1}\Sigma\frac{X}{m^x} - n^{x-1}\Sigma\frac{X}{n^x}$.

Ces équations s'appellent *équations linéaires*. Si on en avoit pluſieurs exiſtantes enſemble d'un degré quelconque, avec autant de variables, ſans compter la variable principale, dont la première différence eſt ici ſuppoſée conſtante; on pourroit toujours les réduire à une ſeule, de même eſpèce, par l'élimination. Mais, dans pluſieurs cas, il ne faudra pas employer ce moyen, & il vaudra mieux les intégrer en les combinant toutes enſemble, & en les multipliant par des coëfficiens indéterminés, comme M. d'Alembert l'a enſeigné pour les équations en différences infiniment petites, dans les *Mémoires de Berlin, pour l'année* 1748.

La ſolution du problême ſuivant ſervira à-la-fois à prouver ce que je viens d'avancer, & à faire voir l'uſage du calcul des différences finies pour les problêmes de ſituation.

PROBLÊME. *Deux caſes étant données ſur l'échiquier, on demande en combien de manière la tour jouant x coups, peut arriver de l'une de l'autre.*

SOLUTION.

Il convient de diſtinguer trois cas; le premier, celui où la tour doit revenir au point de départ; le ſecond, celui où la tour peut aller de l'une des caſes à l'autre en un coup, le troiſième, celui où les deux premiers n'ont pas lieu. Soit la fonction cherchée $F(x)$ pour le premier cas;

$\Phi(x)$ pour le fecond, & $\Psi(x)$ pour le troifième.

Cela pofé, la tour jouant $x+1$ coups, dans le premier cas, pourra jouer fon premier coup de 14 manières différentes, tombant toutes, dans le fecond cas, de x coups; ainfi, on aura $F(x+1)=14\,\Phi(x)$.

La tour jouant $x+1$ coups, dans le fecond cas, pourra jouer fon premier coup de 14 manières différentes, defquelles une tombera, dans le premier cas, de x coups, fix dans le fecond, & fept dans le troifième; ainfi, on aura

$$\Phi(x+1)=F(x)+6\,\Phi(x)+7\,\Psi(x).$$

La tour jouant $x+1$ coups, dans le troifième cas, pourra jouer fon premier coup de 14 manières différentes, defquelles deux tomberont dans le fecond cas, de x coups, & 12 dans le troifième; ainfi, on aura $\Psi(x+1)=2\,\Phi(x)+12\,\Psi(x)$.

Pour intégrer ces équations, il faut multiplier la feconde par μ, la troifième par ν, & les ajouter toutes trois enfemble; ce qui donnera $F(x+1)+\mu\Phi(x+1)+\nu\Psi(x+1)=\mu\left(F(x)+\frac{14+6\mu+2\nu}{\mu}\Phi(x)\frac{+7\mu+112\nu}{\mu}\Psi(x)\right)$;

enfuite on fuppofera $\mu=\frac{14+6\mu+2\nu}{\mu}$, & $\nu=\frac{7\mu+12\nu}{\mu}$; ce qui donnera cette équation pour trouver μ, $\mu^3-18\mu^2+44\mu+168=0$: les racines font $\begin{matrix}\mu=6\\ \mu'=14\\ \mu''=-2\end{matrix}$, & les trois valeurs de ν correfpondantes font $\begin{matrix}\nu=-7\\ \nu'=49\\ \nu''=1\end{matrix}$.

Enfin, intégrant, on aura,

$$F(x)+\mu\,\Phi(x)+\nu\,\Psi(x)=\mu^x;$$
$$F(x)+\mu'\,\Phi(x)+\nu'\,\Psi(x)=\mu'^x;$$
$$F(x)+\mu''\,\Phi(x)+\nu''\,\Psi(x)=\mu''^x.$$

Je fais les conftantes introduites par l'intégration égale l'unité, parce qu'elles fatisfont au cas de $x=1$, comme il eft évident; fubftituant pour μ, μ', μ'', & ν, ν', ν'' leur valeur, puis réfolvant les équations linéaires, on aura,

$$F(x)=2^{x-6}\left(7^x+14.3^x+49\,\text{cof.}\,x\pi\right);$$
$$\Phi(x)=2^{x-6}\left(7^x+6.3^x-7\,\text{cof.}\,x\pi\right);$$
$$\Psi(x)=2^{x-6}\left(7^x-2.3^x+\text{cof.}\,x\pi\right).$$

C. Q. F. T.

On a regardé pendant long-tems les arbitraires qui entrent dans l'*intégrale* des équations en différences finies, comme des conftantes abfolues; ce qui fuffit pour des équations femblables à celle qui vient d'être réfolue, & généralement toutes les fois qu'en nommant g une valeur donnée de la variable principale, on a befoin (entre toutes les valeurs que peuvent avoir les autres variables) de celles feulement qui répondent aux valeurs g, $g+\Delta g$, $g+{}^2\Delta g+\Delta^2 g+$, &c. Dans la queftion précédente, il falloit connoître les fonctions pour les valeurs de $x=0, 1, 2, 3$, &c., & nullement pour les valeurs fractionnaires $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, &c. Mais, fi on avoit befoin de toutes les valeurs des variables, il faudroit prendre, pour arbitraires, les fonctions les plus générales de la variable principale, qui peuvent avoir leur différence nulle, fuivant le fyftême de différentiation qu'on a fuivi pour former l'équation en différences finies. M. Euler a fait le premier cette remarque, & il a pris, pour les arbitraires, des fonctions de fin. $\left(\frac{2\pi x}{a}\right)$, x étant la variable principale, & $\Delta x=a$. Ces fonctions rempliffent la condition prefcrite. Au refte, quelque foit le fyftême de différentiation, la compofante des fonctions arbitraires pourra toujours être fin. $(2\pi X)$, ΔX étant $=1$ dans ce fyftême de différentiation. Comme ces formes font fouvent embarraffantes, je propofai, il y a quelques années, une nouvelle compofante des fonctions arbitraires, & une nouvelle forme d'intégration, dans un Mémoire lu à l'Académie des Sciences de Paris, & imprimé dans le tome X des Mémoires préfentés à cette Académie. Voilà le précis de ce Mémoire.

Définitions. Soit le produit de k facteurs, tels que $x(x-1)..(x-k+1)$, je repréfenterai ce produit par $(x)^k$; je repréfenterai encore la fraction $\frac{1}{1\cdot\ldots k}$ par $(o)^{-k}$;

je fuppoferai $\left.\begin{matrix}{}^{\mu}y\\ {}^{\mu}y\end{matrix}\right\}=\begin{matrix}x+{}^{\mu}\Delta x+(\mu)^2(o)^{-2}\Delta^2 x+\&c.\\ y+{}^{\mu}\Delta x+(\mu)^2(o)^{-2}\Delta^2 y+\&c.\end{matrix}$

Problême. Soit l'équation ${}^m y=\mathcal{S}(x, y, {}^1y .. {}^{m-1}y)$, & $x+\Delta x=\lambda(x)$, on propofe de la conftruire.

Solution. Menez les lignes AV & AT (*fig.* 7, *pl. d'Analyfe*), perpendiculaires entre elles, qui feront les axes des coordonnées y & x, & la ligne AZ, qui divife l'angle droit en deux parties égales. Conftruifez fur l'axe AT la courbe ${}_0D\;{}_2D\,S$, telle que, pour une abfciffe x, l'ordonnée correfpondante foit $\lambda(x)$; prenez fur AT un point quelconque ${}_0A$, par lequel vous menerez l'ordonnée ${}_0A\;{}_0D$ à la courbe AS; par le point ${}_0D$, menez la parallèle à AT jufqu'à ce qu'elle rencontre AZ en ${}_1K$. Par ${}_1K$, menez la perpendiculaire ${}_1K\;{}_1D$ fur ${}_1K\;{}_0D$, jufqu'à la courbe ${}_0D\,S$; par le moyen de ce point ${}_1D$, vous déterminerez un point ${}_2K$, comme le point,

K l'a été par le point D_{0}; &, procédant toujours de la même maniere, vous arriverez au point K_{m}, qui est ici K_{3} (la figure n'étant faite que pour le troisième degré). Par ce point, abaissez la perpendiculaire $K_{3} A$ sur AT, &, sur la portion $A_{3} A$, décrivez la génératrice quelconque $B_{0} B_{3}$, pourvu cependant que l'équation se vérifie au dernier point B_{3}. Ensuite, ayant pris un point P sur AT, axe des x, vous déterminerez les points H_{0}, H_{1}.. H_{m} (ici le dernier point est H_{3}) par le moyen du point P_{0}, comme les points K ont été déterminés par le moyen du point ${}_{0}A$, & vous menerez la perpendiculaire $H P$. Or, comme les coordonnées $P_{0} M_{0}$, $P_{1} M_{1}$ & $P_{2} M_{2}$ sont données par la génératrice, & y_{3} par la proposée, on portera cette valeur de y_{3} sur la perpendiculaire $P_{3} H_{3}$ de P_{3} en M_{3}, & le point M_{3} sera à la courbe cherchée. Le point P_{0} fournit aussi un point M_{-1} à la gauche de la génératrice. Pour le déterminer, il faut d'abord mettre la proposée sous cette forme $\overset{m-1}{y} = \delta \left(\overset{-1}{x}, \overset{-1}{y}, {}^{0}y \, .. \overset{m-2}{y} \right)$, d'où on tirera $\overset{-1}{y}$. Par le point ${}_{0}H$, on menera $H_{0} D_{-1}$ à la courbe DS, & par ce point D_{-1} la perpendiculaire $D_{-1} P_{-1}$, sur laquelle on prendra $P_{-1} M_{-1} = \overset{-1}{y}$, & le point M_{-1} appartiendra à la courbe qui précède la génératrice. On détermineroit de même tant d'autres points qu'on voudroit de la courbe cherchée.

Cette construction indique une méthode d'intégration. Il faut mettre la proposée sous la forme $\overset{m+\mu}{y} = \delta \left(\overset{\mu}{x}, \overset{\mu}{y}, \overset{\mu+1}{y} \, .. \overset{m+\mu-1}{y} \right)$, & intégrer, en regardant μ comme la variable principale, & faisant $\Delta \mu = 1$; ensuite prendre pour constantes, des fonctions arbitraires de x, qu'on pourra déterminer par le moyen de la génératrice.

Exemple. Soit ${}^{2}y = 2 m \, {}^{1}y + n y$, on écrira $\overset{\mu+2}{y} = 2 m \overset{\mu+1}{y} + n \overset{\mu}{y}$, &, intégrant, on trouvera $\overset{\mu}{y} = (m + \sqrt{m^2 + n})^{\mu} \, \psi (x) + (m - \sqrt{m^2 + n})^{\mu} \, \psi^1 (x)$, les lettres ψ désignent des fonctions arbitraires.

Soit $y = \theta (x)$ l'équation de la génératrice, on aura $\psi (x) + \psi^1 (x) = \theta (x)$, & ...... $(m + \sqrt{m^2 + n}) \psi (x) + (m - \sqrt{m^2 + n}) \psi^1 (x) = \theta ({}^{1}x)$, d'où on tirera les fonctions ψ & ψ^1. Maintenant, puisque ${}^{1}x = \lambda (x)$ on a $\overset{\mu}{x} = \overset{\mu}{\lambda} (x)$, l'exposant μ indique combien de fois on doit répéter le signe λ; on tire de-là $x = \overset{-\mu}{\lambda} \left(\overset{\mu}{x} \right)$; ici l'exposant $-\mu$ indique combien de fois on doit renverser la fonction. Substituant & désignant les coordonnées quelconques par $x \, y$, on aura $y = (m + \sqrt{m^2 + n})^{\mu} \, \psi \left(\overset{-\mu}{\lambda} (x) \right) + (m - \sqrt{m^2 + n})^{\mu} \, \psi^1 \left(\overset{-\mu}{\lambda} (x) \right)$ pour l'*intégrale* complète de la proposée.

Il résulte de la construction, qu'on doit faire $\mu = 0$, quand $x =$ une valeur donnée g, & $\mu = k$, quand x est entre $\overset{k}{\lambda} (g)$ & $\overset{k+1}{\lambda} (g)$, y compris $\lambda^{k} (g)$.

Comme la valeur de $\overset{-\mu}{\lambda} [x]$ est toujours entre g & $\lambda [g]$, y compris g, il suit de-là que les fonctions ψ & ψ^1 doivent être données depuis l'abscisse g jusqu'à l'abscisse $\lambda [g]$. S'il arrive que ces fonctions soient discontinues, les courbes qui les représentent doivent être tracées. Les différentes formes de la fonction λ donnent lieu à différens cas; entre lesquels il y en a deux importans qu'il est utile de développer.

Premier Cas. La courbe ${}_{0}DS$ est toute au-dessus de la ligne AZ, & ne peut pas être coupée en plus d'un point par des parallèles à l'axe (*fig.* 7). Il est évident que la génératrice ${}_{0}B \, {}_{0}M \, {}_{3}B$ étant une fois donnée, la courbe *intégrale* sera absolument déterminée. Dans ce cas, les fonctions ψ & ψ^1, qui entrent dans l'équation *intégrale* ou les courbes qui les représentent, si elles sont discontinues, sont constantes, parce qu'alors il n'y a point de valeur de x, pour laquelle on ne puisse trouver le nombre correspondant μ. Par conséquent, si l'équation *intégrale* devoit appartenir à une polygone, on ne pourroit pas donner un nombre d'angles de ce polygone plus grand que l'exposant de l'équation.

Second Cas. La courbe ${}_{0}DS$ coupe AZ en plusieurs points (*fig.* 8), & ne peut pas être coupé en plus d'un point par des parallèles à l'axe. Si des intersections, B, C, &c., on mène des perpendiculaires qui rencontrent l'axe de x aux points E, F, &c., & si, sur un des intervalles compris entre deux intersections consécutives, par exemple, EF, on construit une génératrice, comme dans la figure septième, il est clair que cette génératrice ne pourra donner aucun point de la courbe *intégrale* hors de l'espace EF, parce que tous les points ${}_{0}D$, ${}_{1}D$, ${}_{2}D$, &c. qu'on pourra former, seront tous entre E & F, fussent-ils en nombre

nombre infini. La courbe *intégrale* ne ſera donc déterminée que ſur l'étendue EF : ainſi, il faudra ſe donner autant de génératrices qu'il y aura d'intervalles. De plus, s'il y a des portions infinies à droite & à gauche, il faudra auſſi, pour chacune de ces portions, une génératrice; de ſorte que, ſi k eſt le nombre de ces interſections, $k+1$ ſera le nombre des génératrices toutes indépendantes l'une de l'autre. Dans ce cas, les fonctions ψ & ψ', qui entrent dans l'équation *intégrale*, ou les courbes qui les repréſentent, ſi elles ſont diſcontinues, ne ſont pas conſtantes néceſſairement, parce que la quantité g, à laquelle correſpond $\mu=0$, étant une fois choiſie, il y aura des valeurs de x pour leſquelles le nombre correſpondant μ n'exiſtera pas. Alors on doit réſoudre l'équation $x=\lambda\,[x]$. Soient p, q, r les valeurs de x qui en réſultent, rangées ſuivant leur ordre de grandeur, on fera $\mu=0$ quand $x=p$, & cette ſuppoſition ſervira depuis l'abſciſſe p juſqu'à l'abſciſſe q; comme la ſuppoſition de $\mu=0$, pour l'abſciſſe g, ſervoit pour toute la courbe dans le premier cas, les fonctions ψ & ψ' ſeront conſtantes dans cet intervalle. On ſuppoſera enſuite $\mu=0$ quand $x=q$, & cette ſuppoſition ſervira de q à r; on pourra prendre alors d'autres fonctions ψ & ψ' qui ſeront auſſi conſtantes de q à r, & ainſi de ſuite. La raiſon de cela, c'eſt que, pour qu'une équation A, entre x & y, ſoit l'*intégrale* d'une équation B, il ſuffit que l'équation B ſe vérifie entre une certaine fonction de pluſieurs y conſécutifs, & de x données par l'équation A. Or, dans l'hypothèſe préſente, ſi on prend un de ces y entre p & q, par exemple, tous les autres antécédens & ſuivans ſeront auſſi entre p & q, en ſituation (doit-on entendre) & non en quantité. Par conſéquent, ſi l'équation *intégrale* appartenoit à un polygone, on pourroit ſe donner $(K+1)\,n$ angles de ce polygone, K étant le nombre des interſections, & n le degré de l'équation. Mais on n'en doit pas donner plus de n dans chaque intervalle.

Remarque. Si la fonction $\lambda\,(x)$ contenoit un paramètre, dont le changement, la diminution, par exemple, rapprochât continuellement la courbe de la ligne AZ, & enfin la fît tomber totalement ſur cette ligne, dans le cas de ce paramètre $=0$, on conçoit qu'alors la ligne $_0DS$ devroit être cenſée couper la ligne AZ au même point où elle la coupoit avant de ſe confondre avec elle, ſi les interſections étoient conſtantes & indépendantes de la variation du paramètre. Donc l'équation en différences infiniment petites, dans laquelle ſe change alors l'équation en différences finies, admettra auſſi $(K+1)\,n$ conſtantes arbitraires aux mêmes conditions; ou, pour parler plus exactement, les n conſtantes, introduites dans l'intégration, pourront changer de valeur $K+1$ fois. Ainſi, quand on aura à traiter une équation en différences infiniment petites, il faudra régler le

changement des conſtantes ſur l'équation en différences finies, dont elle eſt limite, ſi une telle équation eſt donnée par le problême qui a conduit à l'équation différentielle. Si elle ne l'eſt pas, ce qui arrive preſque toujours, il faut la ſuppoſer la plus générale poſſible. Par exemple, ſi on doit intégrer l'équation $ddy=0$, ſans que l'équation en différences finies ſoit donnée, on écrira $y=G\,(\nu)+x\,F(\nu)$, ν étant un nombre entier qui change par ſaut d'une manière quelconque. (r)

Intégral (*Calcul intégral des équations en différences mêlées*); ce ſont des équations qui contiennent à-la-fois des différences infiniment petites & des différences finies, & qui ſe rencontrent ſur-tout dans la détermination des fonctions arbitraires qui entrent dans les équations en différences partielles.

Je n'ai à offrir à mes lecteurs qu'un léger eſſai ſur cette matière; il eſt contenu dans le problême ſuivant.

Problême. Etant donné l'équation $\Delta y = b\frac{dy}{dx}$, on propoſe d'en trouver l'*intégrale* complète $\Delta x = a$.

Solution. On a ${}^{1}y = y + b\frac{dy}{dx}$; donc il eſt permis de ſuppoſer ${}^{\mu}y = y + F(\mu, 1)\frac{dy}{dx} + F(\mu, 2)\frac{ddy}{dx^2} \ldots + F(\mu, \nu)\frac{d^{\nu}y}{dx^{\nu}}$, $F(\mu, \nu)$ repréſentant une fonction de μ & de ν qu'il eſt queſtion de déterminer. Cela poſé, comme on a ${}^{\mu+1}y = {}^{\mu}y + b\,\frac{d^{\mu}y}{dx^{\mu}}$, ſi on met pour ${}^{\mu}y$ ſa valeur, on aura une expreſſion de ${}^{\mu+1}y$, dans laquelle le coëfficient de $\frac{d^{\nu}y}{dx^{\nu}}$ ſera $F(\mu, \nu) + bF(\mu, \nu-1)$; il faudra faire ce coëfficient $= F(\mu+1, \nu)$, on aura, en intégrant, $F(\mu, \nu) = b^{\nu}\,(\mu)^{\nu}\,(0)^{-\nu}$. Par conſéquent ${}^{\mu}y = y + b\,(\mu)^{\nu}\,(0)^{-1}\frac{dy}{dx} + b^2\,(\mu^2)\,(0)^{-2}\frac{ddx}{dx^2} + \&c.$; ce qui donne, en multipliant & diviſant le ſecond membre de cette équation par $h^{\frac{x}{b}}\,b^{\mu}$, $y = \frac{b^{\mu}}{h^{\frac{x}{b}}}\,\frac{d^{\mu}\left(h^{\frac{x}{b}}\,y\right)}{dx^{\mu}}$; maintenant, prenant x & y pour les coordonnées quelconques, on aura $y = \frac{b^{\mu}}{h^{\frac{x-a\mu}{b}}}\,\frac{d^{\mu}\,(\psi\,[x-a\mu])}{dx^{\mu}}$;

quand μ ſera négatif, le ſigne de différentiation deviendra ſigne d'intégration, & on aura $y =$ $\frac{\int^{\mu} dx^{\mu} \psi(x - a\mu)}{b^{\mu} h^{\frac{a\mu - x}{b}}}$, h eſt le nombre dont le logarithme eſt 1. (r)

Intégral (*Calcul intégral des équations en différences partielles*). Soit u une fonction de x, y, z, *&c.* δ, d, D, *&c.*, les caractériſtiques de différentiation relativement à chacune de ces variables; une équation compoſée d'une maniere quelconque des quantités.

$$x,\ y,\ z,\ \&c.$$
$$\frac{\delta u}{dx},\ \frac{du}{dy},\ \frac{Du}{dz},\ \&c.$$
$$\frac{\delta\delta u}{dx^2},\ \frac{d\delta u}{dxdy},\ \frac{D\delta u}{dzdz},\ \&c.$$
$$\frac{\delta du}{dxdy},,\ \frac{d^2 u}{dy^2},\ \frac{dDu}{dydz},\ \&c.$$

S'appelle équation en différences partielles, d'un degré égal à la plus haute dimenſion des caractériſtiques. L'aſſemblage des principes & des méthodes qu'on emploie pour trouver des équations ſans différence, ou au moins d'un degré inférieur, qui produiſent des équations données en différences partielles, forme ce qu'on appelle *calcul intégral des équations en différences partielles*. M. d'Alembert eſt le premier qui ait intégré une équation de cette eſpece; il y a été conduit par la ſolution du problême des cordes vibrantes, ſi célebre parmi les géometres (*Voyez* Cordes vibrantes, les *Mémoires de Berlin*, années 1747, 1748, 1750, 1763; le premier & le ſecond volume des *Mémoires de Turin*, les *Opuſcules* de M. d'Alembert).

Je vais donner à mon lecteur une idée de ce problême.

Soit AB (*fig.* 49) une corde attachée à deux points fixes A & B, élaſtique & un peu extenſible; on pourra, en la pinçant, ou d'une maniere quelconque, l'écarter tant ſoit peu de ſon axe AB, avec lequel elle étoit tout-à-l'heure confondue, & lui faire prendre la figure courbe AMB; mais ſi peu différente de la ligne droite, que la ligne EM, perpendiculaire à l'axe, puiſſe être regardée comme perpendiculaire à la courbe au point M. La corde, abandonnée à elle-même, fera des oſcillations au-deſſus & au-deſſous de ſon axe; à cauſe de ſon élaſticité, on demande ſa figure à chaque inſtant du mouvement.

Soit la tenſion de la corde qu'il faut regarder comme conſtante $= T$; $AP = x$, le tems du mouvement $= y$, & PM, ou la diſtance du point M à l'axe $AB = u$, le rayon de la développée au point M ſera $- \frac{dx^2}{\delta\delta u}$; en faiſant dx conſtant, parce que la courbe differe très-peu de ſon axe. Maintenant repréſentons les tenſions égales chacune à T, qui tirent le point M de M en K, & de M en R, par les lignes MK, MR, égales chacune à dx; achevons le parallélogramme $KMRZ$. La force qui pouſſe le point M dans le ſens MP, ſera repréſentée par ML, & par conſéquent $=$ $\frac{TML}{dx} = \frac{T.\,dx}{\text{rayon devel}} = - \frac{T\delta\delta u}{dx}$. L'élément; dont la longueur eſt dx, doit être regardée comme la maſſe miſe en mouvement. Si donc on nomme P la maſſe de la corde, & L ſa longueur, la maſſe miſe en mouvement ſera $\frac{Pdx}{L}$; on aura donc, par le principe des forces accélératrices, $- \frac{Pdx}{L} ddu = - \frac{2T\delta\delta u}{dx} dy^2$. Je mets $-$ au premier membre, parce que la force eſt retardatrice. Faiſant donc, pour abréger $\frac{2TL}{P} = a^2$, on aura l'équation $\frac{ddu}{dy^2} = \frac{a^2 \delta\delta u}{dx^2}$, qui eſt évidemment en différences partielles infiniment petites.

M. d'Alembert, pour intégrer cette équation; ſuppoſe $du = pdx + qdy$; $dp = rdx + sdy$, & $dq = sdx + tdy$; on a donc $t = a^2 r$; donc $dq = sdx + a^2 rdy$; or $adp = ardx + asdy$; donc $adp + dq = (s + ar)(dx + ady)$; or $adp + dq$ eſt une différentielle complete; donc $(s + ar)(dx + ady)$ eſt auſſi une différentielle complete; donc $s + ar$ doit être une fonction de $x + ay$, & par conſéquent $ap + q$ une autre fonction de $x + ay$, que je repréſente par $\Psi(x + ay)$; on trouvera de même $ap - q = \Psi'(x - ay)$; donc $2adu = (dx + ady)\Psi(x + ay) + (dx - ady)\Psi'(x - ay$; donc, en intégrant, $2au = \varphi(x + ay) + \varphi'(x - ay)$, équation intégrale, quelques ſoient les fonctions φ & φ; mais ces fonctions ſont déterminées par les conditions du problême; car, ſoit $au = F(x)$ l'équation initiale de la corde (nous avons ſuppoſé qu'elle ſe confondoit avec l'axe, au commencement du mouvement; mais nous pouvions tout auſſi bien ſuppoſer qu'elle formoit déjà une courbe donnée), il faudra qu'on ait $F(x) = \frac{\varphi(x) + \varphi'(x)}{2}$; de plus, comme les points A & B ſont fixes, on doit auſſi avoir $\varphi(ay) + \varphi'(-ay) = 0$, & $\varphi(b + ay) + \varphi'(b - ay) = 0$, en nommant b la longueur de la corde. Dans les Mémoires de Berlin, pour 1747, M. d'Alembert a fait pluſieurs réflexions ſur la forme que devoient avoir les fonctions φ & φ', pour ſatisfaire aux conditions; il a prétendu ſur-tout que ces fonctions devoient être analytiques, & par conſéquent ſoumiſes à une loi de continuité; c'eſt-à-dire, que la figure courbe devoit être analytique, & que, ſi elle ne l'étoit pas, la ſolution devoit être rejettée. Ce ſeroit une choſe ſinguliere, qu'une équation trouvée indépendamment de la figure initiale de

la corde, dût cependant être rejettée, pour quelque cas, de cette figure.

M. Euler a été frappé de ce paradoxe, &, dans les Mémoires de Berlin, pour 1748, il a donné une nouvelle solution du problême, où, en rendant à M. d'Alembert toute la justice qui lui étoit dûe, il a prétendu que la solution convenoit à une courbe initiale quelconque; &, pour le prouver, a donné la construction suivante:

Soit AMB (*fig.* 50) la courbe initiale, PM une ordonnée quelconque, il est question de trouver le lieu N du point M, après un tems quelconque y; répétez la courbe initiale le long de son axe prolongé à droite & à gauche, comme on le voit dans la figure, en faisant correspondre les mêmes extrêmités; nommez $AP\ x$, & prenez $PQ = Pq = ay$; menez les ordonnées correspondantes RQ, rq, & prenez $PN = \frac{RQ+rq}{2}$, le point N sera le point cherché; car RQ & rq sont de certaines & mêmes fonctions des abscisses correspondantes $x+ay$ & $x-ay$; puisque, les abscisses étant données, ces lignes sont déterminées, on a donc $PN = \frac{\phi(x+ay)+\phi(x-ay)}{2}$, si on fait $y=0$, PN devient PM; enfin, si on fait $x=0$ ou $=b$, les lignes RQ & rq deviennent égales & de signe contraire, comme il suit évidemment de la description; donc, &c.

M. de la Grange s'est occupé depuis du même sujet, dans le premier volume des Mémoires de Turin. Il a résolu le problême par une méthode absolument neuve, en supposant d'abord la corde, toujours peu différente de la ligne droite, chargée de poids placés à des distances finies & égales; ensuite il a supposé que ces poids s'approchoient & augmentoient en nombre infini, ce qui est le cas de la corde vibrante ordinaire; aussi arrive-t-il à la même solution que les deux géomètres cités précédemment; mais il conclut, avec M. Euler, que la solution doit convenir à une corde de figure quelconque, même discontinue.

Enfin M. d'Alembert, qui avoit d'abord repliqué au Mémoire de M. Euler, critiqua aussi, dans le premier volume de ses Opuscules, celui de M. de la Grange, & tâcha d'établir, par plusieurs raisons, que la corde devoit être continue; mais il n'a pas ramené MM. Euler & de la Grange; & les Géomètres semblent maintenant s'être rangés du côté de ces derniers. Consultez, sur le calcul des différences partielles, les ouvrages déjà cités, & sur-tout le troisième volume du *Calcul intégral* de M. Euler.

Je terminerai cet article par quelques réflexions sur les formes discontinues. On entend communément, par ce mot, des formes qui ne résultent d'aucune loi de description, telles, par exemple, que celles d'un caillou brut; or je dis que, dans ce sens là, il n'y a point de formes réellement discontinues; car, ou ces formes sont le résultat de l'action mutuelle des différentes particules de la matière, sans le concours d'un être pensant ou animé, comme celle d'un caillou trouvé dans les entrailles de la terre, ou un être pensant est entré pour quelque chose dans la détermination de ces formes; telle est, par exemple, la courbe qu'un enfant décriroit sur le sable. Dans le premier cas, la recherche de la figure du caillou se réduit évidemment à un problême de méchanique, dans lequel il entre un nombre fini d'élémens; ainsi, cette figure est analytique & peut se concevoir traduite en langue analytique; mais la solution n'est pas en la puissance des hommes, soit parce qu'ils ne peuvent pas à beaucoup près en connoître tous les élémens, soit parce que, quand ils les connoîtroient, ces élémens seroient en si grand nombre, quoique fini, que l'esprit humain ne pourroit les comparer. C'est cette impossibilité de connoître les élémens, & cette impuissance de les comparer qu'on appelle discontinuité. Dans le second cas, on ne peut pas dire que la recherche de la courbe, décrite par l'enfant, se réduit à un problême ordinaire de méchanique; car sa volonté est un des élémens principaux de la description, & la liaison de cette volonté avec les corps environnans, & même avec l'organisation physique de l'enfant, n'est conçue que d'une manière très-incomplète; mais cette liaison n'en est pas moins nécessaire; donc, &c.

Si quelques personnes trouvoient ce raisonnement abstrait, on pourroit y suppléer de la manière suivante; une forme discontinue quelconque étant donnée, par exemple, une ligne courbe que je supposerai plane pour plus de simplicité; je pourrai supposer que son équation, entre des coordonnées rectangles, est $y = {}_0A + {}_1Ax + {}_2Ax^2 + {}_3Ax^3 + \&c.$ Or on peut prendre, ou du moins concevoir le nombre de ces coëfficiens si grand, que la courbe, lieu de cette équation, comprise entre une abscisse donnée, différera de la proposée moins que d'une quantité donnée; ces coëfficiens se déterminent par les méthodes d'interpolation, & il y en a plusieurs (*Voy.* INTERPOLATION).

On pouvoit donc répondre à M. d'Alembert que toute courbe plane peut toujours être représentée par l'équation $y = {}_0A + {}_1Ax + {}_2Ax^2 + \&c.$ la suite étant finie ou infinie, & par conséquent est réellement analytique.

Mais il y a une autre espèce de formes qu'on a nommé bien plus improprement discontinue. Ce sont celles dans lesquelles la loi semble avoir varié par saut, telle est celle d'un polygone rectiligne. J'ai fait voir ailleurs qu'on pouvoit toujours trouver une loi unique & générale, qui contînt autant de loix particulières qu'on voudroit (& pour conserver le même exemple); qu'un polygone rectiligne donné pouvoit toujours être regardé comme l'intersection d'une certaine surface analytique ordinaire par un plan. On m'a

nié cela, il faut que je l'avoue ; on a prétendu que l'interſection de la ſurface & du plan coincidoit effectivement avec le polygone rectiligne ; mais devoit cependant en être diſtingué, parce que, diſoit-on, l'interſection étoit parcourue pluſieurs fois par le point décrivant, & le polygone ne l'étoit qu'une ſeule fois. Ainſi, lecteur, vous voyez qu'on regarde les lignes comme eſſentiellemeut décrites par des points, & comme dépendantes du nombre de fois qu'elles auront été parcourues par ces points. Ainſi, ſi vous aviez trouvé, par des opérations trigonométriques, que la diſtance du clocher *A* au clocher *B* eſt égale à celle du clocher *B* au clocher *D*, il faudroit bien vous donner garde de conclure que ces diſtances ſont égales, avant de vous être aſſuré que l'une d'elle n'a pas été parcourue plus ou moins de fois par le point décrivant. Les commençans ne doivent faire aucune attention à ces ſubtilités, qui leur donneroient des idées fauſſes de la géométrie & de l'analyſe ; ils ne doivent voir, dans les lignes & dans les ſurfaces, que des images, qui, quand elles coïncident, ne ſauroient être différentes ; ils ne doivent voir, dans l'analyſe, qu'une langue capable d'exprimer ces images, de manière que la formule $y^2 = 2ax - x^2$ donnera l'idée d'un cercle à celui qui entend cette langue, comme le mot *cheval*, prononcé, donnera l'idée de l'animal connu ſous le nom, à celui qui entend le françois. Je finirai ici ces réflexions, peut-être déjà trop longues. Ceux qui deſireront plus de détail pourront conſulter le dixième volume des *Mémoires* préſentés à l'Académie des Sciences de Paris. (r)

INTÉGRALE, (*Intégrales particulières*) ; une équation ayant été intégrée complètement, ſi on donne à la conſtante ou à quelques-unes des conſtantes introduites dans l'intégration, une valeur déterminée, alors l'*intégrale* eſt appellée *particulière*. Exemple, ſoit l'équation différentielle $y = 2x \frac{dy}{dx} - y \frac{dy^2}{dx^2}$; l'*intégrale* complète eſt $y^2 = 4m(x - m$; &, faiſant $m - 1$, $y^2 = 4(x - 1)$ eſt une *intégrale particulière*. Mais il y a une choſe importante à obſerver, c'eſt qu'une équation finie, ou d'un degré inférieur, ſatisfait quelquefois à une équation différentielle donnée, ſans être *intégrale* particulière, c'eſt-à-dire, ſans réſulter de l'*intégrale* complète par aucune valeur particulière de la conſtante ou des conſtantes. M. Clairaut a fait le premier cette remarque. L'équation ci-deſſus $y = \frac{2x\,dy}{dx} - \frac{y\,dy^2}{dx^2}$ nous fournit un exemple ; car l'équation finie $y = x$ ſatisfait, & cependant n'eſt point compriſe dans l'*intégrale* complète. Cette ſingularité, d'abord paradoxe, a été expliquée, par M. de la Grange, dans les *Mémoires de Berlin*, pour l'année 1774, à-peu-près de la manière ſuivante :

L'*intégrale* d'une équation différentielle du premier degré entre deux variables, contient une conſtante arbitraire. Si on regarde les variables comme les coordonnées rectangles d'une ligne courbe, rapportées à des axes déterminés, il eſt clair qu'on pourra imaginer décrites autant de courbes différentes, toutes intégrales particulieres de la propoſée, qu'on peut donner de valeurs différentes à la conſtante, c'eſt-à-dire, une infinité. Or, s'il arrive que ces courbes aient une conſtante commune, l'équation de cette tangente commune, droite ou courbe, doit ſatisfaire à l'équation différentielle, puiſqu'un élément quelconque de cette tangente ſe confond avec un élément de quelques-unes des courbes *intégrales* particulières. Mais cette tangente n'eſt aucune de ces courbes, & par conſéquent elle n'eſt point compriſe dans l'*intégrale* complète. Dans l'exemple ci-deſſus, imaginez une infinité de paraboles ayant pour directrice commune, l'axe des y & leurs ſommets ſur la ligne des x ; la droite menée par l'origine des coordonnées, ſous un angle de 45°, les touchera toutes, & l'équation de cette droite eſt évidemment $y = x$. Il y a bien d'autres choſes à dire ſur cette matière. Nous renvoyons le lecteur au Mémoire cité de M. de la Grange, digne d'être lu dans le plus grand détail.

INTÉGRALE, ſ. f. (*Géom. Tranſ.*) On appelle ainſi la quantité finie & variable, dont une quantité différentielle propoſée eſt la différence. Ainſi, l'*intégrale* de dx eſt x ; celle de $mx^{m-1}dx$ eſt x^m. *V.* DIFFÉRENTIEL & INTÉGRAL. (*O*)

INTÉGRER, v. act. (*Géom. Tranſ.*) ; c'eſt trouver l'intégrale d'une quantité différentielle propoſée. (*O*)

INTENSITÉ, ſ. f. eſt un terme fort uſité en Phyſique & en Méchanique, pour déſigner la force d'une action comparée à celle d'une autre action dans des circonſtances ſemblables. Ainſi, on dit, la lumière du ſoleil a plus d'*intenſité* que celle de la lune à la même diſtance ; la lumière d'un flambeau a plus d'*intenſité* que la lumière d'une ſimple bougie, à diſtances égales ; la réſiſtance d'un fluide a d'autant plus d'*intenſité*, toutes choſes d'ailleurs égales, que ce milieu eſt plus denſe, *&c.* (*O*)

INTERCALAIRE. Jour *intercalaire* eſt celui que l'on ajoute dans les années biſſextiles. Mois *intercalaire* eſt celui qu'on ajoute tous les trois ans aux années lunaires. *Voy.* CALENDRIER.

INTÉRÊT, ſ. m. (*Arith. & Algèb.*) 1. L'*intérêt* eſt le profit que tire le créancier du prêt de ſon argent (ou de tel autre meuble). Il varie ſuivant les conventions faites avec l'emprunteur.

2. Il y a deux manières d'énoncer l'*intérêt*, ſur leſquelles il eſt important de ſe faire des idées nettes.

On dit { tantôt que l'*intérêt* eſt à tant pour $\frac{0}{0}$ par an (ou tel autre terme). tantôt que l'*intérêt* eſt à tel denier.

Suivant la première manière, on entend aſſez qu'autant de fois que 100 eſt contenu dans le capital, autant de fois on tire pour l'*intérêt* le nombre déſigné par *tant*.

Suivant la ſeconde, il faut entendre qu'autant de fois que le nombre, qui marque le denier, eſt contenu dans le capital, autant de fois on tire *un* d'*intérêt*. Ainſi, le denier étant 18, l'*intérêt* eſt 1 pour 18.

3. Il eſt toujours facile de réduire l'une de ces expreſſions à l'autre. Pour cela, prenant 100 pour dividende conſtant des deux autres nombres (ſavoir, celui qui exprime à *combien* pour % eſt l'*intérêt* & celui qui exprime le denier), l'un étant le diviſeur, l'autre eſt le quotient; par exemple,

Si l'*intérêt* eſt à 4 pour %, le denier ſera $\frac{100}{4} = 25$.

Le denier étant 20, l'*intérêt* ſera à $\frac{100}{20} = 5$ pour %.

Si le diviſeur n'eſt pas ſouſmultiple de 100, il eſt clair que le quotient ſera une fraction. Ainſi,

l'*intérêt* étant à 3 pour %, le denier ſera $\frac{100}{3} = 33\frac{1}{3}$.
Le denier étant 18, l'*intérêt* ſera à $\frac{100}{18} = 5\frac{5}{9}$ pour %.

4. On diſtingue deux ſortes d'*intérêts*; le *ſimple*, & celui que j'appelle *redoublé* ou *compoſé*.

Le premier eſt celui qui ſe tire uniformément ſur le premier capital, ſans pouvoir devenir capital lui-même, ni produire *intérêt*.

Le ſecond eſt quand l'*intérêt* échu paſſe en nature de capital, & produit lui-même *intérêt*.

5. Dans toutes les queſtions de l'un & de l'autre genre, il entre néceſſairement cinq élémens.

Le capital, que je nommerai .... a.
Le nombre (arbitraire, mais communément 100) ſur lequel on ſuppoſe que ſe tire l'*intérêt* qui ſera déſigné par .... d.
L'*intérêt* qui ſe tire ſur ce nombre .... i.
Le tems que le capital a été gardé .... t.
Ce qui revient, tant en capital qu'*intérêt*, au bout du tems ſuppoſé........................ r.

6. *De l'intérêt ſimple.* Pour avoir r.

1.° Faites ... $d \,.\, i :: a \,.\, \frac{ai}{d}$, c'eſt l'*intérêt* d'un terme.

2.° Multipliez par t, vient $\frac{ait}{d}$ ...c'eſt l'*intérêt* total.

3.° Ajoutez a ou $\frac{ad}{d}$, vous aurez $\frac{ad+2it}{d} = a \times \frac{d+it}{d}$.

Ainſi .... $r = a \times \frac{d+it}{d}$.

$$\text{D'où l'on tire...}\begin{cases} a = r \times \frac{d}{d+it}. \\ i = d \times \frac{r-a}{at}. \\ t = d \times \frac{r-a}{ai}. \end{cases}$$

7. *Exemple I.* Un homme a prêté 1200 liv. à 3 pour % par an d'*intérêt*: à combien montent *intérêts* & principal au bout de 4 ans?

$a = 1200$ liv.
Faiſant $d = 100$, & ſubſtituant... $r = 1200 \times \frac{112}{100}$
$i = 3$. $= \frac{134400}{100} = 1344$ liv.
$t = 4$.

Exemple II. Un homme ayant gardé 1200 liv. pendant un certain tems, rend 1344 liv. pour principal, & *intérêt* à raiſon de 3 pour %: combien l'argent a-t-il été gardé?

Subſtituant dans la quatrième formule, on trouvera $t = 100 \times \frac{1344-1200}{3600} = \frac{14400}{3600} = 4$.

Quant t eſt une fraction, cette circonſtance n'ajoute (en cette eſpèce d'*intérêt*) aucune difficulté réelle: le calcul en devient ſeulement un peu plus compliqué.

8. *De l'intérêt redoublé ou compoſé.* Les appellations reſtant les mêmes que ci-deſſus, pour avoir r, raiſonnez ainſi:

Le capital du premier terme étant a, l'*intérêt* ſera $\frac{ai}{d}$; à quoi ajoutant a ou $\frac{ad}{d}$, r pour ce premier terme ſera $\frac{ad+ai}{d} = \ldots\ldots a \times \frac{d+i}{d}$.

Le capital du ſecond terme étant $\frac{ad+ai}{d}$, l'*intérêt* ſera $\frac{aid+ai^2}{d^2}$; à quoi ajoutant le capital (réduit au dénominateur d^2) l'r du 2.d terme ſera $\frac{ad^2+2aid+ai^2}{d^2} = a \times \overline{\frac{d+i}{d}}\Big|^2$.

En procédant de la même manière, on trouvera pour l'r du troiſième terme $\frac{ad^3+3aid^2+3ai^2d+ai^3}{d^3} = \ldots\ldots a \times \overline{\frac{d+i}{d}}\Big|^3$.

Sans aller plus loin, on voit que les divers réſultats trouvés & à trouver, forment une progreſſion géométrique, dont a eſt le premier terme, & $\frac{d+i}{d}$ (que, pour plus de briéveté, je nommerai p) l'expoſant. Le terme de la progreſſion où p eſt élevé à la puiſſance dont l'expoſant eſt 1, ſera l'r du tems 1; celui où p eſt élevé à la puiſſance dont l'expoſant eſt 2, ſera l'r du tems 2; &, en général, le terme de la progreſſion où p eſt élevé à la puiſſance dont l'expoſant eſt t, ſera l'r de ce tems t. D'où naiſſent, pour toutes les manières différentes dont une même queſtion peut être retournée, les formules ſuivantes:

9. $r = ap^t$... ou bien $\overline{\log. r} = \overline{\log. a} + \overline{\overline{\log. p} \times t}$.

$a = \frac{r}{p^t}$ .... $\overline{\log. a} = \overline{\log. r} - \overline{\overline{\log. p} \times t}$

$p = \sqrt[t]{\frac{r}{a}}$ .... $\overline{\log. p} = \frac{\overline{\log. r} - \overline{\log. a}}{t}$.

$t =$ .... $\frac{\overline{\log. r} - \log. a}{\log. p}$.

10. *Exemple I.* 1000 livres ont été prêtées à 6 pour $\frac{0}{0}$ par an *d'intérêt* redoublé (& c'est ainsi qu'il faudra l'entendre dans tout le reste de cet article) : combien sera-t-il dû au bout de 3 ans, tant en capital qu'*intérêts ?*

$$\text{Faisant } \left.\begin{array}{l} a = 1000 \text{ livres.} \\ d = 100 \\ i = 6 \\ t = 3. \end{array}\right\} \frac{d+i}{d} = p = \frac{106}{100} = \frac{53}{50};$$ & substituant, on trouve

$$r = 1000 \times \frac{148877}{125000} = \frac{148877}{125} = 1191 \text{ liv. } \frac{2}{125}.$$

Exemple II. On rend, au bout de 3 ans, 1191 livres $\frac{2}{125}$ pour 1000 livres prêtées à *intérêt* : quel étoit cet *intérêt ?*

C'est p qu'il faut trouver. Or la troisième formule donne ... $\overline{\log. p} = \frac{\overline{\log. r} - \overline{\log. a}}{t}$.

Substituant .... $\overline{\log. p} = \frac{3\ 0759179 - 3\ 0000000}{3}$ $= \frac{0.0759179}{3} = 0.0253059$: puisque 0.0253059 est le logarithme de p ou de $\frac{d+i}{d}$, ajoutant le logarithme de d ou de 100, la somme 2.0253059 est le logarithme de $d+i$. Mais à ce logarithme répond, dans la table, le nombre 106 : donc $d+i = 106$; donc $i = 106 - d = 106 - 100 = 6$; donc l'*intérêt* étoit à 6 pour $\frac{0}{0}$.

Comme on peut se trouver embarrassé quand t est une fraction, j'ajoute un exemple pour ce cas-là.

Exemple III. 1000 livres ont été prêtées à $7\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$ par an d'*intérêt* : combien sera-t-il dû au bout de 3 ans sept mois 15 jours ?

$$a = 1000 \text{ livres.}$$

$$\left.\begin{array}{l} d = 100 \\ i = 7\frac{1}{2} \end{array}\right\} \frac{d+i}{d} = p = \frac{107\frac{1}{2}}{100} = \frac{215}{200} = \frac{43}{40}.$$

$$t = \frac{1320}{365} = \frac{464}{73} \text{ années.}$$

(t a été réduit en la plus petite espèce, c'est-à-dire, en jours ou 365[es] d'année, & i la fraction résultante réduite elle-même à une plus simple par la division du numérateur, & du dénominateur par 5).

Le calcul (effrayant & presque impraticable par la voie ordinaire) devient très-simple & très-facile par les logarithmes ... $\overline{\log. r} = \overline{\log. a} + \overline{\log. p} \times t$. Sustituant, on trouve .... $\log. r = 3.0000000 + 0.0314005 \times \frac{264}{73} = 3.0000000 + 0.1135869 = 3.1135869$. Or à ce logarithme répond, dans la table, le nombre $1298\frac{29}{30}$ ... c'est en livres la valeur de r.

11. Les questions ordinaires, qu'on peut faire sur l'*intérêt*, se résoudront toujours avec facilité par les règles qu'on vient de voir : mais on y pourroit mêler telles circonstances qui rendroient ces règles insuffisantes. Par exemple,

12. Un homme doit une somme *actuellement exigible ;* son créancier consent qu'il la lui rende en un certain nombre de paiemens égaux, qui se feront, le premier dans un an, le second dans deux, & ainsi de suite, & dans lesquels entreront les *intérêts* (sur le pied d'un denier convenu) à raison du retardement de chaque paiement : on demande quel sera chaque paiement égal ?

(Cette question au reste n'est pas de pure curiosité ; cette manière de faire le commerce d'argent est, dit-on, fort d'usage en angleterre).

13. C'est l'égalité des paiemens qui fait ici toute la difficulté. Pour la lever (conservant d'ailleurs les appellations précédentes), à t qui désignoit le tems, je substitue n, qui exprimera le nombre des paiemens égaux.

Il est clair que le premier paiement trouvé, tout est trouvé. Or ce premier paiement est composé de deux parties ; l'une *connue*, c'est l'*intérêt* du capital entier sur le pied du denier donné ; l'autre *inconnue*, c'est une certaine portion du capital qu'il faut prendre pour compléter le paiement. Le capital étant écorné par le premier paiement, l'*intérêt* sera moins fort la seconde année, & conséquemment (vu l'égalité des paiemens) la portion qu'on prendra sur le capital sera plus grande, & ainsi de suite d'année en année. Ce qui donne deux suites, l'une décroissante pour les *intérêts*, l'autre croissante pour les diverses portions du capital, je m'attache à celle-ci ; & pour découvrir la loi qui y règne, je nomme z, y, x, &c. *dans le même ordre*, les portions du capital compétantes aux premier, second, troisième, &c. paiemens, de sorte que $z + y + x + \&c. = a$.

Le premier paiement sera .... $\frac{ai}{d} + z$.

Le second .... $\frac{ai - yi}{d} + y$.

Le troisième .... $\frac{ai - zi - yi}{d} + x$.

&c.

14. Comme ces paiemens sont supposés égaux, on en peut former diverses équations, comparant le premier avec le second, celui-ci avec le troisième, &c.

La première équation fait trouver ... $y = z \times \frac{d+i}{d}$.

La seconde .... $x = y \times \frac{d+i}{d}$, ou

(substituant au lieu de y sa valeur) .. $x = z \times \overline{\frac{d+i}{d}}\Big|^{2}$.

Ce qui suffit pour donner à connoître que la suite en question est une progression géométrique, dont l'exposant est $\frac{d+i}{d} = p$: & dès-là le problème est résolu ; car, des cinq élémens qui entrent en toute progression géométrique (*Voyez* PROGRESSION), trois prix comme on voudra étant connus, donnent les deux autres. Or on connoît ici la somme

a, le nombre des termes *n*, & l'exposant *p* : on connoîtra donc les deux autres, & nommément le premier terme dont il s'agit ici principalement... il sera $a \times \frac{\overline{p-1}}{\overline{pn-1}}$; à quoi ajoutant l'*intérêt* du capital entier, qui est $a \times \overline{p-1}$, on aura $r = a \times \frac{\overline{p-1}}{\overline{pn-1}} + p - 1$, ou (réduisant tout au dénominateur $pn - 1$) $r = a \times \frac{pn + 1 - pn}{pn - 1}$. Mais, comme cette expression de la valeur de *r* exige, dans l'application, des réductions pénibles, au lieu de *p* remettant $\frac{d+i}{d}$, qui lui est égal, naît une nouvelle formule qui a cela de commode, que toutes les réductions y sont faites d'avance, & qu'il n'y a qu'à substituer. On la voit ci-dessous avec celles qui en dérivent *d'une part*, & *vis-à-vis* les mêmes par les logarithmes.

$$15.\ r = \frac{ai}{d} \times \frac{\overline{d+i}^{\,n}}{\overline{d+i}^{\,n} - d^{n}} \;..\; \overline{\log. r} = \overline{\log. a} + \overline{\log. i}$$

$$+ \log. \overline{d+i} \times n - \overline{\log. d} - \log. \overline{\overline{d+i}^{\,2} - dn}.$$

$$a = \frac{dr}{i} \times \frac{\overline{d+i}^{\,n} - d^{n}}{\overline{d+i}^{\,n}} \;..\; \overline{\log. a} = \overline{\log. d} + \overline{\log. r}$$

$$+ \log. \overline{\overline{d+i}^{\,n} - d^{n}} - \overline{\log. i} - \log. \overline{d+i} \times n.$$

$$n = \ldots\ldots\ldots\ldots \frac{\overline{\log. dr} - \log. \overline{dr - ai}}{\log. \frac{d+i}{d}}.$$

Envain ressasseroit-on ces formules pour en tirer une qui donnât directement la valeur de $\frac{d+i}{d}$ ou de *p* ; on se trouve nécessairement renvoyé à une équation du degré *n*.

16. Comme z (ou la portion du capital qui entre dans le premier paiement) est la seule vraie inconnue de cette question ; si on veut l'avoir directement, de l'équation ci-dessus $z + y + x + \&c. = a$ (après avoir préalablement réduit tout en z), on tirera généralement,

$$z = a \times \frac{d^{n-1}}{d^{n-1} + d^{n-2} \times \overline{d+i} + d^{n-3} \times \overline{d+i}^{\,2} + \ldots + \overline{d+i}^{\,n-1}}$$

C'est-à-dire, que, pour avoir z, il faut multiplier *a* par une fraction dont le numérateur étant d^{n-1}, le dénominateur est la somme des produits des puissances successives de *d* (depuis l'exposant $\overline{n-1}$ jusqu'à l'exposant *o* inclusivement), multipliées terme à terme, *mais dans un ordre renversé*, par les puissances pareilles de $d + i$.

17. Remarquez que cette dernière formule n'est la formule particulière de z (*premier & plus petit terme* de la progression que forment entr'elles les diverses portions du capital), que parce qu'on a pris pour numérateur de la fraction le *premier & plus petit terme* du dénominateur, savoir, d^{n-1}. Si (laissant d'ailleurs tout le reste du second membre dans le même état) on eût pris pour numérateur le second terme du dénominateur, savoir, $d^{n-2} \times \overline{d+i}$, on eût eu la formule de *y* ; celle de *x*, si on eût pris le troisième, *&c.* En un mot, la formule donnera la valeur du terme de la progression correspondant (quant au rang) à celui du dénominateur qu'on aura pris pour numérateur de la fraction... Cette remarque trouvera plus bas son application.

18. *Exemple.* Que la somme prêtée soit 10,000 livres, l'*intérêt* à 4 pour $\frac{0}{0}$, & qu'il y ait 4 paiemens égaux.

$a = 10,000$ livres.

Faisant $\left.\begin{matrix} d = 100 \\ i = 4 \\ n = 4 \end{matrix}\right\}$ $\frac{d+i}{d} = \frac{104}{100} = \frac{26}{25}$; & substituant, on trouvera,

1.° Par la formule du n.° 15)

$$r = \frac{10000}{25} \times \frac{456976}{6635} = \frac{182790400}{66351} = 3754 \text{ liv. } \frac{59746}{66351} !$$

2.° Par celle du n.° 16.

$$z = 10{,}000 \times \frac{25625}{15625 + 16250 + 16900 + 17576} = \frac{156250000}{66351} = 2354 \text{ liv. } \frac{59746}{66354}.$$

Ajoutant 400 liv. pour l'*intérêt* de la 1[re] année, on a comme ci-devant... $r = 2754$ liv. $\frac{59746}{66351}$.

3.° Par les logarithmes, celui de *r* se trouve 3.4401058 : or le nombre, qui répond à ce logarithme, est entre 2754 & 2755, beaucoup plus près de ce dernier.

19. Dans la question qu'on vient de résoudre (le capital, l'*intérêt*, le nombre & les *termes* des paiemens restant d'ailleurs les mêmes), si l'on supposoit que la dette originaire ne fût exigible que *dans un an*, au lieu de l'être *actuellement*, comme on l'avoit supposé n.° 12 : quel seroit alors chaque paiement égal ?

Ce qui rend l'espèce du cas présent différente de celle du précédent ; c'est que le premier paiement, se faisant au même terme que la dette originaire eût dû être payée, n'est point sujet à *intérêts*, & sera pris en entier sur le capital. Procédant d'ailleurs comme ci-dessus, on retrouve encore entre les diverses portions du capital z, y, x, &c. la progression géométrique dont l'exposant est $\frac{d+i}{d}$; avec cette différence que z (qui en étoit là le premier & plus petit terme, parce qu'il étoit joint au plus fort *intérêt*) en est au contraire ici

le dernier & plus grand, parce que l'*intérêt*, auquel est joint, est le moindre qu'il soit possible ou nul, & qu'il complète seul son paiement. Pour en avoir donc la valeur, il faut, conformément à la remarque, n.° 17, substituer (dans la formule du n.° 16) $\overline{d+i}^{\,n-1}$ au lieu de d^{n-1} pour numérateur de la fraction. Ce qui donnera, $z=r=10000 \times \frac{17676}{61351} = \frac{175760000}{66351} = 2648$ l. $\frac{62552}{66351}$, comme on peut le vérifier.

Il seroit inutile de pousser plus loin cette spéculation.

20. Il est évident que le calcul de l'*intérêt* & celui de l'escompte (*Voyez* ESCOMPTE) sont fondés sur les mêmes principes & assujettis aux mêmes règles, avec quelque légère différence dans l'application, qui en produit d'essentielles dans les résultats. Que, dans la première formule du n.° 6, on renverse la fraction $\frac{d+it}{d}$, en sorte qu'elle devienne $\frac{d}{d+it}$, on aura la formule r pour l'*escompte simple*, & par elles les autres qui en dérivent. De même que, dans les formules du n.° 9, on prenne p non pour $\frac{d+i}{d}$, mais pour $\frac{d}{d+i}$, elles deviendront celles même de l'*escompte correspondante*. (*Par M.* RALLIER DES OURMES).

* On a vu ci-dessus que $a\left(\frac{d+i}{d}\right)^m$ est l'*intérêt* redoublé ou composé pour un nombre m d'années quelconque, en y comprenant le principal; & que $a\left(1+\frac{mi}{d}\right)$ est l'*intérêt* simple pour un nombre pareil d'années, en y comprenant de même le principal. Or il est aisé de voir, 1.° que, si m est un nom entier $>$ que l'unité, on a $\left(\frac{d+i}{d}\right)^m > 1 + \frac{mi}{d}$; car $\left(1+\frac{i}{d}\right)^m = 1 + \frac{mi}{d} + \frac{m(m-1)}{1\cdot 2}\frac{i^2}{d^2} + \frac{m(m-1)(m-2)}{1\cdot 2\cdot 3}\frac{i^3}{d^3} +$, &c. *Voyez* PUISSANCE BINOME; or cette quantité est évidemment égale à $1 + \frac{mi}{d} +$ une quantité réelle positive; donc elle est plus grande que $1+\frac{mi}{d}$.

2.° Si $m=1$, les deux quantités sont égales, comme il est très-aisé de le voir.

3.° Si $m=\frac{1}{p}$, on aura $\left(\frac{d+i}{d}\right)^{\frac{1}{p}} > 1 + \frac{mi}{}$ ou $1+\frac{i}{dp}$; car, en élevant de part & d'autre à la puissance p, on aura, d'une part, $\frac{d+i}{d}$; &, de l'autre, $1+\frac{i}{d}+$ une quantité positive.

4.° De-là il est aisé de voir que, si m est un nombre fractionnaire quelconque plus grand que l'unité, on aura, en général, $a\left(\frac{d+i}{d}\right)^m > 1 + \frac{mia}{d}$; & au contraire si m est un nombre fractionnaire quelconque plus petit que l'unité.

Donc en général, quand on emprunte *à intérêt* composé, la somme dûe est plus forte, s'il y a plus d'un an écoulé, qu'elle ne le seroit dans le cas de l'*intérêt* simple; & au contraire, s'il y a moins d'un an écoulé, la somme dûe est moins forte que dans le cas de l'*intérêt* simple.

Pour rendre sensible à tous nos lecteurs cette observation importante, supposons qu'un particulier prête à un autre une somme d'argent à 3 pour 1 d'*intérêt* par an; cette usure exorbitante ne peut sans doute jamais avoir lieu en bonne morale; mais l'exemple est choisi pour rendre le calcul plus facile: il est clair qu'au commencement de la première année, c'est-à-dire, dans l'instant du prêt, le débiteur devra simplement la somme prêtée 1; qu'au commencement de la seconde année, il devra la somme 4, & que, cette somme 4 devant porter son *intérêt* à 3 pour 1, il sera dû, au commencement de la troisième année, la somme 4, plus 12 ou 16; en sorte que les sommes 1, 4, 16, dûes au commencement de chaque année, c'est-à-dire, à des intervalles égaux, formeront une proportion qu'on appelle *géométrique*, c'est-à-dire, dans laquelle le troisième terme contient le second comme celui-ci contient le premier. Or, par la même raison, si on cherche la somme dûe au milieu de la première année, on trouvera que cette somme est 2, parce que la somme dûe au milieu de la première année, doit former aussi une proportion géométrique avec les sommes 1 & 4 dûes au commencement & à la fin de cette année; & qu'en effet la somme 1 est contenue dans la somme 2, comme la somme 2 l'est dans la somme 4. Présentement, dans le cas de l'*intérêt* simple, le débiteur de la somme 4 au commencement de la seconde année, ne devroit que la somme 7, & non 16 au commencement de la troisième: mais, au milieu de la première année, il devroit la somme 2 & $\frac{1}{2}$; car l'argent qui rapporte 3 pour 1 à la fin de l'année, dans le cas de l'*intérêt* simple, & 6, c'est-à-dire, le double de 3 à la fin de la seconde année, doit rapporter $\frac{3}{2}$, c'est-à-dire, la moitié de 3 au milieu de la première année. Donc, dans le cas de l'*intérêt* composé, le débiteur devra moins avant la fin de la première année, que dans le cas de l'*intérêt* simple. Donc, si l'*intérêt* composé est favorable au créancier dans certains cas, il l'est au débiteur dans d'autres cas; la compensation, il est vrai n'est pas égale, puisque l'avantage du débiteur finit avec la première année, & que celui du créancier commence alors, pour aller toujours en croissant à mesure que le nombre des années augmente: néanmoins il est toujours utile d'avoir fait

fait cette observation, ne fût-ce que pour montrer que l'*intérêt* simple, dans certains cas, est non-seulement moins favorable au débiteur, mais qu'il peut même être regardé comme injuste, si la convention est telle que le débiteur soit obligé de s'acquitter dans le courant de l'année de l'emprunt.

Si on représente les sommes dûes par les ordonnées d'une ligne courbe dont la première ordonnée (celle qui répond à l'abscisse $=o$) soit $=$ à la somme prêtée, & dont les ordonnées répondantes à chaque abscisse représentent les sommes dûes à la fin du tems représenté par cette abscisse, il est aisé de voir, 1.° que, dans le cas de l'*intérêt* simple, cette courbe sera une ligne droite; 2.° que, dans le cas de l'*intérêt* composé, elle tournera sa convexité vers son axe; 3.° que, dans le cas de l'*intérêt* composé, si on nomme a la première ordonnée, & $a+b$ l'ordonnée qui répond à une abscisse $=t$, l'ordonnée, qui répondra à une abscisse quelconque $p\,t$, sera $\frac{(a+b)^p}{p-1}$, p étant un nombre quelconque entier ou rompu, plus grand ou plus petit que l'unité. *Voyez* LOGARITHME & LOGARITHMIQUE. Donc en général la somme dûe au bout du tems $p\,t$ sera $a\times\left(1+\frac{a}{b}\right)^p$; & si on suppose p infiniment petit, la différence des quantités a & $a\left(1+\frac{a}{b}\right)^p$ sera à la quantité a comme la quantité $p\,t$ est à la soutangente d'une logarithmique, qui, ayant a pour première ordonnée, t pour abscisse, auroit $a+b$ pour l'abscisse correspondante. Or la soutangente d'une telle logarithmique est facile à trouver. Car, nommant x cette soutangente, & c le nombre dont le logarithme est l'unité, on aura $a\,c^{\frac{t}{x}}=a+b$. *Voyez* LOGARITHMIQUE & EXPONENTIELLE. Donc $\frac{t}{x}$ log. $c+$ log. $a=$log. $a+b$; ou $\frac{t}{x}=$log. $a+b$, parce que log. $c=1$, (hyp.) & que log. $a=o$. Donc $x=\frac{t}{\text{log. } a+b}$. *Voyez* LOGARITHME. Par ce moyen, si on nomme d la quantité infiniment petite, qui est dûe pour l'*intérêt* à la fin de l'instant dt, on aura $d=\frac{a\times dt}{x}=\frac{a\times dt\text{ log. } a+b}{t}$. C'est ainsi que, dans le cas de l'*intérêt* composé, on trouve quel est l'*intérêt*, si on peut parler ainsi, à la naissance du tems; & cet *intérêt* équivaut à un *intérêt* simple, qui feroit a log. $a+b$, au bout du tems t. *Voyez*, aux *articles* ESCOMPTE & ARRÉRAGES, d'autres remarques sur l'*intérêt*. On nous a fait, sur cet *article* ARRÉRAGES, une imputation très-injuste, dont nous croyons nous être suffisamment justifiés par une lettre insérée dans le mercure de décembre 1757. Nous y renvoyons le lecteur. (*O*)

INTERLUNIUM, (*Astr.*) tems où la lune ne paroît pas, c'est deux jours avant & après la conjonction.

INTERNE, (*Géom.*) les angles *internes* sont tous les angles que forment les côtés d'une figure rectiligne, pris au-dedans de cette figure. *Voyez* ANGLE.

La somme de tous les angles *internes* d'une figure rectiligne quelconque, est égale à deux fois autant d'angles droits, moins quatre, que la figure a de côtés.

Dans un triangle tel que KLM (*Pl. Geom. fig.* 19), les angles L & M sont dits *internes* & opposés, par rapport à l'angle *externe* IKM qui est égal à tous les deux ensemble.

On appelle encore angles *internes* ceux qui sont formés, entre deux parallèles, par l'intersection d'une troisième ligne. Tels sont les angles z, y, & x, s (*Pl. Géom. fig.* 35), formés entre les parallèles OP, QR, de chaque côté de la sécante ST. Dans ces parallèles, la somme de deux angles *internes* du même côté, est toujours égale à deux angles droits.

Les angles *internes opposés* sont les deux angles s & y (*pl. Géométr. fig.* 36), formés par la ligne qui coupe les deux parallèles. *Voyez* PARALLELE.

Ils sont respectivement égaux aux angles A, u, qu'on appelle *angles externes opposés*. *Chambers.* (*E*)

INTERPOLATION, s. f. (*Mathématiques & Physique*); c'est la méthode de trouver une loi qui lie plusieurs faits. Trente lieux d'une planète étant observés, trouvez une courbe analytique qui passe par ces trente lieux, & vous aurez interpolé les observations de la planète. Ainsi, le problême d'interpoler une suite d'observations données est indéterminé en général, puisque, dans l'exemple cité, vous pouvez trouver une infinité de courbes analytiques de formes différentes, qui passent par trente points donnés; mais le but d'une *interpolation* est presque toujours de suppléer à des observations qui manquent; ainsi, l'analyste doit choisir sa formule telle qu'elle puisse représenter le mieux possible ces observations, qui, communément, sont contenues dans des limites assez resserrées, connues par la question.

Une régle assez bonne pour déterminer la meilleure formule d'*interpolation*, indépendamment des facilités que peut donner la nature de la question, seroit d'interpoler les observations données, excepté une ou plusieurs, suivant plusieurs formules; alors on adopteroit comme la meilleure celle qui s'écarteroit le moins des observations non calculées. L'analyste doit aussi faire en sorte que sa formule ne soit pas trop compliquée; car plus elle sera simple, plus le nombre des observations qu'il pourra interpoler sera considérable, & réciproquement C'est donc une occupation digne d'un analyste de chercher des formules d'*interpo-*

lation courtes, capables de s'accommoder facilement à un grand nombre d'obſervations, pour que, quelque cas important venant à ſe préſenter, on ait d'autant plus de quoi choiſir entre des formules ſimples & préparées, pour trouver celle qui convient à la circonſtance.

J'ai fait ces recherches, & je les communiquai, il y a quelques années, à l'Académie des Sciences de Paris; la nature de cet ouvrage ne permet pas de les inſérer ici avec tous les détails. Je me bornerai à ce qu'elles contiennent de plus ſimple. J'entre en matière.

Le phénomène eſt une fonction de x, que je repréſente par $\varphi(x)$, & on connoît $\varphi(0)$, $\varphi(1)$, $\varphi(2) \ldots \varphi(n-1)$. Cela poſé, on pourra écrire:

$$\varphi(x) = \frac{{}_0p\,\varphi(0)\,\text{ſ}\,\Pi x}{\text{ſ}\,{}_0p\,\Pi x} + \frac{{}_1p\,\varphi(1)\,\text{ſ}\,\Pi(x-1)}{\text{ſ}\,{}_1p\,\Pi(x-1)} + \frac{{}_{n-1}p\,\varphi(n-1)\,\text{ſ}\,\Pi(x-n+1)}{\text{ſ}\,{}_{n-1}p\,\Pi(x-n+1)}.$$

Π eſt la demi-circonférence, ${}_0p$, ${}_1p \ldots {}_{n-1}p$ ſont des nombres quelconques, à cela près qu'en général ${}_\nu p$ ne peut pas être un entier ni une fraction rationnelle dont le dénominateur feroit moindre que $n-\nu$. Ces conditions étant remplies, il eſt évident que $\varphi(x)$ ſatisfera aux n obſervations ſuppoſées. Soit, par exemple, $x=2$ le coëfficient de ${}_2p\varphi(2)$ deviendra $\frac{0}{0}$, & ſe trouvera $\frac{1}{{}_2p}$, ſuivant les règles connues. Ainſi, le terme $\frac{{}_2p\,\varphi(\;)\,\text{ſ}\,\Pi(x-2)}{\text{ſ}\,{}_2p\,\Pi(x-2)}$ ſe réduira à $\varphi(2)$; &, comme les numérateurs des autres fractions deviennent alors 0, ſans que les dénominateurs le deviennent, il s'enſuit qu'on a alors $\varphi(x) = \varphi(2)$.

Remarque. Les quantités ${}_0p$, ${}_1p \ldots {}_{n-1}p$ étant preſque arbitraires, on peut théoriquement ſatisfaire, par leur moyen, à n autres obſervations correſpondantes à des valeurs fractionnaires ou radicales de x, pourvu que ces valeurs de p ne tombent pas dans les cas exclus ci-deſſus; mais cela n'arrivera preſque jamais (on ne pourroit pas ſatisfaire, par le moyen de ces lettres p, à des obſervations correſpondantes à des valeurs de x entières & poſitives plus grandes que n, ou négatives; car la valeur de $\varphi(x)$ deviendra alors 0, ou plus généralement la ſomme d'un certain nombre d'obſervations primitives). Alors le calcul ſera impraticable, ou les valeurs de p, qui en réſulteront, rendront l'uſage de la formule extrêmement pénible. Cependant on ne doit pas regarder cette indétermination comme abſolument inutile; car, comme ces quantités augmentant continuellement, les dénominateurs qui en dépendent ne deviennent jamais plus grands que 1, il ſuit de-là que, ſi la valeur de $\varphi(x)$ ſe trouvoit trop éloignée de convenir avec d'autres obſervations, d'après certaine ſuppoſition pour les quantités p, on pourroit la rendre plus exacte en les diminuant ou augmentant en conſéquence.

Au lieu des ſinus dénominateurs, on pourroit prendre des quantités exponentielles; par exemple, au lieu de $\text{ſ}\,{}_\mu p\,\Pi(x-\mu)$, on pourroit écrire $h^{{}_\mu p(x-\mu)} - 1$, h étant le nombre dont le logarithme eſt 1, & alors on auroit,

$$\Pi\varphi(x) = \frac{{}_0p\,\varphi(0)\,\text{ſ}\,\Pi x}{h^{{}_0p\,x} - 1} + \frac{{}_1p\,\varphi(1)\,\text{ſ}\,\Pi(x-1)}{h^{{}_1p(x-1)} - 1} + \frac{{}_{n-1}p\,\varphi(n-1)\,\text{ſ}\,\Pi(x-n+1)}{h^{{}_{n-1}p(x-n+1)} - 1}.$$

Enfin on pourroit, aux quantités exponentielles, ſubſtituer des quantités algébriques, & écrire ainſi:

$$\Pi\varphi(x) = \frac{\varphi(0)\,\text{ſ}\,\Pi x}{x} + \frac{{}_1p\,\varphi(1)\,\text{ſ}\,\Pi(x-1)}{x^{{}_1p} - 1} + \frac{{}_{n-1}p\,(n-1)^{{}_{n-1}p-1}\,\varphi(n-1)\,\text{ſ}\,\Pi(x-n+1)}{x^{{}_{n-1}p} - (-1)^{{}_{n-1}p}}.$$

Il y a des remarques à faire, relativement aux quantités p, pour ces deux formules, analogues à celle qui a été faite pour la première. Si on n'y mettoit pas du choix à raiſon du phénomène dont on a des cas obſervés, la fonction φ pourroit encore s'écarter conſidérablement de la vérité.

Remarque. Si les obſervations du lieu de correſpondre aux abſciſſes 1, 2, 3, *&c.* correſpondoient à des multiples quelconques de l'unité, il eſt clair qu'on pourroit encore trouver $\varphi(x)$ par une formule ſemblable.

Définition. Je repréſenterai, comme M. Vandermonde, par $\overset{m}{[x]}$ le produit $x(x-1)(x-2)\ldots(x-m+1)$, & par $\overset{-m}{[0]}$ la fraction $\frac{1}{1.2.3\ldots m}$.

Cela poſé, ſi on veut que la fonction φ ſoit algébrique, on pourra écrire

$$\varphi(x) = F(0) + xF(1) \ldots + \overset{n-1}{[x]}\,F(n-1):$$

les fonctions F indiquent des coëfficiens conſtans. Maintenant, ſi on fait $x=0$, on trouvera $F(0) = \varphi(0)$; enſuite, prenant les différences finies, & faiſant $x=0$ après les différentiations, on trouvera $F(1) = \Delta\varphi(0)$, $F(2) = \Delta^2\varphi(0)\overset{-2}{[0]}$, & généralement $F(\mu) = \Delta^{\mu}\varphi(0)\overset{-\mu}{[0]}$; ainſi, on aura $\varphi(x) = \varphi(0) + x\Delta\varphi(0) + \overset{2}{[x]}\overset{-2}{[0]}\Delta^2\varphi(0) \ldots + \overset{n-1}{[x]}\overset{-n+1}{[0]}\Delta^{n-1}\varphi(0)$.

Mais $\varphi(0)=\varphi(0)$;

$\Delta\ \varphi(0)=\varphi(1)-\varphi(0)$;

$\Delta^{2}\ \varphi(0)=\varphi(2)-2\varphi(1)+\varphi(0)$;

$\Delta^{n-1}\ \varphi(0)=\varphi(n-1)-(n-1)\varphi(n-2)+[\overset{2}{n-1}][\overset{-2}{0}]\varphi(n-3)$ &c.

Or ces fonctions sont observées; tout est donc connu dans la fonction φ.

Cette formule s'accorde avec celle que Neuton a donnée, sans démonstration, dans le troisième Livre des Principes.

J'appliquerai cette méthode à des expériences faites par M. l'abbé Bossut, & rapportées dans le second volume de son Hydrodynamique, ouvrage où la théorie & la pratique sont rapprochées l'une de l'autre avec beaucoup de sagacité. L'auteur s'est proposé, dans ces expériences, de trouver la loi des quantités d'eau, fournies par plusieurs conduits de différens diamètres & de différentes longueurs, les hauteurs des réservoirs qui fournissent l'eau à ces conduits étant aussi différentes; mais, comme, dans les formules précédentes, la loi n'est exprimée que par une seule variable, je supposerai d'abord que le diamètre de la conduite & la hauteur du réservoir sont constans, & je ne ferai varier que la longueur de cette conduite; plus bas je donnerai des méthodes pour le cas le plus général. M. l'abbé Bossut a lui-même interpolé quelques-unes de ces expériences, en ne faisant varier que la longueur de la conduite; il en a choisi une, qui a 16 lignes de diamètre, la hauteur du réservoir étant un pié, & a observé les dépenses à l'origine de la conduite; ensuite, à 30 piés, 60, 90, 120, 150 & 180 de la même origine, les expériences donnent (les dépenses étant toutes réduites au même tems d'une minute),

$\varphi(0)=6330$ pouces $\varphi(3)=1587$. $\varphi(6)=1052$;
$\varphi(1)=2778$. $\varphi(4)-1351$;
$\varphi(2)=1957$. $\varphi(5)=1178$.

La quantité que j'ai appellée x, est ici le quotient de la longueur du tuyau par 30; mettant ces valeurs dans les équations précédentes, on aura,

$$\varphi(0)=+6330;$$
$$\Delta\ \varphi(0)=-3552;$$
$$\Delta^{2}\ \varphi(0)=+2731;$$
$$\Delta^{3}\ \varphi(0)=-2280;$$
$$\Delta^{4}\ \varphi(0)=+1963;$$
$$\Delta^{5}\ \varphi(0)=-1717;$$
$$\Delta^{6}\ \varphi(0)=+1526.$$

Substituant ces valeurs dans la formule précédente, on aura $\varphi(x)=6330-3552\,x+2731\,[\overset{2}{x}][\overset{-2}{0}]-2280[\overset{3}{x}][\overset{-3}{0}]+1963[\overset{4}{x}][\overset{-4}{0}]-1717[\overset{5}{x}][\overset{-5}{0}]+1526[\overset{6}{x}][\overset{-6}{0}]$.

M. l'abbé Bossut a pris pour la formule d'interpolation,

$$\varphi(x)=a+bx+cx^{2}+dx^{3}+ex^{4}+fx^{5}+gx^{6},$$

qui doit être identique avec la précédente. La recherche de ces coëfficiens est assez pénible; cependant le calcul n'est pas impraticable. Pour le simplifier un peu, il faut remarquer qu'on a,

$$bx=bx;$$
$$cx^{2}=cx+\ c[\overset{2}{x}];$$
$$dx^{3}=dx+\ 3d[\overset{2}{x}]+\ [\overset{3}{x}].d;$$
$$ex^{4}=ex+\ 7e[\overset{2}{x}]+\ 6e[\overset{3}{x}]+\ [\overset{4}{x}].e;$$
$$fx^{5}=fx+15f[\overset{2}{x}]+25f[\overset{3}{x}]+10f[\overset{4}{x}]+\ f[\overset{5}{x}];$$
$$gx^{6}=gx+31g[\overset{2}{x}]+90g[\overset{3}{x}]+65g[\overset{4}{x}]+15g[\overset{5}{x}]+g[x].$$

La loi de ces suites est facile à saisir. Pour avoir le coëfficient numérique d'un terme comme $[\overset{\mu}{x}]$ dans une suite quelconque, il faut multiplier par μ le coëfficient de $[\overset{\mu}{x}]$ dans la suite précédente; & ajouter à ce produit le coëfficient de $[\overset{\mu-1}{x}]$ dans la même suite précédente. Au reste, si on vouloit donner ce coëfficient d'une manière plus analytique, on pourroit dire que le coëfficient de $[\overset{\mu}{x}]$, dans x^{k}, est $\Delta^{\mu}\, x^{k}\,[\overset{-\mu}{0}]$, faisant $x=0$ après les différentiations. Maintenant, en identifiant cette formule avec la précédente, on a d'abord $a=6330$; & pour déterminer les autres coëfficiens,

$$b+c+\ d+\ e+\ f+\ g=-3552;$$
$$c+3d+7e+15f+31g=+2731\,[\overset{-2}{0}];$$
$$d+6e+25f+90g=-2280\,[\overset{-3}{0}];$$
$$e+10f+65g=\ 1963\,[\overset{-4}{0}];$$
$$f+15g=-1717\,[\overset{-5}{0}];$$
$$g=+1526\,[\overset{-6}{0}].$$

D'où on tire ces valeurs des inconnues, en commençant par la dernière:

$$g=+\frac{763}{2^{3}\cdot 3^{2}5},$$
$$f=-\frac{461}{2\cdot 5},$$
$$e=+\frac{14581}{2^{2}\cdot 3^{2}},$$
$$d=-\frac{11093}{2\cdot 3},$$
$$c=+\frac{2713807}{2^{2}\cdot 3^{2}\cdot 5},$$
$$b=-\frac{339577}{2\cdot 3\cdot 5}.$$

Au reste, l'*interpolation* est presque la seule route qui soit ouverte au philosophe-géomètre, pour se conduire avec quelque certitude dans la recherche des loix de la nature; car les questions naturelles se réduisent toujours à déterminer une loi d'après certains faits observés.

Si la loi déterminée par un certain nombre d'observations, convient exactement à un grand nombre d'autres qui ne sont point entrés comme élémens dans sa détermination, elle est généralisée par induction, & étendue aux faits même pour lesquels elle n'est pas vérifiée. On peut citer en exemple la gravitation universelle. Neuton soupçonna que la pesanteur étoit la force qui retenoit la lune dans son orbite; il chercha quelle devoit être sa quantité, & trouva qu'il falloit la supposer décroissante depuis la terre jusqu'à la lune, en raison des carrés des distances, augmentans. Il appliqua cette supposition aux planètes dont les élémens étoient les mieux connus, & trouva qu'elle se vérifioit assez, pour qu'on pût attribuer ce qui manquoit aux erreurs inévitables dans les observations; il généralisa donc cette loi par induction, & conclut que tous les corps s'attiroient mutuellement avec des forces qui étoient en raison directe des masses attirantes & en raison inverse des carrés des distances.

On trouve rarement des loix si simples qui puissent cadrer exactement, ou presque exactement avec un très-grand nombre de faits. Communément la loi, qui doit en lier un très-grand nombre, est bien plus compliquée, & s'écarte plus ou moins des faits qui ne sont point entrés comme élémens dans la détermination. Tel seroit le cas où on voudroit connoître la courbe décrite dans un air très-dense par une bombe lancée avec une très-grande vîtesse, suivant une direction oblique à celle de la pesanteur; alors il faut nécessairement interpoler.

En choisissant cet exemple, je n'ignore pas qu'on a donné plusieurs solutions *à priori* de ce problême, d'après différentes suppositions; mais elles sont toutes insuffisantes. (r)

INTERPOLATION, (*Astronomie.*) méthode employée, sur-tout par les astronomes, pour remplir les intervalles d'une suite de nombres, d'observations, ou de calculs, dont la marche n'est pas égale, ni le progrès uniforme. Dans l'usage des observations & des tables astronomiques, on emploie continuellement des règles de trois, & des parties proportionnelles, parce qu'on suppose que les nombres croissent uniformément; cependant il y a presque toujours des cas où cette supposition est défectueuse; on est alors obligé d'avoir recours à la méthode des *interpolations*. Le problême général qu'il faut résoudre est celui-ci: étant données deux suites de nombres qui se répondent l'une à l'autre, suivant une certaine loi, & dont l'une s'appelle *la suite des racines*, & l'autre, *la suite des fonctions*, trouver un nombre intermédiaire, entre deux fonctions, qui réponde à un nombre intermédiaire donné entre deux racines. On peut voir cette matière traitée, dans toute sa généralité, par des formules algébriques, dans Neuton, dans Côtes, dans Stirling, dans Mayer, *Mémoires de Pétersbourg*, & dans l'*Astronomie* de la Caille. Le P. Boscovich a fait voir qu'on pourroit, par ces méthodes, dresser des tables, même des inégalités de saturne produites par l'attraction. Mais, dans l'usage de l'astronomie, on traite les *interpolations* d'une manière plus limitée, par le moyen des différences premières & secondes, ou tout au plus des troisièmes.

Je suppose une suite de nombres 0, 1, 3, 6, 10, 15, 21, *&c.* dont les différences soient inégales, mais d'une inégalité constante & régulière; par exemple, 1, 2, 3, 4, 5, *&c.* en sorte que les secondes différences soient constantes, par exemple, égales à 1; si l'on ne prend les mêmes nombres que de deux en deux; par exemple, 0, 3, 10, 21, les différences seront, 3, 7, 11, & leur inégalité ou leur seconde différence sera de 4, c'est-à-dire, quatre fois plus grande qu'auparavant, parce qu'en doublant les intervalles, l'on a pour différence première, d'un côté, la somme de 1 & 2, de l'autre, la somme de 3 & 4; en sorte que la seconde différence a augmenté à raison de la différence qu'il y a entre 2 & 3, & de celle qu'il y a entre 1 & 4, qui est trois fois plus grande. Si l'on prenoit les nombres de trois en trois, on trouveroit la seconde différence 9.

Ainsi, en général, les différences secondes croissent comme les carrés des intervalles des nombres. De-là je vais tirer une règle générale pour remplir les intervalles d'une suite de nombres qui suivroient la même loi.

Je suppose quatre nombres, comme feroient quatre longitudes, observées de 12 heures en 12 heures, dont les trois différences soient 78, 222, 366, en sorte que l'inégalité de leur marche, ou de leur progrès, soit 144, c'est-à-dire, que la différence seconde, ou la différence des différences soit constamment de 144. Les nombres 0, 78, 300, 666, ne croissent pas uniformément, puisque leurs différences 78, 222, sont inégales, mais du moins l'uniformité est telle que ces différences augmentent également. Tel est le cas le plus simple des *interpolations*; mais ce cas est suffisant dans l'usage de l'astronomie, même pour le mouvement de la lune, qui est la planète la plus irrégulière de toutes.

Heures.	*Nombres.*	*Différences.*	*Secondes différences.*
0	0	78	
12	78	222	144
24	300	366	144
36	666		

Connoiſſant ces nombres, ou ces longitudes de 12 heures en 12 heures, on peut facilement les avoir de 6 heures en 6 heures, en les aſſujettiſſant à cette règle des ſecondes différences conſtantes; il ne s'agit que d'interpoler un nombre dans chacun des intervalles; car on a vu que leur ſeconde différence doit être quatre fois moindre que 144, c'eſt-à-dire, 36; il ſuffira donc de faire une ſuite de nombres dont la ſeconde différence ſoit 36. Pour avoir la différence première, on prendra la moitié de la différence, 78, c'eſt-à-dire, 39, & l'on en ôtera la moitié de la ſeconde différence 36, c'eſt-à-dire, 18, il reſtera 21; or, ayant cette première différence 21, il ſuffira de l'augmenter ſucceſſivement de la ſeconde différence 36 pour avoir toutes les autres différences; en effet, la première différence jointe à la ſeconde, doit faire 78, & ces deux différences doivent différer de 36; or, quand on a la ſomme & la différence de deux nombres, il ſuffit, pour trouver le premier, de retrancher la demi-différence de la demi-ſomme.

Si, au lieu d'avoir un nombre à interpoler dans chacun des intervalles de 0, 78, 300, on en vouloit interpoler 2 dans chaque intervalle, on prendroit la 9.^e^ partie de la ſeconde différence pour former celle de la nouvelle ſuite, & le tiers de la différence première, dont on ôteroit une fois la ſeconde différence trouvée; car les trois différences que l'on cherche doivent faire 78 dans l'exemple précédent, & elles doivent différer de la valeur de la ſeconde différence trouvée; or, quand on a la ſomme de trois quantités, & leur différence, on trouve la plus petite quantité par la règle que je viens d'indiquer.

En général, pour interpoler un nombre n de termes entre deux termes d'une ſuite donnée, on diviſera la ſeconde différence de la ſuite donnée par le carré de $n+1$: pour avoir la ſeconde différence de la nouvelle ſuite, on diviſera la différence première par $n+1$, & l'on ôtera du quotient la ſeconde différence de la nouvelle ſuite multipliée par $\frac{n}{2}$, il faudroit l'ajouter ſi les différences premières alloient en décroiſſant. C'eſt ainſi qu'on trouvera la première des différences premières qui doivent avoir lieu dans le nouvel ordre des termes que l'on cherche; les ſuivantes ſe trouvent en ajoutant ſucceſſivement la différence ſeconde, trouvée pour la nouvelle ſuite.

La ſeule conſidération des ſecondes différences ſuppoſées égales, eſt ſuffiſante dans bien des calculs aſtronomiques, ſur-tout pour conſtruire des tables. Sharp, qui calcula, en 1695, les tables d'aſcenſion droite, & de déclinaiſon pour chaque degré de longitude & de latitude, qu'on trouve dans l'hiſtoire céleſte de Flamſteed, ne les calcula par la trigonométrie que de 5° en 5°, & il les étendit à chaque degré par la méthode des *interpolations*. Mouton, chanoine de Lyon, qui calcula les déclinaiſons du ſoleil, pour chaque minute de longitude, en ſecondes & en tierces, ne les calcula que pour chaque degré par la trigonométrie, & chercha les autres nombres par la méthode des ſecondes différences.

Il ſuffit, dans ces cas-là, de calculer rigoureuſement aſſez de termes pour que leurs ſecondes différences ſoient à-peu-près égales, ou varient inſenſiblement. J'ai publié, dans la *Connoiſſance des tems*, 1771, une table fort commode pour abréger ces ſortes d'opérations, il y en a une plus étendue dans le *Recueil des Tables* de Berlin.

On ſe ſert auſſi des ſecondes différences pour corriger des calculs, ou limiter des obſervations, c'eſt-à-dire, les ramener à une marche régulière & uniforme. Quand on trouve une ſeconde différence qui eſt trop grande ou trop petite par rapport à la précédente & à la ſuivante, il faut corriger le nombre qui répond à cette ſeconde différence du tiers ſeulement de l'erreur qu'on a remarquée dans la différence ſeconde. Cette correction eſt de même eſpèce que celle de la ſeconde différence elle-même, ſi le progrès eſt de différente eſpèce dans les nombres & dans les premières différences.

En procédant ainſi par induction, il eſt aiſé de trouver une formule pour corriger, d'une manière générale, l'inégalité des ſecondes & même des troiſièmes différences; comme je les ai données dans les *Mémoires* de l'Académie, pour 1761. Au ſujet des *interpolations* conſidérées plus généralement, *Voy.* SÉRIE & SUITE (*D. L.*)

INTERPOSITION, (*Aſtron.*) ſituation d'un aſtre entre deux autres, de manière à former une éclipſe.

L'éclipſe de ſoleil ne ſe fait que par l'*interpoſition* de la lune entre le ſoleil & nous, & celle de la lune par l'*interpoſition* de la terre entre le ſoleil & la lune; celles des ſatellites de Jupiter par l'*interpoſition* de Jupiter entre ces ſatellites & le ſoleil. *Chambers.* (*O*)

INTERSECTION, ſ. f. *terme de géométrie*: on appelle ainſi le point ou deux lignes, deux plans, *&c.* ſe coupent l'un ſur l'autre. *V.* LIGNE & PLAN.

L'*interſection* mutuelle de deux plans eſt une ligne droite: le centre d'un cercle eſt dans l'*interſection* de deux de ſes diamètres; le point central d'une figure régulière ou irrégulière de quatre côtés, eſt le point d'*interſection* de ſes deux diagonales. *Chambers.* (*E*)

I N V

INVERSE, *ou* CONVERSE, ſ. f. (*Logique & Mathématiques.*) C'eſt ainſi que les logiciens

nomment une proposition qui résulte d'un échange de fonctions entre le sujet, l'attribut d'une proposition quelconque qu'ils conçoivent comme *directe*.

Ils ont observé que la vérité de la directe n'emportoit pas toujours celle de sa *converse*; & ils ont donné là-dessus quatre règles, relatives à autant d'espèces de propositions. Je ne rapporterai & ne développerai ici, que celles qui concernent les propositions universelles affirmatives, parce qu'elles sont presque les seules qui aient lieu dans les sciences exactes, & que les mêmes réflexions pourront s'appliquer aux trois autres espèces, à l'aide de quelques changemens aisés à suppléer.

Cette règle porte : que de telles propositions ne peuvent se *convertir* universellement, que quand le sujet est aussi étendu que l'attribut.

On a élevé dans plusieurs livres élémentaires de mathématique, différentes questions sur les *converses*, suivies de décisions, souvent opposées, & appuyées de part & d'autre sur des exemples mal développés. La source de ces embarras, dans une matière aussi susceptible de clarté, est sans doute l'impatience avec laquelle les auteurs, qui en ont traité occasionnellement, ont voulu tirer des conséquences avant que de s'être donné la peine de remonter aux principes, qui sont ici la *nature* & les *parties* des propositions de mathématique pure. Ces propositions sont toutes conditionnelles; c'est-à-dire, que leur attribut ne convient au sujet que sous une certaine condition, différente de ce sujet envisagé plus abstraitement. Il y a donc trois parties très-distinctes dans l'énoncé de toute vérité mathématique : le *sujet* qui est un être exprimé d'une manière trop universelle pour que l'attribut de la proposition puisse lui convenir dans tous les cas possibles, mais auquel il ne manque, pour cet effet, que d'être rendu plus particulier par une seule qualité déterminante : l'*hypothèse*, par où l'on doit entendre cette condition qui manquoit au sujet; & la *thèse* enfin ou la qualité qu'on assure convenir au sujet dès que l'hypothèse l'a rendu assez particulier pour cela.

Qu'il me soit permis d'illustrer cette sous-division, que j'exige dans la première partie de toute proposition, par l'exemple de celle que mettent les métaphysiciens dans la cause complète de tout effet. Un effet est toujours exactement simultané à sa cause complète, c'est-à-dire, à la collection de tout ce qui est requis pour qu'il parvienne à l'existence : &, si l'on a accoutumé de regarder l'effet comme postérieur à sa cause, c'est parce qu'on entend communément, par ce dernier terme, une cause incomplète, à laquelle il manque encore, pour être accompagnée de son effet, une qualité qu'on nomme *condition*, ou *occasion*, & qu'on distingue expressément du reste. Cette comparaison est d'autant plus légitime, que, même dans la géométrie, dont les objets sont des quantités coexistentes, on est en usage de commencer souvent l'hypothèse des théorèmes par des adverbes de tems, tels que ceux-ci, *quand*, ou *lorsque;* & de mettre quelquefois la thèse au futur, *alors on aura*, &c.

Mais voici une considération qui fera mieux sentir encore la nécessité de distinguer trois parties dans toute proposition hypothétique. Si l'on fait choix de deux pareilles propositions visiblement *converses* l'une de l'autre, & qu'on les distribue seulement en deux parties, l'hypothèse & la thèse, on ne pourra jamais obtenir l'une de ces propositions, à l'aide d'un simple renversement de l'autre; & il faudra toujours conserver dans leurs deux hypothèses quelque chose qui leur est commun, & qui ne peut passer ni dans la thèse de l'une, ni dans celle de l'autre. Ce sont ces qualités communes aux deux hypothèses, que j'en détache, pour former ce que je nomme le *sujet*.

Nous sommes à présent en état de rectifier la définition qui est à la tête de cet article, & de dire, que, quand deux propositions ont un même sujet, mais que l'hypothèse & la thèse de l'une font une échange mutuel de leurs fonctions pour former l'autre proposition, elles sont dites *converses* l'une de l'autre; & que la plus importante des deux, ou bien celle que l'on met la première, parce qu'elle peut se démontrer plus aisément sans le secours de l'autre, que celle-ci ne peut être prouvée indépendamment de celle-là, se nomme quelquefois la *directe*. Voici donc la forme à laquelle je réduits les énoncés de toutes les propositions & de leurs *converses*.

Sujet commun. Tout ce qui a les qualités *A*, *B*, *C*, &c.

Directe. { *Hyp.* S'il possède encore la qualité *R*. / *Thèse.* Il possédera aussi la qualité *S*. }

Converse. { *Hyp.* S'il possède encore la qualité *S*. / *Thèse.* Il possédera aussi la qualité *R*. }

Je serai à présent beaucoup plus aisément compris dans ce que j'avois à observer sur les différentes questions dont on a embrouillé cette matière, & sur quelques autres règles contre lesquelles pèchent la plupart des élémens qu'on met entre les mains des jeunes-gens.

Première question. Tout théorème a-t-il une *converse?*

Je me croirois dispensé d'une réponse, si des auteurs très-applaudis d'ailleurs, n'avoient pas prétendu le contraire, en s'appuyant, par exemple, de la 32^e^ d'Euclide; que, par cette raison, je vais exprimer ici à ma manière : *dans toute figure rectiligne, où il y a précisément trois côtés,*

la somme des angles vaut deux droits. La *converse* en est à présent aisée à trouver : *dans toute figure rectiligne, où la somme des angles vaut deux droits, il y a précisément trois côtés.*

On voit ici que, pour avoir mes trois parties, j'ai été obligé de substituer la définition au défini, parce que ce dernier renfermoit, sous un seul mot, les qualités qui devoient appartenir au sujet, avec celle qui constituoit l'hypothèse. C'est ce que l'on est souvent obligé de faire, & c'est-là sans doute ce qui a empêché jusqu'à présent les auteurs d'appercevoir cette distinction.

Seconde question. Tout théorême universellement vrai, a-t-il une *converse* universellement vraie?

Oui, pourvu que l'hypothèse soit aussi étendue que la thèse. Un des principaux auteurs qui ont soutenu la *négative*, s'étant fait fort sur-tout de l'exemple d'une diagonale qui coupe en deux également son parallélogramme, sans que pour cela toute droite qui coupe un parallélogramme en deux également en soit la diagonale : je ferai peut-être plaisir à ses lecteurs, en leur indiquant trois manières de rendre ce théorême universellement *convertible*. Premièrement, en *généralisant l'hypothèse*, c'est-à-dire, en l'étendant à toutes les droites qui passent par le point d'intersection des deux diagonales, ou en *particularisant la thèse*, ce qui auroit lieu si on disoit que le parallélogramme est coupé en deux parties égales & semblables, ou seulement en deux triangles; ou enfin en *décomposant* l'idée de diagonale, comme nous avons décomposé, dans la première question, l'idée de triangle, ce qui donneroit l'énoncé que voici : *Toute droite qui passe par le sommet d'un des angles d'un parellélograme, si elle passe aussi par le sommet de l'angle opposé, elle coupera ce parallélograme en deux parties égales.* On me proposa une fois l'exemple suivant à convertir : *Tout polygone inscriptible au cercle, s'il est équilatéral, il est aussi équiangle*; & je le rendis *convertible* en généralisant l'hypothèse, c'est-à-dire, en disant : *si ces côtés alternatifs sont égaux.* On remarquera, en passant, que c'est seulement dans les théorêmes dont la thèse n'est pas plus étendue que l'hypothèse, qu'on peut donner le nom de *propriété* à la qualité que renferme cette thèse.

Je dois aussi un mot à ceux qui donnent dans l'excès opposé, & qui répondent à la question présente par l'affirmative, sans y mettre aucune restriction sur l'étendue de la thèse relativement à l'hypothèse; mais qui croient y suppléer en distinguant les vérités mathématiques de celles qui ont un autre objet que la quantité. Les savans de tous les siécles ayant pris plaisir à rendre leurs propositions aussi universelles qu'il leur étoit possible, & ayant trouvé plus de facilité à le faire dans les mathématiques que dans quelque autre science que ce fût, il en est arrivé que presque toutes les propositions de cette science ont eu des hypothèses aussi étendues que leurs thèses, & par conséquent des *converses* aussi vraies qu'elles; ce qui a porté quelques esprits peu profonds à conclure par une induction précipitée, qu'il suffisoit qu'une proposition certaine eût pour objet quelque branche des mathématiques, pour que sa *converse* fût certaine aussi; & quand ils ont rencontré, dans leurs lectures géométriques, des théorêmes dont la *converse* étoit fausse, ou ils n'y ont pas fait attention, ou ils ont attribué cette fausseté à la malhabileté de l'auteur, qui avoit pris pour *converse* d'une proposition, ce qui ne l'étoit pas précisément. Une conséquence naturelle de leur opinion a été, qu'on ne pouvoit se dispenser entièrement de démontrer les *converses*; erreur qui leur est commune avec toutes les personnes qui, n'ayant pas naturellement l'esprit net, n'y ont pas un peu suppléé par l'étude de la philosophie.

Troisième question. La même proposition a-t-elle plusieurs *converses* toutes aussi vraies qu'elle?

Je répondrai encore une fois en distinguant : le choix des qualités dont on veut composer l'hypothèse & la thèse étant une fois déterminé, il n'est plus possible de *convertir* la proposition de plus d'une manière; mais, si l'on n'avoit encore déterminé que la qualité qui doit former la thèse de la directe, on pourroit varier de plusieurs manières l'expression de cette directe, & par conséquent l'expression & le fond même de sa *converse*; savoir, en tirant du sujet pris selon l'acception commune, tantôt une qualité & tantôt une autre, pour en former ce que j'appelle l'*hypothèse*. A présent, si l'on me demande quelles règles doit suivre un auteur dans le choix de la qualité qu'il destine à former l'hypothèse de la directe, je répondrai, en général, qu'il doit préférer celle qui, devenue thèse à son tour, formera la *converse* la plus utile & la plus élégante. Mais voici une règle plus particulière : quand on a une classe de théorêmes, qui ne diffère qu'à un seul égard, on doit choisir pour hypothèse la qualité qui constitue cette différence, de sorte que le sujet soit absolument le même dans toutes ces propositions & dans toutes leurs *converses*. Outre l'uniformité qui résulte de l'observation de cette maxime, ce qui offre plus de commodité à l'attention & à la mémoire, on en retirera encore l'avantage de pouvoir toujours, sans aucune étude, démontrer les *converses* de ces sortes de propositions, par une méthode générale qui sera expliquée plus bas. On aura un exemple de ce que je prescris, si, dans celui que j'ai allégué à l'occasion de la première question, à la place des nombres *trois & deux*, dont l'un est dans l'hypothèse & l'autre dans la thèse, on met les nombres 4 & 4, ou 5 & 6, ou 6 & 8, ou 7 & 10, *&c.* ou généralement a & $2a-4$; ce qui fournira des théo-

rêmes ſur la ſomme des angles d'un quadrilatère, d'un pentagone, & généralement d'un polygone quelconque.

Quatrième queſtion. Convient-il de faire ſuivre chaque théorême par une *converſe?*

La ſymmétrie le demanderoit : mais, premièrement, comme les mathématiques s'étendent tous les jours, ſans qu'il en arrive autant à la vie de ceux qui s'y appliquent, il faut, dans ce ſiècle ſur-tout, ſacrifier cet avantage à celui de la brièveté, quand on prévoit que ces *converſes* n'auroient aucune utilité conſidérable : nous devons imiter la ſage retenue d'Euclide, qui, quoiqu'il vécût dans un temps où l'objet des mathématiques étoit mille fois moins vaſte qu'à préſent, a ſu cependant ſe borner aux *converſes,* dont il avoit beſoin pour démontrer ſes principaux théorêmes, ſans qu'on ait lieu de ſoupçonner un ſi grand génie d'avoir agi de la ſorte par incapacité. En ſecond lieu, on eſt bien forcé, ſur-tout dans les mathématiques mixtes, d'abandonner ſouvent le projet d'inſérer certaines *converſes* dans un traité, faute de pouvoir en donner la démonſtration. Il eſt bien plus aiſé de deſcendre des cauſes aux effets, que de remonter des effets aux cauſes. Le nombre des cauſes combinées dont on cherche le réſultat, étant arbitraire, ce nombre eſt connu & auſſi petit que l'on veut ; au lieu que celui des effets devant être puiſé dans la nature, ſous peine de ſe perdre dans des concluſions chimériques, ce nombre nous eſt ſouvent inconnu par l'imperfection de nos ſens, & même il eſt ſouvent trop conſidérable pour les forces de notre entendement : ſans ces deux obſtacles, rien n'empêcheroit que nous ne puſſions acquérir, ſur les cauſes phyſiques, des lumières auſſi certaines que celles dont nous jouiſſons à l'égard de la géométrie pure ; ſavoir, en employant la voie d'excluſion pour découvrir les *converſes* en phyſique, comme on le fait ordinairement en géométrie pour les démontrer ; mais comment mettre en uſage cette méthode, quand on ne peut pas avoir des énumérations complètes, & que la réjection de chaque membre de cette énumération exige des calculs dont nous avons à peine les élémens ? Ceci nous mène tout naturellement à la queſtion ſuivante.

Cinquième queſtion. Quelle méthode doit-on mettre en uſage pour la démonſtration des *converſes?*

On peut les démontrer d'une manière qui n'ait aucun rapport avec celle qu'on aura employée pour leurs directes, lorſqu'on eſt aſſez heureux pour trouver ſans efforts un moyen conſidérablement plus abrégé ou plus élégant que celui ſur lequel on a fondé la certitude de ces directes ; mais voici deux méthodes générales, dont peuvent faire uſage ceux qui n'ont pas le génie ou le loiſir néceſſaire pour faire mieux ; méthodes qui pourront plaire d'ailleurs aux amateurs de l'uniformité, vu la relation qu'elles mettent entre les démonſtrations des propoſitions *converſes* l'une de l'autre.

Pour rendre la première méthode applicable à un théorême donné, il faut, à ce théorême, en joindre un autre dont le ſujet ſoit le même, mais dont l'hypothèſe & la thèſe ſoient préciſément l'oppoſé de celles de ce premier. Cette ſeconde directe étant démontrée, ce qui eſt ordinairement fort aiſé à celui qui a déjà démontré la première, il faut démontrer la *converſe* de cette première, en diſant ſimplement que, ſi elle n'avoit pas lieu, la ſeconde directe ſeroit fauſſe, & démontrer la *converſe* de la ſeconde, en avertiſſant ſeulement que, ſi elle n'étoit pas vraie, la première directe ne le ſeroit pas non plus. Quoique cette méthode ſoit fort connue, j'eſpère qu'on me pardonnera d'en rapporter ici la formule, en conſidération de la règle que j'ai donnée en répondant à la troiſième queſtion, vu que cette règle en deviendra plus intelligible encore, ce qui arrivera auſſi aux réflexions que je joindrai à la formule.

Première directe. Dans tout ſujet qui a les qualités A, B, *&c.* ſi la quantité p eſt égale à la quantité q, la quantité r ſera égale à la quantité s.

Seconde directe. Dans tout, *&c*, ſi p n'eſt pas égal à q, r ne ſera pas égal à s.

Première converſe. Dans tout, *&c.* ſi r eſt égale à s, p ſera égal à q.

Démonſtration. Si p & q étoient inégaux, r & s le ſeroient auſſi par la ſeconde directe ; mais r & s ſont ſuppoſées égales, donc p & q ne ſauroient être inégaux.

Seconde converſe. Dans tout, *&c.* ſi r n'eſt pas égale à s, p ne ſera pas égal à q.

Démonſtr. Si p & q étoient égaux, r & s le ſeroient auſſi par la première directe ; mais r & s ſont ſuppoſées inégales, donc p & q ne ſauroient être égaux.

Pour éviter l'idée négative qu'offre l'inégalité priſe abſtraitement, & les raiſonnemens négatifs qu'elle exige quelquefois, on la diſtribue ſouvent en deux cas, celui de *majorité* & celui de *minorité;* ce qui donne à la vérité trois directes & trois *converſes* au lieu de deux : *Si,* dit-on, $p=q$, *on aura* $r=s$; ſi $p>q$, *on aura* $r>s$; *&* $p<q$, *on aura* $r<s$, *& réciproquement.*

On peut même diviſer l'inégalité d'une manière plus déterminée encore, & en quelque façon plus poſitive, en lui ſubſtituant ſéparément différentes égalités, comme on peut s'en éclaircir par l'exemple des diverſes valeurs de la ſomme des angles des diverſes polygones : cette méthode fournit un grand nombre de directes, quelquefois une infinité qu'on doit démontrer ſur un même modèle & d'une manière préciſe ; mais dont toutes les *converſes* ſe démontrent dans un inſtant

inſtant par l'idée indéterminée d'inégalité : c'eſt ainſi qu'Euclide auroit ſans doute démontré en un ſeul mot la *converſe* du théorême favori de Pythagore, en la plaçant après les propoſitions 12^e^ & 13^e^ du ſecond livre, dont il auroit pu auſſi démontrer les *converſes* en même temps dans un trait de plume, s'il n'avoit pas imaginé cette autre démonſtration plus directe & plus indépendante, par laquelle il termine ſon premier.

Par rapport à la ſeconde méthode que j'ai annoncée, elle conſiſteroit à donner, dès le commencement du traité, la *converſe* de chaque axiome, & à démontrer enſuite la *converſe* de chaque théorême par la même chaîne de conſéquences qu'on auroit employée pour démontrer le théorême direct, en ſubſtituant à chaque conſéquence ſa *converſe*, & en y faiſant des *converſes* précédentes le même uſage qu'on vient de faire de leurs directes pour démontrer la dernière directe. C'eſt encore ainſi qu'Euclide auroit pu démontrer cette même 48^e^ propoſition dont nous venons de parler, en citant la 13^e^ propoſition & un corollaire de la 38^e^ au lieu de la 14^e^ & de la 41^e^, auxquelles il avoit renvoyé dans la démonſtration de la 47^e^.

Si je n'ai point fait mention, dans tout ceci, des *converſes problêmes*, c'eſt que j'ai préſumé qu'on préféreroit une ſeule règle générale, quoique plus embarraſſante dans l'exécution, à l'ennui de lire autant de remarques particulières ſur les problêmes, que j'en ai déjà fait ſur les théorêmes. Cette règle eſt aiſée à imaginer & à retenir ; réduiſez le problême que vous avez en main ſous la forme du théorême, appliquez-lui alors les préceptes que nous avons donnés ſur ceux-ci, tant pour les convertir que pour en démontrer les *converſes*, & preſentez enfin ces *converſes* ſous la forme de problêmes. *Cet article eſt de M.* LE SAGE, *fils, citoyen de Genève, dont il a déjà été parlé au mot* GRAVITÉ.

INVERSE, adj. (*Algèbre & Arith.*) on applique ce mot à une certaine manière de faire la règle de trois ou de proportion, qui ſemble être renverſée, ou contraire à l'ordre de la règle de trois directe. *Voyez* RÈGLE.

Dans la règle de trois directe, les termes étant rangés ſuivant leur ordre naturel, le premier terme eſt au ſecond, comme le troiſième eſt au quatrième, c'eſt-à-dire, que, ſi le ſecond eſt plus grand ou plus petit que le premier, le quatrième eſt auſſi plus grand ou plus petit que le troiſième dans la même proportion. Mais, dans la règle *inverſe*, le quatrième terme eſt autant au-deſſus du troiſième, que le ſecond eſt au-deſſous du premier. Exemple. On dit dans la *règle de trois* directe : ſi trois toiſes de bâtiment coûtent vingt livres, combien en coûteront

t. l. t. l.

ſix, c'eſt-à-dire, 3 : 20 : : 6 : x ? on trouvera quarante livres ; mais, dans l'*inverſe*, on dit : ſi vingt ouvriers ſont dix toiſes de bâtiment en quatre jours ; en combien de temps quarante les

ouv. ouv. jours. jours.

feront-ils, c'eſt-à-dire, 20 : 40 : : x : 4 ? on trouvera en deux jours. *Voyez* RÈGLE DE TROIS. *Chambers.* (*E*)

Méthode *inverſe* des FLUXIONS, eſt ce qu'on appelle plus communément *calcul intégral. Voy.* INTÉGRAL.

Raiſon & proportion *inverſe. Voyez* RAISON & PROPORTION.

I R R

IRRADIATION, (*Aſtron. Optique.*) expanſion ou débordement de lumière qui environne les aſtres en forme de couronne ou de frange, & qui forme l'extenſion apparente de ces objets lumineux, provenante de l'abondance de lumière.

A la vue ſimple, cette *irradiation* eſt ſi grande, que Tycho-Brahé eſtimoit le diamètre de vénus douze fois plus grand qu'il ne paroît réellement dans les lunettes, & Kepler ſept fois trop grand. Après la découverte des lunettes d'approche, & ſur-tout du micromètre de Huygens, on a eu, ſur la grandeur apparente des aſtres, des idées beaucoup plus exactes ; mais on n'a pas connu, pour cela, l'effet de l'*irradiation* : Caſſini & Flamſteed, dans le dernier ſiècle, faiſoient le diamètre apogée du ſoleil de 31′ 40″ ; il a été diminué ſucceſſivement par Halley, par la Caille, par Bradley & par moi. A meſure qu'on a employé des lunettes plus longues & plus parfaites, on a trouvé le diamètre de plus en plus petit ; ce qui ſemble indiquer que ces lunettes, en terminant & circonſcrivant mieux les objets, diminuent la largeur de la couronne d'aberration, ou la quantité de l'*irradiation*. Cependant vénus, paroiſſant ſur le ſoleil & meſurée avec ſoin, n'a pas paru avoir un diamètre ſenſiblement plus petit que quand on l'obſerve hors du ſoleil, comme je l'ai remarqué en comparant les obſervations de Short avec les miennes, *Mémoires de l'Académie*, 1762 ; mais M. du Séjour trouve, par les éclipſes de ſoleil, qu'il faut diminuer de 3 à 4 ſecondes les demi-diamètres apparens du ſoleil & de la lune, *Mémoires de l'Académie* 1770, *p.* 271. 1775, *p.* 365 ; & j'ai trouvé une pareille diminution pour le ſoleil par les paſſages de vénus ſur le ſoleil, *Mémoires de l'Académie*, 1770, *p.* 403. Ainſi, l'on ne peut encore prononcer ſur la quantité abſolue & véritable de l'*irradiation* (*D. L.*)

IRRATIONNEL, adj. (*Arith. Alg.*) Les nombres *irrationnels* ſont les mêmes que les nombres ſourds & incommenſurables. *V.* INCOMMENSURABLE, SOURD & NOMBRE. (*E*)

IRRÉDUCTIBLE, ſ. f. (*Alg.*) *V.* CAS IRRÉDUCTIBLE.

IRRÉGULIER, (*Géom.*) : les corps *irréguliers*

font ceux qui ne font point terminés par des furfaces égales & femblables. *V.* CORPS & SOLIDES. (*E*)

ISA

ISAGONE, adj. (*Géom.*), terme dont on fe fert quelquefois, mais rarement dans la Géométrie, pour exprimer une figure compofée d'angles égaux. (*E*)

ISIS, (*Aftronomie.*) c'étoit chez les Egyptiens, felon quelques auteurs, la lune; felon d'autres la conftellation ou le figne de la vierge. (*D. L.*)

ISOCHRONE, adj. (*Méch. & Géom.*) fe dit des vibrations d'une pendule, qui fe font en tems égaux. *Voyez* PENDULE & VIBRATIONS.

Les vibrations d'une pendule font toutes regardées comme *ifochrones*, c'eft-à-dire, comme fe faifant toutes dans le même efpace de tems, foit que l'arc que le pendule décrit foit plus grand ou plus petit : car, quand l'arc eft plus petit, le pendule fe meut plus lentement, & quand l'arc eft plus grand, le pendule fe meut plus vîte: cependant il eft bon de remarquer que les vibrations ne font pas *ifochrones* à la rigueur, à moins que le pendule ne décrive des arcs de cycloïde; mais, quand il décrit des petits arcs de cercles, on peut prendre ces petits arcs pour des arcs de cycloïde, parce qu'ils n'en diffèrent pas fenfiblement. *Voyez* OSCILLATIONS, CYCLOÏDE & TAUTOCHRONE, *&c.*

Ligne ifochrone, eft celle par laquelle on fuppofe qu'un corps defcend fans aucune accélération; c'eft-à-dire, de manière qu'en tems égaux, il s'approche toujours également de l'horizon, au lieu que, quand un corps tombe en ligne droite par fa pefanteur, il parcourt, par exemple, 15 piés dans la première feconde, 45 dans la feconde, *&c.* de forte que, dans des tems égaux, il ne parcourt pas des parties égales de la ligne verticale. *Voyez* DESCENTE, ACCÉLÉRATION & APPROCHE.

M. Léibnitz a donné dans les actes de Léipfick, pour le mois d'avril de l'année 1689, un écrit fur la ligne *ifochrone*, dans lequel il montre qu'un corps pefant avec un degré de vîteffe acquife par fa chûte de quelque hauteur que ce foit, peut defcendre du même point par une infinité de lignes *ifochrones*, qui font toutes de même efpèce, & qui ne diffèrent entr'elles que par la grandeur de leurs paramètres : ces courbes font des paraboles appellées *fecondes paraboles cubiques.* Il montre auffi la manière de trouver une ligne par laquelle un corps pefant venant à defcendre, s'éloignera ou s'approchera uniformément d'un point donné.

M. Léibnitz a réfolu ces problêmes fynthétiquement fans en donner l'analyfe : elle a été donnée depuis par M^rs Jacques Bernoulli & Varignon; par le premier, dans *les Journaux de Léipfick de* 1690, & par le fecond, dans *les Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris en* 1699. Ce dernier a, felon fa coutume, généralifé le problême de M. Léibnitz, & a donné la manière de trouver les courbes *ifochrones* dans l'hypothèfe que les directions de la pefanteur foient convergentes vers un point, & de plus il a enfeigné à trouver des courbes dans lefquelles un corps pefant s'approche de l'horizon, non pas également en tems égaux, mais en telle raifon des tems qu'on voudra. (*O*)

ISOCHRONISME, f. m. (*Géom. & Méch.*) égalité de durée dans les vibrations d'une pendule, ou en général d'un corps quelconque. *Voy.* ISOCHRONE.

Il y a cette différence entre *ifochronifme* & *fynchronifme*, que le premier fe dit de l'égalité de durée entre les vibrations d'une même pendule; & le fecond de l'égalité de durée entre les vibrations de deux pendules différens. *Voy.* SYNCHRONE. *Voyez* auffi TAUTOCHRONE. (*O*)

ISOMÉRIE, f. f. (*Alg.*), manière de délivrer une équation de fraction. *V.* FRACTION, EQUATION & EVANOUIR; ce terme n'eft en ufage que dans les anciens auteurs. (*G*)

ISOPÉRIMÈTRE, adj. (*Géom.*) : les figures *ifopérimètres* font celles dont les circonférences font égales. *V.* CIRCONFÉRENCE.

Il eft démontré, en Géométrie, qu'entre les figures *ifopérimètres*, celles-là font les plus grandes qui ont le plus de côtés ou d'angles. D'où il fuit que le cercle eft de toutes les figures, qui ont la même circonférence que lui, celle qui a le plus de capacité.

Cette propofition peut fe démontrer aifément, fi on compare le cercle aux feuls poligones réguliers. Il eft facile de voir que, de tous les poligones réguliers *ifopérimètres*, le cercle eft celui qui a la plus grande furface. En effet, fuppofons, par exemple, un cercle & un octogone régulier, dont les contours foient égaux, le cercle fera au poligone comme le rayon du cercle eft à l'apothême du poligone. Or l'apothême du poligone eft néceffairement plus petit que le rayon du cercle : car, s'il étoit égal ou plus grand, alors, en plaçant le centre de l'octogone fur celui du cercle, l'octogone fe trouveroit renfermer entièrement le cercle, & le contour de l'octogone feroit plus grand que celui du cercle, ce qui eft contre la fuppofition. *Voy.* CERCLE, *&c.*

De deux triangles *ifopérimètres* qui ont même bafe, & dont l'un a deux côtés égaux, & l'autre deux côtés inégaux; le plus grand eft celui dont les côtés font égaux.

Entre les figures *ifopérimètres*, qui ont un même nombre des côtés, celle-là eft la plus grande qui eft équilatérale & équiangle.

De-là réfulte la folution de ce problême, *faire que les haies qui* renferment un arpent de

terre, ou telle autre quantité déterminée d'arpens, servent à enfermer un nombre d'arpens de terre beaucoup plus grand. *Chambers.* (*E*)

Car, si une portion de terre, par exemple, a la figure d'un parallélogramme, dont un des côtés soit de 20 toises & l'autre de 40, l'aire de ce parallélogramme sera de 800 toises quarrées; mais si on change ce parallélogramme en un quarré de même circonférence, dont l'un des côtés soit 30, ce quarré aura 900 toises quarrées de superficie.

La théorie des figures *isopérimètres* curvilignes est beaucoup plus difficile & plus profonde que celle des figures *isopérimètres* rectilignes.

M. Jacques Bernoulli a été le premier qui l'ait traité avec exactitude; il proposa le problême à son frère Jean Bernoulli, qui le résolut assez promptement; son Mémoire est imprimé parmi ceux de l'*Académie des Sciences de* 1706; mais il manquoit quelque chose à sa solution, comme ce grand géomètre en est convenu depuis la mort de son frère, dans un nouveau Mémoire imprimé parmi ceux de l'*Académie de* 1718; & dans lequel le problême, qui consiste à trouver les plus grandes des figures *isopérimètres*, est résolu avec beaucoup de simplicité & de clarté.

M. Euler a aussi publié sur cette matière plusieurs morceaux très-profonds dans les *Mémoires de l'Académie de Pétersbourg*, & on a imprimé à Lausanne, en 1744, un ouvrage fort étendu du même auteur sur ce sujet. Il a pour titre: *Methodus inveniendi lineas curvas, maximi minimive proprietate gaudentes. Sive solutio problematis* isoperimetrici *in latissimo sensu accepti.* On peut lire, dans les *tomes I & II des Œuvres* de M. Jean Bernoulli, les différens écrits publiés par lui & par son frère sur ce problême. M. Jean Bernoulli, dans son premier écrit, n'avoit considéré que deux petits côtés consécutifs de la courbe; au lieu que la vraie méthode de résoudre ce problême, en général, demande qu'on considère trois petits côtés, comme on peut s'en assurer en examinant les deux solutions. *Voyez* MAXIMUM.

On trouve aussi, dans les *Mém. de Berlin de* 1752, un Mémoire de M. Cramer, qui mérite d'être lu, & dans lequel il se propose de démontrer en général ce qu'on ne démontre, dans les élémens de Géométrie, que pour les seules figures régulières; savoir, que le cercle est la plus grande de toutes les figures *isopérimètres* rectilignes régulières ou non. *Voyez* VARIATION. (*O*)

ISOSCELE, adj. (*Géom.*) le triangle *isoscèle* est celui qui a deux côtés égaux. *Voyez* TRIANGLE.

Dans tout triangle *isoscèle F, D, E,* (*Pl. Géom. fig.* 69), les angles *y*, *u*, opposés aux côtés égaux sont égaux; & une ligne tirée du sommet *F* sur la base, de manière qu'elle la coupe en deux parties égales, est perpendiculaire sur cette même base. *Chambers.* (*E*)

IXION nom que l'on a donné à la constellation d'*hercule* & à celle de la couronne australe.

J A L

JALON, s. m. (*Géom. prat.*) c'est un bâton droit, de cinq à six pieds de longueur, dont un des bouts est terminé en pointe, pour être enfoncé dans la terre, tandis que l'autre est destiné à présenter un morceau de papier blanc étendu, au moyen d'une fente que l'on y pratique à cet effet.

On fait usage de *jalons*, quand on mesure un terrein, pour déterminer les alignemens dont on a besoin; on les emploie dans le nivellement, en y joignant un petit rectangle de carton blanc; ils servent à tracer l'emplacement d'une route; ils fournissent le moyen d'orienter une planchette. (*Voyez* LEVÉE *des Plans*).

Lorsqu'on veut mesurer une base, pour fonder le calcul d'une suite de triangles, on fait planter des *jalons* sur toute sa longueur, à intervalles convenables, en les plaçant de manière que le premier couvre à l'œil la file de tous les autres, & qu'ils soient par conséquent tous dans une même ligne droite.

Dans les marches des armées, on fait reconnoître d'avance les chemins que doivent suivre les colonnes, & l'on en fait jalonner les directions avec de simples perches dont le sommet est garni d'une touffe de paille.

Les *jalons* que l'on fait établir à demeure sur des hauteurs, lorsqu'il est question de lever une carte topographique, sont de petits arbres entiers, tels que des sapins, au haut desquels on fait attacher un morceau de toile blanche, assez large pour être apperçu aisément de loin. On les appelle alors des *signaux.* (*M.* JOLI, *Ingénieur-Géographe.*)

JANUS (*Astron.*) nom de la constellation du Bouvier; il présidoit à l'ouverture de l'année, c'étoit l'ame du monde, l'esprit moteur du ciel, exprimé par une constellation qui se levoit à minuit au solstice d'hiver. Le Bouvier porte en effet le bâton ou le sceptre comme *Janus*, & la faux des moissons. (*D. L.*)

JANVIER, (*Astron. & Hist. anc.*) mois que les Romains dédièrent à *Janus*, & que Numa mit au solstice d'hiver.

Quoique les calendes de ce mois fussent sous la protection de Junon, comme tous les premiers jours des autres mois, celui-ci se trouvoit consacré particulièrement au dieu *Janus*, à qui l'on offroit ce jour-là le gâteau, nommé *janual*, ainsi que des dattes, des figues & du miel, fruits dont la douceur faisoit tirer d'heureux prognostics pour le cours de l'année. *Voy.* JANUAL & JANUALES.

Ce même jour tous les artistes & artisans ébau-

choient la matière de leurs ouvrages ; dans l'opinion que, pour avoir une année favorable, il falloit la commencer par le travail. C'est, dit Ovide, le dieu Janus qui le prescrivoit en ces termes :

Tempora commisi nascentia rebus agendis,

Totus ab auspicio, ne foret annus iners.

Cette idée étoit bien plus raisonnable que celle des anciens chrétiens, qui jeûnoient le premier de *janvier* pour se distinguer des Romains, parce que ceux-ci se régaloient le soir en l'honneur de Janus.

Les consuls désignés prenoient possession ce jour-là de leur dignité, depuis le consulat de Quintus Fulvius Nobilior, & de Titus Annius Luscus, l'an de la fondation de Rome 601. Ils montoient au capitole accompagnés d'une grande foule de peuple, tous habillés de neuf, & là, au milieu des parfums, ils immoloient à Jupiter Capitolin deux taureaux blancs, qui n'avoient pas été mis sous le joug.

Les flamines faisoient des vœux, pendant ce sacrifice, pour la prospérité de l'empire & pour le salut de l'empereur, après lui avoir prêté le serment de fidélité. Ces vœux & ce serment étoient faits pareillement par tous les autres magistrats. Tacite nous dit, dans ses Annales, *liv. XVI*, qu'on fit un crime à Thrasea d'avoir manqué de se trouver au serment & aux vœux de la magistrature, pour le salut de l'empereur. Ovide vous dira plus distinctement toutes ces cérémonies.

Dans ce même jour, les Romains se souhaitoient une heureuse année, & prenoient garde de laisser échapper quelque propos qui fût de mauvais augure. Enfin les amis avoient soin d'envoyer des présens à leur amis, qu'on appelloit *strenæ*, des étrennes. *Voyez* ETRENNES.

Parcourons maintenant les autres jours de ce mois, & ses diverses fêtes.

Le second jour étoit estimé malheureux pour la guerre, & appellé par cette raison *dies ater*, jour funeste.

Le troisième & le quatrième étoient jours comitiaux.

Le cinquième jour des nones étoient jours plaidoyable.

Le sixième passoit pour malheureux.

Le septième on célébroit la venue d'Isis chez les Romains.

Le huitième étoit d'assemblée.

Le neuvième des ides de ce mois, on fêtoit les agonales en l'honneur de Janus.

Le dixième étoit un jour mi-parti, marqué ainsi dans l'ancien calendrier, E. N.

L'onzième, ou le iij. des ides, arrivoient les *carmentales* pour honorer la déesse Carmenta, mère d'Evandre. *Voyez* CARMENTALES. On célébroit ce même jour la dédicace du temple de Juturne dans le champ de Mars.

Le douzième étoit jour d'assemblée, quelquefois on y faisoit la fête des compitales ou des carrefours.

Le treizième, jour des ides, consacré à Jupiter, se marquoit dans le calendrier par ces deux lettres, N. P. *Nefastus primâ parte diei*, pour dire qu'il étoit seulement fête le matin; on sacrifioit au souverain des dieux une brebis appellée *ovis idulis*.

Le quatorzième, semblable au dixième, étoit coupé moitié fête, moitié jour ouvrier.

Le quinzième on solemnisoit, pour la seconde fois, les carmentales, nommées par cette raison *carmentalia secunda*.

Au seizième arrivoit la dédicace de ce grand & superbe temple de la Concorde, qui fut voué & dédié par Camille, & que Livia Drusilla décora de plusieurs statues, & d'un autel magnifique.

Depuis le seize jusqu'au premier février, étoient des jours comitiaux, ou d'assemblée, si vous en exceptez le dix-sept, où l'on donnoit les *jeux palatins*; le vingt-quatre, où l'on célébroit les féries sémentines pour les semailles; le vingt-sept, où l'on fêtoit la dédicace du temple de Castor & Pollux à l'étang de Juturna, sœur de Turnus; le vingt-neuvième, où se donnoient les *équiries*, *équiria*, c'est-à-dire, les jeux de courses de chevaux dans le champ de Mars; & finalement le trentième, qui étoit la fête de la paix, où l'on sacrifioit une victime blanche, & où l'on brûloit quantité d'encens.

Dans ce mois de *janvier*, que les Grecs appelloient γαμηλιών, ils solemnisoient la fête des gamélies, en l'honneur de Junon, fête instituée par Cécrops, au dire de Favorin. *Voy.* GAMÉLIES.

Les Ioniens célébroient aussi, dans ce mois, les lénées. *Voyez* LÉNÉES. Et les Egyptiens fêtoient la sortie d'Isis de Phénicie.

Si l'on vouloit des preuves de tout ceci, ou de plus grands détails encore, on pourroit consulter Ovide dans *ses fastes*, Varron, Festus, Hospinien *de Origine festorum*, Meursius, Pitiscus, Danet, & les *Antiquités grecq. & romaines*. Le soleil entre dans ce mois au signe du verseau. *V.* CALENDRIER. (*D. J.*)

JASIDES, (*Astron.*) nom de la constellation de CÉPHÉE.

JAU

JAUGE, s. f. (*Géom. prat.*); c'est, en général, un instrument qui sert à faire connoître une étendue proposée, & sur-tout la solidité d'un corps de figure quelconque.

JAUGEAGE, s. m. (*Géom. prat.*); c'est une partie des Mathématiques, qui a pour objet la

stéréométrie ou la mesure des corps solides, & par conséquent une opération qui consiste à réduire à une mesure cubique connue la capacité inconnue de toutes sortes de vaisseaux, laquelle mesure est fixée par la loi ou par l'usage.

JAUGER, v. act. (*Géom.*); c'est l'art de mesurer la capacité ou la continence des vaisseaux, quelque soit l'espèce de conoïde; soit cylindrique, conique, ellipsoïde, paraboloïde, sphéroïde, cubique & prismatique, en général, en ayant seulement égard à la formule qui leur convient.

I. Dans un pays où les droits levés sur les boissons & autres fluides, sont une partie considérable des revenus publics, il est indispensable d'établir, par une loi, une méthode générale de *jauger* les vaisseaux. Plus cette méthode est simple, exacte, plus l'impôt est proportionnel, plus il est à l'abri de toute évaluation arbitraire.

Il est donc de l'équité du gouvernement de proscrire une méthode de *jauger* établie, aussi-tôt qu'il en connoît une plus parfaite; conserver l'ancienne est en quelque sorte se rendre complice des injustices qu'elle fait commettre.

Les conditions auxquelles on doit desirer qu'une méthode de *jauger* puisse satisfaire, sont, 1.° que cette méthode donne, pour les différentes espèces de vaisseaux usités dans le commerce, une mesure de leur continence suffisanment exacte, en n'employant, pour tous ces vaisseaux, qu'un même instrument & une même formule de calcul; 2.° que la mesure soit assez exacte, dans tous les cas, pour qu'on ne soit jamais autorisé à rien ajouter arbitrairement à ce que la méthode donne immédiatement; 3.° que la méthode soit assez simple pour que les commerçans intéressés puissent, avec les connoissances arithmétiques nécessaires à leurs états, se mettre à portée de voir par eux-mêmes s'ils sont lésés ou non.

La méthode employée jusqu'ici n'a aucun de ces avantages. Malgré un très-grand nombre de jauges & de formules de calculs différens, cette méthode ne s'étend pas à tous les vaisseaux; on est toujours obligé d'y ajouter arbitrairement, & elle est tellement compliquée, qu'elle est demeurée un secret pour les commerçans, quelques intérêts qu'ils aient de la connoître.

L'une des parties de la géométrie-pratique des plus difficiles, est la mesure des solides, lorsque la génératrice des surfaces, qui les renferme, est inconnue ou bien transcendante, tel que le tonneau, par exemple, & qu'il est important de savoir mesurer, sur-tout lorsque les besoins de la vie s'y trouvent intéressés; alors il faut que l'évaluation du solide, qu'on demande, dépende d'une méthode facile, & dont l'usage soit à la portée du commun des hommes, qui ne sont, pour l'ordinaire, ni géomètres ni calculateurs. Ainsi, une méthode générale, simple & précise d'avoir la capacité des vaisseaux, est donc fort utile. La jauge que l'on donne ici, & qui est construite d'après cette méthode, remplit non-seulement ces conditions, mais elle a encore un autre avantage, c'est d'être très-expéditive dans la pratique, & que toute personne peut en faire usage en quelques heures de tems.

Les fermiers du roi se servent de bâtons, de veltes, de règles pithométriques, de verges, de cannes, de baguettes, de rubans, *&c.* enfin d'un grand nombre de jauges différentes à 4, 6 & 8 faces, chargées chacune de nombre d'échelles toutes construites d'après des méthodes différentes & fautives. En effet, pour ne rapporter que quelques cas, ils considèrent le tonneau comme un ellipsoïde tronqué, qui est une forme très-défectueuse, en ce que, dans ce solide, les extrêmités sont la partie la plus courbe; au lieu que, dans le tonneau, la plus grande courbure est au milieu; ils considèrent encore le tonneau comme un cylindre dont le diamètre est la demi-somme de ceux des deux bases opposées d'un tronc de cone de même hauteur; ou bien encore comme deux troncs de cones opposés par leurs plus grandes bases: dans le premier cas, la capacité est beaucoup trop forte, & dans les autres elle est beaucoup trop foible; & cependant c'est sur ces principes vicieux que toutes leurs jauges sont construites; aussi les équations arbitraires qu'on y ajoute continuellement exigent une infinité de modifications; &, malgré cela, elles ne peuvent mesurer que les vaisseaux semblables à celui sur lequel ces jauges ont été construites, & nullement ceux dont on ignore la fabrique ou la province d'où ils sont construits, & sur-tout aucune espèce de vaisseaux, qui n'ont pas les mêmes longueurs marquées sur toutes ces jauges; c'est pourquoi cette multitude d'instrumens exigent nombre d'années d'apprentissage; aussi les erreurs, multipliées en ce genre, deviennent très-préjudiciables au commerce, & même souvent ruineuses, soit pour l'acheteur, soit pour le vendeur: on n'en veut d'autre preuve que ce qui est arrivé au sieur Bruni, riche négociant de Marseille, à qui les erreurs du jaugeage en plus, ont causé quarante mille francs de perte sur des huiles venant du levant. On peut encore rapporter un cas tout récent, qui, quoique moins considérable en apparence, n'en est pas moins important, puisqu'il en résulte les plus grands inconvéniens: c'est celui d'un baril d'eau-de-vie, que je fis venir d'Orléans en 1783, contenant 58 pintes seulement, mais dont le jaugeage, aux entrées de Paris, fut porté à 76 pintes, ce qui fait une différence de 18 pintes en plus, & de droits de trop perçus sur un aussi petit vaisseau: cette lésion a été constatée par un procès-verbal fait contradictoirement avec la quittance du paiement du droit d'entrée, fait aux barrieres, le tout enrégistré au bureau des entrées, le 15 janvier 1783. Qu'on juge, d'après cela, des erreurs commises sur de grands objets, puisque leurs machines forcent souvent les mesures de plus des $\frac{3}{10}$

du total ; ce qui prouve la néceſſité d'établir des correcteurs inſtruits, pour faire droit aux réclamations journalières du public, qui ſont ſans nombre, pour ſurveiller ces ſortes de commis-jaugeurs des Fermes du Roi, & rectifier leurs erreurs. Je pourrois citer & prouver un grand nombre de faits à-peu-près ſemblables, ainſi que beaucoup de réclamations contre des excédens de jaugeage toujours au déſavantage du public ; ce qui prouve combien une réforme, dans cette partie, eſt importante dans une ville comme Paris ſur-tout, où l'on amène de tous les pays des liqueurs dans des vaiſſeaux de figures différentes, & où les droits d'entrées, ſur les fluides ſeulement, monte à plus de trente millions de livres tournois par an.

Depuis long-tems, l'un des objets des géomètres a été de chercher une méthode générale, ſimple & préciſe d'avoir la capacité des vaiſſeaux ; mais leurs réſultats a toujours différé entr'eux, à cauſe de la différence des courbures ſuppoſées aux douves des tonneaux très-difficiles à trouver par l'expérience ; c'eſt pourquoi j'ai pris le parti de choiſir, parmi toutes les figures poſſibles, celle qui convient le mieux à la forme que les tonneaux affectent réellement, d'en tirer une formule ſimple & commode dans la pratique, & de la comparer enſuite à l'obſervation : j'oſe aſſurer que la méthode que je donne ici remplit ces conditions, d'après un grand nombre d'expériences faites devant la cour des Aides, le 22 février 1776, & dont pluſieurs ont été faites ſous les yeux de MM. les commiſſaires de l'Académie Royale des Sciences ; cette méthode, d'après leurs rapports, a été adoptée par le gouvernement, ſous le miniſtère de M. Turgot, d'heureuſe mémoire, alors contrôleur-général, & l'uſage de la jauge, conſtruite d'après cette méthode, a été ordonné par lettres-patentes du 22 décembre 1775, portant auſſi réglement & établiſſement d'une commiſſion royale du jaugeage, joint au Mémoire y annexé, imprimé à l'imprimerie royale en 1776 & en 1777.

II. Le conoïde ou la figure mixtiligne qu'affecte les tonneaux, & qui approche le plus poſſible de la véritable, eſt que les douves ont la courbure d'une tête de parabole dans la partie moyenne, qui répond à la moitié de la longueur du tonneau dont le ſommet eſt au bouge ou bondon, & les bouts ou parties reſtantes des mêmes douves ſont droites ou tangentes aux extrêmités de l'arc parabolique.

Je conſidère donc (*pl. géom.*) le tonneau comme engendré par la révolution d'un arc de parabole mBM (*fig.* 101) à ſon ſommet, terminé par les tangentes MF, mK, autour de l'axe de révolution Hh, les droites perpendiculaires MQ, mq, à cet axe diviſant les lignes HC & hc chacune moitié de cet axe, en deux parties égales : de-là, ſi on nomme b le diamètre BD du bouge ou milieu ; f le diamètre FN du fond ou bout ; l la longueur intérieure Hh, & m le rapport de la circonférence au diamètre, on trouvera (par la théorie du mouvement des centres de gravités des deux trapèzes rectilignes $MQHF$, $mqhk$, & du trapèze mixtiligne $MQqmM$ autour de Hh), pour la ſolidité du tonneau, ou, ce qui revient au même, pour la quantité de fluide qu'il contient, l'expreſſion $(C).\ ml.\left(\frac{64b^2+37bf+34f^2}{540}\right)$: ayant comparé cette formule aux réſultats d'un grand nombre d'expériences faites ſur des vaiſſeaux de toutes les eſpèces connues, elle y a toujours répondu avec la plus grande préciſion ; mais, comme ce calcul en eſt aſſez compliqué, & qu'il eſt abſolument impraticable pour les perſonnes chargées ordinairement de *jauger* les tonneaux, j'ai cherché à la rendre d'un uſage très-facile, & c'eſt à quoi je ſuis parvenu de la manière ſuivante : j'obſerve, pour cela, que la différence du diamètre du bouge à celui du fond, eſt ordinairement très-petite : nommons donc α cette différence, en ſorte que l'on ait $\alpha = b - f$; ſubſtituant la valeur de f dans l'expreſſion (C), j'ai trouvé qu'elle pouvoit ſe réduire, ſans erreur ſenſible, à la ſuivante : $\frac{1}{4}\,ml.\,(b-\frac{3}{8}\alpha)^2$, ou (D), $\frac{1}{4}\,ml.\left(\frac{b+f}{2}+\frac{1}{8}.\overline{b-f}\right)^2$. En effet, on trouve facilement que la différence des deux formules (C) & (D), eſt ſeulement $\frac{1}{4}\,ml.(0{,}11122.\alpha - 0{,}02777.b).\alpha$; ſi l'on ſuppoſe $\alpha = \frac{3}{10}b$, ce qui eſt le cas le plus défavorable que l'on puiſſe craindre, & ce qui eſt extrêmement rare, on trouvera que la différence eſt à peine $\frac{1}{500}$ de la capacité du tonneau.

La formule (D) approche très-près de la vérité, & elle eſt auſſi très-ſimple & facile à calculer, comme l'on voit ; mais il faut la réduire en pratique, & conſtruire une jauge par ſon moyen ; c'eſt ce que je fais de cette manière.

III. Pour conſtruire une jauge d'après la formule (D) ci-deſſus, il faut néceſſairement avoir deux échelles principales, dont l'une (L) (*fig.* 102), que je nomme *échelle des longueurs*, ſerve à meſurer l, l'autre (d) (*fig.* 103), que je nomme *échelle des diamètres*, ſerve à meſurer le facteur $\frac{1}{4}\,m.\left(\frac{b+f}{2}+\frac{1}{2}.\overline{b-f}\right)^2$, parce qu'alors, pour avoir le nombre des meſures que renferme un vaiſſeau, il ſuffira de multiplier l'un par l'autre les nombres donnés par les deux échelles. Or, b & f étant donnés (par les dimenſions d'un vaiſſeau quelconque en pouces & lignes), il s'agit de conſtruire une échelle qui repréſente $\frac{1}{4}m.\left(\frac{b+f}{2}+\frac{1}{8}.\overline{b-f}\right)^2$.

Conſidérons pour cela (*fig.* 104) le cylindre APC d'une meſure quelconque S priſe pour unité de meſure, & ſuppoſons le diamètre $AP = a$, & la hauteur $NC = h$, on aura $S = \frac{1}{4}\,mh.\,a^2$; préſentement, ſi on veut conſtruire une échelle, au moyen de laquelle le diamètre d'un cylindre quelconque,

dont la hauteur eſt h, étant donnée, on puiſſe déterminer ſur-le-champ le rapport de la ſolidité à S, il eſt plus ſimple de réſoudre le problême inverſe; c'eſt-à-dire, de ſuppoſer la ſolidité connue, & de conſtruire une échelle, au moyen de laquelle on puiſſe conclure le diamètre. Pour cela, on formera un angle droit APZ (*fig.* 103), tel que l'on ait $AP=a$; ſoit $P\,1^\circ=a=AP$; $P1^\circ$ ſera le diamètre d'un cylindre dont la hauteur étant h, la ſolidité eſt S. Pour avoir le diamètre d'un cylindre, qui, ayant une même hauteur, ait une ſolidité double; on tirera l'hypothénuſe $A\,1^\circ$, & l'on prendra $P\,2^\circ$ égal à $A\,1^\circ$; alors $P\,2^\circ$ ſera le diamètre de ce cylindre; ce qui eſt viſible, car les cylindres de même hauteur ſont comme les quarrés de leurs diamètres: or $(P2^\circ)^2:(P1^\circ)^2::2:1$; Pareillement, ſi l'on tire l'hypothénuſe $A\,2^\circ$, & que l'on prenne $P\,3^\circ=A\,2^\circ$, alors $P\,3^\circ$ ſera le diamètre d'un cylindre triple; ſi l'on tire de même l'hypothénuſe $A\,3^\circ$, & que l'on prenne $P4^\circ$, $P4^\circ$ ſera le diamètre d'un cylindre quadruple, *&c.* & ainſi de ſuite.

Pour trouver maintenant, en général, les diamètres des cylindres égaux à un nombre fractionnaire de meſure S plus grand ou moindre que l'unité, on s'y prendra de la manière ſuivante: je ſuppoſe qu'il s'agiſſe de trouver le diamètre d'un cylindre égal à $\left(n+\frac{1}{q}\right).S$, n & q étant des nombres entiers. Sur la droite $n^\circ(n+1)^\circ$ (*fig.* 103), comme diamètre, je décris la demi-circonférence $n^\circ M\,(n+1)^\circ$; je fais enſuite $n^\circ\,H$ égal à la q^e partie de la droite $n^\circ\,(n+1)^\circ$; &, menant l'ordonnée HM du point P comme centre, & du rayon PM, je décris un arc de cercle Mq, la droite Pq ſera le diamètre du cylindre égal à $\left(n+\frac{1}{q}\right).S$; j'omets ici la démonſtration de cette conſtruction, parce que les géomètres la ſuppléront aiſément. Au reſte, il me paroît plus commode, dans la pratique, de faire uſage du calcul arithmétique pour cette conſtruction, en obſervant que le diamètre égal à $\left(n+\frac{1}{q}\right).S$, eſt $a\sqrt{n+\frac{1}{q}}$; c'eſt-à-dire (*fig.* 3), qu'on a en général $Pn^\circ=a\sqrt{n}$, & $Pq=a\sqrt{n+\frac{1}{q}}$.

IV. Si l'on ſuppoſe $a=14$ pouces, & $h=2$ pouces & demi, on aura $S=385$ pouces cubiques, ce qui n'excède que d'un pouce cube le ſetier de Paris. On peut donner toute autre valeur aux grandeurs a & h, ſuivant l'unité de meſure ou l'étalon en uſage dans un lieu ou une province quelconque.

On peut donc, ſans erreur ſenſible, en prenant le ſetier pour unité de meſure, prendre les dimenſions ci-deſſus, qui ſont plus commodes que toute autre, pour conſtruire une jauge conforme à l'uſage reçu de compter par ſetiers dans la pratique, ſuivant l'ordonnance du Roi, qui fixe la jauge du muids à 36 ſetiers, le ſetier de 8 pintes, meſure de Paris, & la pinte de 48 pouces cube.

V. *Conſtruction de la matrice.*

1.° Cela poſé, pour avoir une matrice des quatre échelles néceſſaires, on marquera (*fig.* 105), ſuivant AB, ſur la face $MNHK$, d'une règle de cuivre de forme parallélipipède, & de 5 piés de longueur environ, des diviſions égales, chacune d'un pouce, que je nomme *échelle* (p) *des pouces*, & on les diviſera chacune en 4 parties égales ſeulement.

2.° On portera, ſuivant PQ, ſur la même face, *l'échelle* (d) *des diamètres*, formée ſuivant la méthode de l'article précédent, mais en ſorte que la première partie $P\,1^\circ$ ſoit à 14 pouces de l'extrêmité P; les autres diviſions $P2^\circ$, $P3^\circ$, $P4^\circ$, *&c.* étant formée ſuivant la règle donnée dans l'article III, on diviſera chaque partie $P\,1^\circ$, $1^\circ 2^\circ$, $2^\circ 3^\circ$, $3^\circ 4^\circ$, *&c.* en 8 parties, ſelon la méthode du même article, parce que chacune grande partie $P^\circ 1^\circ$, $1^\circ 2^\circ$, $2^\circ 3^\circ$ étant des ſetiers, chacune des 8 petites parties ſera des pintes. Au moyen de cette échelle, le diamètre d'un cylindre (dont la longueur eſt de deux pouces & demi, par exemple), étant donné, on connoîtra facilement combien il renfermera de ſetiers, puiſqu'il ſuffira de regarder à quelle diviſion de cette échelle répond la longueur du diamètre.

3.° On conſtruira ſur la même face, & ſuivant BR, *une échelle* (L) *des longueurs*, dont chaque diviſion ſoit de deux pouces & demi, chacune de ces diviſions étant partagée en huit parties égales. Alors, pour meſurer un cylindre quelconque, il faudra, ſur l'échelle des diamètres, voir à quel numéro répond celui du cylindre, &, ſur l'échelle des longueurs, voir à quel numéro répond celle de ce cylindre; on multipliera enſuite ces deux nombres l'un par l'autre, & ce produit ſera le nombre de ſetiers que renferme ce cylindre: il eſt facile, cela poſé, de meſurer la ſolidité d'un tonneau quelconque, puiſque la formule (D) de l'article II réduit cette meſure à celle d'un cylindre, qui a pour longueur celle du tonneau, & pour diamètre la moitié de la ſomme des diamètres du bouge & du fond, plus la huitième partie de leurs différences.

Par exemple, je ſuppoſe $b=33\frac{1}{2}$ pouces, $f=28\frac{1}{2}$ pouces, & $l=42\frac{1}{2}$ pouces, ou de 17^e parties de l'échelle (L) des longueurs; alors $\frac{b+f}{2}+\frac{1}{8}.\overline{b-f}=31\frac{5}{8}$ pouces; cherchant enſuite, ſur la jauge, le numéro de l'échelle des diamètres, auquel 31 pouc. $\frac{5}{8}$ (pris ſur l'échelle des pouces) répond, on trouvera que ce numéro eſt $5\frac{1}{8}$; multipliant donc $5\frac{1}{8}$ par 17 (au moyen de l'échelle dez-iène, comme on verra ci-après), on aura

87 setiers & demi, ou 697 pintes pour la quantité de liqueur contenue dans le tonneau.

Telle est la nouvelle méthode que je donne de *jauger* les vaisseaux, & qui a été reçue par le gouvernement, pour la substituer à celles qui sont en usage; elle est générale & beaucoup plus simple, & de plus elle ne demande à être modifiée dans aucun cas. Elle est d'ailleurs infiniment plus exacte, comme il est prouvé par le Mémoire de Mathématiques que j'ai donné sur cette matière, & d'après la vérification faite en présence de l'Académie Royale des Sciences. *Voyez* les *Mémoires de cette Académie, pour la partie des savans étrangers*, année 1773, tom. VII, pag. 383, & le *Rapport des Commissaires* du 23 Décembre 1774.

4.° On décrira sur la même face, sur la ligne *D Z*, plusieurs parties principales, suivant une certaine loi de nombres artificiels, correspondans à une suite de nombres naturels, en sorte que la première partie *D* 1°, à commencer de l'extrêmité, soit de 301 parties d'une échelle de 1000 parties égales, & de 22 $\frac{1}{2}$ pouces de long environ depuis 0 jusqu'à 1000 (*fig.* 107), ou de *A* à *B*, la seconde 1° 2°, de 477 parties de la même échelle; la troisième 2° 3°, de 602 parties; la quatrième 3° 4°, de 698; la cinquième 4° 5°, de 778, *&c.*; on mettra ensuite les nombres ou numéros 1°, 2°, 3°, 4°, 5°, 6°, *&c.* aux points de ces divisions, que l'on partagera alors chacune en 8 parties égales, ce qui suffira. Cette ligne, ainsi divisée, se nomme *échelle* (♌) *dez-iène*, qui est, j'ose dire, assez ingénieuse, & de la plus grande utilité pour faire les calculs d'une manière méchanique & promptement.

VI. *Description de la Jauge.*

Cette jauge (*fig.* 108) est un parallépipède ou règle *B C D H* d'environ huit lignes de largeur, sur sept d'épaisseur, & 4 ou 5 piés de longueur. A l'une des extrêmités *CD* est un crochet fixe à angle droit, dont l'un des côtés est perpendiculaire à la jauge, & l'autre lui est parallèle. Vers l'autre extrêmité de l'instrument, est un crochet semblable à celui ci-dessus, mais fixé sur une boëte mobile dans laquelle entre la jauge, & qui peut glisser librement le long de cet instrument : ces deux crochets servent à prendre exactement avec la jauge la longueur du tonneau extérieurement d'un fond à l'autre.

1.° On prendra (sur la matrice) l'échelle (*p*) des pouces que l'on portera sur la face latérale *B C N K* de cette jauge, de manière qu'elle commence à 0 pouce, vis-à-vis le bout *I* du crochet fixé au bout de la jauge, comme on le voit par la figure.

2.° On prendra (sur la même matrice) l'échelle (*d*) des diamètres, que l'on portera sur l'autre face latérale opposée *A D Q H*, de manière que le premier numéro ou point principal 1° de division, qui marque le premier setier, soit placé vis-à-vis le nombre 14 pouces de l'échelle des pouces. On peut se passer de cette échelle sur cette jauge, au moyen du bouge suivant.

On mettra aussi ces deux échelles (*p*) & (*d*) des pouces & des diamètres à côté l'une de l'autre, sur la même face d'une règle quarrée (*fig.* 9) de quatre piés de longueur environ, & chaque face d'un demi-pouce de largeur. Cette règle, qui se nomme *bouge*, sert, en particulier, pour mesurer les diamètres des vaisseaux; ce qui est plus commode dans la pratique, qui exige sur-tout de plonger l'échelle des diamètres dans la liqueur pour avoir celui du *bouge*. On adapte à ce bouge une boëte de cuivre mobile avec un index à charnière, laquelle peut glisser librement jusqu'à ce que l'index *p q* soit dans le vaisseau, & qu'on relève alors avec le doigt, ce qui donne exactement le diamètre, & même l'épaisseur de la douve marquée sur la boëte par des divisions de 3 en 3 lignes. Il faut que l'échelle des pouces commence à 2 pouc. seulement du bout *A* (c'est-à-dire, que le premier numéro marqué 1 pouce, soit à trois pouces du bout), parce que la hauteur *CD* de la boëte mobile étant de deux pouces, elle se trouve ajoutée au diamètre que l'on fixe au point *D* supérieur, ce qui ajoute les 2 pouces $=AB$ d'ôté du bout : à l'égard du premier n.° 1° de l'échelle (*d*) des diamètres, il sera toujours mis ici, comme sur la jauge, à 14 pouces de l'échelle (*p*) des pouces. L'index *p q* (*fig.* 11) sert aussi à déterminer très-exactement le diamètre des fonds, en le dirigeant dans l'angle que fait le jable avec le fond.

3.° On prendra (sur cette matrice) l'échelle (*L*) des longueurs, que l'on portera (*fig.* 108) sur le bord *f N S r* de la face du dessus de la jauge, à côté de la rainure, de sorte que le nombre, ou premier numéro 1°, commence vis-à-vis du nombre 2 $\frac{1}{2}$ pouc. de l'échelle des pouces.

4.° On prendra (sur la même matrice) l'échelle dez-iène (♌), que l'on portera sur l'autre bord *A t g h* de la rainure, en sorte que le nombre 3 seulement commence à 2 $\frac{1}{2}$ pouces environ de l'extrêmité *A* de la jauge; on terminera cette échelle au n.° 20° à-peu-près. On supprime les n.os 1 & 2 comme inutiles.

Sur le milieu *r s g t* de la même face de dessus la jauge, on a fait une rainure *r m n t* de 34 ou 35 pouces environ de longueur, dans laquelle est logée une coulisse ou règle mobile *a b c d*, qu'on peut faire glisser librement & à volonté. On portera la même échelle dez-iène (♌) sur le dessus *a b c d* de cette coulisse, en sorte que le premier numéro 1° commence à l'extrêmité *c d* de cette coulisse, & l'on terminera cette échelle au n.° 10 ou 12 seulement, ce qui suffit. Cette échelle se trouvera dans un ordre renversé à celui de la même échelle, qui est sur le bord de la rainure, comme l'on voit.

On

On prendra encore cette même échelle dez-iène (♪), que l'on portera sur le côté latéral *ap dq* de la même couliffe, en forte que fon numéro, ou nombre 3, étant au bout *t* de la jauge, le bout *cd* de la couliffe fe trouve vis-à-vis le n.° 3 de la rainure; alors le n.° 4, pris auffi fur ce côté latéral de la couliffe, étant mis de même au bout *t* de la jauge, le bout *cd* de cette couliffe, fe trouvera à côté du nombre 4 pris fur la rainure. De même le nombre 5 de ce côté latéral étant au bout *t* de la jauge, le bout *cd* de la couliffe fera à côté de 5 fur la rainure, &c. On fupprime auffi, fur ce côté latéral, les deux premiers n.ᵒˢ 1 & 2. Cette échelle peut être pouffée, fur ce côté latétal, jufqu'au n.° 120 environ.

En conféquence de ces trois échelles dez-iènes, fi on rapporte les parties de l'échelle des longueurs au même numéro qui fe trouve fur le bord de la rainure, & rapportant auffi les parties de l'échelle des diamètres au même nombre qui fe trouve fur la règle mobile, ces parties ou nombres étant mis vis-à-vis l'un de l'autre, leurs produits fe trouveront, fur le côté latéral de la couliffe, au point *t*, qui répond au bout de la jauge, & qui eft la folidité ou continence du vaiffeau.

Cette manière méchanique & prompte de faire les opérations de l'arithmétique au moyen de cette échelle dez-iène, eft de la plus grande utilité pour abréger le tems, & mettre à l'abri des fautes de calculs de tête qu'il faudroit faire fans cela, & qui, vu la célérité qu'exige le jaugeage, occafionneroient fouvent des erreurs très-préjudiciables.

On peut donc, au moyen de cette échelle dez-iène (♪), faire toutes les principales opérations de l'arithmétique, avec une fimplicité & une promptitude étonnante, fans y mettre la plus légère application, comme on voit par les exemples fuivans.

1.° Pour multiplier deux nombres quelconques entiers ou fractionnaires l'un par l'autre, tel que $17\frac{1}{2}$ par $5\frac{3}{8}$; on les placera vis-à-vis l'un de l'autre (fur le bord de la rainure & fur la couliffe mobile), & le produit $94\frac{1}{6}$ fe trouvera alors vis-à-vis l'extrêmité *t* de l'inftrument, fur le bord latéral de la couliffe, ainfi que vis-à-vis de l'unité, qui eft au bout *cd* de cette règle mobile.

2.° Pour divifer un nombre par un autre, tel que $18\frac{3}{4}$ par $4\frac{1}{2}$; on met le dividende $18\frac{3}{4}$ vis-à-vis de l'unité au bout de la couliffe (ou bien encore on met le dividende au bout de la jauge, lequel fe trouve fur le bord latéral de la couliffe), & le quotient $4\frac{1}{6}$ fe trouve écrit vis-à-vis du divifeur $4\frac{1}{2}$.

3.° Pour avoir la racine quarrée d'un nombre quelconque, tel que $115\frac{9}{16}$, par exemple; on mettra l'unité vis-à-vis ce nombre (ou bien on peut mettre encore ce nombre, qui eft fur le côté latéral de la couliffe, ou bout de la jauge), & le nombre $10\frac{3}{4}$, qu'on trouve vis-à-vis d'un nombre égal à lui-même, eft la racine quarrée de ce nombre; en effet, fi on multiplie $10\frac{3}{4}$ par lui-même, on trouve fon quarré $115\frac{9}{16}$.

4.° Pour avoir la racine quarrée du produit de deux nombres multipliés l'un par l'autre, tel que $6\frac{3}{4}$ & $8\frac{1}{3}$, dont le produit eft $56\frac{1}{4}$; il faut placer ces deux nombres vis-à-vis l'un de l'autre, ou bien mettre le nombre $56\frac{1}{4}$ au bout de l'inftrument qui fe trouve fur le côté de la couliffe, & le nombre qu'on trouve vis-à-vis d'un nombre égal à lui-même, qui eft ici $7\frac{1}{2}$, eft la racine quarrée de $56\frac{1}{4}$. En effet, $7\frac{1}{2}$ multiplié par lui-même, donne $56\frac{1}{4}$, ou $\sqrt{6\frac{3}{4} \times 8\frac{1}{3}} = 7\frac{1}{2}$.

VII. *Ufage ou Pratique de la Jauge.*

La figure *MFNO* (*fig.* 110) eft le profil d'un tonneau coupé fuivant fa longueur; *BD* eft le diamètre du milieu ou du bouge; *FN* & *MO* font les diamètres des bouts ou fonds; & *QH* la longueur prife intérieurement; *HV* & *IQ* l'épaiffeur des fonds, qui eft ordinairement la même que celle qu'a la douve à l'endroit *B* du bouge ou bondon, qu'il eft toujours facile d'avoir; *MBF* eft la douve; *Fh* & *Mg* font les jables ou l'excédent de la douve au-delà des fonds, & inutile à confidérer ou à connoître, fuivant notre méthode. Il eft toujours facile d'avoir les diamètres exactement avec le bouge ou échelle des diamètres (*fig.* 109); voici la manière d'avoir la longueur intérieure avec l'échelle des longueurs.

On portera la jauge *PK* bien horizontalement fur le milieu *B* de la douve, de manière que le crochet *KOI*, fixé au bout, touche le fond en *I*; enfuite on fait mouvoir le crochet mobile *RLT* de l'autre bout, jufqu'à ce qu'il touche l'autre fond en *V*, & le nombre, fur la jauge, où répond la boëte mobile en *R*, eft la longueur exacte *RN* ou *IV* du tonneau extérieurement d'un fond à l'autre. Pour diminuer l'épaiffeur des fonds de cette longueur, après avoir enlevé la jauge, on fait gliffer la boëte mobile jufqu'en *X*, par exemple, & jufqu'à ce que *RX* foit égal au double de l'épaiffeur de la douve, & on a alors exactement, pour le reftant, la longueur intérieure *XY* ou *QH*, & fans avoir nullement égard à la diminution des jables.

Pour *jauger* une pièce ou tonneau quelconque, il faut examiner, 1.° fi les deux fonds font bien ronds ou circulaires & de même diamètre : on prend alors le diamètre d'un des fonds feulement; 2.° Si les diamètres des deux fonds, quoique circulaires, font différens, on prendra la moitié de leur fomme pour avoir un milieu ou un diamètre moyen; 3.° fi les fonds ne font pas circulaires ni égaux même, on prendra un milieu entre le plus grand & le plus petit diamètre de chaque fond, pour avoir celui d'un des fonds; alors la moitié de la fomme des deux diamètres moyen, fera le diamètre commun qu'il faut prendre.

Il arrive fouvent que les pièces font irrégulières;

c'est-à-dire, que les fonds sont rentrant ou bien saillant ; que les douves ne sont pas de même largeur & mal raccordées ou rabattues, ou qu'elles font des angles entr'elles : voilà de légers inconvéniens qu'il est difficile de sauver dans la pratique, mais qui arrivent aussi très-rarement. Cela posé :

Il faut trouver la surface de la base d'un cylindre de même capacité que le tonneau, & qui ait la même longueur. Pour cela, on mesurera en pouces (avec l'échelle (*p*) qui se trouve sur le bouge, ou échelle (*d*) des diamètres (*fig.* 109), le diamètre du bouge & celui du fond ; ensuite on ajoutera à la moitié de la somme des deux diamètres la huitième partie de leurs différences ; ou ce qui est plus simple dans la pratique (& *suivant* cette formule $f + \frac{b-f}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{\overline{b-f}}{2}$, on ajoutera au diamètre du fond la moitié de la différence de ces deux diamètres, convertie en lignes, joint au quart de cette même moitié de différence ; alors la somme de ces trois quantités, réduite en pouces, sera le diamètre moyen ou *réduit* de ce cylindre. Cherchant alors ce diamètre réduit sur l'échelle des pouces, ou trouvera vis-à-vis & sur l'échelle des diamètres un nombre qui représentera le quarré de ce diamètre moyen ou base du cylindre qui représentera des setiers. L'usage a appris qu'en convertissant ainsi en ligne & de tête, la différence de ces deux diamètres est simple, très-expéditive, & rend les erreurs de calculs (s'il y en a) douze fois moindre par cette pratique. Multipliant ensuite ce nombre par celui trouvé sur l'échelle (*L*) des longueurs, au moyen des échelles dez-iènes, on aura la continence du vaisseau.

Exemple I.er *sur une grosse pièce.* On a le diamètre du bouge de 28 pouces 3 lignes, celui du fond de 24 pouces deux lignes ; la différence est donc de $4^p\ 1^l$ ou 49^l, dont la moitié $24^l\ \frac{1}{2}$, ajoutée avec le quart, qui est $12^l\ \frac{1}{4}$, font $36^l\ \frac{3}{4}$ ou $3^p\ 1^l$, qui, joint au fond de $24^p\ 2^l$, donne $27^p\ 3^l$, qui répond sur l'échelle des diamètres au nombre $3\ \frac{6}{8}$ très-approchés. Si, de la longueur extérieure $46^p\ 3^l$, on en retranche $2^p\ 2^l$, qui est le double de l'épaisseur d'un des fonds, il reste $44^p\ 1^l$ pour la longueur intérieure, qui répond sur l'échelle des longueurs au nombre $17\ \frac{5}{8}$, qu'il faut multiplier par $3\ \frac{6}{8}$: pour cela, on tirera la coulisse mobile jusqu'à ce que le nombre $3\ \frac{6}{8}$, qui est sur son échelle *dez-iène*, soit vis-à-vis le nombre $17\ \frac{5}{8}$, qui est sur le bord de la rainure où est aussi la même échelle ; on trouvera sur le côté latéral de la coulisse, qui répond au bout de la jauge, le produit 66 setiers, ou 528 pintes pour la continence du vaisseau : tous les petits calculs ci-dessus se font à la vue simple & avec les doigts sur l'échelle (*p*) des pouces de la jauge, &c.

Exemple II, *sur un baril.* Soit $b = 15^p\ 10^l$, $f = 13^p\ 2^l$, & $l = 22^p$ (épaisseur des fonds diminué), ce nombre répond sur l'échelle des longueurs, au n.° $8\ \frac{5}{8}$ environ ; on a donc $\frac{1}{2}\overline{b-f} = 1^p\ 4^l = 16^l$; & $\frac{1}{4} \cdot \frac{\overline{b-f}}{2} = 4^l$; d'où $\frac{1}{2} \cdot \overline{b-f} + \frac{1}{4} \cdot \frac{b-f}{2} + f = 14^p\ 19^l$ est le diamètre réduit qui répond, sur l'échelle des diamètres, au numéro ou nombre $1\ \frac{1}{8}$, qu'il faut multiplier par $8\ \frac{5}{8}$, en faisant glisser la coulisse jusqu'à ce que $1\frac{1}{8}$ se trouve vis-à-vis $8\ \frac{5}{8}$, qui est sur le bord de la rainure ; alors on trouvera le produit $9\ \frac{3}{4}$ sur le côté latéral de la coulisse au bout de la jauge ; c'est-à-dire, 78 pintes pour la quantité de liqueur de ce baril ou quarteau.

J'ai une jauge (conforme à la *fig.* 108) très-bien faite, & qui peut servir de modèle pour en construire de semblable : elle est faite en bois de poirier, pour que les chiffres ou numéros y soient bien gravés ou estampés avec un coin ou poinson, afin d'y rendre bien visible les quatre échelles, des *pouces*, des *diamètres*, des *longueurs*, & celle *logarithmique* ou *dez-iène*.

V I I I. *Méthode pour avoir la longueur intérieure d'un tonneau, lorsqu'il y a double fond à chaque extrémité ; c'est-à-dire, la manière de reconnoître l'existence d'un double fond, & celle d'avoir le diamètre de ce fond intérieur ou invisible.*

Il y a quelquefois des particuliers qui font mettre deux fonds à chaque bout d'un tonneau, ou immédiatement contigus, ou assez éloignés l'un de l'autre, en sorte que la liqueur se trouve logée entre les deux fonds renfermés dans le corps du vaisseau : mais on voit bien que la liqueur contenue dans le tonneau change alors de longueur, & que le diamètre des fonds invisible ne peut non plus se mesurer immédiatement : voici cependant une méthode (très-approchée) d'avoir ces dimensions, & par conséquent la continence du vaisseau, afin que l'acheteur ne soit pas la dupe du vendeur, ni trompé par les receveurs d'impôts ou maltotiers.

Les droites *EH* & *NF* (*fig.* 111) sont les deux premiers fonds ordinaires & visibles ; *OG* & *RT* sont les deux seconds fonds intérieurs & non visibles ; *LQ* ou *ID* est la distance du premier fond au second fond ; *LD* est la longueur ordinaire du tonneau, & *QI* est la longueur de la liqueur comprise entre les deux fonds non visibles, & qu'il faut trouver ; *B O* est la distance oblique depuis l'endroit *B* du bondon, jusqu'à l'angle que fait le second fond avec la douve dans l'endroit le plus bas ou le plus éloigné en *O*, & qu'il faut mesurer avec l'échelle des pouces, qui se trouve sur le bouge. En conséquence, soit les quantités connues $BA = b$; $EH = f$; $BO = c$; $CL = \frac{1}{2} l$; & les quantités inconnues $CQ = \frac{1}{2} L$, &

$GO = F$: on aura $L = \sqrt{(2c+b+f) \times (2c-\overline{b+f})} = \sqrt{4c^2 - (b+f)^2}$; $F = b - (b - f) \times \frac{L}{l}$, enſuite $LQ = \frac{1}{2} \times (l - L)$, diſtance entre les deux fonds immédiatement voiſins, & $F - f$, ou $GO - HE = \left(\frac{L}{l} - 1\right) \times (b - f)$, différence des diamètres des deux fonds immédiatement voiſins. J'omets ici la démonſtration qu'on trouvera, ſi on s'y prend bien : ainſi, on a donc,

1.° La longueur intérieure QI du tonneau, compriſe entre les deux fonds nviſibles, eſt donc égale à la racine quarrée du produit, fait du double de la diſtance oblique du bondon au ſecond fond dans l'endroit le plus bas, joint à la ſomme des deux diamètres ordinaires du bouge & du premier fond viſible, multiplié par la différence des deux mêmes quantités ; ou, ce qui eſt la même choſe, ôtez le quarré fait de la ſomme des diamètres du bouge & d'un des fonds extérieurs, du quadruple du quarré de la diſtance oblique du bouge au ſecond fond inviſible, & prenez la racine quarrée du reſte.

2.° Le diamètre GO du fond intérieur & inviſible, eſt égal au diamètre du bouge, moins la différence du diamètre du bouge à celui du fond extérieur, multipliée par la longueur compriſe entre les deux fonds intérieurs, diviſée par la longueur ordinaire du tonneau.

Exemple I. Suppoſons qu'on a trouvé la diſtance oblique $BO = C$ du milieu du bouge à l'extrêmité d'un des fonds, de 32 pouces 6 lignes ; le diamètre b du bouge, de $31^p\ 1^l$; le diamètre f du fond extérieur de $21^p\ 9^l$; alors on a $53^p\ 3^l$ pour la ſomme $b + f$ du diamètre du bouge & de l'un des fonds, dont le quarré eſt $2835\frac{1}{2}$, qu'il faut retrancher de 4225, qui eſt le quadruple $4c^2$ du quarré de la diſtance oblique BO, le reſte eſt $1389^p\ 4^l$, dont la racine quarrée eſt $37\frac{1}{2}^p$ pour la longueur L cherchée entre les deux fonds inviſibles.

II. Je ſuppoſe qu'on a trouvé la longueur ordinaire l du tonneau de 48^p, alors on multipliera $9^p\ 4^l$ (différence entre le bouge $31^p\ 1^l$, & le fond $21^p\ 9^l$, donnée ci-deſſus) par la longueur L compriſe entre les fonds intérieurs ; ce qui donne 350, qui, étant diviſé par 48, donne le quotient $7^p\ 3^l$, lequel, étant retranché de $31^p\ 1^l$, donne $23^p\ 10^l$ pour le diamètre F du fond intérieur ou non viſible. Avec ces nouvelles dimenſions L & F, on opérera, comme à l'ordinaire, pour avoir la continence du tonneau.

On voit que la différence l-L des deux longueurs entre les fonds extérieurs & intérieurs, étant de $10^p\ 6^l$, la moitié $5^p\ 3^l$ eſt la diſtance entre les deux fonds immédiatement voiſins.

On trouve auſſi que la différence $F - f$ des deux diamètres immédiatement voiſins eſt $2^p\ 1^l$.

Enfin la capacité du tonneau, dans le cas où il n'y auroit pas de double fond, eſt de 73 ſetiers ou 584 pintes ; &, dans le cas où il a double fond, elle eſt de 61 ſetiers ou 488 pintes ; la différence des deux cas eſt donc de 12 ſetiers ou 96 pintes.

IX. *Méthode très-ſimple pour la vérification du jaugeage par le calcul.*

Les commerçans exigent quelquefois la vérification du jaugeage par le calcul, lorſqu'il y a des doutes ſur les opérations faites avec la jauge, ou bien lorſqu'il y a contradiction entre les meſures données par deux jaugeurs differens. Voici alors la formule de calcul qu'il faut ſuivre d'après la formule $T = \frac{(5b + 3f)^2 \times l}{31280}$, que j'ai trouvée pour la continence T du tonneau, en conſéquence de notre théorie.

Après avoir meſuré (avec l'échelle (p) des pouces) le diamètre du bouge, celui du fond & la longueur du tonneau, on ajoutera cinq fois le diamètre du bouge avec trois fois le diamètre du fond ; on multipliera le quarré de cette ſomme par la longueur du tonneau, & l'on diviſera toujours le produit par le nombre 31280 ; alors le quotient ſera le nombre de ſetiers contenus dans le vaiſſeau. Cette opération (en terme de jaugeurs) s'appelle *cuber la pièce.*

Exemple. Soit le diamètre b du bouge de $26^p\ 10^l$; celui f du fond de $24^p\ 2^l$, & la longueur l de $28^p\ 1^l$; alors 5 fois $26^p\ 10^l$ donne $134^p\ 2^l$, qui, ajouté avec 3 fois $24^p\ 2^l$ ou $72^p\ 6^l$, donne en tout $206^p\ 8^l$; ſi on multiplie ce nombre par lui-même, on a ſon quarré $42711^p\ 1^l\frac{1}{3}$, lequel, étant multiplié par la longueur $28^p\ 1^l$, donne le produit $1199470^p\ 5^l$, qui, étant diviſé par 31280, donne enfin le quotient 38 ſetiers 2 pintes pour la continence du vaiſſeau. Cette méthode, qui eſt fort exacte, eſt très-ſimple & expéditive, comme l'on voit.

X.

J'ai encore trouvé (*fig.* 114) une méthode rigoureuſe & très-ſimple, fondée ſur notre théorie, pour avoir la vuidange des vaiſſeaux, ou bien le nombre des meſures du reſtant de liqueur, lorſqu'il y a du vide dans un tonneau : ce qui eſt important de ſavoir meſurer dans une capitale comme Paris ſur-tout, où les droits d'entrées, ſur toutes les eſpèces de liqueurs ſeulement, monte à trente millions par an, environ.

Il s'y trouve communément beaucoup de vaiſſeaux en vuidange, ſoit aux entrées des barrières ou ſur les ports des grandes villes, ſoit ſur les paſſages qui doivent des droits, ſoit enfin dans les halles ou dépôts publics quelconques, & dont il eſt juſte de ne payer les droits que de la quantité de fluide reſtant dans les tonneaux.

Quelques Employés dans les aides ont dépoté par sections un petit nombre de tonneaux, &, ayant introduit une baguette par le bouge, ils ont marqué à chaque section, sur cette baguette ou sur un petit livret, la quantité de liqueur de chaque segment restant dans le vaisseau. Quelques autres ont fait, par le dépotement, chaque section la vingtième partie de toute la capacité du tonneau, & ils ont marqué, sur une échelle, la hauteur de chaque segment vide; ensuite, par un calcul fort compliqué, très-long & sans principe, ils déterminent la continence de chaque segment: mais on voit bien que toutes ces méthodes grossières se trouvent à chaque instant en défaut, parce que tous les tonneaux ne sont ni semblabes, ni de même espèce; c'est-à-dire, que les diamètres de tous les tonneaux n'ont pas le même rapport que ceux du tonneau qui a servi d'échantillon, puisqu'il y en a une infinité qui ont d'autres dimensions que le tonneau d'expériences. C'est ainsi que, jusqu'à présent, on s'est contenté d'évaluer arbitrairement la continence de la partie vide. J'ai trouvé pour cela une méthode générale & rigoureuse pour avoir la solidité de chaque segment, & qui est presqu'aussi simple, dans la pratique, que celle dont a besoin pour *jauger* les vaisseaux pleins, mais que je ne dois donner que lorsque j'en serai requis par le gouvernement.

XI. *Dimensions de la jauge & de toutes les parties qui servent à sa construction, en conséquence de notre théorie renfermée dans les dix articles précédens.*

Quoiqu'une seule jauge, telle que celle *BCDH* (*fig.* 108), soit suffisante, on peut cependant en avoir deux de différentes longueurs pour plus de commodité, afin de s'en servir au besoin pour les très-longues & les moyennes pièces ou futailles, mais toujours graduées suivant le même principe.

La grande jauge (*fig.* 108) peut avoir 60 pouces de longueur, & sa coulisse mobile *a b c d*, 36 pouces, & de même longueur que sa rainure *t r m n.*

La moyenne jauge (*fig.* 108) peut avoir 45 pouces de longueur, & sa coulisse mobile *a b c d*, 27 pouces, qui est aussi la longueur de sa rainure *t r m n.*

Sur la grande jauge, l'échelle dez-iène (♪) commencera sur la coulisse mobile au n.° 3 jusqu'au n.° 10, & sur la rainure *A t g h*, elle commence dans un ordre renversé au n.° 10 jusqu'au n.° 25, environ.

Sur la moyenne jauge, l'échelle dez-iène (♪) commence sur la coulisse mobile au n.° 1 jusqu'au n.° 8, & sur la rainure, elle commence aussi dans un ordre renversé au n.° 3 jusqu'au n.° 16 seulement, ce qui suffit.

Enfin les produits que donne la multiplication de deux nombres de ces deux échelles mis vis-à-vis l'un de l'autre, donne une échelle semblable, qui se trouve sur le côté latéral *a p d q* de la coulisse, laquelle se forme en mettant successivement le n.° 1, qui est au bout *cd* de la coulisse, vis-à-vis les numéros 3°, 4°, 5°, 6°, 7°, *&c.* qui sont sur le bord de la rainure, en marquant à chaque fois, au bout *t* de la jauge, une barre sur le côté latéral de la coulisse, où l'on mettra à côté les numéros 3°, 4°, 5°, 6°, 7°, *&c.* qui seront les produits: c'est ainsi, par exemple, que, pour avoir le produit 25 sur ce côté latéral, qui se trouvera toujours au bout *t* de la jauge, il faudra mettre les deux numéros ou facteurs 2 & $12\frac{4}{8}$, ou 4 & $6\frac{2}{8}$ vis-à-vis l'un de l'autre. De même, si on met 8, qui est sur la coulisse, vis-à-vis $7\frac{1}{8}$, qui est sur le bord de la rainure, ou 3 vis-à-vis 19, on aura le produit 57 au bout *t* de la jauge, qu'on marquera sur le côté latéral de la coulisse: enfin, si on oppose 8 à $13\frac{1}{8}$, ou 7 à 15, ou $5\frac{2}{8}$ à 20, on aura le produit 105, & ainsi des autres, que l'on trouvera & marquera aisément avec un peu d'intelligence.

Les bases des deux boëtes *PQM* & *LFGR* fixe & mobile sont de mêmes dimensions que la jauge, pour qu'elles puissent l'embrasser; mais la longueur *QM* de la boëte fixe, égal à sa largeur environ, peut être enlevée, au besoin, au moyen d'une vis d'arrêt; $QO = FT = 4$ pouces, hauteur du crochet; & $OI = TV = 3\frac{1}{2}$ pouces, longueur du crochet.

On a (*fig.* 112, n.^os 1 & 2) *f d d f* pour le profil transversal de la jauge *B D C H*, où l'on voit aussi le profil de la rainure *h b a c c a b h*, laquelle a pour longueur *t r m n*, *fig.* 108.

On a (n.° 2) *h b a c c a b h* pour le profil transversal de la règle ou coulisse mobile *a b c d* qui entre dans la rainure de la jauge, qui est de même moule, avec un peu de jeu seulement pour couler assez librement.

On a pour les dimensions de ces profils $fh = 2$ lignes, bords supérieurs de la rainure; $hh = bb = 3$ lignes, largeur supérieure de la rainure, & intérieure où se loge la coulisse; $ab = \frac{1}{2}$ ligne; $cc = aa = 4$ lignes, largeur inférieure & intérieure de la rainure où se loge la coulisse; $ac = 1\frac{1}{2}$ ligne; $aq = dn = cn = 1\frac{1}{2}$ l.; $qd = an = 3$ lig.; $fq = hb = 3\frac{1}{2}$ lig.; d'où $fd = 7\frac{1}{2}$ lig., épaisseur de la jauge, & $ff = 7^1$, largeur & dessus de la jauge, où sont marquées trois échelles, comme on a vu ci-dessus (art. VI, *n.^os* 3 & 4).

La *fig.* 109 est le bouge ou échelle pour prendre les diamètres des fonds & du milieu, comme il est décrit ci-dessus (art. VI, *n.°* 2); l'épaisseur de la petite mentonière de la boëte mobile $cr = 4$ lignes environ; & $rK = 12$ lignes, divisé en 4 parties égales, de 3 en 3 lignes; & $KD = 12^1$

aussi, & $CN = 14^{1}$ environ, côté du quarré de la base; $pq = 2^{p}$, index mobile; *KIBS* échelle (*p*) des pouces, & *HKSE* échelle (*d*) des diamètres.

La *figure* 113 est l'élévation de la jauge & de la coulisse mobile, ou son profil longitudinal, avec ses crochets & la vis d'arrêt à l'une de ses extrêmités.

Remarque. Je peux assurer, d'après l'examen le plus scrupuleux & l'expérience la plus suivie pendant plus de quinze ans, que toutes les théories & les pratiques du jaugeage des tonneaux, qu'on trouve dans tous les ouvrages faits sur cette matière, que j'ai bien vues, sont absolument vicieuses & fautives; c'est pourquoi je n'indique ici aucun de ces ouvrages, comme pouvant immanquablement induire en erreur. (*M. Dez, Professeur de Mathématiques à l'Ecole Royale Militaire*).

XII. *Jaugeage pour la Marine*.

Dans la marine, on estime la charge des navires par un certain nombre de tonneaux chacun d'un poids déterminé; par conséquent, la méthode qu'il faut suivre pour le jaugeage des navires ou des vaisseaux en général, trouve naturellement sa place, & doit être une suite de la manière de *jauger* les tonneaux, que nous avons donnée dans les onze articles précédens: ainsi, le jaugeage des vaisseaux, comme celui des tonneaux, est l'art de mesurer des capacités vuides, en déterminant combien elles peuvent contenir de fois une certaine unité de mesure de convention.

Un vaisseau étant chargé de son leste & pourvu de ce qui lui est nécessaire pour le voyage, il s'enfonce dans l'eau jusqu'à une certaine quantité, & l'endroit à fleur d'eau se nomme *ligne d'eau*; si on le charge ensuite de toutes les marchandises qu'il peut porter commodément ou sans péril, il s'enfonce jusqu'à une nouvelle ligne à fleur d'eau, qu'on appelle *ligne du fort*. Comme les Souverains lèvent des droits sur les marchandises, c'est donc le *segment* ou la partie submergée (par la charge de ces marchandises sujettes à ces droits), comprise entre les deux plans horizontaux qui passent par la *ligne d'eau* & la *ligne du fort*, qu'il faut mesurer, & la distance perpendiculaire entre cette dernière ligne & celle qui passe par la plus grande largeur du vaisseau, est, dans plusieurs cas, d'environ un pié, parce que le vaisseau est à-peu-près suffisamment chargé, quand il a *calé* à près d'un pié au-dessous de la *ligne du fort*, ou de sa plus grande largeur: ainsi, le jaugeage ou le port d'un navire, consiste à mesurer la partie de la carène, qui fait la différence des deux enfoncemens, ou de prendre en général le poids du solide d'eau, que sa charge lui fait déplacer, lequel est toujours d'un poids égal à celui de cette charge; par conséquent, si on multiplie le nombre des piés cubiques du solide de ce *segment*, compris entre la coupe faite à la ligne d'eau & la ligne du fort, par 72, qui est le poids d'un pié cube d'eau de mer, on aura le poids total des marchandises seulement. Voilà le fondement ou le principe de la méthode, il ne s'agit plus que d'avoir, par une formule, la solidité de ce *segment*.

La différente espèce & le différent gabari des bâtimens, apporte une variation infinie à la règle de *jauger* la continence par la capacité, en faisant changer continuellement le rapport de la figure ou poids du volume d'eau qu'elle peut contenir. Il y a cependant des occasions, mais qui arrivent très-rarement, où le jaugeur a pour objet la capacité ou le volume plutôt que le poids: par exemple, lorsque le vaisseau est chargé de marchandises légères, comme dans la cargaison, où le tonneau de 2000 liv. poids en biscuit, occupe un espace de 90 piés cubiques, tandis que celui en plomb occupe $2\frac{3}{5}$ piés cubiques seulement; ou lorsque, par la mauvaise façon des vaisseaux, ils ne sauroient arrimer ou contenir commodément la cargaison qu'ils pourroient porter; enfin lorsque des vaisseaux ne sont pas dans le cas du réglement, & qu'il faut *jauger* tout chargé en partant & en arrivant au port; mais ce sont des cas particuliers qui ne doivent pas empêcher d'établir une méthode générale, ni de proscrire la multiplicité des méthodes & des pratiques particulières, qui sont non-seulement vicieuses, mais sur-tout des occasions de fournir à l'ignorance ou à la mauvaise foi des personnes intéressées dans la jauge. Pour éviter la difficulté de *jauger* les vaisseaux tout chargés dans le port, il faudroit ordonner de sculpter ou graver sur un endroit fixe & visible du navire, incontinent après sa construction, la charge ou le nombre des tonneaux que donne le jaugeage.

La petitesse des tonneaux, par exemple, leurs figures presque constantes & régulières, en comparaison de celle des navires, & la commodité d'avoir à en mesurer toujours la capacité entière, & assez rarement une partie seulement, rend l'opération beaucoup plus facile que celle pour les navires, & ne permet pas aux jaugeurs des tonneaux de se dispenser d'avoir égard à leurs courbures; mais toutes ces circonstances n'ayant pas lieu pour les vaisseaux, qui sont toujours d'un très-grand volume, on peut négliger leurs courbures rigoureuses ou convexités, & considérer les coupes horizontales faites à flotaison de la *ligne d'eau* & de la *ligne de fort*, comme des polygones rectilignes d'un assez grand nombre de côtés; ce qui suffit, parce que la différence des capacités entre ces deux cas, est à peine la 200.^e partie de la charge du vaisseau, encore cette légère erreur est-elle à l'avantage du public: d'ailleurs la facilité & la promptitude, dans l'expédition, mérite qu'on sacrifie quelque chose à la justesse rigoureuse.

J'ai vu avec attention toutes les méthodes usitées de tous les tems en France pour le jaugeage dans

la marine; j'ai lu tous les ouvrages faits sur cette matière; j'ai bien examiné tous les dessins de toutes les sortes de bâtimens, & ensuite la forme réellement des vaisseaux de toutes les grandeurs; enfin, lors de mon dernier voyage en angleterre en 1774, j'ai voulu avoir un objet de comparaison de la forme des vaisseaux de la marine angloise avec ceux de la nôtre; & en conséquence, j'ai pris les mesures convenables, dans tous les sens, pour déterminer la vraie courbure qu'affectent leurs vaisseaux, & cela dans les différens ports de mer que j'ai parcourus, tels qu'à Douvres, à Plimouth, à Bristol, à Dublin, même à Londres, & sur-tout à Portsmouth, où il y en arrive de toutes les nations du monde. J'ai consulté les personnes du métier, les officiers de marine, les constructeurs, les professeurs d'hydrographie, les ingénieurs de ports; &, après nombre de vérifications & l'examen le plus scrupuleux, tout m'a confirmé que la méthode de M. Hocquart, commissaire de la marine françoise, présentée en 1717, rectifié par M. de Mairan, de l'Académie des Sciences, que j'ai beaucoup simplifiée ici, & qui est fort en usage en france depuis quelque tems, & même adoptée en partie en angleterre & en hollande, est la meilleure de toute, parce qu'elle est assez simple, expéditive & aussi exacte qu'on peut l'espérer dans la pratique.

Il y a environ 90 ans, qu'il en coûta quatre cens mille livres aux Hollandois pour payer des Mathématiciens chargés de trouver une méthode de *jauger* les vaisseaux, aussi sûre qu'il est possible, en évitant les grands calculs; mais, malgré leurs recherches, dont le résultat consiste à prendre immédiatement la mesure de la capacité du vaisseau par ses principales dimensions, cette méthode, qu'ils adoptèrent alors, n'a pas à beaucoup près les avantages de celle ci-joint, qu'on peut adopter comme une règle certaine & uniforme de *jauge*, qui convient à toutes sortes de vaisseaux, quelque soit leurs différens gabaris, aux bâtimens à un ou plusieurs ponts, aux vaisseaux frégatés, ainsi qu'à ceux qui ne le sont pas; enfin aux vaisseaux marchands comme aux vaisseaux de guerre.

Soit (*fig.* 115) $ABCD$ le vaisseau; GH la *ligne d'eau*; EF la *ligne du fort*.

$SXTxS = A$, la surface inférieure à fleur d'eau du segment solide $FHGE$, prise en dehors des bordages sans charge, & dont le profil est représenté par la ligne d'eau GH (qu'on marque ordinairement sur la ceinture intérieure des bordages).

$RNIinR = B$, la surface supérieure à fleur d'eau du même segment $FGHE$, prise aussi en dehors de bordages avec la charge, & dont le profil est représenté par la ligne du fort EF.

$pq = H$, la hauteur perpendiculaire ou distance entre les deux surfaces parallèles A & B, ou coupe du solide $FHGE$.

Règle. Il faut multiplier la moitié de la somme de ces deux coupes ou surfaces $SYTxS$ & $RNIinR$, faites à la *ligne d'eau* & à la *ligne du fort*, réduites en piés quarrés, par le nombre des piés de la perpendiculaire pq, ou distance entr'elles; ce qui donnera la solidité du segment ou tranche $FHGE$ en piés cubiques, qu'on multipliera ensuite par 72, pour avoir le poids ou la charge du navire; enfin, si on divise cette dernière quantité par 2000, qui est le poids d'un tonneau fixé par la loi, on aura en tonneau la charge du navire. On auroit encore le même nombre de tonneaux, en divisant la solidité du segment réduit en piés cubes, par $27\frac{7}{9}$ piés cubiques, qui pèsent aussi 2000 liv. poids de marc.

Première Méthode. On divisera la longueur ST de la coupe de la *ligne d'eau*, depuis l'entrave S jusqu'à l'étambot T en 4 parties; savoir, d'abord en deux parties MQ & ML, de part & d'autre du maître-bau, ou l'endroit le plus large du navire, jusqu'aux façons Q de l'avant, & L de l'arrière; & puis en deux autres parties QS & LT, où commencent les façons Q & L, jusqu'à l'entrave S & l'étambot T: on menera ensuite des perpendiculaires sur ST aux points M, Q & L, qui partageront les coupes A & B en deux polygones sensés rectilignes; savoir, celle inférieure A en un octogone, composé de deux trapèzes $XxyY$ & $XxvV$, & deux triangles YSy, VTv; & celle supérieure B, en un ennéagone, composé de trois trapèzes $NZzn$, $NOon$, $OIio$, & d'un triligne parabolique ZRz; ce qui donne,

$$\begin{cases} A = (MX + QY) \times LQ + (QS + LT) \times QY, \\ B = (MN + QZ) \times LQ + (QZ + KI) \times LK + \tfrac{4}{3} QZ \times QR. \end{cases}$$

On a donc $\left(\frac{A+B}{2}\right) \times H$ pour la solidité du segment, & par conséquent $\left(\frac{A+B}{2}\right) \times H \times 72$, ou $(A+B) \times 36H$ pour le poids de la charge: ensuite $\frac{\left(\frac{A+B}{2}\right) \times H \times 72}{2000}$, ou $\frac{(A+B) \times 2H}{111}$ pour le nombre des tonneaux ou la charge du navire.

C'est-à-dire, 1.° que, si l'on multiplie la moitié de la somme des deux surfaces ou coupes A & B par l'épaisseur ou hauteur H du segment, on aura la solidité du segment; 2.° si on multiplie la somme des deux mêmes surfaces A & B par 36 fois la même épaisseur H de cette tranche solide, on aura le poids; 3.° enfin, si on multiplie la somme de ces deux surfaces A & B par le double de la hauteur H du solide, & qu'on divise par 111, on aura le nombre des tonneaux.

Exemple. Soit $MX = \frac{1}{2} Xx = 14$ piés; $QY = \frac{1}{2} Yy = 12$ piés; $LQ = 60$ piés; $QS = 23$ piés; $LT = 33\frac{1}{2}$ piés; $MN = \frac{1}{2} Nn = 15$ piés;

$QZ = \frac{1}{2} Z\zeta = 14\frac{1}{3}$ piés ; $KI = 9$ piés ; $LK = 36$ piés ; $QR = 25\frac{1}{2}$ piés ; $pq = H = 7$ piés. Ce qui donne $A = 2238$ piés quarrés ; $B = 3087\frac{1}{3}$ piés quarrés, & par conséquent $\left(\frac{A+B}{2}\right) \times H = 2662\frac{2}{3} \times 7$ ou $18638\frac{2}{3}$ piés cubiques pour la solidité ; ensuite $(A+B) \times 36\,H = 5325\frac{1}{3} \times 36 \times 7$, ou 1341984 livres poids de marc, ou $\frac{1341984}{100} = 13420$ quintaux pour la charge. Enfin $\frac{(A+B) \times 2H}{111} = \frac{5325\frac{1}{3} \times 2 \times 7}{111}$, ou 671 tonneaux pour la charge du navire.

Remarque. On doit faire attention que, quand on mesure le vaisseau par le dedans, il faut y ajouter les épaisseurs ou la ceinture de bois comprise entre les deux sections horizontales A & B, ou bien il suffit de prendre tout de suite les mesures de dehors en dehors, où s'y trouvent aussi les bordages, autrement le jaugeage seroit vicieux, parce que c'est la surface extérieure du navire qui fait le déplacement d'eau.

Il faut aussi mesurer avec exactitude l'épaisseur pq ou H (*fig.* 116) du segment $FHGE$, ou immédiatement, ou par la pratique suivante, parce qu'un pouce d'erreur sur 30, par exemple, peut souvent en causer une d'environ la 30.e partie de toute la charge du navire. Pour avoir cette hauteur pq avec succès, on tendra de dessus le pont à angle droit, sur la quille, une ficelle $rdbt$, au bout des deux supports ad, cb, qui passera sur les crochets ou petites poulies d & b, qui, étant tendue au moyen de deux poids r & t attachés à ses extrêmités, rasera les côtés du vaisseau en f & e dans sa plus grande largeur. On mesurera bd, qui donnera la largeur ef du vaisseau à la ligne de fort : si on ôte les distances gk & hs depuis la corde jusqu'aux bordages, on aura $bd - 2gk = hg$ pour la largeur à la ligne d'eau, & les parties fs & ek sera l'épaisseur pq ou H du solide cherché.

Je ne crois pas inutile de rapporter aussi une méthode de *jauger* les navires, qui est simple, assez exacte, & encore souvent en usage dans quelques ports, tel qu'à Marseille & à Bayonne, *&c.* parce qu'elle est fondée sur une sorte d'unité de mesure nommée *pans*, & unique dans ces sortes de ports ; mais que j'ai rectifiée & rendue universelle & d'un usage facile pour tous les autres ports de france. Cette méthode consiste à mesurer en pieds-de-roi ou du Châtelet de Paris : 1.° la longueur ST du vaisseau depuis l'entrave S jusqu'à l'étambot T ; 2.° la plus grande largeur Nn au maître-bau ; 3.° la hauteur ou le creux pm, depuis la ligne de la plus grande largeur au maître-bau, jusqu'au fond de la cale en m. Si l'on fait le *produit* de ces trois dimensions, on aura la solidité du parallélépipède rectangulaire circonscrit à la carène : si l'on multiplie ensuite ce produit par 8, & qu'on divise par 675, on aura pour quotient le nombre des tonneaux de 2000 liv. poids de marc chacun. Mais, si on multiplie ce même produit par 32, &, puisqu'on le divise par 135, on aura le nombre des quintaux de 100 livres poids chaque.

J'ai trouvé que le principe de cette méthode est fondé sur l'hypothèse qui suppose le navire ellipsoïde, & par conséquent d'une solidité moindre d'environ $\frac{1}{7}$ du total, ou qu'on suppose la charge du bâtiment les $\frac{2}{3}$ de toute sa capacité intérieure ; c'est pourquoi on prend alors le tonneau d'ordonnance, qui est de 42 piés cubes ; ce qui redresse l'erreur ou la manière grossière dont on jauge dans les ports de commerce, où on donne tout à l'estime, parce qu'on y trouve ni géomètre, ni calculateur ; & par-là, dis-je, on restitue la fausse hypothèse de la figure attribuée aux navires ; car le tonneau de déplacement est généralement reçu à un peu moins de 28 piés cubes, c'est-à-dire, $27\frac{7}{9}$ piés cubiques, ou 2000 livres pesant. Cette fausse supposition de figure & de charge, revient à-peu-près à la véritable hypothèse, qui est de prendre les $\frac{1}{27\frac{7}{9}} \times \frac{1}{3\frac{1}{27}}$, ou les $\frac{8}{675}$ du produit de la multiplication des trois principales dimensions du vaisseau, parce que le produit de l'inverse du volume qu'occupe un tonneau de déplacement, multiplié par un peu moins que le tiers de la moyenne proportionnelle arithmétique entre le solide circonscrit à la carène, & la pyramide qui lui est inscrite, donne la charge du bâtiment en tonneaux.

Exemple I. On demande le port d'un bâtiment qui a 75 piés de longueur, 30 piés de largeur, & 12 piés de hauteur : on aura donc $75 \times 30 \times 12$, ou 27000 piés cubiques pour le solide circonscrit à la partie de la carène, plongée par la charge, & $\frac{27000 \times 8}{675}$, ou 320 tonneaux pour le port : ensuite $\frac{27000 \times 32}{135}$, ou 6400 quintaux pour le poids de la charge.

Exemple II. Supposons ici le même vaisseau que nous avons évalué par la première méthode, où l'on mesure le segment solide, qui est la différence des deux enfoncemens, dont le poids égal celui du solide d'eau déplacé, dont la longueur $ST = 116\frac{1}{2}$ piés, la largeur $Nn = 30$ piés, & la hauteur $pm = 16\frac{1}{6}$, on aura alors $116\frac{1}{2} \times 30 \times 16\frac{1}{6}$ ou $56502\frac{1}{2}$ piés cubiques, & $\frac{56502\frac{1}{2} \times 8}{675}$, ou 670 tonneaux ; ensuite $\frac{56502\frac{1}{2} \times 32}{135}$, ou 14125 quintaux sera le poids ou la charge.

Je dois avertir, pour le bien du commerce, que la méthode de *jauger* les vaisseaux, qu'on trouve dans le Dictionnaire du Commerce, faisant partie de cette Encyclopédie Méthodique, est très-fautive, en ce qu'elle force les mesures de plus des $\frac{7}{15}$ du total, ou presque de moitié ; c'est-à-dire, par exemple, qu'elle augmente la capacité d'en-

viron 46 mesures ou tonneaux sur 100 : lésion énorme, qui a cependant encore lieu dans quelques ports, & dont les droits trop perçus par les receveurs d'impôts, font souvent la ruine du négociant contre l'intention du roi : cette méthode erronée pour *jauger* les navires, ainsi que celle pour *jauger* les tonneaux qu'on trouve dans ce Dictionnaire Méthodique, fondée l'une & l'autre sur de faux principes, sont copiées mot à mot sur celles qu'on trouve dans le vieux Dictionnaire du Commerce de Savary & de Ricard; c'est pourquoi l'on doit être dans la plus grande défiance sur toutes les parties de l'*art*. JAUGEAGE seulement, qui se trouve dans ce Dictionnaire du Commerce de la nouvelle Encyclopédie Méthodique, depuis la page 665 jusqu'à celle 670 inclusivement.

Je dois encore faire connoître que, dans les discussions ou réclamations qui s'élèvent souvent dans les ports de mer sur le jaugeage, on commet quelquefois une grande injustice, en s'appuyant sur l'ordonnance qui suppose que la charge du navire est les deux tiers de sa capacité intérieure, quoiqu'elle n'est que d'un tiers & encore moins, & qu'en conséquence le pilote est souvent mal-à-propos convaincu d'avoir transporté furtivement la moitié de la charge du navire, & de s'être approprié environ la moitié du nolis ou du fret.

Nous avons pris jusqu'à présent 28 piés cubiques environ pour un tonneau de poids ou de déplacement pesant deux milliers, selon l'usage reçu pour unité de mesure, sans avoir égard au volume pour fixer l'étendue de la carène ou de la cale : mais on prend quelquefois le tonneau d'étendue ou d'arrimage, qui forme quatre bariques de Bordeaux, qui font trois muids de Paris ou 864 pintes, de 48 pouces cubes chacune; lequel tonneau d'arrimage est estimé aussi deux milliers, & qui occupent 48 piés cubes, qui pèze, avec le fut, 2140 liv. Ainsi, par exemple, si l'armateur demande au constructeur un vaisseau dont la cale soit de 25000 piés cubiques, on aura $\frac{25000}{48} = 521$ tonneaux d'arrimage : c'est dans ce sens qu'on dit qu'une frégate de 50 canons, de 118 piés de long, 31 de large & 14 de creux, seroit de 308 tonneaux, suivant la jauge d'arrimage, parce que le produit de ces trois nombres 118, 31 & 14, multipliés l'un par l'autre, donne la solidité du parallélépipède rectangulaire circonscrit à la coupe horizontale faite à fleur d'eau, dont le $\frac{1}{3\frac{5}{11}}$ ou les $\frac{11}{38}$ donne la solidité de la carène en piés cubiques, ou le poids de l'eau qui rempliroit sa capacité, qui est égal à la charge que le navire peut porter, laquelle solidité étant divisée par 48 piés cubes, donne les tonneaux d'arrimage; c'est-à-dire, simplement qu'il faut mesurer en pied-de-roi la plus grande longueur intérieure du vaisseau, sa plus grande largeur & le creux, multiplier ces trois dimensions l'une par l'autre, en diviser le produit par 166, pour avoir le nombre des tonneaux d'arrimage : en effet, $\frac{118 \times 31 \times 14}{166} = \frac{51212}{166}$ donne 308 tonneaux.

Le jaugeage, pour le droit d'*Ancrage*, est seulement l'espace qu'un bâtiment occupe dans le port ou qu'il y embarrasse : comme la capacité intérieure de la cale est à-peu-près égal à la solidité de la carène, on peut prendre l'une pour l'autre dans ce cas. On régle donc le droit sur le solide du parallélépipède rectangulaire circonscrit au volume qu'occupe la carène du vaisseau, à commencer du maître-bau jusqu'à la quille, pour la hauteur; & par-là il est inutile d'avoir attention à la figure de la carène, & si c'est par le haut ou non que le navire occupe de la place dans le port.

Par exemple, soit la longueur de 122 piés de l'entrave à l'étambot; 34 piés dans sa plus grande largeur, & 17 piés de creux ou de hauteur : alors le solide circonscrit sera donc $122 \times 34 \times 17$, ou 70516 piés cubiques. On peut toujours supposer que le creux est à-peu-près la moitié de la plus grande largeur.

Enfin, pour rapprocher les objets, nous avons vu, par la manière d'évaluer les mesures, 1.° que la méthode de *déplacement*, qui consiste à trouver la solidité du segment, qui fait la différence des deux enfoncemens du vaisseau, compris entre les deux plans faits à la ligne d'*eau* & à la ligne de *fort*, suppose que le tonneau de déplacement occupe un espace de $27\frac{7}{9}$ piés cubes, sans le fut; 2.° que la méthode d'*ordonnance* où l'on prend la mesure de la capacité du vaisseau par ses trois principales dimensions, dans le cas où l'on suppose la charge les $\frac{2}{3}$ de toute la capacité; que le tonneau d'*ordonnance* occupe un espace de 42 piés cubes; 3.° que la méthode d'*arrimage*, où l'on prend les $\frac{11}{38}$ du produit des trois principales dimensions, pour avoir la solidité de la carène; on suppose que le tonneau d'*arrimage* occupe un espace de 48 piés cubes, & quelquefois même avec raison de 56 piés cubiques, à cause des vides ou des espaces perdus; 4.° que la méthode d'*ancrage* consiste à trouver en piés cubiques seulement le solide entier circonscrit à la carène, sans nul espace évalué en tonneaux. Dans tous les cas, le tonneau est toujours supposé peser deux milliers poids de marc.

Je dois avertir que, dans ces quatre hypothèses différentes & reçues d'évaluer les mesures, il n'y a que la première & la quatrième méthode de *jauger*, qui est celle de *déplacement* & celle d'*ancrage* qui soient rigoureuses. Que la seconde, qui est celle d'*ordonnance*, a quelques avantages du côté de la simplicité; mais qu'elle se trouve assez souvent incertaine dans l'application, sur-tout lorsqu'elle est pratiquée par des personnes peu intelligentes, & qui n'ont pas l'attention de mesurer les dimensions du vaisseau avec la plus grande exactitude.

exactitude. Que la troisième méthode de *jauger*, sur-tout qui est celle d'*arrimage*, est souvent fautive, parce qu'elle n'est pas également applicable aux vaisseaux de guerre & aux vaisseaux marchands, à cause du poids de l'artillerie & des munitions dans les premiers, & que, dans les derniers, la fabrique est plus ou moins pesante, quoique la partie de la carène, qui plonge dans la mer, soit de même solidité; qu'enfin il n'y a de règle bien certaine & générale, pour avoir le poids de la charge, que de mesurer (suivant la première méthode) la capacité de la partie de la carène qui fait la différence des enfoncemens, qui seule est proportionnelle à la pesanteur de la charge. Voyez les deux *Mémoires* que j'ai donnés sur *la théorie du jaugeage*, & en conséquence une nouvelle *jauge*, reçus par l'*Académie Royale des Sciences* en 1773, & mis dans le *Recueil de ses Mémoires* pour la partie des savans étrangers, & dont l'usage est ordonné par lettres-patentes en 1775, qui se trouvent aussi dans la seconde édition d'un traité du Jaugeage du P. Pézenas, donnée, en 1778, par les soins de M. de la Lande, célèbre académicien, à qui les sciences, les lettres & les arts ont tant d'obligation. *Voyez* aussi le *Dictionnaire de la Marine*, par M. Vial de Clairbois, habile ingénieur de la marine, & sur-tout la pièce sur l'arrimage des vaisseaux, qui a remporté le prix de l'Académie Royale des Sciences, en 1765, par M. l'abbé Bossut, l'un des principaux auteurs de ce Dictionnaire de Mathématiques, & géomètre du premier ordre, connu de toute l'europe par ses découvertes, qui honorent l'esprit humain. (*M.* Dez, *Professeur de Mathématiques de l'Ecole Royale Militaire*).

Jauger, (*Hydraulique*); c'est trouver, dans un tems donné, la quantité d'eau que fournit une source ou une pompe à bras, à cheval, à moulin, & en général la dépense d'eau nécessaire pour le service d'une machine hydraulique quelconque. *V.* Moulin, Pompe & Source.

JAUGEUR, subst. masculin, officier de ville ou bien commis par le roi, qui fait l'art & la manière de jauger les tonneaux ou futailles à liqueurs, ou celui qui a titre & pouvoir d'en faire le jaugeage.

Chaque *jaugeur* doit avoir sa jauge juste & de bon patron, suivant l'échantillon ou la *matrice* adoptée par le gouvernement, & déposée dans un lieu public pour y avoir recours au besoin, lorsque ces jauges sont altérées ou défectueuses par les copies faites les unes sur les autres.

Le *jaugeur* doit imprimer sa marque sur l'un des fonds du tonneau ou futaille qu'il a jaugé, avec une petite machine d'acier nommée *rouanette*, & y mettre la lettre *B*, si la jauge est bonne; la lettre *M*, si elle est trop foible ou moindre; & la lettre *P*, si elle est trop forte, avec un chiffre pour faire connoître la quantité de pintes qui s'y trouvent de plus ou de moins, ou, mieux encore, y marquer le nombre des mesures total.

Chaque *jaugeur*, ou vérificateur du jaugeage, doit avoir sa marque particulière, laquelle il doit figurer en marge du registre de sa réception, pour y avoir recours dans le besoin, en cas de fausse jauge; le *jaugeur* de la marque duquel la pièce ou le vaisseau se trouve marqué, demeurant responsable envers l'acheteur, si la jauge est moindre, & envers le vendeur pour l'excédent.

Il y a eu pendant 520 ans des officiers *jaugeurs* établis dans Paris pour rectifier les erreurs des mesures, faites par les commis *jaugeurs* des fermiers du roi sur les vins & autres liqueurs qui entrent dans cette capitale : cette commission des officiers *jaugeurs* fut supprimée, en 1772, par le crédit des fermiers-généraux; depuis cette époque, les commis des fermes étant seuls juges & parties dans les contestations, & les redevables des droits n'ayant plus d'arbitres, les commerçans & en général le public continuellement lésés, crient à l'iniquité & réclament envain justice : enfin, depuis la suppression de ces correcteurs si importans au bien public, j'ai la preuve en main de plus de dix mille réclamations d'excédent de jaugeage commis par les maltotiers de la ferme générale, sans jamais avoir pu obtenir restitution des exactions faites par ces receveurs d'impôts. Ces abus multipliés doivent monter à des sommes considérables dans une ville comme Paris, où les droits d'entrées, sur les fluides seulement, montent à plus de trente millions par an. (*M.* Dez, *Professeur de Mathématiques de l'Ecole Royale Militaire*).

JET

JET *d'eau* (*Hydraul.*), est une lance ou lame d'eau qui s'élève en l'air par un seul ajutage ou orifice qui en détermine la grosseur. Les *jets* croisés en forme de berceaux sont appellés *jets dardans*; quand l'ajutage est horizontal, le *jet* monte verticalement, & alors s'appelle *jet vertical*. Il s'éleveroit jusqu'au niveau de la source qui le produit, si plusieurs causes n'en empêchoient; ces causes sont, le frottement contre les bords de l'orifice, la résistance de l'air & la chûte de l'eau supérieure qui tombe sur celle qui la suit, quand le *jet* est bien vertical. Aussi on observe qu'en l'inclinant un peu il monte plus haut.

Il résulte des expériences faites par M. l'abbé Bossut (Voyez *le second volume de son Hydrodynamique*), que, quand le tuyau de conduite fournit les eaux avec une abondance suffisante, les gros *jets* s'élèvent à proportion plus que les petits; au contraire, les petits *jets* s'élèvent davantage, quand le tuyau de conduite est très-étroit; qu'on doit éviter de faire les ajutages coniques & sur-tout cylindriques, que ceux qui sont percés dans des minces parois sont les meilleurs.

Enfin il résulte des mêmes expériences, com-

parées avec celles de M. Mariotte, que *les différences des hauteurs des jets verticaux aux hauteurs de leurs réſervoirs, ſont entr'elles ſenſiblement comme les quarrés des hauteurs des jets.* Soit donc la hauteur du réſervoir appartenante à un *jet* a, b ſa hauteur effective ou obſervée, c la hauteur d'un réſervoir dont on voudroit connoître la hauteur effective qu'on peut appeller x, on aura $a - b : c - x = b^2 : x^2$, & $x = -\frac{b^2 + b\sqrt{4ac - 4bc + b^2}}{2(a-b)}$; ceux qui deſireroient plus de détail ſur cette matière, peuvent conſulter l'ouvrage cité & les Œuvres de Mariotte.

Jet *des bombes*, eſt le nom qu'on donne à la partie des Mathématiques, qui traite du mouvement des bombes, de la ligne qu'elles décrivent dans l'air, de la manière dont il faut diſpoſer le mortier, pour qu'elles aillent tomber à un point donné, &c.

Si l'air étoit ſans réſiſtance, ſi la force de la poudre étoit bien connue, ces équations ſe réſoudroient facilement de la manière ſuivante.

Soit (*pl. méch. fig.* 200) AX la verticale paſſant par A, point de départ de la bombe, h la hauteur dûe à la viteſſe initiale, AY la direction de cette viteſſe, faiſant, avec la verticale, l'angle $XAY = \Phi$; θ le tems qu'un corps emploie à tomber d'une hauteur donnée a; M un point de la trajectoire. Si, par ce point, on mène la verticale juſqu'à ce qu'elle rencontre AY en P, le point P ſera celui où la bombe ſeroit arrivée ſans l'action de la peſanteur. Ainſi, le tems qu'elle eût employé à parcourir AP avec ſa vîteſſe initiale, eſt le même que celui qu'elle eût employé à parcourir PM, ſi elle eût été abandonnée à la ſeule action de la peſanteur. Or le premier de ces tems eſt $\theta \frac{AP}{2\sqrt{ah}}$; le ſecond eſt $\theta \sqrt{\frac{PM}{a}}$; donc $AP^2 = 4h.PM$. La trajectoire eſt donc une parabole qui a pour diamètre la verticale paſſant par le point de départ A, & pour paramètre de ce diamètre, le quadruple de la hauteur dûe à la vîteſſe initiale.

Conſidérez maintenant le point M comme celui où la bombe rencontre le terrein repréſenté par la ligne AZ, faiſant, avec la verticale AX, l'angle $ZAX = \Psi$. La diſtance AM s'appelle *amplitude du jet*. Mais $PM = AP \frac{\text{ſin.}(\Psi - \Phi)}{\text{ſin.}\,\Psi}$; & ſubſtituant cette valeur dans l'équation de la trajectoire, vous trouverez $AP = 4h \frac{\text{ſin.}(\Psi - \Phi)}{\text{ſin.}\,\Psi}$; donc l'amplitude $AM = 4h \frac{\text{ſin.}(\Psi - \Phi)\,\text{ſin.}\,\Phi}{(\text{ſin.}\,\Psi)^2} = 2h \frac{(\text{coſ.}(\Psi - 2\Phi) - \text{coſ.}\,\Psi)}{(\text{ſin.}\,\Psi)^2}$. Cette formule apprend que, ſi on vouloit rendre l'amplitude la plus grande poſſible, l'inclinaiſon du terrein étant donnée, il faudroit faire $\Phi = \frac{\Psi}{2}$.

L'amplitude du *jet* étant donnée avec l'inclinaiſon du terrein, l'angle de projection devient déterminé par le moyen de l'équation coſ. $(\Psi - 2\Phi) = \frac{AM(\text{ſin.}\,\Psi)^2 + 2h\,\text{coſ.}\,\Psi}{2h}$. Mais il y a deux valeurs de $\Psi - 2\Phi$, utiles pour la queſtion; car, ſoit $\Psi - 2\Phi = K$, on pourra faire auſſi $\Psi - 2\Phi = -K$, puiſque coſ. $-K =$ coſ. K; donc on peut faire $\Phi = \frac{\Psi - K}{2}$, $\Phi = \frac{\Psi + K}{2}$.

La théorie précédente ſeroit ſuffiſante, ſi l'air étoit ſans réſiſtance, nous l'avons déjà dit; mais il n'en eſt pas ainſi; & l'air altère le mouvement des bombes à tel point, que la pratique ne s'accorde nullement avec cette théorie, ſur-tout quand la vîteſſe de la bombe eſt conſidérable. Il faut donc avoir égard à la réſiſtance; mais la détermination du mouvement devient alors très-difficile, & les calculs ſont ſi compliqués, qu'ils ne ſauroient trouver place dans ce Dictionnaire. Ceux qui deſireront connoître ce qui a été fait de mieux ſur cet objet, pourront conſulter l'ouvrage de M. Benjamin Robins, intitulé : *Nouveaux Principes d'Artillerie*, commenté par M. Euler.

Il réſulte du travail de M. Robins & de celui de Euler, qu'entre pluſieurs circonſtances, deux particulièrement rendent ce problême preſque directement inſoluble. La première, c'eſt que la loi de la réſiſtance des fluides eſt très-peu connue, quand le choc ſe fait obliquement; la ſeconde, c'eſt que l'air étant un fluide compreſſible, il ſe condenſe devant la bombe, ſur-tout quand la viteſſe eſt conſidérable; & par conſéquent, tant que cette vîteſſe ſe conſerve, la bombe doit être cenſée ſe mouvoir dans un fluide d'une denſité variable & augmentant prodigieuſement. Cette condenſation va ſi loin, qu'il y a des exemples d'hommes bleſſés grièvement, par le paſſage d'un boulet en mouvement, dont ils n'avoient point été frappés. Ce fait m'a été atteſté par un officier d'un mérite diſtingué. (T)

JOU

JOUER. *Voyez* Probabilité.

JOUR, Journal, (*Arpentage*) grande meſure des héritages: cette dénomination eſt fort en uſage en Lorraine; on y dit, pour les terres labourables, *jours*, *journaux*; pour les prés fauchés & pour les forêts, *arpent*: ce n'eſt cependant qu'une même meſure; elle eſt communément dans ce pays de 250 toiſes de Lorraine. Cette toiſe a de longueur 10 piés de Lorraine, le pié 10 pouces, le pouce 10 lignes; ce qui fait environ huit piés neuf pouces dix lignes, meſure de roi.

Jour, durée de la révolution apparente du ſoleil, autour de la terre, d'orient en occident. Les aſtronomes diſtinguent le jour vrai du jour moyen. *Voyez* Equation du tems.

Jour de l'an, premier *jour* de l'année. *Voyez* ANNÉE.

Jours caniculaires. Voyez CANICULAIRES.

JOURDAIN, (*Astron.*) constellation boréale; elle est du nombre des constellations nouvelles formées en 1679, dans le catalogue d'étoiles & sur les cartes célestes, publiées par Augustin Royer, d'après Tycho, Bayer, Riccioli, & le P. Anthelme, chartreux de Dijon. Cette constellation s'étend depuis $8^s\ 27^d$ jusqu'à $11^s\ 1^d$ de longitude, entre 25^d & 52^d de latitude boréale; elle ne contient pas d'étoiles plus belles que celles de 4.^{e} grandeur, elle n'est point sur les grandes cartes de Flamsteed. (*D. L.*)

JOVILABE, (*Astron.*) instrument propre à trouver les configurations ou les situations respectives apparentes des satellites de jupiter. Veidler en a donné l'explication dans une brochure imprimée à Wittemberg en 1727, & qui a pour titre: *Explicatio jovilabii Cassiniani.* Peiresc avoit eu autrefois l'idée de représenter ainsi, par des figures, le mouvement des satellites. Flamsteed décrit un instrument propre à cette usage dans les *Transactions philosophiques*, *n.*° 178, & Wisthon, dans le livre intitulé: *The longitude discovered*, 1738. Voici celui dont je me servois pour les configurations que je mettois chaque année dans la *Connoissance des tems*; il est représenté dans la *fig.* 147 *des planch. d'Astron.* On y voit quatre cercles divisés en jours, suivant la révolution de chacun des quatre satellites, & dont les diametres sont proportionnés à ceux des quatre orbites. Une alidade transparente, que l'on peut faire de corne, représentée par *ACB*, tourne autour du centre *C*; elle se place sur le point *A*, où répond la longitude géocentrique de jupiter, qui doit être connue par une éphemeride, & cette alidade se fixe au moyen d'une pince marquée en *D*. La figure suppose la longitude de jupiter à $9^s\ 22^d$, telle qu'elle étoit le premier mai 1759. Les quatre cercles intérieurs sont des cercles de carton qui doivent être mobiles autour du centre *C*; ils représentent les orbites des quatre satellites, divisées en jours par les tables des moyens mouvemens des satellites qui se trouvent dans les tables de Cassini, ou dans mon *Exposition du calcul astronomique.* On calcule, par ces mêmes tables, la longitude jovicentrique ou vue du centre de jupiter pour chacun des quatre satellites, le prêmier jour du mois. On trouve, par exemple, pour le premier mai 1759, les longitudes suivantes: $0^s\ 24^d$ pour le quatrieme satellite; $2^s\ 25^d$ pour le troisieme; $3^s\ 11^d$ pour le second; $10^s\ 13^d$ pour le premier: on place le chiffre 1 de chaque cercle vis-à-vis de cette longitude calculée; on voit dans la figure que 1 de l'orbite du quatrieme satellite répond à $0^s\ 24^d$, *&c.* alors la situation du point 1, par rapport à l'alidade *ACB*, fait voir la situation apparente de chaque satellite, par rapport à jupiter, le premier du mois pour un observateur qui est situé sur le prolongement de l'alidade *ACB*, le point *A* toujours dirigé vers la terre. La situation des points marqués 2 sur chacune des quatre orbites, fait voir la position des quatre satellites, le 2 à pareille heure; il en est de même de tous les autres jours du mois. Par ce moyen, l'on formera la configuration des quatre satellites, telle qu'on la voit sur la ligne *E F*, *figure* 148, pour le 4^e jour du mois; jupiter est supposé en *I*; le point 4 de l'orbite du troisieme satellite étant de 8 lignes à la droite de l'alidade *A B*, m'apprend que l'on devoit voir le troisieme satellite à 8 lignes de jupiter à gauche dans une lunette qui renverse, sur la ligne *E F*, désignée par les bandes ou lignes obscures qu'on apperçoit sur le disque de jupiter; cette ligne est dirigée sensiblement dans le sens de l'équateur de jupiter, *Voyez* ROTATION, & dans le plan des orbites des quatre satellites, qui, par conséquent, ne quittent jamais, si ce n'est d'une très-petite quantité, la ligne droite parallele aux bandes de jupiter: on placera de même les trois autres, & l'on figurera ainsi jupiter, accompagné de ses quatre satellites, tel qu'il paroît dans une lunette astronomique où les objets sont renversés.

Les satellites 1 & 3 sont au-dessus de la ligne des bandes; parce qu'à cause de l'inclinaison des orbites, les satellites paroissent un peu vers le nord, dans un des demi-cercles de leurs révolutions. Tant que le satellite est entre $10^s\ 15^d$ & $4^s\ 15^d$ de longitude, ou au-dessus de la ligne des nœuds *N N*, il paroît toujours un peu plus septentrional que l'orbite de jupiter, & cela d'autant plus qu'il est plus éloigné des points *N*.

La position du chiffre qui accompagne chaque point sur la ligne de configuration, sert à marquer si le satellite s'approche ou s'éloigne de jupiter; par exemple, le chiffre 4, qui indique le 4^e satellite, est entre jupiter & le point qui marque la place du 4^e satellite, parce qu'on voit sur le *jovilabe* que ce jour-là le 4^e satellite se rapprochoit de jupiter; au contraire, on a mis le chiffre 2 au-delà du point, parce que le second satellite s'éloignoit de jupiter, dans la nuit du 3 au 4. On peut voir de semblables configurations pour tous les jours, dans la *Connoissance des tems* de chaque année, dans les *Ephémérides* du P. Hell, & dans les *Nautical almanac* de Londres.

On comprendra la raison de l'opération précédente, en considérant que la ligne *C A* marque le rayon qui va de notre œil au centre de jupiter; ainsi, les satellites nous paroîtront plus ou moins éloignés de jupiter, suivant qu'ils seront plus ou moins éloignés de l'alidade *B C A*, sur laquelle nous voyons toujours le centre de jupiter; il n'importe point qu'ils soient plus ou moins avancés le long de cette ligne *C A*, c'est-à-dire, plus ou moins éloignés de l'œil, qui ne peut apprécier cet éloignement; il ne s'agit que de

leur distance à l'alidade. Nous marquons aussi, dans nos configurations, les tems où un satellite se trouve caché derrière le disque; cela est facile, parce que la largeur de l'alidade est égale à celle de jupiter lui-même; ainsi, quand le point est sous l'alidade, on juge que le satellite est derrière jupiter, si c'est au-delà du centre par rapport au point *B*; ou qu'il est sur le disque même de jupiter, si c'est entre *C* & *B*.

On y marque aussi les tems où le satellite est éclipsé, c'est-à dire, dans l'ombre de jupiter, afin que l'observateur ne soit pas étonné quand il manque un satellite à jupiter : pour cet effet, il faut tendre un fil du centre *C* à la circonférence de l'écliptique; mais sur un point qui soit à droite ou à gauche du point *A* de la quantité de la parallaxe annuelle : c'est à droite dans une figure qui renverse, si jupiter a passé l'opposition; ce fil représentera l'axe du cône d'ombre qui est sur la ligne menée du soleil à jupiter, & on lui supposera la même largeur qu'à l'alidade *A B*, ou à la planète elle-même.

Pour placer cette ligne de l'ombre, sans être obligé de calculer la parallaxe annuelle, je suppose seulement que l'on connoisse l'heure du passage de jupiter au méridien, on trouvera, à très-peu-près, la situation de cette ombre par le moyen du demi-cercle, *fig.* 149, où j'ai marqué l'effet de la parallaxe annuelle. Les heures du passage à droite sont, pour le soir, dans une figure renversée. Je suppose que jupiter passe au méridien à 2 heures ou à 10 heures du matin, on abaissera du point marqué 2 & 10 une perpendiculaire sur le diamètre *P O R*, la distance *O S* du centre à la perpendiculaire, marquera la quantité dont l'axe de l'ombre est à gauche de l'alidade *A C* sur la circonférence extérieure *AV* de l'écliptique, & l'on pourra la placer sur l'instrument de manière à y voir les satellites éclipsés. J'ai donné dans mon *Astronomie* la figure d'un semblable instrument pour les satellites de saturne : il est d'autant plus nécessaire, quand on veut les observer, qu'il est impossible de les reconnoître & de les distinguer des petites étoiles, à moins qu'on ne connoisse leur situation & leur mouvement; mais on en fait si rarement usage, & on les voit si difficilement, qu'il seroit inutile d'en placer ici la description. (*D. L.*)

JOYES *des planètes*, *ou dignités*, en *astrologie*; ce terme exprimoit l'influence des planètes dans les maisons où elles dominoient.

J U G

JUGULANS, (*Astron.*) nom que porte, dans certains auteurs, la constellation d'orion, à cause des petites étoiles φ & λ qui sont à la partie supérieure, ou sur la tête d'orion, & qui ressemblent assez à un jeu de noix, placées les unes sur les autres; on dit aussi *juglans*, ou *stella jugula*, comme on dit *nux juglans*, le noyer. On prétend que l'origine de ce mot vient de gland de Jupiter, ou nourriture digne des dieux. (*D. L.*)

JUGUM, (*Astron.*) nom de la constellation de la *balance*.

JUPITER, s. m. (*Astron.*), une des planètes supérieures, remarquable par son éclat, & qui fait le tour du ciel dans l'espace d'environ douze ans, par un mouvement qui lui est propre. *Voyez* PLANÈTE.

Jupiter est situé entre saturne & mars; il tourne autour de son axe en 9 heures 56 minutes; il achève sa révolution périodique autour du soleil dans l'espace de 11 années communes & 315 jours, ou 4330 jours, & 8 heures 58′ 27″. Le caractère par lequel les astronomes marquent *jupiter*, est ♃.

Jupiter est la plus grande de toutes les planètes; son diamètre est de 31118 lieues; il est à celui de la terre, comme 1086 à 100.

La moyenne distance de *jupiter* au soleil est de 520098 parties, dont la moyenne du soleil à la terre en contient 100000; son excentricité de 25277, l'équation de son orbite 5° 34′ en 1760; mais elle augmente de 2 minutes & un quart par siécle, suivant les calculs de M. Wargentin. La distance de *jupiter* au soleil étant cinq fois plus grande que celle de la terre au soleil, celui-ci, vu de *jupiter*, ne paroît pas la cinquième partie de ce qu'il nous paroît, vu de la terre, & par conséquent que son disque est vingt-cinq fois moindre, sa lumière & sa chaleur seroient moindres en même proportion, pour un habitant de *jupiter*.

L'inclinaison de l'orbite de *jupiter*, c'est-à-dire, l'angle que forme le plan de son orbite avec le plan de l'écliptique, est de 1° 19′. On observe, dans les mouvemens de cette planète, plusieurs irrégularités dont on peut voir le détail dans les *Institutions Astronomiques* de M. le Monnier, & dans mon *Astronomie*; ces irrégularités sont vraisemblablement occasionnées en grande partie par l'action de saturne sur cette planète. On peut voir sur-tout, à ce sujet, les pièces de M. Euler, qui ont remporté les prix de l'Académie des Sciences en 1748 & 1752; il paroît qu'il y a aussi un dérangement particulier analogue à celui de saturne.

Quoique *jupiter* soit la plus grande de toutes les planètes, c'est néanmoins celle dont la révolution autour de son axe, est la plus prompte. Cassini remarqua que son axe étoit plus court que le diamètre de son équateur; leur rapport, suivant Neuton, est celui de 8 à 9, ou de 13 à 14, suivant des observations plus récentes : sa figure est celle d'un sphéroïde applati; la vitesse de sa rotation rendant la force centrifuge de ses parties fort considérable, fait que l'applatissement de cette planète est beaucoup plus sensible que celui d'aucune autre. M. de Maupertuis l'a fait voir dans les *Mémoires de l'Académie de* 1734, & dans son

Discours sur la figure des astres; *V.* Clairaut, dans la *Théorie de la Figure de la Terre.*

Jupiter paroît presque aussi grand que vénus; mais il est moins brillant; il est quelquefois éclipsé par la lune, par le soleil, par vénus & même par mars.

Galilée découvrit, en *1616*, quatre petites planètes qui tournent autour de *jupiter*, & qu'on appelle *les satellites de jupiter.*

Ces quatre lunes, selon la remarque de Fontenelle, dans sa *Pluralité des Mondes*, doivent faire un spectacle assez agréable pour les habitans de *jupiter*, s'il est vrai qu'il y en ait. Car tantôt elles se lèvent toutes quatre ensemble, tantôt elles sont toutes au méridien, rangées l'une au-dessus de l'autre: tantôt on les voit sur l'horizon à des distances égales; elles souffrent souvent des éclipses dont les observations sont fort utiles pour connoître les longitudes géographiques.

Astronomie comparée de jupiter. Le jour & la nuit sont à-peu-près de même longueur sur toute la surface de *jupiter*; savoir, de cinq heures chacun, l'axe de son mouvement journalier étant à-peu-près à angles droits sur le plan de son orbite annuelle.

Quoiqu'il y ait quatre planètes principales au-dessous de *jupiter*, mercure, vénus, la terre & mars, néanmoins un œil placé sur la surface de *jupiter* ne les verroit jamais, si ce n'est peut-être mars, qui est assez près de *jupiter* pour en pouvoir être apperçu. Les autres ne paroîtroient tout au plus que comme des taches qui passent sur le disque du soleil, quand elles se rencontrent entre l'œil & ce dernier astre. La parallaxe du soleil, vue de *jupiter*, doit être presqu'insensible, aussi-bien que celle de saturne, & le diamètre apparent du soleil, vu de *jupiter*, ne doit être que de six minutes. Le plus éloigné des satellites de *jupiter* doit paroître presqu'aussi grand que nous paroît la lune. Un astronome placé dans *jupiter* appercevroit distinctement deux espèces de planètes, quatre près de lui; savoir, les satellites; & deux plus éloignées, savoir, le soleil & saturne. Les quatre satellites doivent donner quatre différentes sortes de mois aux habitans de *jupiter*. Ces lunes souffrent une éclipse toutes les fois qu'étant opposées au soleil, elles entrent dans l'ombre de *jupiter*; de même, toutes les fois qu'étant en conjonction avec le soleil, elles jettent leur ombre du côté de *jupiter*, elles causent une éclipse de soleil pour un œil placé dans l'endroit de *jupiter* sur lequel cette ombre passe. Les inclinaisons des orbites des satellites sur le plan de l'orbite de *jupiter* étant fort petites, il se fait à chaque révolution une éclipse des 4 satellites & du soleil, quoique le soleil soit à une distance considérable des nœuds. Le premier ou le plus bas de ces satellites, lors même que le soleil est le plus éloigné des nœuds, doit éclipser le soleil, ou être éclipsé par rapport aux habitans de *jupiter*; cependant le 4^{e} ou le plus éloigné peut être deux ans consécutifs sans entrer dans l'ombre de cette planète, & celle-ci dans la sienne. Les satellites s'éclipsent aussi quelquefois l'un l'autre.

Jupiter a des bandes ou zones que Neuton croit se former dans son atmosphère. Il y a, dans ces bandes, plusieurs taches dont le mouvement a servi à déterminer celui de *jupiter* autour de son axe. Cassini, Campani les ont sur-tout observées. Voyez les *Mémoires de l'Académie pour 1714.* *V.* Bandes.

Les taches & les bandes de *jupiter* sont tantôt plus, tantôt moins nombreuses, quelquefois plus grandes, quelquefois plus petites, à cause des inégalités de la surface, des endroits moins propres à renvoyer la lumière, des changemens qui s'y font, comme dans mars, soit par l'action des rayons du soleil, soit par celle de quelque matière qui pénètre la planète, ou de quelque fluide qui circule à sa surface. On voit ces bandes se retrécir après plusieurs années, ou s'élargir, s'interrompre & se réunir ensuite. Il s'en forme de nouvelles, il s'en efface: on voit les taches aller de l'orient à l'occident, disparoître, puis reparoître après neuf heures 56 minutes: d'où l'on conclut que *jupiter* tourne sur son axe en ce même tems.

Quand les satellites sont en conjonction avec le soleil, ils empêchent un cone de lumière d'aller jusqu'à la planète, & c'est une ombre qu'ils jettent sur elle: cette ombre est une espèce de tache très-visible, plus noire que celle de *jupiter*, mobile sur son disque, c'est une éclipse. Nous voyons cette éclipse, ou cette obscurité changeante, parcourir le disque de *jupiter* d'orient en occident. (*D. L.*)

JUSAN, basse mer. *V.* Flux.

K A L

KALBELASIT, (*Astron.*), nom de l'étoile appellée aussi *Regulus.*

KALBOLAKRAB, (*Astron.*), nom de l'étoile appellée aussi *Antares.*

KALENDES. *V.* Calendes.

KELBELAZGUAR, (*Astron.*), nom de l'étoile appellée aussi *Procyon.*

KEPLER. *V.* Loix de Kepler.

KESIL *ou* CHESIL, nom de l'étoile appellée aussi *Rigel.*

L A C

LACTÉE. *Voyez* Voye *lactée.*

LAMPADIAS, (*Astr.*) nom de la belle étoile à l'œil du taureau, appellée aussi *Aldebaran.*

LANGUE *de balance*, (*Méch.*) est un petit style perpendiculaire au fléau, & qui doit être caché par la chasse de la balance, lorsque la balance est en

équilibre. *Voyez* BALANCE, CHASSE-FLÉAU, *&c.* (*O*)

LANGUETTE, (*Hyd.*) *Voyez* CLOISON.

LANGUEDOC, (*canal de*) (*Méchan. Hydraul. Architect.*) On le nomme autrement *canal de la jonction des deux mers*, *canal royal*, *canal de Riquet*; & la raison de tous ces noms sera facile à voir par la suite. C'est un superbe canal qui traverse la province de *Languedoc*, joint ensemble la Méditerranée & l'Océan, & tombe dans le port de Cette, construit vers 1668.

L'argent ne peut pénétrer dans les provinces & dans les campagnes, qu'à la faveur des commodités établies pour le transport & la consommation des denrées; ainsi, tous les travaux de ce genre qui y concourront, seront l'objet des grands hommes d'état, dont le goût se porte à l'utile.

Ce fut en 1664 que M. Colbert, qui vouloit préparer de loin des sources à l'abondance, fit arrêter le projet hardi de joindre les deux mers par le *canal de Languedoc*. Cette entreprise, déjà conçue du tems de Charlemagne, si l'on en croit quelques auteurs, le fut certainement sous François I. Dès-lors on proposa de faire un canal de 14 lieues, de Toulouse à Narbonne, d'où l'on eût navigué par la rivière d'Aude, dans la Méditerranée. Henri IV & son ministre y songèrent encore plus sérieusement, & trouvèrent la chose possible, après un mûr examen; mais la gloire en étoit réservée au règne de Louis XIV. D'ailleurs l'exécution de l'entreprise a été bien plus considérable que le projet de M. de Sully, puisqu'on a donné à ce canal 122000 toises de long, afin de favoriser la circulation d'une plus grande quantité de denrées. L'ouvrage dura 15 ans, il fut commencé en 1667, & achevé en 1681, environ deux ans avant la mort de M. de Colbert; c'est le monument le plus glorieux de son ministère, par son utilité, par sa grandeur, & par ses difficultés.

Riquet osa se charger des travaux & de l'exécution; on dit qu'il avoit des mémoires du sieur Andréossi, son ami, profond méchanicien, qui avoit reconnu, en prenant les niveaux, que Naurouse, lieu situé près de Castelnaudari, étoit l'endroit le plus élevé qui fût entre les deux mers. Riquet en fit le point de partage, & y pratiqua un bassin de deux cens toises de long, sur cent cinquante de large. C'est un des plus beaux bassins que l'on puisse voir; il contenoit autrefois sept piés d'eaux, que l'on distribue par deux écluses, l'une du côté de l'Océan, & l'autre du côté de la Méditerranée. Pour alimenter la partie supérieure du canal, on a construit un réservoir nommé *le bassin de S. Ferrol*, qui a huit cens toises de longueur, sur quatre cens de largeur, & cent de profondeur, près d'une forte digue qui lui sert de soutien.

L'inégalité du terrein, les montagnes & les rivières qui se rencontrent sur la route sembloient des obstacles invincibles au succès de cette entreprise. Riquet les a surmontés; il a remédié à l'inégalité du terrein, par cent une écluses qui soutiennent l'eau dans les descentes. Il y en a vingt-six du côté de l'Océan, & soixante-quinze du côté de la Méditerranée. Les montagnes ont été entr'ouvertes, ou percées par ses soins; il a pourvu à l'incommodité des rivières & des torrens, par des ponts & des aqueducs sur lesquels passe le canal, en même tems que des rivières & des torrens passe par-dessous. On compte 55 de ces aqueducs & 92 ponts. En un mot, les bateaux arrivent de l'embouchure de la Garonne, qui est dans l'océan, au port de Cette, qui est dans la méditerranée, sans être obligés de passer le détroit de Gibraltar. Riquet termina sa carrière & son ouvrage presqu'en même tems, laissant à ses deux fils le plaisir d'en faire l'essai en 1681.

Ce canal a coûté environ 17 millions & demi de ce tems-là, qu'on peut évaluer à 33 millions de nos jours, qui ont été payés en partie par le roi, & en partie par la province de Languedoc.

Il n'a manqué à la gloire de l'entrepreneur, que de n'avoir pas voulu joindre son canal à celui de Narbonne, fait par les Romains, & qui n'en est qu'à une lieue; il eût alors rendu service à tout un pays, en sauvant même une partie de la dépense qu'il consomma à percer la montagne de Malpas. Mais Riquet eut la foiblesse de préférer l'utilité de Beziers, où le hasard l'avoit fait naître, au bien d'une province entière.

Il faut voir l'histoire & la description de cet immense ouvrage, publié par M. de la Lande, en un volume *in-f.°* avec beaucoup de planches. (*D. J.*)

LANSQUENET, (*Jeu de hasard*) voici en général comme il se joue. On y donne à chacun une carte, sur laquelle on met ce qu'on veut; celui qui a la main se donne la sienne. Il tire ensuite les cartes; s'il amène la sienne, il perd; s'il amène celle des autres, il gagne. Mais pour concevoir les avantages & désavantages de ce jeu, il faut expliquer quelques règles particulières que voici.

On nomme *coupeurs* ceux qui prennent cartes dans le tour, avant que celui qui a la main se donne la sienne.

On nomme *carabineurs*, ceux qui prennent cartes, après que la carte de celui qui a la main est tirée.

On appelle la *réjouissance*, la carte qui vient immédiatement après la carte de celui qui a la main. Tout le monde y peut mettre avant que la carte de celui qui a la main soit tirée; mais il ne tient que ce qu'il veut, pourvu qu'il s'en explique avant que de tirer sa carte. S'il la tire sans rien dire, il est censé tenir tout.

Le fonds du jeu réglé, celui qui a la main donne des cartes aux coupeurs, à commencer par sa droite, & ces cartes se nomme *cartes droites*, pour les distinguer des cartes de reprise & de réjouissance. Il se donne une carte, puis il tire la réjouissance. Cela fait, il continue de tirer toutes les cartes de suite; il gagne ce qui est sur la carte d'un coupeur, lorsqu'il amène la carte

de ce coupeur, & il perd tout ce qui eſt au jeu lorſqu'il amène la ſienne.

S'il amène toutes les cartes droites des coupeurs avant que d'amener la ſienne, il recommence & continue d'avoir la main, ſoit qu'il ait gagné ou perdu la réjouiſſance.

Lorſque celui qui a la main donne une carte double à un coupeur, c'eſt-à-dire, une carte de même eſpèce qu'une autre carte qu'il a déjà donnée à un autre coupeur qui eſt plus à la droite, il gagne le fond du jeu ſur la carte perdante, & il eſt obligé de tenir le double ſur la carte double.

Lorſqu'il donne une carte triple à un coupeur, il gagne ce qui eſt ſur la carte perdante, & il eſt tenu de mettre quatre fois le fond de jeu ſur la carte triple.

Lorſqu'il donne une carte quadruple à un coupeur, il reprend ce qu'il a mis ſur les cartes ſimples ou doubles, s'il y en a; il perd ce qui eſt ſur la carte triple de même eſpèce que la quadruple qu'il amène, & il quitte la main ſur-le-champ, ſans donner d'autres cartes.

S'il ſe donne à lui-même une carte quadruple, il prend tout ce qu'il y a ſur les cartes des coupeurs, & ſans donner d'autres cartes, il recommence la main.

Lorſque la carte de réjouiſſance eſt quadruple, elle ne va point.

C'eſt encore une loi du jeu, qu'un coupeur dont la carte eſt priſe, paie le fond du jeu à chaque coupeur qui a une carte devant lui, ce qui s'appelle *arroſer;* mais avec cette diſtinction, quand c'eſt une carte droite, celui qui perd paie aux autres cartes droites le fond du jeu, ſans avoir égard à ce que la ſienne, ou la carte droite des autres coupeurs ſoit ſimple, double ou triple; au lieu que, ſi c'eſt une carte de repriſe, on ne paie & on ne reçoit que ſelon les règles du parti.

Or, à ce jeu, les parties ſont de mettre trois contre deux, lorſqu'on a carte double contre carte ſimple; deux contre un, lorſqu'on a carte triple contre carte double; & trois contre un, lorſqu'on a carte triple contre carte ſimple.

Ces règles bien conçues, on voit que l'avantage de celui qui a la main, en renferme un autre, qui eſt de conſerver les cartes autant de fois qu'il aura amené toutes les cartes droites des coupeurs avant que d'amener la ſienne : or, comme cela peut arriver pluſieurs fois de ſuite, quelque nombre de coupeurs qu'il y ait, il faut, en appréciant l'avantage de celui qui tient les cartes, avoir égard à l'eſpérance qu'il a de faire la main un nombre de fois quelconque indéterminément. D'où il ſuit qu'on ne peut exprimer l'avantage de celui qui a la main, que par une ſuite infinie de termes qui iront toujours en diminuant.

Qu'il a d'autant moins d'eſpérance de faire la main, qu'il y a plus de coupeurs & plus de cartes ſimples parmi les cartes droites.

Quoiqu'obligé de mettre le double du fond du jeu ſur les cartes doubles, & le quadruple ſur les triples, l'avantage qu'il auroit en amenant des cartes doubles ou triples, avant la ſienne, diminue d'autant; mais qu'il eſt augmenté par l'autre condition du jeu, qui lui permet de reprendre en entier ce qu'il a mis ſur les cartes doubles & triples lorſqu'il donne à un des coupeurs une carte quadruple.

S'il y a trois coupeurs *A*, *B*, *C*, & que le fond du jeu ſoit *F*, & que le jeu ſoit aux piſtoles, ou *F*, = à une piſtole, on trouve que l'avantage de celui qui a la main, eſt de 2 liv. 15 ſ. & environ 10 den. $\frac{490}{503}$ de deniers.

S'il y a quatre coupeurs, cinq coupeurs, cet avantage varie.

Pour quatre coupeurs, ſon avantage eſt de 4 liv. 19 ſols 1 den. $\frac{2569}{3079}$ de deniers.

Pour cinq coupeurs, il eſt de 7 liv. 14 ſols 7 den. $\frac{4955}{3303301}$ de deniers.

Pour ſix coupeurs, il eſt de 10 liv. 12 ſols 10 den. $\frac{328372137812918}{375333882047233}$ de deniers.

Pour ſept coupeurs, il eſt de 14 liv. 16 ſols 5 den. $\frac{127621039702 3}{7756210003115777}$ de deniers.

D'où l'on voit que l'avantage de celui qui a la main ne croît pas dans la même raiſon que le nombre de joueurs.

S'il y a quatre coupeurs, le déſavantage de *A* ou du premier, eſt 2 liv. 16 ſols 11 den. $\frac{2343}{3079}$ de deniers.

Le déſavantage de *B* ou du ſecond, eſt de 1 liv. 14 ſols 1 den. $\frac{1689}{3079}$ de deniers.

Le déſavantage de *C* ou de troiſième, eſt 8 ſols 0 den. $\frac{1616}{3079}$ de deniers.

La probabilité que celui qui a la main la conſervera, diminue à meſure qu'il y a un plus grand nombre de coupeurs; & l'ordre de cette diminution, depuis trois coupeurs juſqu'à ſept incluſivement, eſt à-peu-près comme $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$.

Il ſe trouve ſouvent des coupeurs qui, ſe voyant la main malheureuſe, ou pour ne pas perdre plus d'argent qu'ils n'en veulent haſarder, paſſent leur main, ſans quitter le jeu. On voit que c'eſt un avantage qu'ils ſont à chaque coupeur.

Il en eſt de même quand un coupeur quitte le jeu.

Voici une table pour divers cas, où Pierre qui a la main, auroit carte triple. Elle marque combien il y a à parier qu'il la conſervera.

S'il n'y a au jeu qu'une carte ſimple, celui qui a la main peut parier 3 contre 1.

S'il y a deux cartes ſimples, 9 contre 5.

S'il y a trois cartes ſimples, 81 contre 59.

S'il y a quatre cartes ſimples, 243 contre 212.

S'il y a cinq cartes ſimples, 279 contre 227.

S'il n'y a qu'une carte double, 2 contre 1.

S'il a une carte ſimple & une carte double, 7 contre 5.

S'il y a deux cartes doubles, 8 contre 7.

S'il y a deux cartes ſimples & une double, 67 contre 59.

S'il y a ſix cartes ſimples, 6561 contre 7271.

S'il y a une carte ſimple & deux doubles, 59 contre 61.

C'eſt un préjugé que la carte de réjouiſſance ſoit favorable à ceux qui y mettent. Si cette carte a de l'avantage dans certaines diſpoſitions des cartes des coupeurs, elle a du déſavantage dans d'autres, & elle ſe compenſe toujours exactement.

La dupe eſt une eſpèce de *lanſquenet*, où celui qui tient la dupe ſe donne la première carte; celui qui a coupé eſt obligé de prendre la ſeconde; les autres joueurs peuvent prendre ou refuſer la carte qui leur eſt préſentée, & celui qui prend une carte double en fait le parti; celui qui tient la dupe ne quitte point les cartes, & conſerve toujours la main. On appelle *dupe* celui qui a la main, parce que la main ne change point, & qu'on imagine qu'il y a du déſvantage à l'avoir. Mais, quand on analyſe ce jeu, on trouve égalité parfaite, & pour les joueurs entr'eux, & pour celui qui tient la main, eu égard aux joueurs.

LANTERNE MAGIQUE, (*Dioptr.*), machine inventée par le P. Kircker, jeſuite, laquelle a la propriété de faire paroître en grand, ſur une muraille blanche, des figures peintes en petit ſur des morceaux de verres minces, & avec des couleurs bien tranſparentes.

Pour cet effet, on éclaire fortement par-derriere le verre peint, ſur lequel eſt placée la repréſentation de l'objet; & on place par-devant, à quelque diſtance de ce verre deux autres verres lenticulaires, qui ont la propriété d'écarter les rayons qui partent de l'objet, de les rendre divergens, & par conſéquent de donner ſur la muraille oppoſée une repréſentation des images beaucoup plus grande que l'objet. On place ordinairement ces deux verres dans un tuyau, où ils ſont mobiles, afin qu'on puiſſe les approcher ou les éloigner l'un de l'autre, ſuffiſamment pour rendre l'image diſtincte ſur la muraille.

Ce tuyau eſt attaché au-devant d'une boëte quarrée, dans laquelle eſt le porte-objet: & pour que la *lanterne* faſſe encore plus d'effet, on place dans cette même boëte un miroir ſphérique, dont la lumière occupe à-peu-près le foyer; & au-devant du porte-objet, entre la lumière & lui, on place un troiſième verre lenticulaire. Ordinairement on fait gliſſer le porte-objet par une couliſſe pratiquée en *M*, tout auprès du troiſième verre lenticulaire. *Voyez la figure* 10 *d'Optique*, où vous verrez la forme de la *lanterne magique*. *N O* eſt le porte-objet, ſur lequel ſont peintes différentes figures qu'on fait paſſer ſucceſſivement entre le tuyau & la boëte, comme la figure le repréſente. On peut voir, ſur la *lanterne magique*, *l'Eſſai Phyſique* de M. Muſchenbroëck, §. 1320 & ſuivans; & les *Leçons de Phyſique* de M. l'abbé Nollet, *tome V*, vers la fin. La théorie de la *lanterne magique* eſt fondée ſur une propoſition bien ſimple; ſi on place un objet un peu au-delà du foyer d'une lentille, l'image de cet objet ſe trouvera de l'autre côté de la lentille, & la grandeur de l'image ſera à celle de l'objet, à-peu-près comme la diſtance de l'image à la lentille eſt à celle de l'objet à la lentille. *V.* LENTILLE. Ainſi, on pourroit faire des *lanternes magiques* avec un ſeul verre lenticulaire; la multiplication de ces verres ſert à augmenter l'effet. (*O*)

LANTERNE, (*Méchaniq.*), eſt une roue dans laquelle une autre roue engrène. Elle differe du pignon, en ce que les dents du pignon ſont saillantes, & placées au-deſſus & tout autour de la circonférence du pignon; au lieu que les dents de la *lanterne* (ſi on peut les appeller ainſi) ſont creuſées au-dedans du corps même, & ne ſont proprement que des trous où les dents d'une autre roue doivent entrer. *Voyez* DENT, ROUE, ENGRENAGE & PIGNON. *Voy.* auſſi *l'article* CALCUL *des nombres.* (*O*)

LAOCOON, (*Aſtron.*) nom que quelques auteurs ont donné à la conſtellation d'*ophiucus* ou *ſerpentaire.* (*D. L.*)

LARGEUR, ſ. f. (*Géom.*) c'eſt une des trois dimenſions des corps; *voyez* DIMENSION. Dans une table, par exemple, la *largeur* eſt la dimenſion qui concourt avec la longueur pour former l'aire ou la ſurface du deſſus de la table. Les Géomètres appellent aſſez communément *hauteur* ce que l'on nomme vulgairement *largeur*: ainſi, dans l'évaluation de l'aire d'un parallélogramme ou du triangle, quand ils diſent *multiplier la baſe par la hauteur*, il faut entendre qu'il s'agit de multiplier la longueur par la *largeur*.

Ordinairement la *largeur* d'une ſurface ſe diſtingue de la longueur, en ce que la *largeur* eſt la plus petite des deux dimenſions de la ſurface, & que la longueur eſt la plus grande. Ainſi, on dit d'une ſurface qu'elle a, par exemple, vingt toiſes de long & quatre de large. (*E*)

LATERAL, adj. (*Géom.*) mot qui ne s'emploie guère qu'avec d'autres mots avec leſquels il forme des compoſés, comme *équilatéral*, &c. Ce mot vient de *latus*, côté, & il a rapport aux lignes qui forment la circonférence des figures. *Voyez* EQUILATÉRAL.

Une équation *latérale* dans les anciens auteurs d'algèbre, eſt une équation ſimple ou qui n'eſt que d'une dimenſion, & n'a qu'une racine. *Voyez* EQUATION.

On ne dit plus équation *latérale*, on dit équation *ſimple* ou *linéaire*, ou du premier *degré.* (*O*)

LATITUDE, *en Aſtronomie*, eſt la diſtance d'une étoile ou d'une planète à l'écliptique; c'eſt un arcle d'un grand cercle perpendiculaire à l'écliptique, paſſant par le centre de l'étoile. On

conçoit une infinité de grands cercles qui coupent l'écliptique à angles droits, & qui passent par ses poles; ces cercles s'appellent *cercles de latitude*, ou *cercles secondaires de l'écliptique*; & c'est par leur moyen, qu'on rapporte à l'écliptique une étoile ou un point du ciel, c'est-à-dire, qu'on détermine le lieu de cette étoile ou de ce point par rapport à l'écliptique; c'est en quoi la *latitude* diffère de la déclinaison, qui est la distance de l'étoile à l'équateur, laquelle se mesure sur un grand cercle qui passe par les poles du monde & par l'étoile, c'est-à-dire, qui est perpendiculaire non pas à l'écliptique, mais à l'équateur. *V.* DÉCLINAISON.

La *latitude* géocentrique d'une planète, est sa distance à l'écliptique, vue de la terre.

Le soleil n'a donc jamais de *latitude*, mais les planètes en ont; & c'est pour cela que, dans la sphère, on donne quelque largeur au zodiaque; les anciens ne donnoient à cette largeur que six degrés de chaque côté de l'écliptique, ou 12 degrés en tout; mais les modernes l'ont poussée jusqu'à neuf degrés de chaque côté, ce qui fait dix-huit degrés en total, parce que vénus peut avoir jusqu'à neuf degrés de latitude.

La *latitude* héliocentrique d'une planète est l'angle sous lequel, vue du soleil, elle paroîtroit éloignée de l'écliptique; la plus grande *latitude* héliocentrique d'une planète est égale à l'inclinaison de l'orbite de cette planète avec l'écliptique. Cette *latitude* ou inclinaison est à-peu-près constante à quelques petites altérations près, qui viennent de l'action des planètes les unes sur les autres. *Voyez* INCLINAISON.

La *latitude* est septentrionale ou méridionale suivant que l'astre est au nord ou au midi de l'écliptique.

Pour trouver la *latitude* & la longitude d'une étoile. *Voyez* LONGITUDE & PLANETE.

Quand les planètes n'ont point de *latitude*, on dit qu'elles sont alors dans leurs nœuds, ce qui veut dire dans l'intersection de leur orbite avec celle du soleil; & c'est dans cette situation qu'elles peuvent souffrir des éclipses, ou bien passer sur son disque. *Voyez* ECLIPSE & PASSAGES.

LATITUDES *des étoiles*. On découvrit du tems d'Hipparque, vers l'an 130 avant J. C., que le mouvement progressif des étoiles en longitude, ou la précession des équinoxes, se faisoit parallèlement à l'écliptique, en sorte que les *latitudes* des étoiles étoient constantes, & on l'a supposé de même jusqu'à nos jours. Mais, depuis que le calcul de l'attraction universelle, comparé avec l'observation, a fait voir que toutes les orbites des planètes étoient déplacées peu à peu, & que leurs nœuds avoient un petit mouvement, on a compris que l'écliptique, dont la trace n'est marquée dans le ciel que par le mouvement annuel de la terre, devoit avoir un semblable mouvement. Dès-lors les *latitudes* des étoiles fixes, ou leurs distances à l'écliptique, ne peuvent être constantes. J'ai fait voir, dans mon *Astronomie*, que les attractions de toutes les planètes font avancer l'écliptique, de façon que chaque étoile change de *latitude* en un siècle, de la quantité de 35″, multipliées par le sinus de sa longitude, plus 3″ multipliées par le cosinus de la même longitude; d'où il suit aussi que l'obliquité de l'écliptique diminue de 33″ par siècle. Voyez mon *Astronomie*, Tome IV, page 683.

Mais, indépendamment de ce mouvement général des étoiles en *latitude*, on en remarque un particulier dans l'étoile du bouvier, appellée *arcturus*, qui ne peut venir que du déplacement réel & physique de cette étoile. Cette étoile se rapproche de l'écliptique de 22 ou 24″ tous les dix ans. Sirius s'en éloigne d'environ 1′ en un siècle. M. Cassini a cru appercevoir quelques changemens pareils dans d'autres étoiles (*Mém. de l'Acad. 1738, pag. 340*). Ces variations propres à chaque étoile, ne pourront se déterminer exactement que par une longue suite d'observations exactes. *Voyez* ETOILE.

La nutation de 9″ en dix-huit ans, n'affecte point les *latitudes* des étoiles, parce qu'elle ne dépend que du mouvement de l'équateur.

La latitude géographique, ou la *hauteur du pole*, se trouve par le moyen de la hauteur méridienne du soleil, ou d'une étoile dont on connoît la déclinaison, ou par le moyen des hauteurs du soleil dans les deux solstices, d'hiver & d'été, comme je l'ai expliqué au *mot* HAUTEUR. Les anciens la déterminoient par la longueur de l'ombre. *V.* GNOMON.

LATITUDE *en mer*; les navigateurs observent la hauteur méridienne du soleil ou d'une étoile, pour trouver la *latitude* ou la hauteur du pole du vaisseau; mais, quand les nuages empêchent d'observer la hauteur du soleil à midi, on peut trouver très-bien la *latitude* sans le secours de la hauteur méridienne du soleil ou de l'étoile, en même tems que l'heure vraie, pourvu qu'on ait observé plusieurs hauteurs hors du méridien, mais à des intervalles de tems connus, comme l'avoient déjà remarqué Nonius, Collins, *&c.* La Caille, dans son Traité de Navigation, édition de 1760, donna une règle dans laquelle il supposoit 3 hauteurs aux environs de midi à des intervalles égaux. Mais M. Bezout l'a supprimée dans l'édition de 1769. Il en a donné une plus générale dans son Cours de Mathématiques, tom. VI. M. d'Alembert en donne une dans ses Opuscules Mathématiques, tom. IV; on en trouve dans l'Astronomie des Marins, pag. 321 & 357; dans le British Mariner's guide de M. Maskelyne, pag. 70, où il cite M. Pemberton, *Philos. Trans.* 1760; & le livre, intitulé : *A New set of Logarithmic Solar tables* de Harrison, publié en 1759.

La méthode que M. Douwes donna, en 1754, dans le premier volume des Mémoires de Harlem, n'est qu'une approximation; mais elle est commode, & aussi exacte qu'on peut le desirer; ell

a été adoptée dans le *Nautical Almanac* de 1771 & de 1781 : en voici la démonstration tirée du 4e volume de mon Astronomie.

Soit P le pole (*fig.* 186 *des pl. d'Astron.*), QV l'équateur, HG le demi-diamètre du parallèle HDE, que décrit le soleil ou l'étoile ; soient D & E les lieux du soleil aux momens des deux observations, AI & BL les sinus des hauteurs observées, & HK le sinus de la hauteur méridienne que l'on cherche. Supposons la *latitude* à-peu-près connue ; on aura $AB = \frac{AC}{\text{sin. } B} = \frac{AC}{\text{cos. lat.}}$ & en parties du rayon du parallèle $\frac{AC}{\text{cos. lat. cos. déclin.}} = DN$.

L'arc DE du parallèle mesure l'intervalle des deux hauteurs observées ; ainsi, la corde $DE = 2$ sin. $\frac{1}{2}$ interv. L'angle DEN est égal à l'angle MGH, qui exprime l'angle horaire moyen, ou l'angle horaire pour le milieu de l'intervalle ; $DE = \frac{DN}{\text{sin. } DEN} = \frac{AB}{\text{sin. ang. hor. } m.} = 2 \text{ sin. } \frac{1}{2} \text{ interv.}$ donc $2 \text{ sin. ang. hor. } m = \frac{AB}{\text{sin. } \frac{1}{2} \text{ int.}} = \frac{AC}{\text{cos lat. cos. décl. sin } \frac{1}{2} \text{ int.}}$

Connoissant l'angle horaire moyen MH, on a le plus petit angle horaire DH, dont le sinus verse en parties du rayon du grand cercle, ou multiplié par le cos. de la déclin., donnera AH ; mais $HF = AH$ sin. $A = AH$. cos. lat. ; donc $HF =$ sin. verse DH cos. déclin. cos. lat. Cette quantité, ajoutée avec AI, sinus de la plus grande hauteur observée, donnera le sinus HK de la hauteur méridienne.

Comme la quantité HF, qu'il faut ajouter, ne doit pas être fort grande, l'erreur commise sur la *latitude* estimée devient beaucoup plus petite par ce calcul ; on la rendroit encore moindre, s'il étoit nécessaire, en recommençant le calcul avec la nouvelle *latitude* trouvée.

L'usage de cette méthode a été encore simplifié par les tables de Harrison en 1759, de Douwes en 1760, & d'Edwards en 1769 & en 1779 dans le *Nautical almanac* de 1781, & dans les *Tables Requisites* publiées à Londres la même année. (*D. L.*)

Latitudes croissantes. Voyez le *Dictionnaire de Marine.*

LATUS RECTUM, (*Géom.*), terme latin dont on se sert dans les sections coniques, & qui veut dire la même chose que *parametre. Voyez* PARAMÈTRE.

LATUS TRANSVERSUM, c'est une ligne comprise entre les deux sommets de la section, s'il s'agit de l'ellipse, ou s'il s'agit de l'hyperbole, entre les sommets des sections opposées ; c'est ce qu'on nomme aussi *grand axe* dans l'ellipse, ou *premier axe* dans l'hyperbole ; telle est la ligne *ED*, *pl. conique*, *figure* 1. Apollonius appelle aussi la ligne dont nous parlons, *axe transverse. V.* AXE.

Les anciens géomètres ont appellé *latus primarium*, la ligne EE ou DD tirée au-dedans du cone, parallèlement à la base du cone, & dans le même plan que l'axe transverse DE. Au reste, ces dénominations de *latus rectum* & *transversum* ne sont plus guère en usage, sur-tout depuis qu'on n'écrit plus en latin les livres de géométrie ; dans ceux même qu'on écrit en latin, on préfère à *latus rectum* le mot *parameter*, & à *latus transversum*, le mot *axis primus* ou *major* ; savoir, *major* dans l'ellipse, & *primus* dans l'hyperbole. (*O*)

LEM

LEMME, s. m. *en Mathématique*, est une proposition préliminaire qu'on démontre pour préparer à une démonstration suivante, & qu'on place avant les théorêmes, pour rendre la démonstration moins embarrassée, ou avant les problêmes, afin que la solution en devienne plus courte & plus aisée. Ainsi, lorsqu'il s'agit de prouver qu'une pyramide est le tiers d'un prisme ou d'un parallélépipède de même base & de même hauteur, comme la démonstration ordinaire en est difficile, on peut commencer par ce *lemme*, qui se prouve par la théorie des progressions ; savoir, que la somme de la suite des quarrés naturels 0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, *&c.* est le tiers du produit du cube dernier terme par le nombre des termes, quand le nombre des termes est infini.

Ainsi, un *lemme* est une proposition préparatoire, pour en prouver une autre qui appartient directement à la matière qu'on traite ; car ce qui caractérise le *lemme*, c'est que la proposition qu'on y démontre n'a pas un rapport immédiat & direct au sujet qu'on traite actuellement ; par exemple, si, pour démontrer une proposition de méchanique, on a besoin d'une proposition de géométrie qui ne soit pas assez connue pour qu'on la suppose, alors on met cette proposition de géométrie en *lemme*, au-devant du théorême de méchanique qu'on vouloit prouver. De même, si, dans un traité de Géométrie, on étoit arrivé à la théorie des solides, & que, pour démontrer quelque proposition de cette théorie, on eût besoin d'une proposition particulière sur quelque propriété des lignes ou des surfaces, qui n'eût pas été démontrée auparavant, on mettroit cette proposition en *lemme* avant celle qu'on auroit à démontrer. (*O*)

LEMNISCATE, s. f. (*Géom.*), nom que les géomètres ont donné à une courbe qui a la forme d'un 8 de chiffre. *Voyez fig.* 41 de l'Analyse.

Si on nomme AP, x, & $PM = y$, & qu'on prenne une ligne constante $BC = a$, la courbe qui aura pour équation $ay = x\sqrt{aa - xx}$, sera une *lemniscate*. Cette courbe sera du quatrième degré, comme on le voit aisément en faisant évanouir le radical. Car on aura $a^2yy = aaxx - x^4$; & d'ailleurs il est facile de voir que toute *lem-*

-*niſcate* eſt néceſſairement du quatrième degré au moins, puiſqu'une ligne droite, qui paſſeroit par le point double *A*, couperoit cette courbe en quatre points, le point double étant cenſé équivalent à deux points. *Voy.* COURBE; *voyez* auſſi POINT DOUBLE.

Il eſt facile de voir que la *lemniſcate* eſt quarrable; car ſon élément eſt $y\,dx = x\,dx\sqrt{aa-xx}$, dont l'intégrale eſt $-\frac{(aa-xx)^{\frac{3}{2}}}{3}+\frac{a^3}{3}$. *V.* INTÉGRAL & QUADRATURE. Il peut y avoir pluſieurs autres courbes en 8 de chiffre. *Voyez*, par exemple, ELLIPSE DE M. CASSINI: mais celle dont nous venons de parler eſt la plus ſimple. (*O*)

LEMNISCEROS, ſ. m. (*Géom.*); quelques géometres ont donné ce nom à une courbe ou portion de courbe, dont on voit la figure, *planche d'Analyſe, fig.* 12, *n.°* 2; d'autres l'ont appellé *nœud* ou *las d'amour.* (*O*)

LENTICULAIRE, adj. (*Diopt.*), qui a la figure d'une lentille. On dit *verre lenticulaire*, pour dire un verre en forme de lentille. *V.* LENTILLE. (*O*)

LENTILLE, *terme d'Optique*, c'eſt un verre taillé en forme de *lentille*, épais dans le milieu, tranchant ſur les bords; il eſt convexe des deux côtés, quelquefois d'un ſeul, & plat de l'autre, ce qui s'appelle *plan convexe.* Le mot de *lentille* s'entend ordinairement des verres qui ſervent au microſcope à liqueurs, & des objectifs des microſcopes à trois verres. Le plus grand diametre des *lentilles* eſt de cinq à ſix lignes; les verres qui paſſent ce diametre s'appellent *verres lenticulaires.* Il y a deux ſortes de *lentilles*, les unes ſoufflées, & les autres travaillées: on entend par *lentilles ſoufflées* de petits globules de verre fondus à la flamme d'une lampe ou d'une bougie; mais ces *lentilles* n'ont ni la clarté, ni la diſtinction de celles qui ſont travaillées, à cauſe de leur figure qui n'eſt preſque jamais exacte, & de la fumée de la lampe ou bougie qui s'attache à leur ſurface dans le tems de la fuſion. Les autres ſont travaillées & polies au tour dans de petits baſſins de cuivre. On a trouvé depuis peu le moyen de les travailler d'une telle petiteſſe, qu'il y en a qui n'ont que la troiſieme & même la ſixieme partie d'une ligne de diametre: ce ſont celles qui groſſiſſent le plus, & cette augmentation va juſqu'à pluſieurs millions de fois plus que l'objet n'eſt en lui-même; la pouſſiere qui eſt ſur les aîles des papillons, & qui s'attache aux doigts quand on y touche, y paroît en forme de tulipes d'une groſſeur ſurprenante. Il eſt difficile, pour ne pas dire impoſſible, de les faire plus petites; la difficulté de les monter deviendroit inſurmontable.

Maniere de tourner les lentilles. Après avoir maſtiqué un petit morceau de cuivre au bout de l'arbre d'un tour à lunette, avec un foret d'acier applati & arrondi, on tourne le baſſin du diametre de la *lentille* qu'on veut y travailler (*V.* BASSIN); enſuite, ayant choiſi & taillé un petit morceau de glace blanche & bien nette, on le maſtique du côté d'une de ſes ſurfaces plates au bout d'un petit mandrin, avec de la cire d'eſpagne noire, la rouge ne faiſant pas ſi bien voir les défauts qui ſont au verre que l'on travaille, & l'on uſe cette glace du côté qui n'eſt point maſtiqué, en la tournant ſur une meule avec de l'eau, juſqu'à ce qu'elle ait une figure preſque convexe: on l'acheve au tour, dans le baſſin qui y eſt monté, avec du grais fin & mouillé. Il faut prendre ſouvent de ce grais, juſqu'à ce qu'on s'apperçoive que la *lentille* eſt bien ronde: lorſqu'elle eſt parvenue à ce point, on ceſſe d'en prendre, mais on continue de la tourner dans le baſſin juſqu'à ce que le reſte du ſable, qui y eſt reſté, ſoit devenu ſi fin qu'il l'ait preſque polie. On s'apperçoit de cela lorſqu'après l'avoir eſſuyée, l'image de la fenêtre du lieu où l'on travaille ſe peint ſur ſa ſuperficie; ſi elle ne l'eſt pas, on la trempe dans l'eau ſans prendre du ſable, & on la tourne juſqu'à ce qu'elle ſoit aſſez polie. Il faut alors couvrir le baſſin d'un linge plié en deux ou trois doubles, & avec de la potée d'étain ou du tripoli de Veniſe délayé dans l'eau, on acheve de la polir entierement: on connoît qu'elle eſt polie en regardant avec la loupe ſi les petites cavités que le ſable a faites en l'uſant, ſont effacées; il faut alors la démaſtiquer & la maſtiquer du côté qui eſt travaillé, pour travailler l'autre de même que le premier, juſqu'à ce que les bords de la *lentille* ſoient tranchans & qu'elle ſoit parfaitement polie. Lorſqu'elle eſt entierement achevée, on ſe ſert d'eſprit-de-vin pour la laver & emporter ce qui peut y être reſté de cire.

On pourroit ajouter une troiſieme ſorte de *lentille*, qui conſiſte en une goutte d'eau poſée ſur un petit trou fait à une piece de laiton que l'on applique au microſcope; cette goutte réunie en globe par la preſſion de l'air, fait le même effet qu'une *lentille* ſoufflée: ce ſont les marchands de lunettes qui font & vendent ces *lentilles.* *Voyez* LUNETTIER.

M. Guinée a donné, dans les *Mémoires de l'Académie des Sciences de* 1704, une formule générale pour trouver le foyer d'une *lentille*, en ſuppoſant que la réfraction des rayons de l'air dans le verre, ſoit comme 3 à 2. *Voyez* RÉFRACTION.

Il ſuppoſe l'objet placé à une diſtance quelconque *y* dans l'axe de la *lentille.* Il ſuppoſe enſuite un autre rayon qui, partant du même objet, tombe infiniment près de celui-là; & il trouve facilement le point où ce rayon, rompu par la réfraction de la premiere ſurface de la *lentille*, iroit rencontrer l'axe. Enſuite il regarde ce rayon rompu comme un rayon incident ſur la ſeconde ſurface, & il trouve encore très-aiſément le point où ce rayon, rompu de nouveau par la premiere ſur-

face, iroit rencontrer l'axe; & ce point est le foyer. *V.* FOYER.

Si on nomme a le rayon de la convexité tournée vers l'objet qu'on appelle la première convexité; b, le rayon de la seconde convexité; z, la distance du foyer ouvert; & qu'on néglige l'épaisseur de la *lentille*, on aura, suivant les formules de M. Guinée, $z = \frac{2aby}{ay + by - 2ab}$.

Si l'objet est très-éloigné, de maniere que les rayons puissent être censés paralleles, on aura $y =$ à l'infini; & négligeant alors, dans le dénominateur, le terme $2ab$, qui est nul par rapport aux autres, on aura $z = \frac{2aby}{ay + by} = \frac{2ab}{a + b}$.

Si de plus, dans cette supposition, a étoit $= b$, c'est-à-dire, que les deux verres de la *lentille* fussent de convexités égales, alors on auroit $z = \frac{2aa}{a + a} = a$; c'est-à-dire, que, dans une *lentille* formée de deux faces également convexes, le foyer des rayons paralleles, qu'on appelle proprement le *foyer de la lentille*, est au centre de la premiere convexité. C'est à cet endroit qu'il faut appliquer un corps que l'on veut brûler au soleil, au moyen d'un verre ardent; car un verre ardent n'est autre chose qu'une *lentille*.

Si les rayons tomboient divergens sur le verre, il faudroit faire y négative; & alors on auroit $z = \frac{-2aby}{-ay - by - 2ab} = \frac{2aby}{ay + by + 2ab}$, qui est toujours positive.

Si, dans le cas où les rayons tombent convergens, on a $y < \frac{2ab}{a + b}$, alors $ay + by - 2ab$, est une quantité négative, & z est par conséquent négative; c'est-à-dire, que les rayons, au lieu de se réunir au-dessous de la seconde convexité, se réuniroient au-dessous de la premiere; & qu'au lieu de sortir convergens, ils sortiroienr divergens.

Les rayons sortent donc divergens d'une *lentille* à deux verres, si l'objet est placé au-deçà du foyer de la premiere convexité. De plus, si y est $= \frac{2ab}{a + b}$; c'est-à-dire, si l'objet est placé au foyer même. Alors $z = \infty$, c'est-à-dire, que les rayons sortent paralleles. De-là on voit que, si un objet est placé en-deçà du foyer d'une *lentille* ou d'un verre convexe, & assez proche de ce foyer, il rendra les rayons beaucoup moins divergens qu'ils ne le sont en partant de l'objet même : on trouvera en effet que z est alors beaucoup plus grand que y, si $ay + by - 2ab$ est négative & fort petite. C'est pour cela que les verres de cette espece sont utiles aux presbytes. *Voyez* PRESBYTE.

Lorsque les deux faces de la *lentille* sont fort convexes; c'est-à-dire, que leur rayon est très-petit, la *lentille* reçoit alors le nom de *loupe*, & forme une espece de microscope. *Voyez* MICROSCOPE.

Les *lentilles* à deux surfaces convexes ont cette propriété, que, si on place un objet assez près de la *lentille*, les rayons qui partent des deux extrêmités de l'objet, & qui arrivent à l'œil, y arriveront sous un angle beaucoup plus grand que s'ils ne passoient point par la *lentille*. Voilà pourquoi ces sortes de *lentilles* ont en général le pouvoir d'augmenter les objets & de les faire paroître plus grands. *Voyez* OPTIQUE, VISION, &c.

Dans les *Mémoires* de 1704, que nous avons cités, M. Guinée donne la formule des foyers des *lentilles*, en supposant, en général, le rapport de la réfraction comme m à n, & en ayant égard, si l'on veut, à l'épaisseur de la *lentille*. On peut voir aussi la formule des *lentilles*, dans la *recherche de la vérité* du P. Malebranche, *tom. IV* à la fin. *Voyez* les conséquences de cette formule, aux *mots* MENISQUE, VERRE, &c. (*O*)

Nous ajouterons à cet article la construction & description d'une machine propre à tailler & polir les *lentilles* paraboliques, hyperboliques & elliptiques. On en voit les figures dans les *planches d'Optique, pl. I, fig.* 4, 5 & 6. Cette machine est composée de quatre pieces de bois *aa*, *bb*, *cc*, *dd* (*fig.* 4), qui forment ensemble un quarré; mais dont les extrêmités débordent autant qu'il faut pour remplir exactement le vuide de la boëte (*fig.* 5). Ces extrêmités portent 12 vis avec leurs écrous, dont quatre, *e*, *f*, *g*, *h*, sont perpendiculaires, & huit, *i*, *k*, *l*, *m*, *n*, *o*, *p*, *q*, horizontales. Elles servent à hausser, à baisser & à affermir le chassis dans la boîte. On tournera un cone de bois dur & bien sain, qu'on sciera de maniere que la section soit elliptique, parabolique ou hyperbolique, selon la figure qu'on veut donner au verre. La *figure* 6 représente le cone *abc*, dont *def* est une section. On appliquera sur la section une lame d'acier *ghi* également polie de chaque côté, & d'une épaisseur suffisante pour suppléer à ce que la scie a emporté, pour que le cone soit parfait. La plaque doit déborder la surface du cone, sur lequel on l'arrêtera par le moyen de deux vis ou pointes *k*, *l*. On limera ensuite la partie de la lame qui déborde, jusqu'à ce qu'elle soit de niveau avec la surface du cone, & qu'on lui ait donné la figure que l'on veut, soit parabolique, elliptique ou hyperbolique, & qu'elle puisse servir de modele pour polir les verres. Vous vous servirez de ce cone pour faire un second modele exactement égal au premier. Il est bon d'en faire une couple dont les sections & les grandeurs soient différentes; mais vous observerez de tirer dessus une ligne *hm*, qui tombe de leur sommet sur le milieu de leur base. Vous tirerez sur les deux traverses opposées *aa*, *bb*, *fig.* 4, les lignes *r* & *s* pour en marquer le milieu, & vous poserez vos modeles dessus, de maniere que leurs axes soient perpendiculaires,

qu'ils touchent les lignes transversales *r* & *s*, & qu'ils soient parallèles. Vous les affermirez par le moyen de deux supports *t* & *u*, qui doivent être assujettis avec de petites vis. Cela fait, vous vous servirez d'un bassin sphérique pour donner à votre verre la figure la plus approchante de la section que vous voulez qu'il ait, lequel vous servira comme d'esquisse. Vous arrêterez ensuite avec du ciment le verre *x* sur sa poupée *yz*, de même que sur l'arbre *u*, de façon qu'il ne vacille point en tournant la roue *b*. Le verre ainsi placé, vous poserez la machine, *fig.* 4, dans la boîte, observant que les points verticaux répondent exactement en droite ligne au centre de la surface de la courtille, ce que vous connoîtrez par le moyen d'une soie ou d'un crin très-délié.

La machine étant posée de niveau, il ne reste plus qu'à donner au verre la section conique la plus parfaite qu'il est possible. Pour cet effet, vous prendrez une plaque de fer bien unie, qui excède la distance qu'il y a entre les modèles. Cette plaque étant posée horizontalement, ne touchera les modèles & le verre que dans un seul point. Ayant répandu dessus du sable mouillé, vous la conduirez de la main gauche le long des bords des modèles, pendant que vous tournerez la roue avec la droite, continuant ainsi jusqu'à ce que vous ayez donné au verre la figure qu'il doit avoir. Vous commencerez par l'unir avec du sablon fin ou de l'émeri, & vous acheverez de le polir avec un morceau de bois de tilleul, sur lequel vous aurez mis de la potée d'étain ou du tripoli. Cette même machine peut servir également à tailler des verres concaves, ou de telle autre figure que l'on voudra, en donnant aux modèles & à la plaque une figure convenable. (*Cet article est extrait des Journaux Anglois.*)

LEO, (*Astr.*) nom latin de la constellation du Lion.

LETTRES *dominicales*, Lettres *nundinales*. *V.* Calendrier & Cycle *solaire*.

LEVANT, (*Astr.*), est la même chose qu'*orient*, *est*.

Il est aussi adjectif : le *soleil levant*.

LEVÉE, (*Méchan.*), se dit aussi dans quelques machines, de ce qu'on appelle *camme* dans d'autres. Ce sont des éminences pratiquées sur un arbre qui tourne ; il y en a d'autres pratiquées à des pièces debout. Celle de l'arbre venant à rencontrer celle-ci, font relever la pièce, s'échappent, & la laissent retomber : c'est le méchanisme des bocards.

Levée *des plans* (*Géom. prat.*) L'art de lever les plans est l'art de représenter en petit sur le papier, toutes les parties d'un terrein, dans les rapports de leur étendue & de leur opposition, en exprimant avec clarté la nature des différens objets qui peuvent varier leur surface.

La géométrie-pratique, au moyen des instrumens qu'elle emploie, mesure l'ouverture des angles & la longueur des côtés d'un local quelconque ; la règle, l'équerre & le compas servent à construire, en la réduisant, une figure qui lui soit semblable ; & le dessin, avec des traits plus ou moins vifs, des couleurs, des ombres & d'autres signes conventionnels, donne à chaque détail qui s'y rencontre un caractère distinctif.

Les plans, dans l'architecture civile, font connoître tout ce qui appartient à la distribution & à la décoration d'un édifice projetté ou réellement existant ; l'architecture militaire les applique à faire juger de la disposition générale, de la force absolue & de la valeur relative des ouvrages d'une place de guerre ; on en fait usage relativement aux vues du commerce, pour décider de l'emplacement d'une route & des avantages du cours d'une rivière ; ils offrent aux propriétaires des terres la facilité d'évaluer l'étendue de leurs possessions, d'en établir le partage avec justesse, & d'en fixer les limites ; enfin la guerre ne fonde la sûreté de ses opérations que sur la description la plus exacte de tout ce qui concerne les points intéressans de son théâtre.

La construction des cartes topographiques étant celle qui exige le plus de théorie, quand on embrasse une étendue de pays un peu considérable, c'est à développer ses élémens que nous emploierons cet article. On conclura aisément de l'exposition des différens procédés de la planchette, de la boussole & du graphomètre, appliqués à ce genre de plans, la manière la plus intelligente de se servir de ces instrumens, dans toutes les circonstances où il sera question de mesurer des terreins & de les décrire.

De l'usage de la Planchette.

Définition. La planchette est une petite table quarrée plus ou moins grande, mobile en tout sens, sur un genou que soutient un pied à trois branches (*pl. géom. fig.* 118 & 120). On fixe dessus un papier blanc, où l'on trace géométriquement les différentes portions de terrein dont on lève le plan. Elle doit être assez légère pour être transportée aisément d'un lieu à un autre.

On ne peut faire usage de la planchette, sans le secours d'une alidade ou règle de cuivre terminée par deux pinules qui lui sont perpendiculaires, & dont le milieu des ouvertures répond à l'un des bords de la règle. On se sert des deux pinules pour déterminer un rayon visuel dirigé du point où l'on est, sur un objet quelconque, & de la règle pour tirer, sur le papier, une ligne droite correspondante à ce rayon. On adapte quelquefois à la règle une lunette d'approche dont l'axe répond à un des côtés de cette règle, & dont les verres sont divisés par deux soies perpendiculaires l'une à l'autre, pour déterminer les extrémités de l'axe.

On joint accessoirement à ces deux instrumens une chaîne, des piquets & un déclinatoire. La chaîne est pour l'ordinaire de dix toises, divisées en soixante piés liés les uns aux autres par de petits anneaux, & séparés de six en six, par de plus gros anneaux, pour marquer les toises. Les piquets sont des fiches de fer que plante perpendiculairement, à la tête de la chaîne tendue, l'un des deux hommes qui la portent, afin que celui qui le suit les relève successivement, & que l'on puisse savoir combien la ligne droite, qu'ils parcourent, contient de fois la longueur de la chaîne. Le déclinatoire est une petite boîte en quarré long, contenant une aiguille aimantée. *V.* DÉCLINATOIRE.

L'échelle dont on se sert doit être gravée sur une règle de cuivre, pour que ses divisions ne puissent s'altérer. Nous supposons ici qu'elle est de six lignes pour cent toises. *V.* ECHELLES.

Des différentes méthodes de lever à la planchette. Il n'est aucune de ces méthodes qui ne soit applicable à quelque circonstance ou à quelque local, & c'est de la réunion de leurs différens procédés que se compose l'art de *lever* à la planchette. Nous traiterons d'abord de la planchette simple, & ensuite de la planchette orientée au moyen du déclinatoire.

De la planchette simple. Première Méthode. On propose de lever le plan du terrein *ABCDEF* (*fig.* 117, *pl. Geom.*), en supposant que tous les points *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F* soient accessibles, que l'on puisse y placer la planchette (*fig.* 118), & qu'aucun obstacle n'empêche de faire avancer la chaîne d'un point à un autre.

Solution. Soit choisi un des points *A* du terrein pour première station, l'on y établit la planchette, de manière qu'elle soit bien horizontale & disposée à-peu-près dans le sens du terrein que l'on veut y décrire; alors on marque dessus un point *a*, au moyen d'une aiguille très-fine (à tête de cire d'espagne), placée perpendiculairement au papier; & ce point *a* représente celui *A* du terrein. On applique contre l'aiguille le côté de l'alidade qui répond aux pinules; &, faisant glisser cette règle sur la planchette & autour de l'aiguille, jusqu'à ce que l'œil, placé à une des pinules, apperçoive au travers de l'autre un jalon que l'on a fait mettre au point *B*, on détermine le rayon visuel *AB* & son correspondant *ab*, sur la planchette, au moyen d'une ligne droite tirée au crayon depuis l'aiguille, indéfiniment le long de l'alidade. Soit tracée de la même manière la ligne droite indéfinie *af* représentant le rayon visuel *AF*.

Ces opérations faites, on ôte la planchette du point *A*, & l'on y place un jalon. Les deux porte-chaînes s'alignent sur la direction *AB*; & au moyen des piquets que tient celui qui est en avant, & avec un desquels il marque chaque point où il s'arrête, on mesure, en partant du point *A*, l'intervalle *AB*. Le nombre de toises contenues dans *AB* étant connu, on prend sur son échelle un nombre égal de mesures correspondantes, & on les porte avec un compas de *a* en *b* sur la planchette.

Soit établie alors la planchette en *B*, à la place du jalon, on fait convenir le point *b*, avec le point *B* du terrein, & l'on y place une aiguille comme au point *a*; ces deux aiguilles servent à appliquer l'alidade sur la ligne *ab*; & faisant mouvoir la planchette sur son genou, jusqu'à ce qu'on rencontre, à travers les pinules, le jalon *A*, la ligne *ab* de la planchette se trouve dans la même direction que le rayon visuel *AB*. La planchette étant fixée dans cette position, & toujours bien horizontale, on ôte l'aiguille *a*, & l'alidade tournant autour de l'aiguille *b*, on déterminera le rayon indéfini *bc*, correspondant au rayon *BC* du terrein, de même que l'on s'y est pris au point *A* pour le rayon *AB*. On fait mesurer aussi *BC* avec la chaîne & l'étendue correspondante *bc* se marque sur la planchette au moyen de l'échelle.

On transporte ainsi successivement la planchette de *B* en *C*, de *C* en *D*, de *D* en *E*, de *E* en *F*, en faisant planter des jalons aux points en avant, en en laissant aux points en arrière, & en faisant convenir chaque point *c*, *d*, *e*, &c. de la planchette avec le point du terrein qu'il représente. Chaque rayon déterminé *bc*, *cd*, *de*, &c. sert à déterminer le suivant, en s'appliquant exactement, au moyen de l'alidade, sur celui du terrein qui lui répond, & l'on trace ainsi sur sa planchette une figure *abcdef*, qui est semblable à celle du terrein.

Démonstration. Puisque l'on a fait *ab*, *bc*, *cd*, *ef*, sur la planchette, proportionnels aux côtés *AB*, *BC*, *CD*, *DE*, *EF*, du terrein, & les angles *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f* égaux aux angles *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, il s'ensuit que les deux figures *abcdef*, *ABCDEF* ont les angles égaux & les côtés proportionnels autour de ces angles, par conséquent qu'elles sont semblables.

Remarque. On suppose que la *figure abcdef* est exactement construite, que le point *f* tombe sur l'alignement *af*, & que *af* contient autant de parties de l'échelle que *AF* contient de toises sur le terrein. S'il en étoit autrement, ce seroit une preuve que les opérations ont été mal faites.

Corollaire. Le terrein *ABCDEF* & son plan *abcdef* étant semblables, les triangles *ABD*, *BDC*, *DEF*, *FAD* sont aussi semblables à leurs correspondans *abd*, *bde*, *def*, *fad*; donc, lorsqu'un point, tel que *d*, répond au point *D* du terrein, & que les côtés *cd*, *de*, conviennent parfaitement avec leurs homologues *CD*, *DE*, il est évident que les rayons *db*, *da*, *df*, doivent tomber sur les rayons *DB*, *DA*, *DF*, & ne former ensemble qu'un même alignement.

Cette conséquence fournit le moyen de vérifie

ſes opérations à chaque ſtation; car, ſi au point *C*, plaçant l'alidade ſur *ca*, on n'eût point rencontré le point *A*, c'eût été une preuve que l'on s'étoit trompé ſur la meſure de *AB* ou de *BC*, ou ſur l'ouverture de l'angle *ABC*. Par la même raiſon, la planchette étant dans ſa juſte poſition au point *D*, on a dû rencontrer les points *B* & *A* ſur les prolongemens de *db* & de *da*, &c.

Nous allons déduire de ce moyen de vérification, une ſeconde méthode de lever le plan de *ABCDEF*.

Seconde méthode. Lever le plan du terrein *ABCDEF*, dont tous les points ſont acceſſibles, en ne faiſant meſurer qu'une ſeule diſtance *DE*.

Solution. Le côté *DE* étant pris pour baſe de l'opération, on fait meſurer ſon étendue, on place des jalons aux points *A*, *B*, *C*, *D*, *F*, & l'on établit la planchette au point *E*, en la diſpoſant comme dans l'opération précédente.

Après avoir déterminé le point *e* à fantaiſie pour repréſenter ſur la planchette le premier point de ſtation, ſoit tirée la droite *de* ſur l'alignement de la baſe *DE*, & ſoit fait *de*, d'autant de parties de l'échelle que *DE* contient de toiſes ſur le terrein. Cela poſé, on tire le rayon *ef* pour répondre à *EF*; & faiſant porter la planchette en *F*, après avoir laiſſé un jalon en *E*, dans cette ſeconde ſtation, on fait convenir le rayon *ef* avec l'alignement *EF*; on place une aiguille au point *d*, & on y applique l'alidade, que l'on fait mouvoir juſqu'à ce que l'on rencontre le jalon du point *D*. L'alidade étant dans cette poſition, on coupe le rayon *ef*, d'un trait de crayon, au point *f*, où cette règle le rencontre; & de ce point *f*, tirant un rayon *fa* ſur le point *A*, on ſe porte à ce point pour y placer la planchette, après avoir laiſſé un jalon en *F*. On ſe ſert du rayon indéfini *af* & de l'alignement *AF*, en les faiſant convenir l'un ſur l'autre à l'ordinaire, pour diſpoſer la planchette, & l'alidade tournant ſur l'aiguille du point *d*, rencontre le point *D*, & coupe le rayon indéfini *fa* en *a*; de ce point *a*, ſoit tiré le rayon *ab*; & allant au point *B*, en laiſſant un jalon au point *A*, ſoit placée de nouveau la planchette au moyen des rayons correſpondans; les points *d* & *D* ſervent encore à couper *ab* en *b*; du point *b*, on tire le rayon *bc*, que l'on va couper en *c*, toujours au moyen des points *d* & *D*, & le plan du terrein *ABCDEF* ſe trouve décrit.

Démonſtration. Du point *d*, ſoient tirées les droites *db*, *da*, *df*, ſur la planchette, & ſoient imaginées leurs correſpondantes *DB*, *DA*, *DF* ſur le terrein, les deux figures *abcdef*, *ABCDEF* ſont diviſées en triangles ſemblables chacun à chacun, puiſqu'ils ont les angles égaux par conſtruction; donc ces deux figures ſont ſemblables.

Corollaire. Puiſque *abcdef* & *ABCDEF* ſe diviſent en triangles ſemblables, par des diagonales homologues, il eſt certain que la planchette étant dans ſa juſte poſition, par exemple, au point *C*, ſi l'on eût appliqué ſucceſſivement l'alidade ſur *ca*, *cf* & *ce*, l'œil auroit rencontré les jalons *A*, *F* & *E*, & que l'on auroit pu vérifier ainſi le point de ſection *C*. Donc, à chaque point de ſtation, on peut ſe ſervir de tous les points, déjà déterminés; pour couper le rayon que l'on a déjà ſur le point où l'on eſt, & conſtater l'exactitude de la ſection de l'un, par le moyen de tous les autres.

Troiſième Méthode. Lever le plan du terrein *ABCDEFG* (*fig.* 119), en ſuppoſant qu'il n'y ait que la baſe *AE* d'acceſſible.

Solution. Soit établie la planchette (*fig.* 120) en *A*, diſpoſée horizontalement & à-peu-près relativement au terrein que l'on doit y tracer, on détermine ſur elle un point *a* à volonté, pour repréſenter la première ſtation, & de ce point *a*, on tire le rayon *ae* ſur l'alignement *AE*, pour avoir la direction de la baſe. Alors, du même point *a*, on dirige ſucceſſivement ſur les différens objets *B*, *C*, *D*, *F*, *G*, les rayons *ab*, *ac*, *ad*, *af*, *ag*, en faiſant attention que le rayon *ae* de la planchette réponde toujours à la baſe *AE* du terrein. Cette opération faite, on meſure la baſe *AE* à l'ordinaire; & la planchette étant établie en *E*, & diſpoſée de manière que les baſes correſpondantes ſoient dans le même alignement, on prend ſur l'indéfinie *ae* autant de parties de l'échelle qu'on a trouvé de toiſes ſur le terrein, pour déterminer la baſe *ae* du plan. De ſon extrêmité *e*, on tire alors des rayons ſur tous les objets *B*, *C*, *D*, *F*, *G*, qui coupent ceux que l'on a tirés de la première ſtation, & par tous les points de ſection *b*, *c*, *d*, *f*, *g*, menant des droites *ab*, *bc*, *cd*, *de*, *ef*, *fg*, *ga*, la figure *abcdefg* eſt ſemblable à celle du terrein.

Démonſtration. Les points *b*, *c*, *d*, *f*, *g* forment, par conſtruction avec les extrêmités de la baſe *ae*, des triangles ſemblables à ceux que leurs correſpondans *B*, *C*, *D*, *F*, *G* font avec les extrêmités de *AE*, où, en comparant ces triangles, on voit aiſément que tous les autres triangles que forment leurs côtés avec ceux des deux figures, ſont auſſi ſemblables chacun à chacun; donc *abcdefg* & *ABCDEFG* ont les angles égaux, les côtés proportionnels, & ſont par conſéquent ſemblables.

Obſervation. Si l'on n'a pas placé des jalons aux points *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G*, il faut avoir ſoin de bien examiner à la première ſtation quels ſont les objets ou parties d'objets ſur leſquels on tire des rayons, afin de ne point ſe tromper en dirigeant de nouveau ſon alidade ſur eux, lorſqu'on opère à la ſeconde.

Corollaire. Pour vérifier ſes opérations, la planchette étant au point *E*, on fait planter un jalon en *I*, & on tire le rayon indéfini *ei* ſur ſon alignement. On ſe porte alors en *I*, & la plan-

chette y étant établie (au moyen d'un jalon laissé au point *E*), on coupe le point *i*, en faisant tourner l'alidade au point *b*, au moyen d'une aiguille, & en la fixant lorsqu'on rencontrera le point *B* du terrein suivant la seconde méthode. L'alidade étant successivement placée sur *ib*, *ic*, *id*, *if*, *ig*, *ia*, si les opérations sont bien faites, on doit rencontrer, à travers les pinules, les points *B*, *C*, *D*, *F*, *G*, *A*, semblablement placés aux points *b*, *c*, *d*, *f*, *g*, *a* de la planchette.

Le point *I* étant déterminé, si, du point *E*, on eût tiré un rayon *eh* sur l'objet *H*, on se serviroit de cette troisième station *I* pour couper le rayon *eh* au point *h*, & avoir ainsi la position de *H* sur la planchette.

Si l'on compare maintenant ces trois méthodes, on verra aisément comment elles se réunissent, ou se prêtent mutuellement des secours. Que l'on ait à lever le plan du chemin *ABCDE* (*fig.* 121) & des objets qui sont de part & d'autre, rien n'empêche, en suivant ce chemin avec la chaîne, comme dans la première méthode, de se servir de chacun des alignemens *AB*, *BC*, *CD*, *DE*, pour déterminer, au moyen de la troisième méthode, les objets *F*, *G*, *K*, *I*, *H*, sur la planchette (*fig.* 122). Que, si l'on se sert de la seconde méthode pour lever ce chemin, en ne mesurant qu'une base *AB*, les objets d'alentour peuvent être déterminés en même tems par la troisième, & procurer un nouveau moyen de mesurer l'étendue des différentes distances que l'on parcourt en avançant. Outre l'avantage que fournissent ces objets de vérifier la section des rayons tirés par les extrêmités de ces distances, ils sont quelquefois absolument indispensables; car, lorsque les rayons forment des angles trop aigus & trop obtus, ils se confondent alors à leur point de rencontre, & la position de ce point devient fort incertaine.

Remarques. La planchette étant toujours horizontale, tous les rayons tracés sur elle sont horizontaux, & les plans ne représentent par conséquent que les projections horizontales des pentes qui se trouvent sur le terrein. Il faut donc, lorsqu'on se sert de la chaîne, la faire tendre horizontalement.

Dans chaque station, la planchette étant disposée au moyen d'un rayon que l'on a tiré du point d'où l'on part sur celui où l'on arrive, toutes ses positions sont parallèles entr'elles, & elle est toujours placée dans le même sens relativement au terrein, de manière que toutes les lignes droites tirées du point où l'on est sur tous les points marqués sur la planchette, conviennent parfaitement avec les rayons visuels tirés sur les objets correspondans d'alentour.

De la planchette orientée, au moyen du déclinatoire. L'aiguille aimantée se dirigeant vers un point aussi éloigné de nous que le pole, on peut regarder, sans erreur, comme parallèles, les positions qu'elle prend aux différens points d'un espace de terrein dont on lève le plan. On a imaginé en conséquence, pour disposer la planchette toujours parallèlement à elle-même, d'y adapter un déclinatoire. Cette boîte étant placée sur la planchette, à la première station, de manière que l'aiguille & les deux points de division, qui lui sont opposés, soient dans la même direction, on la fixe sur elle, en la collant, où l'on tire une ligne droite sur le papier, le long d'un de ses côtés, pour pouvoir la replacer dans la même position; & l'on a alors un moyen d'orienter la planchette, quelque part qu'on l'établisse, en la faisant tourner horizontalement sur son genou, jusqu'à ce que les deux points de division répondent aux extrêmités de l'aiguille. Nous appellerons planchette orientée celle à laquelle on joint un déclinatoire, & pour mieux la comparer à la planchette simple, nous allons l'appliquer à résoudre les trois problêmes qui ont servi à développer l'usage de cette dernière.

Première Méthode. On propose de lever le plan du terrein *ABCDEF* (*fig.* 117), en supposant que tous les points *A*, *B*, *C*, &c. soient accessibles.

Solution. Le point *A* étant choisi pour première station, on y place la planchette horizontalement, à-peu-près dans le sens le plus convenable à la situation du terrein; &, après avoir disposé le déclinatoire comme il doit l'être, on tire une ligne droite le long d'un de ses grands côtés pour représenter le méridien magnétique, & s'assurer le moyen de s'orienter, de la même manière, dans toutes les autres stations.

Cette opération faite; d'un point *a*, pris à volonté, sur la planchette (*fig.* 118), soient tirés, comme à l'ordinaire, les rayons *ab*, *af*, sur les alignemens *AB*, *AF*, & soit mesuré *AB* avec la chaîne, en se portant en *B*. Au lieu de s'arrêter au point *B*, après avoir pris *ab* en parties de l'échelle, on fait mesurer *BC*, en s'avançant le long de cet alignement, & l'on va se placer en *C*, pour y orienter la planchette. Alors, au moyen d'une aiguille mise au point *b* & de l'alidade, on vise sur le point *B*, & l'on tire le rayon *bc* sur la planchette, où il est dirigé de même que si l'on eût fait une station en *B*, & que l'on eût visé sur *C*; (car supposons que cette station ait eu lieu, & qu'après avoir déterminé le point *c*, on l'ait fait répondre au point *C*, ainsi que le rayon *cb* à *CB*, la position de la planchette est alors parallèle à celle qu'elle a eue au point *B*; donc réciproquement, quand elle est orientée, & par conséquent placée au point *C* parallèlement à la position qu'elle auroit eue en *B*, le rayon *cb* supposé tiré de cette station, convient parfaitement avec l'alignement *CB*, & se confond avec le rayon *bc*, tiré au point *C*, au moyen de *B* & *b*, en faisant une station de moins.)

Le rayon *bc* étant déterminé sur la planchette en parties

en parties de l'échelle, du point *c*, l'on tire le rayon *cd*, que l'on fait égal au nombre de toises que contient *CD* sur le terrein; &, après avoir mesuré *DE*, on place la planchette en *E*, pour tirer le rayon *de*, & déterminer le point *e*; de ce point *e*, enfin, tirant le rayon *ef* sur *F*, la figure *abcdef* est le plan demandé du terrein *ABCDEF*.

Démonstration. On prouvera que ces deux figures ont les angles égaux & les côtés proportionnels autour de ces angles, par conséquent qu'elles sont semblables.

Seconde Méthode. On propose de lever le plan du terrein *ABCDEF* (*fig.* 117), en ne faisant mesurer qu'une seule distance, & en supposant tous les points accessibles.

Solution. Le côté *DE*, pris pour base, étant mesuré & représenté par *de* sur la planchette orientée (*fig.* 118), on se place en *F*, pour viser, au moyen des points *d* & *e* de la planchette, sur ceux *D* & *E* du terrein, & déterminer le point *F* par l'intersection des rayons *df* & *ef*; de ce point *f*, on tire le rayon *fa*, &, se portant en *A*, on détermine le point, qui y répond sur la planchette, par le moyen du rayon *da*, tiré du point *d*, en visant sur *D*. On déterminera de même les points *b* & *c*, en s'établissant en *B* & *C*, au moyen des rayons *ba*, *bd*, *cb*, *cd*, correspondans à ceux du terrein.

Remarque. Le procédé de la planchette orientée ne diffère en rien, dans cette seconde méthode, de celui de la planchette simple; son seul avantage est de n'avoir pas besoin d'un jalon en arrière, ni d'un rayon tiré sur celui où l'on va, & d'avoir conséquemment une marche plus rapide, à moins qu'il ne fasse assez de vent pour empêcher l'aiguille aimantée de se fixer aisément.

Troisième Méthode. Lever le plan de l'espace *ABCDEF*, dont la base *AE* seule est accessible (*fig.* 119 & 120).

Solution & démonstration. Les mêmes que pour la planchette simple.

Observation Il sembleroit, d'après l'application de la planchette orientée à ces trois méthodes, qu'elle n'a que très-peu d'avantage sur la planchette simple; mais nous allons exposer une quatrième méthode qui fera juger de son utilité.

Quatrième Méthode pour la planchette orientée. Le terrein *ABCDEF* & son plan *abcdef* étant donnés (*fig.* 117 & 118), on propose de se porter à tel point qu'on voudra de l'intérieur du terrein, & de le déterminer sur la planchette, en supposant que l'on puisse voir au moins deux des points *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*.

Solution. Soit orientée la planchette au point *G*, que l'on a choisi dans l'espace *ABCDEF* (*fig.* 123); si du point *B*, en visant sur *B*, on tire le rayon *bg*; & du point *c*, en visant sur *C* le rayon *cg*, leur intersection *g* sera, sur le plan, le point qui répond à celui où l'on est placé.

Démonstration. Si l'on suppose un jalon au point *G*, & que, la planchette étant orientée successivement en *B* & *C*, on ait tiré de chaque station un rayon sur ce jalon, il est certain, par la troisième méthode, que la section de ces deux rayons a déterminé la position du point *G* sur la planchette; mais, par la première méthode, il est égal, pour avoir la direction d'un rayon, que la planchette soit orientée à l'une de ses extrêmités ou à l'autre; donc le point *g*, que l'on a coupé en s'orientant au point *G*, est le même que celui que l'on auroit eu en s'orientant en *B* & *C*; donc il est le point demandé.

Application de cette méthode. Supposons que l'on ait à lever le plan du terrein (*fig.* 124); on mesure dans la campagne une grande base *EF*, des extrêmités de laquelle on puisse appercevoir les principaux points *A*, *B*, *C*, *D*, &c. du terrein, & on les détermine sur la planchette par l'interfection des rayons tirés sur chacun d'eux, d'après cette méthode. Cette opération faite, on peut se porter sur tous les autres points du terrein, & les déterminer au moyen des points déjà établis sur la planchette orientée. Chaque nouveau point ajoute à la facilité d'en arrêter d'autres, & l'ouvrage devient de plus en plus moins embarrassant.

Pour trouver le cours de la rivière *KHI*, on se place aux sommets des différens angles qu'elle forme, on les détermine au moyen des points qui sont déjà sur le plan, & l'on jette des rayons de part & d'autre sur le bord, pour en figurer la direction. Quant à la largeur de la rivière, il est fort aisé de couper de deux ou trois stations les objets remarquables du bord opposé, & de se procurer ainsi le moyen de figurer l'un & l'autre côté.

Différentes observations. 1. Les angles d'intersections ne doivent être ni trop aigus, ni trop obtus, pour que les rayons se coupent nettement.

2. L'emploi de la quatrième méthode suppose que l'on peut voir, de chaque point où l'on se porte, trois ou au moins deux autres points déjà déterminés. Lorsqu'on se trouve dans un bois ou dans une ville où l'on ne peut avoir cette facilité, il faut nécessairement se servir de la chaîne, en faisant mesurer tous les alignemens sur lesquels on marche.

3. Quand on est obligé de mesurer une enceinte quelconque à la chaîne, il ne faut pas opérer en avançant toujours du même côté : il faut revenir au point d'où l'on est parti, quand on est au milieu de sa marche, & continuer l'ouvrage du côté opposé. On évite, par cette pratique, de multiplier les petites erreurs inévitables dans l'usage des instrumens, & on cherche à les compenser les unes par les autres, en marchant sur des directions opposées.

4. Toutes les méthodes que nous avons exposées pour lever des espaces rectilignes, suffisent

pour des terreins figurés de quelque manière que ce soit; car toutes leurs sinuosités se réduisent toujours à une suite de lignes droites, sur lesquelles on trace leurs différentes courbures. C'est au moyen des rayons droits tirés sur les directions d'un chemin, d'une rivière, d'une haie, *&c.* qu'on représente sur le papier leurs différentes ondulations.

5. L'usage de la planchette simple n'est pas plus difficile dans les montagnes que dans les plaines, au moyen de la seconde méthode ; & celui de la planchette orientée y devient plus aisé, à cause de la facilité d'appercevoir toujours beaucoup d'objets, quand on emploie la quatrième méthode.

6. Lorsque l'on a une grande étendue de terrein à lever, on commence à déterminer toutes les positions principales, & l'on forme, pour ainsi dire, le canevas de sa carte, pour s'en servir ensuite à lever des détails. La planchette peut servir à former ce canevas, en employant, suivant qu'il en est besoin, ses différentes méthodes ; mais nous ferons voir, en parlant des canevas trigonométriques, comment on calcule les distances des points principaux entre eux, & comment on dresse des tables des distances des mêmes points à une méridienne & à sa perpendiculaire, pour en construire des fonds de cartes, lorsque l'on veut en faire usage.

7. Il peut arriver que le fer, que contiennent certaines montagnes, fasse varier l'aiguille aimantée, ou qu'un trop grand vent l'empêche de se fixer avec justesse, il faut, dans ces deux cas & dans tout autre qui produiroit le même effet, avoir des moyens de suppléer le déclinatoire, & de s'orienter pour se servir des points déjà déterminés, & en arrêter de nouveaux. Nous allons donner quelques pratiques à cet égard, & nous ferons suivre leur explication de l'usage d'un instrument que l'on peut adapter à la planchette pour mesurer la hauteur des montagnes.

Moyens de suppléer l'aiguille aimantée. 1. Supposons que l'on soit en pays découvert, environné de positions principales déjà établies sur la planchette, & que l'on ait d'avance le point où l'on est ; on place l'alidade sur ce point de station & sur celui d'un clocher, d'un moulin, ou d'un arbre appartenant au canevas ; on fait tourner ensuite la planchette, jusqu'à ce que l'on rencontre le point correspondant du terrein ; & après avoir vérifié l'exactitude de la position de l'instrument, à la faveur des autres points, on est sûr qu'il est parfaitement orienté. Visant alors sur une direction quelconque, on la suit à la chaîne (ou au pas, si l'on n'a point de porte-chaînes) ; on marque sur la planchette la distance parcourue, & l'on s'oriente de nouveau à l'extrêmité de cette direction, pour se porter en avant, après avoir bien assuré la justesse de son opération.

2. Lorsque la planchette est orientée, d'après le moyen que nous venons d'indiquer, & que l'on prévoit qu'au bout de la direction que l'on va suivre, on ne verra plus de points déterminés, on remarque l'objet le plus éloigné que l'on puisse appercevoir sur le prolongement de cette direction, avant que de la parcourir, & l'on donne au rayon, qui la représente sur la planchette, le plus d'étendue qu'il est possible. Alors, en arrivant à l'extrêmité de cette direction, on s'oriente en plaçant l'alidade sur le rayon de la planchette, & en faisant tourner la planchette jusqu'à ce qu'on rencontre, à travers les pinules, l'objet éloigné que l'on a remarqué sur le prolongement de la direction.

3. Si le terrein étoit trop montagneux pour employer la chaîne ou le pas à mesurer la distance d'un point à un autre, rien n'empêche, après avoir orienté la planchette au premier point de station, d'après le premier moyen, de se servir ensuite du second moyen pour l'orienter à tout autre point, & de déterminer ce nouveau point avec des points déjà déterminés, en supposant que l'on en apperçoive au moins un, & que le rayon sur lequel on s'est orienté ne soit point coupé trop obliquement. Ce troisième moyen ne diffère de la seconde méthode de la planchette simple, qu'en ce que l'on se sert d'un point en avant, au lieu d'un point en arrière.

4. Supposons actuellement que l'on apperçoive autour de soi des objets déjà déterminés, & que l'on n'ait point sur sa planchette le point où l'on se trouve ; on choisit les deux objets les plus opposés ; &, après avoir orienté à-peu-près sa planchette à vue, ou avec le déclinatoire, on vise sur ces deux objets des deux points qui les représentent, pour avoir deux rayons dirigés du côté du point de station. Si la planchette étoit bien orientée, ces deux rayons passeroient par ce point ; mais, comme elle ne l'est pas exactement, & que les deux objets choisis sont opposés, l'un des deux rayons passe trop à droite & l'autre trop à gauche, proportionnellement aux distances des deux objets au point où l'on est. Or, comme on sait à-peu-près où sera le point cherché, on divise, sans tâtonner l'intervalle des deux rayons, à la hauteur de ce point, en deux parties proportionnelles aux distances des deux objets à l'intervalle divisé ; & plaçant l'alidade sur le point de division & sur l'un des deux points qui représentent les deux objets choisis, on fait tourner la planchette jusqu'à ce qu'on rencontre le point correspondant du terrein : alors l'alidade restant sur le point de division, si on la fait avancer sur le second des deux points opposés, & qu'elle rencontre, sans déranger la planchette, l'objet qui y répond sur le terrein, on est sûr que l'intervalle des deux rayons est bien divisé ; on tire en conséquence, dans cette position de l'alidade, une ligne droite par le point de division ; on la coupe au moyen d'un troisième point déterminé ; & si la section se trouve bien dans les alignemens des deux objets opposés & de

leurs points correfpondans, elle eft le point de ftation que l'on demande. Cette opération eft affez courte quand on en a l'habitude; elle détermine le point où l'on eft avec la plus grande exactitude, & l'on eft parfaitement orienté, lorfque les deux points oppofés font affez éloignés l'un de l'autre pour que la pofition de la planchette réponde exactement à leur alignement; mais il n'eft pas toujours poffible de trouver des points tels qu'il le faut pour employer ce moyen.

5. Si, dans un même plan, d'un point *D* quelconque (*fig.* 125), on tire des droites fur trois points *A*, *B*, *C*, on ne peut pas, d'un cinquième point, en tirer trois autres fur *A*, *B*, *C*, qui faffent des angles égaux à ceux des premières, à moins que tous ces points n'appartiennent à une feule circonférence. Pour le prouver, foit le triangle *ABD*, infcrit dans une circonférence, & le triangle *BDC* dans un autre, le point *D* ne peut ceffer d'être un des deux points d'interfection, fans ceffer d'être au moins fur une des deux circonférences, & fans que l'angle, qui étoit compris dans cette circonférence, & dont il eft le fommet, n'ayant plus pour mefure la moitié de l'arc fur lequel il repofe, ne foit ou plus petit, ou plus grand qu'il n'étoit auparavant; mais, fi les quatre points *A*, *B*, *C*, *D* font dans une même circonférence (*fig.* 126), de quelque point de l'arc *ADC*, que l'on mène des droites fur *A*, *B*, *C*, elles font toujours des angles égaux.

Il fuit de-là que, fi d'un point de ftation *D*, on apperçoit trois objets *A*, *B*, *C*, repréfentés fur la planchette par *a*, *b*, *c*, en forte que les quatre points *A*, *B*, *C*, *D* ne foient pas dans une même circonférence; on peut déterminer ce point de ftation de la manière fuivante. On fixe un papier tranfparent fur la planchette difpofée horizontalement, & d'un point pris fur lui convenablement, on tire des rayons fur les trois objets *A*, *B*, *C*; alors, faifant mouvoir ce papier jufqu'à ce que les trois rayons paffent par les points *a*, *b*, *c*, il eft certain que, fi, dans cette pofition, on marque fur la planchette leur point commun d'origine, ce point *d* fera le point de ftation.

6. On pourroit faire conftruire une alidade à trois branches mobiles, de manière que les trois lignes de foi répondiffent au centre du mouvement; ce centre feroit furmonté d'une pinule commune, qui feroit face à la pinule oppofée de chacune des trois branches, & l'on pratiqueroit une petite ouverture dans l'axe du centre pour donner paffage à une aiguille très-fine. On voit, d'après cette conftruction, qu'ayant dirigé les trois branches ou règles de cet inftrument fur les trois points *A*, *B*, *C*, fi l'on plaçoit les trois lignes de foi fur les points *a*, *b*, *c* de la planchette, on détermineroit tout de fuite, au moyen de l'aiguille, le point *d*, correfpondant au point *D* du terrein, où la planchette eft établie.

Cet inftrument ferviroit auffi à fixer des fondes fur le plan d'une côte, au moyen de trois points déterminés, que l'on appercevroit diftinctement fur la terre. On y joindroit pour cet effet un arc de cuivre gradué, en attachant une de fes extrêmités à la première des trois règles, de manière qu'il pût mefurer l'ouverture des angles que formeroient les trois branches, lorfqu'à chaque fonde, on les auroit dirigées fur les trois points de la terre. On infcriroit ces angles avec ordre fur un regiftre, pour pouvoir rapporter enfuite les fecondes fur le plan.

De l'Altimètre.

L'altimètre (*fig.* 128) eft une règle de cuivre, ouverte dans fon milieu, parallèlement à fes côtés, pour recevoir deux montans ouverts de la même manière, & dont l'un de *G* eft mobile le long de cette règle. L'altimètre & fes montans font divifés en parties égales, comme une échelle, par des lignes perpendiculaires à leurs côtés, pour repréfenter des toifes. L'ouverture des montans fert à hauffer & à baiffer deux petits quarrés de cuivre, troués au centre, au moyen defquels on détermine des rayons vifuels.

Ufage de cet inftrument. La diftance horizontale *CD* (*fig.* 129), d'un point *C* à la verticale qui paffe par le point *E*, étant mefurée & exprimée par *cd* fur la planchette (*fig.* 130), on propofe de trouver, au moyen de l'altimètre, la hauteur du point *E* au-deffus de l'horizontale *CD*.

Solution. On fait gliffer le long de la règle (*figure* 128) le montant mobile *G*, jufqu'à ce que fa bafe réponde au numéro qui indique le nombre de toifes de *CD*; appliquant enfuite la règle fur *cd* de la planchette (orientée au point *C*), comme une alidade, de manière que le montant fixe foit du côté de *c*, on fait mouvoir les deux petits curfeurs *c* & *e*, jufqu'à ce qu'on apperçoive au travers le point *E*; & alors le nombre de toifes, compris entre les deux numéros auxquels répondent les centres des curfeurs *c* & *e*, fera la hauteur demandée, en y ajoutant la hauteur du curfeur *c* au-deffus du point *C* de ftation.

Démonftration. Les deux curfeurs *c* & *e* & l'horizontale *cd* forment un triangle *ced*, femblable au triangle *CED* du terrein; & puifque *cd* repréfente, par le nombre de toifes compris entre les montans, la mefure de *CD*; le nombre de toifes compris entre les deux curfeurs ou plutôt entre l'horizontale *ce* & le curfeur *e*, doit être la mefure de *ED*, en y ajoutant la diftance du curfeur *c* au point *C*.

Remarque. On voit, par ce feul exemple, que, fi, l'altimètre eft bien conftruit, il donne tout de fuite une hauteur quelconque avec toute l'exactitude qu'on puiffe defirer, lorfqu'on ne fe fert pas du calcul, & qu'il s'adapte naturellement à la planchette.

Application de la planchette à tracer, fur le terrein, les différentes parties d'un plan. Il eft effentiel d'obferver, avant de terminer ce que nous

dirons ici de la planchette, que de même que l'on s'en sert pour lever toutes les parties d'un terrein, on peut l'employer aussi à tracer, sur le terrein, les contours & les détails d'une figure quelconque rectiligne, décrite sur le papier. On place en conséquence la planchette au point du terrein, qui répond à un des points principaux du plan que l'on a fixé sur elle, & l'on fait convenir la plus grande ligne droite, qui parte de ce point, avec celle qui doit y répondre sur le terrein. On détermine alors, du point de station, au moyen de l'alidade, autant d'alignemens sur le terrein qu'il y a de lignes droites qui y concourent, on fait avancer les porte-chaînes sur chacun de ces alignemens, & l'on en fixe l'étendue par un jalon, après leur avoir donné le nombre de toises qu'ils doivent avoir d'après le plan. On va ensuite établir la planchette à chacune des extrémités de ces premiers rayons, & après lui avoir donné une position parallèle à la première, on détermine de nouvelles directions, on les fait mesurer, *&c.*, & la figure correspondante au plan se trouve ainsi tracée sur le terrein.

Les différentes manières de faire usage de la planchette, suivant la nature des terreins, étant liées à l'art d'en exprimer les formes, on trouvera tout ce qu'on a cru devoir réunir à cet égard au *mot* FIGURÉ.

De l'usage de la Boussole.

Définitions. La boussole dont on se sert pour lever le détail d'une carte, est une petite boîte quarrée (*fig.* 131), au milieu de laquelle est une aiguille aimantée, longue à-peu-près de quatre pouces, tournant sur un pivot dans un cercle de métal, divisé en trois cens soixante degrés. Le diamètre 360, 180 de ce cercle, est parallèle à deux des côtés de la boîte, & l'un de ces côtés soutient une visière à bascule, qui se meut dans un plan parallèle à ce côté, & par conséquent parallèle aussi au diamètre 360, 180; cet instrument est mobile sur un genou adapté à un pié à trois branches.

On joint ordinairement à la boussole une chaîne & des piquets. Les différentes méthodes d'employer la boussole répondent à celles que nous avons exposées pour la planchette, & nous allons l'appliquer à résoudre les mêmes problêmes.

Première Méthode. Lever le plan du polygone *A B C D E F* (*fig.* 132), dont tous les points sont accessibles, en se servant de la boussole.

Solution. On place la boussole au point *A*, horizontalement; & la faisant tourner jusqu'à ce que l'œil rencontre le point *B*, au moyen de la visière, on examine le nombre de degrés qu'il y a depuis la droite du rayon visuel *A B*, jusqu'à la gauche de l'aiguille aimantée, ou, ce qui est le même; entre 360, ou plutôt 0; & la division qu'indique la pointe boréale de l'aiguille, en suivant l'ordre naturel des numéros. On tire alors une ligne droite *a b* (*fig.* 133) sur un papier quelconque, pour représenter l'alignement *AB*; &, du point *a*, on élève une petite droite à la gauche de *ab*, à l'extrêmité de laquelle on écrit le nombre de degrés que l'on a trouvés. Cette opération faite, on se porte en *B*, en faisant mesurer *AB* avec la chaîne, & après avoir écrit, sur son figuré, le long de *a b* le nombre de toises que l'on a trouvé, on s'établit de nouveau en *B*. On vise de cette seconde station sur *B C*; & examinant le nombre de degrés auquel répond la pointe du nord de l'aiguille, on tire par le point *b* une petite droite à l'extrêmité de laquelle on marque le nombre de degrés observés. On fait mesurer *BC*; & ayant écrit sur *bc* le nombre de toises du terrein, on fait une nouvelle station en *C*, pour viser sur *C D*. L'observation du point *C* étant faite, figurée & écrite sur le papier, on se porte de suite avec la chaîne en *D*, en *E* & en *F*; on y fait les mêmes observations, & l'on a enfin de quoi construire une figure semblable à celle du terrein *A B C D E F*.

Construction. Pour représenter la direction de l'aiguille aimantée, on trace au crayon (*fig.* 134), sur le papier où l'on veut construire le polygone *a b c d e f*, des droites parallèles entre elles, & rapprochées le plus que l'on peut, sans causer de confusion. Alors, sur l'une *ns* de ces parallèles, prenant un point *a*, pour représenter le point *A* du terrein, on fait convenir le centre d'un rapporteur entier de corne avec ce point *a*; & le rayon qui répond au nombre de degrés observé au point *A*, avec *ns* du côté de *n*; & marquant sur le papier le point du rapporteur où se trouve 360, ou plutôt 0; par ce nouveau point & le point *a*, on tire *a b*, à qui l'on donne autant de parties de l'échelle que *AB* contient de toises sur le terrein. *a b* étant déterminé par son extrêmité *b*, on mène une petite parallèle à la direction de l'aiguille; & plaçant le centre du rapporteur au point *b*, de manière que le rayon, qui indique le nombre de degrés observé à la seconde station, convienne avec la parallèle, toujours du côté du nord, on marque le point o du rapporteur sur le papier, & du point *b*; par ce nouveau point, tirant l'indéfinie *b c*, on porte sur elle, en parties de l'échelle, autant de toises que *B C* en contient. Par le point *c*, on tire une nouvelle parallèle, &, par le secours du rapporteur & des observations écrites sur le figuré, on détermine *c d*, & on le fait de la longueur mesurée de *CD*. Continuant de la même manière, on détermine *d e*, *e f*, *f a*, & l'on a un polygone *a b c d e f*, semblable à celui *A B C D E F* du terrein.

Démonstration. Toutes les directions de l'aiguille aimantée étant censées parallèles, comme nous l'avons observé, en parlant de la planchette orientée, les droites *A B*, *ab*; *B C*, *b c*, *C D*, *c d*, &c. qui font, par construction, des angles égaux avec les directions de l'aiguille, forment aussi des

angles égaux dans leurs polygones ; & comme ces droites ſont proportionnelles par la même conſtruction, il s'enſuit que les deux figures *ABCDEF*, *abcdef*, ſont ſemblables.

Remarques. 1. On juge que l'on a bien opéré, ſi, en conſtruiſant la figure, le dernier rayon *fa* paſſe par le premier point de ſtation *a*, & ſi ce dernier rayon contient autant de parties de l'échelle que ſon correſpondant en contient ſur le terrein.

2. Quand on lève un terrein où il y a beaucoup de détail à exprimer, ou que de chaque ſtation on obſerve pluſieurs rayons, la multiplicité des petites droites & des numéros placés à leur extrêmité pouvant nuire à la clarté du figuré ou de l'opération, il ſeroit aiſé de numéroter ſur le papier toutes ſes ſtations, & de rapporter ſur un regiſtre toutes les obſervations relatives à chaque numéro, ainſi que le nombre de toiſes parcourues pour aller de l'une à l'autre.

3. On peut ſe diſpenſer de faire des ſtations à tous les points ; car au lieu d'examiner au point *B* le nombre de degrés qu'il y a entre la direction *BC* & la gauche de l'aiguille aimantée, que l'on aille tout de ſuite en *C*, & que l'on faſſe une obſervation ſur *CB*, marquée ſur le papier, ou écrite ſur un regiſtre ; il eſt évident que *BC* faiſant avec la méridienne magnétique de *B* & celle de *C* des angles internes ſupplémens l'un de l'autre, le nombre de degrés que l'on trouve au point *C* eſt éloigné de celui qu'on auroit trouvé au point *B* de 180°, & que par conſéquent ces deux nombres ſont placés dans la bouſſole & dans le rapporteur à l'extrêmité du même diamètre. Ainſi, lorſque, dans la conſtruction, on veut ſe ſervir au point *b*, pour placer *bc* de l'obſervation faite en *C*, il faut prendre le numéro diamètralement oppoſé à celui que l'on a trouvé en *C*, & opérer comme ſi l'obſervation eût été faite en *B*. Cette méthode diminue preſque de moitié le nombre des ſtations.

Seconde Méthode. On propoſe de lever le plan de la figure *ABCDEF* (*fig.* 132), dont tous les points ſont acceſſibles, en ne meſurant qu'une baſe *DE*.

Solution. La baſe *DE* étant meſurée, ſoit placée la bouſſole au point *E*, on viſera ſur le point *D* & enſuite ſur le point *F*, & l'on examinera les nombres de degrés auxquels répond, pour *ED* & *EF*, le nord de l'aiguille aimantée. Ces deux nombres étant marqués ſur le papier où l'on figure, ou enrégiſtrés ailleurs, ainſi que la longueur de la baſe *ED*, on ſe portera en *F*, &, viſant ſucceſſivement ſur les points *D* & *A*, on écrira les nombres de degrés correſpondans aux rayons *FD* *FA*. On obſervera de même aux points *A*, *B*, *C* les degrés compris entre les rayons *AD*, *AB*, *BD*, *BC*, *CD*, & la gauche du nord de l'aiguille aimantée ; & ces opérations faites, on ſera en état de conſtruire une figure ſemblable à celle du terrein.

Conſtruction. Le point *e* étant pris à fantaiſie ſur le papier (*figure* 134), où l'on a tracé des parallèles, on placera *de* relativement à l'angle que doit faire cette droite avec une parallèle paſſant par *e*, d'après le nombre de degrés obſervés en *E*, & l'on donnera à *de* autant de toiſes de l'échelle que *DE* en contient de réelles ſur le terrein.

On placera de même *ef*, relativement à la parallèle qui paſſe par *e* ; & pour déterminer la longueur de *ef*, après avoir mené une parallèle par le point *d*, on tirera, par ce même point, la droite *df*, au moyen du numéro diamètralement oppoſé, ſur le rapporteur, à celui que l'on a obſervé pour *ED* au point *F*, de manière qu'elle faſſe, avec la parallèle de *d*, le ſupplément de l'angle qu'elle auroit fait avec la parallèle de *f*, ſi *f* eût été connu, & qu'elle coupe *fe* en un point *f*.

Par ce point *f*, on tirera *fa* indéfiniment d'après le nombre de degrés obſervé pour *FA*, & l'on coupera cette droite au point *a*, par le rayon *ad*, mené du point *d*, au moyen d'une parallèle paſſant par ce point, & du numéro diamètralement oppoſé à celui que l'on a marqué pour *AD* au point *A*. Du point *a*, on tirera *ab*, que l'on coupera en *b* par le rayon *bd*, toujours d'après les mêmes principes ; & tirant de même *bc*, & le coupant en *C* par le rayon *dc*, la figure *abcdef* ſera ſemblable au polygone *ABCDEF* du terrein.

Démonſtration. Tous les triangles *fde*, *fda*, &c. ſont ſemblables, par conſtruction, aux triangles *FDE*, *FDA*, &c. puiſqu'on a fait tous les angles des premiers égaux aux angles des ſeconds, au moyen des parallèles à la direction de l'aiguille ; donc tous ces triangles ont leurs côtés homologues proportionnels, & par conſéquent les deux figures ſont ſemblables.

Remarque. On ne s'eſt ſervi que du point *D* pour couper les rayons *fe*, *fa*, &c. afin que le détail des opérations fût plus ſimple ; mais, dans la pratique, on ne ſe contente pas d'un ſeul rayon pour les ſections. On auroit viſé du point *A* ſur les points *D* & *E*, &c. afin que, dans la conſtruction, on eût pu vérifier la ſection de deux rayons par un troiſième, & conſtater ainſi l'exactitude de ſa poſition.

Troiſième Méthode. Lever le plan du terrein *ABCDEFG* (*fig.* 135), en ſuppoſant qu'il n'y ait que la baſe *AE* d'acceſſible.

Solution. Soit placée la bouſſole au point *A*, on viſera ſucceſſivement ſur les points *E*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G*, & l'on marquera ſur ſon figuré les nombres de degrés compris entre ces différens rayons & la gauche du nord de l'aiguille. On ſe portera enſuite au point *E*, en faiſant meſurer la baſe *AE*, & la longueur de cette baſe étant écrite ſur le papier, on s'établira au point *E*, pour viſer ſur les points *A*, *B*, *C*, *D*, *F*, *G*, & prendre les nombres de degrés qui ſe trouvent

entre ces rayons visuels & la gauche du nord de l'aiguille. Ces opérations faites, on construira la figure semblable *a b c d e f g* de la manière suivante.

Construction. Sur le papier (*fig.* 136), divisé par des parallèles, on tirera *a e*, de manière qu'elle fasse, avec ces parallèles, l'angle que *A E* fait sur le terrein avec la direction de l'aiguille, & l'on donnera à *a e* autant de toises de l'échelle que *A E* en contient de réelles sur le terrein. Cette opération faite, par le point *a*, on tirera les droites indéfinies *ab*, *ac*, *ad*, *ag*, *af*, qui fassent, avec les parallèles, les angles que les rayons correspondans font avec l'aiguille; & par le point *e*, on tirera les droites *eb*, *ec*, *ed*, *eg*, *ef*, faisant aussi, avec les parallèles, les angles qu'indique l'observation du point *E*. Les points *b*, *c*, *d*, *g*, *f*, où ces droites se couperont, détermineront, avec les points *a* & *e* de la base, une figure *a b c d e f g* semblable à celle *A B C D E F G* du terrein.

Démonstration. Les triangles qui ont *b*, *c*, *d*, *g*, *f* pour sommets, & *a e* pour base, sont semblables, par construction, aux triangles du terrein qui ont *B*, *C*, *D*, *G*, *F* pour sommets, & *A E* pour base; donc les points correspondans sont semblablement placés de part & d'autre, & par conséquent les deux figures *ABCDEFG*, *abcdefg* sont semblables.

Quatrième Méthode. Les objets *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F* (*fig.* 132) étant déjà déterminés sur le papier, & la direction de l'aiguille aimantée relativement à ces points étant donnée, déterminer tel point qu'on voudra, au milieu de ces premiers, d'après une station faite à ce point, en supposant qu'on puisse appercevoir au moins deux des objets déterminés.

Solution. Soit le point *H* que l'on veuille déterminer au moyen de la boussole; après s'être établi à l'ordinaire, on visera sur les points *A*, *B*, *C*, que l'on peut appercevoir; & ayant marqué les nombres de degrés compris entre les rayons *HA*, *HB*, *HC*, & la gauche du nord de l'aiguille aimantée, on sera en état de placer le point *H* sur le papier.

Construction La figure *a b c d e f* (*fig.* 132) étant semblable à celle du terrein, & la direction de l'aiguille étant donnée aux points *a*, *b*, *c*; de ces mêmes points, on tirera des droites indéfinies *a h*, *b h*, *c h*, qui fassent, avec les parallèles qui passent par ces points, les supplémens des angles que les rayons correspondans faisoient au point *H* avec la direction de l'aiguille, en se servant pour cela des numéros diamètralement opposés à ceux que l'on a observés; & ces trois droites, qui doivent se couper au même point, si l'opération est bien faite, détermineront, au moyen de cette intersection, le point *h*, qui sera le point demandé.

Démonstration. Les deux points *H* & *h* sont les sommets de triangles semblables, qui ont pour bases correspondantes des côtés homologues des deux figures; donc ces deux points sont semblablement placés de part & d'autre.

Remarque. Au moyen de ces quatre méthodes, on voit que l'on est en état de lever avec la boussole, comme avec la planchette, tous les détails d'un terrein; soit que l'on opère dans la plaine, soit qu'on opère dans les montagnes, toutes les fois que rien ne s'oppose à l'usage de l'aiguille aimantée.

Comparaison de la boussole & de la planchette. La facilité avec laquelle on vérifie, presqu'à chaque station, les opérations de la planchette lui donne, quant à la justesse, un avantage réel sur la boussole; elle n'en a pas moins quant à la promptitude de la marche & à l'exactitude des figurés, lorsqu'il s'agit de détailler minutieusement un pays.

Il est aisé de concevoir qu'en dessinant le terrein sur le terrein même, entre des points placés géométriquement, on l'exprime avec bien plus de vérité & de justesse que lorsqu'on le rapporte à la maison, d'après des figurés toujours tâtonnés, toujours inexacts, & qui s'altèrent encore, en les ramenant à des positions géométriques. La boussole oblige de faire en deux fois ce que l'on fait en une seule avec la planchette; elle est toujours incertaine dans sa marche, & il n'y a que l'emploi de la quatrième méthode, où l'on a déjà des points déterminés, qui l'empêche d'aller d'erreur en erreur, parce que chaque opération y est indépendante de celles qui suivent ou qui précèdent. Le vent, le fer & d'autres causes qui existent souvent, sans pouvoir être assignées, dérangent la direction de l'aiguille, & font prendre des angles dont on ne peut appercevoir le défaut que lorsqu'on fait usage de ses opérations.

La planchette orientée au moyen du déclinatoire est bien sujette aux mêmes dérangemens; mais l'on s'en apperçoit en opérant, & l'on y remédie au moyen des différentes pratiques que nous avons données pour suppléer l'aiguille aimantée.

Il ne suit pas de-là qu'il faille abandonner l'usage de la boussole. Si l'exactitude de la planchette est plus avantageuse à l'ouvrage, elle l'est beaucoup moins à celui qui y travaille. La nécessité de figurer sans cesse à vue, en levant à la boussole, accoutume l'œil à juger les distances, à prendre l'ouverture des angles, & à renfermer des espaces sans instrument. On se rend compte chaque jour de ses erreurs, en construisant d'après les vrais angles & les vraies distances, & l'on parvient à rectifier sa marche, jusqu'à l'exactitude la plus approchée.

Il n'est pas toujours besoin d'un travail minutieusement détaillé; on peut même figurer de grands espaces à vue, & les assujettir à un canevas donné, au moyen de très-peu de stations faites à la boussole. Celui qui lève ainsi, a l'avantage de

pouvoir être à cheval, & de réunir par conséquent tout ce qui concourt à donner de la rapidité à l'ouvrage. C'est sur-tout lorsqu'il est question de cartes destinées à éclairer les opérations des armées, qu'il est essentiel de préférer les moyens qui tendent le plus à procurer la facilité de se passer tout-à-fait d'instrumens.

Plus la planchette met de justesse dans sa marche, moins elle laisse à faire à celui qui s'en sert; il n'acquiert que l'art de la manier avec habileté, & de lui donner toute la vîtesse dont elle est susceptible.

Nous conclurons de cette comparaison, que la différence des vues & des circonstances peut faire choisir l'un de ces instrumens préférablement à l'autre; mais que d'instrument à instrument, la planchette l'emporte de beaucoup sur la boussole.

Du calcul d'une suite de triangles pour la construction d'un canevas de carte.

Définitions & Remarques. On se sert d'un graphomètre pour mesurer l'ouverture des angles que forment les rayons visuels tirés d'un point où l'on est sur tous les objets qui sont aux environs.

Un graphomètre est un demi-cercle de cuivre, divisé en 180 degrés, sous-divisés eux-mêmes en leurs parties. Il a deux diamètres, l'un fixe, l'autre mobile, qui servent à prendre l'ouverture des angles. Ces deux diamètres sont les lignes de foi de deux alidades à pinulles ou à lunettes (*Voyez* DEMI-CERCLE, GRAPHOMÈTRE). Le graphomètre se meut sur un genou soutenu par un pied à trois branches, ou à une seule, & on le dispose toujours horizontalement pour les opérations dont nous avons à parler.

On vérifie la justesse d'un graphomètre, 1.° quant à la position des alidades, en dirigeant la mobile sur le même point que la fixe, pour voir si elle marque o, & par conséquent si ces deux alidades conviennent parfaitement; 2.° quant à l'exactitude des divisions, en prenant l'ouverture de tous les angles formés autour d'un point, dans un plan horizontal, & en examinant si leur somme est égale à 360 degrés.

Il faut avoir soin de répéter la vérification des deux alidades, à chaque opération que l'on fait; & lorsqu'étant dirigées sur le même objet, elles forment entre elles un petit angle, on a soin d'en prendre note, en désignant s'il est intérieur ou extérieur. Cet angle s'appelle *angle du parallélisme.*

Il y a des graphomètres où l'on peut rectifier l'erreur du parallélisme, au moyen d'une vis de rappel. Cette facilité dispense de faire mention de l'angle des deux alidades dans le registre des observations.

Les meilleurs graphomètres sont ceux qui ont le plus grand rayon, parce que les sous-divisions y sont plus distinctes, & que, permettant d'estimer encore à l'œil les parties de leurs intervalles, elles donnent le moyen de mesurer les ouvertures des angles avec la plus grande exactitude.

Nous supposerons, dans la résolution du problême suivant, que l'on peut toujours se placer au centre des positions où l'on observe, & nous ferons voir ensuite comment on peut réduire au centre d'un lieu quelconque, les angles qui ont été observés à sa circonférence.

Problême. Déterminer, au moyen du calcul, les distances des objets les plus apparens d'un pays, tels que les clochers, les tours, les châteaux, les moulins à vent, *&c.*

Solution. Soient I, K, L, D, E, F, G, H, O, &c. (*fig.* 137) les points dont on veut former une chaîne de triangles pour en calculer les côtés; on choisira, dans la campagne, la portion de plaine la plus unie & la mieux disposée pour appercevoir les objets d'alentour. Alors, faisant planter une suite de jalons bien alignés sur la plus grande longueur AB, on mesurera cette base avec la chaîne portée bien horizontalement, & l'on répétera, au moins une fois, cette opération, pour en mieux assurer l'exactitude. Nous supposerons, dans les calculs ci-après, que cette base est de 2600 toises.

La base étant mesurée, à l'une de ses extrêmités A, on établira son graphomètre, de manière que le centre réponde au point A, & que le diamètre fixe convienne parfaitement avec AB; on dirigera alors successivement l'alidade mobile sur les objets E, F, G, & l'on écrira les ouvertures des angles que font ces trois rayons avec AB, dans l'ordre suivant, sur un registre.

OBSERVATION AU POINT A,

Parallélisme.	Entre B,	°	′	″
o.	Et E..........	20.	20.	o.
	Et F..........	51.	24.	30.
	Et G..........	127.	o.	o.

Ces angles étant inscrits sur le registre, on placera le diamètre fixe sur AG; & dirigeant l'alidade

mobile ſur le point *H*, on écrira à la ſuite des premiers angles, l'ouverture de l'angle compris entre *G* & *H*, de cette manière.

Parallélifme.	Entre *G*	°	′	″
o.	Et *H*.	98.	54.	o.

Cet angle étant obſervé, comme l'objet que l'on peut encore appercevoir, s'éloigne beaucoup de l'alignement *A G*, on changera de nouveau la poſition de l'alidade fixe que l'on mettra ſur *A H*, & l'on continuera d'écrire ſur le regiſtre, à meſure que l'on opérera.

Parallélifme.	Entre *H*	°	′	″
o.	Et *O*.	41.	54.	45.
	Et *N*.	75.	42.	15.
	Et *M*.	92.	28.	7.
	Et *C*.	106.	53.	30.
	Et *L*.	108.	12.	o.
	Et *B*.	134.	6.	o.
	Somme des plus grands angles formés ſur les trois alignemens fixés, ou tour de l'horizon.	360.	o.	o.

Tous les points que l'on peut appercevoir du point *A* étant obſervés, on fera la ſomme des plus grands angles formés ſur les trois alignemens fixes que l'on a pris en faiſant le tour de l'horizon, ou autrement, ſur les trois premiers pointés, & l'on verra s'ils valent enſemble 360 degrés, & ſi par conſéquent les trois poſitions de l'inſtrument ont été juſtes.

Cette vérification faite, on ſe portera au point *B*. On placera alors le centre du graphomètre ſur ce point, & l'alidade fixe étant ſur *B A*, on dirigera l'alidade mobile ſur les points *H*, *O*, *N*, *C*, *M*, *L*. Enſuite, ſur les points *D* & *E*, l'alidade fixe étant ſur *B L*; & enfin, ſur les points *F*, *G*, *A*, l'alidade fixe étant ſur *B E*, ce qui s'écrira ainſi ſucceſſivement, en prenant chaque ouverture d'angle.

Parallélifme.	OBSERVATION AU POINT *B*,			
30.″ extérieur.	Entre *A*	°	′	″
	Et *H*.	15.	30.	o.
	Et *O*.	29.	56.	15.
	Et *N*.	36.	20.	o.
	Et *C*.	42.	30.	30.
	Et *M*.	65.	12.	54.
	Et *L*.	114.	29.	45.
	Entre *L*			
Id.	Et *D*.	60.	26.	o.
	Et *E*.	130.	48.	15.
	Entre *E*			
Id.	Et *F*.	82.	6.	
	Et *G*.	99.	4.	
	Et *A*.	114.	40.	30.
	Somme des plus grands angles formés ſur les alignemens fixes.	359.	58.	30.
	Parallélifme additif.		1.	30.
	Tour de l'horizon.	360.		

Les

Les observations faites aux extrêmités de la base AB étant terminées & enrégistrées, on se portera dans tous les points principaux L, M, C, N, G, E, &c., sur lesquels on a tiré des rayons, & on y fera de même qu'aux points A & B, des observations sur les objets environnans, que l'on enrégistrera avec le plus grand ordre, & ainsi de suite, en parcourant toute l'étendue de terrein que doit embrasser la carte.

Le but de toutes ces opérations est d'avoir toujours trois angles observés pour le calcul de chaque triangle, ou au moins trois rayons sur les objets où l'on ne peut se placer pour observer. Cette suite de stations met à même de résoudre le problême proposé de la manière suivante.

On fait d'abord un croquis de l'ordre dans lequel sont placés les points du canevas demandé, & ensuite on se sert du rapporteur & de son livre d'enrégistrement pour le rectifier, & préparer ainsi les moyens de calculer la chaîne des triangles. Pour cet effet, on tire, sur le papier, une droite AB (*fig.* 138), contenant autant de parties d'une petite échelle, que la base AB contient de toises sur le terrein; & choisissant le point C pour sommet du premier triangle, on fait aux extrêmités de AB les angles CAB & CBA, tels qu'on les déduit de son registre : c'est-à-dire, que, pour avoir l'angle ABC, on ajoute au nombre de degrés qu'il contient, 30 sec. pour l'angle extérieur du parallélisme; car cet angle est additif ou soustractif, suivant qu'il est extérieur ou intérieur. Tirant alors CA & CB pour avoir le triangle ABC, on écrit sur la base AB le nombre de toises qu'elle contient.

Les deux côtés AC & CB du triangle ACB étant considérés comme bases de nouveaux triangles ANC, CMB, on cherche dans son registre le nombre de degrés des angles NAC, NCA, pour avoir le triangle ANC, & celui des degrés des angles MCB, MBC, pour avoir le triangle CMB, &c.

A mesure que l'on construit ces triangles sur le papier, on a soin d'écrire les noms des objets qui les forment, dans la première colonne de la table qui suit, les uns sous les autres, en plaçant à côté de chacun d'eux la valeur de l'angle que l'on y a observé.

En formant ainsi tout son canevas de triangle en triangle, & en plaçant leurs angles dans l'ordre que nous venons d'indiquer, on a un tableau où l'on voit, à partir du premier triangle, tout ce qui est donné pour la résolution de chacun d'eux. On fait, sur ce même tableau, les opérations nécessaires pour conclure la valeur de leurs côtés; & à mesure qu'on les calcule, on écrit les nombres de toises que contiennent ces côtés, à la suite du calcul. Cette table une fois dressée, on voit évidemment que l'on a de quoi établir, sur telle échelle que l'on voudra, le fond de carte que l'on a proposé de former.

PREMIER MODÈLE
DE TABLE
Pour le calcul des triangles principaux d'un canevas de carte.

Noms des objets.	Angles.	Corrections.	Logarithmes.	Côtés en toises.
			Log. base *A B*.................3.4149733	*A B* 2600.
A..	27°. 12'. 30".		— log. sin. *C* 9.9722215	
B..	42. 31. 0.		+ log. sin. *A* 9.6601321	
C..	110. 16. 30.		— differ. de log. *A B* à log. sin. *C*..6.5572482	
	180.		+ log. sin. *B*.................9.8298212	
			Log. *B C*.................3.1028839	*B C* 1267. 3
			Log. *A C*.................3.2725730	*A C* 1873. 1
			Log. *A C*.................3.2725730	*A C* 1873. 1
A..	31. 11. 15		— log. sin. *N*.................9.9990713	
C..	55. 4. 0.		+ log. sin. *A*.................9.7141959	
N..	93. 44. 45.		— differ. de log. *A C* à log. sin. *N*..6.7264983	
	180.		+ log. sin. *C* 9.9137179	
			Log. *C N*.................2.9876976	*C N* 972.
			Log. *A N*.................3.1872196	*AN* 1530. 9
			Log. *C N*.................2.9876976	*C N* 972.
C..	74. 56. 0.		— log. sin. *M*.................9.9360621	
N..	45. 24. 0.		+ log. sin. *C*.................9.9848081	
M..	59. 40. 0.		— differ. de log. *C N* à log. sin. *M*.6.9483645	
	180.		+ log. sin. *N*.................9.8524959	
			Log. *NM*.................3.0364436	*NM* 1087. 5
			Log. *C M*.................2.9041314	*CM* 801. 9
			Log. *B C* 3.1028839	*B C* 1267. 3
B..	22. 41. 54.		— log. sin. *M*.................9.7852024	
C..	119. 43. 30.		+ log. sin. *B* 9.5864512	
M..	37. 34. 36.		— differ. de log. *BC* à log. sin. *M*..6.6823185	
			+ log. sin. *C*.................9.9387274	
			Log. *C M*.................2.9041327	*C M* 801. 9
			Log. *B M*.................3.2564089	*B M* 1804. 7

Explication de cette table. Les trois angles du triangle *ABC* étant connus ainsi que la base *A B*, on a (*V.* Trigonométrie) $BC = \frac{AB \times \text{sin.} A}{\text{sin.} C}$ & $AC = \frac{AB \times \text{sin.} B}{\text{sin.} C}$, ou bien, en se servant des logarithmes, on a log. *B C* = log. *A B* — log. sin. *C* + log. sin. *A*, & log. *A C* = log. *A B* — log. sin. *C* + log. sin. *B*.

En conséquence des opérations nécessaires pour résoudre le triangle *A B C*, on a écrit, dans la première colonne, les noms des trois objets qui servent à le former; dans la seconde, on a placé la valeur des angles qui répondent à chacun de ces objets; dans la troisième, après avoir mis le log. de sin. *C*, avec le signe —, sous le log. de *A B*, on a placé leur différence entre le log. sin. *A* & le log. sin. *B*; & ayant soustrait successivement cette différence du log. sin. *A* & du log. sin. *B*, on a écrit les deux résidus ou log. *B C*, & log. *A C*, l'un sous l'autre, toujours dans la même colonne. Enfin, dans la quatrième, se trouvent les trois côtés en toises *AB*, *BC*, *AC*, dont les deux derniers étoient à résoudre, & qui répondent à log. *A B*, log. *B C* & log. *A C*.

L'ordre des calculs à faire pour la résolution

du triangle *ACN*, étant semblable à celui que l'on a suivi pour *ABC*, la table contient, comme pour celui-ci, les noms des trois objets *A*, *C*, *N*, les angles qui y répondent, les opérations indiquées pour avoir log. *CN* & log. *AN*, & les trois côtés *AC*, *CN*, *AN*.

Il en est de même pour les triangles *CNM* & *BCM*, & par conséquent pour tous les autres qui formeroient le canevas de carte proposé, & qui seroient inscrits dans la table.

Quelque simple que soit la table dont nous venons de donner le modèle, la suivante le paroîtra encore davantage, puisqu'au lieu de trois soustractions à faire pour chaque triangle, elle n'exige que trois additions.

SECOND MODÈLE DE TABLE

Pour le calcul des triangles principaux d'un canevas de carte.

Noms des objets.	Angles.	Corrections.	LOGARITHMES.	Côtés en toises.
A..	27°. 12'. 30".		Log. *AB*....................3.4149733	*AB* 2600.
B..	42. 31. 0.		Compl. arith. du log. sin. *C*..........277785	
C..	110. 16. 30.		Log. sin. *A*....................9.6601321	
	180		Somme {log. *AB*.............. / compl. arith. du log. sin. *C*} .3.4427518	
			Log. sin. *B*....................9.8298212	
			Log. *BC*....................3.1028839	*BC* 1267. 3
			Log. *AC*....................3.2725730	*AC* 1873. 1
A..	31. 11. 15.		Log. *AC*....................3.2725730	*AC* 1873. 1
C..	55. 4. 0.		Compl. arith. log. sin. *N*..............9287	
N..	93. 44. 45.		Log. sin. *A*....................9.7141959	
	180		Somme {log. *AC*.............. / compl. arith. log. sin. *N*.} .3.2735017	
			Log. sin. *C*....................9.9137179	
			Log. *CN*....................2.9876976	*CN* 972.
			Log. *AN*....................3.1872156	*AN* 1538. 9
C..	74. 56. 0.		Log. *CN*....................2.9876976	*ᴄN* 972.
N..	45. 24. 0.		Compl. arith. du log. sin. *M*........639379	
M..	59. 40. 0.		Log. sin. *C*....................9.9848081	
	180		Somme {log. *CN*.............. / compl. arith. log. sin. *M*..} .3.0516355	
			Log. sin. *N*....................9.8524959	
			Log. *NM*....................3.0364436	*NM* 1087. 5
			Log. *CM*....................2.9041314	*CM* 801. 9
B..	22. 41. 54.		Log. *BC*....................3.1028839	*BC* 1267. 3
C..	119. 43. 30.		Compl. arith. log. sin. *M*..........2147976	
M..	37. 34. 36.		Log. sin. *B*....................9.5864512	
	180		Log. sin. *C*....................9.9387274	
			Log. *CM*....................2.9041327	*CM* 801. 9
			Log. *BM*....................3.256[illegible]039	*BM* 1804. 7

Explication de cette table. Soit nommée complément arithmétique du logarithme d'un sinus, la différence de ce logarithme au logarithme du sinus total; c'est-à-dire, soit établie cette égalité: complément arithmétique du log. du sinus donné = 10.0000000 — log. de ce sinus. Il suit de-là que, si, dans le calcul du triangle CAB, au lieu de — log. sin. C, on prend le complément arithmétique de log. sin. C pour l'ajouter à log. AB, la somme qui en résulte est plus grande de 10,0000000 que (log. AB — log. sin. C); que par conséquent l'addition successive de cette somme avec log. sin. A & log. sin. B, donne deux nombres plus grands de 10.0000000, que log. BC & log. AC trouvés dans la première table, & qu'enfin ces deux nombres deviennent égaux aux deux logarithmes, si l'on retranche l'unité qui est à la gauche de leur caractéristique, puisqu'en supprimant cette unité, on retranche de chacun d'eux le log. 10.0000000.

En conséquence, dans cette seconde table, on a substitué le complément arithmétique de log. sin. C à — log. sin. C; & l'ayant ajouté à log. AB, on a placé leur somme entre log. sin. A & log. sin. B, on a ajouté ensuite successivement cette somme aux deux logarithmes; & n'écrivant point l'unité à gauche des deux résultats, on a les log. de BC & AC, que l'on a écrit l'un sous l'autre.

On a suivi la même marche pour tous les autres triangles, & l'on voit que le calcul de chacun d'eux, quand on connoît trois angles & un côté, se réduit à trois additions. On peut même se dispenser d'écrire la somme du logarithme de la base & du complément arithmétique du log. sin. de l'angle opposé, entre les log. des deux autres angles, comme dans la case du triangle BCM, où l'on a fait l'addition des trois quantités log. BC, complément arith. log. sin. M & log. sin. B pour avoir log. CM; & l'addition des trois quantités log. BC, complément arith. log. sin. M, & log. sin. C pour avoir log. BM, en retranchant toujours l'unité à la gauche des sommes résultantes.

Lorsque l'on a des tables de sinus qui contiennent les logarithmes des sécantes, au lieu de retrancher le logarithme d'un sinus du logarithme du rayon pour avoir le complément arithmétique du logarithme de ce sinus, on prend le logarithme de la cosécante qui y répond, en retranchant une unité à la gauche de sa caractéristique; car (*Voyez* TRIGONOMÉTRIE) coséc. $= \frac{RR}{\text{sin.}}$; par conséquent log. coséc. = 2 log. R - log. sin.; donc log. coséc. - 10.0000000 = 10.0000000 - log. sin. = complément arith. log. sin.

Remarques. L'ordre dans lequel sont écrits les trois objets qui forment un triangle, est toujours le même dans les tables: les deux premiers représentent les extrémités du côté connu, & le troisième, l'objet opposé à cette base. Cet arrangement constant désigne tout de suite le côté connu dans un triangle, & les deux côtés que l'on se propose d'y connoître.

En considérant le canevas des triangles sur la figure 138, on voit qu'après avoir calculé le triangle ABC, on pourroit se servir indifféremment du côté AC ou du côté CB, pour parvenir à calculer tous les autres triangles, & que par conséquent ces deux côtés pourroient être les racines de deux différentes tables des mêmes triangles, qui prouveroient réciproquement leur exactitude par des produits identiques. Dans la pratique ordinaire, après avoir calculé tous les triangles qui sont du côté de AC, on revient du côté de BC pour calculer les triangles qui l'avoisinent, & ensuite à la base AB pour la résolution de ceux qui sont le plus à sa portée. En employant successivement ces premiers côtés, on évite de multiplier les petites erreurs qui résultent nécessairement d'une suite de calculs tous dérivant d'une même base. Quant à la vérification de la longueur des côtés de chacun des triangles où l'on connoît trois angles observés & un côté, on se sert des opérations que l'on est obligé de faire pour trouver la distance de l'objet opposé au côté connu, à une méridienne & à sa perpendiculaire, ainsi que nous l'expliquerons ci-après.

Lorsque le pays, où l'on opère, est découvert, & que l'on se propose d'en parcourir une grande étendue, il est avantageux de commencer ses stations par les trois ou quatre objets les plus distingués & les plus éloignés que l'on apperçoive l'un de l'autre, & que l'on puisse lier à la base mesurée. Cette précaution sert à prendre une connoissance générale du terrein & des différens objets que l'on a à parcourir, & elle abrège les tâtonnemens que l'on éprouve pour reconnoître d'un endroit les points que l'on a déjà observés d'un autre. De plus, les côtés des grands triangles, que l'on forme au moyen de ces stations éloignées, peuvent se calculer, & fournir les moyens de vérifier les calculs faits pour la résolution des triangles intermédiaires. Il seroit à desirer que l'on pût renfermer tout un pays dans un seul triangle, & que ses trois côtés servissent de premières bases aux suites des triangles qui doivent fonder le canevas des positions.

On ne se borne pas toujours à faire mesurer une seule base; si l'enchaînement des triangles est considérable, on appuie son travail sur une seconde, & en comparant les résultats qu'elle donne avec ceux de la première, on assure sa marche autant qu'il est possible.

En déterminant les trois angles d'un triangle, d'après son regiftre d'observation, sur la table du canevas, il peut arriver que leur somme soit un peu plus grande ou plus petite que 180°, à cause de la difficulté d'estimer avec une justesse parfaite ce que l'ouverture d'un angle peut avoir au-delà d'une des divisions de l'instrument, lorsque l'alidade

mobile ne tombe pas exactement sur cette division. Alors on partage cette petite différence en trois parties proportionnelles aux trois angles pour les ajouter à chacun d'eux, ou les en retrancher, suivant que la différence est en plus ou en moins. La petite colonne où l'on inscrit ces corrections à faire, doit être dans les tables immédiatement à la droite de celle où l'on trouve les valeurs observées des angles.

Des objets de détail qui n'entrent pas dans la chaîne des grands triangles. Outre les objets principaux qui composent la grande chaîne d'un canevas, il se trouve une infinité d'objets intermédiaires que l'on est bien aise de déterminer, & sur lesquels on a fait des observations, telles que des chapelles, des maisons distinguées des hameaux, des arbres remarquables & des jalons que l'on a placés pour faciliter la levée topographique du pays. On construit en conséquence une table à part, pour y faire entrer tous les triangles que forment ces objets avec les bases déjà calculées des grands triangles; & cette nouvelle table, ordonnée d'après les mêmes principes que la première, complète avec celle-ci tout ce que l'on peut desirer de plus étendu pour le canevas d'une carte.

Il arrive quelquefois, sur-tout pour les objets de détail, que l'on ne peut pas avoir trois angles observés dans un triangle. On se contente, en ce cas, des deux que l'on a aux extrémités de sa base; on retranche leur somme de 180°, pour avoir le troisième angle, & l'on calcule la position de son sommet, comme à l'ordinaire, en ayant toujours soin de rapporter ce sommet à une seconde base, afin de vérifier, par un nouveau calcul, la justesse du premier.

De la réduction des angles au centre d'un lieu d'observation.

Nous avons supposé, dans le calcul d'une chaîne de triangles, que les observations des angles avoient toujours été faites au centre même des objets qui formoient le fond d'une carte. Cela n'est possible cependant que lorsqu'on se sert des signaux placés sur les hauteurs, pour points fondamentaux de son travail. Lorsqu'il faut opérer dans les clochers, tours & moulins, *&c.* il arrive souvent que l'on ne peut s'établir qu'à leur circonférence, & que l'on ne prend pas par conséquent avec exactitude les mêmes ouvertures d'angles que l'on auroit eues, en se plaçant au centre du lieu d'observation.

Quelques petites que soient les différences qui en résultent, sur-tout lorsque les triangles ont des côtés un peu étendus, on ne sauroit trop s'appliquer à rectifier scrupuleusement des erreurs qui iroient en se multipliant, & qui deviendroient à la fin très-sensible. Il est donc essentiel d'avoir une méthode pour rapporter au centre des lieux où l'on opère, les angles observés à leur circonférence, & nous n'avons négligé d'y avoir égard, dans la construction d'un canevas de carte, que pour en faciliter l'intelligence, & arriver, par gradation, à une marche plus composée.

Définitions. Le centre du lieu où on observe étant désigné par C (*fig.* 139, 140, 141, 142, 143, 144), & le point où est placé le graphomètre par A, si l'angle BAD représente l'angle observé, & AB la position du diamètre fixe du graphomètre; 1.° l'intervalle AC compris entre le point de station A & le centre C, se nomme la distance au centre; 2.° le prolongement indéfini AH de la droite AC s'appelle *la direction*; 3.° les côtés AB, AD de l'angle observé sont nommés *rayons visuels*; 4.° les droites CB, CD, tirées du centre du lieu d'observation aux extrêmités des côtés de l'angle observé, sont appellées *rayons centraux*; 5.° on nomme angle à la direction un angle tel que BAH ou DAH, formé par un rayon visuel & la direction; 6.° on appelle angles opposés à la distance, les angles ABC, ADC, compris entre un rayon visuel & le rayon central correspondant; 7.° enfin les triangles ABC, ADC que forment la distance au rayon visuel & le rayon central correspondant, sont appellés triangles sur la distance.

Observation. Avant que de réduire les angles au centre, on doit avoir construit, au moyen d'une échelle & d'un rapporteur, le canevas des triangles que l'on a à résoudre. Ce premier travail met à même de trouver à-peu-près la distance d'un point à un autre ou le rayon central, soit en se servant du calcul, soit en employant simplement l'échelle & le compas. Nous ferons voir bientôt que cent ou deux cens toises de plus ou de moins sur un rayon d'une lieue de longueur, ne peuvent causer aucune erreur dans l'emploi de cette distance pour la réduction de l'angle au centre.

Problême. Connoissant l'angle observé BAD, la distance au centre AC & l'angle à la direction BAH, trouver l'angle au centre BCD (*fig.* 139, 140, 141, , *&c.*)

Solution. La différente position du centre C, relativement à l'angle observé, offre différens cas qu'il faut parcourir les uns après les autres. 1.° Supposons que le centre C soit sur le prolongement du rayon visuel AB (*fig.* 139), alors l'angle observé BAD est égal à l'angle à la direction HAD; mais l'angle HAD étant extérieur au triangle ADC, est égal aux deux intérieurs opposés C & D, & par conséquent l'angle au centre BCD est égal à l'angle observé BAD, moins l'angle D opposé à la distance; il faut donc résoudre le triangle sur la distance ADC, pour avoir la valeur de l'angle D. Or on connoît, dans ce triangle, la distance au centre AC, le rayon central DC & le supplément CAD de l'angle à la direction HAD. Le sinus de l'angle D est

donc égal (*Voyez* TRIGONOMÉTRIE) à $\frac{\text{fin. } CAD \times AC}{CD}$, ou bien log. fin. $D =$ log. fin. $CAD +$ log. $AC -$ log. CD; donc, en retranchant l'angle qui répond à fin. D ou à log. fin. D de l'angle obfervé BAD, ou à l'angle au centre BCD.

2.° Soit le centre C fur l'un des côtés AB de l'angle obfervé BAD (*fig.* 140), on voit que l'angle au centre $BCD =$ l'angle obfervé BAD + l'angle D oppofé à la diftance; mais fin. $D = \frac{\text{fin. } CAD \times AC}{CD}$, ou log. fin. $D =$ log. fin. CAD + log. $AC -$ log. CD; donc, en ajoutant l'angle qui répond à log. fin. D à l'angle obfervé BAD, ou à l'angle au centre BCD.

3.° Le centre C étant au-delà du point de ftation A (*fig.* 141), de maniere que la diftance AC, prolongée en H, divife l'angle obfervé BAD en deux autres BAH & HAD; alors chacun de ces deux nouveaux angles, ayant le centre C fur le prolongement de l'un de fes côtés, fe réduit au centre, comme dans le premier cas, l'angle $BCH = BAH - B$, & l'angle $HCD = HAD - D$; donc l'angle au centre $BCD =$ l'angle obfervé $BAD -$ les deux angles B & D oppofés à la diftance.

4.° Si le centre C eft au-dedans de l'angle obfervé BAD (*fig.* 142), cet angle & l'angle au centre BCD font divifés par le prolongement de la diftance AC, chacun en deux autres angles qui fe rapportent au fecond cas; car l'angle $BCH = BAH + B$, & l'angle $HCD = HAD + D$; donc l'angle au centre $BCD =$ l'angle obfervé $BAD +$ les deux angles B & D oppofés à la diftance.

5.° Imaginons le centre C à gauche du point de ftation A (*fig.* 143) de forte que le prolongement AH de la diftance foit au dehors de l'angle obfervé BAD, alors l'angle BED étant extérieur aux deux triangles BCE & DAE, eft égal en même-tems aux deux angles B & BCE, & aux deux angles D & DAE, on a donc $B + BCE = D + DAE$, & par conféquent l'angle au centre BCD ou $BCE =$ l'angle obfervé BAD ou $EAD +$ l'angle D oppofé à la diftance — l'angle B auffi oppofé à la diftance.

6.° Soit enfin le centre C à droite du point de ftation A (*fig.* 144) de maniere que le prolongement AH de la diftance fe trouve au dehors de l'angle obfervé, ou à l'angle extérieur $BED = BCD + D = BAD + B$, par conféquent l'angle au centre $BCD =$ l'angle obfervé $BAD +$ l'angle B oppofé à la diftance — l'angle D auffi oppofé a la diftance.

Remarque 1re Des fix cas que nous venons d'examiner, le 1er, le 3e, le 5e & le 6e font ceux qui fe préfentent ordinairement; le 2e & le 4e font fort rares, cependant ils peuvent fe rencontrer.

2.e Le finus de chaque angle oppofé à la diftance eft le quatrième terme d'une proportion, dont le rayon central, la diftance au centre & le finus de l'angle oppofé au rayon central font les trois premiers termes : or la grande différence qu'il y a entre le rayon central & la diftance au centre fait que l'on peut fe difpenfer de calculer le rayon, & fe contenter de l'avoir à-peu-près, au moyen du compas & de l'échelle, d'après le canevas des triangles à réfoudre. Quand on compare une lieue à quelques piés, & que l'on cherche, au moyen de ce rapport, le quatrième terme d'une proportion, on eft bien fûr que ce quatrième terme, conclu du grand au petit, d'après un rapport dont les deux termes font fi inégaux, ne peut pas éprouver de différence confidérable, quand même on négligeroit deux cens toifes fur le premier terme, & même davantage, à mefure que le rayon central augmente de longueur. Quelquefois, pour réduire au centre les plus grands angles formés fur les alignemens fixes, afin de vérifier l'exactitude d'un tour d'horizon, on fe contente d'eftimer le rayon central à vue, ou d'après les gens du pays.

3.e Si l'on vouloit employer le procédé le plus rigoureux, on réfoudroit d'abord les triangles de fon tableau, comme on l'a fait, fans avoir égard à la réduction de l'angle au centre; on fe ferviroit enfuite des côtés trouvés par ce calcul, pour réduire au centre, fur fon regiftre d'obfervation, les angles dont on a befoin, & l'on formeroit un nouveau tableau des véritables triangles pour en calculer les côtés.

De l'enrégiftrement des détails d'une obfervation, quand on veut réduire les angles au centre, & des opérations à faire fur fon regiftre pour parvenir à conftruire les tables des triangles. La réduction de l'angle au centre fuppofe qu'après chaque ftation A (*fig.* 144, *&c.*), où l'on n'a pu s'établir au centre du lieu d'obfervation, on a enrégiftré l'angle à la direction BAH & la longueur de la diftance AC; pour cet effet, laiffant l'alidade fixe dans fa pofition, on fait tourner la mobile jufqu'à ce qu'elle foit dirigée fur le centre du lieu où l'on opère, & qu'elle détermine la direction. On examine alors quel angle cette direction fait avec l'alignement fixe, & fi cet angle eft à droite ou à gauche de cet alignement; on mefure enfuite la diftance du centre au point de ftation, & l'on écrit ces deux obfervations fur fon regiftre.

Suppofons, par exemple, que la bafe AB, que l'on a mefurée pour former un canevas de carte, étoit terminée par deux tours AAA, BB (*fig.* 145, 146), au centre defquelles on n'a pu obferver, on enrégiftrera les ouvertures d'angles & les autres détails dépendans de chaque ftation, dans l'ordre fuivant.

MODÈLE D'ENRÉGISTREMENT.

Angles réduits.	Corrections faites,	Corrections à faire.	Parallélisme.	Observations.
				OBSERVATION AU POINT *A*.
				I.ere Position.
				Entre *B*
				Et *E*................ 20° 20′ 24″
				Et *F*................ 51. 25. 43.
127° 0′ 1″.	−0′. 38″. / −2. 29.	−1″. 3‴. ½	....	Et *G*................127. 3. 8.
				Et la direction à droite.. 35.
				Distance 5 pieds.
				II.e Position.
				Entre *G*
98. 54. 1.	−2. 8. / −2. 1.	− 40. ⅙	....	Et *H*................ 98. 58. 10.
				Et la direction à droite.. 45. 20.
				Distance 6.p
				III.e Position.
				Entre *H*
				Et *O*................ 41. 56. 3.
75. 42. 15.	−2. 51. / +0. 6.	....	....	Et *N*................ 75. 45. 0.
				Et *M*................ 92. 31. 22.
106. 53. 30.	−2. 51. / −1. 2.	....	....	Et *C*................106. 57. 23.
				Et *L*................108. 15. 23.
134. 6. 1.	−2. 51. / −1. 17.	−1. 6. ⅓	....	Et *B*................134. 10. 9.
				Et la direction à droite.. 78.
Tour de l'horizon, 360. 0. 3.		−3″.		Distance 7.p
				Tour de l'horizon..360. 11. 27.
			30″. extérieur	OBSERVATION AU POINT *B*.
				I.ere Position.
				Entre *A*
				Et *H*................ 15. 30. 39.
				Et *O*................ 29. 57. 4.
				Et *N*................ 36. 20. 30.
42. 30. 30.	−1′. 27″. / +0. 47.	....	....	Et *C*................ 42. 31. 10.
65. 12. 54.	−1. 27. / −0. 27.	....	....	Et *M*................ 65. 14. 48.
114. 29. 45.	−1. 27. / −2. 13.	....	....	Et *L*................114. 33. 25.
				Et la direction à droite.. 55.
				Distance 8.p
			Id.	II.e Position.
				Entre *L*
				Et *D*................ 60. 26. 2.
130. 48. 15.	−2. 43. / −1. 26.	....	....	Et *E*................130. 52. 24.
				Et la direction à droite..110.
				Distance 9.p
			Id.	Sans déranger l'Instrument.
				Entre *E*
				Et *F*................ 82. 7. 1.
				Et *G*................ 99. 3. 53.
114. 40. 30.	+1. 26. / −1. 24.	....	....	Et *A*................114. 40. 28.
Tour de l'horizon, 359. 58. 30. Parallélisme 1. 30.				Tour de l'horizon..360. 6. 17.

Ce modèle d'enrégiſtrement contient tout ce qui eſt néceſſaire pour calculer les deux angles oppoſés à la diſtance, relatifs à la réduction au centre de chaque angle qu'il renferme. 1.° Il fait connoître la diſtance au centre. 2.° Au moyen des angles de la direction avec les alignemens fixes, il faut trouver ceux que cette même direction forme avec les côtés d'un angle quelconque à réduire, & par conſéquent l'on voit tout de ſuite, en rapportant la poſition de la direction à l'un des ſix cas du problème précédent, ſi les angles oppoſés à la diſtance ſont additifs ou ſouſtractifs. 3.° En conſtruiſant d'après lui un canevas à l'échelle & au rapporteur, on a à-peu-près la longueur de chaque rayon central.

Nous nous ſommes bornés aux deux obſervations faites aux points *A* & *B*, parce que tout autre ſe réduiſant aux mêmes détails, on voit aiſément comment on peut former un regiſtre complet d'obſervations pour conſtruire un canevas de carte.

Remarques 1.re La ſomme des plus grands angles pris ſur les alignemens fixes, qui doit être égal à 360°, lorſqu'on a pu ſe placer au centre, eſt ordinairement plus grande de quelques minutes lorſqu'on a été obligé de s'établir à la circonférence. Rien n'empêche, ſi l'on veut vérifier ſon tour d'horizon, de réduire tout de ſuite au centre les plus grands angles faits ſur les alignemens fixes, en eſtimant le rayon central, ou en le déterminant plus exactement lorſque l'on a des données ſuffiſantes, & de voir ſi la ſomme de tous ces angles eſt égale à 360°, à la petite différence près qui réſulte toujours des eſtimes.

2.e Dès que l'on a conſtruit au rapporteur le canevas de ſes triangles, & que l'on veut réduire au centre ſur ſon regiſtre les angles dont on a beſoin, l'on commence toujours par les plus grands angles ſur les alignemens fixes; on écrit leur valeur réduite, dans la premiere colonne à gauche du regiſtre, ſur la même ligne que l'angle obſervé auquel elle répond, & l'on place dans la petite colonne qui ſuit les deux angles oppoſés à la diſtance qui ont ſervi à cette réduction, avec les ſignes + ou — ſuivant, qu'ils ſont additifs ou ſouſtractifs. On fait alors la ſomme de ces principaux angles réduits, en ajoutant à chacun d'eux la différence poſitive ou négative qui exprime le défaut de parallėliſme; & ſi cette ſomme eſt encore plus grande ou plus petite que 360°, on diviſe cette petite différence en parties proportionnelles aux valeurs de ces angles principaux, & l'on écrit ces parties avec les ſignes + ou — dans la colonne des corrections à faire, à côté des angles réduits auxquels elles appartiennent.

Ces premiers calculs étant faits, on examine quels ſont les autres angles que l'on a à réduire, on écrit de même leur valeur calculée dans la colonne des angles réduits, ſur la ligne des angles obſervés correſpondants, & l'on place dans la colonne des corrections faites les angles oppoſés à la diſtance qui répondent à ces valeurs avec les ſignes diſtinctifs.

C'eſt en reprenant le ſecond modèle de la table des triangles, pour la conſtruire avec le nouveau regiſtre, que l'on verra clairement quels ſont les angles que l'on a à réduire.

MODELE

MODÈLE DE TABLE

POUR LE CALCUL

Des Triangles principaux d'un canevas de Carte.

Noms des objets.	Angles.	Corrections.	Logarithmes.	Côtés en toiſes.
A..	27° 12′ 30″.		Log. *AB*....................3.4149733	*A B* 2600.
			Compl. arith. du log. ſin. *C*..........277785	
B..	42. 31. 0.		Log. ſin. *A*....................9.6601321	
C..	110. 16. 30.		Somme {log. *A B*.............. / compl. arith. du log. ſin. *C*} .3.4427518	
	180		Log. ſin. *B*....................9.8298212	
			Log. *B C*....................3.1028839	*B C* 1267. 3
			Log. *A C*....................3.2725730	*A C* 1873.
A..	31. 11. 15.		Log. *A C*....................3.2725730	*A C* 1873. 1
			Compl. arith. log. ſin. *N*..............9287	
C..	55. 4. 0.		Log. ſin. *A*....................9.7141959	
N..	93. 44. 45.		Somme {log. *A C*.............. / compl. arith. log. ſin. *N*.} .3.2735017	
	180		Log. ſin. *C*....................9.9137179	
			Log. *C N*....................2.9876976	*CN* 972.
			Log. *A N*....................3.1872196	*AN* 1538. 9
C..	74. 55. 10.	+49″. 57‴. $\frac{1797}{5399}$	Log. *C N*....................2.9876976	*CN* 972.
			Compl. arith. du log. ſin. *M*........639379	
N..	45. 23. 30.	+30. 16. $\frac{16}{5399}$	Log. ſin. *C*....................9.9848081	
M..	59. 39. 20.	+39. 46. $\frac{3586}{5399}$	Somme {log. *C N*.............. / compl. arith. log. ſin. *M*..} .3.0516355	
	179. 58.	+2′.	Log. ſin. *N*....................9.8524959	
			Log. *N M*....................3.0364436	*NM* 1087. 5
			Log. *C M*....................2.9041314	*CM* 801. 9
B..	22. 41. 54.		Log. *B C*....................3.1028839	*B C* 1267. 3
			Compl. arith. log. ſin. *M*..........2147976	
C..	119. 43. 30.		Log. ſin. *B*....................9.5864512	
M..	37. 34. 36.		Log. ſin. *C*....................9.9387274	
	180			
			Log. *C M*....................2.9041327	*CM* 801. 9
			Log. *B M*....................3.2564089	*B M* 1804. 7

Construction de cette Table. Pour résoudre le triangle *ABC*, on a besoin, outre la base mesurée *AB*, des trois angles *CAB*, *CBA* & *ACB*, réduits au centre. 1.° Pour avoir l'angle *CAB*, on voit dans le registre, à la 3^{me} position de l'observation au point *A*, qu'il faut soustraire l'angle *HAC* de l'angle *HAB*; on réduit donc au centre l'angle *HAC*, on l'écrit dans la premiere colonne de son registre, sur la même ligne que le point *C*, & retranchant *HAC* de *HAB*, en ayant égard aux corrections à faire, on écrit le reste, qui est *CAB* dans la Table des triangles, à côté de l'objet *A*. 2.° Pour avoir l'angle *CBA*, on voit dans le registre, à la 1re position de l'observation au point *B*, que sa valeur est écrit à la droite du point *C*, & la réduisant au centre, on la place dans la Table à côté du point *B*, en y ajoutant 30″ pour l'angle extérieur du parallélisme. 3.° Pour avoir l'angle *ACB*, on cherche dans le registre que nous supposons complet, l'observation au point *C*, on examine si l'angle *ACB* appartient à une ou à plusieurs positions de cette observation, & après avoir réduit au centre sur son registre les angles nécessaires pour avoir l'angle *ACB*; on les soustraits les uns des autres, ou on les ajoute ensemble, selon qu'il en est besoin, & l'on écrit *ACB* sur la Table des triangles, à côté de l'objet *C*.

La résolution du triangle *ACN* exige de même, outre le côté connu *AC*, les trois angles réduits *NAC*, *NCA* & *ANC*; or on trouve dans le registre, à la troisième position de l'observation au point *A*, que l'angle *NAC*, est la différence de l'angle *HAC* à l'angle *HAN*; réduisant donc au centre *HAN*, & le retranchant de *HAC* déjà réduit, on écrit le reste de la soustraction sur la Table, à côté du point *A*. On cherche de même sur le registre aux observations *C* & *N* les angles qu'il faut réduire pour avoir les angles *C* & *N* du triangle *ACN*, & on les écrit sur la Table des triangles, à côté de leurs sommets.

Ces deux exemples sont plus que suffisants pour faire connoître la manière de se servir d'un registre d'observations, lorsque l'on veut construire une Table de triangles.

Lorsqu'on a réduit au centre les trois angles d'un triangle à résoudre, il arrive souvent que leur somme n'est pas égale tout-à-fait à 180 degrés, comme on le voit dans la case du triangle *CNM*; on divise alors la petite différence additive ou soustractive en trois parties proportionnelles aux trois angles, & on écrit chacune de ces parties à côté de l'angle qui y correspond, dans la colonne des corrections, avec le signe + ou le signe — suivant qu'il en est besoin. On trouve une Table de ces répartitions de 5″ en 5″, jusqu'à 10″, dans la nouvelle Trigonométrie Rectiligne de M. du Pain de Montesson, Ingénieur des Camps & Armées.

La multiplicité d'opérations qu'exige la réduction de l'angle au centre, a fait imaginer de calculer des tables, où étant données la distance au centre, l'ouverture de l'angle à la direction & la longueur du rayon central, on trouve la valeur de l'angle opposé à la distance; la nouvelle Trigonométrie Rectiligne contient encore une de ces tables, où l'ouverture de l'angle à la direction croît de 5 en 5 degrés, jusqu'à 90, la distance au centre depuis 1 pié jusqu'à 15, & le rayon central depuis 100 jusqu'à 10,000 toises.

Différens problêmes relatifs à la construction d'un canevas de carte.

Il n'arrive pas toujours que l'on puisse appercevoir, des stations que l'on fait, tous les points qu'il est nécessaire de déterminer. Les problêmes suivants contiennent les principaux cas qui sortent de la méthode générale.

Problême 1.^{er} Calculer la position d'un point *D*, que l'on n'a pu appercevoir d'aucune station, mais duquel on peut observer trois autres points déjà déterminés *A*, *B*, *C* (*fig.* 147, 148, 149, 150, 151).

Solution. Par le point de station *D* & par deux des points connus *A* & *C*, soit imaginée une circonférence *AECD*, le 3^{e} point *B* sera intérieur ou extérieur à la circonférence, & le point *D* sera compris entre les points déterminés, ou sera hors de ces points, ou sera sur l'alignement de deux de ces points, ce qui nous fera distinguer plusieurs cas.

Soit ensuite tirée du point *D* au point *B* la droite *BD*, prolongée s'il est nécessaire jusqu'à la circonférence qu'elle coupera en *E*, & de ce point *E*, ainsi que des points *A* & *C*, soient tirées les droites *AE*, *EC*, *AD*, *DC*.

Dans le 1er cas (*fig.* 147) où l'on suppose le point *B* extérieur à la circonférence, & le point *D* hors des trois points *ABC*, on connoît trois choses dans le triangle *AEC*, le côté *AC* donné l'angle *EAC* = l'angle *EDC* observé & l'angle *ECA* = l'angle *EDA* observé, on peut donc résoudre le triangle *AEC*, & conclure le côté *AE*. On connoîtra alors trois choses dans le triangle *BAE*: l'angle *BAE*, qui est la différence de *BAC* à *EAC*, & les deux côtés qui le comprennent; par conséquent on pourra le résoudre (*V.* Trigonométrie) & conclure l'angle *AEB*, ou son supplément *AED*; mais l'angle *ACD* = l'angle *AED*, donc enfin on connoîtra dans le triangle *ADC* le côté *AC* donné, l'angle observé *ADC* & l'angle calculé *ACD*, ce qui fera conclure les distances *AD*, *DC*, qu'il falloit trouver.

Dans le 2^{e} cas (*fig.* 148) où *B* est intérieur à la circonférence après avoir résolu le triangle *AEC*, on retranchera *BAC* de *EAC* pour avoir *EAB*, on résoudra le triangle *EAB* pour conclure l'angle *AEB* & *AEB* étant égal à *ACD*, on conclura *AD*, *DC* au moyen du triangle *ADC*.

Dans le 3^{e} cas (*fig.* 149) où le point *B* est intérieur & au-dessous de *AC*, après avoir résolu

AEC, on ajoutera *EAC* à *CAB* pour avoir l'angle *EAB* du triangle *EAB*, on conclura l'angle *AEB* ou son égal *ACD*, ce qui fera trouver les distances *AD*, *DC*.

Dans le 4^e^ cas (*fig.* 150) où le point de station *D* est compris entre les points déjà déterminés, on résoudra le triangle *AEC* à l'ordinaire, car ses angles à la base sont les supplémens des angles observés, on ajoutera *EAC* à *CAB* pour avoir l'angle *BAE*, & résoudre le triangle *BAE*, qui fera conclure l'angle $AEB = ACD$, & trouver les distances *AD*, *DC*.

Enfin dans le 5^e^ cas (*fig.* 151) où le point *D* se trouve sur l'alignement de *AB*, puisqu'on connoît l'angle déjà déterminé *DAC*, l'angle observé *ADC* & le côté *AC*, on conclut tout de suite les distances *AD*, *DC*.

Remarques. 1. On connoîtra si le point *B* est intérieur ou extérieur à la circonférence, en comparant l'un des angles observés *BDC* à l'angle donné *BAC*, opposé au même côté connu ; si *BDC* est plus petit, le point *B* est extérieur ; si *BDC* est plus grand, le point *B* est intérieur ; s'ils étoient égaux, les points *B* & *E* se confondroient, les quatre points seroient dans la même circonférence, & la résolution du problême deviendroit impossible.

2. Comme il peut arriver que l'observation des angles qui ont servi à résoudre le triangle *ADC* ait été mal faite, il seroit essentiel pour en vérifier l'exactitude, d'appercevoir du point *D*, outre les points *ABC*, un quatrième point déjà déterminé. On le lieroit avec les points *A* & *B*, comme si le point *C* n'existoit point, pour former un nouveau systême d'observations & trouver une seconde fois la valeur de *AD*, ou bien avec les points *B* & *C*, en faisant abstraction de *A*, pour calculer de nouveau la distance *DC*. L'identité des résultats fonderoit la sûreté de la résolution du triangle *ADC*, & les rectifications faites s'il en étoit besoin, on auroit un triangle que l'on pourroit inscrire dans la table, à la manière ordinaire.

Problême 2.^e^ Déterminer le point *C* qui se trouve au fond d'un vallon (*fig.* 152) & qui n'a pu être observé des stations faites aux points *A* & *B*, ni d'aucune autre station.

Solution. 1.° On examinera si l'on peut placer un jalon *K* sur l'alignement *AC*, & un jalon *O* sur l'alignement *BC*, car alors visant des points *A* & *B* sur ces jalons, les prolongemens des deux rayons concourent en *C*, & par conséquent l'on peut résoudre le triangle *ABC*.

2.° Si l'on ne peut placer un jalon sur l'alignement *CB*, on cherchera sur *AB* ou sur son prolongement un point *D*, d'où l'on puisse appercevoir le point *C*, alors faisant mesurer *DB* & l'ajoutant à *AB*, ou l'en retranchant, suivant que le point *D* est au-delà ou au-deçà du point *B*, on a un triangle *ADC*, que l'on peut résoudre, puisqu'on y connoît *AD*, & qu'on peut en observer les angles ; on parvient donc à avoir dans le triangle *ABC* les côtés *AB*, *BC* & l'angle compris, & par conséquent à le calculer tout-à-fait.

3.° S'il n'est pas possible de placer des jalons sur aucun des alignemens *AC*, *CB*, *DC*, &c. on cherchera deux points quelconques, d'où l'on puisse appercevoir en même tems les trois points *A*, *B*, *C*, on déterminera ces deux points au moyen de la base *AB*, comme dans le problême suivant, & ils serviront alors à lier le point *C* aux points *A* & *B*, &c. &c.

Problême 3.^e^ Trouver la distance de deux points *C* & *D*, d'où l'on peut observer deux autres points *A* & *B*, dont la distance est déjà mesurée (*fig.* 153).

Solution. On supposera une valeur à *CD*, & en conséquence de cette valeur on calculera les triangles *CAD*, *CBD* & *ACB* pour avoir *AB* ; *AB* étant trouvé on fera cette proportion *AB*, que l'on a trouvé : au vrai *AB* : : *CD* que l'on a supposé : au vrai *CD*.

Du calcul des distances des points principaux d'un pays à une méridienne & à sa perpendiculaire.

La difficulté de placer d'une manière bien exacte les points d'un canevas de carte, au moyen de la construction des triangles que forment ces points, a fait imaginer de les rapporter à deux lignes droites d'une position invariable, telle que la Méridienne, qui passe par un de ces points, & la droite horizontale qui la coupe perpendiculairement au même point. On calcule en conséquence la distance de chaque objet à ces deux lignes, & l'on en forme une Table, qui sert de la manière la plus simple à construire un canevas de carte, comme nous l'expliquerons ci-après.

On trouvera à l'article MÉRIDIENNE la manière de tracer cette ligne sur un plan horizontal.

Problême 1.^er^ Les distances des objets principaux d'un pays étant connues entr'elles, calculer leurs distances relativement à la méridienne, & à la perpendiculaire d'un de ces mêmes objets.

Solution. Supposons que le point *A* (*fig.* 138) soit un des principaux points du pays, & qu'y ayant tracé une méridienne *NS*, on ait pris l'ouverture de l'angle *NAB*, que forme la base *AB* avec cette méridienne ; cela posé soient imaginées par tous les points du pays des parallèles à la méridienne de *A*, & à sa perpendiculaire *OE*, & soient nommées *x* & *y* les points où ces parallèles rencontrent ces deux lignes.

1.° On voit que dans le triangle rectangle *ABx* on connoît la base *AB*, & l'angle à la méridienne *NAB*, & que les deux côtés à connoître *Bx* & $Ax = By$ sont, l'un la distance du point *B* à la

méridienne de *A*, & l'autre la diſtance du même point à ſa perpendiculaire, or (*voyez Trigonométrie*) $Bx = \frac{AB \times \text{ſin. } xAB}{\text{ſin. total}}$ & Ax ou $By = \frac{AB \times \text{coſin.} xAB}{\text{ſin. tot.}}$, ou bien en ſe ſervant des logarithmes, log. $B\,x =$ log. $A\,B +$ log. ſin. $x\,A\,B -$ log. ſin. t. & log. $B\,y =$ log. $A\,B +$ log. coſin. $x\,A\,B -$ log. ſin. t. donc nous avons déjà déterminé les diſtances du point *B* à la méridienne & à la perpendiculaire de *A*, & les deux formules qui les expriment ſont applicables à tout point qui réuniroit les mêmes données que le point *B*.

2.° L'angle *NAB* à la méridienne étant connu, l'enrégiſtrement des angles obſervés autour du point *A* met à même de connoître tout autre angle *NA C*, *NAN*, &c. que forment les rayons *AC*, *AN*, &c. avec la même méridienne; par conſéquent on peut réſoudre les triangles *ACx*, *ANx*, &c. & déterminer les diſtances de tous les points *C*, *N*, &c. qui ſont autour de *A*, à la méridienne & à la perpendiculaire qui paſſent par ce point.

3.° On ne peut connoître l'angle à la méridienne *NAB*, que l'on ne connoiſſe ſon égal *sBA* ou *yBA* formé par la parallele à la méridienne, qui paſſe par *B*, & par la baſe *AB*; & par conſéquent, au moyen de l'obſervation faite au point *B*, que l'on ne connoiſſe l'angle *CBn*, & tous les autres angles que font les rayons partant du point *B*, avec cette parallele.

La connoiſſance de l'angle *CBn* donne celle de ſon égal *BCy* ou *BCs* formé par *BC* avec la parallèle de *C*, ainſi que tous les angles que font les rayons partans de *C* avec cette même parallèle.

Donc au moyen d'un ſeul angle obſervé à la méridienne, on parvient à connoître tous ceux que font les rayons d'une ſtation quelconque, avec la parallèle qui paſſe par ce point. Donc on peut calculer les diſtances des objets qui ſont autour d'un point quelconque, relativement à la parallèle, à la méridienne & à la parallele à la perpendiculaire, qui paſſent par ce point, & par conſéquent connoiſſant les diſtances de ce point lui-même à la méridienne & à la perpendiculaire de *A*, on peut avoir par addition ou par ſouſtraction les diſtances de chacun de ces objets à cette méridienne, & à ſa perpendiculaire.

Application. Revenons actuellement à la Table des triangles, & voyons comment on peut y inſérer les diſtances de tous les points à la méridienne & à la perpendiculaire de *A*, en ſuppoſant que l'on a déjà calculé les diſtances de l'autre extrémité *B* de la baſe *AB*, relativement à ces deux lignes, & que l'angle *NAB*, obſervé à la méridienne eſt de $86^{d}\ 40'$.

Noms des objets.	Angles réduits.	Corrections.	Logarithmes.	Côtés en toises.	Angles avec la Mérid. & ses parallèles.	Distances	
						à la Méridienne.	à la Perpendiculaire.
A.. B.. C..	° ′ ″ 27.12.30. 42.31. 0. 110.16.30.		3.4149733 277785 9.6601321 3.4427518 9.8298212 3.1028839 3.2725730	2600. 1267. 3 1873.	Au point A, entre le point C & le Nord de la Mérid. Ang. 59.° 27.′ 30.″	Log. A C.......3.2725730 + {log. sin.... / ang. à la M.} .9.9351342 (Somme — 10)..3.2077072 Dist. de C à la M....1613.t 3	Log. A C.......3.2725730 + {log. cosin.. / ang. à la M.} .9.7060046 (Somme — 10).2.9785776 Dist. de C à la P....951.t 8
					Au point B, entre C & le Nord de la Par. à la M. 50.° 49.′ 0.″	Log. B C.......3.1028839 + {log. sin.... / ang. à la par.} .9.8893736 (Somme — 10)..2.9922575 -dist. de C à la par. de B.982.t 3 Dist. de B à la M...2595. 6 Dist. de C à la M....1613. 3	Log. B C.......3.1028839 + {log. cosin.. / ang. à la Par.} .9.8005823 (Somme — 10)..2.9034662 +dist. de C à la par. de B.800.t 6 Dist. de B à la P.....151. 2 Dist. de C à la P.....951. 8
A.. C.. N..	31.11.15. 55. 4. 0. 93.44.45.		3.2725730 9287 9.7141959 3.2735017 9.9137179 2.9876976 3.1872196	1873. 972. 1538. 9	Au point A, entre N & le Nord de la M. 28.° 16.′ 15.″	Log. A N......3.1872196 + {log. sin... / ang. à la M.} ..9.6754482 (Somme — 10)..2.8626678 Dist. de N à la M.....728.t 9	Log. A N......3.1872196 + {log. cosin.. / ang. à la M.} .9.9448372 (Somme — 10)..3.1320568 Dist. de N à la P...1355. 3
					Au point C, entre N & le Nord de la Par. à la M. 65.° 28.′ 30.″	Log. C N.......2.9876976 + {log. sin.... / ang. à la par.} .9.9589365 (Somme — 10)..2.9466341 —dist. à la par.......884.t 4 Dist. de C à la M...1613. 3 Dist. de N à la M...728. 9	Log. C N......2.9876976 + {log. cosin.. / ang. à la Par.} .9.6181425 (Somme — 10)..2.6058401 + dist. de N à la P...403.t 5 Dist. de C à la P....951. 8 Dist. de N à la P...1355. 3
C.. N.. M..	74.55.10. 45.23.30. 59.39.20. 179.58. 0.	″ ‴ +49. 57 +30. 16 +39. 47 +2′0″0‴	2.9876976 639379 9.9848081 3.0516355 9.8524959 3.0364436 2.9041314	972. 1807. 5 801. 9	Au point C, entre M & le Nord de la Par. à la M. 9.° 27.′ 30.″	2.9041314 9.2157177 2.1198491 + 131.t 8 1613. 3 Dist.............1745. 1	2.9041314 9.9940554 2.8981868 + 791. 951. 8 Dist.............1742. 8
					Au point N, entre M & le Nord de la Par. 69.° 7.′ 30.″	3.0364436 9.9705143 3.0069579 + 1016. 1 728. 9 Dist.............1745. Dist. moyenne....1745.	3.0364436 9.5518528 2.5882964 + 387. 5 1355. 3 Dist.............1742. 8 Dist. moyenne....1742. 8

Explication de cette Table. On a vu précédemment que l'ordre du calcul de chaque triangle étoit de se servir d'une base connue & de trois angles observés pour trouver les distances d'un troisième objet aux deux extrémités de cette base. De même connoissant les distances des extrémités de la même base à la méridienne & à la perpendiculaire, on les emploie pour calculer les distances du troisième point, relativement à ces deux lignes. On détermine d'abord sur la Table les côtés inconnus du triangle, d'après les données, & ensuite on cherche les distances de son sommet à la méridienne & à la perpendiculaire. Par exemple dans le triangle *A B C*, *B C* & *A C* étant trouvés, on calcule les distances du point *C* à la méridienne & à la perpendiculaire de *A*, & ensuite aux parallèles de *B*, pour les rapporter par addition ou par soustraction à la méridienne & à la perpendiculaire de *A*. Ces deux opérations se vérifient l'une par l'autre, & servent de plus à vérifier le calcul des côtés que l'on vient de déterminer dans le triangle, puisqu'on les emploie successivement tous les 2 pour conduire aux mêmes résultats.

La marche uniforme que l'on suit dans la Table, pour rapporter le sommet d'un triangle à la méridienne & à la perpendiculaire, au moyen de l'une des deux extrémités de la base, est d'abord d'écrire, dans la colonne des angles à la méridienne, l'angle que forme la distance de ce sommet à cette extrémité, avec la parallele à la méridienne qui passe par ce dernier point, en spécifiant si cet angle est du côté du Nord ou du côté du Sud. Cela posé, on ajoute dans la colonne des distances à la méridienne, le logarithme du nombre de toises qu'il y a depuis le sommet jusqu'à l'extrémité choisie de la base, au logarithme du sinus de l'angle avec la parallèle à la méridienne, & l'on n'écrit point l'unité à la gauche de leur somme, pour en retrancher le logarithme du sinus total. On cherche alors le nombre qui répond au logarithme (somme — 10) pour avoir la distance du sommet à la parallèle qui passe par l'extrémité de la base, & on l'écrit au-dessous avec le signe — ou le signe +, suivant que le premier de ces points est entre la parallèle du second & la méridienne, ou qu'il est hors de ces deux lignes, & plaçant alors sous cette quantité soustractive ou additive la distance du second point à la méridienne principale, on a par soustraction ou par addition la distance du sommet du triangle à cette méridienne.

On suit absolument le même procédé pour déterminer la distance à la perpendiculaire, & l'on ne fait que substituer dans ce second calcul le log. du cosin. de l'angle à la méridienne ou à sa parallèle, à la place du long. du sin. employé dans le premier calcul.

Cette méthode est l'application des deux formules générales que l'on a trouvées pour déterminer les distances du point *B* à la méridienne & à la perpendiculaire.

Remarque 1.re En cherchant les distances du sommet d'un triangle à la méridienne & à la perpendiculaire, au moyen des deux points extrêmes de sa base, on trouve pour chaque distance deux résultats, qui ont presque toujours une petite différence entr'eux; on ajoute ensemble ces deux résultats, & la moyenne arithmétique est la distance demandée.

Remarque 2.e L'arrangement conventionnel des Tables étant toujours le même, on écrit les logarithmes & les autres nombres à leur place ordinaire, sans les désigner d'aucune manière, comme dans la case du triangle *C N M*. On n'a indiqué la nature de chaque nombre, dans les autres cases, que pour faciliter l'intelligence des opérations qui servent à déterminer les distances demandées.

Remarque 3.e Un objet est disposé à l'Est ou à l'Ouest de la méridienne principale, & au Nord ou au Sud de la perpendiculaire, il est par conséquent nécessaire, lorsqu'on rapporte une suite d'objets à la méridienne & à la perpendiculaire de l'un d'entre eux, & que l'on en forme des Tables, de faire connoître par des signes cette différence de position. On pourroit se contenter d'écrire dans la colonne des distances à la méridienne la lettre initiale d'Ouest, au-dessus de celles qui sont à l'Ouest, & dans la colonne des distances à la perpendiculaire la lettre *S*, au-dessus de celles qui sont au Sud; les distances qui n'auroient point de signes seroient censées à l'Est dans la premiere colonne, & au Nord dans la seconde. Cependant, pour mieux les distinguer, on peut mettre quatre colonnes sur les Tables; alors les deux premieres servent pour les distances Est, Ouest, à la méridienne, & les deux autres pour les distances Nord & Sud à la perpendiculaire.

Problême second. Les distances de deux points *A* & *B* à la Méridienne & à la perpendiculaire d'un lieu quelconque étant données, trouver la distance de ces deux points (*fig.* 154 & 155).

Solution. 1.° Soient représentées les distances de *A* & de *B* à la méridienne *NS* & à sa perpendiculaire *O E* par *A G*, *B D*, *A H*, *B I*, le triangle rectangle *A B O* qu'elles forment, étant prolongées s'il est nécessaire, est composé du côté *AB* que l'on veut connoître, & des différences des distances connues de *A* & de *B* à la méridienne & à la perpendiculaire, on peut donc établir cette proportion (*Voyez* TRIGONOMÉTRIE) *A O* ou la différence des distances à la méridienne : *B O* ou la différence des distances à la perpendiculaire :: *R* : tang. *BAO*; d'où l'on conclut, en se servant des logarithmes log. tang. *BAO*=log. *BO* + log. *R* — log. *A O*. L'angle *B A O* étant connu, on forme cette seconde proportion, sin. *B A O* : $R :: BO : AB = \frac{BO \times R}{\text{sin. } BAO}$, & l'on en déduit log. *AB* = log. *B O* + log. sin. total — log. sin. *B A O*.

2.° Si les points *A* & *B* étoient de part & d'autre de la méridienne ou de la perpendiculaire

(*fig.* 151 & 157), un des côtés du triangle *BAO*, au lieu d'être composé des différences des distances données, seroit composé de leur somme, & le problême se résoudroit comme dans le premier cas; il en seroit de même pour toute autre supposition, en ayant égard aux changemens qu'elle apporteroit dans les termes des proportions.

Remarques I.[re] Il peut arriver que l'on veuille se servir, pour base des opérations nécessaires à un canevas de carte, de la distance de deux points *A* & *B*, que l'on ne peut pas mesurer sur le terrein, & que l'on connoisse seulement les distances de ces deux points à la méridienne & à la perpendiculaire d'un lieu donné; on emploie alors la méthode du problême précédent pour avoir cette distance *AB*, & l'on a la base de son canevas.

2.[e] On se sert de la même méthode pour lier ensemble deux points appartenans à deux chaînes différentes de triangles dont les sommets ont leurs distances calculées à une même méridienne & à sa perpendiculaire. C'est un moyen facile de trouver la distance de ces deux points, lorsqu'on n'a pu les appercevoir l'un de l'autre, & les lier par un triangle.

3.[e] Outre la nécessité de se servir quelquefois d'une base *AB*, dont les extrêmités sont rapportées à une méridienne & à sa perpendiculaire, on peut avoir besoin de calculer les distances des points de son canevas à cette méridienne. Le problême suivant & son corollaire donneront les méthodes qu'il faut employer dans cette supposition.

Problême troisième. Les distances de deux points *A* & *B* à la méridienne d'un lieu quelconque *P* & à sa perpendiculaire étant données (*fig.* 154), trouver l'angle que forme la droite *AB* avec les parallèles à la méridienne qui passent par le point *A* & par le point *B*.

Solution. Soient imaginées, comme précédemment, la méridienne & la perpendiculaire du point *P*, ainsi que les distances données *AG*, *AH*, *BD*, *BI* des points *A* & *B* à ces deux lignes; les prolongemens des distances, en se coupant en *x*, forment un triangle rectangle où l'on connoît deux côtés, & l'on peut par conséquent établir cette proportion, *Ax* ou la différence des distances à la perpendiculaire : *xB* différence des distances à la méridienne : : sin. t. : tang. *xAB* ou tang. de l'angle que fait *AB* avec la parallèle à la méridienne qui passe par *A*; donc log. tang. *xAB* ou tang. *ABI* = log. sin. t. + log. différ. des dist. à la mér. — log. différ. des dist. à la perpendiculaire.

Si les deux points *A* & *B*, au lieu de se trouver d'un même côté de la méridienne, étoient de part & d'autre (*fig.* 156), au lieu de prendre la différence des distances à la méridienne, on auroit pris leur somme. Il en eût été de même pour les distances à la perpendiculaire (*fig.* 157), si les deux points se fussent trouvés de part & d'autre de cette ligne.

Corollaire. Donc les distances des deux points *A* & *B* à la méridienne & à la perpendiculaire de *P* étant données, puisqu'on parvient à trouver la distance de ces deux points entre eux & l'angle que fait cette distance avec les parallèles à la méridienne qui passent par *A* & *B*, il est évident que l'on réduit les opérations à faire en se servant de la base *AB* à celles que l'on a détaillées dans les problêmes du calcul des triangles, *&c.*

Problême quatrième. La table des distances de tous les points principaux d'un pays à une méridienne & à sa perpendiculaire étant donnée, construire telle portion que l'on voudra d'un canevas de carte.

Solution. Après avoir divisé le papier sur lequel on veut opérer (*fig.* 158), en carreaux de 1000 toises de côté, en parties de l'échelle, on examinera si les points, que l'on doit y placer, sont à l'est ou à l'ouest de la méridienne : nous les supposerons à l'est, &, s'ils sont au nord ou au sud de la perpendiculaire, nous les supposerons au sud. Les points étant à l'est de la méridienne, la première tranche à gauche des carreaux doit contenir le point le moins éloigné de la méridienne, en supposant le nord au haut du papier. On cherchera donc la plus petite distance à la méridienne de tous les points que l'on doit employer; &, si on la trouve, par exemple, de 20300 toises, on écrira au-dessus, du côté gauche du premier carreau, 20000 toises, & de suite sur toutes les parallèles à ce premier côté 21000. 22000. 23000 toises, *&c.* Toutes ces lignes représenteront autant de parallèles à la méridienne, éloignées les unes des autres de 1000 toises. On cherchera de même la plus petite distance à la perpendiculaire, qui sera supposée de 5700 toises; &, comme cette distance est au sud de la perpendiculaire, on écrira à la gauche, du côté supérieur du premier carreau, 5000 toises, & successivement à côté de toutes ses parallèles 6000. 7000. 8000 toises, *&c.* pour que toutes les lignes qui servent de bases aux carreaux, représentent des parallèles à la perpendiculaire, éloignées les unes des autres de 1000 toises, & s'avançant toujours vers le sud.

Cette opération faite, supposons que l'on veuille placer le point *A*, dont la distance à la méridienne est de 20300 toises, & la distance à la perpendiculaire est de 8600 toises, on voit aisément que ce point doit être entre les deux méridiennes 20000 & 21000, & entre les deux perpendiculaires 8000 & 9000, & par conséquent dans le carreau *A*. On prendra alors avec un compas 300 toises de l'échelle, que l'on portera de *K* en *I* sur la parallèle, 8000 à la perpendiculaire, & avec un autre compas 600 toises, que l'on portera de *K* en *O* sur la parallèle à la méridienne cotée 20000. Alors, du point *O*, comme

centre traçant, avec l'ouverture de 300 toises, un petit arc au-dedans du carreau, on le coupera au point *A*, par un autre arc tracé du point *I*, avec l'ouverture de 600 toises; & l'intersection *A* sera la position demandée, puisque, par cette construction, le point *A* se trouve éloigné de la méridienne de 20300 toises, & de la perpendiculaire de 8600 toises.

Supposons que l'on ait actuellement à placer le point *B*, dont la distance à la méridienne est de 22327 toises, & la distance à la perpendiculaire est de 7221. On voit qu'il doit se trouver dans le carreau *B*, formé par la parallèle à la méridienne 22000, & par la parallèle à la perpendiculaire 7000, & que les deux ouvertures de *K* en *I* & de *K* en *O*, doivent être de 327 toises & de 221 toises. Il en sera de même pour déterminer la position de tout autre point.

Si les distances à la méridienne, au lieu d'être à l'est, eussent été à l'ouest, on auroit coté les parallèles de droite à gauche, en commençant par le millésime de la plus petite distance; &, si les distances à la perpendiculaire eussent été au nord, au lieu d'être au sud, on auroit commencé à coter la première parallèle avec le millésime de la plus petite distance, en commençant de bas en haut.

Remarque relative à l'usage de l'aiguille aimantée. L'aiguille aimantée ne se dirigeant pas exactement vers le nord, & sa déclinaison étant variable, il est nécessaire de la connoître, pour en tracer la direction sur le papier de la planchette. La méthode la plus simple lorsqu'on y a placé les points principaux au moyen des carreaux de 1000 toises & de la table des distances calculées, est de s'établir sur le terrein entre deux de ces points, de manière que la ligne droite qu'ils déterminent convienne parfaitement avec la ligne droite que leurs correspondans déterminent sur le papier. On place alors un déclinatoire sur la planchette; &, le faisant mouvoir jusqu'à ce que l'aiguille réponde aux deux points de division qui lui sont opposés, on tire une ligne droite sur le papier le long d'un des côtés parallèles à l'aiguille, & l'angle qu'elle fait avec les parallèles à la méridienne, est l'angle de la déclinaison demandée. On vérifie cette déclinaison, en répétant la même opération, au moyen de différens points.

De l'usage du graphomètre pour mesurer les hauteurs.

Problême. Connoissant les distances horizontales de plusieurs points élevés au-dessus de l'horizon, à un point de station *C*, déterminer leurs hauteurs (*fig.* 159).

Solution. Supposons que, connoissant la distance d'un point *C* pris dans la plaine à la verticale *A B*, qui passe par le sommet *A* d'une montagne, on veuille avoir la hauteur de ce sommet au-dessus du point *B*, on placera le centre du graphomètre au point *C* & l'alidade fixe horizontalement sur *CB*, de manière que le plan de l'instrument soit vertical, & par conséquent dans le plan du triangle *A C B*. Alors, prenant l'ouverture de l'angle *C*, on connoîtra dans le triangle *A C B* un côté *CB* & un angle aigu *C*; on pourra par conséquent le résoudre, & trouver la hauteur du point *A* au-dessus du centre du graphomètre qui représente le point *C*. On ajoutera à la hauteur trouvée la hauteur du centre du graphomètre au-dessus du terrein, & l'on aura la hauteur entière de la montagne au-dessus de la plaine. On opérera de la même manière pour trouver la hauteur de tous les autres points au-dessus de l'horizon de *C*. (*Par* M. JOLLY, *Ingénieur-Géographe-Militaire.*

LEVER, v. act. (*Géom.*) on dit, dans la Géométrie-pratique, *lever un plan*; c'est prendre avec un instrument la grandeur des angles, qui déterminent la longueur & la disposition des lignes par lesquelles est terminé le terrein dont on se proposoit de *lever* le plan. *Voyez* PLANCHETTE; DEMI-CERCLE, GRAPHOMETRE, *&c.*

Lever un plan & *faire* un plan sont deux opérations très-distinctes. On *lève* un plan, en travaillant sur le terrein, c'est-à-dire, en prenant des angles & en mesurant des lignes, dont on écrit les dimensions dans un registre, afin de s'en ressouvenir, pour *faire* le plan; ce qui consiste à tracer en petit sur du papier, du carton ou toute autre matière semblable, les angles & les lignes déterminés sur le terrein dont on a levé le plan, de manière que la figure tracée sur la carte, ou décrite sur le papier, soit tout-à-fait semblable à celle du terrein, & possède en petit, quant à ses dimensions, tout ce que l'autre contient en grand. *Voyez* PLAN, CARTE, *&c.* (*E*)

LEVER, s. m. (*Astron.*) C'est la première apparition d'un astre au-dessus de l'horizon, lorsqu'il passe de l'hémisphère inférieur à l'hémisphère supérieur, par l'effet du mouvement diurne de la sphère. L'heure du *lever* astronomique est celle où l'astre arrive sur l'horizon rationnel, c'est-à-dire, à 90^d du zénit, par sa situation apparente, affectée de la réfraction & de la parallaxe. C'est ainsi qu'on trouve le lever des astres dans la *Connoissance des Tems* & dans les autres éphémérides ou almanacs qui en sont tirés. De-là il suit que, si on étoit sur un lieu très-élevé, l'on verroit un astre avant son lever astronomique, & que, quand on est dans une plaine dont l'horizon est borné par les objets environnans, on ne le voit qu'après son véritable *lever*.

Pour calculer le *lever* ou le coucher d'un astre, on se sert de la trigonomérie sphérique : on peut le trouver aussi par le moyen d'un globe, ainsi que nous l'avons expliqué au *mot* GLOBE.

Lorsqu'une planète ou une étoile est précisément dans l'horizon, sa distance au méridien ou son angle horaire s'appelle *arc sémi-diurne*, & c'est la première

la première chose qu'il faut connoître pour calculer l'heure du *lever* ou du coucher des astres.

Soit *HZO* (*planches d'Astron. fig.* 40), la moitié du méridien, *HO* la moitié de l'horizon, *EQ* le quart de l'équateur, *P* le pole, *Z* le zénit, *S* le soleil, ou un astre placé à l'horizon au moment de son *lever*; *ZS* sa distance au zénit, qui est de 90^d, j'entens sa distance apparente; car la distance au zénit nous paroît augmentée par la parallaxe & diminuée par la réfraction, dont il faut tenir compte en employant *ZS* de 90^d plus la refraction, moins la parallaxe. *PS* est la distance vraie de l'astre au pole boréal du monde; c'est le complément de sa distance à l'équateur ou de sa déclinaison *SA*, si elle est boréale; mais c'est la somme de 90^d, & de cette déclinaison, si elle est australe. L'arc *PZ* est la distance du pole au zénit dans le lieu où l'on est, c'est-à-dire, le complément de la latitude ou de la hauteur du pole *PO*. Les trois côtés *PS*, *PZ*, *ZS* étant connus, on en peut tirer la valeur de l'angle *P* par les règles de la trigonométrie sphérique: cet angle *P* ou *ZPS*, est l'angle horaire de l'astre; c'est sa distance au méridien dans le moment où il se lève, ou son arc sémi-diurne, qui se trouve par conséquent en résolvant un triangle dont on connoît les trois côtés, pour trouver l'angle *P*.

Telle est la méthode la plus naturelle & la plus exacte pour calculer le lever & le coucher d'un astre: on pourroit y employer aussi l'ascension oblique ou la différence ascensionnelle *AQ*; mais il faudroit calculer séparément l'effet de la réfraction & de la parallaxe; ce qui rendroit le calcul plus embarrassant & aussi long que par la règle précédente. C'est par la méthode expliquée ci-dessus, qu'on a calculé, pour tous les degrés de latitude terrestre, la table des arcs sémi-diurnes qui se trouve imprimée dans plusieurs vol. de la *Connoissance des Tems*, & la table plus étendue pour la latitude de Paris, qui se trouve dans mon *Exposition du Calcul Astronomique* & dans le 8^e^ volume de mes Ephémérides.

Quand on a trouvé l'arc sémi-diurne en degrés, s'il s'agit du soleil, on le convertit en tems, à raison de 15^d par heure, & l'on a l'heure même du coucher du soleil. Si l'on prend ce qui s'en manque pour aller à 12^d, on a l'heure du *lever*. Mais, pour avoir une extrême précision dans le résultat, il faut que la déclinaison du soleil & le côté *PS* du triangle *PZS* aient été calculés pour un tems très-voisin de celui du *lever* ou du coucher du soleil.

S'il s'agit d'une étoile ou d'une planète, & principalement de la lune, il ne suffit pas de convertir l'arc sémi-diurne, à raison de 360^d pour 24^h; mais il faut mettre, au lieu de 24^h, le tems que l'astre dont il s'agit emploie à revenir au méridien ce jour-là. On trouve, dans le 8^e^ volume de mes Ephémérides, une table des arcs sémi-diurnes de la lune pour Paris, dans laquelle on a fait entrer cette circonstance, ainsi que la réfraction & la parallaxe, & madame du Piery a calculé une table du *lever* & du coucher du soleil en secondes pour tous les jours dans le même volume.

On ne met que l'heure & la minute du *lever* du soleil, dans les almanacs, parce que la précision des secondes est détruite par l'inégalité & l'incertitude qu'il y a dans la réfraction horizontale; elle varie au moins de 3 minutes, ce qui fait à Paris 25″ de différence sur le *lever* & le coucher du soleil dans certains tems.

En n'employant que les minutes dans la table du *lever* du soleil, on est obligé de marquer la même chose pendant plusieurs jours aux environs des solstices; cependant, à la rigueur, le soleil ne se lève pas deux jours de suite à la même seconde; mais le lendemain du solstice il y a une seconde de différence.

D'ailleurs, si l'on employoit les secondes, la table ne seroit bonne que pour un très-petit espace pris du nord au sud, ou pour une partie de la ville pour laquelle on l'auroit calculée; il suffit qu'on s'éloigne de 200 toises pour qu'il y ait une seconde de différence pour le *lever* du soleil dans les solstices.

Enfin la forme du calendrier, qui ne ramène pas le soleil tous les quatre ans au même point du ciel, fait qu'au bout de 32 ans, il y a jusqu'à 29″ de différence sur le *lever* & le coucher du soleil à Paris, au printems & en automne.

Quand on calcule rigoureusement le coucher du soleil en secondes pour le solstice d'hiver, l'on trouve le moment du coucher du soleil à 48° 51′ de latitude, qui est le milieu de Paris, $4^h\ 5'\ 2''$, en supposant que le solstice arrive au moment même du coucher du soleil, le 21 décembre; dans ce cas, on trouvera, pour le lendemain, 1″ 4 de moins, le second jour 5″ 8, & le 3^e^ 13″ 1, dont le soleil se couchera plutôt le 24 décembre que le 21. On voit que ces quantités croissent comme les carrés des tems; car la 3^e^, 13″ 1, est neuf fois plus grande que la première 1″ 4. Mais la différence du matin croît différemment, parce que le premier intervalle n'est que de $15^h\ 50'$ depuis le coucher solsticial jusqu'au lever suivant.

Voici une table pour les trois jours qui suivent le solstice, en supposant qu'il soit arrivé le soir au coucher du soleil; ainsi, trois jours après le solstice d'hiver, la durée du jour est augmentée de 23 secondes & 3 dixièmes.

	Matin.	Soir.	Total.
1	0″ 6	1″ 4	2″ 0
2	4 0	5 8	9 8
3	10 2	13 1	23 3

Comme, dans la première antiquité, la plupart des peuples n'avoient pas tout-à-fait réglé la grandeur de l'année, parce qu'ils ne connoissoient pas encore assez le mouvement apparent du soleil, il est évident que, si l'on eût fixé à certains jours du mois quelqu'événement remarquable, on auroit eu trop de peine à découvrir dans la suite précisément le tems de l'année auquel cela devoit répondre. On se servoit donc de la méthode usitée parmi les gens qui vivoient à la campagne; car ceux-ci ne pouvoient se régler sur le calendrier civil, puisque les mêmes jours du mois civil ne répondoient jamais aux mêmes saisons de l'année, & qu'ainsi il falloit avoir recours à d'autres signes pour distinguer les tems & les saisons. Or les laboureurs, les historiens & les poëtes, y employoient le lever & le coucher des astres. Pour cet effet, ils distinguèrent trois sortes de lever & de coucher des astres, suivant les divers tems de l'année : le *lever héliaque*, le *lever cosmique* & le *lever acronyque*, on les appelle aussi *levers poëtiques*.

Le *lever* héliaque d'une étoile, lever solaire; lever apparent, est son apparition, après sa conjonction au soleil, le premier jour où elle commence à se dégager des rayons du soleil, & à être visible le matin.

Chaque année le soleil, par son mouvement propre d'occident vers l'orient, rencontre les différentes constellations de l'écliptique, & les rend invisibles pour nous par l'éclat de sa lumière. Lorsque le soleil, après avoir traversé une constellation, est assez éloigné d'elle pour se *lever* environ une heure plus tard, la constellation commence à paroître le matin, en se levant un peu avant que la lumière du soleil soit assez considérable pour la faire disparoître; c'est ce qu'on appelle *lever héliaque* ou *solaire* des étoiles. De même le coucher heliaque arrive lorsque le soleil approche d'une constellation; car, avant qu'il l'ait atteint, elle cesse de paroître le soir après le coucher du soleil, parce qu'elle se couche trop peu de tems après le soleil. Il est sur-tout nécessaire, pour l'intelligence de la chronologie & des poëtes, d'avoir une idée de ce *lever* héliaque. Commençons par celui de sirius, qui étoit si célèbre parmi les Egyptiens.

Le *lever* héliaque de sirius, il y a 2000 ans, arrivoit en égypte vers le milieu de l'été, lorsqu'après une longue disparition, cette étoile commençoit à reparoître le matin, un peu avant le *lever* du soleil; la saison qui règnoit alors, ou la situation du soleil, étoit à-peu-près la même que celle du 12 juillet parmi nous, & c'étoit le tems où le vent étésien, soufflant du nord sur l'éthiopie, y accumuloit les vapeurs, les nuages & les pluies, & causoit les débordemens du Nil; aussi le *lever* de sirius s'observoit avec le plus grand soin; c'étoit une des cérémonies religieuses de ces tems-là. L'année cynique des Egyptiens commençoit au *lever* héliaque de sirius; mais, pour ce qui est de leur année civile, qui étoit continuellement de 365 jours, elle ne pouvoit pas s'accorder avec l'année naturelle, & tous les quatre ans de *lever* de sirius devoit arriver un jour plus tard dans l'année civile. Après un espace de 1460 ans, que Censorinus appelle la *grande année des Egyptiens*, l'année naturelle se trouvoit recommencer au même point de l'année civile; ainsi, l'an 1322 avant J. C. & l'an 138 après J. C., le *lever* de sirius se trouva arriver le premier jour du mois thoth, ou le premier jour de l'année civile, qui répondoit alors au 20 juillet. C'est cette période caniculaire ou sothiaque de 1460 ans, dont on trouve des vestiges dans quelques anciens auteurs; mais elle ne devoit être réellement que de 1425 ans. *Voyez* M. Dupuis, *Mém. de l'Acad. des Inscrip. tom. XXIX.*

Pour trouver exactement le tems de l'année, où doit arriver le *lever* héliaque de sirius, nous supposerons que cette étoile peut être apperçue à son *lever* par des yeux attentifs, pourvu que le soleil soit encore abaissé de 10° sous l'horizon, quoique Ptolemée donne en général 12° pour l'arc d'émersion des étoiles de la première grandeur. Soit P le pole (*pl. d'Astr. fig.* 50), ED l'équa-$ELCM$ l'écliptique, S l'étoile dont il s'agit. Sous une latitude de 48° 50′, telle qu'on l'observe à Paris, on aura $PZ = 41° 10'$, la déclinaison AS de sirius 16° 24′ 50″; en résolvant le triangle DAS, on trouvera DA 19° 41′ 22″; c'est la différence ascensionnelle qui, étant ajoutée à l'ascension droite EA de sirius pour 1775, 98° 48′ 45″, donne ED 108° 30′ 7″, c'est l'ascension oblique de sirius ou l'ascension droite du point D de l'équateur, qui se lève en même tems que l'étoile. Dans le triangle EDC, dont on connoît ED, l'angle E & l'angle EDC, on trouvera l'angle C, 55° 34′ 27″, & le côté EC 135° 27′ 56″, c'est la longitude du point coascendant C de l'écliptique. Si l'on suppose enfin le soleil au point M de l'écliptique, 10° au-dessous de l'horizon, il faudra chercher la longitude du point M, & ce sera le lieu du soleil au premier instant où sirius doit s'appercevoir à l'horizon; dans le triangle CMN rectangle en N, l'on connoît l'angle C par l'opération précédente, aussi-bien que $MN = 10°$; on trouvera CM de 12° 9′ 11″, qui, ajouté à la longitude du point C, donnera EM, ou la longitude du point M, de 4s 27° 37′ 7″; ce qui répond au 20 août : Bainbrigius trouve 3s 24° 19′ pour une latitude de 30 degrés, & vers l'annéee 138, où commençoit la période sothiaque; c'est la longitude du soleil, le jour du *lever* héliaque de sirius, le premier jour où sirius paroissant à l'horizon le matin, se trouvoit assez dégagé du soleil pour pouvoir être apperçu : cette longitude est celle que le soleil a maintenant le 16 juillet. On trouve cette longitude plus petite de 12° $\frac{1}{4}$, en remontant 1460 ans plutôt, ou au com-

mencement de la période précédente, suivant le calcul de Bainbrigius.

Quoique le *lever* héliaque des étoiles fût le plus remarquable parmi les anciens, ils distinguoient encore plusieurs autres espèces de *levers* & de couchers : le *lever* cosmique, qu'on peut appeller le *lever du matin*, & le coucher cosmique ou coucher du matin, aussi-bien que le *lever* & le coucher acronyques, qu'il vaudroit mieux appeller le *lever* & le *coucher* du soir. Le moment du *lever* & du coucher du soleil règle le *lever* ou le coucher cosmique : lorsque des étoiles se lèvent avec le soleil ou se couchent au soleil levant, on dit qu'elles se lèvent ou se couchent *cosmiquement*; mais, quand les étoiles se lèvent ou se couchent le soir, au moment où se couche le soleil, on dit que c'est le *lever* ou le coucher *acronyque*; d'où il suit que le coucher acronyque suit, à 12 ou 15 jours près, le coucher héliaque, du moins pour les étoiles voisines de l'écliptique, & que le *lever* cosmique précède de la même quantité le *lever* héliaque. le P. Pétau a calculé une table fort ample de ces différentes sortes de *levers* ou de couchers de différentes étoiles pour le tems de Jules-César : mais on a beau calculer, on ne parvient pas à concilier les anciens auteurs, ni les anciens calendriers où l'on a confondu les lieux & les époques. Dans le calendrier même, attribué à Ptolemée, on voit le *lever* de Sirius à 7 jours différens, au 4^e^ après le solstice, aux 6^e^, 22^e^, 25^e^, 31^e^, 32^e^. *Voyez* Freret, *Défense de la Chronologie*, *p.* 487. On trouve sur-tout, dans les *Fastes* d'Ovide, un grand nombre de passages qui se rapportent à ces trois sortes de *levers*. Le *lever* héliaque du dauphin est annoncé pour le 9 de janvier.

Interea Delphin clarum super æquora sidus
Tollitur & patriis exerit ora vadis. I. 457.

Le coucher cosmique paroît indiqué pour le premier avril au matin.

Dum loquor, elatæ metuendus acumine caudæ
Scorpios, in virides præcipitatur aquas. IV. 163.

Le *lever* héliaque des pléïades & le commencement de l'été, sont annoncés pour le 13 de mai; ce seroit le 21, suivant le calcul du P. Pétau.

Pleïadas aspicies omnes, totumque sororum
Agmen, ubi ante idus nox erit una super;
Tum mihi, non dubiis autoribus, incipit æstas.
L. V. 599.

Les poëtes ont souvent décrit la sphère d'après les ouvrages d'Eudoxe, qui se rapportent à plus de 1200 ans avant J. C. Il en est de même du poëme d'Aratus. *Voyez* M. Maraldi, *Mém. Acad.* 1733, & M. Freret, *Défense de la Chron.*

Les levers & les couchers d'étoiles ont donné lieu à un grand nombre de fables, dont M. Dupuis a donné l'explication la plus heureuse & la plus savante dans un mémoire qui fait partie du 4^e^ volume de mon *Astronomie*, publié en 1781. Par exemple, Atlas épouse Hesperis, & il en naît 7 filles appellées les *pléïades*; cela veut dire que, quand la constellation du bouvier se couche, les pléïades se lèvent. On disoit aussi que le taureau avoit engendré Proserpine, & que du mariage de Proserpine, étoit né un taureau, parce que, quand la constellation du taureau se couche, la couronne boréale se lève, & que, quand elle se couche, le taureau se lève. On proposoit aux initiés dans les mystères de Cérès cette enigme : *le taureau engendre le serpent, & le serpent à son tour engendre le taureau.* Eusèbe, Clément d'Alexandrie, Arnobe, rapportent cette doctrine secrète, qui paroît monstrueuse, mais qui est une allégorie évidente du *lever* du serpent & du coucher du taureau. (*D. L.*)

LEVIER, f. m. *en Méchanique*, est une verge inflexible, soutenue sur un seul point ou appui, & dont on se sert pour élever des poids, laquelle est presque dépourvue de pesanteur, ou au moins n'en a qu'une qu'on peut négliger. Ce mot vient du verbe *lever*, qui vient lui-même du latin *elevare*.

Le *levier* est la première des machines simples, comme étant en effet la plus simple de toutes, & on s'en sert principalement pour élever des poids à de petites hauteurs. *Voyez* MACHINE & FORCES MOUVANTES.

Il y a, dans un *levier*, trois choses à considérer, le poids qu'il faut élever ou soutenir, comme *O*, (*Pl. de Méchanique*, *fig.* 1), la puissance par le moyen de laquelle on doit l'élever ou le soutenir comme *B*, & l'appui *D*, sur lequel le *levier* est soutenu, ou plutôt sur lequel il se meut circulairement, cet appui restant toujours fixe.

Il y a des *leviers* de trois espèces; car l'appui *C*, est quelquefois placé entre le poids *A* & la puissance *B*, comme dans la *figure première*, & c'est ce qu'on nomme *levier de la première espèce*; quelquefois le poids *A* est situé entre l'appui *C* & la puissance *B*, ce qu'on appelle *levier de la seconde espèce*, comme dans la *fig.* 2; & quelquefois enfin la puissance *B* est appliquée entre le poids *A* & l'appui *G*, comme dans la *fig.* 3; ce qui fait le *levier de la troisième espèce*.

La force du *levier* a pour fondement ce principe ou théorême, que l'espace ou l'arc décrit par chaque point d'un *levier*, & par conséquent la vîtesse de chaque point est comme la distance de ce point à l'appui; d'où il s'ensuit que l'action d'une puissance & la résistance du poids augmentent à proportion de leur distance de l'appui.

Et il s'ensuit encore qu'une puissance pourra soutenir un poids lorsque la distance de l'appui au point de *levier* où elle est appliquée, sera à la distance du même appui au point où le poids

eſt appliqué, comme le poids eſt à la puiſſance, & que, pour peu qu'on augmente cette puiſſance, on élevera ce poids. *Voyez* la démonſtration de tout cela *au mot* PUISSANCE MÉCHANIQUE, & plus au long encore *au mot* BALANCE, machine qui a beaucoup d'analogie avec le *levier*, puiſque le *levier* n'eſt autre choſe qu'une eſpèce de balance ou de peſon pour élever des poids, comme la balance eſt elle-même une eſpèce de *levier*.

La force & l'action du *levier* ſe réduiſent facilement à des propoſitions ſuivantes.

1.° Si la puiſſance appliquée à un *levier* de quelque eſpèce que ce ſoit, ſoutient un poids, la puiſſance doit être au poids en raiſon réciproque de leurs diſtances de l'appui.

2.° Etant donné le poids attaché à un *levier* de la première ou ſeconde eſpèce, *A B*, *figure première*, la diſtance *C V*, du poids à l'appui, & la diſtance *A C*, de la puiſſance au même appui, il eſt facile de trouver la puiſſance qui ſoutiendra le poids. En effet, ſuppoſons le *levier* ſans peſanteur, & que le poids ſoit ſuſpendu en *V*, ſi l'on fait comme *A C* eſt à *C V*; ainſi, le poids *V* eſt à un quatrième terme, on aura la puiſſance qu'il faut appliquer en *A*, pour ſoutenir le poids donné *V*.

3.° Si une puiſſance, appliquée à un *levier* de quelque eſpèce que ce ſoit, enlève un poids, l'eſpace parcouru par la puiſſance dans ce mouvement eſt à celui que le poids parcourt en même tems, comme le poids eſt la puiſſance qui ſeroit capable de le ſoutenir; d'où il s'enſuit que le gain qu'on fait du côté de la force, eſt toujours accompagné d'une perte du côté du tems, & réciproquement. Car plus la puiſſance eſt petite, plus il faut qu'elle parcourt un grand eſpace pour en faire parcourir un fort petit au poids.

De ce que la puiſſance eſt toujours au poids comme la diſtance du poids au point d'appui eſt à la diſtance de la puiſſance au même point d'appui, il s'enſuit que la puiſſance eſt plus grande ou plus petite, ou égale au poids, ſelon que la diſtance perpendiculaire du poids à l'appui eſt plus grande ou plus petite, ou égale à celle de la puiſſance. De-là on conclura, 1.° que, dans le *levier* de la première eſpèce, la puiſſance peut être ou plus grande ou plus petite, ou égale au poids; 2.° que, dans le *levier* de la ſeconde eſpèce, la puiſſance eſt auſſi plus petite ou plus grande que le poids, ou égale; 3.° qu'elle eſt toujours plus grande dans le *levier* de la troiſième eſpèce; & qu'ainſi cette dernière eſpèce de *levier*, bien loin d'aider la puiſſance, quant à ſa force abſolue, ne fait au contraire que lui nuire. Cependant cette dernière eſpèce eſt celle que la nature a employé le plus fréquemment dans le corps humain. Par exemple, quand nous ſoutenons un poids attaché au bout de la main, ce poids doit être conſidéré comme fixé à un bras de *levier* dont le point d'appui eſt dans le coude, & dont par conſéquent la longueur eſt égale à l'avant-bras. Or ce même poids eſt ſoutenu en cet état par l'action des muſcles dont la direction eſt fort oblique à ce bras de *levier*, & dont par conſéquent la diſtance au point d'appui eſt beaucoup plus petite que celle du poids. Ainſi, l'effort des muſcles doit être beaucoup plus grand que le poids. Pour rendre raiſon de cette ſtructure, on remarquera que plus la puiſſance appliquée à un *levier* eſt proche du point d'appui, moins elle a de chemin à faire pour en faire parcourir un très-grand au poids. Or l'eſpace à parcourir par la puiſſance, étoit ce que la nature avoit le plus à ménager dans la ſtructure de notre corps. C'eſt pour cette raiſon qu'elle a fait la direction des muſcles fort peu diſtante du point d'appui; mais elle a dû auſſi les faire plus forts en même proportion.

Quand deux puiſſances agiſſent parallèlement aux extrêmités du *levier*, & que le point d'appui eſt entre deux, la charge du point d'appui eſt égale à la ſomme des deux puiſſances, de manière que, ſi l'une des puiſſances eſt, par exemple, de 100 livres, & l'autre de 200, la charge du point d'appui ſera de 300. Car, en ce cas, les deux puiſſances agiſſent dans le même ſens; mais, ſi le *levier* eſt de la ſeconde ou troiſième eſpèce, & que par conſéquent le point d'appui ne ſoit pas entre les deux puiſſances, alors la charge de l'appui ſera égale à l'excès de la plus grande puiſſance ſur la plus petite; car alors les puiſſances agiſſent en ſens contraire.

Si les puiſſances ne ſont pas parallèles, alors il faut les prolonger juſqu'à ce qu'elles concourent, & trouver par le principe de la compoſition des forces (*voyez* COMPOSITION) la puiſſance qui réſulte de leur concours.

Cette puiſſance, à cauſe de l'équilibre ſuppoſé, doit avoir une direction qui paſſe par le point d'appui, & la charge du point d'appui ſera évidemment égale à cette puiſſance. *Voyez* APPUI.

Au reſte, nous avons déjà remarqué *au mot* BALANCE, & c'eſt une choſe digne de remarque, que les propriétés du *levier* ſont plus difficiles à démontrer rigoureuſement lorſque les puiſſances ſont parallèles, que lorſqu'elles ne le ſont pas. Tout ſe réduit à démontrer que, ſi deux puiſſances egales ſont appliquées aux extrêmités d'un *levier*, & qu'on place au point du milieu du *levier* une puiſſance qui leur faſſe équilibre, cette puiſſance ſera égale à la ſomme des deux autres. Cela paroît n'avoir pas beſoin de démonſtration; cependant la choſe n'eſt pas évidente par elle-même, puiſque les puiſſances qui ſe font équilibre dans le *levier*, ne ſont pas directement oppoſées les unes aux autres; & on pourroit croire confuſément, que plus les bras du *levier* ſont longs, tout le reſte étant égal, moins la troiſième puiſſance doit être grande pour ſoutenir les deux autres, parce qu'elles lui ſont, pour ainſi dire, moins directement oppoſées. Cependant il eſt certain, par la théorie de la balance (*voyez* BALANCE), que cette troiſième puiſſance eſt toujours égale à la ſomme des

deux autres; mais la démonſtration qu'on en donne, quoique vraie & juſte, eſt indirecte.

Il ne ſera peut-être pas inutile d'expliquer ici un paradoxe de méchanique, par lequel on embarraſſe ordinairement les commençans, au ſujet de la propriété du *levier*. Voici en quoi conſiſte ce paradoxe : on attache à une règle *AB*, *fig. 3, n°. 2, Méchan.* deux autres règles *F C*, *E D*, par le moyen de deux clous *B* & *A*, & les règles *F C*, *E D*, ſont mobiles autour de ces clous; on attache de même aux extrêmités de ces dernières règles deux autres règles *F E*, *C D*, auſſi mobiles autour des points *C D*; en ſorte que le rectangle *F C D E*, puiſſe prendre telle figure & telle ſituation qu'on voudra, comme *f c d e*, les points *A* & *B* demeurant toujours fixes. Au milieu de la règle *FE* & de la règle *CD*, on plante vis-à-vis l'un de l'autre deux bâtons *HGO*, *INP*, perpendiculaires & fixément attachés à la règle. Cela poſé, en quelque endroit des bâtons qu'on attache les poids égaux *H I*, ils ſont toujours en équilibre, même lorſqu'ils ne ſont pas également éloignés du point d'appui *A* ou *B*. Que devient donc, dit-on, cette règle générale, que des puiſſances égales appliquées à un *levier*, doivent être également diſtantes du point d'appui?

On rendra aiſément raiſon de ce paradoxe, ſi on fait attention à la manière dont les poids *H I* agiſſent l'un ſur l'autre. Pour le voir bien nettement, on décompoſera les efforts des poids *H I* (*fig. 3, n°. 3*), chacun en deux, dont l'un pour le poids *H*, ſoit dans la direction *f H*, & l'autre dans la direction *H e*; & dont l'un pour le poids *I*, ſoit dans la direction *C I*, & l'autre dans la direction *I D*. Or l'effort *C I* ſe décompoſe en deux efforts *C n* & *C Q*; & de même l'effort *I D* ſe décompoſe en deux efforts *D n* & *D O*. Donc la verge *CD* eſt tirée ſuivant *C D* par une force $= Cn + nD$; & l'on trouvera de même que la verge *f e* eſt tirée ſuivant *f e* par une force $= fe$. Donc, puiſque $BC = Bf$, & $CD =$ & parallèle à *f e*, les deux efforts ſuivans *C D* & *f e* ſe font équilibre. Maintenant on décompoſera de même l'effort ſuivant *C Q* en deux, l'un dans la direction de *B C*, lequel effort ſera détruit par le point fixe & immobile *B*, l'autre ſuivant *C D*; & on décompoſera enſuite l'effort qui agit au point *D*, ſuivant *C D* en deux autres, l'un dans la direction *D A*, qui ſera détruit par le point fixe *A*, & l'autre dans la direction *D C*; & on trouvera facilement que cet effort eſt égal & contraire à l'effort qui réſulte de l'effort *C Q* ſuivant *C D*. Ainſi, ces deux efforts ſe détruiront : on en dira de même du point *H*; ainſi, il y aura équilibre.

Nous croyons devoir avertir que l'invention de ce paradoxe méchanique eſt dû à M. de Roberval, membre de l'ancienne Académie des Sciences, & connu par pluſieurs ouvrages mathématiques, dont la plupart ont été imprimés après ſa mort. Le docteur Deſaguilliers, membre de la ſociété royale, mort depuis peu d'années, a parlé aſſez au long de ce même paradoxe dans ſes leçons de Phyſique expérimentale, imprimées en anglois & *in*-4°; mais il n'a point cité M. de Roberval, que peut-être il ne connoiſſoit pas pour en être l'auteur.

Au reſte, il eſt indifférent (& cela ſuit évidemment de la démonſtration précédente), que les points *N G* (*fig. 3, n°. 2*), ſoient placés ou non au milieu des règles *C D*, *F E*. On peut placer les règles *P I*, *H O*, par-tout ailleurs en *C D*, *F E*, & la démonſtration aura toujours lieu. Je dois avertir que l'équilibre dans la *balance de Roberval* (car c'eſt ainſi qu'on appelle cette machine), eſt aſſez mal démontré dans la plupart des ouvrages qui en ont parlé; & je ne ſais même s'il ſe trouve dans aucun ouvrage une démonſtration auſſi rigoureuſe que celle que nous venons d'en donner.

J'ai dit plus haut que tout ſe réduiſoit à démontrer que, dans la balance à bras égaux, la charge eſt égale à la ſomme des deux poids. En effet, cette propoſition une fois démontrée, on n'a qu'à ſubſtituer un appui fixe à l'un des deux poids, & au centre de la balance une puiſſance égale à leur ſomme, & on aura un *levier*, où l'une des puiſſances ſera 1 & l'autre 2, & dans lequel les diſtances au point d'appui, ſeront comme 1 & 2. Voilà donc l'équilibre démontré dans le cas où les puiſſances ſont dans la raiſon de 2 à 1; & on pourra de même le démontrer dans le cas où elles ſeront dans tout autre rapport : nous en diſons aſſez pour mettre ſur la voie de la démonſtration les lecteurs intelligens. Ainſi, toutes les loix de l'équilibre ſe déduiront toujours de la loi de l'équilibre dans le cas le plus ſimple. *Voyez* Equilibre. (*O*)

LÉZARD, (*Aſtron.*) *lacerta, ſtellio*, petite conſtellation introduite par Hévélius pour raſſembler, ſous un nom commun, quelques petites étoiles qui avoient été négligées par les anciens. Elle eſt ſituée entre les conſtellations d'andromède & du cygne. Hévélius ne pouvoit choiſir qu'un petit animal à cauſe de la petiteſſe de l'eſpace qu'occupent ces étoiles; & comme le *lézard* eſt un animal de diverſes couleurs, il crut que cela ſe rapporteroit aſſez bien avec l'éclat des étoiles qui forment cette conſtellation. Elle a été conſervée par Flamſteed dans le *Catalogue Britannique*, où elle eſt compoſée de 16 étoiles; la plus brillante eſt de quatrième grandeur : elle avoit, en 1690, $0^s\ 3^d\ 52'\ 12''$ de longitude, & $53^d\ 17'\ 26''$ de latitude boréale. (*D. L.*)

LIB

LIBRA, (*Aſtronomie*) nom latin de la conſtellation de la Balance.

LIBRATION, (*Aſtr.*) c'eſt un petit changement que l'on apperçoit dans la ſituation du globe de la lune & dans la poſition de ſes taches. Quoique le

disque apparent soit à-peu-près le même en tout tems, on y observe cependant quelques degrés de variation. Les taches paroissent d'environ trois minutes plus ou moins éloignées des bords; la différence est quelquefois d'un huitième de la largeur du disque apparent de la lune.

Il y a quatre sortes de *librations*; d'abord la *libration* diurne qui est égale à la parallaxe horizontale; 2.° la *libration* en latitude qui vient de l'inclinaison de l'axe de la lune sur l'écliptique; 3.° la *libration* en longitude, qui vient des inégalités du mouvement de la lune dans son orbite; 4.° enfin celle qui provient de l'attraction de la terre sur le sphéroïde lunaire. Les deux premières *librations* furent reconnues par Galilée; la troisième, par Hévélius & Riccioli; la quatrième, par Neuton: celle-ci a été sur-tout discutée dans la pièce de M de la Grange, qui a remporté le prix de l'Académie, en 1764.

La *libration* diurne est trop petite pour qu'il soit nécessaire d'en parler ici; elle n'est que d'un degré, & toujours égale à la parallaxe, elle vient de ce que la lune étant à l'horizon, nous la voyons du haut en bas, ce qui nous fait appercevoir en haut une partie de son globe que nous ne verrions pas.

La cause de la *libration* en latitude est évidente, si l'on suppose que la lune présente toujours la même face au même point du ciel, & qu'un de ses diamètres, que nous appellerons l'*axe de* la *lune*, soit toujours incliné de deux degrés sur l'écliptique: c'est un phénomène de même espèce que celui du parallélisme de l'axe de la terre & de son inclinaison sur l'écliptique, d'où provient la différence des saisons. L'axe de la lune n'étant point perpendiculaire au plan de son orbite, mais étant un peu incliné à ce plan, & cet axe conservant continuellement son parallélisme dans son mouvement autour de la terre, il faut nécessairement qu'il change de situation, par rapport à un observateur placé sur la terre, & à la vue duquel il présentera tantôt l'un des poles, & tantôt l'autre. De sorte que l'observateur, placé sur la surface de la terre, ne verra pas toujours exactement un hémisphère terminé par un plan qui passe par l'axe de la *lune*, mais l'axe se trouvera presque toujours tantôt d'un côté de ce plan, tantôt de l'autre; ce qui fait qu'il paroît avoir une espèce d'ondulation ou vacillation, & que nous voyons des parties de la lune tantôt vers un des poles, tantôt vers l'autre, quelquefois vers le nord, quelquefois vers le midi.

Soit T la terre (*pl. d'Astr. fig.* 156), TE le plan de l'écliptique, TC une ligne inclinée de 2° sur l'écliptique, L le centre de la lune, dont l'axe ILK soit perpendiculaire à TC; lorsque la latitude de la lune ou l'angle LTE est de 5°, l'angle LTC est de 3°, aussi-bien que l'angle GLD, & une tache située en G sur l'équateur lunaire, paroît éloignée du centre apparent D de la lune, de 3° ou de $\frac{1}{19}$ du rayon de la lune; mais 14 jours après, quand la lune en M a 5° de latitude australe, l'angle ETM étant de 5°, & l'angle CTM de 7°, la tache, qui étoit en G, se trouve en Q, & sa distance FQ au centre apparent F de la lune, est l'arc FQ égal à l'angle CTM, ou de 7°; ainsi, la tache située dans l'équateur paroît à 7° au midi du centre apparent F de la lune, tandis qu'auparavant elle paroissoit 3° plus au nord; donc la tache de la lune paroît de 10° plus au midi, ou plus près du bord méridional de la lune, que lorsque la latitude étoit septentrionale en L. Cela suppose que la ligne TC, à laquelle l'axe est perpendiculaire, soit immobile, ou que l'axe IK soit toujours parallèle à lui-même. Il a cependant un mouvement égal à celui des nœuds de la lune; mais l'effet n'est pas sensible en 14 jours.

La *libration* en longitude vient de ce que le mouvement de la lune autour de son axe est uniforme, tandis que son mouvement ou sa vîtesse, dans son orbite, est inégale; il arrive de-là que quelques parties du limbe de la lune s'éloignent quelquefois du centre de son disque, & que, d'autres fois, elles s'en approchent, & que quelques parties, qui étoient auparavant invisibles, deviennent par-là visibles.

Si la lune décrivoit un cercle autour de la terre, & qu'elle décrivît ce cercle d'un mouvement uniforme dans le même tems qu'elle tourne autour de son axe, assurément ce seroit toujours le plan du même méridien lunaire qui passeroit par notre œil ou par le centre de la terre, & l'on appercevroit exactement chaque jour le même hémisphère. Il suit de ces observations que, si la *lune* est habitée, quelques-uns de ses habitans doivent tantôt voir la terre & tantôt ne la plus voir; que près de la moitié doivent ne la voir jamais, & près de la moitié la voir toujours. Cette espèce d'ondulation ou de vacillation de la lune se fait d'abord d'occident en orient, ensuite d'orient en occident; de sorte que diverses régions qui paroissoient situées vers le bord occidental ou oriental de la lune, se cachent ou se montrent alternativement. Suivant la théorie du mouvement elliptique, le foyer supérieur F de l'orbite lunaire ALP (*fig.* 157), est celui autour duquel la lune tourne uniformément ou à-peu-près: si donc la rotation de la lune est uniforme, comme le prouve l'observation, la lune, après le quart de la durée de sa révolution, présentera au foyer F le point B de sa surface, qui, dans l'apogée A, étoit dirigée suivant AFT, & par conséquent vers la terre; mais, dans cette position du rayon LBF, l'angle FLT étant de 6° ou 7°, le point G de la lune, qui est dirigé vers la terre & qui forme le centre apparent de la lune, est différent du point B, de 7° de la circonférence de la lune; ainsi, la tache qui est en B (& qui paroissoit au centre apparent du disque lunaire quand la lune étoit apogée), en paroîtra éloignée de 7°, ou d'environ une huitième partie du rayon de la lune du

côté de l'occident, lorſque la lune ſera dans ſa moyenne diſtance après ſon paſſage par l'apogée; c'eſt ce que l'on obſerve réellement.

La plus grande *libration* en longitude eſt le tems où la mer des Criſes (*palus mœotides*, ſuivant Hévélius) eſt la plus éloignée du bord occidental de la lune, ce qui arrive vers 9^s d'anomalie; alors les taches orientales, telles que Grimaldi (*palus marœotides*, ſuivant Hévélius), ſont les plus éloignées du bord oriental de la lune. Le contraire arrive dans la plus petite *libration*, telle que l'obſerva Hévélius, le 17 mai 1649. La mer de Criſes étoit ſi près du bord de la lune, qu'il n'a jamais vu l'intervalle auſſi petit. La longitude de la lune étoit alors moindre que la longitude moyenne de ſix degrés; la lune étoit vers 3^s d'anomalie.

Riccioli eut le premier, en 1651, l'idée d'expliquer cette *libration* en longitude par l'excentricité de l'orbite lunaire; mais il rejetta cette hypothèſe, parce qu'il ſuppoſoit alors une *libration* trop grande, & qu'il trouvoit pluſieurs obſervations auxquelles cette hypothèſe ne ſatisfaiſoit pas, mais les obſervations étoient alors trop imparfaites. Imaginons, dit-il, que la lune préſente toujours la même face, non à la terre, mais au centre de l'excentrique ou de l'orbite lunaire, en ſorte que la ligne menée du centre du globe lunaire au centre de l'excentrique qu'elle parcourt, paſſe toujours par le même point du globe lunaire, la ligne menée à la terre paſſera ſur la lune, par des points différens, & nous verrons différentes parties. Cette hypothèſe, rejettée par Riccioli, fut employée par Hévélius, qui l'avoit imaginée en 1648; &, dans ſa lettre écrite à Riccioli en 1654, il l'explique comme la véritable cauſe de la *libration* en longitude; Neuton & Caſſini l'adoptèrent également. Il n'eſt pas aiſé de comprendre la raiſon de cette parfaite égalité entre les durées de la rotation & de la révolution de la lune. Neuton ayant trouvé, par l'attraction de la terre, que le diamètre de la lune dirigé vers la terre doit ſurpaſſer de deux cens quatre-vingts piés les diamètres perpendiculaires à notre rayon viſuel, en conclut que le plus grand diamètre doit être toujours à-peu-près dirigé vers la terre, & que c'eſt pour cela que nous voyons toujours à-peu-près le même côté de la lune.

Si la figure de la lune étoit parfaitement ſphérique, comme on l'a ſuppoſé juſqu'ici, la *libration* ſeroit purement optique; mais M. d'Alembert a prouvé dans ſes *Recherches ſur le ſyſtême du monde*, II^e part. *art.* 363 *& ſuiv.* que, ſi la lune s'écarte tant ſoit peu de la figure ſphérique, il peut & il doit y avoir une cauſe phyſique dans la *libration*.

Or il eſt vrai que l'équateur lunaire doit être alongé dans le ſens du diamètre qui va de la lune à la terre, parce que l'attraction de la terre eſt plus grande ſur les parties de la lune qui ſont les plus près de nous; d'un autre côté, la rotation de la lune autour de ſon axe doit en faire un ſphéroïde applati par les poles, & rendre les méridiens d'une forme elliptique; l'équateur & les parallèles doivent être des ellipſes; & le corps de la lune doit être, pour ainſi dire, comme un œuf qu'on auroit applati par les côtés, indépendamment de ſon alongement naturel.

M. de la Grange ſuppoſe avec Neuton, que la lune eſt un ſphéroïde alongé vers la terre, & il trouve que cette planète doit faire autour de ſon axe une eſpèce de balancement ou d'oſcillation, par lequel ſa vîteſſe de rotation eſt tantôt accélérée, tantôt retardée; qu'alors la lune doit nous montrer toujours à-peu-près la même face, quoiqu'elle ait pu recevoir, dans le principe, une rotation dont la durée ne ſeroit point, par elle ſeule, égale à celle de la révolution. Il fait voir auſſi que la figure de la lune peut être telle que la préceſſion de ſes points équinoxiaux, ou la rétrogradation des nœuds de l'équateur lunaire ſoit à-peu-près égal au mouvement rétrograde des nœuds de l'orbite lunaire. C'eſt en effet ce que l'on obſerve, comme je l'ai prouvé par des obſervations détaillées, dans les *Mém. de* 1764.

Pour connoître les loix & les circonſtances de la *libration* de la lune; il ſuffit de déterminer la poſition de ſon équateur par rapport à l'écliptique, & cela ſe peut faire comme pour le ſoleil. *Voy.* Rotation.

Les ſélénographies ou les figures de la lune ne peuvent la repréſenter fidèlement dans tous les tems, puiſque la *libration* fait paroître les taches de 6 à 7^d plus près ou plus loin du même bord. Mais ce que l'on peut faire de mieux, c'eſt de conſtruire ſes figures pour les *librations* moyennes, & c'eſt ce que j'ai pratiqué dans la figure gravée pour la *Connoiſſance des tems* de 1775. *Voyez figure* 150 & le *mot* Sélénographie.

Libration de l'apogée de la lune ſe dit d'un mouvement alternatif que l'action du ſoleil produit dans le mouvement de l'apogée de la lune, & qui étoit d'environ douze degrés ſuivant l'hypothèſe d'Horoccius, adoptée par Neuton & Halley. Mais les aſtronomes ne conſidèrent plus cette *libration*, parce que, combinée avec le changement d'excentricité que les mêmes auteurs admettoient, elle ſe réduit à une ſimple inégalité de la lune qu'on appelle *évection*, *Voyez* Lune.

Libration de la terre; c'eſt, ſuivant quelques anciens aſtronomes, le mouvement par lequel la terre eſt retenue, dans ſon orbite, de manière que ſon axe reſte toujours parallèle à lui-même; c'eſt ce que Copernic appelloit *mouvement de libration*. Mais ce nom eſt impropre; car on pourroit plutôt dire que l'axe de la terre auroit une *libration* du midi au nord, ſi cet axe ne demeuroit pas toujours parallèle à lui-même. Pour qu'il demeure dans cet état, il n'eſt beſoin

d'aucune force extérieure; il a dû prendre cette ſituation dès que la terre a commencé à tourner, & l'a conſervée depuis par la propriété qu'ont tous les corps de reſter dans l'état qui leur a été donné, à moins qu'une cauſe extérieure & étrangère ne les en tire. *Voy.* ROTATION.

Libration de l'obliquité de l'écliptique, étoit un mouvement de l'axe de la terre admis par Copernic; pour expliquer la diminution de l'obliquité de l'écliptique; on ne ſe ſert plus de cette hypothèſe depuis qu'on a reconnu la véritable cauſe de cette diminution. La *nutation* découverte par Bradley eſt une véritable *libration.* (*D. L.*)

LICORNE, *monoceros, unicornu*, (*Aſtron.*) conſtellation méridionale qui fut introduite par Bartſchius en 1635, employée, en 1679, dans le catalogue de dom Anthelme, & dans les cartes de Royer, pour raſſembler des étoiles informes, ſituées entre le grand chien & le petit chien, entre orion & l'hydre; elle contient trente-une étoiles dans le grand catalogue Britannique. L'étoile principale eſt de quatrième grandeur, elle eſt au col de la licorne, elle avoit, en 1690, $3^s\ 8^1\ 27'\ 56''$ de longitude, & $20^d\ 32'\ 18''$ de latitude auſtrale.

Il y avoit, dans l'ancienne aſtronomie, une conſtellation de même nom; mais elle n'étoit pas au même endroit du ciel; elle étoit vers la queue de l'hydre, ſuivant la ſphère perſique, rapportée par Scaliger ſur Manilius. (*D. L.*)

LIERNE, ſ. f. (*Hydr.*), pièce de bois qui ſert à tirer les fils de pieux d'une palée; elle eſt boulonnée & n'a point d'entailles, comme la morze, pour accoller les pieux : on *lierne* ſouvent les pieux d'un batardeau. (*K*)

LIEU *géométrique*, ſignifie une ligne par laquelle ſe réſout un problême géométrique. *Voyez* PROBLÊME & GÉOMÉTRIQUE.

Un lieu eſt une ligne dont chaque point peut également réſoudre un problême indéterminé. S'il ne faut qu'une droite pour conſtruire l'équation du problême, le lieu s'appelle alors *lieu à la ligne droite;* s'il ne faut qu'un cercle, *lieu au cercle*; s'il ne faut qu'une parabole, *lieu à la parabole;* s'il ne faut qu'une ellipſe, *lieu à l'ellipſe;* & ainſi des autres, &c.

Les anciens nommoient *lieux plans*, les *lieux* des équations qui ſe réduiſent à des droites ou à des cercles; & *lieux ſolides* ceux qui ſont ou des paraboles, ou des hyperboles, ou des ellipſes.

M. Wolf donne une autre définition des *lieux*, & il les range en différens ordres, ſelon le nombre de dimenſions auxquelles la quantité indéterminée s'élève dans l'équation. Ainſi, ce ſera un *lieu* du premier ordre, ſi l'équation eſt $x = \frac{ay}{c}$; un *lieu* du ſecond ordre, ſi c'eſt $y^2 = ax$, ou $y^2 = a^2 - x^2$, &c. un *lieu* du troiſième, ſi on a pour équation $y^3 = a^2 x$, ou $y^3 = a x^2 \ldots$ &c.

Pour mieux concevoir la nature des *lieux géométriques*, ſuppoſons deux droites inconnues & variables AP, PM (*Pl.* d'*analyſe*, *fig.* 29, 30), qui faſſent entr'elles un angle donné quelconque APM, dont nous nommerons l'une, par exemple, AP, qui a ſon origine fixe en A, & qui s'étend indéfiniment dans une direction donnée, x, & l'autre PM, qui change continuellement de poſition & de grandeur, mais qui reſte toujours parallèle à elle-même, y. Suppoſons de plus une équation qui ne contienne d'inconnnes que ces deux quantités x, y, mêlées avec des quantités connues, & qui exprime le rapport de la variable AP, x, à la valeur de PM, ou de l'y correſpondante; enfin imaginons qu'à l'extrêmité de chaque valeur poſſible de x, on ait tracé en effet l'y correſpondante que cette équation détermine; la ligne droite ou courbe qui paſſera par les extrêmités de toutes les y ainſi tracées, ou par tous les points M, ſera nommée, en général, *lieu géométrique*, & *lieu* de l'équation propoſée en particulier.

Toutes les équations, dont les *lieux* ſont du premier ordre, peuvent ſe réduire à quelqu'une des quatre formules ſuivantes : 1.° $y = \frac{bx}{a}$: 2.° $y = \frac{bx}{a} + c$: 3.° $y = \frac{bx}{a} - c$: 4.° $y = c - \frac{bx}{a}$, dans leſquelles la quantité inconnue y eſt ſuppoſée toujours avoir été délivrée de fractions, la fraction qui multiplie l'autre inconnue x eſt ſuppoſée réduite à cette expreſſion $\frac{b}{a}$; & tous les autres termes ſont comme cenſés réduits à celui $+ c$. Le *lieu* de la première formule eſt d'abord déterminé, puiſqu'il eſt évident que c'eſt une droite qui coupe l'axe dans ſon origine A, & qui fait avec lui un angle tel que les deux inconnues x, y ſoient toujours entr'elles comme a eſt à b. Or, ſuppoſant ce premier *lieu* connu, il faudra, pour trouver celui de la ſeconde formule $y = \frac{bx}{a} + c$, prendre d'abord ſur la ligne AP (*fig.* 3), une partie $AB = a$, & tirer $BE = b$ & $AD = c$ parallèles à PM. Vous tirerez enſuite du même côté que AP & vers E la ligne AE d'une longueur indéfinie, & la ligne droite & indéfinie DM parallèle à AE; je dis que la ligne DM eſt le lieu de l'équation, ou de la formule que nous voulions conſtruire. Car ſi, par un point quelconque M de cette ligne, on tire MP parallèle à AQ, les triangles ABE, APF ſeront ſemblables; ce qui donnera AB, a, BE, b :: AP, x. $PF = \frac{bx}{a}$, & par conſéquent $PM\,(y) = PF\left(\frac{bx}{a}\right) + FM\,(c)$. Si on fait $c = o$, c'eſt-à-dire, ſi les points D A tombent l'un ſur l'autre, & DM ſur AF, la ligne AF ſera alors le *lieu* de l'équation $y = \frac{bx}{a}$. Pour trouver le *lieu* de la troiſième formule, il faudra s'y prendre de cette ſorte : vous ferez

ſerez $AB = a$ (*fig.* 32), & vous tirerez les droites $BE = b$, $AD = c$ parallèles à PM, l'une de l'un des côtés de AP, & l'autre de l'autre côté : par les points A, E, vous tirerez la droite AE, que vous prolongerez indéfiniment vers E, & par le point D la ligne DM, parallèle à AE, je dis que la droite indéfiniment GM ſera le *lieu* cherché. Car nous aurons toujours $PM(y) = PF, \left(\frac{bx}{a}\right) - FM(c)$. Enfin, pour trouver le *lieu* de la 4e formule, ſur AP (*fig.* 33), vous prendrez $AB = a$, & vous tirerez $BE = b$, & $AD = c$, l'une d'un des côtés de AP, & l'autre de l'autre côté. De plus, par les points A, E, vous tirerez AE, que vous prolongerez indéfiniment vers E, & par le point D la ligne DM parallèle à AE, je dis que DG ſera le *lieu* cherché. Car ſi, par un de ſes points quelconques M, on tire la ligne MP parallèle à AQ, on aura toujours $PM(y) = FM(c) - PF\left(\frac{bx}{a}\right)$.

Il s'enſuit de-là qu'il n'y a de *lieu* du premier degré que les ſeules lignes droites ; ce qui peut ſe voir facilement, puiſque toutes les équations poſſibles du premier degré ſe réduiſent à l'une des formules précédentes.

Tous les *lieux* du ſecond degré ne peuvent être que des ſections coniques ; ſavoir, la parabole, l'ellipſe ou le cercle, qui eſt une eſpèce d'ellipſe, & l'hyperbole, qui, dans certains cas, devient équilatère : ſi on ſuppoſe donc donnée une équation indéterminée, dont le *lieu* ſoit du ſecond degré, & qu'on demande de décrire la ſection conique qui en eſt le *lieu*, il faudra commencer par conſidérer une parabole, une ellipſe & une hyperbole quelconque, en les rapportant à des droites ou des coordonnées, telles que l'équation qui en exprimera la nature, ſe trouve être par-là la plus compoſée & la plus générale qu'il ſoit poſſible. Ces équations les plus générales, ou ces formules des trois ſections coniques & de leurs ſubdiviſions étant découvertes, & en ayant examiné les caractères, il ſera aiſé de conclure à laquelle d'entr'elles ſe rapportera l'équation propoſée, c'eſt-à-dire, quelle ſection conique cette même équation aura pour *lieu*. Il ne s'agira plus après cela que de comparer tous les termes de l'équation propoſée avec ceux de l'équation générale du *lieu*, auquel on aura trouvé que cette équation ſe rapporte, cela déterminera les coëfficiens de cette équation générale, ou, ce qui eſt la même choſe, les droites qui doivent être données de proportion & de grandeur pour décrire le *lieu* ; & ces coëfficiens, ou ces droites étant une fois déterminées, on décrira facilement le *lieu*, par les moyens que les traités des ſections coniques fourniſſent.

Par exemple, que AP, x, PM, y ſoient deux droites indéterminées & variables (*fig.* 34) ; & que m, p, r, $ſ$, ſoient des droites données ; ſur la ligne AP, prenez la portion $AB = m$, & tirez $BE = n$, $AD = r$ toutes deux parallèles à PM ; & par le point A, tirez $AE = e$, & par le point D, la ligne indéfinie DG parallèle à AE ; ſur DG, prenez $DC = s$, & prenant CG pour diamètre, les ordonnées parallèles à PM, & la ligne $CH = p$ pour paramètre, décrivez la parabole CM, & elle ſera le *lieu* de la formule générale ſuivante.

$$\begin{aligned} yy - \frac{2n}{m}xy &+ \frac{nn}{mm}xx = 0. \\ -2ry &+ \frac{2nr}{m}.x \\ &- \frac{ep}{m}x \\ &+ rr \\ &+ ps. \end{aligned}$$

car ſi, d'un de ces points quelconques M, on tire l'ordonnée PM, les triangles ABE, APF, ſeront ſemblables, & par conſéquent

$AB(m) : AE(e) :: AP(x) : AF$ ou $DG = \frac{ex}{m}$ & $AB(m) : BE(n) :: AP(x) : PF = \frac{nx}{m}$, & par conſéquent GM ou $PM - PF - FG = y - \frac{nx}{m} - r$, & CG ou $DG - DC = \frac{ex}{m} - s$. Mais par la nature de la parabole $\overline{GM} = CG \times CH$; & cette dernière équation deviendra la formule générale elle-même, ſi on ſubſtitue à la place des droites qui ſont employées, leurs valeurs marquées ci-deſſus.

Cette équation eſt la plus générale qui puiſſe appartenir à la parabole, puiſqu'elle renferme, 1.° le quarré de chacune des inconnues x, y ; 2.° le produit xy de l'une par l'autre ; 3.° les inconnues x, y, & un terme tout conſtant. Une équation du ſecond degré, où les indéterminées x, y ſe trouvent mêlées, ne ſauroit contenir un plus grand nombre de termes.

Par le point fixe A, tirez la droite indéfinie AQ (*fig.* 35), parallèle à PM ; prenez $AB = m$, tirez $BE = n$ parallèle à AP, & par les points déterminés A, E, la droite $AE = e$; ſur AP, prenez $AD = r$, tirez la droite indéfinie DG, parallèle à AE, & prenez la portion $DC = s$. Enfin, prenant pour diamètre CG, & ſuppoſant les ordonnées parallèles à AP, & pour paramètre la ligne $CH = p$, décrivez une parabole CM ; cette parabole ſeroit le *lieu* de cette ſeconde équation ou formule.

$$\begin{aligned} xx - \frac{2n}{m}yx &+ \frac{nn}{mm}yy = 0. \\ -2rx - \frac{ep}{m}y &+ \frac{2nry}{m} \\ &+ rr \\ &+ ps. \end{aligned}$$

Car ſi, d'un point quelconque M, on tire la droite MQ parallèle à AP, on aura $AB(m)$;

$AE(e)::AQ$ ou $PM(y):AF$ ou $DG=\frac{ey}{m}$ & $AB\ (m):BE\ (n)::AQ\ (y)\ QF=\frac{ny}{m}$, & par conséquent GM ou $QM-QF-FG=x-\frac{ny}{m}-r$; & CG ou $DG-DC=\frac{ey}{m}-s$: & ainsi, par la propriété de la parabole, vous trouverez encore la seconde des équations générales ou des formules précédentes; & vous vous y prendrez de la même sorte, pour trouver les équations générales ou les formules des autres sections coniques.

Si on demande maintenant de décrire la parabole qui doit être le *lieu* de l'équation suivante, que nous supposerons donnée $yy-2ay-bx+cc=o$; comme yy se trouve ici sans fraction, de même que dans notre première formule, il vaudra mieux comparer la proposée avec cette première formule qu'avec l'autre; & d'abord, puisque le rectangle xy ne se trouve point dans la proposée, ou qu'il peut y être censé multiplié par o, nous en conclurons que la fraction $\frac{2n}{m}$ doit être $=o$, & par conséquent aussi qu'on doit avoir n, ou $BE=o$; de sorte que les points B, E doivent être coïncidens, ou que la droite AE doit tomber sur AB & lui être égale, c'est-à-dire, que $m=e$: détruisant donc, dans la formule, tous les termes affectés de $\frac{n}{m}$ ou de n, & substituant par-tout m à la place de e, elle se changera en $yy-2ry-px+rr+ps=o$; & comparant encore les termes correspondans $-2ry$, & $-2ay$, $-px$ & $-bx$, enfin $rr+ps$, & cc, nous aurons $r=a$, $p=b$, & en substituant ces valeurs dans la dernière équation de comparaison, $aa+bs=cc$, ou bien $s=\frac{cc-aa}{b}$, qui par conséquent sera une quantité négative, si a est plus grand que c. Nous le supposons ici. Il ne serviroit de rien de comparer les deux premiers termes, parce qu'étant les mêmes des deux côtés, savoir, yy, cette comparaison ne pourroit rien faire découvrir.

Or les valeurs de m, n, r, p, s, ayant été ainsi trouvées, on construira facilement le *lieu* cherché par les moyens qui nous ont servi à la construction de la formule & de la manière suivante, comme $BE\ (n)$ est $=o$ (*fig.* 36), & que les points B, E coïncident, ou que AE tombe sur AP, il faudra, par cette raison, tirer du point A la droite $AD\ (r)$ parallèle à PM & $=a$, & la droite DG parallèle à AP, dans laquelle vous marquerez la droite $DC\ (s)=\frac{aa-cc}{b}$, laquelle doit être prise au-delà de l'origine, dans un sens opposé à DG ou AP, parce que la fraction $\frac{c^2-a^2}{b}$ est négative par la supposition. Ensuite, regardant DC comme diamètre, prenant des ordonnées parallèles à PM, & la droite $CH\ (p)=b$ pour paramètre, vous décrirez une parabole, je dis qu'elle sera le *lieu* de l'équation donnée, & il est en effet aisé de le prouver. Si c'eût été le quarré xx qui se fût trouvé tout-d'un-coup sans fraction dans la proposée, il auroit été alors plus naturel de se servir de la seconde formule. On voit au reste qu'au moyen d'une division fort facile, on peut délivrer des fractions tel des deux quarrés qu'on voudra; & il faudroit commencer par cette division, si l'on voyoit que la comparaison des termes en dût devenir plus simple.

Voilà une idée de la méthode de construire les *lieux* des équations, lorsqu'ils doivent être des sections coniques, ou, ce qui est la même chose, lorsque les équations ne passent pas le second degré : car on doit sentir que les *lieux* à l'ellipse & à l'hyperbole, doivent se déterminer par une méthode semblable.

Mais une pareille équation étant donnée, au lieu de demander, comme tout-à-l'heure, d'en construire le *lieu*, si on se contente de demander quelle doit être l'espèce de la section conique qui en est le *lieu*, si c'est une parabole, une ellipse ou même un cercle, un hyperbole équilatère, ou non équilatère, il faudroit, pour en juger, commencer par faire passer d'un même côté tous les termes de l'équation, de façon qu'il restât zero de l'autre côté; & cela étant fait, il pourroit se présenter deux cas différens.

Premier cas; supposons que le rectangle xy, ne se trouve point dans l'équation; alors, 1.° s'il n'y a qu'un des deux quarrés yy, ou xx, le *lieu* sera une parabole; 2.° si les deux quarrés s'y trouvent tout-à-la-fois & avec le même signe, le *lieu* sera une ellipse, & en particulier un cercle, lorsque ni l'un ni l'autre des deux quarrés n'aura de coëfficient, ou (si on n'avoit point réduit l'un d'eux à n'en point avoir) lorsqu'ils auront les mêmes coëfficiens, & que de plus l'angle des coordonnées sera droit; 3.° si les deux quarrés xx, & yy se trouvent dans l'équation, & avec des signes différens, le *lieu* sera une hyperbole, laquelle deviendra équilatère dans les mêmes suppositions, qui font de l'ellipse un cercle.

Second cas; quand le rectangle xy se trouve dans l'équation, alors, 1.° s'il ne s'y trouve aucun des deux quarrés, qu'il ne s'y en trouve qu'un, ou encore qu'ils s'y trouvent tous deux avec différens signes, ou enfin que s'y trouvant tous deux avec les mêmes signes, le quarré du coëfficient qui multiplie xy, soit plus grand que le quadruple du rectangle des coëfficiens de xx & yy; dans toutes ces suppositions, le *lieu* sera une hyperbole. 2°. Si ces deux quarrés s'y trouvant toujours, & étant de même signe; si le quarré du coëfficient xy, est plus petit que le quadruple du rectangle des coëfficiens de xx & yy, le *lieu* sera alors une ellipse. 3.° Enfin, si, dans la même supposition, ce quarré & le quadru-

ple du rectangle dont nous venons de parler, sont égaux entr'eux, le *lieu* sera alors une parabole.

Cette méthode de construire les *lieux géométriques*, en les rapportant aux équations les plus composées qu'il soit possible, est dûe à M. Craig, auteur anglois, qui l'a publiée le premier dans son *traité de la Quadrature des courbes*, en 1693. Elle est expliquée fort au long dans le septième & le huitième livre des sections coniques de M. le Marquis de l'Hôpitale, qui sans doute en auroit fait honneur au géomètre anglois, s'il eût eu le tems de mettre la dernière main à son ouvrage.

M. Guisnée, dans son application de l'Algèbre à la Géométrie, donne une autre méthode pour construire les *lieux géométriques*. Elle est plus commode à certains égards que la précédente, en ce qu'elle apprend à construire tout d'un coup & immédiatement une équation donnée, sans la rapporter à une équation plus générale; mais, d'un autre côté, elle demande aussi, dans la pratique, plus de précaution pour ne se point tromper.

Nous ne devons pas oublier de dire que M. l'abbé de Gua, dans les *usages de l'analyse de Descartes*, *pag.* 342, remarque une espèce de faute qu'on pourroit reprocher aux auteurs qui ont écrit jusqu'ici sur la construction des *lieux géométriques*, & fait voir cependant que cette faute n'a point dû tirer à conséquence dans les règles ou les méthodes que ces auteurs ont données.

Cette faute, qu'il seroit trop long de détailler ici, consiste, en général, en ce que ces auteurs n'ont enseigné à réduire à l'hyperbole entre ses asymptotes, que les *lieux* où il manque un des quarrés x, y. On peut réduire à l'hyperbole entre ses asymptotes une équation même qui contiendroit ces deux quarrés, mais alors aucune des deux asymptotes ne seroit parallèle à la ligne des x, ni à celle des y. *Voyez* TRANSFORMATION DES AXES; *voyez* aussi sur les *lieux* en général, & sur ceux aux sections coniques en particulier, les *articles* COURBE, EQUATION, CONIQUE, ELLIPSE, CONSTRUCTION, *&c.* (*O*)

LIEU *d'une planète*, (*Astron.*), signifie ordinairement sa *longitude*.

LIEUE, mesure itinéraire de france. Les astronomes comptent les lieues de 25 au degré, ou de 2283 toises. Les lieues de poste sont de 2000 toises; les lieues en Languedoc sont souvent de 4000. *V. la Métrologie de M. Paucton.*

LIEVRE, (*Astron.*), *lepus*, *levipes*, constellation méridionale située au-dessous d'orion, & qui contient 19 étoiles dans le catalogue de Flamsteed. Pline l'appelle *dasypus*; Virgile, *auritus*. C'étoit, en Egypte, le symbole de la vigilance, de la prudence, de la crainte, de la solitude, de la vîtesse; il paroît cependant n'avoir été placé, dans les constellations, à côté d'orion, que comme un des attributs de ce fameux chasseur. D'autres prétendent que ce fut à l'occasion d'une dévastation terrible arrivée en Sicile par la multiplication prodigieuse des *lièvres*.

La plus belle étoile du *lièvre* est de 3^e grandeur; elle avoit, en 1750, 80° 25′ 51″ d'ascension droite, & 18° 1′ 17″ de déclinaison méridionale. (*D. L.*)

L I G

LIGNE, s. f. (*Géométrie*) quantité qui n'est étendue qu'en longueur, sans largeur ni profondeur.

Dans la nature, il n'y a point réellement de *ligne* sans largeur ni même sans profondeur; mais c'est par abstraction qu'on considère en géométrie, les *lignes* comme n'ayant qu'une seule dimension, c'est-à-dire, la longueur: sur quoi *voyez l'article* GÉOMÉTRIE.

On regarde une *ligne* comme formée par l'écoulement ou le mouvement d'un point. *Voyez* POINT.

Il y a deux espèces de *lignes*, les droites & les courbes. *Voyez* DROITE & COURBE.

Si le point A se meut vers B (*Pl. géom. fig.* 1), il décrit par ce mouvement une *ligne*, & s'il va vers B par le plus court chemin, cette *ligne* sera une droite. On doit donc définir la *ligne* droite *la plus courte distance entre deux points.* Si le point qui décrit la *ligne*, s'écarte de côté ou d'autre, & qu'il décrive par exemple, une des *lignes* ACB, AcB, il décrira ou une *ligne courbe*, comme AcB, ou bien deux ou plusieurs droites, comme ACB.

Les *lignes* droites sont toutes de même espèce; mais il y a des *lignes* courbes d'un nombre infini d'espèces. Nous en pouvons concevoir autant qu'il y a de différens mouvemens composés, ou autant qu'on peut imaginer de différentes lois de rapports entre les ordonnés & les abscisses. *Voyez* COURBE.

Les *lignes* courbes se divisent ordinairement en géométriques & méchaniques.

Les *lignes géométriques* sont celles dont tous les points peuvent se trouver exactement & sûrement. *Voyez* GÉOMÉTRIQUE & COURBE.

Les *lignes méchaniques* sont celles dont quelques points, ou tous les points se trouvent par tâtonnement, & d'une manière approchée, mais non pas précisément. *Voyez* MÉCHANIQUE & COURBE.

C'est pourquoi Descartes & ceux qui suivent sa doctrine, définissent les *lignes géométriques*, celles qui peuvent être exprimées par une équation algébrique d'un degré déterminé: on donne aussi le nom de *lieu* à cette espèce de *lignes*. *Voyez* LIEU.

Et ils définissent les *lignes* méchaniques, celles qui ne peuvent être exprimées par une équation finie, algébrique, & d'un degré déterminé.

D'autres pensent que les *lignes* que Descartes

appelle *méchaniques*, bien qu'elles ne ſoient pas déſignées par une équation finie, n'en ſont cependant pas moins déterminées par leur équation différentielle, & qu'ainſi elles ne ſont pas moins géométriques que les autres. Ils ont donc préféré d'appeller celles qui peuvent ſe réduire à une équation algébrique finie, & d'un degré déterminé, *lignes algébriques*, & celles qui ne le peuvent, *lignes tranſcendantes*. *Voyez* ALGÉBRIQUES & TRANSCENDANTES. Au fond, toutes ces dénominations ſont indifférentes, pourvu qu'on s'explique & qu'on s'entende; car il faut éviter ce qui ſeroit une pure queſtion de nom.

Les *lignes géométriques* ou *algébriques*, ſe diviſent en *lignes* du premier ordre, du ſecond ordre, du troiſième ordre. *Voyez* COURBE.

Les *lignes* droites conſidérées par rapport à leurs poſitions reſpectives, ſont parallèles, perpendiculaires ou obliques les unes aux autres. *Voyez* les articles PARALLELE, PERPENDICULAIRE, *&c.*

Le ſecond livre d'Euclide traite principalement des *lignes*, de leur diviſion ou multiplication.

Ligne circulaire,	*Voy. les artic.*	CIRCULAIRE.
Lignes convergentes,		CONVERGENTES.
Ligne génératrice,		GÉNÉRATRICE.
Ligne hyperbolique,		HYPERBOLIQUE.
Ligne logiſtique,		LOGISTIQUE.
Ligne normale,		NORMALE.
Lignes robervalliennes,		ROBERVALLIENNES.
Lignes proportionnelles,		PROPORTIONNELLES.
Ligne verticale,		VERTICALE.
Meſure d'une *ligne*,		MESURE.

LIGNE, en *Géographie* & *Navigation;* lorſque l'on ſe ſert de ce terme, ſans aucune autre addition, il ſignifie l'équateur ou la *ligne* équinoxiale. *Voyez* EQUATEUR & EQUINOXIALE.

Cette *ligne* rapportée au ciel, eſt un cercle que le ſoleil décrit à-peu-près le 21 mars & le 21 Septembre; & ſur la terre c'eſt un cercle fictif qui répond au cercle céleſte, dont nous venons de parler, il diviſe la terre du nord au ſud en deux parties égales, & il eſt également éloigné des deux poles, de façon que ceux qui vivent ſous la *ligne* ont toujours les deux poles dans leur horizon. *Voyez* POLE.

Les latitudes commencent à ſe compter de la *ligne*. *Voyez* LATITUDE.

Les marins ſont dans l'uſage de baptiſer les nouveaux matelots, & les paſſagers, la première fois qu'ils paſſent la *ligne*. *Voyez* BAPTÊME de la *ligne*.

Une *ligne horizontale* eſt une *ligne* parallèle à l'horizon. *Voyez* HORIZON.

Ligne iſochrone. *Voyez* ISOCHRONE.

Ligne géométrale, en perſpective, c'eſt une droite tirée d'une manière quelconque ſur le plan géométral.

Ligne de terre ou *fondamentale*, en perſpective, c'eſt une *ligne* droite dans laquelle le plan géométral & celui du tableau ſe rencontrent; telle eſt la *ligne* *N I* (*Pl. Perſp. fig.* 12) formée par l'interjection du plan géométral *L M*, & du plan perſpectif *H L*.

Ligne de front, en perſpective, c'eſt une *ligne* droite parallèle à la *ligne de terre*.

Ligne verticale, en perſpective, c'eſt la commune ſection du plan vertical & de celui du tableau.

Ligne viſuelle, en perſpective, c'eſt la *ligne* ou le rayon qu'on imagine paſſer par l'objet & aboutir à l'œil.

Ligne de ſtation, en perſpective, ſelon quelques auteurs, c'eſt la commune ſection du plan vertical & du plan géométral; d'autres entendent par ce terme la hauteur perpendiculaire de l'œil au-deſſus du plan géométral; d'autres une *ligne* tirée ſur ce plan, & perpendiculaire à la *ligne* qui marque la hauteur de l'œil.

Ligne objective, en perſpective, c'eſt une *ligne* tirée ſur le plan géométral, & dont on cherche la repréſentation ſur le tableau.

Ligne horizontale, en Gnomonique, eſt la commune ſection de l'horizon & du plan du cadran. *Voyez* HORIZONTAL & CADRAN.

Lignes horaires, ou *lignes des heures*, ce ſont les interſections des cercles horaires de la ſphère, avec le plan du cadran. *Voy.* HORAIRE, HEURE, CADRAN.

Ligne ſouſtilaire, c'eſt la *ligne* ſur laquelle le ſtile ou l'aiguille d'un cadran eſt élevée, & c'eſt la repréſentation d'un cercle horaire perpendiculaire au plan du cadran, ou la commune ſection du cercle avec le cadran. *Voyez* SOUSTILAIRE.

Ligne équinoxiale, en Gnomonique, c'eſt l'interſection du cercle équinoxial & du plan du cadran.

Ligne de direction, en Méchanique, c'eſt celle dans laquelle un corps ſe meut actuellement, ou ſe mouvroit s'il n'en étoit empêché. *Voyez* DIRECTION.

Ce terme s'emploie auſſi pour marquer la *ligne* qui va du centre de gravité d'un corps peſant au centre de la terre, laquelle doit de plus paſſer par le point d'appui ou par le ſupport du corps peſant, ſans quoi ce corps tomberoit néceſſairement.

Ligne de gravitation, d'un corps peſant, c'eſt une *ligne* tirée de ſon centre de gravité au centre d'un autre vers lequel il pèſe ou gravite; ou bien,

c'eſt une *ligne* ſelon laquelle il tend en en-bas. *Voyez* GRAVITATION.

Les *lignes* du compas de proportion, ſont les *lignes* des parties égales, la *ligne* des cordes, la *ligne* des ſinus, la *ligne* des tangentes, la *ligne* des ſecantes, la *ligne* des polygones, la *ligne* des nombres, la *ligne* des heures, la *ligne* des latitudes, la *ligne* des méridiens, la *ligne* des métaux, la *ligne* des ſolides, la *ligne* des plans. *Voyez* en la conſtruction & l'uſage au mot COMPAS DE PROPORTION.

Il faut pourtant obſerver que l'on ne trouve pas abſolument toutes ces *lignes* ſur le *compas de proportion*, qui eſt une des pièces de ce qu'on appelle en France *étui des mathématiques;* mais elles ſont toutes tracées ſur l'inſtrument que les Anglois appellent *ſecteur*, & qui revient à notre *compas de proportion. Chambers.* (*E*)

LIGNE ou ECHELLE DE GUNTER, autrement appellée *ligne des nombres*, (*Arith.*) eſt une règle ſur laquelle ſont marqués les logarithmes, au moyen deſquels on peut faire méchaniquement différentes opérations arithmétiques, *&c.* *Voyez* ECHELLE DE LOGARITHMES, & COMPAS DE PROPORTION, où l'on trouvera des méthodes pour faire d'une manière ſimple & abrégée, à-peu-près les mêmes opérations qui ſe pratiquent par le moyen de la *ligne* de Gunter. *Cette ligne*, ou *échelle de Gunter*, appellée ainſi par *Chambers*, eſt la même qu'on appelle autrement *échelle angloiſe*, ou *échelle des logarithmes;* on en peut voir la deſcription & les uſages dans le *Traité de navigation* de M. Bouguer, *p.* 410, 419. (*O*)

LIGNE, *de la ſection, dans la perſpective*, la *ligne* d'interſection du plan à projeter avec le plan du tableau.

LIGNE *d'eau* (*Hydraul.*); c'eſt la cent quarante-quatrième partie d'un pouce circulaire, parce qu'il ne s'agit pas, dans la meſure, des eaux d'un pouce quarré, elle ſe fait au pouce circulaire, qui a plus de relation avec les tuyaux circulaires par où paſſent les fontaines.

Pour ſavoir ce que fournit une ligne d'eau en un certain tems. *Voyez* ECOULEMENT. (*K*)

LIGNE *de la plus vîte deſcente. Voyez* BRACHYSTOCHRONE & CYCLOÏDE.

LIGNE, (*Aſtron.*) On diſtingue ſpécialement en aſtronomie la *ligne* des *apſides*, la *ligne* des *ſyzygies*, & la *ligne* des *nœuds*. La *ligne* des apſides eſt celle qui traverſe l'orbite d'une planète dans ſa plus grande longueur, de l'apogée au périgée, ou de l'aphélie au périhélie.

La *ligne* des ſyzygies eſt celle qui paſſe par le ſoleil & la terre, & ſur laquelle ſe trouve la lune, quand elle eſt en conjonction ou en oppoſition; on l'a quelquefois appellée *ligne* ſynodique. La *ligne* des nœuds eſt la commune ſection d'une orbite & de l'écliptique.

LIGNE *de foi*, dans les inſtrumens d'aſtronomie, eſt la *ligne* qui va depuis le centre de l'inſtrument juſqu'au point de l'alidade qui correſpond aux diviſions de la circonférence; c'eſt la *ligne* dont le mouvement décrit exactement les angles que l'inſtrument meſure; dans les graphomètres, c'eſt la *ligne* qui paſſe par le centre des pinules & qui eſt marquée par l'index, par le zéro du vernier ou nonius, ou par les bizots qui indiquent les degrés, en répondant ſucceſſivement aux différens points du limbe; dans les quarts de cercle à lunettes, c'eſt une *ligne* parallèle à la *ligne* de collimation ou à l'axe optique de la lunette, & paſſant par le véritable centre de la diviſion. (*D. L.*)

Ligne méridienne. V. MÉRIDIENNE.

Ligne horaire, ligne équinoxiale. V. CADRAN.

Ligne du milieu du ciel, ou *du milieu du jour;* on a donné quelquefois ce nom au *méridien.*

LIMBE, ſ. m. (*Aſtron.*) bord extérieur & gradué d'un quart de cercle, ou d'un inſtrument de Mathématique.

Limbe ſignifie encore le bord extérieur du ſoleil & de la lune. *V.* ECLIPSE, *&c.*

Les Aſtronomes obſervent les hauteurs du *limbe* inférieur ou du *limbe* ſupérieur du ſoleil, & ils ajoutent ou retranchent le demi-diamètre du ſoleil pour avoir la hauteur du centre.

On obſerve ſouvent des ondulations dans le *limbe* du ſoleil, ce qui peut provenir des vapeurs dont l'air eſt chargé.

LIMITE, ſ. f. (*Mathémat.*) On dit qu'une grandeur eſt la *limite* d'une autre grandeur, quand la ſeconde peut approcher de la première plus près que d'une grandeur donnée, ſi petite qu'on la puiſſe ſuppoſer, ſans pourtant que la grandeur, qui approche, puiſſe jamais ſurpaſſer la grandeur dont elle approche; en ſorte que la différence d'une pareille quantité à ſa *limite* eſt abſolument inaſſignable.

Par exemple, ſuppoſons deux polygones, l'un inſcrit & l'autre circonſcrit à un cercle, il eſt évident que l'on peut en multiplier les côtés autant que l'on voudra; &, dans ce cas, chaque polygone approchera toujours de plus en plus de la circonférence du cercle, le contour du polygone inſcrit augmentera, & celui du circonſcrit diminuera; mais le périmètre ou le contour du premier ne ſurpaſſera jamais la longueur de la circonférence, & celui du ſecond ne ſera jamais plus petit que cette même circonférence; la circonférence du cercle eſt donc la *limite* de l'augmentation du premier polygone, & de la diminution du ſecond.

1.° Si deux grandeurs ſont la *limite* d'une même quantité, ces deux grandeurs ſeront égales entr'elles.

2.° Soit $A \times B$ le produit des deux grandeurs A, B. Suppoſons que C ſoit la *limite* de

la grandeur A, & D la *limite* de la quantité B; je dis que $C \times D$, produit des *limites*, sera nécessairement la *limite* de $A \times B$, produit des deux grandeurs A, B.

Ces deux propositions, que l'on trouvera démontrées exactement dans les *institutions de Géométrie*, servent de principes pour démontrer rigoureusement que l'on a l'air d'un cercle, en multipliant sa demi-circonférence par son rayon. *Voyez* l'ouvrage cité *p.* 331 *& suiv. du second tome.* (*E*)

La théorie des *limites* est la base de la vraie Métaphysique du calcul différentiel. *Voyez* DIFFÉRENTIEL, FLUXION, EXHAUSTION, INFINI. A proprement parler, la *limite* ne coïncide jamais, ou ne devient jamais égale à la quantité dont elle est la *limite*; mais celle-ci s'en approche toujours de plus en plus, & peut en différer aussi peu qu'on voudra. Le cercle, par exemple, est la *limite* des polygones inscrits & circonscrits; car il ne se confond jamais rigoureusement avec eux, quoique ceux-ci puissent en approcher à l'infini. Cette notion peut servir à éclaircir plusieurs propositions mathémathiques. Par exemple, on dit que la somme d'une progression géométrique décroissante, dont le premier terme est a & le second b, est $\frac{a^2}{a-b}$; cette valeur n'est point proprement la somme de la progression, c'est la *limite* de cette somme, c'est-à-dire, la quantité dont elle peut approcher si près qu'on voudra, sans jamais y arriver exactement. Car, si e est le dernier terme de la progression, la valeur exacte de la somme est $\frac{aa-be}{a-b}$, qui est toujours moindre que $\frac{aa}{a-b}$, parce que, dans une progression géométrique même décroissante, le dernier terme e n'est jamais $= o$: mais, comme ce terme approche continuellement de zéro, sans jamais y arriver, il est clair que zéro est la *limite*, & que par conséquent la *limite* de $\frac{aa-be}{a-b}$ est $\frac{aa}{a-b}$, en supposant $e = o$, c'est-à-dire, en mettant au lieu de e sa *limite*. *Voy.* SUITE *ou* SÉRIE, PROGRESSION, *&c.* (*O*)

LIMITES, (*Algèbre*) sont les deux quantités entre lesquelles se trouvent comprises les racines réelles d'une équation. Par exemple, si on trouve que la racine d'une équation est entre 3 & 4, ces nombres 3 & 4 seront ses *limites.* Voy. *les articles* EQUATION, CASCADE & RACINE.

Limites d'un problême, sont les nombres entre lesquels la solution de ce problême est renfermée. Les problêmes indéterminés ont quelquefois, & même souvent, des *limites*, c'est-à-dire, que l'inconnue est renfermée entre de certaines valeurs qu'elle ne sauroit passer. Par exemple, si on a $y = \sqrt{aa - xx}$, il est clair que y ne sauroit être plus grande que a, puisque, faisant $x = o$; on a $y = a$; & que, faisant $x = a$, on a $y = o$, & qu'enfin $x > a$, rend y imaginaire, soit que x soit positive ou négative. *Voyez* PROBLÊME & DÉTERMINÉ. (*O*).

LIMITES, (*Astron.*) : ce sont les points de l'orbite d'une planète, où elle s'écarte le plus de l'écliptique, & qui sont par conséquent à 90 degrés des nœuds, tel est le point M (*fig.* 95 *d'Astr.*) qui est à égale distance des nœuds *N* & *A*. On observe la latitude d'une planète, quand elle est dans ses *limites*, pour connoître l'inclinaison de l'orbite; cette inclinaison étant toujours égale à la latitude, réduite au centre du soleil, lorsque la planète est dans ses *limites.*

La latitude de la lune, dans ses *limites*, n'est pas toujours la même, parce que l'inclinaison est sujette à changer, de 8′ 49″ en plus & en moins, indépendamment de plusieurs autres petites inégalités. Cette latitude change encore par l'effet de la parallaxe qui l'augmente du côté du midi, & la diminue du côté du nord. (*D. L.*)

L I N

LINÉAIRE, adj. (*Mathémat.*) Un problême *linéaire* est celui qui n'admet qu'une solution, ou qui ne peut être résolu que d'une seule façon. *Voyez* PROBLÊME & DÉTERMINÉ.

On peut définir plus exactement encore le problême *linéaire*, celui qui est résolu par une équation qui ne monte qu'au premier degré; comme si l'on demande de trouver une quantité x qui soit égale à $a+b$, on aura l'équation *linéaire* ou du premier degré, $x = a + b$, & le problême *linéaire*. Comme toutes les équations, qui ne montent qu'au premier degré, n'ont qu'une solution, & que toutes les autres en ont plusieurs, on voit que cette seconde définition revient assez à la première. Il faut cependant y mettre cette restriction, qu'un problême *linéaire* n'a véritablement qu'une solution possible ou imaginaire; au lieu qu'il y a des problêmes qui n'ont réellement qu'une solution possible, quoiqu'elles en aient plusieurs imaginaires; ce qui arrive, si l'équation, qui donne la solution du problême, est d'un degré plus élevé que l'unité, & qu'elle n'ait qu'une racine réelle & les autres imaginaires. *Voyez* EQUATION & RACINE. Par exemple, cette équation $x^3 = a^3$, n'a qu'une solution possible, savoir, $x = a$; mais elle en a deux imaginaires, savoir, $x = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\frac{3aa}{4}}$. Ainsi, le problême n'est pas proprement *linéaire. Equation linéaire* est celle dans laquelle l'inconnue n'est élevée qu'au premier degré. *Voyez* DIMENSION.

Les quantités *linéaires* sont celles qui n'ont qu'une dimension : on les appelle *linéaires* par les

rapports qu'elles ont aux ſimples lignes, & pour les diſtinguer des quantités de pluſieurs dimenſions qui repréſentent des ſurfaces ou des ſolides. Ainſi, a eſt une quantité *linéaire*, au lieu que le produit ab eſt une quantité de deux dimenſions, qui repréſente le produit de deux lignes ab, c'eſt-à-dire, un parallélogramme dont a ſeroit la hauteur & b la baſe. Cependant l'expreſſion ab eſt quelquefois *linéaire*; par exemple, quand elle déſigne une quatrieme proportionnelle aux trois quantités $1, a, b$; car l'on a, en ce cas, $1, a :: b. \frac{ab}{1} = ab$; ainſi, ab exprime alors une ſimple ligne, ce qu'il faut bien obſerver, le dénominateur 1 étant ſous-entendu. *V.* DIVISION & MULTIPLICATION. (*O*)

LINÉAIRES, *équations linéaires*, (*Calcul intégral*). On appelle *équations linéaires* celles où l'une des inconnues ne monte qu'au premier degré; ainſi, l'équation $Ay + B = o$ eſt *linéaire*, lorſque A & B ſont des fonctions ſans y; de même $Ady + By + C = o$ eſt une équation *linéaire*, lorſque A, B, C ne contiennent pas y, & ainſi de ſuite pour les ordres de différences plus élevées.

Jean Bernoulli a donné la ſolution générale de l'équation $Ady + Bydx + Cdx = o$, A, B, C étant des fonctions de x: en effet, multipliant la propoſée par X, & ſuppoſant qu'elle devienne une différentielle exacte, on a $d.(AX) - BXdx = o$, d'où $X = e^{\int \frac{B}{A} dx - \frac{dA}{A}}$, & $Xay + \int CXdx = o$, ce qui donne y en x par deux quadratures.

MM. d'Alembert & Euler ont réſolu, pour un ordre quelconque, l'équation $ay + bdy + cd^2y \ldots + Xdx = o$; $a, b, c \ldots$ étant des coëfficiens conſtans, ſoit dans ce cas e^{fx} le coëfficient qui rend différentielle exacte une équation de cette forme, on aura une intégrale $e^{fx}, \overline{a'y + \frac{b'dy}{dx} \ldots} + \int e^{fx} Xdx = o$, & l'équation $a - bf + cf^2 - ef^3 + gf^4 \ldots \pm qf^n = o$, n étant l'expoſant de l'ordre de l'équation, ſi toutes les valeurs de f ſont inégales, on aura, en les prenant ſucceſſivement, n intégrales différentes, & par conſéquent, en éliminant $\frac{dy}{dx}$, $\frac{ddy}{dx^2} \ldots \frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}$, on aura l'intégrale finie par les quadratures. S'il y a deux racines égales, l'intégrale qu'on auroit en donnant à f cette valeur, ſera encore une différentielle exacte en multipliant par dx, & ainſi de ſuite, s'il y en a un plus grand nombre; on aura donc toujours, par cette méthode, l'intégrale finie: mais, dans ce cas, elle contiendra des arbitraires $Nx + N'$, $Nx^2 + N'x + N''$, &c.

M. de la Grange a réſolu les équations de la forme $ddy + ax^m ydx + Xdx = o$, pour pluſieurs valeurs de m. Voyez le *tome II des Mémoires de Turin*, & l'*article* RICATI. Les mêmes géometres ont réſolu cette équation, en ſuppoſant que $a, b, c \ldots$ ſoient des puiſſances de x, dont les expoſans ſoient ſucceſſivement tous les nombres naturels. On trouvera cette ſolution, en cherchant le facteur qui rend la propoſée une différentielle complete; on trouveroit, par la même méthode, que le coëfficient de $d^n y$ étant quelconque, on peut déterminer les autres de maniere que la propoſée ſoit réſoluble, que les coëfficiens de $d^n y$ & $d^{n-1} y$ reſtant quelconques, on peut déterminer les autres de maniere que la propoſée ſe réduiſe à une équation du premier degré, & pluſieurs autres théoremes ſemblables.

M. d'Alembert & M. de la Grange ont de plus démontré ce théorême intéreſſant, que la ſolution d'une équation *linéaire* quelconque, qui contient un terme ſans y, dépend de la ſolution d'une équation où tous les termes ſeroient les mêmes, mais où celui ſans y ne ſe trouveroit pas.

J'ai conſidéré, en général, ces équations dans les *Mémoires de l'Académie de Paris, année* 1769, & voici en peu de mots les réſultats que j'ai trouvés.

1.° Soit appellée X une fonction de x qui rend la propoſée une différentielle exacte, on aura toujours au moins une équation $X + CdX = o$, C étant une fonction algébrique de X. 2.° Quoique l'équation propoſée ſoit rationnelle, X & C pourront contenir des radicaux. 3.° X ne pouvant avoir que n valeurs (n eſt l'expoſant de l'ordre de la propoſée), C ne pourra contenir de radicaux du degré $n + 1$, & ſera donné par une équation d'un degré égal au produit de tous les nombres naturels depuis 1 juſqu'à $n + 1$ incluſivement, & diviſé par un diviſeur de $n + 1$ autre que l'unité, & par $n + 1$ ſi c'eſt un nombre premier. On connoîtra donc le plus haut degré où puiſſe monter l'équation en C, & par conſéquent on pourra avoir C par la méthode des coëfficiens indéterminés, & de-là X & les intégrales par les quadratures, du moins toutes les fois qu'elles ſeront poſſibles. 4.° Si on a pluſieurs valeurs de A, on aura un pareil nombre d'intégrales; &, ſi on a n valeurs différentes de A, on aura en éliminant l'intégrale finie; mais, ſi on n'en avoit qu'une, il ne faudroit pas chercher une nouvelle valeur de c, mais il faudroit chercher à intégrer l'intégrale trouvée: la raiſon en eſt que ſoit $y = \int X \int X' dx + Ndx + N'$, quoiqu'on puiſſe faire diſparoître à ſon gré N ou N', & avoir deux équations du premier ordre, d'où éliminant $\frac{dy}{dx}$,

on retrouve la proposée, il peut arriver qu'une seule de ces intégrales soit *linéaire*, quoique la différentielle du second ordre le soit; ainsi, cette différentielle n'aura pas nécessairement deux intégrales *linéaires* du premier ordre.

Je n'ai jusqu'ici parlé que d'une seule équation *linéaire* entre deux variables; s'il y en avoit m entre $m + 1$ variables, & qu'il fallût les intégrer sans avoir éliminé, on trouveroit, en les multipliant chacune par un facteur, fonction de x, & supposant que leur somme est une différentielle exacte, un nombre m d'équations entre un nombre m de facteurs, ce qui les détermine en x. Appellant ensuite X un de ces facteurs, on aura, en éliminant, chacun des autres facteurs égal à une fonction donnée de x, X & ses différences. On aura toujours une équation $X + CdX = o$, C étant algébrique, C pourra être donné par une équation d'un degré égal à $1, 2, 3 \ldots n + 1$, divisé par un diviseur de $n + 1$, n étant ici la somme des ordres de différences dans toutes les équations. Et si, en déterminant C, on ne trouve qu'une valeur pour C & pour X, il faudra, comme dans le cas où il n'y a qu'une équation, employer la méthode des intégrations successives.

C'est à M. d'Alembert qu'on doit l'idée de résoudre plusieurs équations différentielles à-la-fois & sans avoir éliminé; & il a résolu ainsi les équations *linéaires*, dont les coëfficiens sont constans.

On pourroit encore, dans un autre sens, donner le nom d'*équations linéaires* aux équations de la forme $y - x\phi z = \phi' z$, z étant $\frac{dy}{dx}$, & ces équations se rappelleront aux équations *linéaires* ordinaires par une nouvelle différentiation; car on aura $dy - dx\,\phi z - x\,d\phi z = d\phi' z$, & en mettant pour dy sa valeur $z\,dx - dx\,\phi z - x\,d\phi z = \phi' z$.

L'intégrale étant trouvée par la méthode ordinaire, on y mettra pour z sa valeur tirée de la proposée, & l'on aura l'intégrale cherchée. Si $\phi' = o$, c'est le cas des homogènes, & l'intégration est plus simple; si $\phi z = z$, on a $dz = o$, d'où on tire $y + ax + b = o$, a & b étant arbitraires; mais, prenant $z = a$, & le substituant dans la proposée, on en aura l'intégrale cherchée, qui ne doit contenir qu'une arbitraire, le facteur $x = d\phi z$ étant comparé avec la proposée, en donne de plus une solution particulière. Voyez les *Mémoires de Péterſbourg.*

M. Euler a proposé les équations comme un exemple d'intégrations facilitées par la différentiation, ce qui vient de la disposition des arbitraires.

Des équations linéaires aux différences finies. Si on a une équation de la forme $AZ + B\Delta Z + C\Delta^2 z \ldots + P\Delta^n z = R$, il est aisé de voir qu'en supposant que, multipliée par Q, elle devienne une différentielle exacte, on aura pour Q une équation de la forme $A'Q + B'\Delta Q \ldots + P'\Delta Q \ldots + P'\Delta^n Q = o$; &, si on connoît n valeurs de Q intégrant & éliminant, on aura Q. On verra aussi que Q aura toujours une valeur de la forme $F e^{fx}, e^{ax} Q' Q'$ étant algébrique, & ne pouvant contenir de radicaux du degré $n+1$, parce qu'on auroit alors $n+1$ valeurs différentes de Q. Si les coëfficiens de l'équation proposée sont constans, on pourra faire $Q = a e^{px} + b e^{p'x} + c e^{p''x} \ldots$ le nombre de ces fonctions étant n, p, p' p'' étant les racines de l'équation en $e^{p\Delta x}$ qu'on trouve en mettant pour Q, $a e^{px}$, dans la proposée a, b, c, sont des fonctions arbitraires de e^{fx}, & si l'équation en e^{px} a deux racines égales, on mettra $a e^{px} + b x e^{px}$ $(p = p')$, au lieu des deux premiers termes, & ainsi de suite pour un plus grand nombre de racines égales. On voit combien cette solution a de rapport avec celle des équations *linéaires* aux différences infiniment petites. M. de la Grange a publié un mémoire sur cette matière dans le premier volume de l'Académie des Sciences de Turin; on peut consulter aussi, sur cet objet, le volume de l'Académie des Sciences de Paris, année 1770, & plusieurs mémoires de M. de la Place, insérés dans le quatrieme volume de l'Académie de Turin, & dans les *Mémoires de l'Académie de Paris.*

Des équations linéaires aux différences finies & infiniment petites. L'équation $y + \frac{ady}{dx} + b(x + \Delta y) = o$, je fais $y = e^{fx}$, & j'ai $1 + af + be^f = o$. Je remarque d'abord qu'il n'y a aucune fonction finie de a & b qui puisse représenter f; je remarque ensuite que, si j'appelle f & f' deux valeurs de f, que je suppose avoir lieu en même tems, j'aurai $1 + af + be^f = o$, $1 + af' + be^{f'} = o$; d'où $e^{f'} af + e^{f'} = e^f af' + e^f$, & $a = \frac{e^f - e^{f'}}{e^{f'} f - e^f f'}$ & $b = \frac{f - f'}{e^{f'} f - f' e^f}$, d'où l'on voit que, pour une infinité de cas, f doit avoir deux valeurs; l'équation $1 + af + be^f = o$ est facile à construire par les courbes. En effet, soit la ligne droite $1 + ay + bx$, & la ligne courbe exponentielle $x - e^y$, les intersections de ces deux lignes donneront les valeurs de f; regardant x comme l'abscisse, il est aisé de voir que, dans les courbes, il répondra à chaque valeur de x positif une valeur réelle & une infinité de valeurs imaginaires de y; ces valeurs imaginaires sont données par des

des branches de courbe absolument semblables à la branche des valeurs réelles, mais placées à une distance imaginaire de l'axe; donc la ligne les coupe à une distance de l'origine de x égale à celle où des parallèles à cette ligne droite, & distantes de l'axe de ces mêmes quantités, coupent la branche réelle : or ces quantités sont indépendantes de la valeur de y; donc, connoissant deux valeurs f, & f' de f, nous aurons pour l'intégrale de l'équation proposée, $y = e^{fx} . A e^{a'x} + B e^{b'x} + C e^{c'x}$, &c. $+ e^{f'x} A' e^{a'x} + B' e^{b'x}$, &c. cette série tenant lieu de la fonction arbitraire.

Si les deux valeurs de f doivent être égales, alors on aura $a + b e^f = o$; donc $e^f = \frac{-a}{b}$, donc $f = l \frac{-a}{b}$, &c. l'on aura

$$x e^{xl \frac{-a}{b} x} . A e^{x'x} + B e^{b'x} \ldots + e^{xl \frac{-a}{b} x} A' e^{a'x},$$

$+ B' e^{b'x}$, &c. En effet, on voit qu'en mettant dans la proposée $x e^{fx}$ au lieu de y, on aura des termes multipliés par $x' e^{fx}$, & d'autres par e^{fx}, & que le coëfficient de e^{fx} doit être égal à la différentielle de celui de $x e^{fx}$, après l'avoir divisé par df.

Soit l'équation $y + a \frac{dy}{dx} + b (y + \Delta y) + c \frac{d : y + \Delta y}{dx} + e \frac{d^2 y}{dx^2} + g (y + 2 \Delta y + \Delta^2 y) = o$; je fais $y = A e^{fx}$, & j'ai $1 + eaf + b e^f + c f e^f + e f^2 + g e^{2f} = o$.

Si maintenant je suppose, comme ci-dessus, que j'ai cinq valeurs données de f, & que je cherche à déterminer les cinq coëfficiens de la proposée, j'aurai les coëfficiens par une équation *linéaire*; donc il y a une infinité de valeurs de a, b, &c. où l'équation en f a cinq racines réelles. On trouve que celui des imaginaires est infini; en effet, on peut construire la proposée par l'intersection d'une section conique & d'une logarithme : chaque branche imaginaire de la logarithmique pourra être coupée par la section conique, & le sera à des points correspondans aux mêmes abscisses que si la branche réelle étoit coupée par des sections coniques semblables, mais placées à des distances imaginaires de l'axe, & l'on aura, pour arbitraires, des séries comme ci-dessus.

Passant maintenant à l'examen des cas particuliers, j'aurai d'abord, en faisant g & $e = o$ & $c = ba$, l'équation $1 + b e^f (1 + af) = o$, ce qui donne les deux solutions $f = \frac{-1}{a}$ & $e f = \frac{-1}{b}$; ainsi, l'intégrale complète sera $y = e^{\frac{-1}{a} x} A + e^{l \frac{-1}{b} x}, B$, B étant une fonction qui reste la même lorsque x est augmenté de l'unité.

Soit $e = o$, & que $1 + bef + g e^{fn} = o$ ait une racine commune avec l'équation $a + c e^f = o$, j'aurai y égal à un terme $e^{fx} B$, où B sera une fonction arbitraire, comme pour les cas des différences finies.

Si au contraire $g = o$, & que $1 + af + ef^2 = o$ ait une racine commune avec l'équation $b + cf = o$, j'aurai y égal à e^{fx} multiplié par une seule constante arbitraire A; les autres racines donneront des équations en série.

Ces cas sont ceux où la section conique, dont l'intersection avec la logarithmique donne les racines, se réduit à deux lignes droites.

Le cas des deux racines égales se traitera comme ci-dessus, & l'on peut distinguer le cas où l'équation en f feroit le quarré d'une seule équation *linéaire*.

Celui de 3, 4, 5 racines égales se traitera de même, & il ne sera pas difficile de démontrer, en général, que $y = A x^n e^{fx}$, résolvera toute équation de ce genre, où l'équation en f aura $n + 1$ racines égales.

Je ne m'étends pas davantage sur cet objet, les autres ordres n'ont pas plus de difficulté; & en général les équations *linéaires*, de quelque nature qu'elles soient, se résolvent du moins en série par la substitution d'une fonction exponentielle. Voyez les *Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris*, *année* 1772, & la suite de cet article.

D'une espèce d'équations linéaires aux différences finies & partielles. Soit $Z = A F (x + ay) + B F' (x + by) + C F'' (x + cy) + D (F''' x + ey)$, &c. l'intégrale d'une équation aux différences partielles où les F désignent des fonctions arbitraires, & où A, B, C, D, &c. sont des fonctions de y. Je suppose que lorsque $z = f$, $y = f'$; que lorsque $z = g$, $y = g'$; que lorsque $z = h$, $y = h'$; que lorsque $z = l$, $y = l'$, & ainsi de suite. On aura donc, pour déterminer les fonctions, les équations

$$f = A \overline{F x + af'} - B \overline{F' x + bf'} - C \overline{F'' x + cf'} - D \overline{F''' x + ef'} \pm \&c. = o\; h - A' \overline{F x + ah'} - B' \overline{F' x + bh'} - C' \overline{F'' x + ch'} - D' \overline{F''' x + eh'} \pm \& = o\; g - A'' \overline{F x + ag'} - B'' \overline{F' x + bg'} - C'' \overline{F'' x + cg'} - D'' \overline{F''' x + eg'} \pm \& = o\; l - A''' \overline{F x + al'} - B''' \overline{F' x + bl'} - C''' \overline{F' x + bl'} - C''' \overline{F'' x + cl'} - D''' \overline{F''' x + el'} \pm \& = o,$$

& ainsi de suite, les $A A'$ & $B B'$, &c. étant ce que

deviennent les coëfficiens en y, lorsque y est égal à f' ou g', ou l'.

Maintenant, pour avoir chaque fonction arbitraire, on mettra dans toutes les équations, hors la première, au lieu de x, $x+p$, $x+q$, $x+r$, &c. & on déterminera p, q, r, par la condition que $af' = p + ah' = q + ag' = r + al'$, & ainsi de suite. Par ce moyen, si le nombre des fonctions est n, on aura, après avoir éliminé F, $n-1$, équations qui contiendront chacune deux fonctions de la forme $F'x$, $F'x+P$ pour la première équation, $F'x, Fx+P'$ pour la seconde, $F'xF'x+P''$ pour la troisième, & ainsi de suite, avec deux fonctions F'', deux fonctions F''', &c. Je prends les deux premières équations, & j'ai, en mettant dans la première $x+P'$ au lieu de x, & dans la seconde $x+P$ au lieu de x, quatre équations qui contiennent $F'x$, $F'x+P$, $F'x+P'$, $F'x+P+P'$; donc je puis éliminer $F'x$: j'aurai maintenant $n-2$, équations qui contiendront chacune $F''x$, & quatre fonctions semblables de x, plus quatre constantes différentes, & de même $F'''x+Q$, & quatre autres fonctions semblables de x, plus quatre constantes différentes; on éliminera F'' par une méthode semblable, & ainsi de suite : en effet, quel que soit le nombre des fonctions F^n, pourvu qu'on ait deux équations, on parviendra toujours à éliminer, parce que lorsqu'on aura chassé une de ses fonctions $F^n x+Q$; par exemple, on n'aura qu'à mettre $x+Q$ au lieu de x, dans l'équation d'où on a chassé $F^n x+Q$, on aura une équation contenant $F^n x+Q$, $F^n x+Q+Q'$, $F^n x+Q+Q''$, &c.; & mettant dans celle-ci pour $F^n x+Q$ sa valeur tirée d'une des deux proposées, on aura une équation en $F^n x+Q'$, $F^n x+Q''$, $F^n x+Q'+Q''$, $F^n x+2Q'$, $F^n x+2Q''$, &c. donc on aura deux équations qui ne contiendront plus $F^n x+Q'$, on chassera de même $F^n x+Q'$ & $F^n x+2Q'$, & ainsi de suite; cela posé, soit une équation définitive de la forme $= A, Fx + BF(x+\Delta') + CF(x+\Delta'') + D, F(x+\Delta''')$ au nombre de m, & qu'on fasse $Fx = Ne^{fx}$, on aura l'équation $A, +B, e^{f\Delta 1} + Ce^{f\Delta 11} + D^{f\Delta 111}$, &c. $= o$; & il est clair que l'on aura Fx égal à une série d'autant de termes en Ne^{fx} que f peut avoir de valeurs.

Examinant cette équation, on voit que, si les Δ sont tous commensurables entr'eux, l'équation est comme celles aux différences finies ordinaires; mais, si les Δ ne sont pas commensurables, alors on observera, 1.° que, si m est le nombre des fonctions, il pourra arriver que f ait $m-1$ valeurs réelles. En effet, supposant à f, $m-1$ valeurs réelles à volonté, & substituant, on aura les A, B, C, &c. en f; on peut de même avoir $f = \pm f'\sqrt{-1}$ tant de fois que $\frac{m-1}{2}$ contient d'unités : en effet, en mettant les imaginaires sous la forme $a + b\sqrt{-1}$, la première supposition donne $A + B\sqrt{-1} = o$, la seconde $A - B\sqrt{-1} = o$; ce qui ne fait que deux conditions A & $B = o$: comme c'est réellement e^f qui entre dans l'équation ci-dessus, C étant la valeur de e^f, on aura d'autres valeurs de f en aussi grand nombre que $e^f - C = o$ a de racines, c'est-à-dire, un nombre infini. Mais il ne suit pas de-là qu'il y ait ici un nombre infini de termes correspondans à chaque valeur de e^f. En effet, la suite de toutes ces valeurs de ^{f} est f, $f+\gamma$, $f+\gamma'$, $f+\gamma''$, &c. γ, γ', γ'', &c. étant des quantités telles que $e^\gamma = e^{\gamma'} \ldots = 1$; mais, dans le cas de l'équation présente, en mettant ces valeurs pour f, on auroit $A, +B, ef\Delta_e\gamma\Delta + C, ef\Delta 1_e\gamma\Delta 1$, &c. $= o$, équation qui doit avoir lieu en même tems que $A, +B, ef\Delta + C, ef\Delta 1$, &c. ce qui demande que $_e\gamma\Delta$, $+_e\gamma\Delta 1$ soient égaux à l'unité : or, quoique $e\gamma = 1$, quelques valeurs de γ qu'on ait prises, cependant lorsque Δ, $\Delta 1$ ne sont pas des nombres entiers $\gamma = o$; est la seule des valeurs de γ pour laquelle $_e\gamma\Delta$ soit égal à l'unité; or ici les quantités Δ, Δ' étant incommensurables entr'elles, on voit que $\gamma = o$ est la seule valeur qui convienne au problème.

Si l'équation en e^f a des racines égales, on aura des termes en x dans la série qui exprimera F. *Voyez*, dans cet article, le *paragraphe précédent.*

D'une autre classe d'équations linéaires aux différences finies & partielles. Soit encore l'équation *linéaire* $aZ + bZ' + cZ_1 + cZ''$ & $= o$, où Z' est ce que devient Z lorsque, pour y, on a mis $x + \Delta x$, Z_1 ce que devient Z lorsque, pour y, on a mis $y + \Delta y$, & où a, b, c, e, &c. sont des constantes, & que nous fassions $Z = (Ay^m +$

$$By^{m-1}x \ldots \ldots \ldots \ldots$$

$$+ Qx^m + A'y^{m-1} + B'y^{m-2}x \ldots \ldots$$

$$+ Q'x^{m-1} \ldots + Q1)e^{fx+gy}.$$

Nous aurons, 1.° pour déterminer e^f & e^g la même équation que si la quantité exponentielle avoit un coëfficient constant. 2.° Nous avons, appellant V le coëfficient de $^{fx+gy}$, la même série de termes multipliée par

$$\frac{dV}{dx} n\Delta x + \frac{dV}{dy} m\Delta y,$$

c'est-à-dire, la somme des termes de cette équa-

tion, multipliés ſucceſſivement par les expoſans de e^f & e^g 1, c'eſt-à-dire, cette équation ayant deux racines égales.

3.° Nous aurons le même terme multiplié par

$$\frac{ddV}{2dx^2} n^2 \Delta x^2 + \frac{dd\,V}{dy\,dx} \Delta y \Delta x m n + \frac{ddV}{2dy^2} m^2 \Delta y^2,$$

c'eſt-à-dire, l'équation conſidérée par rapport à e^f & à e^g, ayant trois racines égales, & ainſi de ſuite, où il eſt eſſentiel d'obſerver que c'eſt par rapport e^f, ou e^g, & non par rapport à f ou g que les racines ſont égales; on voit donc que les équations qui ſe traitent ici, ont un rapport exact, pour cet objet, avec les équations *linéaires* aux différences finies ordinaires. On reconnoîtra, par ce moyen, les cas où la ſolution en ſéries devra contenir des fonctions en x & y non exponentielles.

Si l'on vouloit réſoudre en ſérie ou d'une manière approchée ces équations, lorſqu'elles ne ſont pas *linéaires*, en ordonnant par rapport à Z, on feroit $Z = Z + Z' + Z'' + Z'''$, &c. Z, Z', Z'', &c. étant des quantités ſuppoſées très-petites, dont on négligeroit ſucceſſivement chaque degré ſupérieur. *Voyez* l'*art.* APPROXIMATION.

Des équations linéaires aux différences partielles. Si l'équation eſt en z ſans x ni y, cas auquel peuvent ſe réduire toutes les équations dans les méthodes par approximation, on fera $z = a\,e^{bx+ny}$, on aura a arbitraire & b donné par une équation en n; & on fera z égal à une ſomme indéfinie de fonctions ſemblables, ſi z ne ſe trouve pas dans l'équation, mais ſeulement $\frac{dz}{dy}$, $\frac{dz}{dx}$; il faudra ajouter à cette ſomme $fx + gy + h$, h étant arbitraire de même qu'un des f, g. Si on a n donné ſans b, & b arbitraire, on pourra, au lieu des fonctions indéfinies ci-deſſus, faire $z = \phi\,x + ny + \phi'\,x + n'\,y \ldots n$, n' étant les différentes valeurs de n. Lorſque n n'eſt pas indépendant de b, m étant l'ordre de l'équation, ſi l'équation en n a pluſieurs racines égales, il faut faire entrer dans l'intégrale des fonctions $e^{b \cdot x + ny}$ $a' + b'\,\overline{x + ny}$, s'il y a deux racines égales, & s'il y en a trois m une des fonctions $e^{b \cdot x + ny}$ $a' + b'.\,x + ny + C'\,\overline{x + ny} \ldots + p'\,\overline{x + ny}^m$.

La méthode que je viens d'expoſer ne conduit pas à une ſolution rigoureuſe; elle eſt la même quant au fond, & a les mêmes inconvéniens que celle de M. Bernoulli, pour les problêmes des cordes vibrantes; mais ces défauts, dont le principal eſt de donner à z une forme trop particulière, & de ne pas donner z égal à une fonction quelconque de x, lorſque $y = o$ ou $y = c$, peuvent être facilement réparés toutes les fois que z eſt toujours petit, & qu'on ſe contente d'approximation. Si, dans une équation *linéaire* & ſans terme, où z ne ſe trouve point, les coëfficiens ſont des fonctions de x ſeulement, on fera $z = a\,e^{by + X}$, & on aura X par une équation aux différences ordinaires; ce qui conduira toujours à une équation en ſérie ſemblable à celle que j'ai indiquée pour les cas où les coëfficiens ſont conſtans.

Voyez l'*art.* DIFFÉRENCES PARTIELLES, où j'indique une méthode de M. Euler qui réſout les mêmes cas par une ſérie auſſi infinie, mais d'une forme plus générale.

Il eſt aiſé de voir, 1.° que quelle que ſoit une équation *lineaire*, & d'après quelque ſyſtême de différentiation qu'elle ait été formée, ſi les coëfficiens ſont conſtans, on pourra toujours, en y ſubſtituant une fonction $a\,e^{bx+cy}$, avoir une ſolution du moins en ſérie. 2.° Que toutes les fois que l'on a pluſieurs ſolutions qui ſatisfaſſent, leur ſomme y ſatisfera également, chaque terme étant multiplié par un coëfficient arbitraire, ſi le terme ſans l'inconnue manque dans la propoſée; ſinon la même ſomme y ſatisfera toujours en multipliant avec un coëfficient arbitraire, mais en obſervant qu'il faut que la partie de chaque valeur particulière, qui ſert à faire diſparoître le terme ſans l'inconnue, & qu'on peut ſuppoſer auſſi multipliée par des coëfficiens arbitraires, indépendans de ceux de l'autre partie de l'intégrale, ſoit telle que la ſomme de tous ces coëfficiens arbitraires égale l'unité. Ce théorême général a lieu, quels que ſoient les coëfficiens de l'équation *linéaire*. 3.° Que quelle que ſoit l'équation *linéaire*, ſon intégrale ſera toujours, ſi A, A', A''', &c. ſont les arbitraires ou les fonctions des variables que la différentiation a fait diſparoître, de la forme $z = A\,V + A'\,V' + A'\,V''$, z étant l'inconnue; en effet, ſi les arbitraires entroient d'une autre manière, on ne pourroit les faire diſparoître, & avoir z par une équation *linéaire*; donc, par la même raiſon, ſi la propoſée eſt aux différences partielles, ſoit FB une des fonctions arbitraires, l'intégrale ne pourra être que de la forme $z = VFB + V'\frac{dFB}{dB}$, &c. ou $\int V''\,FB$, &c. (*M.D.C.*)

LION, (*Aſtron.*) cinquième ſigne du zodiaque, la conſtellation qui lui a donné ſon nom, eſt celle que le ſoleil parcouroit autrefois dans le tems des chaleurs brûlantes de l'été. Peut-être le tempérament ſec & ardent de cet animal terrible, l'avoit fait prendre pour le ſymbole de la chaleur, de la vigilance & de la ſûreté. De-là vient auſſi qu'on avoit donné ſon nom à la conſtellation, où étoit le ſoleil dans la ſaiſon la plus ardente & la plus sèche de l'année. Les poëtes

disent que c'est le *lion* de nemée, dompté par hercule le thébain, suivant la fable, & placé dans le ciel par la puissance de junon; mais il est plus vraisemblable que la constellation a donné lieu à la fable (*Astron. t.* 4, *p.* 479.) Manilius appelle cette constellation *jovis*, & *junonis sidus.* D'autres *bacchi sidus*, *leo nemœus herculeius*, *primus herculis labor.* Les Chaldéens l'appelloient *principium cœlestium* suivant théon; peut-être parce qu'autrefois le tropique y passoit, & que l'on commençoit à compter les signes depuis le solstice. Aussi donne-t-on le nom de *rex*, *regulus*, *Basiliscus*, à la belle étoile de cette constellation, près de laquelle passe le soleil le 19 août.

Il y a 95 étoiles du *lion* dans le catalogue britannique (*D. L.*)

Le petit *lion*, est une constellation placée par Hévélius entre le lion & la grande ourse, pour renfermer neuf étoiles informes des anciens catalogue, avec neuf autres qu'il détermina lui-même. Il lui donna le nom de *petit-lion*, comme analogues à ceux des deux constellations voisines. (*Prodromus*, *pag.* 114.) Cette constellation contient 53 étoiles dans le catalogue britannique: il y en a une de troisième grandeur qui est sur le milieu du corps; sa longitude en 1690 étoit de $4^{s}\ 24^{d}\ 29'\ 50''$, & sa latitude de $21^{d}\ 36'\ 28''$ boréale. (*D. L.*)

LITTERAL, adj. (*Math.*) les Mathématiciens modernes font un très-grand usage du calcul *littéral*, qui n'est autre chose que l'Algèbre: on lui a donné ce nom, parce qu'on y fait usage des lettres de l'alphabet, pour le distinguer du calcul numérique, où l'on n'emploie que des chiffres. *Voyez* ALGEBRE, ARITHMÉTIQUE, CALCUL. (*E*)

LITTRON, mesure de grains, la seizième partie du boisseau, ou de 661 pouces cubes & deux tiers, c'est-à-dire, d'environ 41 pouces cubes.

L O C

LOCAL, ALE, adj. problème *local*, *en Mathématique*, est un problème dont la construction se rapporte à un lieu géométrique. *Voyez* LIEU. Ce mot de *probléme local* n'est plus guère en usage.

Le problème *local* est ou simple lorsqu'il a pour lieu des lignes droites, c'est-à-dire, lorsqu'il se résoud par l'intersection de deux droites; ou plan, lorsqu'il peut se résoudre par les intersections de cercles & de droites; ou solide, lorsqu'il ne peut se résoudre que par des intersections de sections coniques ou entr'elles, ou avec des cercles; ou bien enfin il est sur-solide, ou plus que solide, lorsque sa solution demande la description d'une ligne d'un ordre plus élevé que le second. *Chambers.* (*O*)

LOGARITHME, s. m. (*Arithmét.*) nombre d'une progression arithmétique, lequel répond à un autre nombre dans une progression géométrique.

Pour faire comprendre la nature des *logarithmes*, d'une manière bien claire & bien distincte, prenons les deux espèces de progression qui ont donné naissance à ces nombres; savoir, la *progression géométrique*, & la *progression arithmétique*: supposons donc que les termes de l'une soient directement posés sous les termes de l'autre; comme on le voit dans l'exemple suivant.

1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128.
0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7.

en ce cas, les nombres de la progression inférieure, qui est arithmétique, sont ce que l'on appelle les *logarithmes* des termes de la progression géométrique qui est en-dessus; c'est-à-dire, que 0 est le *logarithme* de 1, 1 est le *logarithme* de 2, 2 est le *logarithme* de 4, & ainsi de suite.

Ces *logarithmes* ont été inventés pour rendre le calcul plus expéditif, comme on le verra plus bas.

Le mot *logarithme* est formé des mots grecs λόγος, *discours*, & ἀριθμός, *nombre*; c'est-à-dire, *discours sur les nombres*.

Afin que l'on entende maintenant la doctrine & l'usage des *logarithmes*, il faut se rendre bien attentif aux propositions suivantes.

Proposition première. En supposant que le *logarithme* de l'unité soit 0, le *logarithme* du produit de deux nombres quelconques, tels que 4 & 8, sera toujours égal à la somme 5 des *logarithmes* des deux racines ou produisans; ce qui est évident par les deux progressions que l'on a citées, car ajoutant 2 à 3, on a la somme 5; qui est le *logarithme* du produit 32, ce qui doit arriver effectivement, car puisque $4 \times 8 = 32$, l'on aura cette proportion géométrique: $1 . 4 :: 8 . 32$, dont les *logarithmes* doivent être en proportion arithmétique, ainsi l'on aura $l\,1 . l\,4 : l\,8 . l\,32$ (la lettre *l* signifie le *logarithme* du nombre qu'elle précède); mais on sait que dans une proportion arithmétique, la somme des extrêmes est égale à la somme des moyens; ainsi $l\,1 + l\,32 = l\,4 + l\,8$; or le *logarithme* de 1 ou $l\,1 = 0$ (par la supp.); donc $l\,32 = l\,4 + l\,8$. *C. Q. F. D.*

Proposition seconde. Le *logarithme* du quotient 16 du nombre 64 divisé par 4, est égal à la différence qu'il y a entre le *logarithme* de 64 & le *logarithme* de 4; c'est-à dire, que $l\,16 = l\,64 - l\,4$; car $\frac{64}{4} = 16$; donc en multipliant par 4, $64 \times 1 = 16 \times 4$, ainsi, $1 . 4 :: 16 . 64$; donc $l\,1 + l\,64 = l\,4 + l\,16$. Or $l\,1 = 0$; par conséquent $l\,64 = l\,4 + l\,16$; donc enfin $l\,64 - l\,4 = l\,16$. *C. Q. F. D.*

Proposition troisième. Le *logarithme* d'un nombre

n'eſt que la moitié du *logarithme* de ſon quarré. *Démonſtration* ; prenez 8, quarrez-le, vous aurez 64. Il faut donc prouver que $l\,8 = \frac{l\,64}{2}$: $8 \times 8 = 64 \times 1$; donc 1. 8 :: 8. 64; ainſi, $l\,1.\,l\,8 : l\,8.\,l\,64$; donc $l\,1 + l\,64 = l\,8 + l\,8 = 2\,l\,8$, or $l\,1 = 0$; donc $l\,64 = 2\,l\,8$, & par conſéquent en diviſant l'un & l'autre nombre par 2, on aura $\frac{l\,64}{2} = l\,8$. *C. Q. F. D.*

Propoſition quatrième. Le *logarithme* d'un nombre n'eſt que le tiers du *logarithme* de ſon cube. *Démonſtration*; prenez le nombre 2 & faites ſon cube 8, je dis que $l\,2 = \frac{l\,8}{3}$, car puiſque $4 \times 2 = 8 \times 1$, on aura 1. 4 :: 2. 8; donc $l\,1.\,l\,4 : l\,2.\,l\,8$; or par la démonſtration précédente, 4 étant le quarré de 2, $l\,4 = 2\,l\,2$; donc $l\,1.\,2\,l\,2 : l\,2.\,l\,8$; par conſéquent $l\,1 + l\,8 = 2\,l\,2 + l\,2 = 3\,l\,2$, & comme $l\,1 = 0$, on aura $l\,8 = 3\,l\,2$; donc $\frac{l\,8}{3} = l\,2$. *C. Q. F D.*

Les propriétés que nous venons de démontrer, ont ſervi de fondement à la conſtruction des tables des *logarithmes*, moyennant leſquelles on fait par l'addition & la ſouſtraction, les opérations que l'on ſeroit obligé, ſans leurs ſecours, d'exécuter avec la multiplication, la diviſion & l'extraction des racines, comme on va le faire voir en reprenant les deux progreſſions précédentes :

$\div\!\div$ 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. *&c.*

$\div$ 0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. *&c.*

Voulez-vous multiplier 4 par 16, cherchez les *logarithmes* 2. 4. qui répondent à ces nombres, faites-en la ſomme 6, elle eſt le *logarithme* de leur produit 64.

Cherchez donc dans la table le nombre qui répond au *logarithme* 6, vous trouverez 64, qui eſt effectivement le produit de 4 par 16.

S'il s'agiſſoit de diviſer 128 par 8, on chercheroit les *logarithmes* 7, 3. De ces nombres on ôteroit 3 de 7, le reſte 4 ſeroit le *logarithme* de leur quotient, auquel répond le nombre 16.

Si on cherche la racine quarrée de 64, on n'a qu'à prendre la moitié de ſon *logarithme* 6, c'eſt 3 auquel répond 8; ainſi, 8 eſt la racine quarrée de 64.

Il n'eſt pas plus difficile de trouver la racine cubique de 64, prenez le tiers de ſon *logarithme* 6, vous aurez 2, auquel répond 4.

Ainſi, 4 eſt la racine cubique de 64. On feroit donc avec une extrême facilité, les opérations les plus laborieuſes du calcul, ſi l'on avoit les *logarithmes* d'une grande quantité de nombres; & c'eſt à quoi l'on a tâché de parvenir dans la conſtruction des tables des *logarithmes*.

La découverte des *logarithmes* eſt dûe au baron Neper, écoſſois, mort en 1618. Il faut avouer cependant que Stifelius, arithméticien allemand, avoit remarqué avant lui la propriété fondamentale des *logarithmes*; ſavoir, que le *logarithme* du produit de deux nombres eſt égal à la ſomme de leurs *logarithmes*. Mais cette propoſition reſta ſtérile entre ſes mains, & il n'en tira aucun uſage pour abréger les opérations, ce qui fait l'eſſentiel de la découverte de Néper. Kepler dit auſſi que Juſte-Byrge, aſtronome du landgrave de Heſſe, avoit imaginé les *logarithmes*; mais de l'aveu de Kepler même, l'ouvrage où Byrge en parloit, n'a jamais paru.

Néper publia en 1614, ſa découverte dans un livre, intitulé : *mirifici logarithmorum canonis deſcriptio.* Les *logarithmes* des nombres qu'il donne dans cet ouvrage, diffèrent de ceux que nous employons aujourd'hui dans nos tables; car dans les nôtres le *logarithme* de 10 eſt l'unité, ou ce qui eſt la même choſe, 1, 000000; & dans celles de Neper, le *logarithme* de 10 eſt 2, 3025850. Nous verrons au *mot* Logarithmique, la raiſon de cette différence. Mais cette ſuppoſition lui paroiſſant peu commode, il indiqua lui-même des tables de *logarithmes*, telles que nous les avons aujourd'hui. Elles furent conſtruites après ſa mort par Henri Briggs, dans ſon ouvrage, intitulé : *Arithmetica logarithmica.* Adrien Ulacq, mathématicien des pays-bas, perfectionna le travail de Briggs; & pluſieurs autres ont travaillé depuis ſur cette matière. Les tables de *logarithmes*, qui ont aujourd'hui le plus de réputation pour l'étendue & l'exactitude, ſont celles de Gardiner, *in*-4.° Celles de M. Deparcieux, de l'académie des Sciences, méritent auſſi d'être citées. Voyez *l'hiſtoire des Mathématiques* de M. Montucla, *tom. II, part. IV, liv. I.*

Théorie des logarithmes. Soit propoſé de trouver le *logarithme* d'un nombre quelconque, & de conſtruire un canon ou une table pour les *logarithmes* naturels. 1.° Comme 1, 10, 100, 1000, 10000, *&c.* conſtituent une progreſſion géométrique, leurs *logarithmes*, peuvent donc être pris dans une progreſſion arithmétique à volonté; or pour pouvoir exprimer par des fractions décimales les *logarithmes* de tous les nombres intermédiaires, nous prendrons la progreſſion 0. 0000000, 1. 0000000, 2. 0000000, 3. 0000000, 4 0000000, *&c.* de manière que le premier de ces nombres ou zéro, ſoit le *logarithme*, de 1, que le ſecond ſoit le *logarithme* de 10, le troiſième celui de 100, & ainſi de ſuite. *Voyez* Décimal. 2.° Il eſt évident qu'on ne pourra point trouver des *logarithmes* exacts pour les nombres qui ne ſont point compris dans la ſérie géométrique ci-deſſus, 1, 10, 100, *&c.* mais on pourra en avoir de ſi approchans de la vérité, que, dans l'uſage, ils feront auſſi bons que s'ils étoient exacts. Pour rendre ceci ſenſible, ſuppoſons qu'on demande le *logarithme* du nombre 9; j'introduirai entre 1. 0000000 & 10. 0000000, un moyen proportionnel géométrique, & cherchant entre leurs *logarithmes* 0. 0000000 & 1. 0000000, un moyen proportionnel arithmétique, celui-ci ſera évidemment le *logarithme* de

l'autre, c'eſt-à-dire, d'un nombre qui ſurpaſſera 3 d'un peu plus que $\frac{1622777}{100000000}$, & par conſéquent qui ſera encore fort éloigné de 9. Je chercherai donc entre 3, $\frac{1622777}{100000000}$ & 10, un autre moyen proportionnel géométrique, qui approchera par conſéquent plus de 9 que le premier; & entre 10 & ce nouveau moyen proportionnel, j'en chercherai encore un troiſième, & ainſi de ſuite, juſqu'à ce que j'en trouve deux conſécutifs, dont l'un ſoit immédiatement au-deſſus, & l'autre immédiatement au-deſſous de 9, & cherchant un moyen proportionnel entre ces deux nombres-là, & puis encore un autre entre celui-là & celui des deux derniers qui aura 9 entre lui & le précédent, on parviendra enfin à un moyen proportionnel qui ſera égal 9 $\frac{1}{10000000}$, lequel n'étant pas éloigné de 9 d'une dix millionième partie d'unité, ſon *logarithme* peut, ſans aucune erreur ſenſible, être pris pour le *logarithme* de 9 même. Je reviens donc à mes moyens proportionnels géométriques, & prenant l'un après l'autre, le *logarithme* de chacun d'eux par l'introduction d'autant de moyens proportionnels arithmétiques, je trouve enfin que 0. 9542425 eſt le *logarithme* du dernier moyen proportionnel géométrique; & j'en conclus que ce nombre peut être pris ſans erreur ſenſible, pour le *logarithme* de 9, ou qu'il en approche extrêmement.

3.° Si on trouve de même des moyens proportionnels entre 1. 0000000 & 3. 1622777, que nous en avons vu plus haut être le moyen proportionnel entre 1. 0000000 & 10. 0000000, & qu'on cherche en même tems le *logarithme* de chacun d'eux, on parviendra à la fin à un *logarithme* très-approchant de celui de 2, & ainſi des autres. 4.° Il n'eſt cependant pas néceſſaire de prendre tant de peine pour trouver les *logarithmes* de tous les nombres, puiſque les nombres, qui ſont le produit de deux nombres, ont pour *logarithmes* la ſomme des *logarithmes* de leurs produiſans; & réciproquement, ſi l'on a le *logarithme* du produit de deux nombres, & celui de l'un de ſes produiſans, on aura facilement le *logarithme* de l'autre produiſant; de même ayant le *logarithme* d'un quarré, d'un cube, &c. on a celui de ſa racine, ainſi qu'on l'a démontré dans les propoſitions précédentes; par conſéquent, ſi l'on prend la moitié du *logarithme* de 9 trouvé ci-deſſus, l'on aura le *logarithme* de 3, ſavoir 0. 4771212.

Dans les *logarithmes*, les nombres qui précèdent le point expriment des entiers; & ceux qui ſont après le point expriment le numérateur d'une fraction, dont le dénominateur eſt l'unité, ſuivie d'autant de zéros que le numérateur a de figures. L'on donne à ces entiers le nom de *caractériſtiques*, ou *d'expoſans;* parce qu'ils marquent, en leur ajoutant 1, combien de caractères doit avoir le nombre auquel le *logarithme* correſpond; ainſi 0 à la tête d'un *logarithme*, ou placé dans le *logarithme* avant le point, ſignifie que le nombre correſpondant ne doit avoir que le ſeul caractère des unités, qu'une ſeule figure, parce que ajoutant 1 à 0 caractériſtique, on aura le nombre 1, qui marque le nombre de figures qu'a le nombre auquel ſe rapporte le *logarithme*; 1 caractériſtique ſignifie que le nombre correſpondant au *logarithme*, contient non-ſeulement des unités, mais encore des dixaines, & non pas des centaines; qu'en un mot, il contient deux figures, & qu'il a ſa place entre dix & cent, & ainſi des autres expoſans ou caractériſtiques. Il s'enſuit donc que tous les nombres, leſquels quoique différens, ont néanmoins autant de caractères ou de figures les uns que les autres; par exemple, les nombres compris entre 1 & 10, entre 10 & 100, entre 100 & 1000, &c. doivent avoir des *logarithmes* dont la caractériſtique ſoit la même, mais qui diffèrent par les chiffres placés à droite du point.

Si le nombre n'eſt nombre qu'improprement, mais qu'il ſoit en effet une fraction décimale exprimée numériquement, ce qui arrivera lorſqu'il n'aura de caractère réel qu'après le point, alors il devra évidemment avoir un *logarithme* négatif, & de plus la caractériſtique de ce *logarithme* négatif marquera combien il y aura de 0 dans le nombre avant ſa première figure réelle à gauche, y compris le 0, qui eſt toujours cenſé ſe trouver avant le point, ainſi, le *logarithme* de la fraction décimale 0. 256 eſt − 1. 40824; celui de la fraction décimale 0. 0256 eſt − 2. 40824, &c.

Tout cela eſt une ſuite de la définition des *logarithmes;* car puiſque les nombres entiers 1, 10. 100, &c. ont pour *logarithme* 0, 1, 2, &c. les fractions $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, &c. qui forment une progreſſion géométrique avec les entiers 1, 10, 100, &c. doivent avoir pour *logarithmes* les nombres négatifs, 1, 2, &c. qui forment une progreſſion arithmétique avec les nombres 0, 1, 2, &c. donc &c.

Soit propoſé maintenant de trouver le logarithme *d'un nombre plus grand que ceux qui ſont dans les tables, mais moindre que* 10000000. Retranchez au nombre propoſé ſes quatre premières figures vers la gauche, cherchez dans les tables le *logarithme* de ces quatre premières figures, ajoutez à la caractériſtique de ce *logarithme* autant d'unités qu'il eſt reſté de figures à droite dans le nombre propoſé. Souſtrayez enſuite le *logarithme* trouvé de celui qui le ſuit immédiatement dans les tables, & faites après cela cette proportion, comme la différence des nombres qui correſpondent à ces deux *logarithmes* conſécutifs eſt à la différence des *logarithmes* eux-mêmes, ainſi ce qui reſte à droite dans le nombre propoſé eſt à un quatrième terme, que nous pourrons nommer la *différence logarithmique;* en effet, ſi vous

l'ajoutez au *logarithme* d'abord trouvé, vous pourrez, ſans erreur ſenſible, prendre la ſomme pour le *logarithme* cherché. Si l'on demandoit, par exemple, le *logarithme* du nombre 92375; je commencerai par en retrancher les quatre premières figures à gauche, ſavoir 9237, & je prendrois dans les tables les *logar.* 3. 9655309 du nombre qu'elles forment à elles ſeules, dont j'augmenterois la caractériſtique 3 d'une unité, ce qui me donneroit 4. 9655309, auquel il ne s'agiroit plus que d'ajouter la différence logarithmique convenable: or pour la trouver, je prendrois dans les tables le *logarithme* du nombre immédiatement au-deſſus 9237, c'eſt-à-dire celui de 9238; lequel eſt.............. 3. 9655780.
& j'en ſouſtrairois celui de 9237, trouvé ci-deſſus, ſavoir,.............. 3. 9655309.

& il reſteroit.......................... 471.

cela poſé, je ferois cette proportion: comme 10, différence de 92380 à 92370, eſt à la différence trouvée tout-à-l'heure, ſavoir 471, ainſi 5 qui me reſtoit dans le nombre propoſé à droite, après en avoir retranché les quatre premières figures à gauche, eſt à la différence logarithmique que je cherchois, laquelle ſeroit par conſéquent 235; il n'y auroit donc plus qu'à ajouter enſemble le *logarithme* de 92370, ſavoir,.......................... 4. 9655309.
& la différence logarithmique trouvée,..... 235.

& il viendroit.................. 4. 9655544.
pour la valeur du *logarithme* cherché. La raiſon de cette opération, eſt que les différences des trois nombres *a*, *b*, *c*, lorſque ces différences ſont fort petites, ſont entr'elles, à très-peu-près, comme les différences de leurs *logarithmes*. Voyez Logarithmique.

Si le nombre propoſé étoit une fraction ou un entier plus une fraction, il faudroit d'abord réduire le tout à une ſeule fraction, & chercher ſéparément le *logarithme* du numérateur & celui du dénominateur par la méthode qu'on vient de donner, enſuite on retrancheroit les deux *logarithmes* l'un de l'autre, & on auroit le *logarithme* de la fraction propoſée.

Soit propoſé de plus de trouver le nombre correſpondant à un logarithme *plus grand qu'aucun de ceux qui ſont dans les tables.* Souſtrayez d'abord du *logarithme* donné le *logarithme* de 10, ou celui de 100, ou celui de 1000, ou celui de 10000, le premier en un mot, de cette eſpèce qui donnera un reſtant d'un nombre de caractères, tels qu'il s'en trouve dans les tables. Trouvez le nombre correſpondant à ce reſtant conſidéré lui-même comme *logarithme*, & multipliez ce nombre trouvé par 100, par 1000, ou par 10000, *&c.* le produit ſera le nombre cherché.

Suppoſons par exemple qu'on demande le nombre correſpondant au *logarithme* 7. 7589982, vous en ôterez le *logarithme* du nombre 10000, lequel eſt 4. 0000000, & le reſtant ſera 3. 7589982, lequel correſpond dans les tables au nombre 5741 $\frac{11}{100}$. Vous multiplierez donc ce dernier nombre par 1000, & le produit 5741110 ſera le nombre cherché. Si on propoſe de trouver le nombre, ou pour parler plus proprement, la fraction correſpondante à un *logarithme* négatif, il faudra ajouter au *logarithme* donné, le dernier *logarithme* de la table; c'eſt-à-dire, celui du nombre 10000, ou pour mieux dire, il faudra ſouſtraire le premier pris poſitivement du ſecond, & trouver le nombre correſpondant au reſte de la ſouſtraction regardée comme *logarithme*. Vous ferez de ce nombre le numérateur d'une fraction, à laquelle vous donnerez 10000 pour dénominateur, & cette fraction ſera le nombre cherché. Par exemple, ſuppoſons qu'on demande la fraction correſpondante au *logarithme* négatif,.......................... 0. 3679767,
je le ſouſtrais du *logarithme* de 10000, ou de.......................... 4. 0000000.

& le reſtant eſt.................. 3. 6320233.
auquel correſpond dans les tables le nombre 4285 $\frac{71}{100}$. la fraction cherchée ſera donc $\frac{428571}{1000000}$. On appercevra la raiſon de cette règle, en obſervant que toutes fractions étant le quotient de ſon numérateur par ſon dénominateur, l'unité doit être à la fraction comme le dénominateur eſt au numérateur; mais comme l'unité eſt à la fraction qui doit correſpondre au *logarithme* négatif donné, ainſi, 10000 eſt au nombre correſpondant au *logarithme* reſtant; donc ſi l'on prend 10000 pour dénominateur, & le nombre correſpondant pour numérateur, on aura la fraction requiſe.

Soit enfin propoſé *de trouver un nombre quatrième proportionnel à trois nombres donnés.* Vous ajouterez le *logarithme* du ſecond à celui du troiſième, & de la ſomme que cette addition vous aura fournie, vous ôterez le *logarithme* du premier, le reſtant ſera le *logarithme* du quatrième nombre cherché. Par exemple, ſoit donné les nombres 4, 68 & 3.

Le *logarithme* de 68 eſt.......... 1. 8325089.
Le *logarithme* de 3 eſt........... 0. 4771213.
Je les ajoute & je trouve pour ſomme.......................... 2. 3096302.
Le *logarithme* de 4 eſt........... 0. 6020600.

Je fais la ſouſtraction, & il reſte.. 1. 7075702, qui doit être le *logarithme* du nombre cherché; & comme le nombre correſpondant dans les tables eſt 51, j'en conclus que 51 eſt le nombre cherché lui-même.

Ce problême eſt du plus grand uſage dans la Trigonométrie. *Voyez* Triangle & Trigonométrie.

Tous ces problèmes sur les *logarithmes* se déduisent évidemment de la théorie des *logarithmes* donnée ci-dessus, & ils peuvent se démontrer aussi par la théorie de la logarithmique qu'on trouvera à son article.

Nous terminerons celui-ci par une question qui a été fort agitée entre MM. Léibnitz & Bernoulli. Les *logarithmes* des quantités négatives sont-ils réels ou imaginaires? M. Léibnitz tenoit pour le second, M. Bernoulli pour le premier. On peut voir les lettres qu'ils s'écrivoient à ce sujet; elles sont imprimées dans le *commercium epistolicum* de ces deux grands hommes, publié en 1745, à Lausanne. J'eus autrefois (en 1747 & 1748) une controverse par lettres avec le célèbre M. Euler sur le même sujet; il soutenoit l'opinion de M. Léibnitz, & moi celle de M. Bernoulli. Cette controverse a occasionné un savant mémoire de M. Euler, imprimé dans le volume de l'académie de Berlin pour l'année 1749. Depuis ce tems, M. de Foncenex a traité la même matière dans le premier volume des mémoires de l'académie de Turin, & se déclare pour le sentiment de M. Euler, qu'il appuie de nouvelles preuves. J'ai composé sur ce sujet un écrit dans lequel je me déclare au contraire pour l'opinion de M. Bernoulli. Comme cet écrit est assez long, je me contenterai d'y renvoyer mes lecteurs, ainsi qu'aux écrits dont j'ai parlé; ils y trouveront toutes les raisons qu'on peut apporter pour & contre les *logarithmes* imaginaires des quantités négatives. Je me bornerai à dire ici, 1.° Que si on prend entre deux nombres réels & positifs, par exemple 1 & 2, une moyenne proportionnelle, cette moyenne proportionnelle sera aussi-bien $-\sqrt{2}$ que $+\sqrt{2}$, & qu'ainsi le *logarithme* de $-\sqrt{2}$ & celui de $\sqrt{2}$ seront le même, savoir log. $\frac{2}{2}$. 2.° Que si dans l'équation $y = c^x$ de la logarithmique (*Voyez* LOGARITHMIQUE & EXPONENTIEL); on fait $x = \frac{1}{2}$, on aura $y = c^{\frac{1}{2}} = \pm\sqrt{c}$, & qu'ainsi la logarithmique aura des ordonnées négatives & positives, en tel nombre qu'on voudra à l'infini; d'où il s'ensuit que les *logarithmes* de ces ordonnées seront les mêmes, c'est-à-dire, des quantités réelles. 3.° A ces raisons ajoutez celle qui se tire de la quadrature de l'hyperbole entre ses asymptotes, que Bernoulli a donnée le premier, & que j'ai fortifiée par de nouvelles preuves; ajoutez enfin beaucoup d'autres raisons que l'on peut lire dans mon mémoire, ainsi que mes réponses aux objections de MM. Euler & de Foncenex, & on sera, je crois, convaincu que les *logarithmes* des nombres négatifs *peuvent être* réels. Je dis *peuvent être*, & non pas *sont*; c'est qu'en effet on peut prendre tel système de *logarithmes* qui rendra imaginaires les *logarithmes* des nombres négatifs. Par exemple, M. Euler prouve très-bien que si on exprime les *logarithmes* par des arcs de cercles imaginaires, le *logarithme* de -1 sera imaginaire; mais au fond tout système de *logarithmes* est arbitraire en soi; tout dépend de la première supposition qu'on a faite. On dit, par exemple, que le *logarithme* de l'unité est $= 0$, & que les *logarithmes* des fractions sont négatifs. Tout cela n'est qu'une supposition; car on pourroit prendre une telle progression arithmétique que le *logarithme* de l'unité ne fût pas égal à 0, & que les *logarithmes* des fractions fussent des quantités réelles & positives. Il y a bien lieu de craindre que toute cette dispute sur les *logarithmes* imaginaires, ne soit qu'une dispute de mots, & n'ait été si agitée que faute de s'entendre. Ce n'est pas le premier exemple de dispute de mots en Géométrie. *Voyez* CONTINGENCE & FORCES VIVES.

MM. Gregori, Mercator, Neuton, Halley, Cotes, Taylor, &c. ont donné différentes méthodes pour la construction des tables des *logarithmes*, que l'on peut voir dans les *Transactions philosophiques*. *Voyez* sur-tout un mémoire de M. Halley dans les *Transact. philos. de* 1695. *n.°* 216. Sans entrer ici dans ce détail, nous donnerons une méthode assez simple pour calculer les *logarithmes*.

Nous supposerons d'abord (*voyez l'art.* LOGARITHMIQUE) que la soutangente de la logarithmique soit égale à l'ordonnée que l'on prend pour l'unité, nous prendrons une ordonnée $1-u$ qui soit plus petite que l'unité, & nous aurons, en nommant l'abscisse dx, l'équation $dx = -\frac{du}{1-u}$, comme il résulte de l'article cité; d'où il s'ensuit encore que x est égal au *logarithme* de $1-u$, & qu'ainsi le *logarithme* de $1-u$ est égal à l'intégrale $-\frac{du}{1-u}$. Or, faisant la division suivant les règles ordinaires, ou supposant $\frac{1}{1-u}, = \overline{(1-u)}^{-1}$, on trouve (*voyez* DIVISION, BINOME, EXPOSANT, SÉRIE, SUITE, &c.) que $-\frac{du}{1-u} = -du - udu - u^2du - udu$, &c. dont l'intégrale est $-u - \frac{u^2}{2} - \frac{u^3}{3} - \frac{u^4}{4}$, &c. à l'infini; & cette série est convergente, parce que les numérateurs & les dénominateurs vont toujours en diminuant, car u est plus petit que l'unité. *Voyez* FRACTION. On aura donc, en prenant un certain nombre de termes de cette suite, la valeur approchée du *logarithme* de $1-u$; or, connoissant le *logarithme* de la fraction $1-u$, on connoîtra le *logarithme* du nombre entier, qui est troisième proportionnel à cette fraction & à l'unité; car ce *logarithme* est le même, mais pris avec un signe positif. Par exemple, si on veut avoir le *logarithme* du nombre 10, on cherchera celui de la fraction $\frac{1}{10} = 1 - \frac{9}{10}$, ainsi, $u = \frac{9}{10}$. Donc le *logarithme* de $\frac{1}{10}$ est $-\frac{9}{10} - \frac{81}{200} - \frac{729}{3000}$, &c. & ainsi de suite; & cette quantité,

quantité, priſe avec le ſigne +, eſt le *logarithme* de 10.

Tout cela eſt vrai dans l'hypothèſe que la ſoutangente de la logarithmique ſoit $= 1$; mais, ſi on vouloit que le *logarithme* de 10 fût 1, par exemple, au lieu d'être égal à la ſérie précédente, alors tous les *logarithmes* des autres nombres devroient être multipliés par le rapport de l'unité à cette ſérie. *V.* LOGARITHMIQUE. (*O*)

* Puiſqu'on a log. $(1-u) = -u - \frac{u^2}{2} - \frac{u^3}{3} - \frac{u^4}{4}$, &c. on a donc l. $(1+u) = u - \frac{u^2}{2} + \frac{u^3}{3} - \frac{u^4}{4} +$, &c. Donc log. $\frac{1+u}{1-u} = 2\left(u + \frac{u^3}{3} + \frac{u^5}{5} +\right.$, &c.), quand la ſoutangente de la logarithmique $= 1$; mais on a généralement log. $\frac{1+u}{1-u} = 2K\left(u + \frac{u^3}{3} + \frac{u^5}{5}\right.$ + &c.), K dépendant du ſyſtême des *logarithmes*. Cette formule eſt plus commode que la précédente, pour calculer les *logarithmes* des nombres; & la ſérie convergera plus rapidement; car, ſoit $\frac{1+u}{1-u} = \frac{x}{x-1}$, on aura $u = \frac{1}{2x-1}$, & la formule deviendra log. $\frac{x}{x-1} = 2K\left(\frac{1}{2x-1} + \frac{1}{3(2x-1)^3} + \frac{1}{5(2x-1)^5}\right.$ +, &c.).

Uſage de cette formule. Soit $x = 2$, on aura log. $2 = 2K\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{81} + \frac{1}{1215}\right.$ +, &c.) $= 2KA$; on trouvera de même log. $\frac{3}{2} = 2K\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{375} + \frac{1}{15625}\right.$ + &c.) $= 2KB$; donc log. $3 = 2K(A + B)$ log. $4 = 4KA$; faiſant $x = 5$; log. $\frac{5}{4} = 2K\left(\frac{1}{9} + \frac{1}{2187} + \frac{1}{295245}\right.$ + &c.) $= 2KC$; donc log. $5 = 2K(C + 2A)$, & généralement log. $n = 2KR$, n étant un nombre quelconque, R une ſomme de ſuites dépendantes de n, & toutes très-convergentes. Si m = la baſe du ſyſtême, on aura généralement $2K = \frac{1}{R}$. Soit $n = 10$, on a log. $10 = 2K(C + 3A)$; donc, ſi 10 eſt la baſe du ſyſtême des *logarithmes*, on aura $= 2K = \frac{1}{C+3A}$.

LOGARITHMIQUE, ſ. f. (*Géom.*), courbe qui tire ce nom de ſes propriétés & de ſes uſages dans la conſtruction des logarithmes & dans l'explication de leur théorie.

Si l'on diviſe la ligne droite AX (*pl. d'Anal. fig.* 37) en un nombre égal de parties, & que, par les points A, P, p de diviſion, on tire les lignes toutes parallèles entr'elles & continuellement proportionnelles, les extrêmités N, M, m, &c. de ces dernières lignes, formeront la ligne courbe appellée *logarithmique*, de ſorte que les abſciſſes AP, Ap, ſont ici les logarithmes des ordonnées PM, pm, &c., puiſque ces abſciſſes ſont en progreſſion arithmétique pendant que les ordonnées ſont en progreſſion géométrique. Donc, ſi $AP = x$, $Ap = u$, $PM = y$, $pm = z$, & qu'on nomme ly & lz les logarithmes de y & de z, on aura $x = ly$, $u = lz$, & par conſéquent $\frac{x}{u} = \frac{ly}{lz}$.

Propriétés de la logarithmique. Dans une courbe quelconque, ſi on nomme $ſ$ la ſoutangente, on a $\frac{dx}{ſ} = -\frac{dy}{y}$. *Voyez* SOUTANGENTE. Or, dans la *logarithmique*, ſi on prend dx conſtant, c'eſt-à-dire, les abſciſſes en progreſſion arithmétique, dont la différence ſoit dx, les ordonnées ſeront en progreſſion géométrique, & par conſéquent les différences de ces ordonnées (*voyez* PROGRESSION GÉOMÉTRIQUE) ſeront entre elles comme les ordonnées; donc $\frac{dy}{y}$ ſera conſtant, d'où $\frac{dx}{ſ}$ ſera conſtant; donc, puiſque (hyp.) dx eſt conſtant, $ſ$ le ſera auſſi; donc la ſoutangente de la *logarithmique* eſt conſtante; j'appelle cette ſoutangente a.

2.° Si on fait $a = 1$, on aura $dx = \frac{dy}{y}$, dont l'intégrale eſt $x =$ log. y; & ſi on ſuppoſe un nombre c, tel que ſon logarithme, ſoit $= 1$, on aura x log. $c =$ log. y, & par conſéquent log. $c^x =$ log. y & $y = c^x$. *Voyez* LOGARITHME. C'eſt-là ce qu'on appelle *repaſſer des logarithmes aux nombres*, c'eſt-à-dire, d'une équation *logarithme* $x = ly$, à une équation finie exponentielle $y = c^x$. *V.* EXPONENTIEL.

3.° Nous avons expliqué au *mot* EXPONENTIEL ce que ſignifie cette équation $y = c^x$ appliquée à la *logarithmique*. En général, ſi dans une même *logarithmique*, on prend quatre ordonnées qui ſoient en proportion géométrique, l'abſciſſe, renfermée entre les deux premières, ſera égale à l'abſciſſe renfermée entre les deux autres, & le rapport de cette abſciſſe à la ſoutangente ſera le logarithme du rapport des deux ordonnées. C'eſt une ſuite de l'équation $\frac{dx}{a} = \frac{dy}{y}$, qui donne $\frac{x}{a} =$ log. $\left(\frac{y}{b}\right)$, en ſuppoſant que $y = b$, lorſque $x = 0$.

4.° Si on prend pour l'unité, dans la *logarithmique*, l'ordonnée qui eſt égale à la ſoutangente, on trouvera que l'abſciſſe qui répond au nombre 10 (c'eſt-à-dire, à l'ordonnée qui ſeroit égale à dix fois celle qu'on a priſe pour l'unité); on trouvera, dis-je, que cette abſciſſe ou le logarithme de 10 eſt égal à 2,30258509 (*voyez* LOGARITHME), c'eſt-à-dire, que cette abſciſſe eſt à la ſoutangente comme 230258509 eſt à 100000000; c'eſt ſur ce fondement que Képler avoit conſtruit ſes tables de logarithmes, & pris 2,3025850 pour le logarithme de 10.

5.° Mais, ſi on place autrement l'origine de la *logarithmique*, & de manière que l'ordonnée 1 ne ſoit plus égale à la ſoutangente, & que l'abſciſſe compriſe entre les ordonnées 1 & 10, ſoit égale

à 1; ce qui se peut toujours supposer, puisqu'on peut placer l'origine des x où l'on voudra, alors le logarithme de 10 sera 1, ou 1,0000000, &c. & la soutangente sera telle que l'on aura 2,3025850 à l'unité, comme 1,0000000 est à la valeur de la soutangente, qui sera par conséquent dans ce cas-ci $\frac{10000000}{23025850}$ ou 0,43429488. C'est sur cette supposition que sont calculés les logarithmes de Briggs, qui sont ceux des tables ordinaires.

6.° Dans deux *logarithmiques* différentes, si on prend des ordonnées proportionnelles, les abscisses correspondantes seront entr'elles comme les soutangentes. C'est encore une suite de l'équation $\frac{dx}{a} = \frac{dy}{y}$.

7.° Si, dans une même *logarithmique*, on prend trois ordonnées très-proches, les différences de ces ordonnées seront entr'elles à très-peu-près comme les différences des abscisses. Car soient y, y', y'', les trois ordonnées, & dx, dx' les abscisses, on aura $\frac{dx}{a} = \frac{y'-y}{y}$ à très-peu-près; & de même $\frac{dx'}{a} = \frac{y''-y'}{y}$ à très-peu-près. Donc, puisque y & y' différent très-peu l'une de l'autre, on aura à très-peu-près $dx : dx' :: y' - y : y'' - y'$.

8.° Comme une progression géométrique s'étend à l'infini des deux côtés de son premier terme, il est évident que la *logarithmique* s'étend à l'infini le long de son axe AX au-dessus & au-dessous du point A. Il est de plus évident que AX est l'asymptote de la *logarithmique*. *Voy.* ASYMPTOTE. Car, quoique une progression géométrique aille en décroissant, ses termes néanmoins n'arrivent jamais à zéro; ainsi, l'ordonnée Pm va toujours en décroissant, sans jamais être absolument nulle. Donc, &c.

Sur la quadrature de la *logarithmique*, *voyez* QUADRATURE.

LOGARITHMIQUE SPIRALE *ou* SPIRALE LOGARITHMIQUE, est une courbe dont voici la construction. Divisez un quart de cercle en un nombre quelconque de parties égales, aux points N, n, n, &c. (*pl. d'Anal. fig.* 22), & retranchez des rayons CN, Cn, Cn, des parties continuellement proportionnelles CM, Cm, Cm, les points M, m, m, &c. formeront la *logarithmique spirale*. Par conséquent, les arcs AN, An, &c. sont les logarithmes des ordonnées ou rayons CM, Cm, &c. pris sur les rayons du cercle, & en partant de son centre, qui, dans cette courbe, peut être considéré comme pole. On peut donc regarder la *logarithmique spirale* comme une *logarithmique* ordinaire, dont l'axe a été roulé le long d'un cercle AN, & dont les ordonnées ont été arrangées de manière qu'elles concourent au centre C, & qu'elles se trouvent prises sur les rayons CN prolongés.

Cette courbe a plusieurs propriétés singulières découvertes par M. Jacques Bernoulli son inventeur. 1.° Elle fait une infinité de tours autour de son centre C, sans jamais y arriver; ce qu'il est facile de démontrer: car les rayons CM, Cm, Cm, &c. de cette courbe forment une progression géométrique, dont aucun terme ne sauroit être zéro, & par conséquent la distance de la spirale à son centre C, ne peut jamais être zéro. 2.° Les angles CMm, Cmm des rayons CM, Cm, avec la courbe, sont par-tout égaux. Car, nommant CM, y & Nn, dx, on aura $\frac{dx}{a} = \frac{dy}{y}$, puisque les arcs AN sont les logarithmes des y. *Voyez*, ci-dessus, LOGARITHMIQUE. Or décrivant du rayon CM un arc que l'on nommera dz, on aura $\frac{dz}{y} = \frac{dx}{r}$, en faisant $AC = r$; donc $dx = \frac{rdz}{y}$; donc $\frac{rdz}{ay} = \frac{dy}{y}$. Donc $dy = \frac{rdz}{a}$; donc l'angle CMm est constant. 3.° La développée de cette courbe, ses caustiques par réfraction & par réflexion, &c. sont d'autres logarithmes spirales: c'est pour cette raison que M. Jacques Bernoulli ordonna qu'on mît sur son tombeau une *logarithmique spirale*, avec cette inscription: *Eadem mutata resurgo*. *Voyez* l'Analyse des infinimens petits, par M. de l'Hopital. *Voyez aussi* DÉVELOPPÉE & CAUSTIQUE. (O)

LOGARITHMIQUES, (*Baguettes, Echelles, Règles.*) On peut donner un de ces noms à des instrumens, dont probablement M. l'abbé de la Chapelle a voulu parler, quand il dit à l'*article* ECHELLE, *Dict. raif.* &c. « Les *échelles proportionnelles*, que l'on appelle aussi *logarithmiques*, » sont des nombres artificiels ou des logarithmes » placés sur des lignes, afin d'avoir l'avantage de » pouvoir multiplier, diviser, &c. avec le compas. » *Voyez* LOGARITHMES. » Comme on ne trouve rien cependant à l'*article* LOGARITHMES, au sujet de ces échelles, je décrirai l'instrument de cette espèce, qui est le plus complet, d'après une petite brochure allemande de M. Lambert, imprimée à Augsbourg en 1761: on trouvera l'instrument même chez M. Brander, à Augsbourg, un des plus habiles méchaniciens de l'europe. Je me dispenserai, ainsi que M. Lambert, d'en donner une figure, parce qu'elle ne représenteroit pas assez bien les divisions très-petites qu'il suppose.

L'ennui de faire des multiplications, des divisions, des extractions de racines, & d'autres opérations semblables sur de grands nombres, a fait imaginer, outre les tables de logarithmes, différentes machines proprement dites, & plusieurs instrumens plus petits pour abréger ces opérations: le *Theatrum arithmetico-geometricum*, ouvrage posthume du célèbre Leupold, en décrit un assez grand nombre; & ce n'est qu'à ces derniers que se rapporte l'instrument dont il sera question dans cet article.

On a songé, dès la fin du siècle passé, à épargner

aux calculateurs jusqu'à l'embarras de chercher les logarithmes dans les tables, & d'en prendre copie. J. Mathieu Biler fut peut-être le premier: il publia son invention en 1696, sous le titre de *Descriptio instrumenti mathematici universalis quo mediante omnes proportiones sine circino atque calculo methodo facillima inveniuntur*; &, comme son intention étoit que son instrument servît aussi à la géodésie, il lui donna la forme d'un demi-cercle, & marqua sur le limbe, au lieu des logarithmes, les nombres, les sinus & les tangentes.

Scheffelt, un Wurtembergeois, porta ensuite une division semblable sur une règle de la longueur d'un pié de Rhin, & traita dans un grand *in-quarto*, intitulé : *Pes Mechanicus*, les problêmes que cette règle servoit à résoudre. Un anglois, nommé *Gunter*, y appliqua une échelle *logarithmique*; & M. Lambert remarque avec raison qu'il est facile de réduire les logarithmes à plusieurs autres formes, & qu'on pourroit, par exemple, employer les spirales.

Il n'est pas douteux que la manière de calculer avec des instrumens de cette espèce, ne soit aussi abrégée que commode; mais, comme leur grandeur est déterminée, ces calculs ne peuvent, comme avec les machines, qui, d'un autre côté, sont moins commodes, s'étendre avec une certaine précision jusqu'à des quantités très-petites; cependant il est un très-grand nombre de cas où l'on ne demande pas la dernière exactitude; ainsi, il étoit toujours utile de s'appliquer à perfectionner ces instrumens, & à rendre leur usage plus commode, plus général, & d'une aussi grande précision qu'il seroit possible, sans tomber dans l'inconvénient des machines, le défaut d'un maniement commode.

C'est ce que M. Lambert a fait avec un grand succès; ayant vu la description de l'instrument de Biler, & ayant remarqué que son exactitude ne pouvoit qu'être très-peu considérable, il transforma ses demi-cercles en deux règles de quatre piés de longueur, & trouva qu'on pouvoit, moyennant cela, tenir compte des millièmes & même des $\frac{1}{2000}$ parties d'un nombre donné. Content de ce succès, qui est suffisant dans une infinité de cas, il crut avoir seul perfectionné l'instrument de Biler; ce ne fut que quelque tems après qu'il vit qu'il avoit été prévenu par Scheffelt; mais il vit en même tems que ses règles avoient, sur celles de Scheffelt, un double avantage bien considérable, l'un d'être quatre fois plus exactes, à cause de leur longueur quadruple; l'autre de pouvoir représenter des tables entières; les deux règles ayant des divisions égales, au lieu que Scheffelt n'employant qu'une seule règle, étoit obligé d'y appliquer le compas.

Ces considérations ont engagé M. Lambert à publier la petite brochure qui nous sert de guide, & de laquelle nous allons tirer à présent la description de la manière de construire ces règles, & celle de leur usage. *V.* ECHELLES.

1. On prend deux baguettes de métal ou de bois de même longueur, dont les côtés soient également larges, & fassent exactement ensemble des angles droits. La longueur, pour ne pas devenir incommode, peut se borner à quatre ou cinq piés; M. Lambert les suppose de cinq piés dans sa description.

2. On divise ces règles d'une manière égale; mais en commençant la division à la gauche sur l'une, & à la droite sur l'autre; on peut faire ces divisions à la plume, si les règles sont couvertes de papier; mais il vaut mieux qu'elles soient gravées, & même aussi exactement qu'il est possible.

3. M. Lambert ayant adopté quatre espèces de lignes, qu'il nomme *principales*, & qui sont l'*arithmétique*, la *géométrique*, le *sinus* & la *tangente*; on commence par le côté arithmétique, on le divise en vingt parties égales, & chacune de celles-ci encore en cent autres, qui, devenant de $\frac{1}{4}$ de ligne décimale, pourront non-seulement se tracer commodément, mais être même subdivisées encore à l'œil. M. Lambert, au reste, nomme ce côté, *arithmétique*, parce que les nombres y suivent la progression arithmétique, & qu'ils occupent des espaces égaux; mais il faut observer qu'ils représentent les logarithmes, & qu'à cet égard ils servent à diviser les autres côtés.

4. L'autre côté est nommé *géométrique*, parce que les nombres qu'on doit y tracer, étant comparés avec ceux du premier côté, suivent la progression géométrique. Le logarithme de 1 étant $= 0$, & celui de 100 étant $= 2$, ce côté commence par 1 & finit à 100; &, pour en faire les subdivisions, on y applique le côté arithmétique de l'autre règle; on cherche, dans les tables, les logarithmes de tous les nombres 2, 3, 4, 5.... 100 & de leurs dixièmes; on regarde où tombent ces logarithmes sur le côté arithmétique, on marque sur le géométrique le point correspondant, & on écrit à côté le nombre. La division de ce côté, de 1 jusqu'à 10, est la même que de 10 jusqu'à 100, parce qu'en général les nombres qui ont même rapport entr'eux, sont aussi également distans les uns des autres; cette méthode de division est la plus commode, mais il faut avoir l'attention d'affermir si bien les baguettes, que les extrêmités de l'une répondent parfaitement à celles de l'autre pendant tout le cours de l'opération.

5. On subdivise de la même manière le côté des sinus au moyen de leurs logarithmes. Le logarithme du diamètre, ou plutôt sa caractéristique, est ici $= 2$; c'est pourquoi il faudra, dans les tables, diminuer de 8 la caractéristique des sinus. Lors donc qu'on aura appliqué le côté arithmétique à celui des sinus, on écrira sur celui-ci les degrés & les minutes aux points qu'indiquent sur l'autre règle les logarithmes de leurs sinus. La division commence à 0° 34′, & va jusqu'à 90°.

6. Le côté des tangentes diffère de celui des sinus, en ce qu'on y marque les degrés & les minutes qu'indiquent sur le côté arithmétique les logarithmes de leurs tangentes : il y a de plus deux divisions, parce qu'il faut joindre aux angles leurs complémens.

7. Le côté arithmétique étant divisé effectivement en 2000 parties, dont on peut distinguer à l'œil au moins encore les cinquièmes, quand les règles ont cinq piés, il s'ensuit qu'on peut considérer ces règles comme divisées en 10000 parties, ou leurs moitiés en 5000 parties; c'est pourquoi on pourra distinguer encore sur le côté géométrique, des nombres, dont les logarithmes seront distans les uns des autres de 0, 0002, & qui seront par conséquent entr'eux dans le rapport de 2000 à 2001; & il est donc évident que, lorsqu'on multipliera ou qu'on divisera des nombres ordinaires, on trouvera le produit ou le quotient à $\frac{1}{2000}$e près.

8. On peut distinguer par-tout encore des minutes de degrés sur le côté des tangentes; car

$$\text{log. tang. } 45° = 10{,}0000000$$
$$\& \text{ log. tang. } 45°\ 1' = 10{,}0002527$$

donc la différence, $= 0{,}0002527$

on distinguera des demi-minutes quand les angles ou leurs complémens seront au-dessous de 20°; on parvient à des $\frac{1}{3}'$, s'ils sont au-dessous de 12°, & à des $\frac{1}{4}'$, s'ils sont au-dessous de 9°, & ainsi de suite.

9. Il en est un peu autrement pour le côté des sinus, là précision y est à-peu-près la même que pour les tangentes, quand les angles sont de 0 jusqu'à 30°; entre 30 & 50, on distinguera encore 2' à 70°, encore 4 ou 5 minutes; mais à 80° seulement 10 ou 12 minutes, & seulement $\frac{1}{3}$° à 85°, &c.

Il faut donc avouer que nos baguettes ne donneront pas une grande précision, quand il s'agira de trouver, par les sinus, un angle peu éloigné de 90, & il faudra, dans ce cas, recourir aux tables ou à quelques artifices; mais, lorsqu'au contraire un angle étant donné, on voudra en connoître le sinus, ou bien quand on voudra employer quelques sinus à d'autres usages, on n'éprouvera pas le même inconvénient, puisqu'on trouve toujours le sinus à $\frac{1}{2000}$e près.

Après avoir décrit ces baguettes *logarithmiques*, M. Lambert passe à leur usage, il avertit qu'il croit inutile d'indiquer tous les problêmes qu'elles peuvent servir à résoudre, vu qu'elles rendent le même service que les tables, & qu'en conséquence il se borne à ceux qui mettent le mieux dans leur jour la commodité & l'utilité de l'instrument, & qui peuvent servir le plus à en étendre l'usage à d'autres cas. Ces problêmes ne laissent pas de se rapporter à 11 articles différens, & de donner lieu à un détail, que, pour ne pas être trop diffus, je crois devoir abréger.

I. *Tables pour les calculs ordinaires.*

1. Nos échelles servent de *livret* & de *tables de divisions*; on applique l'un contre l'autre les côtés géométriques, de façon que 1, ou le commencement de l'un des côtés réponde sur l'autre côté au multiplicateur ou au diviseur proposé; on cherche sur le premier côté le nombre qu'il s'agit de multiplier ou de diviser, & on le verra répondre sur le second côté, au produit ou au quotient cherché; & il est bon de remarquer, en faveur de ceux qui sont versés dans le calcul décimal, qu'un nombre d'un côté géométrique, 10 par exemple, peut également valoir 100, 1000, &c. ou 1; 0, 1; 0, 01, &c.

2. *Tables de réduction.* On peut augmenter ou diminuer une infinité de nombres dans un rapport donné, au moyen des mêmes côtés géométriques; on fait correspondre les deux nombres proposés, & tous les nombres correspondans de ces deux côtés exprimeront le même rapport.

3. Les mêmes côtés peuvent tenir lieu aussi de tables d'intérêts & de plusieurs autres.

II. *Tables trigonométriques.*

Les principales tables de cette espèce, que présentent les différentes combinaisons des quatre côtés de nos échelles, sont les suivantes.

1. Le côté arithmétique étant appliqué au côté géométrique, on a sur celui-ci les nombres, & sur l'autre leurs logarithmes.

3. Le géométrique à côté des sinus présente les angles & leurs sinus.

3. Qu'on applique le côté géométrique à celui des tangentes, celui-ci donnera les angles, & l'autre leurs tangentes jusqu'à 45°; &, si on retourne les extrêmités du côté des tangentes, on aura les angles de 45° jusqu'à 89° 26' & leurs tangentes.

4. Le côté des sinus étant appliqué à rebours au géométrique, représentera les angles dont celui-ci indique les cosécantes.

5. Enfin, si, dans ces trois derniers cas, on emploie le côté arithmétique au lieu du géométrique, les sinus, les tangentes & les cosécantes seront remplacés par leurs logarithmes.

III. *Tables astronomiques.*

Les échelles dont il est question, représenteront autant de tables de cette espèce qu'on peut en calculer par de simples triangles sphériques rectangles, & seront par conséquent d'un grand usage pour certains calculs des éphémérides, & dans un grand nombre d'autres calculs astronomiques, où l'on ne demandera pas la dernière précision. En voici différens exemples.

1. *Tables de déclinaison.* Qu'on fasse répondre

le 90ᵉ degré des sinus à 23° 28′ ou 29′ de l'autre côté des sinus, ce dernier fera voir les déclinaisons des degrés de l'écliptique indiqués par le premier.

2. *Tables pour la hauteur de chaque point de l'équateur.* Qu'on fasse répondre le même 90ᵉ degré des sinus, au degré de la hauteur de l'équateur sur l'autre côté des sinus, on trouvera, sur le premier, la distance de tous les points de l'équateur à l'horizon, & sur le second leur hauteur au-dessus de ce grand cercle.

3. *Les ascensions droites des points de l'écliptique.* Qu'on mette les sinus & les tangentes à côté les uns des autres, & qu'on fasse attention à quel point répondent, sur le second côté, 66° 31′ ou 32′ du premier; qu'on applique ensuite à ce point, du côté des tangentes, le 45ᵉ degré de l'autre côté des tangentes, ce dernier présentera les degrés de l'écliptique, & l'autre leurs ascensions droites.

4. *Les différences ascensionnelles.* On aura trois cas à considérer; si la hauteur du pole est de 45°, on applique exactement le côté des tangentes à celui des sinus, & on trouve, sur le premier, la déclinaison, & sur le second la différence ascensionnelle. Quand la hauteur du pole surpasse 45°, on fait répondre le commencement des sinus au degré de la hauteur de l'équateur, pris sur les tangentes, on remarque le point de ceux où répond le 45ᵉ degré de celles-ci; on y fait glisser le commencement des tangentes, & on se retrouve dans le premier cas. Enfin, quand la hauteur du pole est au-dessous de 45°, on applique le commencement d'un côté des tangentes, au degré de la hauteur du pole, pris sur l'autre, on regarde à quel point du premier côté répond le 45ᵉ degré de l'autre; on fait glisser jusqu'à ce point le commencement du côté des sinus, & on a, comme dans les deux cas précédens, sur ce dernier côté, les différentes ascensionnelles, & sur l'autre les déclinaisons.

5. *Des amplitudes ortives.* On prend les deux côtés des sinus, on fait répondre au 90ᵉ degré de l'un le degré de la hauteur du pole pris sur l'autre; & on a, sur celui-ci, les déclinaisons, & sur l'autre les amplitudes ortives.

6. *Les degrés des parallèles à l'équateur.* Le degré de l'équateur étant de 15000, qu'on mette à côté du 90ᵉ degré des sinus le nombre 15 du côté géométrique, on trouvera, sur ce dernier, en mille les valeurs des degrés des parallèles pour chaque degré de l'autre échelle.

6. *Tables du plus court crépuscule.* En supposant que le crépuscule commence ou finisse quand le soleil est à 18° au-dessous de l'horizon, on prend, sur le côté des tangentes, la moitié de ces 18° ou 9°, & on regarde à quel point, du côté des sinus, répondent ces 9°; on applique à ce point le 90ᵉ degré de l'autre côté des sinus, & on a, sur celui-ci, les degrés de la hauteur du pole, & sur l'autre les degrés correspondans de la déclinaison du soleil.

IV. *Autres tables.*

M. Lambert comprend, sous ce nom général, plusieurs tables, dont les échelles peuvent également tenir lieu; il apporte les trois exemples qui suivent.

1. *La réfraction.* Comme elle est dans le rapport de 3 à 2 dans le verre, on appliquera le 90ᵉ degré des sinus, au nombre 3 du côté géométrique, & on regardera à quel degré répond le nombre 2 de ce côté; qu'on y fasse glisser ensuite le 90ᵉ degré de l'autre côté des sinus, celui-ci indiquera les angles d'incidence dans l'air, & l'autre ceux qui se font dans le verre: on emploiera le rapport 4 à 3 pour l'eau, &c.

2. *Les jours où le tems, dans lequel un arc-en-ciel peut se former, est le plus court à raison des différentes hauteurs du pole;* il faut que le soleil ait au-dessous de 43° 2′ de hauteur: on prendra la moitié de ce nombre, & on procédera comme pour le plus court crépuscule.

3. *Toutes les tables dont les nombres doivent diminuer à raison des sinus, des angles d'incidence ou autres.* Les quatre articles précédens suffiroient pour donner une idée des grands avantages que présente l'instrument dont il s'agit, en ce qu'il ne sert pas seulement à résoudre des problêmes particuliers, dont chacun demanderoit, comme sur le globe ou dans les tables, une nouvelle opération, mais à mettre sous les yeux, dans un instant, des tables entières toutes calculées; cela arrive toutes les fois qu'il s'agit d'augmenter ou de diminuer plusieurs nombres dans une proportion donnée. La différence des nombres que mesure ce rapport, se prend sur le côté géométrique; or, en employant deux baguettes au lieu d'une, & en joignant les deux nombres, cette différence ou distance est précisément celle qui a lieu entre le commencement de l'une des baguettes & celui de l'autre, de sorte qu'on ne peut manquer d'avoir à côté les uns des autres, tous les nombres qui ont entr'eux le même rapport.

Mais la plupart du tems on a besoin d'une certaine préparation qui consiste à transporter d'un côté sur un autre la proportion proposée. On peut avoir déjà pris une idée de ces préparations dans ce qui a précédé; M. Lambert les éclaircit encore davantage par deux exemples, dans lesquels il s'agit de construire des tables qui donnent la différence ascensionnelle, soit pour les ascensions droites, soit pour différentes hauteurs du pole.

Quand on veut employer, ou qu'on cherche des angles de moins de 34′, on peut se tirer d'affaire, en prolongeant les côtés des sinus & des tangentes au moyen des côtés géométriques.

Pour ne pas rendre cet article trop étendu, nous conseillerons à ceux qui voudront se procurer

l'instrument utile dont il s'agit, d'y faire joindre par l'artiste un exemplaire ou une traduction de la petite brochure de M. Lambert, ou du moins les instructions nécessaires, sans lesquelles on auroit peut-être de la peine à tirer tout l'avantage possible de cet instrument, à se faire une idée des artifices que nous venons simplement d'indiquer; enfin à profiter des secours qu'il fournit pareillement dans les solutions des problêmes que renferment les articles suivans.

V. *La réduction des fractions à de moindres termes.*

VI. *La détermination des diviseurs des nombres.*

VII. *L'extraction des racines quarrées, cubiques quarré-quarrées*, &c.

VIII. *Les progressions géométriques.*

Elles fournissent deux cas.

1. Le premier & le second terme étant donnés, trouver les suivans.

2. Le premier & le dernier terme, & le nombre des termes étant donnés, trouver les moyens.

IX. *Les triangles rectilignes.*

1. Lorsque, dans un triangle rectangle, l'hypothénuse est donnée, ou lorsque, dans un triangle quelconque, on connoît un angle & le côté opposé, on trouve les deux autres côtés dans tous les cas, & nos échelles forment ici des tables complètes; elles servent de tables *logarithmiques* pour les autres problêmes de cette espèce.

X. *Les triangles sphériques rectangles.*

M. Lambert rapporte à ses échelles les deux règles générales de Neper.

XI. *Les cadrans solaires.*

On peut déterminer les angles horaires pour toutes les déclinaisons & inclinaisons des cadrans, ainsi que les variations de ces angles suivant les différentes latitudes. (*J. B.*)

LOGARITHMIQUE, pris adjectivement, (*Géom.*) se dit de ce qui a rapport aux logarithmes. *Voyez* LOGARITHME, LOGISTIQUE.

C'est ainsi que nous disons l'arithmétique *logarithmique*, pour dire le calcul des logarithmes, ou le calcul par le moyen des tables des logarithmes.

LOGISTIQUE, adj. (*Géom.*), pris substantivement, est le nom qu'on a donné d'abord à la logarithmique, & qui n'est presque plus en usage. *V.* LOGARITHMIQUE.

On appelle *logarithme-logistique* d'un nombre quelconque donné de secondes, la différence entre le logarithme qu'on trouve dans les tables ordinaires du nombre $3600'' = 60'' \times 60, = 60' = 1^{\circ}$, & celui du nombre de secondes proposé. On a introduit ces logarithmes pour prendre commodément les parties proportionnelles dans les tables astronomiques. Voyez-en le calcul & l'usage dans les *Instit. Astron.* de M. le Monnier, p. 622-626. (*O*)

LOGISTIQUE, (*Astron.*) Les astronomes appellent *logarithmes logistiques*, ceux où il y a zéro de logarithme pour le nombre 3600. Ils sont commodes pour les parties proportionnelles où le premier terme est un degré ou 3600″. Les auteurs latins on donné le nom de *logistica* à cette partie de l'arithmétique, où l'on considère les fractions sexagésimales, degrés, minutes, secondes. (*D. L.*)

LOIX *de Kepler*, (*Astron.*) Ce sont les *loix* du mouvement des planètes autour du soleil, reconnues & démontrées par Kepler, & dont j'ai donné le détail dans le 6^e^ livre de mon Astronomie; 1.° les planètes décrivent des ellipses & non des cercles : 2.° les ellipses sont parcourues de manière que les aires sont proportionnelles aux tems : 3.° les grandeurs de ces ellipses sont comme les racines cubes des carrés des tems employés à les décrire, ou les carrés des tems comme les cubes des distances. Ce sont les deux dernières, & sur-tout la troisième, qu'on appelle plus communément *loix de Kepler.*

La première de ces *loix* se trouve dans le fameux livre de Kepler, *Nova Physica Celestis tradita. Commentariis de stella martis*, 1609. Il calcula, par les observations de Tycho, les distances de mars au soleil en différens points de son orbite, & il fit voir qu'elles ne pouvoient s'ajuster sur la circonférence d'un cercle, dont le diamètre étoit déterminé, mais que la courbe rentroit sur les côtés en forme d'ovale. Neuton a fait voir ensuite, par la théorie de l'attraction universelle, en raison inverse du carré de la distance, que cette courbe devoit être rigoureusement une ellipse.

La seconde *loi* de Kepler étoit une suite de la détermination des excentricités & des vîtesses des planètes, & Kepler ne la reconnut que par les observations; il conjectura qu'elle devoit être générale, & l'application qu'il en fit aux observations de Tycho, lui prouva qu'elle l'étoit en effet. Neuton a démontré ensuite, par les loix du mouvement, qu'elle étoit une suite nécessaire du mouvement de projection combiné avec la force centrale qui retient les planètes dans leurs orbites. *V.* AIRE.

La troisième *loi* fut découverte par Kepler, le 15 mai 1618, comme il le raconte lui-même (*Harmonices, section V, pag.* 189). Il cherchoit, comme au hasard, des rapports entre les distances des planètes & les durées de leurs révolutions; il comparoit leurs racines & leurs puissances : il vint heureusement à comparer les carrés des tems avec les cubes des distances; il trouva que le rapport étoit constant, & fut si transporté de cette découverte, qu'il avoit peine à se fier à ses calculs. Qu'auroit-il donc éprouvé, s'il eût pu prévoir que cette loi seroit la source de la découverte plus générale & plus importante encore de l'attraction universelle, faite par Neuton cinquante ans après, & qui se déduit naturellement de la *loi* de Kepler, comme je l'ai fait voir au *mot* ATTRACTION?

La loi des carrés des tems proportionnels aux

cubes des distances qui doit être un peu troublée par les attractions réciproques des planètes, devroit être aussi un peu altérée par l'attraction de l'atmosphère du soleil & de la matière éthérée qui est différente sur différentes planètes, suivant les remarques de M. le Sage, citoyen de Genève. Mais l'erreur est bien petite, car je trouve que la règle a lieu dans le ciel avec toute la précision que comportent nos observations. (*D. L.*)

LON

LONGIMÉTRIE, s. f. (*Géom.*); c'est l'art de mesurer les longueurs, soit accessibles, comme les routes, soit inaccessibles, comme les bras de mer. *V.* MESURE, *&c.*

La *longimétrie* est une partie de la trigonométrie, & une dépendance de la géométrie, de même que l'altimétrie, la planimétrie, la stéréométrie, *&c. Voyez* l'*art.* de la LONGIMÉTRIE, aux articles où l'on parle des instrumens qui servent à la résolution des problêmes particuliers à cette science, consultez sur-tout les articles PLANCHETTE, CHAÎNE, *&c.*

On appelle aussi *longimétrie* cette partie de la géométrie élémentaire qui traite des propriétés des lignes droites ou circulaires. *Voy.* GÉOMÉTRIE, LIGNE, *&c.*

LONGITUDE *d'un astre*, (*Astron.*), est un arc de l'écliptique compris entre l'équinoxe ou le premier point d'*aries*, & l'endroit de l'écliptique, auquel l'astre répond perpendiculairement.

Ainsi, la *longitude* d'une étoile comme *S* (*pl. d'Astron. fig.* 43), est un arc *YA* de l'écliptique compris entre le commencement d'*aries*, & le cercle de latitude *SA* qui passe par le centre *S* de l'étoile, & par les poles de l'écliptique, ou qui est perpendiculaire à l'écliptique.

La *longitude* est par rapport à l'écliptique ce que l'ascension droite est par rapport à l'équateur.

Le soleil est le seul astre dont on puisse trouver la *longitude* immédiatement. Soit *EQ* (*fig.* 41) l'équateur, *HO* l'horizon, *ESO* l'écliptique inclinée en *E* de 23° ½ sur l'équateur, *S* le soleil à midi au moment qu'il passe par le méridien *SAB*: si j'observe de combien de degrés est la hauteur au-dessus de l'horizon, c'est-à-dire, que je mesure l'arc *SB*, & que j'en retranche la hauteur de l'équateur, qui est toujours la même (à Paris de 41° 10′); je connoîtrai *SA*, distance du soleil à l'équateur, ou *déclinaison du soleil*. Dans le triangle sphérique *SEA*, borné par des arcs de l'équateur, de l'écliptique & du méridien, on connoît l'angle *E* de 23° ½, & le côté opposé *SA*, qui est la déclinaison du soleil avec l'angle *A*, qui est droit, parce que les méridiens sont nécessairement perpendiculaires à l'équateur. On trouvera; par la trigonométrie sphérique, l'hypothénuse *ES*, qui est la *longitude* du soleil, c'est-à-dire, la distance au point équinoxial *E*, mesurée le long de l'écliptique. Il suffira de faire cette proportion : le sinus de l'angle *E* ou de l'obliquité de l'écliptique est au sinus de la déclinaison observée, comme le rayon est au sinus de l'hypoténuse *ES* ou de la *longitude* du soleil.

Telle est la méthode dont plusieurs anciens astronomes se sont servis pour trouver chaque jour la *longitude* du soleil par le moyen de sa hauteur & de sa déclinaison (Copernic, *lib. II, cap.* 14). Il n'en falloit pas davantage pour connoître ses inégalités. Les anciens cherchoient les *longitudes* des autres astres comme les étoiles, en comparant la lune au soleil, & les étoiles à la lune, par le moyen d'un cercle qu'ils dirigeoient dans le sens de l'écliptique (*V.* ASTROLABE). Mais, comme la situation de l'écliptique change à chaque instant, cette méthode n'est ni commode ni exacte : celle que les astronomes emploient généralement aujourd'hui, consiste à observer l'ascension droite du soleil & d'une étoile, & à comparer les autres avec cette étoile fondamentale, par le moyen de leurs différences d'ascensions droites, comme nous l'avons expliqué au *mot* ASEENSION *droite*. On cherche aussi la déclinaison d'un astre par le moyen de sa hauteur méridienne; & quand on connoît l'ascension droite & la déclinaison, on trouve la *longitude* & la latitude par la résolution de deux triangles sphériques.

Soit *ET* (*fig.* 42 *d'Astron.*) l'ascension droite d'un astre quelconque, ou sa distance au plus prochain équinoxe comptée sur l'équateur *ETQ*, & moindre que 90°; *PT* la déclinaison du même astre ou sa distance à l'équateur; *EVR* l'écliptique; *PV* la latitude cherchée de l'astre *P*, mesurée par un arc perpendiculaire à l'écliptique, & *EV* sa distance à l'équinoxe le plus voisin, comptée sur l'écliptique; on imaginera un grand cercle *EP* allant du point équinoxial à l'étoile, pour former un triangle sphérique *EPT* rectangle en *T*, avec l'ascension droite & la déclinaison de l'astre, & un autre triangle sphérique *EPV* rectangle en *V*, avec la *longitude* & la latitude du même astre; on résoudra d'abord le triangle *ETP* rectangle en *T*, dans lequel on connoît les deux côtés, & l'on trouvera l'angle *PET* & l'hypoténuse *PE*. Par le moyen de l'angle *PET* & de l'angle *TEV*, qui est l'obliquité de l'écliptique, on formera l'angle *PEV*, qui sera leur différence, si le point *P* & le point *V* sont tous les deux au-dessous ou au-dessus de l'équateur *ET*; au contraire, l'angle *PEV* sera la somme de l'angle *PET* & de l'obliquité de l'écliptique *TEV*, si l'astre *P* & le point *V* de l'écliptique, qui lui répond, sont l'un au nord, & l'autre au midi de l'équateur. Lorsqu'on aura formé l'angle *PEV*, l'on s'en servira avec l'hypoténuse *PE* pour connoître la *longitude* *EV* & la latitude *PV*. C'est ainsi que l'on détermine les *longitudes* & les lati-

tudes des étoiles par les observations, aussi-bien que celles des planètes.

LONGITUDES *des planètes.* Comme c'est autour du soleil que tournent les planètes, ce sont leurs *longitudes*, vues du soleil, que l'on a sur-tout besoin de connoître, & on les trouve principalement par le moyen des conjonctions & des oppositions. Nous expliquerons, au *mot* PLANÈTE, la manière dont on procède pour ces recherches. On ne met, dans les tables astronomiques, que les *longitudes* héliocentriques des planètes, ou leurs *longitudes* vues du soleil. Lorsqu'on a besoin de trouver les *longitudes* géocentriques ou vues de la terre, on emploie la méthode suivante.

Soit S le soleil (*fig.* 97 *d'Astron.*); TRN l'écliptique ou l'orbite annuelle de la terre, dont le plan passe par le soleil; $AMDOP$ une orbite planétaire, dont le plan passe aussi par le soleil, mais s'incline sur celui de l'écliptique, & le coupe sur la commune section ADN, qui est la ligne des nœuds. Il faut concevoir que la partie $APOD$ est élevée au-dessus du plan de notre figure, & que la partie DMA est plongée au-dessous du papier. La planète, au point A de son orbite, est dans le même plan que l'écliptique; elle est sur la ligne ADN, commune aux deux plans, & qui s'étend en N dans l'écliptique, aussi-bien que dans l'orbite de la planète; mais, en quittant le point A, la planète s'élève au-dessus de la figure que nous supposons représenter le plan de l'écliptique; elle s'élève de plus en plus, jusqu'à ce qu'elle arrive au point O, où son orbite est la plus éloignée de l'écliptique. La partie AOD étant conçue relevée au-dessus du plan de la figure, on imaginera une perpendiculaire PL, tirée du point P où se trouve la planète, jusques sur le plan de la figure, qui est le plan de l'écliptique; PL sera la hauteur perpendiculaire de la planète au-dessus de l'écliptique : l'angle PSL, sous lequel paroît, vue du soleil, cette distance perpendiculaire de la planète à l'écliptique, est la latitude héliocentrique : l'angle PTL, sous lequel paroît cette même ligne vue de la terre T, est la latitude géocentrique; la ligne SP est la vraie distance de la planète au soleil, ou son rayon vecteur; la ligne SL est la distance accourcie ou la distance réduite à l'écliptique; de même PT est la vraie distance de la planète à la terre: LT est la distance accourcie de la planète à la terre. La ligne PL étant perpendiculaire sur le plan de l'écliptique, elle l'est nécessairement sur toutes les lignes de ce plan, & par conséquent sur TL : ainsi, l'angle PLT est un angle droit; il suffit de se représenter la ligne PL tombant à-plomb sur la figure, & l'on verra que les triangles PLS, PLT, sont tous deux rectangles au point L, qui est celui où aboutit la perpendiculaire. L'angle TSL, égal à la différence des *longitudes* de la planète P & de la terre T vues du soleil, est ce qu'on appelle aujourd'hui *commutation.* La résolution du triangle TSL, dont on connoît deux côtés ST, SL, & l'angle compris ou l'angle de commutation, fera connoître l'angle à la terre ou l'angle STL, qu'on appelle *angle d'élongation.* Cette élongation étant ôtée de la *longitude* du soleil, si la planète est à l'occident du soleil, donnera la *longitude* géocentrique de la planète, c'est-à-dire, le point de l'écliptique céleste où répond la ligne TL, menée de la terre au lieu de la planète réduit à l'écliptique.

La latitude géocentrique ou l'angle LTP, se trouvera par le moyen de la proportion suivante : le sinus de la commutation est au sinus de l'élongation, comme la tangente de la latitude héliocentrique est à la tangente de la latitude géocentrique; car, dans le triangle PLS rectangle en L, on a cette proportion $SL : LP :: R :$ tang. PSL. Dans le triangle PLT, rectangle en L, on a une semblable proportion $TL : LP :: R :$ tang. LTP : la première proportion donne cette équation $LP.\ R = SL.$ tang. PSL; & la deuxième $LP.\ R = TL.$ tang. LTP; donc $SL.$ tang. $PSL = TL.$ tang. LTP; d'où l'on tire cette autre proportion $TL : SL ::$ tang. $PSL :$ tang. LTP; mais $TL : SL ::$ sin. $LST :$ sin. LTS; donc sin. $LST :$ sin. $LTS ::$ tang. $PSL :$ tang. LTP.

Lorsqu'on a trouvé la *longitude* géocentrique d'une planète, on a souvent besoin de connoître sa distance à la terre, telle que PT: on commence à chercher sa distance accourcie ou sa distance au soleil réduite à l'écliptique SL; il suffit, pour cela, de multiplier le rayon vecteur SP, ou la vraie distance de la planète au soleil dans son orbite par le cosinus de la latitude héliocentrique ou de l'angle PSL. En effet, la ligne PL étant perpendiculaire sur le plan de l'écliptique, le triangle SLP est rectangle en L : ainsi, on a, par la trigonométrie ordinaire, $R : SP ::$ sin. SPL ou cos. $PSL : SL$. Ainsi, comme le rayon est pris pour unité, on a $SL = SP.$ cos. PSL. Dans le triangle LST, on connoîtra les angles avec le côté SL, distance du soleil à la planète : on fera donc cette proportion sin. $STL : SL ::$ sin. $LST : TL$, ou le sinus de l'élongation est au sinus de la commutation, comme la distance accourcie de la planète au soleil est à la distance accourcie de la planète à la terre : enfin cette distance accourcie TL, divisée par le cos. de latitude géocentrique LTP, donnera la distance vraie TP de la planète à la terre; par la même raison que la distance vraie, étant multipliée par le cosinus de latitude héliocentrique, donnoit la distance accourcie de la planète au soleil. Pour éviter la résolution du triangle STL, les astronomes ont calculé des tables de la parallaxe annuelle, ou de la différence entre les *longitudes* géocentriques & héliocentriques. On les trouve dans l'*Astronomia reformata* de Riccioli, dans Longomontanus (*Astron. Danica*), dans Wing

(*Astron.*

(*Astron. Britannica*), dans Renerius (*Tabulæ mediceæ*), dans Lansberge (*Tabulæ perpetuæ*).

LONGITUDE *géographique*, est la distance d'un lieu de la terre à un méridien qu'on regarde comme le premier méridien; ou un arc de l'équateur, compris entre le méridien du lieu & le premier méridien de la terre.

Le premier méridien des globes terrestres & des cartes géographiques, varie beaucoup suivant les différens auteurs & les différens pays : on trouvera des détails à ce sujet dans le P. Riccioli (*Géog. réform.* p. 385). Pythéas de Marseille, au rapport de Strabon (*liv. I*), regardant l'île de Thulé comme la partie la plus occidentale du monde connu, y plaçoit le commencement des *longitudes.* On croit que l'islande est cette ancienne Thulé; d'autres croient que ce sont les îles de Schetland, au nord de l'écosse. Eratosthène commençoit aux colonnes d'Hercule, vers le détroit de Gibraltar; Marin de Tyr & Ptolémée, les plus célèbres des géographes anciens, placèrent le premier méridien aux îles fortunées, appellées aujourd'hui les *Canaries*; mais ils ne déterminèrent point laquelle de ces îles étoit la plus occidentale, & devoit servir de terme de numération. Parmi les Arabes, Alfragan, Albategnius, Nassir-Eddin & Ulug-Beg comptèrent aussi des îles fortunées; mais Abulfeda, géographe célèbre, comptoit ses *longitudes* d'un méridien plus oriental de 10° que celui de Ptolémée, & l'on croit que c'étoit pour le faire passer à l'extrêmité occidentale d'afrique, où étoient, selon lui, les colonnes d'Hercule; ou à Cadix, devenue fameuse par la conquête des Maures en espagne : voilà pourquoi les *longitudes*, dans Abulfeda, sont plus petites de 10° que dans les autres géographes arabes qui ont suivi Ptolémée (V. *Greaves in Hudson Geog. Min.* p. 8).

Lorsque les Açores eurent été découvertes par les Portugais, en 1448, il y eut des auteurs qui comptèrent les *longitudes* de l'île de Tercère. Les cartes de Gérard Mercator, mort en 1594, qui forment le grand Atlas publié, en 1678, par Hondius, donnent 3° de *longitude* à l'île de Fer; Jodocus-Hondius, mort en 1611, lui en donne 12 dans sa carte d'afrique, insérée au même Atlas.

On trouve des cartes géographiques; par exemple, celle de Toscane, publiée à la calcographie de Rome en 1745, où les *longitudes* sont plus grandes de 5° 23′ que celle de l'île de Fer, prise à 20° de Paris; mais il me semble que cela ne peut venir que d'une erreur sur la position des îles Canaries, qui étoient autrefois peu connues.

Janson, dans ses cartes des quatre parties du monde, publiées en 1624, & Guillaume Blaeu, dans son nouvel atlas, placèrent leur premier méridien au pic de Ténériffe, montagne très-élevée, que les navigateurs appercevoient de loin, & qui sembloit être un point de départ fixé par la nature même; les Hollandois s'en servent encore; il est 19° 0′ à l'occident de Paris; Janson, dans ses hémisphères plans, Ortelius, dans sa carte universelle, Gérard Mercator le jeune, Bonius, dans son europe abrégée, le mirent à l'île de Fuego, ou Saint-Philippe, l'une des îles du Cap-Verd, sur ce qu'ils étoient persuadés qu'en cet endroit l'aiguille aimantée n'avoit aucune déclinaison.

Louis XIII, par une déclaration du 25 avril 1634, rendue sur l'avis des mathématiciens les plus connus, fixa le premier méridien à la partie la plus occidentale des Canaries; l'île de fer est la plus occidentale de toutes, & le bourg de cette île est 19° 54′ à l'occident de Paris, en conséquence de l'Ile, d'Anville, & la plupart des géographes françois, négligeant les 6′, supposent la *longitude* de Paris égale à 20°.

Dans les cartes marines publiées à Paris, & qui forment le grand recueil du *Neptune François*, & celui de l'*Hydrographie Françoise* de Bellin, on compte ces *longitudes* du méridien de Paris, en les distinguant par orientales & occidentales; les Anglois font la même chose par rapport au méridien de Londres, & quelquefois par rapport au méridien du cap Lézard, qui est de 7° 32′ à l'occident de Paris, & à 49° 57′ de la latitude; dans les cartes marines, on réunit ordinairement ces différentes échelles, de même que celle du pic Ténériffe, pour se rendre utiles aux différentes nations, en attendant une convention générale, qu'il est difficile d'espérer. Par la même raison que nous comptons en france la *longitude* de Paris 20° 0′ en nombres ronds; les Italiens comptent celle de Rome de 30° 0′, au lieu de 30° 3′ qu'on auroit en partant du bourg de l'île de Fer. C'est ainsi qu'on le voit dans le P. Boscovich, *de Litteraria expeditione*, 1755, p. 187.

Cela est assez indifférent en soi; car il est égal de prendre pour premier méridien un méridien ou un autre, & l'on aura toujours la *longitude* d'un endroit de la terre lorsqu'on aura la position de son méridien par rapport au méridien de quelque autre lieu, comme Paris, Londres, Rome, *&c.* Il est pourtant vrai que, si tous les astronomes convenoient d'un méridien commun, on ne feroit point obligé de faire des réductions qui sont nécessaires pour ne pas embrouiller la géographie moderne, & l'on n'auroit pas l'embarras, toutes les fois qu'on voit une carte géographique, de savoir quel méridien l'auteur a choisi, ce qui embarrasse souvent les personnes même les plus instruites.

Ainsi, la longitude est le nombre de degrés de l'équateur compris entre le méridien du lieu & celui de tout autre lieu proposé. Vous voulez savoir, par exemple, de combien Pekin, capitale de la chine, est éloignée de Paris en *longitude*, amenez Paris sous le méridien du globe, & éloignez ensuite ce point vers l'occident, en comptant combien il passe de degrés de l'équateur sous le méridien, jusqu'à ce que vous apperceviez Pekin

arriver ſous le méridien; vous trouverez 114° de l'équateur, écoulés entre le méridien de Paris & celui de Pekin; c'eſt la *longitude* de Pekin, en comptant du méridien de Paris; les aſtronomes comptent ces *longitudes* en tems, & diſent, par exemple, que Pekin eſt à 7 heures 36 minutes de Paris.

Dans la numération des degrés, le pole arctique étant toujours vers le haut, la diſtance qui s'étend à droite juſqu'à 180 degrés, marque de combien un lieu propoſé eſt plus oriental qu'un autre. La diſtance qui s'étend de même à gauche juſqu'à 180 degrés, marque de combien un lieu eſt plus occidental qu'un autre. Ce ſeroit une commodité d'appeller *longitude orientale* les degrés qui ſont à droite du méridien d'un lieu, juſqu'au nombre de 180 degrés, & *longitude occidentale* ceux qui s'étendent à la gauche du même méridien, en pareil nombre : les marins en uſent ainſi, mais les géographes ne comptent qu'une ſeule progreſſion de *longitude* juſqu'à 360 degrés.

Les degrés de *longitude*, qui ſe comptent d'occident en orient, ſont égaux aux degrés de latitude, ou de 25 lieues, tant que l'on eſt ſous l'équateur, parce que tous les grands cercles d'un globe ſont égaux. Mais, en approchant des poles, tous les parallèles à l'équateur diminuent, & les degrés de *longitude* diminuent en même raiſon.

Soit P le pole (*fig.* 31 *des pl. d'Aſtron.*), EQ le rayon de l'équateur terreſtre, AK le rayon d'un parallèle; la circonférence de ce parallèle eſt plus petite que celle de l'équateur, dans le même rapport que AK eſt plus petit que EC; ainſi, les degrés de *longitude* ſont plus petits étant comptés ſur ce parallèle. Le rayon AK du parallèle eſt le ſinus de l'arc AP, diſtance au pole, ou le coſinus de l'arc EA, qui eſt la latitude géographique du lieu A; ainſi, les degrés de *longitude* ſont comme les coſinus des latitudes. Par le moyen de ce rapport, il eſt aiſé de calculer la table des degrés de *longitude* pour tous les points de la terre; ce qui eſt utile pour tracer des cartes de géographie.

Nous en avons donné une table au *mot* DEGRÉ, dans laquelle on a eu égard même à l'applatiſſement de la terre.

Pour trouver les *longitudes* géographiques ſur terre ou ſur mer, il s'agit de trouver quelle heure il eſt dans un pays lorſqu'il eſt midi dans l'autre; le ſoleil faiſant le tour du globe en 24 heures, ou 15 degrés par heure, il arrive, par exemple, à Vienne en autriche environ une heure avant que d'arriver au méridien de Paris, parce que Vienne eſt 15 degrés plus à l'orient que Paris; & il eſt une heure à Vienne, quand il eſt midi à Paris. Si l'on a donc un moyen de ſavoir exactement qu'il eſt une heure à Vienne au moment où il eſt midi chez nous, on ſera ſûr que Vienne a 15° de *longitude*; ſi l'on ne trouve que 56 minutes, on aura 14 degrés pour la *longitude*; c'eſt ce que donnent en effet les obſervations.

Whiſton propoſa de trouver les *longitudes* par la flamme & le bruit des canons. Le ſon, comme on le ſait, ſe meut aſſez uniformément dans toutes ſes ondulations, quel que ſoit le corps ſonore d'où il part, & le milieu par où il ſe tranſmet. Si l'on tire donc un mortier ou un grand canon dans un endroit, la différence entre le tems où le feu, qui ſe meut comme dans un inſtant, ſera vu, & celui où le ſon qui ſe meut ſur le pié de 173 toiſes par ſeconde, ſera entendu, donnera la diſtance des deux lieux l'un de l'autre, en ligne droite, & connoiſſant leurs latitudes, l'on pourroit par ce moyen parvenir à la connoiſſance de la *longitude*.

De plus ſi l'heure & la minute de tems vrai, où l'on tire le canon ſont connues pour le lieu où l'on le tire, obſervant alors, par le ſoleil & les étoiles, l'heure & la minute dans le lieu dont on cherche la *longitude*, & où nous ſuppoſons qu'on entend le canon même ſans le voir, la différence de ces deux tems ſera la différence de *longitude*.

Enfin, ſi ce mortier étoit chargé d'un boulet creux ou d'une manière de bombe pleine de matière combuſtible, & qu'on le plaçât perpendiculairement, il porteroit ſa charge à un mille de haut, & l'on en pourroit voir le feu à près de cent milles de diſtance. Si l'on ſe trouve donc dans un endroit d'où l'on ne puiſſe appercevoir la flamme du canon, ni en entendre le ſon, on pourra néanmoins déterminer la diſtance du lieu où l'on ſera, à celui où le mortier aura été placé, par la hauteur où la bombe s'élevera au-deſſus de l'horizon : or la diſtance & la latitude étant une fois connues, la *longitude* ſe trouvera facilement.

Suivant cette idée, on propoſoit d'avoir de ces mortiers placés de diſtance en diſtance, & à des ſtations connues, dans toutes les côtes, les îles, les caps, *&c.* qui ſont fréquentés, & de les tirer à certains momens marqués de la journée pour l'uſage des navigateurs.

Cette méthode eſt trop bornée, elle ſuppoſe que le ſon peut être entendu de 40, 50 ou 60 milles, & il eſt vrai qu'on en a des exemples; mais ces exemples ſont très-rares, & d'ordinaire le bruit du canon ne s'entend que de la moitié au plus de cet eſpace, & quelquefois de beaucoup moins loin. Elle ſuppoſe encore que le ſon ſe meut toujours avec une égale viteſſe, au lieu que dans le fait ſa viteſſe peut augmenter ou diminuer ſelon qu'il ſe meut ou en même ſens que le vent, ou en ſens contraire.

On a donc compris qu'il falloit chercher dans les cieux les moyens de découvrir les *longitudes* ſur terre. En effet, ſi l'on connoît pour deux différens endroits les tems exacts de quelque

apparence céleste, la différence de ces deux tems donnera la différence des *longitudes* entre ces deux lieux. Or nous avons dans les éphémérides les mouvemens des planètes, & les tems de tous les phénomènes célestes, comme les commencemens & les fins des éclipses, les conjonctions de la lune avec les autres planètes dans l'écliptique calculées pour un certain lieu. Si donc on observe exactement l'heure & la minute dans laquelle un de ces phénomènes arrive dans un autre lieu quelconque, la différence de tems entre ce moment-là, & celui qui est marqué dans les tables étant convertie en degrés, donnera la différence de *longitude* entre le lieu où l'on fait l'observation & celui pour lequel les tables ont été construites.

Mais ce qui manque, c'est un nombre suffisant d'apparences qui puissent être observées; car tous ces mouvemens lents, par exemple, celui de jupiter, de saturne, & même du soleil, sont d'abord exclus, parce qu'une petite différence de position ne s'y laisse appercevoir que dans un grand espace de tems, & qu'il faut ici que le phénomène varie sensiblement en une minute de tems au plus, une erreur de deux minutes sur le tems en produisant une de 10 lieues marines dans la *longitude*. Or parmi les phénomènes qui se trouvent dans ce cas, ceux qui ont paru les plus propres à cet objet, sont les différentes phases des éclipses de soleil, de lune, d'étoiles, & de satellites de jupiter, le lieu de la lune dans le zodiaque, sa distance aux étoiles fixes, *&c.*

1.° La méthode par les éclipses de lune est très-aisée, & seroit assez exacte s'il y avoit des éclipses de lune plus souvent, car si nous avons deux observations de la même éclipse, nous aurons les heures des deux lieux dans le même instant, & leur différence convertie en degrés nous donnera la *longitude*.

3.° Comme il arrive rarement que la lune soit éclipsée, les astronomes ont tourné leurs vues du côté d'un autre phénomène plus fréquent pour en déduire les *longitudes*, ce sont les éclipses, ou occultations des étoiles fixes par la lune; en effet, l'entrée des étoiles dans le disque de la lune, ou leur sortie de ce disque, peut déterminer le vrai lieu de la lune dans le ciel pour le moment donné de l'observation; les parallaxes auxquelles il faut avoir égard, rendent cette méthode difficile & compliquée, comme on l'a vu au mot Eclipse; mais, malgré le peu d'usage qu'on a fait jusqu'ici de cette méthode, il est certain que ces observations sont le moyen le plus exact de déterminer les *longitudes*.

4.° On préfère souvent dans la recherche des *longitudes* sur terre les observations des satellites de jupiter, parce qu'elles sont plus fréquentes, & que de plus elles peuvent se faire commodément, quelle que soit la situation de jupiter sur l'horizon. Les mouvemens des satellites sont prompts, & lorsqu'une éclipse de satellite a été observée dans deux endroits, on a leur différence de *longitude*. Quelquefois même on peut employer les tables des satellites, car sachant l'heure & la minute à laquelle cette éclipse doit arriver, sous le méridien du lieu pour lequel les tables sont calculées, la différence du tems donnera la *longitude*.

Cette méthode est assez exacte, & depuis la découverte des satellites de jupiter, la géographie a fait de très-grands progrès par cette raison: mais il est fort difficile de les observer en mer, à moins qu'on ne soit dans une chaise marine suspendue, comme celle que M. Irvin fit exécuter en Angleterre vers 1760, & dont l'idée se trouve dans le cosmolabe de Jacques Besson, imprimé en 1567.

Longitudes en mer. Jusqu'ici les marins étoient réduits à des procédés très-imparfaits pour trouver la *longitude*: voici une idée générale de la méthode qu'emploie encore le commun des navigateurs peu instruits. Ils estiment le chemin que le vaisseau a fait depuis l'endroit d'où ils veulent compter la *longitude*, cela se fait en devidant une corde. *V.* Loc, dans le dictionnaire de Marine. Ils observent la latitude du lieu où le vaisseau est arrivé, & la comparent à la latitude de l'autre lieu pour savoir combien ils ont changé de latitude; & connoissant par la boussole le rumb de vent sous lequel ils ont couru pendant ce tems, ils déterminent par la combinaison de ces deux élémens la différence des *longitudes*. Des élémens aussi suspects rendoient la méthode des *longitudes* fort imparfaites.

La recherche des *longitudes* en mer attira toujours l'attention des puissances aussi-bien que celle des savans. Philippe III, roi d'Espagne, qui monta sur le trône en 1598, fut le premier qui proposa des prix en faveur de celui qui trouveroit les *longitudes*. Les états de Hollande imitèrent bientôt son exemple: l'Angleterre en fit de même en 1714. Quant à la France, voici ce qu'on trouve dans l'*Histoire de l'Académie pour 1722, pag.* 102: « L'extrême importance des » *longitudes* a déterminé des princes & des états, » & en dernier lieu M. le duc d'Orléans, régent, » à promettre de grandes récompenses à qui les » trouveroit. » L'angleterre a fait tout ce qu'on pouvoit attendre d'une nation savante & maritime. Le 11 juin 1714, le parlement d'angleterre ordonna un comité pour l'examen des *longitudes*, & de ce qui y a rapport; Neuton, Whiston, Clarke, y assistèrent. Neuton présenta un mémoire au comité, dans lequel il exposa différentes méthodes propres à trouver les *longitudes* en mer, & les difficultés de chacune. La première est celle d'une horloge ou montre qui mesureroit le tems avec une exactitude suffisante; mais, ajoutoit-il, le mouvement du vaisseau, les variations de la

chaleur & du froid, de l'humidité & de la féchereffe, les changemens de la gravité en différens pays de la terre, ont été jufqu'ici des obftacles trop grands pour l'exécution d'un pareil moyen. Neuton expofa auffi les difficultés des méthodes où l'on emploie les fatellites de jupiter & les obfervations de la lune. Le réfultat fut qu'il convenoit de paffer un bill pour l'encouragement d'une recherche fi importante. Il fut préfenté par le général Stanhope, Walpole, depuis comte d'Oxford, le docteur Samuel Clarke, & par Whifton.

Cet acte de 1714 établit des commiffaires qui font autorifés à recevoir toutes les propofitions qui leur feront faites pour la découverte des *longitudes*; &, dans le cas où ils en feroient affez fatisfaits pour defirer des expériences, ils peuvent en donner leurs certificats aux commiffaires de l'amirauté, qui feront tenus d'accorder auffitôt la fomme que les commiffaires de la *longitude* auront eftimée convenable, & cela, jufqu'à 2000 liv. fterlings, ou 46967 liv. monnoie de France. Le même acte ordonne que le premier auteur d'une découverte ou d'une méthode pour trouver la *longitude*, recevra 10000 liv. fterlings, s'il détermine la *longitude* à un degré près, c'eft-à-dire, à la précifion de 60 milles géographiques, ou de 25 lieues communes de France; qu'il en recevra 15000, fi c'eft à deux tiers de degré; & enfin 20000, s'il détermine la *longitude* à un demi-degré près. La moitié de cette récompenfe doit être payée à l'auteur, lorfque les commiffaires de la *longitude*, ou la majeure partie d'entr'eux, conviendront que la méthode propofée fuffit pour la fûreté des vaiffeaux à 80 milles des côtes, où font ordinairement les endroits les plus dangereux. L'autre moitié de la même récompenfe doit être remife à l'auteur, après que le vaiffeau aura été à l'un des ports de l'Amérique défigné par les commiffaires, fans fe tromper de la quantité fixée ci-deffus. Ce fut en vertu de cet encouragement, auffi-bien que des promeffes de la cour de France, que Sully, horloger, conftruifit une pendule marine en 1726, & que Jean Harrifon, vers le même tems, entreprit de parvenir au même but.

Lorfque Huygens avoit imaginé le reffort fpiral dans les montres, il l'avoit annoncé comme un moyen propre à trouver les *longitudes*, tant fur mer que fur terre. *Journal des favans*, 25 *fév.* 1675. Ainfi, l'on avoit compris dès-lors que l'horlogerie conduiroit à la découverte des *longitudes*, mais Harrifon eft le premier qui y foit véritablement parvenu.

Cet artifte célèbre, alors charpentier dans une province d'Angleterre, vint à Londres; il s'occupa d'horlogerie, fans autre fecours qu'un talent naturel. Il vifa à la plus haute perfection; &, dès l'année 1726, il étoit parvenu à corriger la dilatation des verges de pendule, en forte qu'il fit une horloge qui ne varioit pas, à ce qu'on affure, d'une feconde par jour dans le cours d'une année. Vers le même tems, il fit une autre horloge, deftinée à éprouver le mouvement des vaiffeaux, fans perdre fa régularité. Au mois de mars 1736, l'horloge de Harrifon fut mife à bord d'un vaiffeau de guerre qui alloit à Lisbonne. Le capitaine Roger Wills attefta par écrit, qu'à fon retour, Harrifon avoit corrigé, à l'entrée de la manche, une erreur d'environ un degré & demi, qui s'étoit gliffée dans l'eftime du vaiffeau, quoiqu'on cinglât prefque directement vers le nord. Le 30 novembre 1749, Folkes préfident, de la fociété royale, annonça que Harrifon avoit obtenu le prix ou la médaille d'or qu'on donne chaque année, à celui qui a fait l'expérience ou la découverte la plus curieufe, en conféquence de la fondation de M. Godefroi Copley, & que Hans-Sloane, exécuteur teftamentaire de Copley, avoit recommandé Harrifon à la fociété royale, à raifon de l'inftrument curieux qu'il avoit fait pour la mefure du tems. Le préfident lui adjugea cette médaille, fur laquelle le nom de Harrifon étoit gravé: & en même tems il prononça un difcours, où il fit connoître la fingularité & le mérite des inventions de Harrifon. Depuis 1749, Harrifon ne ceffa de continuer fes recherches; & le 18 novembre 1761, fon fils s'embarqua avec une montre marine ou garde-tems, pour aller à la Jamaïque. Le mouvement fut éprouvé par des hauteurs correfpondantes: elle fe trouva n'avoir varié que de 5″ en 81 jours, depuis l'angleterre jufqu'à la Jamaïque, & d'une minute 54″ dans le retour, ou de 28′ de degré; & puifque cela ne fait pas un demi-degré, Harrifon, fuivant ce calcul, avoit droit à la récompenfe des 20000 liv. fterlings, promifes par l'acte de 1714. Cependant les commiffaires de la *longitude* lui accordèrent 2500 liv. fterlings, & jugèrent que, pour obtenir le prix total, il falloit une feconde épreuve. Elle fut faite, en 1764, avec le fuccès. J'en ai rendu compte dans la *connoiffance des tems de* 1765 *& de* 1767. Le parlement d'angleterre lui accorda, en 1765, la moitié des 20000 liv. fterlings, portée par l'acte de 1714, & le refte en 1773, malgré beaucoup d'oppofitions & de débats.

M. Arnold & M. Kendal ont fait auffi, en 1772, des montres marines: celui-ci fur les principes d'Harrifon, l'autre par des voies différentes. M. Berthoud & M. le Roy ont exécuté, vers 1765, des montres marines qui ont été éprouvées dans plufieurs voyages d'outre-mer. Il réfulte des rapports qu'on a faits de toutes ces obfervations, que les erreurs de la *longitude* n'ont jamais été d'un demi-degré en fix femaines, ni dans les montres de M. Berthoud, ni dans celle de M. le Roy, en forte que l'un & l'autre auroient atteint, comme Harrifon, le but propofé en Angle-

terre par l'acte de 1714. Nous n'entrerons pas dans le détail des méthodes employées par ces habiles artistes, ils en ont donné tous les trois des descriptions imprimées. *Voyez* HORLOGER.

Les objets principaux de ces horloges, consistent à corriger la dilatation que la chaleur produit dans le ressort spiral; à éviter par un remontoir les inégalités des engrenages, à diminuer les frottemens par des rouleaux, à arrêter le ressort spiral par un point qui soit tel, que les oscillations grandes ou petites soient toujours isochrones; à faire un échappement qui n'ait que très-peu de frottement.

Telle est la méthode qui sera toujours la plus commode & la plus simple pour trouver les *longitudes*. Il n'y a qu'à mettre son horloge sur le soleil au moment du départ, & lorsqu'on veut avoir la *longitude* d'un lieu, il ne s'agit plus que d'examiner au ciel l'heure & la minute qu'il est; ce qui se fait la nuit par la hauteur des étoiles, & le jour par la hauteur du soleil : la différence entre le tems ainsi observé, & celui de la machine, donne évidemment la *longitude*. Mais, comme on a été bien long-tems avant que de pouvoir espérer des horloges marines d'une si grande perfection, on a cherché à perfectionner les méthodes astronomiques, & l'on y est parvenu de manière à pouvoir trouver la *longitude*, par le moyen de la lune à un demi-degré près.

Mais comme on ne peut pas observer continuellement des éclipses, & qu'on peut observer la situation de la lune, supposons que par des tables bien calculées & bien sûres, l'on sache qu'à $2^h\ 4'$ tems vrai à Paris, la *longitude* de la lune sera de $0^s\ 10°$, & qu'étant en pleine mer, j'aie trouvé par mon observation que la lune a précisément $0^s\ 10°$ de *longitude*, je serai sûr qu'il est $2^h\ 4'$ à Paris, aussi-bien que si une excellente montre réglée à Paris me l'avoit indiqué.

Apian passe pour le premier qui ait parlé d'employer ainsi les observations de la lune à trouver les *longitudes*; Gemma Frisius, médecin & mathématicien d'Anvers, en parla sur-tout dans un ouvrage composé en 1530, *de principiis astronomiæ & cosmographiæ*.

Képler insista beaucoup sur cet avantage de la lune, (*tabul. Rudolph. pag.* 37 & 42), & après lui Logomontanus (*Astron. Danica*). On trouve dans ces différens auteurs, la manière de mesurer la distance de la lune à une étoile, pour en conclure la *longitude* de la lune, de comparer cette *longitude* avec celle qui est calculée par les tables, & de trouver (par le moyen de la différence entre les deux *longitudes*), la distance où l'on est du méridien des tables.

Morin, professeur royal de mathématiques, & médecin à Paris, corrigea la méthode indiquée par Kepler; il la rendit plus générale, & la proposa au cardinal de Richelieu, qui ordonna, le 6 février 1634, que la méthode de Morin seroit examinée par des commissaires qu'il nomma pour cet effet. Parmi ces commissaires il y avoit pour mathématiciens, Pascal, Mydorge, Boulanger, Herigone & Beaugrand. Ils s'assemblèrent à l'arsenal le 30 mars; &, après avoir entendu les démonstrations de Morin, ils convinrent de la bonté & de l'utilité de sa méthode : mais, dans la suite, ils reconnurent que l'idée n'étoit pas assez neuve, ni les tables de la lune assez parfaites, pour qu'on pût dire que Morin avoit trouvé le secret des *longitudes*, & l'imperfection des tables a continué, pendant tout le dernier siècle, d'être un obstacle à l'utilité de cette méthode. Halley, aussi habile navigateur que célèbre astronome, avoit jugé, par sa propre expérience, que toutes les méthodes proposées pour trouver la *longitudes* en mer, étoient impraticables, excepté celles où l'on emploie les mouvemens de la lune. En conséquence il proposa d'observer les occultations des étoiles par la lune, & de corriger les tables de la lune par la période de 18 ans, qu'il appelloit *saros*, ou *période chaldaïque*. Halley s'en tenoit donc aux appulses & aux occultations d'étoiles, parce que l'on n'avoit alors aucun instrument propre à comparer la lune aux étoiles qui en étoient éloignées. L'octant, ou quartier de réflexion proposé en 1731 par Hadley, & dont Neuton avoit donné l'idée, a procuré un moyen facile de mesurer les distances sur mer à une minute près, aussi-bien que les hauteurs de la lune; ce qui fournit plusieurs méthodes pour déterminer le lieu de la lune en mer. La hauteur de la lune peut servir à trouver les *longitudes*, & cela de différentes manières. Leadbetter proposa une méthode pour trouver le lieu de la lune par une seule hauteur observée, en supposant la latitude de la lune, & l'inclinaison de son orbite connues par les tables. M. le Monnier, pour suppléer quelquefois à la méthode des distances, a donné aussi une méthode pour trouver la *longitude* en mer par une seule hauteur observée, pourvu qu'on connoisse la déclinaison de la lune : on le peut faire en observant sa hauteur méridienne, & tenant compte du changement de déclinaison de la lune & du mouvement du vaisseau. M. Pingré, dans son *Etat du Ciel*, s'est servi aussi de la hauteur de la lune pour trouver l'angle horaire, c'est-à-dire, la distance au méridien, en supposant la déclinaison connue par ces tables. Voici son procédé qui est aussi simple qu'il puisse être, en employant les angles horaires, & qui peut servir même à terre pour trouver la *longitude*, lorsqu'on ne peut comparer la lune à une étoile. Ayant observé en pleine mer la hauteur du bord de la lune, on y fait les quatre corrections qui dépendent de la hauteur de l'œil au-dessus de la mer, de la réfraction, de la parallaxe & du demi-diamètre de la lune, & l'on a la hauteur vraie du centre de la lune. On fait toujours, à

une demi-heure près, la *longitude* du lieu où l'on observe ; par conséquent on peut savoir l'heure qu'il est à Paris au moment où l'on a observé, & l'on peut calculer par les tables, pour ce moment, la déclinaison de la lune, & par conséquent sa distance au pôle : l'on connoît aussi la latitude du lieu où l'on observe (car elle est sur-tout nécessaire dans cette méthode-ci) : l'on a donc la distance du pôle au zénit. Ainsi, résolvant le triangle formé à la lune au pôle & au zénit, on trouvera l'angle au pôle pour le moment de l'observation. Connoissant ainsi l'angle horaire de la lune, par le moyen de la hauteur observée, on cherche à quelle heure cet angle horaire devoit avoir lieu au méridien de Paris ; la différence entre l'heure de Paris & l'heure du lieu où l'on a observé, est la différence des méridiens. Si cette différence trouvée est à-peu-près la même que celle qu'on a d'abord supposée pour calculer la déclinaison, la supposition est justifiée, & il n'y a rien à changer au calcul précédent. Si la différence est sensible, on fait une supposition pour la *longitude* du lieu, & l'on cherche encore la différence des méridiens. Si l'on trouve la même chose que l'on a supposée, la supposition sera vérifiée ; sinon l'on appercevra facilement quel est le changement qu'il y faut faire.

Mais la méthode des distances de la lune au soleil ou à une étoile, est beaucoup plus exacte, & doit s'employer toutes les fois qu'il est possible. Elle fut proposée par Kepler, elle a été suivie par Halley, & ensuite par l'abbé de la Caille qui l'a perfectionnée & simplifiée. (*Ephémérides de* 1755, *à* 1764). M. le Monnier lui-même paroît l'avoir adoptée, (*Instit. Astr. p.* 320. Observations, *l.* 1. Paris, 1751, *in-fol.*). M. Maskelyne, astronome royal d'Angleterre, de la société royale de Londres, envoyé à l'île de Sainte-Hélène en 1761, par le roi d'Angleterre, ayant éprouvé & vérifié l'exactitude de cette méthode, l'a recommandée aux astronomes & aux marins de la manière la plus pressante dans son livre, intitulé : *british mariner's guide*. London, 1763, *in-4.°* où il donne des préceptes nouveaux & des méthodes faciles pour en faire le calcul ; enfin on calcule en Angleterre depuis 1767, un almanac nautique, tel que la Caille l'avoit proposé, & qui est uniquement fondé sur cette méthode des distances.

M. l'abbé Rochon, & plusieurs autres astronomes ont fait l'éloge de cette méthode. M. Dagelet qui a fait avec M. de Rosnevet, le voyage des terres australes en 1773, a fait un usage continuel de la méthode des distances. Il n'a jamais trouvé plus d'un demi-degré d'erreur dans tous les atterrages, où il pouvoit vérifier sa longitude, & il est persuadé qu'on ne peut pas se tromper de plus d'un demi-degré, quand on se sert d'un bon sextant bien divisé, dont le limbe soit en cuivre, & sur lequel il y ait une bonne lunette. Ainsi, l'on a eu tort de conclure de ce qu'avoit dit la Caille à ce sujet, que la méthode des longitudes, pouvant être sujette à d'assez grandes erreurs, devenoit peu importante pour la marine : l'expérience prouve assez qu'on ne sauroit se dispenser de ces observations pour peu qu'on ait de zèle, & de connoissances dans la navigation.

Les navigateurs Anglois pratiquent sans cesse ces méthodes, les François commencent à s'en servir aussi ; c'est M. Veron l'un des élèves du collège royal, qui a occasionné dans la marine de France cette espèce de révolution, en y introduisant par le moyen de M. de Charnière, l'usage d'observer les longitudes en mer, par les distances de la lune. *V. le nécrologe* de 1774, & les *nouvelles littéraires* de M. Bernoulli.

L'instrument avec lequel on observe en mer les distances de la lune au soleil ou aux étoiles, est le QUARTIER DE RÉFLEXION. Feu M. de Charnière, qui le premier dans la marine Françoise s'occupa assidument de ces observations, proposa d'y employer un *héliomètre*, qui eût plusieurs degrés d'amplitude, & qu'il appella *mégamètre*, il en fit exécuter, mais ils ont peu réussi.

Je supposerai donc qu'on observe la distance du bord de la lune à une étoile, ou au bord du soleil ; cette distance qui est accourcie par les réfractions, & modifiée encore par la parallaxe, doit être corrigée ou dégagée de cette double inégalité, pour qu'on ait la distance vraie ; ce sont ces deux corrections qui en font la principale difficulté comme je le dirai bientôt.

Cette méthode des distances a l'avantage de ne dépendre que d'une seule observation, qui est celle de la distance ; elle ne suppose pas la hauteur connue avec une extrême précision ; elle dépend très-peu de la déclinaison de la lune & de la hauteur du pole ; elle n'exige pas qu'on ait un horizon clair-fin, c'est-à-dire, bien dégagé de vapeurs, elle ne suppose pas des calculs aussi longs que ceux de l'ascension droite de la lune ; enfin la réduction de la distance apparente en distance vraie, à raison de la réfraction & de la parallaxe, se peut faire avec des tables déjà imprimées, & même avec la règle & le compas par une opération graphique. Tous ces avantages me paroissent prouver démonstrativement, que cette méthode lorsqu'on peut l'employer, est de beaucoup préférable à celle des hauteurs de la lune, qui a été proposée par des auteurs connus.

Pour calculer la distance de la lune à une étoile, on cherche par les tables de la lune, sa longitude pour le tems donné ; on prend dans le catalogue la longitude de l'étoile ; on cherche également les latitudes de la lune & de l'étoile, ce qui donne les distances au pole, & l'on forme

un triangle PLS (*planches d'Astron. fig.* 289), dans lequel P est pole de l'écliptique, S l'étoile, & L la lune ; on le résout par les deux analogies suivantes : le rayon est au cosinus de la différence des longitudes, ou de l'angle P comme la tangente de PL, la plus petite des deux distances au pole boréal de l'écliptique, & à la tangente du segment PX, on retranche ce segment de PS, la plus grande des deux distances au pole, (pourvu que la différence des longitudes ne passe pas 90°), & l'on a le second segment SX, après quoi l'on fait cette seconde proportion : le cosinus du premier segment PX est au cosinus du second SX, comme le cosinus de la plus petite distance PL au pole, est au cosinus de la distance SL, entre la lune & l'étoile ; on trouvera dans mon *Astronomie* d'autres méthodes pour résoudre ce triangle. Si au lieu d'une étoile il s'agit du soleil auquel on veuille comparer la lune, les deux proportions précédentes se réduisent à la suivante : le rayon est au cosinus de la différence des deux longitudes, comme le cosinus de la latitude de la lune, est au cosinus de la distance cherchée ; c'est ainsi que l'on calcule dans le *nautical almanac*, pour tous les jours la distance de la lune au soleil ou aux étoiles.

Quand on connoît par les tables la distance vraie, il faut l'avoir aussi par l'observation, c'est-à-dire, qu'il faut la conclure de la distance apparente observée, en ajoutant ou ôtant le demi-diamètre de la lune & celui du soleil, & en ajoutant l'accourcissement de réfraction, plus ou moins l'effet de la parallaxe. On peut négliger en mer l'effet de la réfraction, quand les deux astres ont plus de 60° de hauteur. Mais s'ils sont moins élevés, & qu'ils ne soient pas à-peu-près dans le même vertical, il faut employer les méthodes suivantes ; ces méthodes auroient lieu de même pour les observations de distances, qui sont dans les ouvrages de Tycho, d'Hévélius & de Flamesteed, & qui sont toutes affectées d'une double réfraction.

Pour trouver cet accourcissement causé par les réfractions, aussi-bien que l'effet de la parallaxe dans les observations de distances, il y a plusieurs moyens abrégés : voici d'abord la méthode ancienne la plus rigoureuse, soit Z le zénit *fig.* 122, L le vrai lieu de la lune, l son lieu apparent dans le même vertical ; S le lieu vrai du soleil ou de l'étoile, s. son lieu apparent, sl leur distance apparente mesurée par observation ; SL la distance vraie que l'on cherche. Dans le triangle sphérique Zsl, on connoît les trois côtés par observation, car outre la distance des deux astres on observe aussi leurs hauteurs ; on cherche par la trigonométrie l'angle Z, ou la différence d'azimut.

On calcule la réfraction & la parallaxe de chacun des deux astres, & l'on a Ll, Ss, & par conséquent les distances vraies ZL, ZS, avec ces deux côtés & l'angle Z qui est le même, on résout le triangle ZLS, & l'on a la distance vraie LS que l'on cherche. Cette méthode est longue, mais rigoureuse ; il y a plusieurs moyens de l'abréger. *Voyez* le livre de M. Maskelyne, le *Nautical Almanac* de 1767, la *Connoissance des tems* de 1779, mon *Astronomie, tom. III, art.* 3981 *& suiv., & tom. IV, p.* 78, où j'ai donné la méthode la plus courte de toutes, qui est celle de M. Dunthorn.

Mais, pour éviter tous ces calculs, le bureau des *longitudes* d'angleterre a fait calculer un très-gros volume de ces tables commencées par M. Witchell en 1769, mais calculées en entier par M. Lyons, Parkinson le jeune & Williams, elles ont été publiées en angleterre, en 1772, en un gros volume de 1200 pages *in-folio*, sous ce titre : *Tables for correcting the apparent distance of the moon and a star from the effects of refraction and parallax, published by order of the commissioners of longitude.* J'en ai donné l'explication, traduite en françois, dans la *Connoissance des tems* de 1775. Ces tables sont si détaillées & si simples pour l'usage, qu'un pilote, sans savoir l'astronomie ni le calcul, peut, en une demi-heure de tems, trouver la longitude en mer à un degré près. Il suffit de connoître une douzaine d'étoiles dans le ciel, de pouvoir mesurer une distance avec le quartier de réflexion, & de savoir l'addition & la soustraction. Mais il faut avoir le *Nautical almanac* ou la *Connoissance des tems*, pour l'année où l'on se trouve.

En supposant que l'on n'ait pas les tables dont je viens de parler, il y a une méthode assez courte & très-commode donnée par M. le Chevalier de Borda, *Voyage de la Flore*, tom. I, p. 366, dont on trouve la démonstration dans mon Astronomie & dans les tables de logarithmes (chez Jombert le jeune 1783) : en voici le précepte & l'exemple.

Pour employer cette méthode de M. Borda, on corrigera premièrement les hauteurs apparentes des deux astres, de l'effet des parallaxes & des réfractions en hauteurs, & l'on aura leurs hauteurs vraies : la correction de la parallaxe n'est autre chose que la parallaxe horizontale, multipliée par le cosinus de la hauteur apparente du centre de la lune. La correction de la réfraction se trouve dans toutes les tables. *V.* Réfraction.

On écrira les unes au-dessous des autres, la distance observée, la hauteur apparente d'un des deux astres, la hauteur apparente du second astre, la somme & la demi-somme de ces trois quantités, la différence de cette demi-somme à la distance observée, la hauteur vraie ou corrigée d'un des deux astres, la hauteur vraie ou corrigée du second astre, la somme & la demi-somme de ces hauteurs vraies.

On écrira à côté des hauteurs apparentes les

complémens arithmétiques des logarithmes des cosinus de ces hauteurs, & à côté de la première demi-somme, du reste qui le suit, & des hauteurs vraies, les logarithmes de leurs cosinus; on prendra la somme, & après cela la demi-somme de ces six logarithmes, on retranchera le logarithme cosinus de la demi-somme des hauteurs vraies, & l'on aura le logarithme sinus d'un angle qu'on cherchera dans les tables de logarithmes; on prendra enfin le logarithme du cosinus de cet angle, on l'ajoutera au logarithme cosinus de la demi-somme des hauteurs vraies, & l'on aura le logarithme sinus de la moitié de la distance corrigée que l'on cherche; elle est, dans cet exemple, de 102° 11′ 11″. On trouve:

Exemple.

Supposons la distance apparente du centre du soleil au centre de la lune = 102° 30′, la hauteur vraie du centre du soleil sur l'horizon = 15° 21′ 43″ (*Nautic. Alman.* 1772, p. 38).

On disposera le calcul comme il suit.

	°	′	″	
Distance apparente du soleil à la lune	102	30	0	D
Hauteur apparente de la lune	27	30	0	b
Hauteur apparente du soleil	15	25	0	a
Somme	145	25	0	
Demi-somme	72	42	30	$\frac{a+b+D}{2}$
Otez de la distance, reste	29	47	30	$\frac{a+b-D}{2}$
Hauteur vraie de la lune	28	18	47	B
Hauteur vraie du soleil	15	21	43	A
Somme des hauteurs vraies	43	40	30	
Demi-somme	21	50	15	$\frac{A+B}{2}$

Complém. arithm. cos.	27°	30′	0″	0,0520711	b
Complém. arithm. cos.	15	25	0	0,0159148	a
Cos.	72	42	30	9,4731014	$\frac{a+b+D}{2}$
Cos.	29	47	30	9,9384385	$\frac{a+b-D}{2}$
Cos.	28	18	47	9,9446649	B
Cos.	15	21	43	9,9841994	A
Somme				39,4083901	
Demi-somme				19,7041950	
Otez cos.	21°	50′	15″	9,9676615	$\frac{A+B}{2}$
Diff. ou sin.	33	2	11	9,7365335	sin. de l'arc
Cos.	33	2	11	9,9234121	cos. de l'arc.
Ajout. cos.	21	50	15		cos. $\frac{A+B}{2}$
Somme ou sin.	51	5	35 ½	9,8910736	x
Double de x ou distance vraie				102° 11′ 11″.	

On trouve 1″ ½ de moins par la trigonométrie, & 3″ de plus par la méthode de M. Dunthorn; il donne le même exemple à la fin de l'Almanac nautique de Londres pour 1772, pag. 38. J'ai aussi donné l'exemple précédent dans la Connoissance des tems de 1775, p. 311. Il y a d'autres exemples de la formule de M. de Borda, dans la Connoissance des tems de 1778, & dans celle de 1780, p. 261.

Cette opération exige environ 17 minutes de tems, quand on est suffisamment exercé. La méthode de M. Dunthorn exige 12 minutes; & par les grandes tables dont nous avons parlé, il en faut 8 seulement.

Quand on a ainsi trouvé la distance vraie de la lune à l'étoile déduite de l'observation, on la compare avec la distance vraie calculée pour le méridien des tables; je suppose que la distance, calculée

calculée pour deux heures, soit de 102° 11′ 11″, suivant le Nautical Almanac, & que la même distance ait été observée sur le vaisseau à six heures, on est assuré qu'il y a 4 heures ou 60 degrés, pour la différence des méridiens ou pour la *longitude* du vaisseau.

Cette méthode suppose qu'on ait observé la hauteur de la lune & celle de l'étoile, un peu avant ou après l'observation de leur distance; dans ce cas, il faut les réduire au tems de la distance observée. Pour cela, il faut avoir la quantité dont la hauteur change en une minute de tems, & cette variation est égale à 15 minutes, multipliées par les sinus de la hauteur de l'équateur & de l'azimut; on en trouve une table fort détaillée dans la Connoissance des tems de 1772.

Pour avoir la *longitude*, il faut connoître exactement le tems vrai sur le vaisseau; on le trouve par le moyen de la hauteur du soleil ou de l'étoile; *voyez* HAUTEUR. Comme c'est par rapport à l'horizon apparent de la mer qu'on mesure cette hauteur, il faut en ôter quelques minutes. *V.* HORIZON.

Toutes les règles & tous les préceptes que l'on vient de voir en abrégé, se trouveront avec plus de détail dans le *Guide du Navigateur*, par M. Pierre Lévêque, habile professeur à Nantes. Les tables de logarithmes les plus commodes pour ces calculs, sont celles que M. Jombert, libraire, vient de publier en 1783, & auxquelles M. Callet a joint les préceptes & la méthode des *longitudes*. (*D. L.*)

L O R

LORGNETTE, s. f. (*Dioptr.*); on donne ce nom ou à une lunette à un seul verre qu'on tient à la main, ou à une petite lunette à tuyau, composée de plusieurs verres, & qu'on tient aussi à la main. Les lunettes à mettre sur le nez, ou les lunettes à long tuyau, s'appellent simplement *lunettes*. *Voyez* LUNETTES. Les *lorgnettes* s'appellent aussi par les physiciens *monocles*, en ce qu'elles ont la propriété de ne servir que pour un seul œil; au lieu que les lunettes ou *besicles* servent pour les deux. Les *lorgnettes* à un seul verre doivent être formées d'un verre concave pour les myopes, & d'un verre convexe pour les presbytes. (*Voy.* MYOPE & PRESBYTE), parce que l'usage de ces *lorgnettes* est de faire voir l'objet plus distinctement. (*O*)

LOSANGE, s. m. (*Géom.*), espèce de parallélogramme, dont les quatre côtés sont égaux & chacun parallèle à son opposé, & dont les angles ne sont point droits, mais qui en a deux aigus opposés l'un à l'autre, & deux autres obtus opposés aussi l'un à l'autre. *Voyez* PARALLÉLOGRAMME.

Quelques-uns n'appellent *losange* que celui où la diagonale, qui joint les deux angles obtus, est égale aux côtés du *losange*; mais la dénomination générale a prévalu.

Scaliger dérive le mot *losange*, de *laurengia*, parce que cette figure ressemble à quelques égards à la feuille de laurier. On l'appelle ordinairement *rhombe* en géométrie, & *rhomboïde*, quand les côtés contigus sont inégaux. *Voyez* RHOMBE & RHOMBOÏDE. *Chambers.* (*E*)

LOTERIE, s. f. (*Arithm.*), espèce de jeu de hasard dans lequel différens lots de marchandises ou différentes sommes d'argent sont déposées pour en former des prix & des bénéfices à ceux à qui les billets favorables échoient. L'objet des *loteries* & la manière de les tirer, sont des choses trop communes pour que nous nous y arrêtions ici. Nos *loteries* de france ont communément pour objet de parvenir à faire des fonds destinés à quelques œuvres pieuses ou à quelque besoin de l'état; mais les *loteries* sont très-fréquentes en angleterre & en hollande, où on n'en peut faire que par permission du magistrat.

M. Leclerc a composé un traité sur les *loteries*, où il montre ce qu'elles renferment de louable & de blâmable. Grégorio Leti a donné aussi un ouvrage sur les *loteries*, & le P. Menetrier a publié, en 1700, un traité sur le même sujet, où il montre l'origine des *loteries*, & leur usage parmi les Romains; il distingue divers genres de *loteries*, & prend de-là occasion de parler des hasards, & de résoudre plusieurs cas de conscience qui y ont rapport. *Chambers.*

Soit une *loterie* de n billets, dans laquelle m soit le prix du billet, $m\,n$ sera l'argent de toute la *loterie*; &, comme cet argent ne rentre jamais en total dans la bourse des intéressés pris ensemble, il est évident que la *loterie* est toujours un jeu désavantageux. Par exemple, soit une *loterie* de 10 billets à 20 liv. le billet, & qu'il n'y ait qu'un lot de 150 livres, l'espérance de chaque intéressé n'est que de $\frac{150}{10}$ liv. $=$ 15 liv., & sa mise est de 20 liv.; ainsi, il perd un quart de sa mise, & ne pourroit vendre son espérance que 15 liv. *Voyez* JEU, AVANTAGE, PROBABILITÉ, *&c.*

Pour calculer en général l'avantage ou le désavantage d'une *loterie* quelconque, il n'y a qu'à supposer qu'un particulier prenne à lui seul toute la *loterie*, & voir le rapport de ce qu'il a déboursé à ce qu'il recevra; soit m l'argent déboursé, ou la somme de la valeur des billets, & n la somme des lots, qui est toujours moindre, il est évident que le désavantage de la *loterie* est $\frac{m-n}{m}$. *Voyez* AVANTAGE, JEU, PARI, PROBABILITÉ, *&c.*

Si une *loterie* contient n billets & m lots, on demande quelle probabilité il y a qu'on ait un lot, si on prend r billets. Prenons un exemple: on suppose en tout 20 billets, 15 lots, & par conséquent 15 billets qui doivent sortir, & qu'on ait pris 4 billets: on représentera ces 4 billets par les quatre premières lettres de l'alphabet a, b,

c, *d*, & les 20 billets par les vingt premières lettres du même alphabet. Il est visible, 1.° que la question se réduit à savoir combien de fois 20 lettres peuvent être prises quinze à quinze; 2.° qu'elle probabilité il y a que l'un des 4 billets se trouve dans les 15. Or l'*article* COMBINAISON apprend que vingt choses peuvent être combinées quinze à quinze au nombre de fois représenté par une fraction dont le dénominateur est 1. 2. 3. 4. *&c.* jusqu'à 15. & le numérateur 6. 7. 8... *&c.* jusqu'à 6 + 14 ou 20. A l'égard de la seconde question, elle se réduit à savoir combien de fois 20 billets (excepté les quatre *a*, *b*, *c*, *d*) peuvent être pris quinze à quinze, c'est-à-dire, combien de fois 16 billets peuvent être pris quinze à quinze, ce qui s'exprime (*Voyez l'article* COMBINAISON) par une fraction dont le dénominateur 1. 2. 3. 4. *&c.* jusqu'à 15. & le numérateur 2. 3. 4. jusqu'à 2 + 14 ou 16. Donc la probabilité cherchée est en raison de la première de ces deux fractions, moins la seconde à la première; car la différence des deux fractions exprime évidemment le nombre de cas où l'un des billets *a*, *b*, *c*, *d*, sortira de la roue. Donc cette probabilité est en raison de 6. 7. 8...... 20 — 2. 3. 4..... 16 à 6. 7. 8..... 20, c'est-à-dire, de 17. 18. 19. 20 — 2. 3. 4. 5. à 17. 18. 19. 20.

Donc, en général, la probabilité cherchée est exprimée par le rapport de $(n - m + 1 . n - m + 2 \ldots\ldots n) - (n - r - m + 1 . n - r - m + 2 \ldots n - r)$ à $(n - m + 1 . m n - m + 2 \ldots . n)$ D'où l'on voit que, si $n - r - m + 1 = 0$, ou est négatif, on jouera à jeu sûr. Si, par exemple, dans le cas précédent, au lieu de 4 billets, on en prenoit 6, alors on auroit $n - r - m + 1 = 20 - 6 - 15 + 1 = 0$; & il y auroit certitude d'avoir un lot; ce qui est évident, puisque, si de 20 billets, on en prend 6, & qu'il en doive sortir 15 de la roue, il est infaillible qu'il en sortira un des six, les autres ne faisant ensemble que 14. *V.* JEU, *&c.* (*O*)

LOUP, (*Astron.*), constellation méridionale, située au midi du scorpion : elle est appellée, en latin, *lupus martius*, *lupa*, *lycisca*, *fera*, *victima vel bestia centauri*, *hostiola*, *canis ululans*, *leo marinus*, *leopardus*, *panthera*, *equus masculus*; chez les Arabes, *asida*, qui signifie *leæna*. Parmi les fables de l'antiquité, où il est parlé des *loups*, & que les auteurs ont données pour origine à cette constellation, la plus ancienne est celle de Lycaon, roi d'Arcadie, qui sacrifioit des victimes humaines, & qui fut changé en *loup* à cause de cette cruauté. On dit aussi que c'étoit un *loup* sacrifié par le centaure Chiron. On ne sauroit rien décider sur son origine, non plus que sur celle de beaucoup d'autres constellations. Il paroît seulement que l'on donna des noms sinistres à toutes les constellations qui annonçoient l'automne & l'hiver, ou la cessation de la végétation, le *serpent*, le *scorpion*, le *loup*. *Voyez* mon *Astronomie*, tom. IV, p. 463 & 553.

Le catalogue britannique ne contient que cinq étoiles pour cette constellation, parce qu'elle est trop méridionale pour être bien observée dans nos climats; mais le catalogue de la Caille en contient 51. La principale, marquée *α*, avoit, en 1750, 216° 21′ 49″ d'ascension droite, & 46° 17′ 40″ de déclinaison australe. (*D. L.*)

LOUPE, f. f. (*Diopt.*) : on appelle ainsi une lentille à deux faces convexes, dont les rayons sont fort petits; cette lentille a la propriété de grossir les objets (*Voyez* LENTILLE); & elle les grossit d'autant plus que son foyer, c'est-à-dire, le rayon de sa convexité est plus court. Supposons que l'objet placé au foyer de la *loupe* puisse être vu distinctement, sans *loupe*, à 8 pouces de distance, & que le foyer de la *loupe* soit demi-ligne, l'objet sera augmenté en raison de demi-ligne à 8 pouces, c'est-à-dire, de 1 à 192, parce que la *loupe* fait voir l'objet distinctement (comme s'il étoit à la distance de 8 pouces), & sous le même angle à-peu-près sous lequel on le verroit sans *loupe*, mais confusément à la distance de demi-ligne. *Voy. l'art.* MICROSCOPE, où on donne la raison de cette proportion.

LOXOCOSME, instrument propre à démontrer les phénomènes du mouvement de la terre, les saisons & l'inégalité des jours, dont M. Flécheux a publié la description. Le nom de cet instrument vient de deux mots grecs qui indiquent l'obliquité de l'axe du monde. L'Académie l'a approuvé le 2 décembre 1780.

On a fait déjà beaucoup de machines destinées au même objet. *Voyez* GÉOCYCLIQUE (il y en a spécialement chez M. Fortin, ingénieur pour les globes, rue du Foin-S. Jacques); l'inégalité des saisons, par le moyen du parallélisme de l'axe de la terre, est ce que l'on a le plus de peine à faire entendre aux commençans. M. l'abbé Grenet, au Collège de Lisieux, a fait aussi, en 1783, des sphères destinées au même usage. (*D. L.*)

LOXODROMIE, f. f. *loxodromia* (*Navigat.* & *Géom.*), ligne qu'un vaisseau décrit sur mer, en faisant toujours voile avec le même rhumb de vent. *V.* RHUMB.

Ce mot vient du grec, & il est formé de λόξος, *oblique*, & de δρόμος, *course*.

Ainsi, la *loxodromie*, qu'on appelle aussi *ligne loxodromique* ou *loxodrimique*, coupe tous les méridiens sous un même angle, qu'on appelle *angle loxodromique*.

La *loxodromie* est une espèce de spirale logarithmique, tracée sur la surface d'une sphère, & dont les méridiens sont les rayons. *Voy.* LOGARITHMIQUE *spirale*. M. de Maupertuis, dans son discours sur la parallaxe de la lune, nous a donné plusieurs propriétés de la *loxodromie*, ainsi que dans un mémoire imprimé parmi ceux de l'Académie des Sciences de Paris en 1744.

La *loxodromie* tourne autour du pole, ſans jamais y arriver, comme la logarithmique ſpirale tourne autour de ſon centre. Il eſt évident, de plus, qu'une portion quelconque de la *loxodromie* eſt toujours en raiſon conſtante avec la portion correſpondante du méridien.

Si on nomme z l'arc compris entre le pole & un point de la *loxodromie*, & le rayon, du la différence de la longitude, on aura l'arc infiniment petit du parallèle correſpondant égal à du ſin. z; & cet arc doit être en raiſon conſtante avec dz, à cauſe que la *loxodromie* coupe toujours le méridien ſous le même angle; donc $b\,d\,u = \frac{dz}{\text{ſin. } z}$. (*O*)

* Pour intégrer cette équation, il faut la multiplier par 2 ſin. z, & on aura $2\,b\,d\,u = \frac{2\,dz.\ \text{ſin. } z}{\text{ſin. } z^2} = -\frac{2\,d\ \text{coſ. } z}{1 - \text{coſ } z^2}$, ou $-2\,b\,d\,u = \frac{d\,\text{coſ. } z}{1 + \text{coſ. } z} + \frac{d\ \text{coſ. } z}{1 - \text{coſ. } z}$; ce qui donne conſt. $- 2\,b\,u = \log. \frac{1 + \text{coſ. } z}{1 - \text{coſ. } z}$; $2\,b\,u = \log. \frac{(1 + \text{coſ. } h)(1 - \text{coſ. } z)}{(1 - \text{coſ. } h)(1 + \text{coſ. } z)}$, en déterminant la conſtante, de manière qu'à $u = o$ réponde $z = h$, & enfin coſ. $z =$

$$\frac{1 - a^{2bu}\,\frac{1 - \text{coſ. } h}{1 + \text{coſ } h}}{1 + a^{2bu}\,\frac{1 - \text{coſ. } h}{1 + \text{coſ. } h}}$$

; a étant la baſe des logarithmes algébriques. *Voyez* TRAITÉ *de calcul intégral*, SIMUS & LOGARITHME. Par cette équation, on peut conſtruire des tables loxodromiques pour tel rhumb de vent qu'on voudra.

L U C

LUCIFER, ſ. m. (*Aſtron.*), eſt le nom que l'on a quelquefois donné à la planète de Vénus, lorſqu'elle paroît le matin avant le lever du ſoleil. Comme cette planète ne s'éloigne jamais du ſoleil de plus de 48°, elle doit paroître ſur l'horizon quelque tems avant le lever du ſoleil, lorſqu'elle eſt plus occidentale que le ſoleil. Elle annonce alors, pour ainſi dire, le lever de cet aſtre, & c'eſt pour cette raiſon que les aſtronomes & les poëtes l'on nommée *lucifer*, c'eſt-à-dire, qui *apporte la lumière*. Quand elle paroît le ſoir après le ſoleil, on la nomme *heſperus*, qui ſignifie le *ſoir;* ce mot *lucifer*, pour déſigner Vénus, ne ſe trouve plus que dans quelques auteurs latins.

LUISANTE, adj. (*Aſtron.*), eſt un nom qu'on a donné à pluſieurs étoiles remarquables par leur éclat dans différentes conſtellations : on dit la *luiſante de la lyre*, la *luiſante de la couronne*, &c.

LUMIERE, ſ. f. (*Optiq.*) eſt la ſenſation que la vue des corps lumineux apporte ou fait éprouver à l'ame, ou bien la propriété des corps qui les rend propres à exciter en nous cette ſenſation. *Voyez* SENSATION.

Ariſtote explique la nature de la *lumière*, en ſuppoſant qu'il y a des corps tranſparens par eux-mêmes; par exemple, l'air, l'eau, la glace, &c. c'eſt-à-dire, des corps qui ont la propriété de rendre viſibles ceux qui ſont derrière eux; mais comme dans la nuit, nous ne voyons rien à travers de ces corps, il ajoute qu'ils ne ſont tranſparens que potentiellement ou en puiſſance, & que, dans le jour, ils le deviennent réellement & actuellement; & d'autant qu'il n'y a que la préſence de la *lumière* qui puiſſe réduire cette puiſſance en acte; il définit par cette raiſon la *lumière l'acte du corps tranſparent conſidéré comme tel.* Il ajoute que la *lumière* n'eſt point le feu ni aucune autre choſe corporelle qui rayonne du corps lumineux, & ſe tranſmet à travers le corps tranſparent, mais la ſeule préſence ou application du feu, ou de quelqu'autre corps lumineux, au corps tranſparent.

Voilà le ſentiment d'Ariſtote ſur la *lumière*; ſentiment que ſes ſectateurs ont mal compris, & au lieu duquel ils lui en ont donné un autre très-différent, imaginant que la *lumière* & les couleurs étoient de vraies qualités des corps lumineux & colorés, ſemblables à tous égards aux ſenſations qu'elles excitent en nous; & ajoutant que les objets lumineux & colorés ne pouvoient produire des ſenſations en nous, qu'ils n'euſſent en eux-mêmes quelque choſe de ſemblable, puiſque *nihil dat quod in ſe non habet. Voyez* QUALITÉ.

Mais le ſophiſme eſt évident : car nous ſentons qu'une aiguille qui nous pique nous fait du mal, & perſonne n'imaginera que ce mal eſt dans l'aiguille. Au reſte, on ſe convaincra encore plus évidemment, au moyen d'un priſme de verre, qu'il n'y a aucune reſſemblance néceſſaire entre les qualités des objets, & les ſenſations qu'ils produiſent. Ce priſme nous repréſente le bleu, le jaune, le rouge, & d'autres couleurs très-vives, ſans qu'on puiſſe dire néanmoins qu'il y ait en lui rien de ſemblable à ces ſenſations.

Les Carteſiens ont approfondi cette idée. Ils avouent que la *lumière* telle qu'elle exiſte dans les corps lumineux, n'eſt autre choſe que la puiſſance ou faculté d'exciter en nous une ſenſation de clarté très-vive; ils ajoutent que ce qui eſt requis pour la perception de la *lumière*, c'eſt que nous ſoyons formés de façon à pouvoir recevoir ces ſenſations : que, dans les pores les plus cachés des corps tranſparens, il ſe trouve une matière ſubtile, qui, à raiſon de ſon extrême petiteſſe, peut en même-tems pénétrer ce corps, & avoir cependant aſſez de force pour ſecouer & agiter certaines fibres placées au fond de l'œil; enfin que cette matière pouſſée par ce corps lumineux, porte ou communique l'action

qu'il exerce ſur elle, juſqu'à l'origine de la vue.

La *lumière* première conſiſte donc ſelon eux en un certain mouvement des particules du corps lumineux, au moyen duquel ces particules peuvent pouſſer en tout ſens la matière ſubtile qui remplit les pores des corps tranſparens.

Les petites parties de la matière ſubtile ou du premier élément étant ainſi agitées, pouſſent & preſſent en tout ſens les petits globules durs du ſecond élément, qui les environnent de tous côtés, & qui ſe touchent. M. Deſcartes ſuppoſe que ces globules ſont durs, & qu'ils ſe touchent, afin de pouvoir tranſmettre en un inſtant l'action de la *lumière* juſqu'à nos yeux; car ce philoſophe croyoit que le mouvement de la *lumière* étoit inſtantané.

La *lumière* eſt donc un effort au mouvement, ou une tendance de cette matière à s'éloigner en droite ligne du centre du corps lumineux; & ſelon Deſcartes l'impreſſion de la *lumière* ſur nos yeux, par le moyen de ces globules, eſt à-peu près ſemblable à celle que les corps étrangers font ſur la main d'un aveugle par le moyen de ſon bâton. Cette dernière idée a été employée depuis par un grand nombre de philoſophes, pour expliquer différens phénomènes de la viſion; & c'eſt preſque tout ce qui reſte aujourd'hui du ſyſtème de Deſcartes, ſur la *lumière*. Car en premier lieu la *lumière*, comme nous le ferons voir plus bas, emploie un certain tems, quoique très-court, à ſe répandre; & ainſi ce philoſophe s'eſt trompé, en ſuppoſant qu'elle étoit produite par la preſſion d'une ſuite de globules durs. D'ailleurs ſi les particules des rayons de *lumière* étoient des globules durs, elles ne pourroient ſe réfléchir de manière que l'angle de réflexion fût égal à l'angle d'incidence. Cette propriété n'appartient qu'aux corps parfaitement élaſtiques. Un corps dur qui vient frapper perpendiculairement un plan, perd tout ſon mouvement, & ne ſe réfléchit point. Il ſe réfléchit au contraire dans cette même perpendiculaire, s'il eſt élaſtique; ſi ce corps vient frapper le plan obliquement, & qu'il ſoit dur, il perd par la rencontre du plan tout ce qu'il avoit de mouvement perpendiculaire, & ne fait plus après le choc, que gliſſer parallèlement au plan : ſi au contraire le corps eſt élaſtique, il reprend en arrière en vertu de ſon reſſort, tout ſon mouvement perpendiculaire, & ſe réfléchit par un angle égal à l'angle d'incidence. *Voyez* Réflexion. *Voyez auſſi* Matiere subtile.

Le P. Malebranche déduit l'explication de la *lumière*, d'une analogie qu'il lui ſuppoſe avec le ſon. On convient que le ſon eſt produit par les vibrations des parties inſenſibles du corps ſonore. Ces vibrations ont beau être plus grandes ou plus petites, c'eſt-à-dire, ſe faire dans de plus grands ou de plus petits arcs de cercle, ſi, malgré cela, elles ſont d'une même durée, elles ne produiront en ce cas dans nos ſenſations, d'autre différence que celle du plus ou moins grand degré de force; au lieu que ſi elles ont différentes durées, c'eſt-à-dire, ſi un des corps ſonores fait dans un même tems plus de vibrations qu'un autre, les deux ſons différeront alors en eſpèce, & on diſtinguera deux différens tons, les vibrations promptes formant les tons aigus, & les plus lentes les tons graves. *Voyez* Son aigu & grave.

Le P. Malebranche ſuppoſe qu'il en eſt de même de la *lumière* & des couleurs. Toutes les parties du corps lumineux ſont, ſelon lui, dans un mouvement rapide; & ce mouvement produit des pulſations très-vives dans la matière ſubtile qui ſe trouve entre le corps lumineux & l'œil; ces pulſations ſont appellées par le P. Malebranche, *vibration de preſſion.* Selon que ces vibrations ſont plus ou moins grandes, le corps paroît plus ou moins lumineux; & ſelon qu'elles ſont plus promptes ou plus lentes, le corps paroîtra de telle ou telle couleur.

Ainſi, on voit que le P. Malebranche ne fait autre choſe que de ſubſtituer aux globules durs de Deſcartes, de petits tourbillons de matière ſubtile. Mais indépendamment des objections générales qu'on peut oppoſer à tous les ſyſtêmes qui font conſiſter la *lumière* dans la preſſion d'un fluide, objections qu'on trouvera expoſées dans la ſuite de cette article; on peut voir à *l'article* Tourbillon, les difficultés juſqu'ici inſurmontables, que l'on a faites contre l'exiſtence des tourbillons, tant grands que petits.

M. Huyghens croyant que la grande vîteſſe de la *lumière*, & la décuſſation ou le croiſement des rayons ne pouvoit s'accorder avec le ſyſtême de l'émiſſion des corpuſcules lumineux, a imaginé un autre ſyſtême qui fait encore conſiſter la propagation de la *lumière* dans la preſſion d'un fluide. Selon ce grand géomètre, comme le ſon s'étend tout-à-l'entour du lieu où il a été produit par un mouvement qui paſſe ſucceſſivement d'une partie de l'air à l'autre, & que cette propagation ſe fait par des ſurfaces ou ondes ſphériques, à cauſe que l'extenſion de ce mouvement eſt également prompte de tous côtés; de même il n'y a point de doute ſelon lui, que la *lumière* ne ſe tranſmette du corps lumineux juſqu'à nos yeux, par le moyen de quelque fluide intermédiaire, & que ce mouvement ne s'étende par des ondes ſphériques ſemblables à celles qu'une pierre excite dans l'eau quand on l'y jette.

M. Huyghens déduit de ce ſyſtême, d'une manière fort-ingénieuſe, les différentes propriétés de la *lumière*, les lois de la réfléxion, & de la réfraction, &c. mais ce qu'il paroît avoir le plus de peine à expliquer, & ce qui eſt en effet le plus difficile dans cette hypothèſe, c'eſt la pro-

pagation de la *lumière* en ligne droite. En effet, M. Huyghens compare la propagation de la *lumière* à celle du son : pourquoi donc la *lumière* ne se propage-t-elle pas en tout sens comme le son ? l'auteur fait voir assez bien que l'action ou la pression de l'onde lumineuse doit être la plus forte dans l'endroit où cet onde est coupée par une ligne menée du corps lumineux; mais il ne suffit pas de prouver que la pression ou l'action de la *lumière* en ligne droite, en plus forte qu'en aucun autre sens, il faut encore démontrer qu'elle n'existe que dans ce sens-là; c'est ce que l'expérience nous prouve, & ce qui ne suit point du systême de M. Huyghens.

Selon M. Neuton, la *lumière* première, c'est-à-dire la faculté par laquelle un corps est lumineux, consiste dans un certain mouvement des particules du corps lumineux, non que ces particules poussent une certaine matière fictice qu'on imagineroit placée entre le corps lumineux & l'œil, & logée dans les pores des corps transparens; mais parce qu'elles se lancent continuellement du corps lumineux qui les darde de tous côtés avec beaucoup de force ; & la *lumière* secondaire, c'est-à-dire, l'action par laquelle le corps produit en nous la sensation de clarté, consiste selon le même auteur non dans un effort au mouvement, mais dans le mouvement réel de ces particules qui s'éloignent de tous côtés du corps lumineux en ligne droite, & avec une vîtesse presqu'incroyable.

En effet, dit M. Neuton, si la *lumière* consistoit dans une simple pression ou pulsation, elle se répandroit dans un même instant aux plus grandes distances; or nous voyons clairement le contraire par les phénomènes des éclipses des satellites de jupiter. En effet, lorsque la terre approche de jupiter, les immersions des satellites de cette planète anticipent un peu sur le tems vrai, ou commencent plutôt; au lieu que lorsque la terre s'éloigne de jupiter, leurs émersions arrivent de plus en plus tard, s'éloignant beaucoup dans les deux cas du tems marqué par les tables.

Cette déviation qui a été observée d'abord par M. Roemer, & ensuite par d'autres astronomes, ne sauroit avoir pour cause l'excentricité de l'orbite de jupiter; mais elle provient selon toute apparence, de ce que la *lumière* solaire que les satellites nous réfléchissent, a dans un cas plus de chemin à faire que dans l'autre, pour parvenir du satellite à nos yeux : ce chemin est le diamètre de l'orbe annuel de la terre. *Voyez* SATELLITE.

Descartes, qui n'avoit pas une assez grande quantité d'expériences, avoit cru trouver dans les éclipses de lune, que le mouvement de la *lumière* étoit instantané. Si la *lumière*, dit-il, demande du tems, par exemple une heure pour traverser l'espace qui est entre la terre & la lune, il s'ensuivra que la terre étant parvenue au point de son orbite où elle se trouve entre la lune & le soleil, l'ombre qu'elle cause, ou l'interruption de la *lumière* ne sera pas encore parvenue à la lune, mais il n'y arrivera qu'une heure après; ainsi, la lune ne sera obscurcie qu'une heure après que la terre aura passé par la conjonction avec la lune : mais cet obscurcissement ou interruption de *lumière* ne sera vu de la terre qu'une heure après. Voilà donc une éclipse qui ne paroîtroit commencer que deux heures après la conjonction, & lorsque la lune seroit déjà éloignée de l'endroit de l'écliptique qui est opposé au soleil. Or toutes les observations sont contraires à cela.

Il est visible qu'il ne résulte autre chose de ce raisonnement, sinon que la *lumière* n'emploie pas une heure à aller de la terre à la lune, ce qui est vrai ; mais si la *lumière* n'emploie que 7 minutes à venir du soleil jusqu'à nous, comme les observations des satellites de jupiter le font connoître; elle emploiera beaucoup moins d'une minute à venir de la terre à la lune, & de la lune à la terre, & alors il sera difficile de s'appercevoir d'une si petite quantité dans les observations astronomiques.

J'ai cru devoir rapporter cette objection pour montrer que si Descartes s'est trompé sur le mouvement de la *lumière*, au-moins il avoit imaginé le moyen de s'assurer du tems que la *lumière* met à parcourir un certain espace. Il est vrai que la lune étant trop proche de nous, les éclipses de cette planète ne peuvent servir à décider la question, mais il y a apparence que si les satellites de jupiter eussent été mieux connus alors, ce philosophe auroit changé d'avis; & on doit le regarder comme le premier auteur de l'idée d'employer les observations des satellites, pour prouver le mouvement de la *lumière*.

La découverte de l'aberration des étoiles fixes, faite il y a 20 ans par M. Bradley, a fourni une nouvelle preuve du mouvement successif de la *lumière*, & cette preuve s'accorde parfaitement avec celle qu'on tire des éclipses des satellites. *Voyez* ABERRATION.

La *lumière* semblable à cet égard aux autres corps, ne se meut donc pas en un instant. M. Roemer & M. Neuton ont mis hors de doute par le calcul des éclipses des satellites de jupiter, que la *lumière* du soleil emploie près de sept minutes à parvenir à la terre, c'est-à-dire, à parcourir un espace de plus de 33, 000, 000, de lieues, vîtesse 10000000 fois plus grande que celle du boulet qui sort d'un canon.

De plus, si la *lumière* consistoit dans une simple pression, elle ne se répandroit jamais en droite ligne; mais l'ombre la feroit continuellement fléchir dans son chemin. Voici ce que dit là-dessus M. Neuton : » Une pression exercée sur » un milieu fluide, c'est-à-dire, un mouvement

» communiqué par un tel milieu au-delà d'un » obſtacle qui empêche en partie le mouvement » du milieu, ne peut point être continuée en » ligne droite, mais ſe répandre de tous côtés » dans le milieu en repos par-delà l'obſtacle. La » force de la gravité tend en en-bas, mais la » preſſion de l'eau qui en eſt la ſuite, tend égale- » ment de tous côtés, & ſe répand avec autant » de facilité & autant de force dans des courbes » que dans des droites; les ondes qu'on voit » ſur la ſurface de l'eau lorſque quelques obſtacles » en empêchent le cours, ſe fléchiſſent en ſe » répandant toujours & par degré dans l'eau qui » eſt en repos, & par-delà l'obſtacle. Les ondu- » lations, pulſations, ou vibrations de l'air, dans » leſquelles conſiſte le ſon, ſubiſſent auſſi des » inflexions, & le ſon ſe répand auſſi facilement » dans des tubes courbes, par exemple dans un » ſerpent, qu'en ligne droite »; or on n'a jamais vu la *lumière* ſe mouvoir en ligne courbe; les rayons de *lumière* ſont donc de petits corpuſ- cules qui s'élancent avec beaucoup de vîteſſe du corps lumineux. Sur quoi *voyez l'article* EMISSION.

Quant à la force prodigieuſe avec laquelle il faut que ces corpuſcules ſoient dardés pour pou- voir ſe mouvoir ſi vîte, qu'ils parcourent juſ- ques à plus de 3000000 lieues par minutes, écoutons là-deſſus le même auteur : » Les corps » qui ſont de même genre, & qui ont les mêmes » vertus, ont une force attractive, d'autant plus » grande par rapport à leur volume, qu'ils ſont » plus petits. Nous voyons que cette force a plus » d'énergie dans les petits aimans que dans les » grands, eu égard à la différence des poids; & » la raiſon en eſt, que les parties des petits » aimans étant plus proches les unes des autres, » elles ont par-là plus de facilité à unir intime- » ment leur force, & à agir conjointement; par » cette raiſon, les rayons de *lumière* étant les » plus petits de tous les corps, leur force attrac- » tive ſera du plus haut degré, eu égard à leur » volume; & on peut en effet conclure des règles » ſuivantes, combien cette attraction eſt forte. » L'attraction d'un rayon de *lumière*, eu égard » à ſa quantité de matière eſt à la gravité qu'a » un projectile, eu égard auſſi à ſa quantité de » matière, en raiſon compoſée de la vîteſſe du » rayon, à celle du projectile, & de la cour- » bure de la ligne que le rayon décrit dans la » réfraction, à la courbure de la ligne que le » projectile décrit auſſi de ſon côté; pourvu » cependant que l'inclinaiſon du rayon ſur la » ſurface réfractante, ſoit la même que celle de » la direction du projectile ſur l'horizon. De » cette proportion il s'enſuit que l'attraction des » rayons de *lumière* eſt plus que 1, 000, 000, » 000, 000, 000, fois plus grande que la gravité » des corps ſur la ſurface de la terre, eu égard » à la quantité de matière du rayon & des » corps terreſtres, & en ſuppoſant que la *lumière* » vienne du ſoleil à la terre en 7 minutes de » tems. »

Rien ne montre mieux la diviſibilité des parties de la matière, que la petiteſſe des parties de la *lumière*. Le docteur Nieuwentit a calculé qu'un pouce de bougie, après avoir été converti en *lumière*, ſe trouve avoir été diviſé par-là en un nombre de parties exprimé par le chifre 269617040, ſuivi de quarante zéros, ou, ce qui eſt la même choſe, qu'à chaque ſeconde que la bougie brûle, il en doit ſortir un nombre de parties exprimé par le chiffre 418660, ſuivi de trente-neuf zéros, nombre beaucoup plus que mille millions de fois plus grand que celui des ſables que pourroit contenir la terre entière en ſuppoſant qu'il tienne cent parties de ſable dans la longueur d'un pouce.

L'expanſion ou l'étendue de la propagation des parties de la *lumière* eſt inconcevable : le docteur Hook montre qu'elle n'a pas plus de bornes que l'univers, & il le prouve par la diſtance immenſe de quelques étoiles fixes, dont la *lumière* eſt cependant ſenſible à nos yeux au moyen d'un téleſcope. Ce ne ſont pas ſeulement, ajoute-t-il, les grands corps du ſoleil & des étoiles qui ſont capables d'envoyer ainſi leur *lumière* juſques aux points les plus reculés des eſpaces immenſes de l'univers, il en peut être de même de la plus petite étincelle d'un corps lumi- neux, du plus petit globule qu'une pierre à fuſil aura détaché de l'acier.

Le Docteur s'Graveſande prétend que les corps lumineux ſont ceux qui dardent le feu, ou qui donnent un mouvement au feu en droite ligne; & il fait, conſiſter la différence de la *lumière* & de la chaleur, en ce que pour produire la *lumière*, il faut, ſelon lui, que les particules ignées vien- nent frapper les yeux, & y entrent en ligne droite, ce qui n'eſt pas néceſſaire pour la cha- leur. Au contraire, le mouvement irrégulier ſemble plus propre à la chaleur; c'eſt ce qui paroît par les rayons qui viennent directement du ſoleil au ſommet des montagnes, leſquelles n'y ſont pas à beaucoup près autant d'effet, que ceux qui ſe font ſentir dans les vallées, & qui ont auparavant été agités d'un mouvement irré- gulier par pluſieurs réflexions.

On demande s'il peut y avoir de la *lumière* ſans chaleur, ou de la chaleur ſans *lumière*; nos ſens ne peuvent décider ſuffiſamment cette queſ- tion, la chaleur étant un mouvement qui eſt ſuſ- ceptible d'une infinité de degrés, & la *lumière* une matière qui peut être infiniment rare & foible; à quoi il faut ajouter qu'il n'y a point de chaleur qui nous ſoit ſenſible, ſans avoir en même tems plus d'intenſité que celle des organes de nos ſens.

M. Neuton obſerve que les corps & les rayons

de *lumière* agissent continuellement les uns sur les autres; les corps sur les rayons de *lumière*, en les lançant, les réfléchissant, & les réfractant; & les rayons de *lumière* sur les corps, en les échauffant, & en donnant à leurs parties un mouvement de vibration dans lequel consiste principalement la chaleur: car il remarque encore que tous les corps fixes lorsqu'ils ont été échauffés au-delà d'un certain degré, deviennent lumineux, qualité qu'ils paroissent devoir au mouvement de vibrations de leurs parties; & enfin, que tous les corps qui abondent en parties terrestres & sulphureuses, donnent de la *lumière* s'ils sont suffisamment agités de quelque manière que ce soit. Ainsi, la mer devient lumineuse dans une tempête; le vif-argent lorsqu'il est secoué dans le vuide; les chats & les chevaux, lorsqu'on les frotte dans l'obscurité; le bois, le poisson & la viande, lorsqu'ils sont pourris. *Voyez* PHOSPHORE.

Hawksbée nous a fourni une grande variété d'exemples de la production artificielle de la *lumière* par l'attrition des corps qui ne sont pas naturellement lumineux, comme de l'ambre frotté sur un habit de laine, du verre sur une étoffe de laine, du verre sur du verre, des écailles d'huitres sur une étoffe de laine, & de l'étoffe de laine sur une autre, le tout dans le vuide.

Il fait sur la plupart de ces expériences les réflexions suivantes, que différentes sortes de corps donnent diverses sortes de *lumières*, qui diffèrent soit en couleur, soit en force; qu'une même attrition à divers effets, selon les différentes préparations des corps qui la souffrent, ou la différente manière de les frotter, & que les corps qui ont donné une certaine *lumière* en particulier, peuvent être rendus par la friction incapables d'en donner davantage de la même espèce.

M. Bernoulli a trouvé par expérience que le mercure amalgamé avec l'étain, & frotté sur un verre, produisoit dans l'air une grande *lumière*, que l'or frotté sur un verre en produisoit aussi & dans un plus grand degré; enfin que de toutes ces espèces de *lumières* produites artificiellement, la plus parfaite étoit celle que donnoit l'attrition d'un diamant, laquelle est aussi vive que celle d'un charbon qu'on souffle fortement. *Voyez* DIAMANT; & ELECTRICITÉ.

M. Boyle parle d'un morceau de bois pourri & brillant, dont la *lumière* s'éteignit lorsqu'on en eut fait sortir l'air, mais qui redevint de nouveau brillant comme auparavant, lorsqu'on y eut fait rentrer l'air. Or il ne paroît pas douteux que ce ne fût-là une flamme réelle, puisqu'ainsi que la flamme ordinaire, elle avoit besoin d'air pour s'entretenir ou se conserver. *Voyez* PHOSPHORE.

L'attraction des particuules de la *lumière* par les autres corps, est une vérité que des expériences innombrables ont rendues évidente. M. Neuton a observé le premier ce phénomène; il a trouvé par des observations répétées, que les rayons de *lumière* dans leur passage près des bords des corps, soit opaques, soit transparens, comme des morceaux de métal, des tranchans de lames de couteaux, des verres cassés, &c. sont détournés de la ligne droite. *Voyez* DIFFRACTION.

Cet action des corps sur la *lumière* s'exerce à une distance sensible, quoiqu'elle soit toujours d'autant plus grande, que la distance est plus petite; c'est ce qui paroît clairement dans le passage d'un rayon entre les bords de deux plaques minces à différentes ouvertures. Les rayons de *lumière* lorsqu'ils passent du verre dans le vuide, ne sont pas seulement fléchis ou pliés vers le verre; mais s'ils tombent trop obliquement, ils retournent alors vers le verre, & sont entièrement réfléchis.

On ne sauroit attribuer la cause de cette réflexion à aucune résistance du vuide; mais il faut convenir qu'elle procède entièrement de quelque force ou puissance qui réside dans le verre, par laquelle il attire & fait retourner en-arrière les rayons qui l'ont traversé, & qui sans cela passeroient dans le vuide. Une preuve de cette vérité, c'est que si vous frottez la surface postérieure du verre avec de l'eau, de l'huile, du miel, ou une dissolution de vif-argent, les rayons qui sans cela auroient été réfléchis, passeront alors dans cette liqueur & au-travers; ce qui montre aussi que les rayons ne sont pas encore réfléchis tant qu'ils ne sont pas parvenus à la seconde surface du verre; car si à leur arrivée sur cette surface, ils tomboient sur un des milieux dont on vient de parler; alors ils ne seroient plus réfléchis, mais ils continueroient leur première route, l'attraction du verre se trouvant en ce cas contrebalancée par celle de la liqueur. De cette attraction mutuelle entre les particules de la *lumière*, & celles des autres corps, naissent deux autres grands phénomènes qui sont la réflexion & la réfraction de la *lumière*. On sait que la direction du mouvement d'un corps, change nécessairement s'il se rencontre obliquement dans son chemin quelqu'autre corps; ainsi, la *lumière* venant à tomber sur la surface des corps solides, il paroîtroit par cela seul qu'elle devroit être détournée de sa route, & renvoyée ou réfléchie de façon que son angle de réflexion fût égal, (comme il arrive dans la réflexion des autres corps) à l'angle d'incidence; c'est aussi ce que fait voir l'expérience, mais la cause en est differente de celle dont nous venons de faire mention. Les rayons de *lumière* ne sont pas réfléchis en heurtant contre les parties des corps mêmes qui les réfléchissent, mais par quelques puissances répandues également sur toute la surface des corps,

& par laquelle les corps agiſſent ſur la *lumière*, ſoit en l'attirant, ſoit en la repouſſant, mais toujours ſans contact : cette puiſſance eſt la même par laquelle dans d'autres circonſtances les rayons ſont réfractés. *Voyez* RÉFLEXION & RÉFRACTION.

M. Neuton prétend que tous les rayons qui ſont réfléchis par un corps ne touchent jamais le corps ; quoiqu'à la vérité ils en approchent beaucoup. Il prétend encore que les rayons qui parviennent réellement aux parties ſolides du corps s'y attachent, & ſont comme éteints & perdus. Si l'on demande comment il arrive que tous les rayons ne ſoient pas réfléchis à-la-fois par toute la ſurface, mais que tandis qu'il y en a qui ſont réfléchis, d'autres paſſent à travers, & ſoient rompus :

Voici la réponſe que M. Neuton imagine qu'on peut faire à cette queſtion. Chaque rayon de *lumière* dans ſon paſſage à travers une ſurface capable de le briſer, eſt mis dans un certain état tranſitoire, qui dans le progrès du rayon ſe renouvelle à intervalles égaux ; or à chaque renouvellement le rayon ſe trouve diſpoſé à être facilement tranſmis à travers la prochaine ſurface réfractante. Au contraire, entre deux renouvellemens conſécutifs, il eſt diſpoſé à être aiſément réfléchi : & cette alternative de réflexions & de tranſmiſſions, paroît pouvoir être occaſionnée par toutes ſortes de ſurfaces & à toutes les diſtances. M. Neuton ne cherche pas par quel genre d'action ou de diſpoſition ce mouvement peut être produit ; s'il conſiſte dans un mouvement de circulation ou de vibration, ſoit des rayons, ſoit du milieu, ou en quelque choſe de ſemblable ; mais il permet à ceux qui aiment les hypothèſes, de ſuppoſer que les rayons de *lumière* lorſqu'ils viennent à tomber ſur une ſurface réfringente ou réfractante, excitent des vibrations dans le milieu réfringent ou réfractant, & que par ce moyen ils agitent les parties ſolides du corps. Ces vibrations ainſi répandues dans le milieu, pourront devenir plus rapides que le mouvement du rayon lui-même ; & quand quelque rayon parviendra au corps dans ce moment de la vibration, où le mouvement qui forme celle-ci, conſpirera avec le ſien propre, ſa viteſſe en ſera augmentée, de façon qu'il paſſera aiſément à travers de la ſurface réfractante ; mais s'il arrive dans l'autre moment de la vibration, dans celui où le mouvement de vibration eſt contraire au ſien propre, il ſera aiſément réfléchi ; d'où s'enſuivent à chaque vibration des diſpoſitions ſucceſſives dans les rayons, à être réfléchis ou tranſmis. Il appelle *accès de facile réflexion*, le retour de la diſpoſition que peut avoir le rayon à être réfléchi, & *accès de facile tranſmiſſion*, le retour de la diſpoſition à être tranſmis ; & enfin, *intervalle des accès*, l'eſpace de tems compris entre les retours. Cela poſé, la raiſon pour laquelle les ſurfaces de tous les corps épais & tranſparens réfléchiſſent une partie des rayons de *lumière* qui y tombent & en réfractent le reſte, c'eſt qu'il y a des rayons qui, au moment de leur incidence ſur la ſurface du corps, ſe trouvent dans des accès de réflexion facile, & d'autres qui ſe trouvent dans des accès de tranſmiſſion facile.

Nous avons déjà remarqué à l'article COULEUR, que cette théorie de M. Neuton, quelque ingénieuſe qu'elle ſoit, eſt encore bien éloignée du degré d'évidence néceſſaire pour ſatiſfaire l'eſprit ſur les propriétés de la *lumière* réfléchie. *V.* RÉFLEXION & MIROIR.

Un rayon de *lumière*, qui paſſe d'un milieu dans un autre de différente denſité, & qui, dans ſon paſſage, ſe meut dans une direction oblique à la ſurface qui ſépare les deux milieux, ſera réfracté ou détourné de ſon chemin, parce que les rayons ſont plus fortement attirés par un milieu plus denſe que par un plus rare. *Voyez* RÉFRACTION.

Les rayons ne ſont point réfractés en heurtant contre les parties ſolides des corps, & le ſont au contraire ſans aucun contact, & par la même force par laquelle ils ſont réfléchis, laquelle s'exerce différemment en différentes circonſtances. Cela ſe prouve à-peu-près par les mêmes argumens qui prouvent que la réflexion ſe fait ſans contact.

Pour les propriétés de la *lumière* rompue ou réfractée, *voyez* RÉFRACTION & LENTILLE.

On obſerve dans le cryſtal d'Iſlande, une eſpèce de double réfraction très-différente de celle qu'on remarque dans tous les autres corps. *Voyez à l'article* CRYSTAL D'ISLANDE, le détail de ce phénomène, & les conſéquences que M. Neuton en a tirées.

M. Neuton ayant obſervé que l'image du ſoleil projetée ſur le mur d'une chambre obſcure par les rayons de cet aſtre, & tranſmiſe à travers un priſme, étoit cinq fois plus longue que large, ſe mit à rechercher la raiſon de cette diſproportion ; & d'expérience en expérience, il découvrit que ce phénomène provenoit de ce que quelques-uns des rayons de *lumières* étoient plus réfractés que d'autres, & que cela ſuffiſoit pour qu'ils repréſentaſſent l'image du ſoleil alongée. *Voyez* PRISME.

De-là il en vint à conclure, que la *lumière* elle-même eſt un mélange hétérogène de rayons différemment réfrangibles, ce qui lui fit diſtinguer la *lumière* en deux eſpèces ; celle dont les rayons ſont également réfrangibles, qu'il appella *lumière homogène, ſimilaire* ou *uniforme* ; & celle dont les rayons ſont inégalement réfrangibles, qu'il appella *lumière hétérogène*. *Voyez* RÉFRANGIBILITÉ.

Il n'a trouvé que trois affections par leſquelles les rayons de *lumière* différaſſent les uns des autres ; ſavoir, la réfrangibilité, la réflexibilité &

& la couleur ; or les rayons qui conviennent entr'eux en réfrangibilités, conviennent aussi dans les autres affections, d'où il s'ensuit qu'ils peuvent à cet égard être regardés comme homogènes, quoiqu'à d'autres égards, ils pourroient être hétérogènes.

Il appelle de plus, *couleurs homogènes*, celles qui sont représentées par une *lumière* homogène, & *couleurs hétérogènes*, celles qui sont produites par une *lumière* hétérogène. Ces définitions expliquées, il en déduit plusieurs propositions. En premier lieu, que la *lumière* du soleil consiste en des rayons qui différent les uns des autres par des degrés indéfinis de réfrangibilités. Secondement, que les rayons qui diffèrent en réfrangibilité, différeront aussi à proportion dans les couleurs qu'ils représenteront lorsqu'ils auront été séparés les uns des autres. Troisièmement, qu'il y a autant de couleurs simples & homogènes, que de degrés de réfrangibilité, car à chaque degré différent de réfrangibilité, répond une couleur différente.

Quatrièmement, que la blancheur semblable à celle de la *lumière* immédiate du soleil, est un composé de sept couleurs primitives. *Voyez* COULEUR.

Cinquièmement, que les rayons de *lumière* ne souffrent aucunes altérations dans leurs qualités par la réfraction.

Sixièmement, que la réfraction ne sauroit décomposer la *lumière* en couleurs qui n'y auroient pas été mêlées auparavant, puisque la réfraction ne change pas les qualités des rayons, mais qu'elle sépare seulement les uns des autres ceux qui ont différentes qualités, par le moyen de leurs différentes réfrangibilités.

Nous avons déjà observé que les rayons de *lumière* sont composés de parties dissimilaires ou hétérogènes y en ayant probablement de plus grandes les unes que les autres. Or plus ces parties sont petites, plus elles sont réfrangibles, c'est-à-dire, plus il est facile qu'elles se détournent de leur cours rectiligne. De plus, nous avons encore fait remarquer que les parties qui différoient en réfrangibilité, & par conséquent en volume, différoient en même-tems en couleur.

De-là on peut déduire toute la théorie des couleurs. *Voyez* COULEUR.

L'académie royale des sciences de Paris, ayant proposé pour le sujet du prix de 1736, la question de la propagation de la *lumière*, M. Jean Bernouilli le fils, docteur en Droit, composa à ce sujet une dissertation qui remporta le prix. Le fond du systême de cet auteur est celui du père Malebranche, avec cette seule différence que M. Bernoulli ajoute aux petits tourbillons des petits globules durs ou solides, répandus çà & là, selon lui, dans l'espace que les petits tourbillons occupent. Ces petits globules, quoiqu'éloignés assez considérablement les uns des autres, par rapport à leur petitesse, se trouvent en grand nombre dans la plus petite ligne droite sensible. Ces petits corps demeureront toujours en repos, étant comprimés de tous côtés. Mais si on conçoit que les particules d'un corps lumineux, agitées en tout sens avec beaucoup de violence, frappent suivant quelque direction, les tourbillons environnans ; ces tourbillons ainsi condensés, chasseront le corpuscule le plus voisin ; celui-ci comprimera de même les tourbillons suivans, jusqu'au second corpuscule, &c. Cette compression étant achevée, les tourbillons reprendront leur premier état, & feront une vibration en sens contraire, puis ils seront chassés une seconde fois, & feront ainsi des oscillations, par le moyen desquelles la *lumière* se répandra. M. Bernoulli déduit de cette explication plusieurs phénomènes de la *lumière* ; & les recherches mathématiques dont sa pièce est remplie sur la pression des fluides élastiques, la rendent fort instructive & fort intéressante à cet égard. C'est sans doute ce qui lui a mérité le glorieux suffrage de l'académie ; car le fond du systême de cet auteur est d'ailleurs sujet à toutes les difficultés ordinaires contre le systême de la propagation de la *lumière* par pression. Le systême de ceux qui, avec M. Neuton, regardent un rayon de *lumière* comme une file de corpuscules émanés du corps lumineux, ne peut être attaqué que par les deux objections suivantes. 1.° On demande comment dans cette hypothèse, les rayons de *lumière* peuvent se croiser sans se nuire. A cela on peut répondre, que les rayons qui nous paroissent parvenir à nos yeux en se croisant, ne se croisent pas réellement, mais passent l'un au-dessus de l'autre, & sont censés se croiser à cause de leur extrême finesse. 2.° On demande comment le soleil n'a point perdu sensiblement de sa substance, depuis le tems qu'il envoie continuellement de la matière lumineuse hors de lui. On peut répondre que non-seulement cette matière est renvoyée en partie au soleil par la réflexion des planètes, & que les comètes qui approchent fort de cet astre, servent à le réparer par les exhalaisons qui en sortent ; mais encore que la matière de la *lumière* est si subtile, qu'un pouce cube de cette matière suffit peut-être pour éclairer l'univers pendant l'éternité. En effet, on démontre aisément, qu'étant donnée une si petite portion de matière qu'on voudra, on peut diviser cette portion de matière en parties si minces, que ces parties rempliront une espace donné, en conservant entr'elles des intervalles moindres que $\frac{1}{10000000}$, &c. de ligne. *Voyez* dans l'introduction *ad veram Physicam* de Keill, le chapitre de la divisibilité de la matière. C'est pourquoi une portion de matière lumineuse, si petite qu'on voudra, suffit pour remplir pendant des siècles un espace égal à l'orbite de saturne. Il est vrai que

l'imagination se révolte ici; mais l'imagination se révolte envain contre des vérités démontrées. *Voyez* DIVISIBILITÉ. *Chambers.*

Il est certain, d'une part, que l'opinion de Descartes & de ses partisans, sur la propagation de la *lumière*, ne peut se concilier avec les lois connues de l'Hydrostatique; & il ne l'est pas moins de l'autre, que les émissions continuelles lancées des corps lumineux, suivant Neuton & ses partisans, effrayent l'imagination. D'ailleurs il n'est pas facile d'expliquer (même dans cette dernière hypothèse) pourquoi la *lumière* cesse tout d'un coup dès que le corps lumineux disparoît, puisqu'un moment après que ce corps a disparu, les corpuscules qu'il a lancés, existent encore autour de nous, & doivent conserver encore une grande partie du mouvement prodigieux qu'ils avoient, étant lancés par ce corps jusqu'à nos yeux. Les deux opinions, il faut l'avouer, ne sont démontrées ni l'une ni l'autre; & la plus sage réponse à la question de la matière & de la propagation de la *lumière*, seroit peut-être de dire que nous n'en savons rien. Neuton paroît avoir bien senti ces difficultés, lorsqu'il dit *de naturâ radiorum lucis, utrum sint corpora nec ne, nihil omninò disputamus.* Ces paroles ne semblent-elles pas marquer un doute si la *lumière* est un corps? mais si elle n'en est pas un, qu'est-elle donc? tenons-nous-en donc aux assertions suivantes.

La *lumière* se propage suivant une ligne droite d'une manière qui nous est inconnue, & les lignes droites suivant lesquelles elle se propage, sont nommées ses rayons. Ce principe est le fondement de l'Optique. *Voyez* OPTIQUE & VISION.

Les rayons de lumière se réfléchissent par un angle égal à l'angle d'incidence. *Voyez* RÉFLEXION & MIROIR. Ce principe est le fondement de toute la Catoptrique. *Voyez* CATOPTRIQUE.

Les rayons de *lumière* qui passent d'un milieu dans un autre, se rompent de manière que le sinus d'incidence est au sinus de réfraction, en raison constante. Ce principe est le fondement de toute la Dioptrique. *Voyez* DIOPTRIQUE, RÉFRACTION, VERRE, LENTILLE, *&c.* Avec ces propositions bien simples, la théorie de la *lumière* devient une science purement géométrique, & on en démontre les propriétés sans savoir ni en quoi elle consiste, ni comment se fait sa propagation; à-peu-près comme le professeur Saunderson donnoit des leçons d'Optique quoiqu'il fût presque aveugle de naissance. *Voyez* AVEUGLE. *Voyez aussi* VISION.

LUMIÈRE, (*Astron.*): on dit équation de la *lumière*. *V.* PROPAGATION.

Lumière cendrée. V. LUNE.

Lumière zodiacale. V. ZODIACALE.

LUMINAIRES, (*Astron.*), nom qu'on donne comme par excellence au soleil & à la lune, à cause de leur éclat extraordinaire & de la grande quantité de lumière qu'ils nous envoient. Ce mot se trouve employé dans le premier chapitre de la Genèse, où Moïse dit que Dieu fit deux grands luminaires, *duo luminaria magna*, le soleil pour présider au jour, & la lune pour présider à la nuit.

L U N

LUNAISON, (*Astron.*) période ou espace de tems compris entre deux nouvelles lunes consécutives. *V.* LUNE.

LUNE, s. f. (*Astron.*), planète qui tourne en 27 jours autour de la terre, & qui, après le soleil, est le plus remarquable de tous les astres. La *lune* est un satellite de notre terre, vers laquelle elle se dirige toujours dans son mouvement, comme vers un centre, & dans le voisinage de laquelle elle se trouve constamment, de façon que, si on la voyoit du soleil, elle ne paroîtroit jamais s'éloigner de nous d'un angle plus grand que dix minutes.

Les premiers phénomènes que les hommes apperçurent dans le mouvement de la *lune*, furent les changemens de figure, que nous appellons ses *phases*. Après avoir disparu pendant quelques jours, la lune commence à se montrer le soir du côté de l'occident, peu après le coucher du soleil, sous la forme d'un filet de lumière en arc, & qui s'appelle *croissant*, parce qu'il croît en effet d'un jour à l'autre. Sa lumière est foible, parce qu'elle est diminuée par l'éclat du crépuscule. Hévélius n'a jamais observé la lune plutôt que 40 heures après sa conjonction, ou 27 heures avant. Il ajoute que, si la *lune*, dans le premier cas, avoit eu une déclinaison plus septentrionale, étant au nord de l'écliptique, & qu'elle eût été en même tems périgée & dans les signes ascendans, on auroit pu la voir 24 heures après la conjonction; mais l'assemblage de ces trois circonstances est rare; on n'apperçoit guère la *lune* que le second jour après sa conjonction, quoique Képler ait dit qu'on pouvoit voir la *lune*, même en conjonction, lorsque la latitude est de 5 degrés (*Astron. pars Opt.* cap. 6, page 257); le croissant paroît donc le 2^{e} ou le 3^{e} jour du côté du couchant, & le soir à l'entrée de la nuit; ses pointes sont élevées & tournées à l'opposite du soleil; il devient un peu plus fort le lendemain, &, dans l'espace de cinq à six jours, il prend la forme d'un demi-cercle. La partie lumineuse est alors terminée par une ligne droite; & nous disons que la *lune* est dichotome (Διχότομος, *dimidiatus*), ou qu'elle est en quadrature, c'est son premier quartier.

Après avoir paru sous la forme d'un demi-cercle lumineux, la *lune* continue de s'éloigner

du soleil & d'augmenter en lumière pendant 7 ou 8 jours; elle paroît alors tout-à-fait circulaire; son disque est entier & lumineux; elle brille pendant toute la nuit, & c'est le jour de la *pleine lune*, ou de l'opposition : on la voit passer au méridien à minuit, & se coucher dès que le soleil se lève. Tout annonce alors qu'elle est directement opposée au soleil par rapport à nous, & qu'elle brille parce que le soleil l'éclaire en face, & non pas de côté.

Après la pleine *lune*, arrive le décours, qui donne les mêmes phases & les mêmes figures que nous venons d'indiquer en parlant de l'accroissement de la *lune*. Elle est d'abord ovale, puis dichotome, ou sous la forme d'un demi-cercle, c'est le dernier quartier, autrefois *lune vieille*.

Bientôt le demi-cercle de lumière diminue, & prend la forme d'un croissant, qui devient chaque jour plus étroit, & dont les cornes sont toujours du côté le plus éloigné du soleil, ou du côté du couchant, le soleil étant alors à l'orient de la *lune*, elle se trouve avoir fait le tour du ciel, & se rapproche du soleil; on la voit se lever le matin, un peu avant le soleil, dans la même forme qu'elle avoit le premier jour de l'observation; elle se rapproche du soleil, & se perd enfin dans ses rayons; c'est ce qu'on appelle la *nouvelle lune*, ou la *conjonction*, autrefois la *néoménie* (Νεος, *novus*; Μήνη, *mensis*), *luna silens*, ou *sitiens*; on appelloit *interlunium* le tems pendant lequel on ne la voit point.

La mesure la plus naturelle du tems fut celle que présentoient ces phases de la *lune*; cet astre, en changeant tous les jours, d'une manière sensible, le lieu de son lever & de son coucher, en variant sans cesse de figure, & recommençant au bout de 29 ou 30 jours un nouvel ordre de changemens tous semblables, offroit une règle publique & des nombres faciles, sans le secours de l'écriture, des calculs, des dates, des almanacs; les peuples trouvoient dans le ciel un avertissement perpétuel de ce qu'ils avoient à faire : les familles nouvellement formées & dispersées dans les campagnes, se réunissoient sans méprise au terme convenu de quelque phase de la *lune*.

La néoménie servit à régler les assemblées, les sacrifices, les exercices publics. Ce culte & ces fêtes n'avoient pas la *lune* pour objet, mais pour indication : on comptoit la *lune* du jour qu'on commençoit à l'appercevoir. Pour la découvrir aisément, on s'assembloit le soir sur des hauteurs; quand le croissant avoit été vu, on célébroit la néoménie ou le sacrifice du nouveau mois, qui étoit suivi de fêtes ou de repas; les nouvelles *lunes* qui concouroient avec le renouvellement des quatre saisons, étoient les plus solemnelles; il semble qu'on y trouve l'origine de nos quatre tems, comme on trouve celle de la plupart de nos fêtes dans les cérémonies des anciens (*Casali, de comparatione Rituum Christ. & Pagan.*)

On retrouve dans l'histoire de tous les peuples du monde cette coutume de se réunir sur les hauts lieux ou dans les déserts, d'observer la nouvelle phase, de célébrer la néoménie par des sacrifices ou des prières, la solemnité particulière de la nouvelle *lune* qui concourroit avec les semailles ou celle qui suivoit l'entière récolte des productions de la culture, se trouve dans toutes les histoires; les fêtes & les sacrifices de la nouvelle *lune* & du commencement de chaque mois, sont rappellés en plusieurs endroits de l'Ecriture sainte comme un ancien usage, *Isaïe I*, 13, num. X, 10, XXVIII, 11; *Reg. I*, 9, *v.* 12 & 20, *v.* 5. Spencer a fait une dissertation toute entière pour prouver que les Juifs avoient reçu des Payens cet ancien usage; il cite à ce sujet un grand nombre d'auteurs, & répond à toutes les objections. *Jo. Spencer de legibus hebræorum ritualibus. Lipsiæ*, 1605, *in*-4.°, l. III, cap. 1.

La nouvelle *lune* étoit annoncée par le bruit des trompettes, Judith VIII, 6, pfalm. 80, v. 4. *Scaliger de emendatione temporum*, l. 3, p. 223, édit. de 1629; Horace fait mention de ces fêtes sous le nom de *Tricesima Sabbata*, l. I, sat. 9, v. 9. *Cœlo supinas si tuleris manus, nascente luna*, liv. III, od. 23. Les Juifs observent encore la *lune* quand elle est nouvelle, & ils en font l'objet d'une cérémonie religieuse. *Buxtorfi Synagoga Judaïca, Basileæ*, *in*-8.°, 1641, cap. 17; de-là l'usage de sacrifier sur les montagnes où l'on alloit pour observer la nouvelle *lune*. Cet usage étoit déjà dans l'Egypte, *Maimonid*, ou *Mossei, dux dubitantium*, l. III, c. 46; aussi-bien que celui de sacrifier dans les nouvelles *lunes*, *ibid.* c. 47.

La fête de la nouvelle *lune* avoit lieu chez les Ethiopiens d'afrique, *Itinerarium Alexandri Geraldini, Romæ*, 1631, lib. IX, p. 150; chez les Sabéens de l'arabie heureuse, *Hottinger, historia orientalis*, lib. 1, c. 8; chez les Perses, *Halcuit's, Voyages*, tom. II, p. 399; chez les Grecs, comme le prouve fort au long Jean Meursius, *Græcia feriata, lugd. Batav.* 1619, *in*-4.°, p. 210, au mot Νεμήνια. Les Olympiades, établies par Iphitus, commençoient à la nouvelle *lune*; Samuel Petit, *leges attico*, *in-fol.* 1635, p. 59; les Romains avoient aussi cette fête, Pline, *l.* 16; Macrobe, *saturn. I.* 15, *pag.* 181, édit. de 1694; la cérémonie du Guy, chez les Gaulois, se faisoit le 6 de la *lune*, & le Druïde portoit un croissant comme on le voit dans les figures anciennes (M. Pelloutier, hist. des Celtes). On a trouvé cet usage de la *lune* chez les Chinois, Scaliger, p. 118; parmi les Caraïbes de l'amérique, *Huetii Demonstratio evangelica*, 1679, *in-fol.* pag. 84; chez les Péruviens, Garcilaso de la Vega, *commentarios reales de los Incas* VII, 5 & 7. M. Goguet, *I.* 219, *in*-4.°; il étoit également chez les Turcs, Geuffraus *Turcarum Religione*, liv. 2, p. 53, & dans l'île de Taïti, *Voyage de Cook*, 1773.

Il se passe à-peu-près 29 jours & demi d'une nouvelle *lune* à l'autre ; c'est une observation facile, & les premiers pasteurs ne manquèrent pas de la faire ; c'est ce qu'on appelle *mois lunaire, lunaison*, ou *révolution synodique de la lune ;* nous en verrons bientôt une détermination rigoureuse, cette lunaison fut la plus ancienne mesure du tems.

En observant avec attention les phases de la *lune*, on dut remarquer naturellement que les éclipses de soleil, qui paroissent au moins tous les 2 ou 3 ans, arrivent entre le dernier croissant d'un cours de *lune* fini, & la première phase d'une nouvelle *lune*, c'est-à-dire, entre le tems où la *lune* se rapproche le plus du soleil le matin, & celui où elle commence à s'en éloigner le soir par le côté opposé. On apperçoit alors, sur le soleil, un corps rond & noir qui le couvre ou en partie, ou en totalité, & forme une *éclipse de soleil.*

Les premiers observateurs comprirent bientôt que ce corps obscur ne pouvoit être autre chose que celui de la *lune* qu'on avoit vu les jours précédens s'avancer de plus en plus vers le soleil, & qu'on voyoit ensuite un ou deux jours après se placer de l'autre côté, ou à l'orient du soleil, & s'en éloigner avec la même vîtesse.

Les éclipses de soleil prouvèrent que la *lune* étoit opaque, & qu'on ne la voyoit qu'autant qu'elle étoit éclairée par le soleil. Cet astre éclairant toujours la moitié du globe lunaire, nous ne pouvons voir la *lune* pleine que quand nous appercevons cette moitié qui est éclairée, & que nous l'appercevons toute entière. Si nous sommes placés de côté, en sorte que nous ne puissions voir que la moitié de la partie éclairée, c'est-à-dire, de l'hémisphère exposé au soleil, nous ne verrons que la moitié de ce qui paroissoit dans la pleine *lune*, c'est-à-dire, que nous ne verrons qu'un demi-cercle de lumière, la *lune* paroîtra en quartier, & ainsi des autres situations. Telle est la cause des phases de la lune, que nous allons tâcher de rendre plus sensible.

Soit *S* le soleil (*pl. d'Astron. fig.* 18), *T* la terre, autour de laquelle tourne la *lune* dans son orbite, *E O* le globe de la lune, placée entre la terre & le soleil, c'est-à-dire, en conjonction, ou au tems de la nouvelle *lune ;* alors la partie *E* est seule éclairée du soleil ; au contraire, la partie *O* est la seule visible pour nous qui sommes en *T;* ainsi, l'hémisphère éclairé est précisément celui que nous ne voyons point, & l'hémisphère visible est celui qui n'est point éclairé du soleil. Telle est la cause qui rend alors la *lune* invisible pour nous vers le tems de la nouvelle *lune.*

Au contraire, quand la *lune* est opposée au soleil, l'hémisphère éclairé *L* est précisément celui que nous voyons, parce que nous sommes placés du même côté que le flambeau dont elle est éclairée ; & il n'y a rien de perdu pour nous de la lumière que la *lune* répand ; son disque visible *L* est le même que son disque éclairé ; c'est pourquoi la *lune* nous paroît *pleine*, c'est-à-dire, ronde & lumineuse quand elle est en *opposition.*

Quand la *lune* est éloignée de 90 degrés du soleil ou environ, c'est-à-dire, à-peu-près à moitié chemin de *O* en *L*, ou de la conjonction à l'opposition, l'hémisphère visible est *A Q Z ;* l'hémisphère éclairé par le soleil est *MZ Q ;* ainsi, nous ne voyons que la moitié de cet hémisphère éclairé, qui paroissoit tout entier & comme un cercle complet, dans le tems de l'opposition ; nous ne voyons donc qu'un demi-cercle de lumière, tel qu'il est représenté séparément en *N :* la rondeur lumineuse étant toujours du côté du soleil. Lorsque la *lune* est à 45° du soleil, ou à la huitième partie d'un cercle, nous disons qu'elle est dans son premier *octant ;* alors la partie éclairée, ou qui regarde le soleil, est *C D F*, la partie visible est *B C D ;* ainsi, nous n'appercevons que la partie *CD* de l'hémisphère éclairé ; alors la *lune* paroît sous la forme d'un croissant, tel qu'on le voit en *G ;* l'intérieur du croissant a la figure d'une ellipse, parce que le cercle, qui sépare la partie éclairée de la partie obscure, étant vu obliquement, paroît comme une ellipse. La surface de la partie éclairée est à-peu-près la septième partie de la surface de disque visible.

Dans le second octant, il ne manque, à notre vue, que la petite portion *IH*, & la *lune* paroîtra sous la forme *R ;* ce qui manque à son cercle est de la même grandeur qu'étoit la partie éclairée dans le premier octant, quand la *lune* étoit en *C.*

Le troisième octant *V*, qui arrive 45° au-delà de l'opposition, est semblable au second octant, & le quatrième octant *X* est pareil au premier octant *G.*

Dans les différentes phases de la *lune*, la largeur du segment lumineux de la *lune* est égale au sinus verse de l'angle d'élongation, en prenant pour rayon le rayon même du disque de la *lune*, ou la demi-distance des cornes du croissant.

Soit *S* le soleil (*fig.* 89), *T* le centre de la terre, *C* le centre de la *lune*, *AE* le diamètre de la *lune*, perpendiculaire au rayon du soleil, & qui sépare la portion éclairée *A NE*, de la portion obscure *A D E ;* le diamètre lunaire *ND*, perpendiculaire au rayon *T C* de la terre, sépare la partie visible *D A N*, de la partie invisible *DEN ;* on abaissera de l'extrêmité *A* du demi-cercle lumineux *E N A*, une perpendiculaire *A B* sur le diamètre *N D* de la *lune*, & la ligne *N B* sera la largeur apparente de la partie visible de l'hémisphère lumineux. En effet, de tout l'hémisphère lumineux *A N E*, il n'y a que la partie *A N* qui soit comprise dans l'hémisphère visible *D A N*, elle ne peut paroître à nos yeux que de la largeur *B N*, par la même raison que le demi-cercle

entier NAD ne paroît que comme un ſimple diamètre NBD, & qu'un hémiſphère entier ne paroît que comme un cercle, ou comme le plan qui en eſt la projection. La portion NB du diamètre viſible $NBCD$, eſt le ſinus verſe de l'arc NA. Cet arc NA, ou l'angle NCA, eſt égal à l'angle CTF, en ſuppoſant TF parallèle à CS; car l'angle NCA eſt le complément de l'angle ACT, à cauſe de l'angle droit NCT; mais l'angle FCT eſt le complément de l'angle FTC, à cauſe du triangle rectangle CFT; donc l'angle NCA eſt du même nombre de degrés que l'angle FTC. Cet angle FTC eſt égal à l'élongation de la *lune*, ou à la diſtance de la *lune* au ſoleil, parce que le ſoleil eſt ſuppoſé ſur la ligne TF, de même que ſur la ligne CS, à cauſe de ſa diſtance qui eſt très-grande en comparaiſon de CF; donc l'arc NA eſt égal à l'élongation de la *lune*; ainſi, la largeur du ſegment lumineux eſt le ſinus verſe de l'élongation.

Nous avons ſuppoſé, dans la démonſtration précédente, que les lignes CS & TF, menées au ſoleil, ſoit de la terre, ſoit de la *lune*, étoient ſenſiblement parallèles; cela n'eſt vrai qu'à-peu-près, & à cauſe de la grande diſtance du ſoleil, qui eſt 398 fois plus loin de nous que la *lune*; mais, ſi les rayons ST & SV (*fig.* 90), qui vont du ſoleil à la terre & à la planète, ne ſont pas parallèles, on aura l'angle extérieur TVO du triangle SVT égal à l'angle NVA, qui détermine le ſegment lumineux, l'un & l'autre angle étant le complément de l'angle AVT; or la partie éclairée & viſible NB, eſt égale au ſinus verſe de l'angle NVA; donc le diamètre entier eſt à la largeur de la partie éclairée & viſible d'une planète, comme le diamètre du cercle eſt au ſinus verſe de l'angle au centre de la planète, extérieur au triangle formé au ſoleil, à la terre & à la planète. C'eſt cet angle extérieur qu'il faut employer quand on veut calculer les phaſes de vénus; mais, pour la *lune*, il ſuffit d'avoir l'angle d'élongation.

Ainſi, pour tracer la figure du croiſſant, on décrira un cercle GNH (*fig.* 91); &, ſur le rayon GN, on prendra une portion BN égale au ſinus verſe de l'élongation, on décrira, ſur le diamètre GH, une ellipſe GBH, qui ſera le contour intérieur du croiſſant.

Les phaſes de la *lune* font juger de l'heure où la *lune* paſſe au méridien; pour cela, on remarquera, 1.° que le jour de la nouvelle *lune*, la *lune* paſſe au méridien en même tems que le ſoleil. 2.° Que, d'un jour à l'autre, le paſſage de la *lune* au méridien retarde d'environ trois quarts d'heure; ainſi, prenez autant de fois trois quarts d'heure qu'il y a de jours dans l'âge de la *lune*, & vous aurez le tems qui doit s'écouler entre l'heure de midi d'un jour donné, & le paſſage de la *lune* au méridien qui doit ſuivre. Cette pratique n'eſt qu'approchée, & ſeulement pour un uſage journalier & groſſier. Le véritable tems du paſſage de la *lune* au méridien, ſe trouve par les tables aſtronomiques, il eſt dans les éphémérides, & dans la *Connoiſſance des tems*.

Mouvement de la lune. La première connoiſſance exacte que l'on ait eue dans la grèce du mouvement de la lune, ou de la durée exacte de ſa révolution, fut celle que donna Méton, qui vivoit environ 436 avant Jeſus-Chriſt; il avoit reconnu, ou plutôt il avoit appris des Orientaux qu'en 19 années ſolaires, il ſe paſſoit 235 mois lunaires complets, chacun de 29 jours & demi; & cette détermination n'eſt en défaut que d'un jour ſur 312 ans; ainſi, la règle de Méton étoit aſſez exacte pour les uſages de la ſociété, c'eſt-à-dire, pour le calendrier civil.

Cette découverte parut ſi belle à Athènes & dans pluſieurs villes de la grèce, qu'on en expoſa le calcul en lettres d'or dans des endroits publics pour l'uſage des citoyens, & qu'on appella *nombre d'or*, cet eſpace de 19 ans, qui ramenoit exactement la *lune* en conjonction avec le ſoleil au même point du ciel, ou au même jour de l'année ſolaire; c'eſt encore aujourd'hui le *cycle lunaire*; après avoir comparé enſemble des éclipſes éloignées de pluſieurs ſiécles pour rendre moins ſenſible la petite erreur de chaque obſervation, on a trouvé exactement le mois lunaire de 29^j 12^h $44'$ $2''$ 7847.

Ce mois ſynodique de 29^j & demi, qu'on appelle auſſi *lunaiſon*, ne finit que quand la *lune*, après avoir fait le tour du ciel, eſt revenue en conjonction avec le ſoleil; mais, dans cet intervalle de tems, le ſoleil a fait lui-même $29°$ par ſon mouvement propre d'occident en orient; ainſi, la *lune* a fait $29°$ de plus que le tour entier; d'où il eſt aiſé de voir qu'elle n'auroit employé que 27 jours & un tiers à faire $360°$, c'eſt-à-dire, à revenir au même point du ciel; c'eſt cette révolution de 27 jours & un tiers qu'on appelle *mois périodique*; il eſt exactement de 27^j 7^h $43'$ $4''$ 6480, par rapport aux équinoxes, du moins pour ce ſiécle-ci. On en conclut le mouvement diurne de la *lune* $13°$ $13'$ $35''$. Le mouvement ſéculaire, par rapport aux étoiles, eſt de 1732559381'', en comptant 1336 révolutions complètes de la *lune* qu'il y a dans un ſiécle.

Il faut ajouter environ $7''$ à la révolution de la lune que nous venons de donner, quand on veut avoir la révolution moyenne de la *lune*, par rapport aux étoiles fixes, parce que, dans l'eſpace d'un mois lunaire, les équinoxes rétrogradent d'environ $4''$ de degré, en ſorte que la *lune* rencontre plutôt l'équinoxe qu'elle n'eût rencontré une étoile fixe ſituée au même point du ciel, & la différence eſt, pour la lune, de $7''$ de tems, la révolution moyenne ſidérale de la *lune* eſt de 27^j 7^h $43'$ $11''\frac{1}{2}$ tems moyen.

Inégalités de la lune. Il n'eſt aucun aſtre dont les mouvemens ſoient auſſi compliqués & auſſi

irréguliers, comme l'obfervoit déjà Pline le naturalifte : *multiformi hœc ambage torfit ingenia contemplantium, & proximum ignorari maxime fydus indignantium.* (*Hift. Nat.* l. 2, cap. 9).

Les inégalités, que l'obfervation feule a fait découvrir, font au nombre de quatre principales, fans compter le mouvement de l'apogée de la *lune* & le mouvement du nœud : la première eft *l'équation de l'orbite*; la feconde eft l'*évection*; la troifième eft la *variation*; la quatrième eft l'*équation annuelle.* A l'égard des petites inégalités que la théorie de l'attraction a indiquées, du moins à-peu-près, je ne chercherai pas à en donner une idée; on les a reconnues, foit par le calcul, foit par l'obfervation, à force d'effais, de tentatives, de combinaifons; il eft encore fort douteux qu'on les connoiffe bien, & perfonne n'a donné le détail prodigieux de ces calculs; mais je rapporterai la valeur de ces équations telles qu'on les emploie aujourd'hui.

Suivant l'Almagefte de Ptolémée, les anciens avoient remarqué, dans la *lune*, une inégalité d'environ 5° tous les 15 jours, & il ne s'agiffoit, pour cela, que de comparer la *lune* aux étoiles pendant un mois. Par le moyen des éclipfes de *lune*, qui revenoient dans le même ordre au bout de 18 ans & 10 jours, ils virent que l'inégalité de la *lune*, qui étoit d'environ 5 degrés, avoit recommencé 239 fois, que la révolution de la latitude, ou le retour de la *lune* à l'écliptique & à fon nœud, avoit eu lieu 242 fois, & celle de la longitude, ou le retour vers une même étoile, avoit recommencé 241 fois avec 10° 40′ de plus; ainfi, la *lune* avoit été 241 fois au même degré de longitude, 239 fois à fa diftance moyenne, ou au point de fa plus grande inégalité, & 242 fois à fon nœud, à quelque chofe près; il n'en falloit pas davantage pour les trois principales circonftances du mouvement de la *lune*, c'eft-à-dire, fon moyen mouvement; le mouvement de fon apogée, & celui de fon nœud, circonftances néceffaires pour trouver les quatre inégalités dont nous avons à parler. Les méthodes que nous avons expliquées en parlant des planètes, ne feroient pas fuffifantes pour la *lune*, à caufe du mouvement rapide de fon apogée & de fon nœud.

Cette période de 223 lunaifons, que les anciens avoient employée pour calculer les retours égaux des éclipfes, ramenoit la *lune* à une même latitude, auffi-bien qu'à une même fituation, par rapport au foleil. Ptolémée ajoute que, fi l'on ne s'attache pas aux éclipfes, & qu'on veuille feulement confidérer l'inégalité de la *lune* dans fon mouvement en longitude le long du zodiaque, en allant d'une pleine *lune* à l'autre, on aura des retours égaux de la *lune* en 251 mois, pendant lefquels il y aura eu 269 reftitutions des inégalités de la *lune*; mais alors la latitude aura été différente.

En examinant la *lune* dans l'efpace d'un mois, il n'étoit pas difficile de voir que tous les 7 jours il y avoit cinq à fix degrés d'inégalité, qu'au bout de 14 jours cette inégalité difparoiffoit, & ainfi de fuite; qu'il y avoit toujours, dans le mois, deux points éloignés tout-à-la-fois d'une demi-révolution en tems, & d'un demi-cercle en longitude; c'eft-à-dire, deux moitiés égales parcourues en tems égaux : en forte que les inégalités recommençoient toujours au bout de 27 jours & demi environ; mais, en faifant la même recherche en différens mois ou en différentes années, on remarqua bientôt que le point de la plus grande inégalité ne fe trouvoit pas au même point du ciel, vis-à-vis des mêmes étoiles, mais toujours un peu plus avancé dans le zodiaque, & cela d'environ 3 degrés à chaque mois ou à chaque révolution de la *lune*, en forte que le mouvement de la *lune*, par rapport à fon apogée, ou fon mouvement d'anomalie, étoit plus petit de $\frac{1}{120}$ que fon mouvement abfolu.

Pour expliquer cette première inégalité, on fuppofa que la *lune* décrivoit un cercle excentrique, comme nous l'avons expliqué pour le foleil; ou bien un épicycle placé fur un cercle concentrique, & en même tems que la ligne des apfides, c'eft-à-dire, la ligne, qui va de l'apogée au périgée, changeoit de pofition, & s'avançoit vers l'orient d'environ 3 degrés par mois. La révolution exacte de l'apogée eft fuivant les tables de Mayer de 8 ans & 312 jours, ou 3231 jours $8^h\ 34'\ 57''\ 6$ par rapport aux équinoxes, & de $3232^j\ 11^h\ 14'\ 31''\ 0$ par rapport aux étoiles.

Ptolémée trouva, par le moyen de trois éclipfes de *lune*, que l'équation de l'orbite étoit de 5°; c'eft ce nous appellons la *première inégalité de la lune*; elle eft appellée, dans Képler, *inequalitas foluta.* C'eft celle qui dépend de la figure elliptique de l'orbite lunaire.

Jufqu'au tems de Ptolémée, on ne connoiffoit que cette première inégalité de 5 degrés; ce fut lui qui reconnut que, dans les quadratures, l'inégalité alloit jufqu'à 7 degrés $\frac{2}{3}$; cette différence eft ce que nous appellons aujourd'hui l'*évection.* Horoccius l'expliqua par un changement d'excentricité dans l'orbite lunaire, avec un balancement dans l'apogée, comme nous l'avons dit au *mot* ÉVECTION. Neuton l'a employée fous cette forme.

Soit S le centre de la terre (*fig.* 87), C le centre de l'orbite que la *lune* eft fuppofée décrire, en forte que SCA foit la ligne des apfides, & SC l'excentricité de la *lune*; fi l'on fuppofe que le centre de l'orbite, au lieu d'être fixe en C, décrive la circonférence d'un petit cercle NGB, il en réfultera un double effet. 1°. La ligne des apfides SA changera de pofition; & au lieu d'être conftamment fur la direction SCA, elle paffera, par exemple, en SG, & fera, avec la première fituation, un angle ASG, qui eft l'équation de l'apogée.

2.° L'excentricité, au lieu d'être égale à *SC*, deviendra *SN*, *SG*, *SB*, & l'équation de l'orbite changera à proportion. Telle est l'hypothèse dont Horoccius fit usage pour la *lune*, afin de représenter la seconde inégalité, ou l'évection.

Les premières tables de Flamsteed, où cette théorie étoit employée avec des augmentations considérables, parurent dans le cours de Mathématiques de Jonas Moor, en 1681, & plusieurs auteurs l'ont adoptée. *Voyez* EVECTION. Mais on peut représenter les deux effets par une seule opération, en multipliant 1° 20′ par le sinus de la double distance de la *lune* au soleil, moins l'anomalie moyenne de la *lune*; c'est Euler qui, le premier, l'a employée sous cette forme.

La troisième inégalité de la *lune* étant une découverte de Tycho-Brahé, il est nécessaire de remonter à l'origine de ses recherches sur la théorie de la lune; elle étoit entrée pour beaucoup dans le projet que Tycho avoit conçu de réformer l'Astronomie, & de lui donner une nouvelle face; & il parle des inégalités de la *lune* dans un supplément de ses progymnasmes. Après avoir représenté les deux inégalités connues par le moyen d'un excentrique & de trois épicycles, il ajoute: mais j'ai éprouvé, par un grand nombre d'observations exactes, que ces trois cercles ne satisfont pas encore aux observations, & que, dans les octans, c'est-à-dire, à 45° des syzygies & des quadratures, il y a une autre différence sensible; j'ai donc été obligé d'ajouter un autre petit cercle qui sert pour expliquer cette variation, & je suppose que le centre du grand épycycle de la *lune* en parcourt, non pas la circonférence, mais le diamètre perpendiculaire au rayon, par un mouvement de libration qui soit réglé cependant de même que s'il se faisoit sur la circonférence, ainsi que l'a fait Copernic dans d'autres occasions, c'est-à-dire, proportionnellement au sinus des arcs parcourus; il en résulte une équation, qui, depuis les syzygies jusqu'aux quadratures, doit toujours s'ajouter à la longitude moyenne de la *lune* par rapport au soleil, pour avoir la véritable situation du centre de l'épicycle, mais qui est soustractive dans le second & le quatrième octant. Cette libration dépend de la vraie distance de la *lune* au soleil, & produit la *variation*, inégalité qui, suivant lui, a 40′ 30″ dans les octans; on remarquera que Tycho avoit déterminé cette inégalité avec bien de la précision, puisque, dans les premières tables de Mayer, elle étoit de 40′ 43″, dans celles de Flamsteed de 40′ 34″; mais, dans les nouvelles tables de Mayer, elle n'est que de 35′ 43″, ou 37′ 4″, en y comprenant les petites équations que la même table renferme.

L'équation annuelle de la *lune*, qui est d'environ 11′ 16″, est la dernière de celles que les observations seules avoient fait découvrir; elle est indiquée par Tycho, à la sixième page de sa théorie de la *lune*, où il est dit qu'une expérience répétée de plusieurs façons, lui a fait connoître que les mouvemens moyens de la lune exigent, pour être uniformes, une équation des jours, différente de celle que donnent les mouvemens du soleil.

Neuton reconnut aussi que cette équation suivoit de sa théorie; elle est de 11′ 49″ dans les tables de Flamsteed & de Halley; elle est accompagnée des deux équations analogues, l'une de 20′ pour l'apogée, l'autre de 9′ ½ pour le nœud, que Neuton a introduites; elles sont également employées dans les nouvelles tables de Mayer, l'une 23′ 12″, l'autre de 8′ 50″.

Les observations seules n'avoient pu faire découvrir aux astronomes que des inégalités qui alloient à plusieurs minutes; peut-être l'équation annuelle n'eût pas été reconnue par les observations, si elle n'avoit eu un retour constant dans les mêmes saisons de l'année, ce qui la rendoit remarquable. Aussi toutes les autres petites inégalités, dont il nous reste à parler, n'ont été d'abord soupçonnées que par la connoissance de l'attraction, & n'ont été déterminées qu'en comparant avec cette théorie un grand nombre de bonnes observations; il étoit réservé à Neuton de faire le plus grand pas dans la théorie de la *lune*, comme dans tout le reste; guidé par le principe de la gravitation universelle, & aidé des observations de Flamsteed, il détermina la quantité de plusieurs équations avec les époques & les moyens mouvemens de la *lune*. Cette belle théorie parut en 1702, dans l'ouvrage intitulé: *Davidis Gregorii Astronomiæ Physicæ & Geometricæ elementa, Oxonii*; 1702, *folio*, *Genevæ*, 1726, 2 vol. *in*-4.°, cette théorie fut réimprimée, en 1713, dans la seconde édition de Neuton, & plusieurs astronomes construisirent des tables sur cette théorie, sur-tout Flamsteed & Halley.

Dans le Commentaire que les PP le Seur & Jacquier, minimes, ont publié, en 1742, sur les principes de Neuton, Calandrini, habile professeur de mathématiques à Genève, & depuis l'un des principaux magistrats de la république, commenta fort au-long toute cette théorie, & tâcha de développer la méthode que Neuton avoit suivie ou pu suivre pour y parvenir: mais il avoua que, sur certains points, comme le mouvement de l'apogée & l'excentricité, il y avoit encore quelque chose à desirer de plus précis & de plus exact.

Jusqu'alors c'étoit la théorie de Neuton, la forme & presque les nombres qu'il avoit calculés, qui avoient produit toutes les tables de la *lune*; mais un géomètre, aussi laborieux que profond, commençoit, vers 1745, à attaquer le problême de trois corps dans toutes ses branches, c'étoit Léonard Euler. Il vit bientôt que Neuton n'avoit pas tiré des calculs de l'attraction, tout ce qu'on pouvoit en conclure; & il donna, dans ses Opuscules, en 1746, de nouvelles tables de la *lune*, où il avoit fait usage de la théorie autant qu'il

lui avoit été possible; il les donna beaucoup mieux encore trois ans après dans l'Almanach astronomique de Berlin pour 1750.

Clairaut & d'Alembert, qui s'occupèrent à-peu-près dans le même tems des mêmes questions, donnèrent aussi des tables de la lune en 1754. Mais Tobie Mayer, astronome de Gottingen, ayant comparé les tables d'Euler avec les observations, trouva moyen de les corriger avec tant de succès, qu'il publia, en 1753, dans le second volume des Mémoires de l'Académie de Gottingen, des tables qui ne s'écarteroient jamais de l'observation de 2′, tandis que, dans les tables de Halley, qui avoient été comparées avec beaucoup d'observations, il y avoit quelquefois des erreurs de 7 à 8 minutes; depuis ce tems-là, Mayer perfectionna ses tables au point que l'erreur n'est jamais de plus d'une minute; ce sont celles que j'ai publiées dans la seconde édition de mon *Astronomie* en 1771.

Ces tables de la *lune* ont pour fondement les observations mêmes; car, quoique Neuton eût trouvé à-peu-près la forme de ses équations par le principe, il en avoit déterminé la quantité par les observations de Flamsteed. Mayer chercha de même, dans la théorie & les calculs d'Euler, la forme de ses tables; mais il paroît qu'il les ajusta sur les observations de Bradley, à force de tentatives, d'essais & de calculs.

Cependant le seul principe de l'attraction, en raison inverse du carré de la distance, paroissoit devoir suffire pour calculer, sans le secours de l'observation, toutes les petites inégalités de la *lune*; c'est ce qu'ont entrepris les trois géomètres que j'ai cités; mais ils conviennent tous qu'il est douteux qu'on puisse parvenir à fixer, par la seule théorie, toutes ces petites inégalités. D'Alembert (dans le Mercure de septembre, 1757, *p.* 109) dit que la valeur des coëfficiens des équations lunaires, trouvées par la théorie, est encore fort incertaine; il me paroît très-douteux (ajoute-t-il) qu'on puisse parvenir à les fixer par la théorie seule.

Je finirai par indiquer les principaux ouvrages où ces calculs de l'attraction se trouvent avec une certaine clarté.

L'ouvrage de L. Euler a pour titre : *Theoria motus lunæ exhibens omnes ejus inæqualitates, authore, L. Eulero*, Petropoli, 1753, *in*-4.° La pièce du même auteur, qui a remporté le prix de l'Académie en 1770, contient sur la même matière beaucoup de nouvelles recherches, enfin il a donné, en 1772, un grand ouvrage, intitulé: *Theoria motuum lunæ*, dont M. J. A. Euler, son fils, M. Kraft & M. Lexell ont exécuté les calculs, avec de nouvelles tables qu'on a réimprimées, en 1783, dans la Connoissance des tems de 1786.

L'ouvrage de Clairaut est la pièce qui a remporté le prix de l'Académie de Péterſbourg, proposé, en 1750, sur la théorie de la *lune*; elle fut imprimée à Péterſbourg dès 1752, & Clairaut en a fait imprimer une nouvelle édition à Paris, chez Desaint & Saillant, 1765, avec des tables de la *lune*.

L'ouvrage où d'Alembert a approfondi cette matière, est intitulé: *Recherches sur différens points importans du systême du monde*, 1754, *in*-4.° 260 pages. On y trouve les tables de la *lune*; elles ont été publiées de nouveau, avec des corrections, dans le second volume de ses Opuscules Mathématiques, en 1762, de même que plusieurs nouvelles considérations sur la théorie de la *lune*, les volumes suivans de ses Recherches & de ses Opuscules contiennent beaucoup de supplémens.

On peut ajouter encore à ces trois grands ouvrages primitifs ceux de Mayer, de Simpson, du P. Walmsley, du P. Frisi, de M. de la Grange, de M. le Marquis de Condorcet, *&c.* sur la même matière.

Dans le tems que l'on ne connoissoit qu'imparfaitement la valeur des petites équations de la *lune*, on eut recours à une méthode empirique pour rectifier les tables. Les observations avoient appris qu'après 223 lunaisons, c'est-à-dire, 223 retours de la *lune* vers le soleil, les circonstances du mouvement de la *lune* revenoient les mêmes, par rapport au soleil & à la terre, & ramenoient dans son cours les mêmes irrégularités qu'on y avoit observées dix-huit ans auparavant. Une suite d'observations, continuées pendant une telle période avec assez d'assiduité & d'exactitude, devoit donc donner le mouvement de la *lune* pour les périodes suivantes. Ce travail, si long & si pénible d'une période entière bien remplie d'observations, fut entrepris par Halley, lorsqu'il étoit déjà dans un âge si avancé, qu'il ne se flattoit plus de le pouvoir terminer. Ce grand & courageux astronome nous avertit que, n'étant encore qu'à la fin d'une demi-période qui ne contient que 111 lunaisons, & qui ne donne pas si exactement que celle de 223, le retour des mêmes inégalités, il pouvoit déjà déterminer sur mer la longitude à 20 lieues près vers l'équateur, à 15 lieues près dans nos climats, & plus exactement encore plus près des poles. M. le Monnier a continué pendant les deux périodes suivantes, & M. Bradley a fait aussi, en angleterre, de pareilles observations.

Mais les tables de Mayer sont assez exactes pour qu'on n'ait plus besoin de la période de 18 ans.

Voici la valeur de toutes les équations, telles qu'elles résultent des nouvelles tables de Tobie Mayer, les meilleures qne l'on ait faites jusqu'à présent, & que j'ai publiées dans mon *Astronomie*.

Il faut appliquer ces équations à la longitude moyenne de la *lune*, qui est pour le premier janvier 1760, à midi $2^s\ 21^d\ 39'\ 58''$; la longitude de l'apogée est de $7^s\ 7^d\ 54'\ 19''$; & celle du nœud

nœud 2ˢ 26ᵈ 52′ 26″. Pour former les argumens de ces équations, on commence par chercher le vrai lieu du ſoleil, enſuite le lieu moyen de la *lune*, de ſon apogée & de ſon nœud pour le moment donné; le lieu de l'apogée, retranché du lieu moyen de la *lune*, donne ſon anomalie moyenne. On ajoute enſuite à cette anomalie moyenne l'équation annuelle, qui vient des inégalités de l'apogée = 23′ 12″ ſin. anom. moy. ☉, & au ſupplément du nœud ſon équation annuelle — 8′ 50″ ſin. anom. moy. ☉; mais on n'emploie l'anomalie de la *lune* corrigée, auſſi-bien que le nœud corrigé, que dans la onzième équation, pour laquelle on corrige encore l'anomalie avec toutes les dix premières équations. Pour la douzième, on applique à la diſtance de la *lune* au ſoleil la onzième équation. Pour la treizième, on emploie la longitude corrigée par la douzième; &, pour la quatorzième, on emploie la longitude vraie de la *lune* dans ſon orbite.

Table. *I.*	+ 11′ 16″ ſin. anom. ☉. Equation annuelle. — 4″ ſin. anom. moy. ☉.
II.	— 0° 0′ 54″ ſin. 2 diſt. moy. ☾. ☉ + anom. moy. ☉.
III.	— 0 1 9 ſin. 2 diſt. moy. ☾ ☉ — anom. moy. ☉.
IV.	+ 0 0 54 ſin. 2 diſt. moy. ☾ ☉ + anom. moy. ☾.
V. Evection.	— 1 20 33 ſin. 2 diſt. moy. ☾ ☉ — anom. moy. ☾. + 0 0 36 ſin. 4 diſt. moy. ☾ ☉ — 2 anom. moy. ☾.
VI.	+ 0 2 9 ſin. arg. évection + anom. moy. ☉.
VII.	+ 0 0 49 ſin. arg. évection. — anom. moy. ☉.
VIII.	+ 0 0 34 ſin. anom. moy. ☾ — anom. moy. ☉.
IX.	+ 0 0 58 ſin. 2 diſt. moy. ☾ ☉ — 2 arg. moy. de latitude.
X.	+ 0 0 16 ſin. diſt. moy. ☾ ☉ — anom. moy. ☾ ou ſin. (apogée ☾ - ☉). — 0 0 59 ſin. 2 diſt. moy. ☾ ☉ — 2 anom. moy. ☾, ou ſin. 2 (apogée ☾ — ☉).
XI Equat. de l'orbite.	— 6 18 15 ſin. anom. ☾ corrigée par les équations précéd. & par ſon équation annuelle. + 0 13 0 ſin. 2 anom. ☾. — 0 0 37 ſin. 3 anom. ☾. + 0 0 2 ſin. 4 anom. ☾.
XII. Variation.	— 0 1 55 ſin. diſt. ☾ ☉ corrigée par les équations précédentes. + 0 35 43 ſin. 2 diſt. ☾ ☉. + 0 0 2 ſin. 3 diſt. ☾ ☉. + 0 0 12 ſin. 4 diſt. ☾ ☉.
XIII.	+ 0° 1′ 23″ ſin. 2 arg. lat. corrig. — anom. corrigée.
XIV.	— 0 6 43 ſin. 2 arg. lat. C'eſt la réduction à l'écliptique.
XV.	— 0 0 18 ſin. long. moy. du nœud. C'eſt la nutation.

Comme la plupart des lecteurs aiment à entrevoir à-peu-près les raiſons générales des réſultats que le calcul démontre, je vais tâcher d'expliquer la manière dont la perturbation du ſoleil produit les trois principales inégalités de la *lune*, l'évection, la variation & l'équation annuelle.

L'évection eſt la principale inégalité que le ſoleil produit dans la *lune*; elle équivaut, ainſi que l'avoient ſuppoſé Neuton & Halley, à un changement d'excentricité dans l'orbite lunaire, joint à un mouvement de l'apogée. Lorſque le ſoleil répond à l'apogée ou au périgée de la *lune*, ou lorſque la ligne des apſides de la *lune* concourt avec la ligne des ſyzygies, la force centrale de la terre ſur la *lune*, qui eſt la plus foible dans la ſyzygie apogée, reçoit la plus grande diminution, & la force centrale, qui eſt la plus forte dans la ſyzygie périgée, y reçoit la moindre diminution; donc la différence entre la force centrale périgée & la force centrale apogée, ſera alors la plus grande; donc la différence des diſtances augmentera, c'eſt-à-dire, que l'excentricité ſera plus grande; auſſi l'obſervation prouve qu'alors la plus grande équation de la *lune* eſt de 7° & ⅓, tandis qu'elle n'étoit pas de 5°, lorſque la ligne des quadratures concouroit avec celle des ſyzygies.

Le mouvement de l'apogée vient de ce que la force centrale eſt diminuée; il doit donc être le plus grand quand la ligne des ſyzygies concourt avec la ligne des apſides, ou lorſque le ſoleil répond à l'apogée ou au périgée de la *lune*; quand il eſt dans les quadratures, le mouvement de l'apogée eſt au contraire le plus lent, parce que la diminution totale de la force centrale eſt la plus petite; quand le ſoleil eſt à 45° des apſides, le mouvement vrai de l'apogée eſt égal au mouvement moyen; mais ſon vrai lieu eſt alors le plus différent du lieu moyen, & l'équation eſt la plus forte, parce qu'elle eſt le réſultat de tous les degrés de viteſſe que l'apogée a reçus juſques-là par la cauſe que je viens d'indiquer.

La *variation* eſt l'inégalité de la *lune*, qui, ſur une orbite ſuppoſée circulaire, a lieu dans les octans, à cauſe de la force tangentielle qui tend à accélérer ou à retarder ſon mouvement. Soit *C* (*fig.* 78) le centre de la terre, *M* le centre du ſoleil, & *D G E* l'orbite de la *lune*; lorſqu'avant la conjonction, la *lune* eſt en *R*, elle eſt plus attirée que la terre, & elle eſt attirée dans la direction *R M*; alors ſa viteſſe s'accélère juſqu'à ce qu'elle ſoit en *A* dans ſa conjonction, où la viteſſe de la *lune*, ſur ſon orbite, eſt la plus grande. Lorſqu'elle eſt vers *T*, 45° après

la conjonction, sa longitude vraie est la plus avancée, de la quantité appellée *variation*, qui est de $37'$ additive; il est vrai que la vîtesse de la *lune* cesse d'accélérer, & commence à retarder dès que la lune a passé le point *A*, parce que le soleil ayant attiré la *lune* plus qu'il n'attiroit la terre pendant qu'elle alloit de *R* en *A*, il a augmenté sa vîtesse de plus en plus, jusqu'en *A*, où il cesse d'augmenter cette vîtesse; mais c'est en *A* que cette vîtesse s'est trouvée la plus grande, puisqu'elle n'a pas cessé d'être accélérée jusques-là; depuis ce point *A*, le soleil retirant la *lune* vers *M*, tend à diminuer la vîtesse; mais l'excès de celle qui est acquise sur la vîtesse moyenne, dure jusques dans l'octant *T*, 45° après la conjonction, où la vîtesse vraie est égale à la moyenne; c'est pourquoi l'équation de la variation est additive, & la plus grande possible à 45° de la conjonction, où la vîtesse est la plus forte.

L'équation annuelle, qui va jusqu'à $11'\frac{1}{4}$, vient de ce que le soleil, quand il est périgée, agit plus sur la *lune* que quand il est apogée; &, comme l'effet le plus considérable du soleil pendant une révolution entière de la *lune*, est de diminuer la force centrale de la *lune* vers la terre, cette force est la plus diminuée quand le soleil est périgée, alors le diamètre de l'orbite lunaire devient plus grand; car la *lune* étant moins attirée vers la terre, s'en éloigne nécessairement; son orbite, devenue plus grande, rend la durée de la révolution plus longue; car les carrés des tems des révolutions sont toujours comme les cubes des diamètres des orbites; le mouvement de la *lune* est donc ralenti dans la périgée du soleil, & l'équation annuelle commence alors à être soustractive.

Pour entendre cette conséquence, ainsi que les précédentes, il faut bien se souvenir que l'effet de ces sortes d'accélérations ne commence à avoir lieu réellement & dans l'observation, que quand la cause est la plus forte, & il est le plus grand quand la cause cesse d'agir; c'est ainsi que, dans le mouvement elliptique des planètes, le vrai lieu est le plus avancé au temps où l'accélération finit, & où commence le retardement, c'est-à-dire, à 9 signes d'anomalie; j'ai vu quelques auteurs donner des idées fausses d'inégalités de la *lune*, pour avoir perdu de vue cette considération.

Nœuds de la lune. L'orbite de la *lune* est inclinée sur l'écliptique, de même que celles de toutes les autres planètes; ainsi, la *lune* traverse l'écliptique deux fois dans chaque révolution, & sept jours après l'avoir traversée dans un de ses nœuds, elle s'en éloigne de 5°. Sans cette inclinaison, nous aurions tous les mois une éclipse de soleil le jour de la conjonction, & une de lune le jour de l'opposition. Mais au contraire, il y a des années entières où il n'arrive aucune éclipse de *lune*, (par exemple en 1763), parce qu'au moment de chaque opposition, la *lune* est trop éloignée de son nœud, & se trouve par conséquent au-dessus ou au-dessous de l'écliptique, où restent toujours le centre du soleil & l'ombre de la terre. Cette inclinaison qui n'est que de 5° dans les nouvelles ou pleines *lunes* qui arrivent à 90° des nœuds, se trouve de $5°\ 17'$ & demie dans les quadratures. Ce fut Tycho qui fit le premier cette importante observation. L'inclinaison moyenne est de $5°\ 8'\ 52''$. Le nœud ascendant de la *lune* ou celui par lequel elle traverse l'écliptique, en s'avançant vers le nord, s'appelle quelquefois *la tête du dragon*, & se désigne par ce caractère ☊. Le nœud descendant ou queue du dragon, se désigne par celui-ci ☋. Ce qu'il y a de plus remarquable dans les nœuds de la *lune*, c'est la promptitude de leur mouvement. Si la lune traverse l'écliptique dans le premier point du bélier ou dans le point équinoxial (comme cela est arrivé au mois de juin 1764), dix-huit mois après, c'est dans le commencement des poissons qu'elle coupe l'écliptique, c'est-à-dire, que le nœud a retrogradé de 30° ou d'un signe entier, & il fait tout le tour du ciel dans l'espace de 18 ans.

Ce mouvement des nœuds fut aisé à reconnoître en voyant la *lune* éclipser, par exemple, la belle étoile du cœur de lion, ou Régulus, qui est sur l'écliptique même; quand la *lune* éclipse régulus (comme cela est arrivé au mois de juin 1757) elle est évidemment dans son nœud, donc alors le nœud est à $4^s\ 26°$ de longitude, comme Régulus; mais quatre ou cinq ans après, la *lune* passant au même degré de longitude, se trouve à 5° au-dessous de l'étoile; cela prouve que le nœud est alors à 90° de l'étoile: au bout de 18 ans la *lune* repasse vers les mêmes étoiles, & tout recommence dans le même ordre.

Après avoir observé plusieurs fois ce retour, on a vu que les nœuds de la *lune* faisoient une révolution entière contre l'ordre des signes, en 18 ans & 228 jours, en $6798^j\ 4^h\ 52'\ 52''\ 3$, par rapport aux équinoxes, & de $6793^j\ 7^h\ 13'\ 17''\ 774$, par rapport aux étoiles fixes.

Tycho Brahé reconnut aussi dans le mouvement des nœuds une inégalité qui va jusqu'à $1°\ 46'$ en plus & en moins, & il vit que cette inégalité combinée avec celle de l'inclinaison se reduisoit à une équation de la latitude de la *lune*, qui est de $8'\ 49''$, multipliées par le sinus de deux fois la distance entre la *lune* & le soleil, moins l'argument de latitude de la *lune*. Le lieu du nœud de la *lune*, au commencement de 1772, étoit à $7^s\ 4^d\ 46'$; cela suffiroit pour trouver sa situation en tout tems.

Cependant, pour qu'on puisse ici trouver le dépôt de nos connoissances les plus exactes sur la théorie de la *lune*, à l'époque actuelle de 1784, nous allons rapporter encore l'équation entière de la latitude, suivant les nouvelles

tables de Mayer, comme nous l'avons fait pour la longitude.

Table I, *Latitude.* { — 5° 8′ 46″ fin. arg. de latit.
— 6″ fin. 3 arg. de latit.
II. + 8′ 49″ fin. 2 dift. ☾ ○ — arg. de latit.
III. + 2″ fin. arg. de latit. — anom. ○
IV. — 17″ 4 fin. arg. de lat. — anom. moy. ☾.
V. — 24″ 1 fin. arg. lat. — 2 anom. moy. ☾.
VI. + 2″ 7 fin. arg. latit. — 3 anom. moy. ☾.
VII. — 8″ 3 fin. 2 dift. ☾ ○ — arg. latit. + anom. ○.
VIII. — 3″ 7 fin. 2 dift. ☾ ○ — arg. lat. — anom. ○.
IX. — 2″ 2 fin. 2 dift. ☾ ○ — arg. latit. + anom. moy. ☾.
X. + 15″ 0 fin. 2 dift. ☾ ○ — arg. latit. — anom. moy. ☾.
XI. — 6″ 0 fin. 2 dift. ☾ ○ — arg. latit. — 2 anom. moy. ☾.

Le diamètre apparent de la *lune* varie, à raifon de fes diverfes diftances à la terre, parce que la *lune* décrit une ellipfe dont la terre occupe le foyer le plus grand diamètre périgée eft de 33′ 37″ dans les oppofitions, & le plus petit diamètre, lorfque la *lune* eft apogée & en conjonction, n'eft que de 29′ 25″, vu du centre de la terre. Ce diamètre augmente à mefure que la *lune* s'élève. *Voyez* DIAMETRE.

La manière la plus fimple de mefurer le diamètre de la *lune*, eft d'obferver le tems que le difque de la *lune* emploie à paffer par le méridien, ou de le mefurer avec les micromètres & les héliomètres.

La diftance de la *lune* à la terre fe trouve par le moyen de fa PARALLAXE. Cette diftance varie à raifon de l'excentricité de l'orbite lunaire.

La diftance qui répond à la parallaxe moyenne, 57′ 39″, eft de 85464 lieues de 25 au degré, ou de 2283 toifes chacune.

La diftance qui répond à la plus petite parallaxe...... 0 .... 53′ 53″ eft 91397
Celle qui répond à la plus grande parallaxe......... 61′ 25″ eft 80187
Ainfi, la diftance qui eft moyenne entre les extrêmes.. eft 85792
mais celle qu'on doit plutôt appeler la diftance moyenne, & qui répond à la parallaxe 57′ 3″ indépendante des inégalités, 86324 lieues.

Sur les autres circonftances des mouvemens de la *lune*. *Voyez* SELENOGRAPHIE, ECLIPSE, PARALLAXE, LIBRATION, CALENDRIER, PLANETE, où il y a une table des grandeurs; EXCENTRICITÉ, EQUATION, EQUATION SÉCULAIRE, DENSITÉ, DIAMETRE.

Sur l'ufage de la *lune* pour trouver les longitudes en mer. *Voyez* LONGITUDES, fur fes effets pour les marées, *V.* FLUX & REFLUX.

Lumière de la lune. Elle eft trois cent mille fois moindre que celle du foleil, fuivant les expériences que Bouguer a faites en les comparant l'une & l'autre avec la *lumière* d'une bougie placée dans l'obfcurité. *Traité d'optique fur la graduation de la lumière, in-4.°* 1760 : elle n'eft accompagnée d'aucune chaleur, même au foyer d'un verre ardent (*Mém. ac.* 1705).

Le docteur Hook cherchant la raifon de ce phénomène, obferve que la quantité de lumière qui tombe fur l'hémifphère de la pleine *lune*, eft difperfée avant que d'arriver jufqu'à nous, dans une fphère 188 fois plus grande en diamètre que que la *lune*, que par conféquent la lumière de la *lune* eft 104368 fois plus foible que celle du foleil, & qu'ainfi il faudroit qu'il y eût tout-à-la-fois dans les cieux 104368 pleines *lunes*, pour donner une lumière & une chaleur égale à celle du foleil à midi.

Mais fans avoir recours au calcul du docteur Hook, on peut en apporter une raifon fort fimple, favoir que la furface de la *lune* abforbe la plus grande partie des rayons du foleil, & ne nous en envoie que la plus petite partie.

La *lumière cendrée* de la lune eft une *lumière* foible qu'on apperçoit au-dedans du croiffant, & qui fait entrevoir toute la rondeur de la lune, quoique le foleil n'en éclaire qu'une petite partie. Les anciens ont été très-embarraffés fur la caufe de cette petite *lumière*. Mæftlinus fut le premier qui, en 1596, reconnut que c'étoit la *lumière* de la terre réfléchie fur la lune; Kepler, *Aftronomiæ pars optica*, *p.* 254. Comme la *lune* éclaire la terre d'une lumière qu'elle reçoit du foleil, de même elle eft éclairée par la terre qui lui renvoie auffi de fon côté par réflexion des rayons du foleil, & cela en plus grande abondance qu'elle n'en reçoit elle-même de la *lune*; car la furface de la terre eft environ treize fois plus grande que celle de la *lune*, & par conféquent en fuppofant à chacune de ces furfaces une texture femblable, eu égard à l'aptitude de réfléchir les rayons de lumière, la terre enverra à la *lune* dans cette fuppofition treize fois plus de lumière qu'elle n'en reçoit d'elle. Et cependant la lumière de la *lune* fuffit pour nous faire diftinguer la nuit tous les objets.. Or dans les nouvelles *lunes*, le côté éclairé de la terre eft tourné en plein vers la *lune*, & il éclaire par conféquent alors la partie obfcure de la *lune* : les habitans de la *lune*, s'il y en a, doivent donc avoir alors pleine terre, comme dans une pofition femblable nous avons pleine *lune*; de-là cette lumière foible qu'on appelle *lumière cendrée* & qu'on obferve dans les nouvelles *lunes*; car outre les cornes brillantes, on apperçoit encore le refte de fon difque, & même affez pour y appercevoir & diftinguer les grandes taches. Cette lumière va en s'affoibliffant à mefure que la *lune* s'écarte du lieu qu'elle occupoit relativement au foleil & à la terre, c'eft-à-dire, à mefure que la *lune* s'approche de fes quadratures.

Quand la *lune* parvient en opposition avec le soleil, la terre vûe de la *lune* doit paroître alors en conjonction avec lui, & son côté obscur doit être tourné vers la *lune*; dans cette position la terre doit cesser d'être visible aux habitans de la *lune*, comme la *lune* cesse de l'être pour nous lorsqu'elle est nouvelle dans sa conjonction avec le soleil; peu après les habitans de la *lune* doivent voir la terre cornue, en un mot la terre doit présenter à la *lune* les mêmes phases que la *lune* présente à la terre.

C'est vers le troisième jour de la *lune* que la *lumière* cendrée est la plus sensible, parce que la lune est assez dégagée des rayons du soleil, & que son croissant n'est pas assez fort pour éteindre la *lumière* cendrée & nous empêcher de la distinguer.

Nature & propriétés de la lune. La *lune* n'a point de lumière propre, ce qui se prouve de plusieurs manières. 1.° Elle ne montre qu'une petite partie de son disque, lorsqu'elle suit le soleil prêt à se coucher; cette portion croit à mesure que la lune s'éloigne du soleil jusqu'à la distance de 180° où elle est pleine; & diminue au contraire à mesure que l'astre s'approche du soleil, & la lune perd toute sa lumière lorsqu'elle l'a atteint, 2.° sa partie lumineuse est constamment tournée vers l'occident lorsqu'elle est dans son croissant, & vers l'orient quand elle est dans son décours; de tout cela il suit évidemment qu'elle n'a d'éclairée que la seule partie sur laquelle tombent les rayons du soleil; enfin cela se prouve par les phénomènes des éclipses, qui n'arrivent que lorsque la *lune* est pleine, c'est-à-dire, lorsqu'elle est éloignée de 180° du soleil, on doit donc en conclure qu'elle n'a point de lumière propre, mais qu'elle emprunte du soleil toute celle qu'elle nous envoie.

La *lune* disparoît quelquefois dans les éclipses par un ciel clair, serein, de façon qu'on ne sauroit la découvrir avec les meilleures lunettes, quoique des étoiles de la 5^e^ & 6^e^ grandeur restent toujours visibles. Kepler a observé deux fois ce phénomène en 1581 & 1583; Hévélius en 1620; Riccioli, d'autres jésuites de Bologne, & beaucoup d'autres personnes en hollande observèrent la même chose le 14 Avril 1642, quoique la *lune* fût restée toujours visible à Venise & à Vienne. Le 23 Décembre 1703, il y eut une autre disparition totale, la *lune* parut d'abord à Arles d'un brun jaunâtre, & à Avignon elle parut rougeâtre & transparente, comme si le soleil avoit brillé au travers; à Marseille un des côtés parut rougeâtre, & l'autre fort obscur; & à la fin, elle disparut entièrement, quoique par un tems serein. Ces couleurs qui paroissoient différentes dans un même tems, n'appartenoient donc pas à la *lune*, on pensa qu'elles venoient de quelque matière qui l'entouroit & qui se trouvoit différemment disposée pour donner passage à des rayons de telle ou telle couleur.

L'œil nud ou armé d'un télescope, voit dans la face de la *lune* des parties plus obscures que d'autres, qu'on appelle *taches*. A travers le télescope, les bornes de la lumière & de l'ombre paroissent dentelées & inégales, composées d'arcs dissemblables, convexes & concaves. On observe aussi des parties lumineuses, dispersées ou semées parmi de plus obscures, & on voit des parties illuminées par-delà les limites de l'illumination; d'autres intermédiaires, restant toujours dans l'obscurité & auprès des taches, ou dans les taches même.

Or, comme toutes les parties de la surface de la *lune* sont également illuminées par le soleil, puisqu'elles en sont également éloignées; il s'ensuit que s'il y en a qui paroissent plus brillantes, & d'autres plus obscures, c'est qu'il en est qui réfléchissent les rayons du soleil plus abondamment que d'autres, & par conséquent qu'elles sont de différente nature: les parties qui sont le plutôt éclairées par le soleil, sont nécessairement plus élevées que les autres, c'est-à-dire, qu'elles sont au-dessus du reste de la surface de la *lune*.

Hévélius rapporte qu'il a souvent trouvé dans un tems très-serein, lors même que l'on pouvoit voir les étoiles de 6^e^ & de 7^e^ grandeur, qu'à la même hauteur & à la même élongation de la terre, & avec la même lunette, la *lune* & ses taches n'étoient pas toujours également lumineuses, & visibles, mais qu'elles étoient plus brillantes, plus pures & plus distinctes dans un tems que dans un autre.

On a assuré quelquefois que saturne, jupiter & les étoiles fixes, lorsqu'elles se cachoient derrière la *lune*, paroissoient près de son limbe, soit éclairé, soit obscur, changer leur figure circulaire en ovale; mais dans d'autres occultations, on n'a point trouvé d'altération; or il arrive que le soleil & la *lune* se levant & se couchant dans un horizon vaporeux ne paroissent plus circulaires, mais elliptiques par la réfraction; on a cru pouvoir en conclure que dans les tems où la figure presque circulaire des planètes, est changée par la *lune*, cet astre est alors entouré d'une matière dense qui réfracte les rayons que ces planètes envoient; & que si, dans d'autres tems, on n'observe point ce changement de figure, cette même matière ne se trouve plus autour de la *lune*, mais je suis porté à croire que ces différences n'ont pas été bien observées.

La *lune* est un corps opaque, couvert de montagnes & de vallées. On a mesuré la hauteur d'une de ces montagnes, & l'on a trouvé qu'elle avoit environ 3 lieues de haut. *V.* SELENOGRAPHIE. Il y a dans la *lune* de grands espaces, dont la surface est unie & égale, & qui réfléchissent en même tems moins de lumière que les autres. Or, comme la surface des corps fluides

eſt naturellement unie, & que ces corps entant que tranſparens tranſmettent une grande partie de la lumière, & n'en réfléchiſſent que fort peu, pluſieurs aſtronomes ont conclu de-là que les taches de la *lune* étoient des corps fluides tranſparens, & que celles qui ſont fort étendues étoient des mers. Les parties lumineuſes des taches devoient être par la même raiſon des îles & des péninſules. Et puiſque dans les taches & près de leur limbe, on remarque certaines parties plus hautes que d'autres, il faut, diſoit-on, qu'il y ait dans les mers de la *lune* des rochers & des promontoires.

D'autres aſtronomes ont ſoutenu avec plus de fondement, qu'il n'y a point de mers dans la *lune*; ſi on regarde, diſent-ils, avec un bon téleſcope les grandes taches que l'on prend pour des mers, on y remarque une infinité de cavernes ou de cavités, ce qui s'apperçoit principalement par le moyen des ombres qui ſont jettées au-dedans lorſque la *lune* croît, ou lorſqu'elle eſt en décours. Or c'eſt, ajoutent-ils, ce qui ne paroît guère convenir à des mers d'une vaſte étendue. Ainſi, ils croient que ces régions de la *lune* ne ſont point des mers, mais qu'elles ſont d'une matière moins dure & moins blanche que les autres contrées des pays montueux.

La *lune* eſt entourée, ſuivant quelques aſtronomes, d'une athmoſphère; ils ſe fondent ſur ce que dans les éclipſes totales du ſoleil, on voit la *lune* environnée d'un anneau lumineux parallèle à ſa circonférence; dans la grande éclipſe de 1715, on vit l'anneau à Londres, & ailleurs; Kepler dit qu'on avoit vu la même choſe à Naples & à Anvers dans une éclipſe de 1605; & Wolf l'a obſervé auſſi à Léipſick dans une de 1706, décrite fort au long dans les *acta eruditorum*, avec cette circonſtance remarquable que la partie la plus voiſine de la *lune* étoit viſiblement plus brillante que celle qui en étoit plus éloignée, ce qui eſt confirmé par les obſervations des aſtronomes françois, (*Mémoires de l'Académie pour l'année* 1706). On en a conclu qu'il y avoit autour de la *lune* quelque fluide qui tout-à-la-fois réfléchiſſoit & briſoit les rayons du ſoleil; ce fluide devoit être plus denſe près du corps de la *lune*, & plus rare au-deſſus; or comme l'air qui environne notre terre eſt un fluide de cette eſpèce, on croyoit pouvoir en conclure que la *lune* avoit ſon air; on croyoit que l'air lunaire n'étoit pas toujours également tranſparent, qu'il changeoit quelquefois les figures ſphériques des étoiles en ovales; dans quelques-unes des éclipſes totales dont nous avons parlé, on avoit apperçu immédiatement avant l'immerſion un tremblement dans le limbe de la *lune* avec une apparence de fumée claire & légère qui ſe tenoit ſuſpendue au-deſſus durant l'immerſion, & qui s'étoit fait remarquer ſur-tout en Angleterre; or ces mêmes phénomènes s'obſervent dans notre air quand il eſt plein de vapeurs; il ſembloit donc que lorſqu'on les obſervoit dans la *lune*, ſon athmoſphère devoit être alors pleine de vapeurs & d'exhalaiſons: enfin puiſque dans d'autres tems l'air de la *lune* eſt clair & tranſparent, & qu'il ne produit aucun de ces phénomènes, on en concluoit que les vapeurs étoient alors précipitées ſur la *lune*, & qu'il falloit par conſéquent qu'il ſût tombé ſur cet aſtre de la roſée, de la pluie ou de la neige.

Cependant d'autres aſtronomes ont obſervé que quand des étoiles s'approchent de la *lune*, elles ne paroiſſent ſouffrir aucune réfraction ſenſible, ce qui prouve que la *lune* n'a point d'athmoſphère, du-moins telle que notre terre. Il y a beaucoup d'apparence que ſur la *lune* il n'y a jamais de nuages, ni de pluies. Car s'il s'y trouvoit des nuages, on les verroit ſe répandre indifféremment ſur toutes les régions du diſque apparent, en ſorte que ces mêmes régions nous ſeroient ſouvent cachées: or c'eſt ce qu'on n'a point obſervé. Il faut donc que le ciel de la *lune* ſoit parfaitement ſerein. On objecte que les nuages pourroient ſe trouver dans la partie de l'athmoſphère qui n'eſt point éclairée du ſoleil, parce que la chaleur eſt plus grande dans la partie éclairée, la ſeule qu'il nous eſt permis d'appercevoir; cette chaleur excitée par les rayons du ſoleil pourroit raréfier l'athmoſphère de la *lune*, mais la différence ne ſauroit être ſi forte. On objecte encore que M. le Monnier a remarqué en 1735 & 1738, que l'étoile Aldébaran s'avançoit en plein jour un peu ſur le diſque éclairé de la *lune*, où cette même étoile diſparut enſuite, après avoir entamé très-ſenſiblement le diſque, & cela vers le diamètre horizontal de la *lune*, mais on peut conclure de-là une inflexion ou une irradiation, plutôt qu'une athmoſphère comme la nôtre. La *lune* ayant de la reſſemblance avec la terre, on a conclu qu'elle renfermoit auſſi des tems où les plantes prennent racine, croiſſent & produiſent des ſemences pour nourrir des animaux; comme nous ſavons d'ailleurs que la nature eſt uniforme & conſtante dans ſes procédés, que les mêmes choſes ſervent aux mêmes fins: pourquoi ne conclurions-nous donc pas qu'il y a des plantes & des animaux dans la *lune*? A quoi bon ſans cela cet appareil de choſes qui paroît ſi bien leur être deſtinée? ces preuves ſe fortifioient en faiſant voir que notre terre eſt elle-même une planète, & que ſi on la voyoit des autres planètes, elle paroîtroit dans l'une ſemblable à la *lune*, dans d'autres à *Vénus*, dans d'autres à *Jupiter*, &c. En effet, cette reſſemblance, ſoit optique, ſoit phyſique, entre les différentes planètes, donneroit lieu de préſumer qu'il s'y trouve les mêmes choſes; mais s'il n'y a ni eau ni air, l'analogie devient bien foible.

M. de Buffon regarde la *lune* comme un corps refroidi & glacé, qui ne peut plus avoir ni air,

ni eau, ni végétation. (*Epoques de la nature.*) Les plus forts télescopes, ne nous montrent la *lune* que comme un reste de volcan sec & criblé de trous. M. du Séjour a trouvé que les rayons du soleil aux approches de la *lune*, éprouvoient une inflexion de 4″ au plus, ce qui suppose ou peu ou point d'athmosphère; ainsi, l'on ne peut rien affirmer sur la ressemblance de la *lune* & de la terre.

Influence de la lune. On a attribué autrefois beaucoup de puissance à la *lune* sur les corps terrestres, & plusieurs personnes sont encore dans cette opinion; cependant si l'on examine la chose avec attention, il ne doit point paroître impossible que la *lune* ne puisse avoir beaucoup d'influence sur l'air que nous respirons & les différens effets que nous y observons. Il est certain que le soleil & la *lune* sur-tout, agissent sur l'Océan, & causent le *flux* & le *reflux* de la mer. Or si l'action de ces astres est si sensible sur la masse des eaux, pourquoi ne le sera-t-elle pas sur l'athmosphère qui les couvre? Pourquoi ne causera-t-elle pas dans cette athmosphere des mouvemens & des altérations sensibles? Il est vrai que le vulgaire tombe dans beaucoup d'erreurs à ce sujet, & nous ne prétendons point adopter tous les préjugés sur la nouvelle *lune*, sur les effets de la *lune*, tant en croissant ou en décours, sur les remèdes qu'il faut faire quand la *lune* est dans certains signes du zodiaque; mais nous croyons pouvoir dire que plusieurs vents, par exemple, & les effets qui en résultent, peuvent être attribués à l'action de la *lune*; que par son action sur l'air que nous respirons, elle peut changer la disposition de nos corps, & occasionner des maladies: il est vrai que comme les dérangemens qui arrivent dans l'athmosphère ont encore une infinité d'autres causes dont la loi ne paroît point réglée, les effets particuliers de la *lune* se trouvant mêlés & combinés avec une infinité d'autres, sont par cette raison très-difficiles à connoître & à distinguer; mais cela n'empêche pas qu'ils ne soient réels, & dignes de l'observation des philosophes. Le docteur Mead, célèbre médecin anglois, a fait un livre qui a pour titre: *de imperio solis ac lunæ in corpore humano*, de l'empire du soleil & de la *lune* sur les corps humains. M. Toaldo, dans son *Essai Météorologique*, en a donné des preuves pour les années pluvieuses, de même que dans son *saros météorologique*. Journal de Physique, *tome* 21, *page* 176.

LUNE, (*Calendrier*), se dit du mois lunaire, une *lune*, deux *lunes*, &c. un mois, deux mois, comptés sur les phases de la *lune*. Le peuple dit aussi la *lune* de mars, la *lune* d'avril, &c. sans trop savoir ce qu'il entend par-là. Les savans ont quelquefois varié à ce sujet, & il sera utile d'en donner ici l'explication. Voyez *le Journal des Savans, de* 1771, *Journal de Paris, mars* 1783.

Dans le *Journal Ecclésiastique* (*janvier* 1771) M. Rondet a mis une assez longue dissertation pour prouver que la *lune* paschale doit être appellée *lune de mars*: mais l'usage est contraire; car, suivant l'ancienne règle des computistes, *in quo completur mensi lunatio detur*: la *lune* de mars est celle qui finit dans le mois de mars. Cet usage est attesté par Clavius (*Calend. Rom.*, *pag.* 156), par M. Blondel, de l'académie des sciences, maréchal-de-camp, mort en 1686, dans son *Histoire du calendrier romain*, publiée en 1682 (*pag.* 119,) & par l'auteur d'un mémoire intitulé: *Question curieuse*, où l'on demande de quel mois de l'année solaire doit prendre son nom chaque mois de l'année lunaire; (*Journal de Trévoux*, *mai* 1741). L'usage que je viens d'observer a été de même suivi dans le grand ouvrage intitulé: *l'Art de vérifier les dates*, édition de 1770, *in-fol. p.* 22, réimprimé en 1783, *p. xxvj.* Sur ce principe, la *lune* paschale n'est jamais la *lune* de mars; ce que l'on avoit déjà observé dans le *Mercure de France*, & dans le *Calendrier de la Flandre* pour l'année 1740.

Le vénérable Bede pensoit que le mois lunaire devoit prendre son nom du mois solaire où la pleine *lune* arrive; d'autres ont prétendu qu'il falloit donner au mois lunaire le nom du mois où la *lune* commençoit: mais dans une question de mots, si l'on veut prendre un parti, je crois qu'on peut s'en tenir à l'usage le plus général. L'on s'en est cependant écarté dans le *Colombat* ou *Calendrier de la Cour* jusqu'à 1770, où je fis supprimer la dénomination des *lunes*, en même temps que j'y fis quelques autres corrections.

Mais une semblable dénomination des *lunes* sera toujours équivoque; elle ne sera jamais comprise par le grand nombre de ceux qui s'en serviront; & c'est ce qui nous a obligé à n'en point faire usage.

Il faut convenir cependant que la dénomination des *lunes*, dans les 19 années du cycle lunaire, a dû faire adopter l'usage que j'ai expliqué ci-dessus, préférablement à tout autre. En effet, la première année du cycle lunaire, par exemple, 1767, a une lunaison qui commence le premier janvier, & finit le 30. C'est incontestablement dans son entier & pour tout le monde, la *lune* de janvier, & celle-là peut servir à régler toutes les autres. La suivante doit être naturellement appellée la *lune de février*: celle-ci finit en février. Il en est de même de toutes les suivantes, jusqu'au mois d'octobre de la troisième année, où il finit deux lunaisons, après lesquelles on commence à compter les *lunes* de la même manière. C'est donc naturellement la *lune*, qui finit dans un certain mois, qui doit en prendre la dénomination, supposé qu'on veuille attribuer une *lune* à chaque mois. *Voyez* CALENDRIER. (*D. L.*)

LUNE ROUSSE. Ceux qui se servent de ce mot là ne savent guères quels sens on doit y attacher. Voici cependant ce que j'ai entendu dire de plus vraisemblable. Cette *lune* commence en avril & finit en mai: vers la fin d'avril & le commence-

ment de mai, les gelées sont très-dangereuses; la pousse des plantes, des herbes, des arbres, est fort tendre: une gelée d'une certaine force est capable de tout gâter lorsque le soleil est ardent; on attribue à la *lune* ces sortes de gelées, après lesquelles le soleil survenant, brûle tout & rend ces tendres pousses toutes rousses: de-là, peut-être, est venu le nom de *lune rousse*. (*D. L.*)

LUNETTE, s. f. (*Dioptr.*) instrument composé d'un ou de plusieurs verres, & qui a la propriété de faire voir distinctement ce qu'on n'appercevroit que foiblement ou point du tout à la vue simple.

Il y a plusieurs espèces de *lunettes*; les plus simples sont les *lunettes* à mettre sur le nez, qu'on appelle autrement *besicles*, & qui sont composées d'un seul verre pour chaque œil. L'invention de ces *lunettes* passe pour être de la fin du xiij. siècle; on l'a même attribuée au moine Roger Bacon, mort en 1292, mais M. le Prince prouve qu'on les connoissoit dès l'an 1166. (*Journal des Savans*, 1782, *page* 181, *in*-4.°). On peut voir aussi le *traité d'optique* de M. Smith, & l'*histoire des Mathématiques* de M. de Montucla, *tome I*, *page* 424.

Il y a des *lunettes* à mettre sur le nez, qu'on appelle des *conserves*; mais elles ne méritent véritablement ce nom, que lorsqu'elles sont formées de verres absolument plans, dont la propriété se borneroit à affoiblir un peu la lumière sans changer rien d'ailleurs à la disposition des rayons. Dans ce cas, ils pourroient servir à une vue qui ne seroit ni *myope* ni *presbyte*, mais qui auroit seulement le défaut d'être blessée par une lumière trop vive. Ainsi les *lunettes* qu'on appelle *conserves*, ne méritent point ce nom, parce qu'elles sont presque toujours formées de verres convexes, qui servent à remédier à un défaut réel de la vue; défaut qui consiste à ne pas voir distinctement les objets trop proches & trop petits; ce défaut augmente à mesure qu'on avance en âge.

Les *lunettes* d'approche s'appellent quelquefois en latin *telescopia*, mais en françois on réserve le nom de télescopes aux instrumens formés par des miroirs. *Voyez* Télescope.

L'invention des lunettes d'approche, devenue si utile à l'astronomie, fut faite vers l'an 1609, par hasard en hollande; mais Molyneux, dans sa dioptrique, observe que Roger Bacon en avoit donné quelque idée; & Kepler, dans une dissertation imprimée en 1611, remarquoit que J. B. Porta, napolitain, en avoit parlé avant la fin du seizième siècle, d'une manière assez positive.

Galilée, dans le *nuncius sydereus*, publié au mois de mars 1610, raconte qu'environ 10 mois auparavant, le bruit s'étoit répandu qu'un certain hollandois avoit fait une *lunette*, par le moyen de laquelle les objets éloignés paroissoient fort proches. Il en chercha la raison, & méditant sur les moyens de faire un pareil instrument, par le moyen des loix de la réfraction, il y parvint bientôt. Il mit aux deux extrémités d'un tube de plomb, deux verres, plans d'un côté & sphériques de l'autre, mais dont l'un avoit un côté convexe, & l'autre un côté concave, alors il vit les objets trois fois plus près qu'à la vue simple. Galilée continua à perfectionner cette invention, & les découvertes les plus curieuses dans le ciel en furent le résultat.

Les *lunettes* dont se servent aujourd'hui les astronomes sont formées de deux verres convexes, dont l'un tourné du côté de l'objet s'appelle l'*objectif*, & l'autre vers lequel on place l'œil s'appelle l'*oculaire*. Voici en abrégé la manière dont se produit l'effet des *lunettes*, on le trouvera plus au long dans les livres d'optique déjà cités; je ne rapporterai ici que les principes les plus simples, pour mettre sur la voie le lecteur qui ne voudra pas recourir à d'autres livres.

Les rayons *S A*, *S A* (*fig.* 287 *d'Astronomie*), qui viennent d'un point lumineux, par exemple d'une étoile, sont parallèles entre eux, à cause de la grande distance; ils se réunissent en un foyer *F* & ils y forment l'image du point lumineux. C'est dans ce point où l'on place des fils; ces rayons, après s'être réunis au point *F*, s'écartent & vont tomber sur l'oculaire *GG*, duquel ils sortent parallèles pour entrer dans l'œil placé en *O*. Un œil bien constitué, c'est-à-dire, qui n'est ni myope ni presbyte, voit distinctement un objet, lorsque les rayons qui vont de l'objet à l'œil y arrivent parallèlement entre eux, & il voit l'objet sur l'axe optique *C F*, ou sur la ligne qui passe par l'objet, par le centre de l'objectif, & par le point *F* du foyer ou tous les rayons étoient rassemblés avant que d'arriver à l'oculaire.

Si l'on considère deux points lumineux, par exemple, les deux extrémités *S* & *L* d'un objet (*fig.* 288), on aura deux axes, *S A F* & *L A G*; le point *S* envoie une infinité de rayons parallèles entre eux, qui vont tous se réunir en un point *F*, pour arriver ensuite à l'œil parallèles entr'eux; c'est ainsi que l'œil apperçoit distinctement l'image de cet objet au point *F*; de même le point *L* envoie une infinité de rayons qui, couvrant la surface de l'objectif, vont ensuite se réunir au foyer *G*, sur l'axe *L A G*, & font voir distinctement le point *L*; l'angle que ces rayons *S A F* & *L A G* font entre eux après avoir traversé l'oculaire, lorsqu'ils arrivent à l'œil, est plus grand que celui des rayons directs; & l'on démontre dans les livres d'optique, que la grandeur apparente d'un objet est multipliée autant de fois que le foyer de l'objectif contient celui de l'oculaire; ainsi une lunette de 18 piés de foyer, avec un oculaire de 2 pouces de foyer, grossit un objet 108 fois, parce que deux pouces sont contenus 108 fois dans 18 pieds; avec une semblable lunette on voit les objets comme on les verroit s'ils étoient 108 fois plus près de nous qu'ils ne sont réellement.

La grandeur de l'image *G F*, répond à un angle

G A F, égale à l'angle *S A L*, qui mesure le diamètre de l'objet ; ainsi, pour qu'un objet qui a 32′ de diamètre puisse se voir dans une *lunette*, il faut que l'ouverture de l'oculaire soit assez grande pour que le demi-diamètre *B F* de cette ouverture soustende un angle de 16′ au centre *A* de l'objectif ; c'est cette ouverture de l'oculaire, ou plutôt celle du diaphragme ou du cercle de carton qu'on place au foyer *F* d'une *lunette*, qui décide seule du *champ* de la *lunette*, c'est-à-dire, de la grandeur de l'objet que l'on peut y appercevoir.

Le diamètre qui est l'ouverture de l'objectif, décide seul de la quantité de lumière ; elle est comme le carré du diamètre ; mais comme les surfaces des objectifs ne peuvent se travailler que dans des bassins circulaires, & que les surfaces sphériques ne réunissent pas tous les rayons réellement en un même point, on ne peut donner à l'objectif qu'une ouverture qui soit petite en comparaison de la longueur du foyer. Les lunettes ordinaires de 18 pieds, dont les astronomes se servent souvent, ne peuvent guères comporter une ouverture de plus de deux pouces & demi ; mais, depuis quelques années, ils emploient presque tous des lunettes acromatiques, c'est-à-dire, dont l'objectif est composé de deux sortes de verre, pour corriger la différente réfrangibilité des rayons, & l'aberration de la figure sphérique. *Voyez* ACHROMATIQUE.

LUNETTE MÉRIDIENNE, ou instrument des passages. *Voyez* PASSAGES.

LUNETTE PARALLATIQUE, ou machine parallatique. *Voyez* PARALLATIQUE.

LUNETTE DOUBLE, *iconantidyptique* ou *diplantidienne*, dans laquelle on voit deux images du même objet, l'une droite l'autre renversée. M. Jeaurat, de l'Académie des Sciences, remarquoit en 1778, que si dans une *lunette* méridienne où l'on observe le passage d'un astre, on voyoit deux images du même astre, l'une droite l'autre renversée, l'une avançant vers la droite & l'autre vers la gauche, le moment du concours des deux images seroit plus facile à saisir, & qu'on auroit plus exactement le passage au méridien, & qu'on seroit dispensé d'éclairer les fils, parce que le concours des deux images feroit voir le passage dans l'axe de la *lunette*. Il proposa son idée à M. Navarre, opticien qui logeoit à l'observatoire, & celui-ci en construisit une dont il y a une notice dans le *Journal de Physique*, décembre 1778, *page* 485. On l'appella d'abord iconantidyptique, d'après des mots grecs qui signifient images opposées doubles, ensuite diplantidienne, qui exprime aussi des images doubles opposées & semblables.

Pour construire cette *lunette*, il faut avoir un objectif qui soit percé d'un trou dans le milieu, dans ce trou l'on insere un tuyau qui porte deux autres objectifs, on a ainsi deux *lunettes* l'une dans l'autre, & le même oculaire sert à toutes les deux, la *lunette* extérieure n'a qu'un objectif, ainsi elle renverse les objets, la *lunette* intérieure en a deux, placés de manière que l'objet soit redressé, ainsi le même oculaire fait voir les deux images en sens contraire.

Mais comme l'objectif extérieur est en forme de zone ou d'anneau, il forme une *lunette* très-défectueuse, parce que le grand diamètre qu'il faut lui donner, produit une grande aberration de rayons colorés. La *lunette* intérieure ayant deux objectifs éloignés l'un de l'autre, est beaucoup moins bonne que les *lunettes* terrestres, qui ont un objectif avec trois oculaires pour redresser les objets ; d'ailleurs ces deux objectifs étant nécessairement fort convexes, sont sujets à une grande aberration de sphéricité.

Il faudroit que, dans cet instrument, on pût rendre le grossissement égal pour les deux *lunettes*, que les images eussent la même clarté, & que l'aberration fût la même. M. l'abbé Boscovich a cherché par l'analyse à remplir ces conditions, mais il a trouvé qu'en faisant les trois objectifs acromatiques, on auroit un effet beaucoup moindre que celui d'une *lunette* acromatique ordinaire qui seroit moitié plus courte.

On trouve des calculs pour cette sorte de *lunette*, par M. Jeaurat, dans les *Mémoires de l'Académie* pour 1779, dans les *Transactions Philosophiques*, & ensuite dans la *Connoissance des temps* de 1786, & M. Kratzenstein en a donné la construction dans les *mémoires de Péterbourg* pour 1779.

LUNETTE *d'épreuve*, (*Astron.*) est une *lunette* bien centrée, qui porte deux carrés aux extrêmités de son tube, & qui sert à vérifier divers instrumens ; cette *lunette* d'épreuve (*pl. d'Astron.*, *fig.* 236), peut s'appeller aussi *lunette centrée*, *lunette contre-pointée* ; les tasseaux carrés *C* & *D* doivent être exactement égaux & rectangles avec leurs faces opposées parallèles & bien dressées ; l'objectif doit être si bien centré, que la ligne *A B* passant par la croisée des fils, réponde au même point, lorsqu'on place la *lunette* sur chacune de ses deux faces à volonté : ceux qui font les instrumens d'astronomie, ont besoin de cette *lunette* d'épreuve, pour rendre la *lunette* d'un quart de cercle parallèle au plan. *Voyez* PARALLELISME. (*D. L.*)

LUNISOLAIRE, adj. (*Astronomie*) marque ce qui a rapport à la révolution du soleil & à celle de la lune, considérées ensemble. Le cycle lunaire de 19 ans est la première de toutes les périodes lunisolaires ; celle de 18 ans ou 223 lunaisons, ramene les éclipses dans le même ordre, mais dix jours plus tard.

On a quelquefois appellé année *lunisolaire*, une période d'années formée par la multiplication du cycle lunaire, qui est de 19 ans, & du cycle solaire qui est de 28. Le produit de ces deux nombres est 532. Cette période est aussi appellée *dionysienne*, du nom de Denys le Petit, son inventeur. Quand elle est révolue, les nouvelles & les pleines lunes reviennent à très-peu-près aux mêmes jours du mois ; & chaque jour du mois se trouve précisément au même jour de la semaine.

La période

La période *lunisolaire* de 600 ans, ramene le soleil & la lune au même point du ciel & presque au même jour de l'année; du moins son erreur n'est que la moitié de celle du cycle lunaire.

La période *lunisolaire* de Louis le Grand, proposée par Domin. Cassini, est de 11600 ans, elle ramene les nouvelles lunes presque à la même heure de l'année grégorienne. (*Règles de l'Astron. indienne*). (*D. L.*)

LUNULE, s. f. (*Géom.*) figure plane en forme de croissant, terminée par des portions de circonférence de deux cercles qui se coupent à ses extrêmités.

Quoiqu'on ne soit point encore venu à bout de trouver la quadrature du cercle en entier, cependant les géomètres ont trouvé moyen de quarrer plusieurs parties du cercle : la première quadrature partielle qu'on ait trouvée, a été celle de la *lunule*: nous la devons à Hippocrate de Chio. *Voyez* GÉOMÉTRIE.

Soit AEB (*Pl. de Géométrie, fig.* 8), un demi-cercle, & $GC = GB$; avec le rayon BC décrivez un quart de cercle AFB, $AEBFA$ sera la *lunule* d'Hippocrate.

Or, puisque le quarré BC est double de celui de GB, (*voyez* HYPOTHÉNUSE), le quart de cercle $AFBC$ sera égal au demi-cercle AEB; ôtant donc de part & d'autre le segment commun $AFBGA$, la *lunule* $AEBFA$ se trouvera égale au triangle rectiligne ACB, ou au quarré de GB. *Chambers.*

Voyez sur la *lunule* d'Hippocrate & sur Hippocrate même, les Mémoires de l'Académie des sciences de Prusse, *année* 1748. *Voyez* aussi l'*article* GÉOMÉTRIE.

Différens géomètres ont prouvé que non-seulement la *lunule* d'Hippocrate étoit quarrable, mais encore que l'on pouvoit quarrer différentes parties de cette *lunule*; ce détail nous meneroit trop loin. On peut consulter un petit écrit de M. Clairaut le cadet, qui a pour titre, *diverses quadratures circulaires, elliptiques & hyperboliques.* (*O*)

LYN

LYNX, (*Astron.*) constellation boréale introduite par Hévélius, pour rassembler des étoiles informes entre la grande ourse & le cocher, au-dessus des gémeaux : cette place restoit vide dans les anciens globes, ou servoit à mettre le titre & les explications. Ces étoiles ne sont que de la cinquième ou de la sixième grandeur; voilà pourquoi Hévélius leur donna le nom du *lynx*, qui passe pour avoir la vue très-perçante; cependant elles sont visibles à l'œil simple, & Hévélius en détermina dix-neuf; Flamsteed en a mis quarante-quatre dans son grand catalogue britannique, mais il les observoit avec des lunettes. La principale étoile du *lynx* est à l'extrêmité de sa queue, elle est de quatrième grandeur suivant Flamsteed; sa longitude en 1690 étoit de $4^s\ 7^d\ 31'\ 10''$; & sa latitude de $17^d\ 56'\ 0''$ boréale. (*D. L.*)

LYON, *voyez* LION.

LYRE, (*Astron.*) constellation boréale, appellée aussi en latin *lyra, cythara apollinis, orphei, mercurii, arionis, amphyonis; testudo sive chelys marina, fidicula, fides; falco sylvestris, vultur cadens, deferens psalterium, pupillam & testam; fidicen; aquila marina, aquila cadens.* La belle étoile de cette constellation s'appelle souvent aussi *la lyre, wega, pupilla, testa.* On représente communément un vautour qui porte une *lyre* ou plutôt un décacorde, & par-là on satisfait aux différens noms qu'a eus cette constellation. M. Dupuis croit que le nom de vautour est venu de ce qu'elle tournoit anciennement fort près du pôle; on compara ce mouvement à celui des oiseaux quand ils fondent sur leur proye; le nom de *testudo*, qui signifioit *tortue*, vient peut-être aussi de la lenteur de son mouvement; le nom de *lyre* peut venir encore de ce qu'anciennement les cordes de la lyre se montoient sur une écaille de tortue. On l'appelle *vultur cadens*, parce que le vautour regarde vers le midi, où il semble descendre, au lieu que l'aigle qu'on représentoit s'élevant vers le haut du ciel, s'appella *vultur volans.* Cette constellation servit dans la suite par son lever du soir, à fixer le commencement de l'année équinoxiale, & le départ des sphères, lorsque le taureau étoit le premier des signes (*Astron. T. IV.*) C'est ce vautour ou *accipiter* qu'on voit sur les obélisques égyptiens; & il fut adoré en orient, sous le nom de *Nesroch* ou *Nesr-Waki*; c'est le nom de cette constellation dans Ulug-Beigh. Elle est composée de 21 étoiles dans le catalogue britannique, la principale, qui est de première grandeur, avoit en 1750, $9^s\ 11^\circ\ 48'\ 37''$ de longitude, & $61^\circ\ 44'\ 50''$ de latitude boréale.

LYS, (*Astron.*) *voyez* FLEUR-DE-LYS.

MAC

MACERIS (*Astron.*) nom de la constellation d'hercule.

MACHINE, s. f. (*Hydraul.*) dans un sens général, signifie ce qui sert à augmenter & à régler les forces mouvantes de quelque instrument destiné à produire du mouvement, de façon à épargner ou du temps dans l'exécution de cet effet, ou de la force dans la cause. *Voyez* MOUVEMENT & FORCE.

Ce mot vient du grec μηχανὴ, *machine, invention, art.* Ainsi, une *machine* consiste encore plutôt dans l'art & dans l'invention que dans la force & dans la solidité des matériaux.

Les *machines* se divisent en simples & composées; il y a six *machines* simples auxquelles toutes les autres *machines* peuvent se réduire, la balance & le levier, dont on ne fait qu'une seule espèce; le

treuil, la poulie, le plan incliné, le coin & la vis. *Voyez* BALANCE, LEVIER, *&c.* On pourroit même réduire ces six *machines* à trois, le levier, le plan incliné & le coin; car le treuil & la poulie se rapportent au levier, & la vis au plan incliné & au levier. Quoi qu'il en soit, à ces six machines simples M. Varignon en ajoute une septième, qu'il appelle *machine funiculaire*. *Voyez* FUNICULAIRE.

Machine composée, c'est celle qui est en effet composée de plusieurs *machines* simples combinées ensemble.

Le nombre des *machines composées* est à présent presque infini, & cependant les anciens semblent en quelque manière avoir surpassé de beaucoup les modernes à cet égard; car leurs *machines* de guerre, d'architecture, *&c.* telles qu'elles nous sont décrites, paroissent supérieures aux nôtres.

Il est vrai que, par rapport aux *machines* de guerre, elles ont cessé d'être nécessaires depuis l'invention de la poudre, par le moyen de laquelle on a fait en un moment ce que les béliers des anciens & leurs autres *machines* avoient bien de la peine à faire en plusieurs jours.

Les *machines* dont Archimède se servit pendant le siège de Syracuse, ont été fameuses dans l'antiquité; cependant on révoque en doute aujourd'hui la plus grande partie de ce qu'on en raconte. Nous avons de très-grands recueils de *machines* anciennes & modernes, & parmi ces recueils, un des principaux est celui des *machines* approuvées par l'Académie des Sciences, imprimé en six volumes *in-4.°* On peut aussi consulter les recueils de Ramelli, de Lupold, & celui des *machines* de Zabaglia, homme sans lettres, qui, par son seul génie, a excellé dans cette partie.

Machine architectonique, est un assemblage de pièces de bois tellement disposées, qu'au moyen de cordes & de poulies un petit nombre d'hommes peut élever de grands fardeaux & les mettre en place: telles sont les grues, les crics, *&c.* *Voyez* GRUE, CRIC, &c.

On a de la peine à concevoir de quelles *machines* les anciens peuvent s'être servis pour avoir élevé des pierres aussi immenses que celles qu'on trouve dans quelques bâtimens anciens.

Lorsque les Espagnols firent la conquête du Pérou, ils furent surpris qu'un peuple qu'ils croyoient sauvage & ignorant, fût parvenu à élever des masses énormes, à bâtir des murailles dont les pierres n'étoient pas moindre que de dix piés en quarrée, sans avoir d'autres moyens de charrier qu'à force de bras, en traînant leur charge, & sans avoir seulement l'art d'échaffauder; pour y parvenir, ils n'avoient point d'autre méthode que de chausser la terre contre leur bâtiment à mesure qu'il s'élevoit, pour l'ôter après.

Machine hydraulique ou *machine à eau*, signifie ou bien une simple *machine* pour servir à conduire ou élever l'eau, telle qu'une écluse, une pompe, *&c.* ou bien un assemblage de plusieurs *machines* simples qui concourent ensemble à produire quelques effets hydrauliques, comme la *machine* de Marly. Dans cette machine, le premier mobile est un bras de la rivière de Seine, lequel, par son courant, fait tourner plusieurs grandes roues qui menent des manivelles, & celles-ci des pistons qui élevent l'eau dans les pompes; d'autres pistons la forcent à monter dans des canaux le long d'une montagne jusqu'à un réservoir pratiqué dans une tour de pierre fort élevée au-dessus du niveau de la rivière, & l'eau de ce réservoir est conduite à Versailles, par le moyen d'un aqueduc. M. Weidler, professeur en astronomie à Wirtemberg, a fait un traité de *machines hydrauliques*, dans lequel il calcule les forces qui font mouvoir la *machine* de Marly; il les évalue à 1000594 livres, & il ajoute que cette *machine* élève tous les jours 11700000 liv. d'eau à la hauteur de 500 piés. M. Daniel Bernoully, dans son *hydrodynamique*, *section* 9, a publié différentes remarques sur les *machines hydrauliques*, & sur le dernier degré de perfection qu'on leur peut donner.

Les pompes de la Samaritaine & du pont Notre-Dame à Paris, sont aussi des *machines hydrauliques*. La première a été construite pour fournir de l'eau au jardin des Tuileries, & la seconde en fournit aux différens quartiers de la ville. On trouve dans l'ouvrage de M. Belidor, intitulé: *architecture hydraulique*, le calcul de la force de plusieurs *machines* de cette espèce. *Voyez* la description de plusieurs des ces *machines*, au *mot* HYDRAULIQUE.

Les *machines* militaires des anciens étoient de trois espèces: les premières servoient à lancer des flèches, comme le scorpion; des pierres ou des javelines, comme la catapulte; des traits ou des boulets, comme la baliste; des dards enflammés, comme le pyrobole: les secondes servoient à battre des murailles, comme le belier: les troisièmes enfin, à couvrir ceux qui approchoient des murailles des ennemis, comme les tours de bois, *&c.* *Voyez* SCORPION, CATAPULTE, *&c.*

Pour calculer l'effet d'une *machine*, on la considère dans l'état d'équilibre, c'est-à-dire, dans l'état où la puissance qui doit mouvoir le poids ou surmonter la résistance, est en équilibre avec le poids ou la résistance. On a donné pour cela des méthodes aux *mots* EQUILIBRES & FORCES MOUVANTES, & nous ne les répéterons point ici; mais nous ne devons pas oublier de remarquer qu'après le calcul du cas de l'équilibre, on n'a encore qu'une idée très-imparfaite de l'effet de la *machine*: car comme toute *machine* est destinée à mouvoir, on doit la considérer dans l'état de mouvement, & alors il faut avoir égard, 1.° à la masse de la *machine*, qui s'ajoute à la résistance qu'on doit vaincre, & qui doit augmenter par conséquent la puissance; 2.° au frottement qui augmente prodigieusement la résistance, comme on le peut voir aux *mots* FROTTEMENT & CORDE, où l'on trouvera quelque essais de calcul à ce sujet. C'est principalement ce

frottement & les loix de la résistance des solides, si différens pour les grands & pour les petits corps (*voyez* RÉSISTANCE ;) ce sont, dis-je, ces deux causes qui font souvent qu'on ne sauroit conclure de l'effet d'une *machine* en petit à celui d'une autre *machine* semblable en grand, parce que les résistances n'y sont pas proportionnelles aux dimensions des *machines*. Sur les *machines* particulières, *voyez* les différens *articles* de ce Dictionnaire, LEVIER, POULIE, &c. (O)

MACHINE *qui se meut d'elle-même*, (*Méchan.*) Un machiniste de Gorcum en Hollande donna, il y a quelques années, l'idée d'une *machine* capable de se mouvoir d'elle-même, ou plutôt par la force attractive de deux pierres d'aimant. Voici la description de cette invention singulière, dont on voit la figure dans les *planches de Méchan. fig.* 201.

Cette *machine* est composée d'un chassis *A B C D*, dans lequel elle se meut.

E & F, sont deux roues de cuivre de même diamètre, dont l'axe *G* est mobile.

1, 2, 3, &c. sont des aimans artificiels placés dans les dents & tout autour de la roue, fort près l'un de l'autre, mais qui ne se touchent point. Les poles du nord regardent le point *E*, & ceux du sud le point *F*.

H & *I*, sont deux aimans égaux & semblables, enchâssés dans la plaque de cuivre *A C*, le plus près l'un de l'autre qu'il est possible.

K & *L*, sont deux autres aimans enchâssés dans la plaque *B D*.

Comme le pole nord d'un aimant repousse le même pole d'un autre, & attire celui du sud, & qu'en général celui-ci repousse le pole sud, & attire celui du nord, il s'ensuit que le pole sud de l'aimant *I* doit attirer tous ceux du nord qui sont en *E*, & le pole nord de l'aimant *H*, repousser tous ceux du nord dans le point *M*: de même *K* attire au point *N*, & repousse au point *O*, au moyen de quoi la *machine* tourne sans cesse.

Comme sa réussite dépend en partie de la proximité des poles, je suis d'avis qu'on ne les espace que d'$\frac{1}{20}$ de pouce. La proportion des autres parties dépend de la volonté de l'artiste. On posera les aimans de champ, & non à plat, &, pour les conserver, on les armera d'un cercle de cuivre.

Le machiniste de Gorcum, à qui l'on doit la première idée de cette *machine*, prétendoit qu'elle conserveroit son mouvement tant que les aimans conserveroient leur vertu. (*Cet article est tiré des journaux anglois, & traduit par V.*)

MACHINISTE, s. m. (*Art méchan.*) est un homme qui, par le moyen de l'étude de la Méchanique, invente des *machines* pour augmenter les forces mouvantes, pour les décorations de théâtre, l'Horlogerie, l'Hydraulique & autres.

MACHINE *parallatique*. *V.* PARALLATIQUE.

MACHINE *pneumatique*, (*Astron.*) *Antlia pneumatica*, constellation méridionale introduite par l'abbé de la Caille, entre l'hydre & le vaisseau. La principale étoile est de 5^e^ grandeur, son ascension droite, pour 1750, est de 153° 55′ 52″, & sa déclinaison 29° 47′ 4″ australe. Ainsi, elle est élevée de 11° à Paris. (*D. L.*)

MAD

MADRIERS, s. m. (*Hydraul.*) : ce sont des planches fort épaisses de bois de chêne, qui servent à soutenir les terres, ou à former des plates-formes pour asseoir la maçonnerie des puits, des citernes & des bassins. (*K*)

MAIA, nom d'une des *pléïades*.

MAIN *de justice*, (*Astron.*), constellation placée entre pégase, céphée & andromède. *Voyez* SCEPTRE.

MAISON *céleste*, dans l'ancienne astrologie, est la douzième partie du ciel, comprise entre deux cercles de position. Ces cercles passent par les deux intersections du méridien & de l'horizon, & coupent l'équateur en douze parties égales.

La première *maison*, qui suit immédiatement le point ascendant au-dessous de l'horizon à l'orient, est appellée *horoscope* ; on l'appelle aussi la *maison de la vie* & *l'angle oriental*.

La seconde *maison*, qui suit plus bas, est appellée la *maison des richesses* ou *des espérances de fortune*.

La troisième est la *maison des frères*.

La quatrième, dans le plus bas du ciel, est la *maison des parens*, *l'angle de la terre*, le *fond du ciel*.

La cinquième est la *maison des enfans*.

La sixième, la *maison de la santé*.

La septième, la *maison du mariage* & *l'angle d'occident*.

La huitième, *maison de la mort & porte supérieure*.

La neuvième, *maison de la piété* ou *de la religion*.

La dixième, *maison des offices, dignités, couronnes*.

L'onzième, *maison des amis, des bienfaits*.

La douzième, *la maison des ennemis, de la prison*.

Ces douze *maisons* célestes sont représentées en deux façons par les astrologues, dans un cercle & dans un carré, comme on le voit dans les figures 231 & 232 des *planches d'Astronomie*.

Quand on construit un thême de nativité, l'on marque, dans chaque case, les situations des planètes qui occupent chaque maison.

Les anciens auteurs d'éphémérides, tels que Maginus, Stadius, Origanus, Argoli, expliquoient fort au long la manière de trouver le commence-

ment de chaque *maison*, *domorum cuspides*, par le calcul & par des tables qu'on avoit dressées pour cet effet. Le point culminant de l'écliptique est le commencement de la 10^{e} *maison*. La longitude de la première *maison* est le point ascendant, ou le *nonagesime* augmenté de trois signes. La première colonne de ces tables est intitulée: *tempus à meridie*, c'est l'ascension droite du milieu du ciel pour le moment de la nativité. Mais nous n'expliquerons pas ici le calcul des *maisons* : il y a maintenant trop peu de personnes qui donnent dans ces vieilles rêveries. (*D. L.*)

MAPPEMONDE, carte géographique où sont représentés les deux hémisphères; ordinairement, par une projection stéréographique, l'œil étant supposé dans l'équateur & à 90° du premier méridien.

M A R

MARÉE, (*Phys.*) s. f. se dit de deux mouvemens périodiques des eaux de la mer, par lesquels la mer s'élève & s'abaisse alternativement deux fois par jour. On appelle aussi ce mouvement *flux & reflux de la mer*.

Quand le mouvement de l'eau est contraire au vent, on dit que *la marée porte au vent*. Quand on a le cours de l'eau & le vent favorable, on dit *qu'on a vent & marée*. Quand le cours de l'eau est rapide, on l'appelle *forte marée*. On dit, *attendre les marées* dans un parage ou dans un port, quand on mouille l'ancre, ou qu'on entre dans un port pendant que la *marée* est contraire, pour remettre à la voile avec la *marée* suivante & favorable. On dit, *refouler la marée*, quand on va contre le cours de la *marée*.

Quand la lune entre dans son premier & dans son troisième quartier, c'est-à-dire, quand on a nouvelle & pleine lune, les *marées* sont hautes & fortes, & on les appelle *grandes marées*. Et quand la lune est dans son premier ou dans son dernier quartier, les *marées* sont basses & lentes, on les appelle *marées* mortes, *mortes-eaux* ou *eaux mortes*.

Nous avons donné, au *mot* FLUX & REFLUX, les principaux phénomènes des *marées*, & nous en avons expliqué la cause. *Voyez* aussi le *dictionnaire de Marine*.

MARS, (*astronomie*), est une des cinq planètes principales, & la moins éloignée de nous, des trois supérieures; elle est placée entre la terre & Jupiter, on la distingue par sa couleur rougeâtre.

Son caractère est ♂, sa moyenne distance du soleil est à la moyenne distance du soleil à la terre comme 152369, est à 100000, & son excentricité est à la même moyenne distance du soleil à la terre comme 14211 est à 100000, ce qui donne pour l'équation 10° 40′ 20″. L'inclinaison de son orbite, c'est-à-dire, l'angle formé par le plan de son orbite & celui de l'écliptique, est d'un degré 51 min. Le tems périodique dans lequel il fait sa révolution autour du soleil, est de 686 jours 22 heures 18 minutes 27″, mais il revient en opposition au bout de 2 ans, 49 jours, 22^{h} 28′ 26″. Sa révolution autour de son axe se fait en 24 heures 39′ 21″$\frac{2}{3}$. Son diamètre paroît de 26 à 27 secondes, quand il est le plus près de nous.

Mars a des phases comme la lune, selon ses différentes situations, à l'égard de la terre & du soleil, car il paroît plein dans ses oppositions & ses conjonctions; parce qu'alors tout l'hémisphère qu'il nous présente est éclairé par le soleil. Dans ses quadratures, nous ne voyons pas tout entier l'hémisphère qui est éclairé du soleil, mais il n'est jamais en croissant comme la lune ou les planètes intérieures.

Quand cette planète est en opposition avec le soleil, elle se trouve beaucoup plus près de la terre que quand elle approche de sa conjonction, phénomène qui auroit suffi pour faire tomber absolument l'hypothèse de Ptolémée. *V.* SYSTÊME.

La distance de *mars* à la terre étant alors deux ou trois fois moindre que celle du soleil, sa parallaxe doit être deux ou trois fois plus grande que celle du soleil; ce qui fait que quoique la parallaxe du soleil soit très-difficile à déterminer à cause de sa petitesse, on peut la déterminer plus exactement par le moyen de la parallaxe de *mars*, qui à l'horizon est d'environ 25 secondes.

Le docteur Hook observa, en 1665, plusieurs taches sur le disque de *mars*, & comme elles avoient un mouvement, il en conclut que la planète tournoit autour de son centre. En 1666, M. Cassini observa plusieurs taches sur les deux faces ou hémisphères de *mars*, & il trouva en continuant ses observations avec grand soin, que ces taches se mouvoient peu-à-peu d'Orient en Occident, & qu'elles revenoient dans l'espace de 24 heures 40 min. à leur première situation. Mais M. Herschel l'a déterminé plus exactement.

Mars paroît toujours rougeâtre & d'une lumière trouble, d'où plusieurs astronomes ont conclu qu'il est environné d'une athmosphère épaisse & nébuleuse.

Outre la couleur rougeâtre de *mars*, on croit avoir encore une autre preuve de son athmosphère : lorsqu'on voit quelques étoiles fixes près de son disque, elles paroissent alors obscures & presqu'éteintes, mais ces observations sont rares.

La distance de cette planète au soleil étant à celle du soleil à la terre, comme 3 à 2, si l'on étoit placé dans *mars* on verroit le soleil d'un tiers moins grand qu'il ne nous paroît ici, & par conséquent le degré de lumière & de chaleur que *mars* reçoit du soleil, est moins grand que celui qu'on en reçoit sur la terre, en raison de

4 à 9. Cette proportion peut néanmoins varier sensiblement, eu égard à la grande excentricité de cette planète.

La période ou l'année de *mars*, suivant qu'on l'a déjà observé, & presque deux fois aussi grande que la nôtre; & son jour naturel où le tems que le soleil y paroît sur l'horizon (est presque égal au nôtre. L'inclinaison de l'axe sur l'orbite de *mars* est de 28° 42′, suivant les nouvelles observations de M. Herschel; ainsi, la diversité des saisons y est plus grande que sur la terre, où il n'y a que 23° 28′ d'obliquité. On avoit cru mal-à-propos jusqu'ici qu'il ne pouvoit y avoir que fort peu de variété de saisons, & presque point de différence de l'été à l'hiver, quand à la longueur des jours & à la chaleur. D'ailleurs des lieux situés en différentes latitudes, c'est-à-dire, à différentes distances de son équateur, recevront différens degrés de chaleur, par rapport à l'inclinaison différente des rayons du soleil sur l'horizon, comme il nous arrive à nous-mêmes lorsque le soleil est dans l'équinoxe ou dans les tropiques.

Grégori essayoit de rendre raison par-là des bandes qu'on remarque dans *mars*, c'est-à-dire, de certaines barres ou filets qu'on y voit & qui y sont placés parallèlement à son équateur: sur la terre le même climat reçoit, en des saisons différentes, différens degrés de chaleur; dans *mars*, le même parallèle devant toujours recevoir un degré de chaleur presqu'égal, il s'ensuivoit que ces taches pouvoient vraisemblablement se former dans *mars* & dans son athmosphère, comme la neige & les nuages se forment dans le nôtre, c'est-à-dire, par les intensités du chaud & du froid constamment différentes en différens parallèles, & que ces bandes pouvoient venir à s'étendre en cercles parallèles à l'équateur ou au cercle de la révolution diurne. Ce même principe donneroit du moins la solution du phénomène des bandes de jupiter, qui sont beaucoup plus fortes; cette planète a réellement en effet un équinoxe perpétuel.

On voit souvent dans *mars* de grandes taches disparoître après quelques années ou quelques mois, tandis qu'on y en voit d'autres se former & subsister plusieurs mois, plusieurs années. Ainsi, il faut qu'il se fasse dans *mars* d'étranges changemens, puisqu'ils sont si sensibles à une telle distance, & que la surface de la terre soit bien tranquille en comparaison de celle de *mars*; car à peine s'est-il fait depuis 4000 ans quelques légers changemens sur la surface de notre globe. Nos terres, nos grandes chaînes de montagnes, nos mers n'offrent que des changemens qui ne seroient point apperçus de *mars* avec les meilleures lunettes. Il faut néanmoins que la terre ait eu des révolutions considérables, puisque des arbres enfoncés à de fort grandes profondeurs, des coquillages & des squelettes de poissons ensevelis sous les terres & dans les montagnes, en sont la preuve, mais ces révolutions sont anciennes & très-lentes.

Si l'on imaginoit un spectateur placé dans *mars*, il verroit à peine mercure, excepté sur le disque du soleil ou dans sa conjonction avec cet astre, c'est-à-dire, lorsque mercure passe sur le soleil & qu'il nous paroît alors à nous-mêmes en forme de tache. Un spectateur placé dans *mars* verroit Vénus à la même distance du soleil que mercure nous paroît, & la terre à la même distance que nous voyons Vénus; & quand la terre seroit en conjonction avec le soleil & fort près de cet astre, le même spectateur placé dans *mars* verroit alors ce que nous voyons dans Vénus; c'est-à-dire, que la terre lui paroîtroit en croissant.

Dans la planète de *Mars* on observe beaucoup moins d'irrégularités par rapport à son mouvement, que dans Jupiter & dans Saturne: l'excentricité de son orbite est constante, au-moins sensiblement, & le mouvement de son aphélie paroît uniforme; aussi est-ce de toutes les planètes celle dont le mouvement de l'aphélie est le mieux connu; & que Neuton a choisi pour en déduire le mouvement des aphélies des planètes inférieures.

Neuton ayant pris vraisemblablement un milieu entre les deux résultats du mouvement de l'aphélie de *mars*, donnés par Kepler & par Boulliaud, le supposa de 1° 58′ $\frac{1}{3}$ en 100 ans, c'est-à-dire, de 35′ plus grand que la précession des équinoxes, il l'a ensuite établi de 33′ 20″; mais il nous semble que le mouvement de cet aphélie n'est que de 1° 51′ 40″, ou 27′ 55″ par rapport aux étoiles, en y employant les plus récentes observations comparées à celles de Tycho & du dernier siècle. Quant au nœud de *mars*, il étoit en 1780, à 1 signe 17° 56′, & son mouvement est de 1° 6′ 20″ par siècle. *Mars* n'a point de satellite; cependant la terre en a un; Jupiter, environ cinq fois aussi loin du soleil que la terre, en a quatre; & Saturne, près de deux fois aussi loin que Jupiter, en a cinq, sans compter l'anneau qui lui tient lieu de plusieurs satellites pour l'éclairer pendant la nuit. L'esprit systématique, la commodité des analogies, & le penchant que nous avons à faire agir la nature selon nos vues & nos besoins, n'ont pas manqué de persuader à bien des philosophes que les satellites avoient été donnés aux planètes les plus éloignées du soleil, comme un supplément à la lumière affoiblie par l'éloignement, & en plus grand nombre, suivant qu'elles étoient plus éloignées de cet astre. Mais la planète de *mars* vient rompre ici la chaîne de l'analogie, étant beaucoup plus loin du soleil que nous, & n'ayant point de satellite, du-moins n'a-t-on pu lui en découvrir aucun jusqu'ici, quelque soin que l'on se soit donné pour cela. Fontenelle fait cette remarque dans la pluralité des mondes, & il ajoute que si

mars n'a point de ſatellite, il faut qu'il ait quelque choſe d'équivalent pour l'éclairer pendant ſes nuits. Il conjecture que la matière qui compoſe cette planète, eſt peut-être d'une nature ſemblable à celle de certains phoſphores, & qu'elle conſerve pendant la nuit une partie de la lumière qu'elle a reçue durant le jour. Voilà de ces queſtions ſur leſquelles il eſt permis, faute de faits, de penſer également le pour & le contre. *(O)*

MARTEAU, eſpèce de pinnule mobile ſur une *arbalète*.

MASSES des planètes, ſe trouve par la vîteſſe & la diſtance de leurs ſatellites. *Voyez* DENSITÉ & PLANÈTE.

MATHÉMATICIEN, ENNE, (*Mathémat.*) ſe dit d'une perſonne verſée dans les Mathématiques.

MATHÉMATIQUE *ou* MATHÉMATIQUES, ſ. f. (*ordre encyclop. entend. raiſon, philoſophie ou ſcience, ſcience de la nature, Mathématiques*) c'eſt la ſcience qui a pour objet les propriétés de la grandeur entant qu'elle eſt calculable ou meſurable. *Voyez* GRANDEUR, CALCUL, MESURE, &c.

Mathématiques au pluriel eſt beaucoup plus uſité aujourd'hui que *Mathématique* au ſingulier. On ne dit guère la *Mathématique*, mais les *Mathématiques*.

La plus commune opinion dérive le mot *Mathématique* d'un mot grec, qui ſignifie *ſcience*; parce qu'en effet on peut regarder, ſelon eux, les *Mathématiques*, comme étant la ſcience par excellence, puiſqu'elles renferment les ſeules connoiſſances certaines accordées à nos lumières naturelles; nous diſons à *nos lumières naturelles*, pour ne point comprendre ici les vérités de foi, & les dogmes théologiques.

D'autres donnent au mot *Mathématique* une autre origine, ſur laquelle nous n'inſiſterons pas, & qu'on peut voir dans l'*hiſtoire des Mathématiques* de M. Montucla, *pag.* 2 & 3. Au fond, il importe peu quelle origine on donne à ce mot, pourvu que l'on ſe faſſe une idée juſte de ce que c'eſt que les *Mathématiques*. Or cette idée eſt compriſe dans la définition que nous en avons donnée; & cette définition va être encore mieux éclaircie.

Les *Mathématiques* ſe diviſent en deux claſſes; la première, qu'on appelle *Mathématiques pures*, conſidère les propriétés de la grandeur d'une manière abſtraite : or la grandeur ſous ce point de vue, eſt ou calculable, ou meſurable : dans le premier cas, elle eſt repréſentée par des nombres; dans le ſecond, par l'étendue : dans le premier cas les *Mathématiques pures* s'appellent *Arithmétique*; dans le ſecond, *Géométrie*. *Voyez* les mots ARITHMÉTIQUE & GÉOMÉTRIE.

La ſeconde claſſe s'appelle *Mathématiques mixtes*; elle a pour objet les propriétés de la grandeur concrète, entant qu'elle eſt meſurable ou calculable; nous diſons *de la grandeur concrète*, c'eſt-à-dire, de la grandeur enviſagée dans certains corps ou ſujets particuliers. *Voyez* CONCRET.

Du nombre des *Mathématiques mixtes*, ſont la Méchanique, l'Optique, l'Aſtronomie, la Géographie, la Chronologie, l'Architecture militaire, l'Hydroſtatique, l'Hydraulique, l'Hydrographie ou Navigation, &c. *Voyez* ces mots. *Voyez* auſſi le *Diſcours Préliminaire* qui eſt à la tête du premier volume de cet ouvrage; toutes les diviſions des *Mathématiques* y ſont détaillées avec beaucoup de ſoin & de méthode; ainſi, nous nous diſpenſerons de rappeller ici ce qui a été déjà dit ſur ce ſujet.

Nous avons pluſieurs cours de *Mathématiques*; celui de M. Wolf, en 5 vol. *in*-4.° eſt eſtimé, mais il n'eſt pas exempt de fautes. Au reſte, ſi on réunit l'introduction à l'analyſe des infinis par M. Euler, 2 vol. *in*-4.°; ſon calcul différentiel, 1 vol. *in*-4.°; ſon calcul intégral, 3 vol. *in*-4.°; ſa méchanique, 2 vol. *in*-4.°; ſa dioptrique, 3 vol. *in*-4.°; ſon livre de la ſcience navale, 2 vol. *in*-4.° On aura le cours le plus complet, le plus étendu, le mieux fait qui exiſte juſqu'à préſent (en 1785); mais le grand nombre de volumes dont ce cours eſt compoſé, fait aſſez voir qu'il ne convient qu'à ceux qui ſe propoſent d'approfondir toutes les parties des Mathématiques, & d'en reculer les bornes. Ceux à qui des occupations trop multipliées, ou d'autres raiſons ne permettent pas de former un projet ſi vaſte, pourront ſuivre le cours de M. l'Abbé Boſſut, à l'uſage des ingénieurs, excellent dans ſon genre. Ce cours eſt compoſé de l'arithmétique & l'algèbre, 1 vol. *in*-8.°; de la géométrie, 1 vol. *in*-8.°; de la méchanique, 1 vol. *in*-8.°; de l'hydrodynamique, 2 vol. *in*-8.° Ceux même qui ſe propoſent de lire le cours de M. Euler ne pourront pas ſe diſpenſer de voir celui-ci, au moins en partie, parce qu'il contient les premiers élémens de la ſcience que M. Euler ſuppoſe le plus ſouvent. *Voyez* COURS & ELÉMENS DES SCIENCES. A l'égard de l'hiſtoire de cette ſcience, nous avons à préſent, avant 1760, tout ce que nous pouvons deſirer ſur ce ſujet, depuis l'ouvrage que M. de Montucla a publié en 2 vol. *in*-4.°, ſous le titre d'*hiſtoire des Mathématiques*, & qui comprend juſqu'à la fin du xvij.e ſiècle. *Voyez* auſſi le diſcours préliminaire, qui commence le premier volume de ce Dictionnaire.

Quant à l'utilité des *Mathématiques*, *voyez* les différens articles déjà cités; & ſur-tout les *articles* GÉOMÉTRIE & GÉOMÈTRE.

Nous dirons ſeulement ici, que, ſi pluſieurs écrivains ont voulu conteſter aux *Mathématiques* leur utilité réelle, ſi bien prouvée par la préface de l'hiſtoire de l'Académie des Sciences, il y en a eu d'autres qui ont cherché dans ces ſciences des objets d'utilités frivoles ou ridicules. On peut en voir un léger détail dans l'*hiſtoire des Mathéma-*

tiques de M. Montucla, *tome I, pag.* 37 & 38. Cela me rappelle le trait d'un chirurgien, qui, voulant prouver la néceſſité que les chirurgiens ont d'être lettrés, prétend qu'un chirurgien qui n'a pas fait ſa rhétorique, n'eſt pas en état de perſuader à un malade de ſe faire ſaigner lorſqu'il en a beſoin.

Nous ne nous étendrons pas ici davantage ſur ces différens ſujets, non plus que ſur les différentes branches des *Mathématiques*, pour ne point répéter ce que nous avons déja dit, ou ce que nous dirons ailleurs. *Voyez* auſſi l'*article* PHYSICO-MATHÉMATIQUES.

Différentes branches des *Mathématiques* ſe diviſent encore en ſpéculatives & pratiques. *Voyez* ASTRONOMIE, GÉOMÉTRIE, *&c.* (*O*).

MATHÉMATIQUE, adj. ſe dit de ce qui a rapport aux opérations, ou aux ſpéculations *mathématiques*; ainſi, on dit un calcul *mathématique*, une démonſtration *mathématique*, &c. *Voyez* DÉMONSTRATION, *&c.*

MATIN, ſ. m. (*Aſtron.*) eſt le commencement du jour, ou le temps du lever du ſoleil; mais on comprend auſſi ſous ce nom tout l'eſpace qui eſt depuis minuit juſqu'à midi.

L'étoile du *matin* eſt la planète de Vénus, quand elle eſt occidentale par rapport au ſoleil, c'eſt-à-dire lorſqu'elle ſe lève un peu avant lui. Dans cette ſituation, les Grecs l'appelloient *phoſphore*, & les Latins *lucifer.*

MAXIMUM, ſ. m. ou *plus grand en Mathématiques*, (*anal.*), marque l'état le plus grand où une quantité variable peut parvenir, eu égard aux loix qui en déterminent la variation.

* Par exemple, ſoit y une fonction quelconque de la variable x & de conſtantes, ſi, par la ſuppoſition de $x=a$, cette fonction devient plus grande ou plus petite que par toute autre ſuppoſition, alors (y) eſt appellée *maximum* ou *minimum* abſolu de y [(y) étant y, dans laquelle on a changé x en a)]. J'ai dit *abſolu*, pour diſtinguer cet état de la fonction, du M ou m relatif. Effectivement il pourroit arriver que la ſuppoſition de $x=a$ rendît la fonction M ou m, pour toute valeur de x qui ne feroit pas au-deſſous de $a-k$ & au-deſſus de $a+k'$, mais non pour toutes les valeurs poſſibles de x: alors la ſuppoſition de $x=a$ donne un M ou m relatif, & le plus grand ou le plus petit des M ou m relatifs eſt appellé M ou m *abſolu*.

* Nous allons donner une méthode appartenante à Maclaurin (*voyez* ſon *Traité des Fluxions*), pour trouver tous les M ou m relatifs, & par comparaiſon le M ou m abſolu; mais, pour cela, il faut établir le lemme ſuivant.

Lemme. Soit ${}'y$ ce que devient y, ſi on change, dans cette dernière fonction, x en $x+z$, on pourra développer ${}'y$ ſuivant les puiſſances de z, & écrire,

$${}'y = {}_0A + {}_1Az + {}_2Az^2 + {}_3Az^3 + {}_4Az^4 + \&c.,$$ équation dans laquelle les coëfficiens A ne contiennent pas z. Cette équation doit ſe vérifier pour une valeur quelconque de z; elle doit donc ſe vérifier quand $z=o$; donc ${}_0A=y$ différentiant relativement à z, on a $\frac{d'y}{dz} = {}_1A + 2\,{}_2Az + 3\,{}_3Az^2 + 4\,{}_3Az^3 + \&c.$; faiſant $z=o$, on aura $a=$ à ce que devient $\frac{d'y}{dz}$ dans la même ſuppoſition; mais ${}'y$ eſt compoſé de $x+z$, comme y l'eſt de x; donc $\frac{d'y}{dz}$ on $\frac{d'y}{d(x+z)}$ ſera auſſi compoſé de $x+z$, comme $\frac{dy}{dx}$ l'eſt de x; donc $\frac{d'y}{dz} = \frac{dy}{dx}$ dans le cas de $z=o$; donc ${}_0A = \frac{dy}{dx}$ Différentiant l'équation une ſeconde fois, on a $\frac{dd'y}{dz^2} = 2\,{}_2Az + 2.3\,{}_3Az^2 + 3.4\,{}_4Az^3 + \&c.$ Faiſant $z=o$, on a $2\,{}_2A = \frac{ddy}{dx_2}$; on trouvera de même $2.3\,{}_3A = \frac{d^3y}{dx^3}$; $2.3.4\,{}_4A = \frac{d^4y}{dx^4}$, & ainſi des autres; donc

$${}'y = y + z\frac{dy}{dx} + \frac{z^2}{1.2}\frac{ddy}{dx^2} + \frac{z^3}{1.2.3}\frac{d^3y}{dx^3} + \frac{z^4}{1.2.3.4}\frac{d^4y}{dx^4} + \&c.$$

&, ſi on changeoit z en $-z$, on auroit

$${}'y = y - z\frac{dy}{dx} + \frac{z^2}{1.2}\frac{ddy}{dx^2} - \frac{z^3}{1.2.3}\frac{d^3y}{dx^3} + \frac{z^4}{1.2.3.4}\frac{d^4y}{dx^4} - \&c.$$

Uſage de ce lemme. Mettant dans ces dernières équations pour x la valeur a qui rend $y\,M$ ou m, on aura

$$({}'y) = (y) + z\left(\frac{dy}{dx}\right) + \frac{z^2}{1.2}\left(\frac{ddy}{dx^2}\right) + \frac{z^3}{1.2.3}\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right) + \frac{z^4}{1.2.3.4}\left(\frac{d^4y}{dx^4}\right) + \&c. \;\&$$

$$({}'y) = (y) - z\left(\frac{dy}{dx}\right) + \frac{z^2}{1.2}\left(\frac{ddy}{dx^2}\right) - \frac{z^3}{1.2.3}\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right) + \frac{z^4}{1.2.3.4}\left(\frac{d^4y}{dx^4}\right) - \&c.$$

Suppoſons que les quantités $\left(\frac{dy}{dx}\right)$, $\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)$, &c. ne ſont point infinies; alors on pourra faire z ſi petit, que la ſomme de tous les termes qui ſuivent $z\left(\frac{dy}{dx}\right)$, ajoutée à ce terme ou retranchée, ne puiſſe en changer le ſigne, quand même ils ſeroient en nombre infini; donc, ſi $\left(\frac{dy}{dx}\right)$ eſt poſitif, la première valeur de $({}'y)$ ſera plus grande que (y), la ſeconde plus petite; & au contraire, ſi $\left(\frac{dy}{dx}\right)$ eſt négatif; (y) ne ſera donc ni M, ni m, ce qui eſt contre l'hypothèſe; donc il faut que $\left(\frac{dy}{dx}\right)$ ſoit o, & par conſéquent

a doit être racine de l'équation $\frac{dy}{dx} = o$. Ainſi, on aura $({}^{1}y) = (y) + \frac{z^2}{1.2}\left(\frac{ddy}{dx^2}\right) + \frac{z^3}{1.2.3}\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right) + \frac{z^4}{1.2.3.4}\left(\frac{d^4y}{dx^4}\right) + \&c.$; & $({}^{1}y) = (y) + \frac{z^2}{1.2}\left(\frac{ddy}{dx^2}\right) - \frac{z^3}{1.2.3}\left(\frac{d^3y}{dd^3}\right) + \frac{z^4}{1.2.3.4}\left(\frac{d^4y}{dx^4}\right) - \&c.$ On pourra faire z ſi petit, que la ſomme des termes qui ſuivent $\frac{z^2}{1.2}\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, ajoutée à ce terme ou retranchée, ne puiſſent en changer le ſigne ; donc, ſi $\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$ eſt poſitif ou négatif, les deux valeurs de $({}^{1}y)$ ſeront plus grandes ou plus petites que (y); ainſi, (y) ſera *m* ou *M*; mais, ſi $\left(\frac{ddy}{dx^2}\right) = o$, on aura,

$$({}^{1}y) = (y) + \frac{z^3}{1.2.3}\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right) + \frac{z^4}{1.2.3.4}\left(\frac{d^4y}{dx^4}\right) + \&c. \;\&$$

$$({}^{1}y)y - \frac{z^3}{1.2.3}\left(\frac{d^2y}{dx^3}\right) + \frac{z^4}{1.2.3.4}\left(\frac{d^4y}{dx^4}\right) - \&c.;$$

on prouvera, comme ci-deſſus, que, ſi $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)$ n'eſt pas *o*, l'une des valeurs de $({}^{1}y)$ ſera plus grande que (y), & l'autre plus petite, & par conſéquent (y) ne ſera ni *M* ni *m*. Si $\left(\frac{d^3y}{dx^2}\right) = o$, on raiſonnera ſur $\left(\frac{d^4y}{dx^4}\right)$, comme on a fait ſur $\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, & ainſi de ſuite.

Règle. Avec une racine de l'équation $\frac{dy}{dx} = o$, formez les valeurs $\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)$, $\left(\frac{d^4y}{dx^4}\right)$, &c. juſqu'à celle qui ne devient pas *o*. Si cette valeur eſt une différence impaire, la racine vérifiée ne donnera ni *M* ni *m*. Si cette valeur eſt une différence paire, (y) ſera *M* ou *m*, ſelon que cette différence ſera négative ou poſitive.

Je ne parlerai pas de la ſeconde hypothèſe, où quelques-unes des quantités $\left(\frac{dy}{dx}\right)$, $\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, &c. deviendroient infinies, ſoit parce que ce cas ſe préſente peu ſouvent, ſoit parce que le développement en eſt trop compliqué pour trouver place dans ce Dictionnaire. Je ne dirai rien, par les mêmes raiſons, du cas où *y* ne ſeroit donné en *x* qu'implicitement ; c'eſt-à-dire, par une équation inſoluble. Ceux qui deſireront de plus grands détails, pourront conſulter le *dixième & le onzième chapitre du Calcul différentiel* de M. Euler, *ſeconde partie.*

MAXIMUM, (*Géom. Analyſe.*) On ne s'occupera, dans cet article, que des conditions de *maximum* pour les fonctions dont la valeur eſt indéterminée.

Les géomètres du ſiécle dernier ont réſolu pluſieurs problêmes particuliers de ce genre, tels que celui du ſolide de la moindre réſiſtance, de la brachyſtochrone, des iſopérimètres. M. Euler a le premier donné une méthode générale pour le cas où il n'y a que deux variables, où une de leurs différences eſt ſuppoſée conſtante, & où la fonctiou contient un nombre indéfini de ſignes d'intégration, ou bien eſt donnée par une équation du premier ordre.

Cette méthode eſt fondée ſur la conſidération des lignes courbes. M. de la Grange en a donnée une autre qui eſt purement analytique, n'a pas beſoin qu'on ſuppoſe une des différences conſtantes, s'étend aux équations d'un ordre quelconque & à un nombre quelconque de variables. Depuis ce tems, M. le chevalier Borda a donné, dans les *Mémoires de l'Acad. des Sciences*, pour l'année 1767, une méthode qui lui eſt propre, & qui partage, avec celle de M. Euler, l'avantage de donner les formules pour les équations aux différences finies. M. Euler à réſolu les mêmes problêmes que M. de la Grange, par une nouvelle méthode analytique. Enfin MM. Fontaine & de la Plaee ont donné des formules pour le même problême ; mais leurs méthodes n'ont en elles-mêmes rien de particulier. J'ai fait de mon côté, pluſieurs remarques ſur cette matière, dans mes différens eſſais ſur le calcul intégral.

Je vais donner ici l'eſprit de la méthode de M. de la Grange, le détail ſeroit déplacé dans un ouvrage comme celui-ci.

1.° Soit $\int Z$ une fonction qui doit être un *maximum* ou un minimum, Z étant fonction de x, y, z, dx, dy, dz, &c., & aucune différentielle n'étant ſuppoſée conſtante. On aura, à cauſe de la propriété du *maximum*, $\frac{d\int Z}{dx} = 0$, $\frac{d\int Z}{d\,dx} = 0$, $\frac{d\int Z}{d\,d^2x} = 0$, &c., & de même pour chaque variable. Il ne faut donc plus que trouver ces valeurs, ſoit $B = \int Z$, $dB = d\int Z = \int dZ$, ou $d\,dB = dZ$. Si, cela poſé, on cherche les valeurs de $\frac{dB}{dx}$, $\frac{dB}{ddx}$, &c. ; on les trouvera au moyen des équations ſuivantes :

$$\frac{dB}{dx} + \frac{d\cdot dB}{d\,dx} = \frac{dZ}{d\,dx}$$

$$\frac{dB}{d\,dx} + \frac{d\cdot dB}{d\,d^2x} = \frac{dZ}{d\,d^2x},$$

& ainſi de ſuite ; il en ſera de même pour chaque variable ; on aura donc les valeurs cherchées : mais, en déterminant ainſi ces valeurs, on trouve un terme $\int V\,dx + V'\,dy$, &c., qui reſte ſous le ſigne après la comparaiſon de dB avec $\int dZ$, & ce terme doit par conſéquent être nul en général, quelles que ſoient les variables ; donc on aura entre elles les équations $V = 0$, $V' = 0$, &c. ; or,

$V =$

$$V = \frac{dZ}{dx} - \frac{ddB}{dx}$$

$$V' = \frac{ddZ}{dy} - \frac{ddB}{dy}, \text{ \&c.}$$

donc on aura, en égalant à zéro ces formules qui font données, les équations générales du *maximum*, & les équations auffi données $\frac{dB}{dx} = 0$, *&c.* $\frac{dB}{dy}$, *&c.* en donneront les conditions particulières.

2.° Si Z contenoit $\int Z'$, on auroit dans la différence de Z, un terme de la forme $L\, d \int Z'$: or, par l'article précédent, on aura $d \int Z'$ en différences de Z', & un terme de la forme $\int P\, dx$, pour chaque variable. Il y aura donc dans la formule qui refte fous le figne un terme $\int L \int P\, dx = S\,H - \int L\,P\, dx$.

3.° Si Z eft donné par une équation différentielle $V=0$, on fera $d\,V=0, \int A\, d\, V = B, \int A'\,B = B'$, jufqu'à ce qu'on ait la valeur de $d\,Z$ qui doit être égalée à zéro; or, à chaque intégration on aura une équation pour déterminer A, A', &c. & la formule qui devient égale à zéro, en même-tems que $d\,Z$, rentre dans l'article précédent.

4.° Les équations entre les variables étant en même nombre qu'elles, fi aucune différentielle n'eft fuppofée conftante, on trouvera que fi la propofée eft telle que Z étant du premier degré d'infiniment petits, il ne contienne que des différences de $\frac{dy}{dx}, \frac{dz}{dx}$, &c. multipliées par $d\,x$, le nombre des équations fe réduira toujours à une de moins, & qu'ainfi on aura définitivement une équation poffible entre deux variables quelconques. Dans les autres cas, il y aura définitivement une équation différentielle à une feule variable; alors ce problême a été mal propofé, & il y aura dans la folution une nouvelle variable dont la différence eft conftante, & multiplie quelquefois Z pour que $\int Z$ foit fini; & il faudra déterminer cette variable par les conditions du problême, fans quoi il refteroit indéterminé. Voyez là-deffus, les recherches de M. de la Grange & de M. de la Place.

Le problême peut encore refter indéterminé, lorfque, dans des cas particuliers, le nombre des équations fe trouve diminué, ou qu'en intégrant celles qui reftent entre deux variables, on en introduit une troifième.

5.° Si l'on a une équation entre les $d\,x$, $d\,y$, $d\,z$, &c. en fuivant les règles ordinaires pour la recherche du *maximum*, on éliminera une de ces différences dans la valeur de $d \int Z$, & on égalera à zéro les coëfficiens des autres.

6.° Si c'eft entre z, y, x, dz, dy, dx, &c. qu'on a une équation, on cherchera par l'article premier une équation entre $d\,z$, $d\,y$, $d\,x$, & on la fubftituera pour éliminer une de ces différences de la formule $\sqrt{}\; A\,dz + B\,dy + C\,dx \ldots = 0$.

7.° Si au lieu de fuppofer dz, dy, dx, indépendans les uns des autres, ou donnés par une équation connue, on fe contentoit de fuppofer qu'ils euffent entr'eux la relation qui doit naître des équations du problême, on trouvera que faifant $A'\,dz + B'\,dy + C'\,dx = 0$, on aura $A\frac{B'}{A'} - B = 0$, $A\frac{C'}{A'} - C = 0$, & à caufe de $A'\,dz + B'\,dy + C'\,dz = 0$, $dz + \frac{B}{A}\,dy + \frac{C}{A}\,dx = 0$.

8.° Si Z contenoit Φ, Φ étant une fonction inconnue de x, y, z, on auroit pour Φ une équation aux différences partielles.

9.° La partie des coëfficiens de dx qui n'eft pas fous le figne $\int$, & les coëfficiens de $d\,dx$, &c. ne font nuls que pour les points extrêmes de l'intégrale $\int Z$. Ainfi, lorfque pour ce point on a des équations entre les $d\,x$, $d\,dx$, &c. $d\,y$, $d\,dy$, &c. il faut, comme dans l'article cinq, éliminer autant de ces différences qu'on a de conditions. Le problême feroit toujours poffible indépendamment de ces conditions, parce que les coëfficiens font toujours en moindre nombre que les arbitraires de l'intégrale définitive. Il y a quelque différence dans la manière dont M. de la Grange & M. le chevalier Borda traitent les équations de ces points extrêmes; mais cette différence eft moins dans le fonds de la méthode que dans la manière de confidérer les queftions propofées : auffi lorfque ces deux géomètres appliquent chacun leur méthode à la brachiftochrone dont les points extrêmes appartiennent à deux furfaces données, les réfultats ne font différens que parce que l'un fuppofe nulle au commencement de la brachiftochrone, la vîteffe que l'autre y fuppofe finie.

10.° Pour expliquer la méthode de l'article précédent aux fonctions qui contiennent des différences finies, foit Σ un *maximum*, on aura $\frac{d\Sigma Z}{dx} = 0$, $\frac{d\Sigma Z}{d\Delta x} = 0$, & ainfi de fuite; & pour chaque variable, on fera enfuite $\Sigma Z = B$, $\Delta B = Z$, $d|\Delta B = d\,Z$, & on trouvera $\frac{dZ}{d\Delta x} = \Delta\,\frac{dB}{d\Delta x} + Q$, Q étant la différence de ΔB prife en ne regardant comme variable que les Δx introduits par la différentiation; or, faifant $\Delta B = B + \Delta B - B$, il eft clair que $Q = d.\frac{B + \Delta B}{dx}$, d'où $\frac{dZ}{d\Delta x} = \Delta\frac{dB}{d\Delta x} + d.\frac{B+\Delta B}{dx}$, & ainfi de fuite. Par ce moyen, on trouvera les valeurs cherchées de $\frac{dB}{dx}, \frac{dB}{dy}$, *&c.*; & on égalera à zéro la quantité qui, dans la comparaifon de ΔB avec $\Sigma\Delta Z$,

fera restée sous le signe, & qui est $\frac{dZ}{dx} - \Delta \frac{d(B+\Delta B)}{dx}$ pour la variable x, & de même pour chacune des autres; le reste comme pour les différences infiniment petites. Voyez le *deuxième Appendice* de M. de la Grange, & les *Mémoires de l'Académie*, pour l'année 1770.

Il y a d'autres hypothèses telles que celles des différences partielles de toutes les espèces pour lesquelles on peut proposer les mêmes questions; mais je me contenterai de renvoyer au premier appendice de M. de la Grange, au mémoire de M. de Borda, à un mémoire de M. Monge, & à celui que j'ai imprimé dans le vol. de 1770. Le principe fondamental est le même qu'ici, article premier; par exemple, si on veut que $\int SZ$ soit un *maximum*, $\int$, S désignant des intégrales prises par rapport à x ou à y seulement, & Z ne contenant que x, y, z, $\frac{dz}{dx}$, $\frac{dz}{dy}$, $\frac{ddz}{dx^2}$, &c. on fera égal à zéro la partie du coëfficient de dZ, qui restera sans les deux signes $\int S$, en comparant dB & $\int S$d Z. (*M. D. C.*)

MEC

MÉCHANICIEN, f. m. (*Math.*) c'est celui qui s'occupe de l'étude de la méchanique, & qui en recule les limites. *Voyez* MÉCHANIQUE, *Dict. raif. des Sciences.* On appelle encore *méchanicien*, un artiste appliqué à la construction des machines en général. Un machiniste est un *méchanicien*; un horloger est un *méchanicien*; un faiseur d'automates est un *méchanicien*: c'est dans cette dernière signification qu'on appella *méchanicien* Architas, & que nous appellons *méchaniciens* M. Vaucanson & le célèbre M. Jaquet Droz de la Chaux-de-Fond, près de Neufchâtel. (*D. F.*)

MÉCHANIQUE, f. f. (*Ordre encycl. ent. raison. phil.* ou *scienc. science de la nat. Mathém. Mathém. mixt. Méchanique*) partie des mathématiques mixtes, qui considère le mouvement & les forces motrices, leur nature, leurs loix & leurs effets dans les machines. *Voyez* MOUVEMENT & FORCE. Ce mot vient du grec μηχανη, *machine*; parce qu'un des objets de la *méchanique* est de considérer les forces des machines, & que l'on appelle même plus particuliérement *méchanique* la science qui en traite.

La partie des *méchaniques* qui considère le mouvement des corps, en tant qu'il vient de leur pesanteur, s'appelle quelquefois *statique*. (*Voyez* GRAVITÉ, &c.) par opposition à la partie qui considère les forces mouvantes & leur application, laquelle est nommée par ces mêmes auteurs *Méchanique*. Mais on appelle plus proprement *statique*, la partie de la *Méchanique* qui considère les corps & les puissances dans un état d'équilibre, & *Méchanique* la partie qui les considère en mouvement. *Voyez* STATIQUE, *Voyez* aussi FORCES MOUVANTES, MACHINE, EQUILIBRE, &c.

M. Neuton, dans la *préface de ses principes*, remarque qu'on doit distinguer deux sortes de *méchaniques*, l'une pratique, l'autre rationnelle ou spéculative, qui procède dans ses opérations par des démonstrations exactes; la *mechanique* pratique renferme tous les arts manuels qui lui ont donné leur nom. Mais comme les artistes & les ouvriers ont coutume d'opérer avec peu d'exactitude, on a distingué la *Méchanique* de la Géométrie, en rapportant tout ce qui est exact à la Géométrie, & ce qui l'est moins à la *Mathematique*. Ainsi, cet illustre auteur remarque que les descriptions des lignes & les figures dans la Géométrie, appartiennent à la *Méchanique*, & que l'objet véritable de la Géométrie est seulement d'en démontrer les propriétés, après en avoir supposé la description. Par conséquent, ajoute-t-il, la Géométrie est fondée sur des pratiques *méchaniques*, & elle n'est autre chose que cette pratique de la *Méchanique* universelle, qui explique & qui démontre l'art de mesurer exactement. Mais comme la plupart des arts manuels ont pour objet le mouvement des corps, on a appliqué le nom de *Géométrie* à la partie qui a l'étendue pour objet, & le nom de *Méchanique* à celle qui considère le mouvement. La *méchanique* rationelle, prise en ce dernier sens, est la science des mouvemens qui résultent de quelque force que ce puisse être, & des forces nécessaires pour produire quelque mouvement que ce soit. M. Neuton ajoute que les anciens n'ont guère considéré cette science que dans les puissances qui ont rapport aux arts manuels, savoir le levier, la poulie, &c.; & qu'ils n'ont presque considéré la pesanteur que comme une puissance appliquée au poids que l'on veut mouvoir par le moyen d'une machine. L'ouvrage de ce célèbre philosophe, intitulé : *Principes mathématiques de la Philosophie naturelle*, est le premier où on ait traité la *Méchanique* sous une autre face & avec quelque étendue, en considérant les lois de la pesanteur, du mouvement, des forces centrales & centrifuges, de la résistance des fluides, &c. Au reste, comme la *méchanique* rationnelle tire beaucoup de secours de la Géométrie, la Géométrie en tire aussi quelquefois de la *Méchanique*, & l'on peut, par son moyen, abréger souvent la solution de certains problêmes. Par exemple, M. Bernoulli a fait voir que la courbe que forme une chaîne, fixée sur un plan vertical par ses deux extrémités, est celle qui forme la plus grande surface courbe, en tournant autour de son axe; parce que c'est celle dont le centre de gravité est le plus bas. *Voyez* dans les *Mém. de l'Acad. des Scien. de* 1714, le mémoire de M. Varignon, intitulé : *Réflexions sur l'usage que la* méchanique *peut avoir en Géométrie. Voyez* aussi CHAINETTE.

MÉCHANIQUE, adj. signifie ce qui a rapport à la *Méchanique*, ou qui se règle par la nature & les lois du mouvement. *Voyez* MOUVEMENT.

Nous disons dans ce sens, *puissances méchaniques*, *propriétés* ou *affections méchaniques*, *principes méchaniques*.

Les *affections méchaniques* sont les propriétés de la matière qui résultent de sa figure, de son volume & de son mouvement actuel. *Voyez* MATIÈRE & CORPS.

Les *causes méchaniques*, sont celles qui ont de telles affections pour fondement. *Voyez* CAUSE.

Solutions méchaniques, ce sont celles qui n'emploient que les mêmes principes. *Voyez* SOLUTION.

Philosophie méchanique, c'est la même qu'on appelloit autrefois *corpusculaire*, c'est-à-dire celle qui explique les phénomens de la nature, & les actions des substances corporelles par les principes *méchaniques*, savoir le mouvement, la pesanteur, la figure, l'arrangement, la disposition, la grandeur ou la petitesse des parties qui composent les corps naturels. *Voyez* CORPUSCULE & CORPUSCULAIRE, ATTRACTION, GRAVITÉ, *&c.*

On donnoit autrefois le nom de *corpusculaire* à la philosophie d'Epicure, à cause des atomes dont ce philosophe prétendoit que tout étoit formé. Aujourd'hui les Neutoniens le donnent par une espèce de dérision à la philosophie cartésienne, qui prétend expliquer tout par la matière subtile, & par des fluides inconnus, à l'action desquels elle attribue tous les phénomènes de la nature.

Puissances méchaniques, appellées plus proprement forces mouvantes, sont les six machines simples auxquelles toutes les autres, quelque composées qu'elles soient, peuvent se réduire, ou de l'assemblage desquelles toutes les autres sont composées. *Voyez* PUISSANCE & MACHINE.

Les *puissances méchaniques* sont le levier, le treuil, la poulie, le plan incliné, le coin, & la vis. *Voyez* les articles qui leur sont propres, BALANCE, LEVIER, *&c.* On peut cependant les réduire à une seule, savoir le levier, si on excepte le plan incliné qui ne s'y réduit pas si sensiblement. M. Varignon a ajouté à ces six machines simples, la *machine funiculaire*, ou les poids suspendus par des cordes, & tirés par plusieurs puissances.

Le principe dont ces machines dépendent est le même pour toutes, & peut s'expliquer de la manière suivante.

La quantité de mouvement d'un corps, est le produit de sa vitesse, c'est-à-dire de l'espace qu'il parcourt dans un temps donné, par sa masse; il s'ensuit de-là que deux corps inégaux auront des quantités de mouvement égales, si les lignes qu'ils parcourent en même temps sont réciproquement proportionnelles à leurs masses, c'est-à-dire, si l'espace que parcourt le plus grand, dans une seconde par exemple, est à l'espace que parcourt le plus petit dans la même seconde, comme le plus petit corps est au plus grand. Ainsi, supposons deux corps attachés aux extrémités d'une balance ou d'un levier, si ces corps ou leurs masses, sont en raison réciproque de leurs distances à l'appui, ils seront aussi en raison réciproque des lignes ou arcs de cercle qu'ils parcouroient en même temps, si l'on faisoit tourner le levier sur son appui; & par conséquent ils auroient alors des quantités de mouvement égales, ou, comme s'expriment la plupart des auteurs, des momens égaux.

Par exemple, si le corps A (*Pl. méch. fig.* 4), est triple du corps B, & que dans cette supposition on attache les deux corps aux deux extrémités d'un levier AB, dont l'appui soit placé en C, de façon que la distance BC soit triple de la distance AC, il s'ensuivra de-là qu'on ne pourra faire tourner le levier sans que l'espace BE, parcouru par le corps situé en B se trouve triple de l'espace AD, parcouru en même temps par le corps élevé en A, c'est-à-dire, sans que la vitesse de B ne devienne triple de celle de A, ou enfin sans que les vitesses des deux corps dans ce mouvement soient réciproques à leurs masses. Ainsi, les quantités de mouvement de deux corps seront égales; & comme ils tendent à produire des mouvemens contraires dans le levier, le mouvement du levier deviendra par cette raison absolument impossible dans le cas dont nous parlons; c'est-à-dire qu'il y aura équilibre entre les deux *corps*. *Voyez* EQUILIBRE, & MOUVEMENT.

De là ce fameux problême d'Archimede, *datis viribus, datum pondus movere.* En effet, puisque la distance CB peut être accrue à l'infini, la puissance ou le moment de A, peut donc aussi être supposé aussi grand qu'on voudra par rapport à celui de B, sans empêcher la possibilité de l'équilibre. Or quand une fois on aura trouvé le point où doit être placé le corps B pour faire équilibre au corps A, on n'aura qu'à reculer un peu le corps B, & alors ce corps B, quelque petit qu'il soit, obligera le corps A de se mouvoir. *Voyez* MOMENT. Ainsi, toute la *méchanique* peut se réduire au problême suivant.

Un corps A avec sa vîtesse C, & un autre corps B étant donné, trouver la vîtesse qu'il faut donner à B, *pour que les deux corps aient des momens égaux.* Pour résoudre ce problême, on remarquera que puisque le moment d'un corps est égal au produit de sa vîtesse, par la quantité de matière qu'il contient, il n'y a donc qu'à faire cette proportion, $B : A :: C :$ à un quatrième terme, & ce sera la vîtesse cherchée qu'il faudra donner au corps B, pour que son moment soit égal à celui de A. Aussi dans quelques machines que ce soit, si l'on fait en sorte que la puissance ou la force, ne puisse agir sur la résistance ou le poids, ou les vaincre actuellement sans que dans cette action les vîtesses de la puissance & du poids soient réciproques à leur masse, alors le mouvement deviendra absolument impossible. La force de la puissance ne pourra vaincre la résistance du poids, & ne devra pas non plus lui céder; & par conséquent la puis-

ſance & le poids reſteront en équilibre ſur cette machine, & ſi on augmente tant-ſoit-peu la puiſſance, elle enlevera alors le poids; mais ſi on augmentoit au contraire le poids, il entraîneroit la puiſſance.

Suppoſons, par exemple, que *A B* ſoit un levier, dont l'appui ſoit placé en *C*, & qu'en tournant autour de cet appui, il ſoit parvenu à la ſituation *a*, *C*, *b* (*fig.* 1. *Méchan.*) la vîteſſe de chaque point du levier aura été évidemment dans ce mouvement proportionnelle à la diſtance de ce point à l'appui ou centre de la circulation. Car les vîteſſes de chaque point ſont comme les arcs que ces points ont décrits en même temps, leſquels ſont d'un même nombre de degrés. Ces vîteſſes ſont donc auſſi entr'elles comme les rayons des arcs de cercles décrits par chaque point du levier, c'eſt-à-dire, comme les diſtances de chaque point à l'appui.

Si l'on ſuppoſe maintenant deux puiſſances appliquées aux deux extrémités du levier, & qui faſſent tout-à-la-fois effort pour faire tourner ſes bras dans un ſens contraire l'un à l'autre, & que ces puiſſances ſoient réciproquement proportionnelles à leur diſtance de l'appui, il eſt évident que le moment ou effort de l'une pour faire tourner le levier en un ſens, ſera préciſément égal au moment de l'autre pour le faire tourner en ſens contraire. Il n'y aura donc pas plus de raiſons, pour que le levier tourne dans un ſens que dans le ſens oppoſé. Il reſtera donc néceſſairement en repos, & il y aura équilibre entre les deux puiſſances: c'eſt ce qu'on voit tous les jours, lorſqu'on peſe un poids avec une romaine. Il eſt aiſé de concevoir par ce que nous venons de dire, comment un poids d'une livre peut ſur cette machine faire équilibre avec un poids de mille livres & davantage.

C'eſt par cette raiſon qu'Archimede ne demandoit qu'un point fixe hors de la terre, pour l'enlever. Car, en faiſant de ce point fixe l'appui d'un levier, & mettant la terre à l'extrémité d'un des bras de ce levier, il eſt clair qu'en alongeant l'autre bras, on parviendroit à mouvoir le globe terreſtre avec une force auſſi petite qu'on voudroit. Mais on ſent bien que cette propoſition d'Archimede n'eſt vraie que dans la ſpéculation; puiſqu'on ne trouvera jamais ni le point fixe qu'il demandoit, ni un levier de la longueur néceſſaire pour mouvoir le globe terreſtre.

Il eſt clair encore par-là que la force de la puiſſance n'eſt point-du-tout augmentée par la machine, mais que l'application de l'inſtrument diminue la vîteſſe du poids dans ſon élévation ou dans ſa traction, par rapport à celle de la puiſſance dans ſon action; de ſorte qu'on vient à bout de rendre le moment d'une petite puiſſance égal, & même ſupérieur à celui d'un gros poids, & que par-là on parvient à faire enlever ou traîner le gros poids par la petite puiſſance. Si, par exemple, une puiſſance eſt capable d'enlever un poids d'une livre, en lui donnant dans ſon élévation un certain degré de vîteſſe, on ne fera jamais, par le ſecours de quelque machine que ce puiſſe être, que cette même force puiſſe enlever un poids de deux livres, en lui donnant dans ſon élévation la même vîteſſe dont nous venons de parler. Mais on viendra facilement à bout de faire enlever à la puiſſance le poids de deux livres, avec une vîteſſe deux fois moindre, ou, ſi l'on veut, un poids de dix mille livres, avec une vîteſſe dix mille fois moindre.

Pluſieurs auteurs ont tenté d'appliquer les principes de la *Méchanique* au corps humain; il eſt cependant bon d'obſerver que l'application des principes de la *Méchanique* à cet objet ne ſe doit faire qu'avec une extrême précaution. Cette machine eſt ſi compliquée, que l'on riſque ſouvent de tomber dans bien des erreurs, en voulant déterminer les forces qui la font agir; parce que nous ne connoiſſons que très-imparfaitement la ſtructure & la nature des différentes parties que ces forces doivent mouvoir. Pluſieurs médecins & phyſiciens, ſur-tout parmi les anglois, ſont tombés dans l'inconvénient dont je parle ici. Ils ont prétendu donner, par exemple, les lois du mouvement du ſang, & de ſon action ſur les vaiſſeaux; & ils n'ont pas pris garde, que pour réuſſir dans une telle recherche, il ſeroit néceſſaire de connoître auparavant une infinité de choſes qui nous ſont cachées, comme la figure des vaiſſeaux, leur élaſticité, le nombre, la force & la diſpoſition de leurs valvules, le degré de chaleur & de tenacité du ſang, les forces motrices qui le pouſſent, *&c.* Encore, quand chacune de ces choſes ſeroit parfaitement connue, la grande quantité d'élémens qui entreroient dans une pareille théorie, nous conduiroit vraiſemblablement à des calculs impraticables.

MÉCHANIQUE, (*Géométrie*), eſt encore d'uſage en Mathématiques, pour marquer une conſtruction ou ſolution de quelque problême qui n'eſt point géométrique, c'eſt-à-dire, dont on ne peut venir à bout par des deſcriptions de courbes géométriques. Telles ſont les conſtructions qui dépendent de la quadrature du cercle. *Voyez* CONSTRUCTION, QUADRATURE, *&c.* *Voyez* auſſi GÉOMÉTRIQUE.

Arts Méchaniques. Voyez ART.

Courbe méchanique, terme que Deſcartes a mis en uſage pour marquer une courbe qui ne peut pas être exprimée par une équation algébrique. Ces courbes ſont par-là oppoſées aux courbes algébriques ou géométriques. *Voyez* COURBES.

M. Leibnitz & quelques autres les appellent *tranſcendantes* au lieu de *méchaniques*, & ils ne conviennent pas avec Deſcartes qu'il faille les exclure de la Géométrie.

Le cercle, les ſections coniques, *&c.* ſont des courbes géométriques, parce que la relation de

leurs abſciſſes à leurs ordonnées eſt exprimée en termes finis. Mais la cycloïde, la ſpirale, & une infinité d'autres ſont des courbes *méchaniques*, parce qu'on ne peut avoir la relation de leurs abciſſes à leurs ordonnées que par des équations différentielles, c'eſt-à-dire, qui contiennent des quantités infiniment petites. *Voyez* DIFFÉRENTIELLE, FLUXION, TANGENTE, EXPONENTIELLE, *&c.* (*O*).

Les vérités fondamentales de la *Méchanique*, en tant qu'elle traite des lois du mouvement, & de l'équilibre des corps, méritent d'être approfondies avec ſoin. Il ſemble qu'on n'a pas été juſqu'à préſent fort attentif ni à réduire les principes de cette ſcience au plus petit nombre, ni à leur donner toute la clarté qu'on pouvoit deſirer; auſſi la plupart de ces principes, ou obſcurs par eux-mêmes, ou énoncés & démontrés d'une maniere obſcure, ont-ils donné lieu à pluſieurs queſtions épineuſes. En général, on a été plus occupé juſqu'à préſent à augmenter l'édifice, qu'à en éclairer l'entrée, & on a penſé principalement à élever, ſans donner à ſes fondemens toute la ſolidité convenable.

Il nous paroît qu'en applaniſſant l'abord de cette ſcience, on en reculeroit en même-temps les limites, c'eſt-à-dire qu'on peut faire voir tout-à-la-fois & l'inutilité de pluſieurs principes employés juſqu'à préſent par les Méchaniciens, & l'avantage qu'on peut tirer de la combinaiſon des autres, pour le progrès de cette ſcience; en un mot, qu'en réduiſant les principes on les étendra. En effet, plus ils ſeront en petit nombre, plus ils doivent avoir d'étendue, puiſque l'objet d'une ſcience étant néceſſairement déterminé, les principes en doivent être d'autant plus féconds, qu'ils ſont moins nombreux. Pour faire connoître au lecteur les moyens par leſquels on peut eſpérer de remplir les vues que nous propoſons, il ne ſera peut-être pas inutile d'entrer ici dans un examen raiſonné de la ſcience dont il s'agit.

Le mouvement & ſes propriétés générales ſont le premier & le principal objet de la *méchanique*; cette ſcience ſuppoſe l'exiſtence du mouvement, & nous la ſuppoſons auſſi comme avouée & reconnue de tous les Phyſiciens. A l'égard de la nature du mouvement, les Philoſophes ſont au contraire fort partagés là-deſſus. Rien n'eſt plus naturel, je l'avoue, que de concevoir le mouvement comme l'application ſucceſſive du mobile aux différentes parties de l'eſpace indéfini que nous imaginons comme le lieu des corps; mais cette idée ſuppoſe un eſpace dont les parties ſoient pénétrables & immobiles; or perſonne n'ignore que les Cartéſiens (ſecte à la vérité preſque nulle aujourd'hui) ne reconnoiſſent point d'eſpace diſtingué des corps, & qu'ils regardent l'étendue & la matiere comme une même choſe. Il faut convenir qu'en partant d'un pareil principe, le mouvement ſeroit la choſe la plus difficile à concevoir, & qu'un cartéſien auroit peut-être beaucoup plutôt fait d'en nier l'exiſtence, que de chercher à en définir la nature. Au reſte, quelque abſurde que nous paroiſſe l'opinion de ces philoſophes, & quelque peu de clarté & de préciſion qu'il y ait dans les principes métaphyſiques ſur leſquels ils s'efforcent de l'appuyer, nous n'entreprendrons point de la réfuter ici: nous nous contenterons de remarquer que pour avoir une idée claire du mouvement, on ne peut ſe diſpenſer de diſtinguer au moins par l'eſprit deux ſortes d'étendue; l'une qui ſoit regardée comme impénétrable, & qui conſtitue ce qu'on appelle proprement *les corps*; l'autre, qui étant conſidérée ſimplement comme étendue, ſans examiner ſi elle eſt pénétrable ou non, ſoit la meſure de la diſtance d'un corps à un autre, & dont les parties enviſagées comme fixes & immobiles, puiſſent ſervir à juger du repos ou du mouvement des corps. Il nous ſera donc toujours permis de concevoir un eſpace indéfini comme le lieu des corps, ſoit réel, ſoit ſuppoſé, & de regarder le mouvement comme le tranſport du mobile d'un lieu dans un autre.

La conſidération du mouvement entre quelquefois dans les recherches de la Géométrie pure; c'eſt ainſi qu'on imagine ſouvent les lignes droites ou courbes engendrées par le mouvement continu d'un point, les ſurfaces par le mouvement d'une ligne, les ſolides enfin par celui d'une ſurface. Mais il y a entre le *Méchanique* & la Géométrie cette différence, non-ſeulement que dans celle-ci la génération des figures par le mouvement eſt, pour ainſi dire, arbitraire & de pure élégance, mais encore que la Géométrie ne conſidère dans le mouvement que l'eſpace parcouru, au lieu que, dans la *Méchanique*, on a égard de plus au tems que le mobile emploie à parcourir cet eſpace.

On ne peut comparer enſemble deux choſes d'une nature différente, telles que l'eſpace & le tems: mais on peut comparer le rapport des parties du tems, avec celui des parties de l'eſpace parcouru. Le tems par ſa nature coule uniformément, & la *Méchanique* ſuppoſe cette uniformité. Du reſte, ſans connoître le tems en lui-même, & ſans avoir de meſure préciſe, nous ne pouvons repréſenter plus clairement le rapport de ſes parties, que par celui des portions d'une ligne droite indéfinie. Or l'analogie qu'il y a entre le rapport des parties d'une telle ligne, & celui des parties de l'eſpace parcouru par un corps qui ſe meut d'une maniere quelconque, peut toujours être exprimée par une équation. On peut donc imaginer une courbe, dont les abſciſſes repréſentent les portions du tems écoulé depuis le commencement du mouvement, les ordonnées correſpondantes déſignant les eſpaces parcourus durant ces portions de tems: l'équation de cette courbe exprimera non le rapport des tems aux eſpaces, mais, ſi on peut parler

ainsi, le rapport du rapport que les parties de tems ont à leur unité, à celui que les parties de l'espace parcouru ont à la leur. Car l'équation d'une courbe peut-être considérée ou comme exprimant le rapport des ordonnées aux abscisses, ou comme l'équation entre le rapport que les ordonnées ont à leur unité, & le rapport que les abscisses correspondantes ont à la leur.

Il est donc évident que, par l'application seule de la Géométrie & du calcul; on peut, sans le secours d'aucun autre principe, trouver les propriétés générales du mouvement, varié suivant une loi quelconque. Mais, comment arrive-t-il que le mouvement d'un corps suive telle ou telle loi particulière? c'est sur quoi la géométrie seule ne peut rien nous apprendre; & c'est aussi ce qu'on peut regarder comme le premier problème qui appartienne immédiatement à la *Méchanique*.

On voit d'abord fort clairement qu'un corps ne peut se donner le mouvement à lui-même. Il ne peut donc être tiré du repos que par l'action de quelque cause étrangère. Mais continue-t-il à se mouvoir de lui-même, ou a-t-il besoin pour se mouvoir de l'action répétée de la cause? quelque parti qu'on pût prendre là-dessus, il sera toujours incontestable que l'existence du mouvement étant une fois supposée sans aucune autre hypothèse particulière, la loi la plus simple qu'un mobile puisse observer dans son mouvement, est la loi d'uniformité, & c'est par conséquent celle qu'il doit suivre.

Le mouvement est donc uniforme par sa nature; j'avoue que les preuves qu'on a données jusqu'à présent de ce principe ne sont peut-être pas fort convaincantes. On verra à l'*article* FORCE D'INERTIE, les difficultés qu'on peut y opposer, & le chemin que j'ai pris pour éviter de m'engager à les résoudre. Il me semble que cette loi d'uniformité essentielle au mouvement considéré en lui-même, fournit une des meilleures raisons sur lesquelles la mesure du tems par le mouvement uniforme, puisse être appuyée. *Voyez* UNIFORME.

La force d'inertie, c'est-à-dire, la propriété qu'ont les corps de persévérer dans leur état de repos ou de mouvement, étant une fois établie, il est clair que le mouvement qui a besoin d'une cause pour commencer au-moins à exister, ne sauroit non plus être accéléré ou retardé que par une cause étrangère. Or quelles sont les causes capables de produire ou de changer le mouvement dans les corps? nous n'en connoissons jusqu'à présent que de deux sortes; les unes se manifestent à nous en même tems que l'effet qu'elles produisent, ou plutôt dont elles sont l'occasion : ce sont celles qui ont leur source dans l'action sensible & mutuelle des corps, résultante de leur impénétrabilité; elles se réduisent à l'impulsion & à quelqu'autres actions dérivées de celles-là : toutes les autres ne se font connoître que par leur effet; & nous en ignorons entièrement la nature : telle est la cause qui fait tomber les corps pesans vers le centre de la terre, celle qui retient les planètes dans leurs orbites, *&c.*

Nous verrons bientôt comment on peut déterminer les effets de l'impulsion & des causes qui peuvent s'y rapporter : pour nous en tenir ici à celles de la seconde espèce, il est clair que lorsqu'il est question des effets produits par de telles causes, ces effets doivent toujours être donnés indépendamment de la connoissance de la cause, puisqu'ils ne peuvent en être déduits; sur quoi *voyez* ACCÉLÉRATRICE.

Nous n'avons fait mention jusqu'à présent, que du changement produit dans la vîtesse du mobile par les causes capables d'altérer son mouvement: & nous n'avons point encore cherché ce qui doit arriver, si la cause motrice tend à mouvoir le corps dans une direction différente de celle qu'il a déjà. Tout ce que nous apprend dans ce cas le principe de la force d'inertie, c'est que le mobile ne peut tendre qu'à décrire une ligne droite, & à la décrire uniformément : mais cela ne fait connoître ni sa vîtesse, ni sa direction. On est donc obligé d'avoir recours à un second principe, c'est celui qu'on appelle *la composition des mouvemens*, & par lequel on détermine le mouvement unique d'un corps qui tend à se mouvoir suivant différentes directions à-la-fois, avec des vîtesses données. *Voyez* COMPOSITION DU MOUVEMENT.

Comme le mouvement d'un corps qui change de direction, peut être regardé comme composé du mouvement qu'il avoit d'abord, & d'un nouveau mouvement qu'il a reçu, de même le mouvement que le corps avoit d'abord peut être regardé comme composé du nouveau mouvement qu'il a pris, & d'un autre qu'il a perdu. De-là il s'ensuit, que les lois du mouvement changé par quelques obstacles que ce puisse être, dépendent uniquement des lois du mouvement, détruit par ces mêmes obstacles. Car il est évident qu'il suffit de décomposer le mouvement, qu'avoit le corps avant la rencontre de l'obstacle, en deux autres mouvemens, tels que l'obstacle ne nuise point à l'un, & qu'il anéantisse l'autre. Par-là, on peut non-seulement démontrer les lois du mouvement changé par des obstacles insurmontables, les seules qu'on ait trouvées jusqu'à présent par cette méthode; on peut encore déterminer dans quel cas le mouvement est détruit par ces mêmes obstacles. A l'égard des lois du mouvement changé par des obstacles qui ne sont pas insurmontables en eux-mêmes, il est clair, par la même raison, qu'en général il ne faut déterminer ces lois, qu'après avoir bien constaté celles de l'équilibre. *Voyez* EQUILIBRE.

Le principe de l'équilibre, joint à ceux de

la force d'inertie & du mouvement composé, nous conduit donc à la solution de tous les problêmes où l'on considère le mouvement d'un corps, en tant qu'il peut être altéré par un obstacle impénétrable & mobile, c'est-à-dire, en général, par un autre corps à qui il doit nécessairement communiquer du mouvement pour conserver au moins une partie du sien. De ces principes combinés, on peut donc aisément déduire les loix du mouvement des corps qui se choquent d'une manière quelconque, ou qui se tirent par le moyen de quelques corps interposés entr'eux, & auquel ils sont attachés : loix aussi certaines & de vérité aussi nécessaire, que celles du mouvement des corps altérés par des obstacles insurmontables, puisque les unes & les autres se déterminent par les mêmes méthodes.

Si les principes de la force d'inertie, du mouvement composé, & de l'équilibre, sont essentiellement différens l'un de l'autre, comme on ne peut s'empêcher d'en convenir; & si, d'un autre côté, ces trois principes suffisent à la *Méchanique*, c'est avoir réduit cette science au plus petit nombre de principes possibles, que d'avoir établi sur ces trois principes toutes les loix du mouvement des corps dans des circonstances quelconques, comme j'ai tâché de le faire dans mon traité de Dynamique.

A l'égard des démonstrations de ces principes en eux-mêmes, le plan que l'on doit suivre pour leur donner toute la clarté & la simplicité dont elles sont susceptibles, est de les déduire toujours de la considération seule du mouvement, envisagé de la manière la plus simple & la plus claire. Tout ce que nous voyons bien distinctement dans le mouvement d'un corps, c'est qu'il parcourt un certain espace, & qu'il emploie un certain tems à le parcourir. C'est donc de cette seule idée qu'on doit tirer tous les principes de la *Méchanique*, quand on veut les démontrer d'une manière nette & précise; en conséquence de cette réflexion, le philosophe doit, pour ainsi dire, détourner la vue de dessus les causes motrices, pour n'envisager uniquement que le mouvement qu'elles produisent; il doit entièrement proscrire les forces inhérentes au corps en mouvement, êtres obscurs & métaphysiques, qui ne sont capables que de répandre les ténèbres sur une science claire par elle-même. *Voyez* FORCE.

Les anciens, comme nous l'avons déjà insinué plus haut d'après M. Neuton, n'ont cultivé la *Méchanique* que par rapport à la statique; &, parmi eux, Archimède s'est distingué sur ce sujet par ses deux traités de *æquiponderantibus*, &c. *insidentibus humido*. Il étoit réservé aux modernes, non-seulement d'ajouter aux découvertes des anciens touchant la statique, *voyez* STATIQUE; mais encore de créer une science nouvelle sous le titre de *Méchanique* proprement dite, ou de la science des corps & mouvemens. On doit à Stevin, mathématicien du prince d'Orange, le principe de la composition des forces que M. Varignon a depuis heureusement appliqué à l'équilibre des machines; à Galilée, la théorie de l'accélération, *voyez* ACCÉLÉRATION & DESCENTE; à MM. Huyghens, Wren & Wallis, les loix de la percussion, *voyez* PERCUSSION & COMMUNICATION DU MOUVEMENT; à M. Huyghens les loix des forces centrales dans le cercle; à M. Neuton, l'extension de ces loix aux autres courbes & au système du monde, *voyez* CENTRALE & FORCE; enfin, aux géomètres de ce siécle la théorie de la dynamique. *Voyez* DYNAMIQUE & HYDRODYNAMIQUE. (*O*)

Ceux qui desireront s'instruire à fond de la *méchanique*, doivent lire avec attention, d'abord le traité élémentaire de *Méchanique* par M. l'abbé Bossut, 1 vol. *in*-8°; quoique cet ouvrage, qui est très-bien fait, contienne les premiers principes de la science, comme le titre l'indique, il conduira cependant fort loin le lecteur qui l'étudiera avec soin; ensuite on pourra lire la *Méchanique* de M. Euler, la *Dynamique* de M. d'Alembert, &c.

MEDIATION, s. f. (*Géom.*) selon certains auteurs anciens d'arithmétique, est la division par 2, ou lorsqu'on prend la moitié de quelque nombre ou quantité. Ce mot n'est plus en usage: on se sert plus communément de celui de *bipartition*, qui n'est pas lui-même trop usité; & lorsqu'il s'agit de lignes, on dit *bissection*. *Voyez* BISSECTION.

MEDIATION. *V. passage au Méridien.*

MÉGAMETRE, (*Astronom.*) instrument propre à mesurer les distances de plusieurs degrés entre les astres. Son nom tiré du grec annonce qu'il sert pour des distances plus grandes que les micromètres qui vont rarement à un degré; cet instrument fut décrit, en 1766, par M. de Charnières, dans un ouvrage, intitulé: *Mémoires sur les observations des longitudes*, publiés par ordre du roi, à l'imprimerie royale. Ce jeune officier, le premier de la marine qui ait montré la connoissance & l'habitude des longitudes par le moyen de la lune, a donné ensuite, en 1772, la théorie & la pratique des longitudes en mer, où l'on trouve plus en détail la description du *mégamètre*; cet instrument ne diffère pas sensiblement de l'*héliomètre* imaginé, en 1748, par M. Bouguer; & M. de Lalande a un héliomètre construit vers 1750, pour l'abbé de la Caille, fort approchant du *mégamètre* de M. de Charnières. Cet instrument sert principalement à l'observation des longitudes en mer par le moyen des distances de la lune aux étoiles qui en sont voisines, c'est-à-dire, au dessous de 8 ou 10 degrés, tandis que le *quartier de réflexion*, ne peut guère servir que pour les distances qui sont au-delà de 10°, la lumière de la lune suffisant pour effacer celle des étoiles, dans cet instrument où l'on ne peut pas mettre

des lunettes aussi fortes que dans le *mégamètre.*

La figure 234 des planches d'astronomie, représente le *mégamètre* monté sur son pied, & disposé pour faire des observations; la boîte *X Y,* qui renferme tout le méchanisme est d'un bois très-mince, ou même pourroit être faite en tole; à l'extrémité *Y,* est adaptée une boîte de cuivre *E G,* destinée à porter les objectifs & le méchanisme propre à les faire mouvoir; *M* est le porte-oculaire. La propriété de cet instrument est de rassembler deux lunettes dans le même tuyau avec un seul oculaire, c'est-à-dire, deux objectifs de même foyer, placés de maniere qu'ils puissent s'éloigner de plusieurs degrés, & qu'ils correspondent tous deux au même oculaire; ils fournissent chacun une image du même objet au foyer commun; on les rapproche à volonté suivant la distance de ces objets, qui est proportionnelle à la distance respective des centres des objectifs.

Pour que les images soient distinctes & bien terminées, il faut nécessairement que les objectifs aient exactement le même foyer; &, pour en être sûr, on a imaginé de couper un objectif par un de ses diamètres; par-là on obtient deux images également distinctes au foyer commun, moins brillantes à la vérité que si elles étoient produites par deux objectifs entiers; mais cette méthode rend la construction du *mégamètre* plus commode.

Si l'on fixe ces moitiés d'objectifs, sur deux plaques de cuivre à coulisses *a b,* qui puissent se mouvoir de maniere à faire coïncider les objectifs, pour ne rendre qu'une seule image à l'occulaire, & qu'ensuite on puisse les séparer, de façon à présenter deux images différentes, on pourra rapprocher, & réunir sur le même occulaire des objets éloignés; le chemin que l'on aura fait parcourir aux centres de ces deux objectifs, combiné avec la longueur connue de leur foyer, donnera exactement la mesure de l'arc qui sépare dans le ciel les deux astres qu'on observe.

Voilà l'idée générale de l'héliomètre & du *mégamètre.* Nous allons en développer les détails relativement à la construction de ce dernier, & à la connoissance des arcs qu'il peut mesurer.

Les deux platines *a, b* qui portent les objectifs, sont mobiles dans des rainures faites aux parois du chassis immobile *E G,* & ont chacune une ouverture ou échancrure en demi-cercle, égale à l'ouverture des demi-objectifs, que l'on fait ordinairement de 15 lignes; la courbure de ces deux coulisses ou platines, est celle d'un arc de cercle de 40 pouces de rayon, qui est la longueur du foyer des objectifs, & qui termine la longueur du tuyau *X Y* de l'instrument; les verres sont encadrés dans ces échancrures, de maniere que leur section soit toujours sur une même ligne: en sorte qu'étant réunies par le mouvement des coulisses, ils ne fassent plus qu'un seul verre, & produisent une seule image du même objet. Mais comme il arrive rarement que l'artiste place ces deux objectifs parfaitement dans un plan, il a été nécessaire de n'en fixer qu'un d'une maniere invariable sur sa coulisse, & de monter l'autre de maniere à lui donner un petit mouvement, pour pouvoir facilement & par observation, réunir les images où les centres des objectifs.

Pour le mouvement des deux coulisses qui portent les objectifs, on met sur chacune un écrou solidement fixé. Dans l'intérieur de la boîte est une vis mobile sur les parois du chassis de cuivre; on voit l'extrémité de la vis en *N;* cette vis engrène de chaque côté dans l'écrou de chaque coulisse, & comme une moitié de cette vis est taraudée à droite, & l'autre moitié à gauche, avec des pas égaux, son mouvement de rotation produira dans les coulisses des mouvemens égaux, mais contraires; ainsi les demi-objectifs qui sont unis aux coulisses, s'écarteront également du milieu *D* de la boîte où de l'axe de l'instrument. Mais comme les coulisses *a b* sont des arcs de cercle; les perpendiculaires élevées de la grande vis, qui les fait mouvoir sur les coulisses, sont plus ou moins grandes à mesure qu'elles s'approchent, ou s'écartent de l'axe de l'instrument; il faut donc composer ces écrous de deux parties rentrantes l'une dans l'autre, & qui puissent se raccourcir ou s'alonger, comme les différentes perpendiculaires élevées de la vis sur le plan des coulisses. Ce qui se fait par le moyen d'une queue cylindrique, qui entre à frottement doux dans un trou d'égale grosseur, pratiqué à la partie de l'écrou fixée sur les coulisses.

A l'extrémité *Y* de la boîte, dans la plus grande largeur du tuyau, on fixe la boîte de cuivre qui porte tout ce mécanisme, elle est arrêtée par quatre vis, ou un plus grand nombre sur chaque parois. A l'autre bout *X* le porte oculaire, est fixé de la même façon. A côté de l'oculaire on voit une vis de rappel qui se prolonge le long d'un des côtés de la boîte, & va par le moyen d'un pignon, engrener dans une petite roue de champ, qui est fixée sur l'extrémité *N* de la grande vis qui fait mouvoir les objectifs, & par ce moyen l'observateur peut les faire mouvoir avec facilité, en regardant toujours dans l'instrument.

Les deux coulisses servent de *vernier,* par le moyen des divisions que l'on y trace, & l'on peut encore subdiviser les parties par un petit cadran placé sur la vis de rappel, soit en *N,* ou près de l'oculaire, comme le faisoit M. de Charnieres dans les derniers *mégamètres* qu'il a fait construire.

La combinaison d'oculaires que M. de Charnieres indique comme la plus avantageuse, consiste à placer très-près l'un de l'autre deux oculaires, dont le plus grand ait 20 lignes de foyer, & 12 d'ouverture.

d'ouverture; & le plus petit 18 lignes de foyer, avec 10 $\frac{1}{2}$ lignes d'ouverture. On sait que lorsque deux oculaires sont joints ensemble, la somme de leurs foyers est à un des foyers, comme l'autre foyer est au foyer commun; ainsi, les deux oculaires qui sont ici convexes équivalent à un seul, qui auroit 9 $\frac{1}{2}$ lignes de foyer à très-peu-près. De même on sait, par la dioptrique, qu'en divisant la longueur focale de l'objectif, qui est ici de 40 pouces par 9 $\frac{1}{2}$ lignes, l'on aura environ 52 pour la quantité de fois dont les objets sont augmentés. Le champ visible de la lunette, ou l'espace qui est vu en même-temps par chaque objectif est d'environ un degré & un tiers.

Pour déterminer la valeur des parties du *mégamètre*, on mesure sur le terrein une base de 8 degrés environ, qui est la grandeur des arcs que peut mesurer l'instrument; & comme la position du demi-objectif indique que la distance respective des mires doit faire le petit côté d'un triangle isocèle, dont le foyer de l'oculaire doit occuper le sommet. Chaque moitié de cette distance respective des mires doit être la tangente de chaque moitié de l'angle au sommet, mesuré sur le terrein. Comme la vis qui fait mouvoir les objectifs parcourt des tangentes, il faut dresser une table où l'on exprime la quantité de secondes dont les tangentes surpassent les arcs correspondans, & corriger ensuite la première table des parties égales, faites sur chaque coulisse, afin d'avoir exactement la valeur des parties du *mégamètre*. Il y a plusieurs méthodes de faire la même opération, soit par les distances des astres, soit par leurs diamètres.

Il nous reste à dire un mot du pied sur lequel on pose cet instrument, pour pouvoir lui imprimer tous les mouvemens dont on a besoin, sur-tout à la mer. La partie *A* est une forte pièce de bois où se réunissent trois pieds que l'on peut fixer & démonter à volonté. Cette pièce de bois *A* est percée, selon sa longueur, d'un trou rond, dans lequel passe une pièce cylindrique *F*, qui peut se hausser ou baisser à volonté, & se fixer à la hauteur convenable, au moyen d'une vis de pression. Au bout de la pièce cylindrique *F* est un cylindre de cuivre, fait pour recevoir l'extrémité de la pièce *H H*. Le cercle *I H H* est mobile sur deux pivots *O O*, il est fait pour recevoir le corps du *mégamètre*. Sur chaque partie du *mégamètre*, où doit se trouver le cercle, on a fixé de petites roulettes ou des espèces de poulies, qui font que l'instrument tourne à frottement dans le cercle. Je ne doute point que si les artistes éclairés s'en étoient occupés, ils n'eussent trouvé plusieurs moyens de perfectionner cet instrument, soit pour la commodité du pied, soit pour l'exactitude des divisions & des ajustemens que l'on n'a encore vu jusqu'ici exécutés qu'imparfaitement; ces choses réunies auroient peut-être déterminé d'autres officiers que M. de Charnieres à en faire usage à la mer, & à porter un jugement plus certain sur son application, & sur les difficultés qui s'y rencontrent dans l'usage.

Les navigateurs éclairés ont objecté contre l'usage du *mégamètre*, 1.° Le peu de circonstances où l'on peut avoir une étoile remarquable assez près de la lune pour faire l'observation. 2.° La difficulté même de l'observation. 3.° Enfin la longueur excessive du calcul, qui jusqu'à ce qu'on ait des tables pour l'abréger, ne peut guère se proposer aux marins; ils ajoutent qu'une erreur de calcul trop aisée à faire, mettroit souvent dans le cas de ne pouvoir tirer de résultat de leurs observations qu'un ou deux jours après l'avoir faite. Je crois que, de part & d'autre, l'on a exagéré. Le *mégamètre*, par sa construction même est susceptible d'une grande exactitude dans les observations; personne ne peut nier, qu'il n'y ait des cas, des observations, où l'on peut en tirer un parti avantageux; ce seroit à des officiers éclairés, & qui auroient le loisir de s'occuper d'astronomie, à l'examiner à la mer. Pour la longueur du calcul elle sera toujours considérable dès qu'on voudra trouver le résultat des observations rigoureusement, mais il sera abrégé par des tables du nonagésime de M. Lévêque, imprimées à Avignon en 1776, pour calculer les effets des parallaxes. Pour la difficulté d'observations, je la crois facile à surmonter avec du zèle, de la patience & de l'habitude. M. de Charnieres a donné des exemples de l'exactitude que ces observations apportoient dans la Navigation, & a prouvé, par expérience, que tout le monde pouvoit, avec un peu d'exercice, faire les observations, & en tirer un parti avantageux. On peut voir sa *Théorie des longitudes en mer*, publiée à Paris en 1772, à l'imprimerie royale, 260 pages *in*-8°. (*M. Dagelet.*)

MÉLICERTE, nom de la constellation d'*Hercule*.

MEMBRE *d'une équation*, (*Alg.*); ce sont les deux parties séparées par le signe $=$; ainsi, dans $a+b=c$, $a+b$ est un *membre* & c l'autre. Dans $x^3+axx-c^2=o$, $x^3+axx-c^3$ est le premier membre, & c l'autre: les termes d'une équation sont les différentes parties de chaque *membre*; par exemple, ici x^3, $+axx$, $-c^3$, *&c.* sont trois termes. *V.* Equation & Terme. (*O*)

MÉNALE. *V.* Mont-ménale.

MÉNALIPPE, nom de la constellation de *Pégase*.

MENDÈS, divinité égyptienne qui a donné lieu à la constellation du capricorne, suivant M. Schmidt.

MENISQUE, s. m. (*Optique*) verre ou lentille concave d'un côté, & convexe de l'autre, qu'on appelle aussi quelquefois *lunula*. *Voyez* Lentille & Verre.

Nous avons donné à l'*article* Lentille une

formule générale, par le moyen de laquelle on peut trouver le foyer ou le point de réunion des rayons. Cette formule est $z = \frac{2aby}{ay + by - 2ab}$, dans laquelle z marque la distance du foyer au verre, y la distance de l'objet au verre, a le rayon de la convexité tournée vers l'objet, b le rayon de l'autre convexité. Pour appliquer cette formule aux *menisques*, il faudra faire a négatif ou b négatif, selon que la partie concave sera tournée vers l'objet ou vers l'œil : ainsi, on aura dans le premier cas.

$$z = \frac{-2aby}{-ay + by + 2ab};$$

& dans le second, $z = \frac{-2aby}{ay - by + 2ab}$:

de-là on tire les règles suivantes.

Si le diamètre de la convexité d'un *menisque* est égal à celui de la concavité, les rayons qui tomberont parallèlement à l'axe, redeviendront parallèles après les deux réfractions souffertes aux deux surfaces du verre.

Car soit $a = b$ & y infinie; c'est-à-dire, supposons les rayons des deux convexités égaux, & l'objet à une distance infinie, afin que les rayons tombent parallèles sur le verre; on aura dans le premier cas & dans le second $z = \frac{-2a^2y}{ay - ay}$: ce qui donne z infinie, & par conséquent les rayons seront parallèles en sortant, puisqu'ils ne se réuniront qu'à une distance infinie du verre.

Un tel *menisque* ne seroit donc propre ni à rassembler en un point les rayons de lumière, ni à les disperser, & ainsi il ne peut être d'aucun usage en Dioptrique. *Voyez* RÉFRACTION.

Voici la règle pour trouver le foyer d'un *menisque*, c'est-à-dire le point de concours des rayons qui tombent parallèles. Comme la différence des rayons de la convexité & de la concavité est au rayon de la convexité, ainsi le diamètre de la concavité est à la distance du foyer au *menisque*.

En effet supposant y infinie, la première formule donne $z = \frac{2ab}{b-a}$, & la seconde donne $\frac{-2ab}{a-b}$, qui donne dans le premier cas $b - a : b :: -2a : z$, & dans le second $a - b : a :: -2b : z$.

Par exemple, si le rayon de la concavité étoit triple du rayon de la convexité, la distance du foyer au *menisque* seroit alors, en conséquence de cette règle, égale au rayon de la concavité; & par conséquent le *menisque* seroit en ce cas équivalent à une lentille également convexe des deux côtés. *Voyez* LENTILLE.

De même si le rayon de la concavité étoit double de celui de la convexité, on trouveroit que la distance du foyer seroit égale au diamètre de la concavité; ce qui rendroit le *menisque* équivalent à un verre plan convexe. *Voyez* VERRE.

De plus, les formules qui donnent la valeur de z font voir que le foyer est de l'autre côté du verre, par rapport à l'objet. Si b est plus petit que a dans le premier cas, & si b est plus grand que a dans le second; & au contraire si b est plus grand que a dans le premier cas, & plus petit que a dans le second, le foyer sera du même côté du verre que l'objet, & sera par conséquent virtuel, c'est-à-dire que les rayons sortiront divergens. *Voyez* FOYER.

Il s'ensuit encore de cette même formule que le rayon de la convexité étant donné, on peut aisément trouver celui qu'il faudroit donner à la concavité pour reculer le foyer à une distance donnée.

Quelques géomètres ont donné le nom de *menisque* à des figures planes ou solides, composées d'une partie concave & d'une partie convexe, à l'instar des *menisques* optiques. (*O*)

MENSURABILITÉ, s. f. (*Geom.*) c'est l'aptitude ou la propriété qu'a un corps, de pouvoir être appliqué à une certaine mesure, c'est-à-dire, de pouvoir être mesuré par quelque grandeur déterminée. *Voyez* MESURE & MESURER.

MER

MERCURE, (*Astronomie*) est la plus petite des planètes inférieures, & la plus proche du soleil. On l'exprime par ce caractère ☿.

La moyenne distance de *mercure* au soleil est à celle de notre terre au soleil, comme 38710 est à 100000.

L'inclinaison de son orbite, c'est-à-dire, l'angle formé par le plan de son orbite avec le plan de l'écliptique, est de 7 degrés 0'. Son diamètre est environ deux cinquièmes de celui de la terre, il nous paroît de 12 secondes lorsqu'il est le plus près de nous.

Selon Neuton, la chaleur & la lumière du soleil sur la surface de *mercure*, sont sept fois aussi grandes qu'elles le sont au fort de l'été sur la surface de la terre; ce qui, suivant les expériences qu'il avoit faites avec le thermomètre, suffiroit pour faire bouillir l'eau. Un tel degré de chaleur doit donc rendre *mercure* inhabitable pour des êtres de notre constitution; & si les corps qui sont à sa surface ne sont pas tout en feu, il faut qu'ils soient d'un degré de densité plus grand à proportion que les corps terrestres.

La révolution de *mercure* autour du soleil se fait en 87 jours 23 heures 14' 26"; c'est-à-dire, que son année est environ quatre fois moindre que la nôtre. Sa révolution diurne, ou la longueur de son jour n'est pas connue; il n'est pas même certain s'il a un mouvement autour de son axe.

Nous ne savons pas non plus à quelle variété de tems ou de saisons il peut être sujet, parce que nous ne connoissons point l'inclinaison de son axe sur le plan de son orbite. Sa densité, & par conséquent la gravitation des corps vers son centre, ne sauroit se déterminer exactement; mais le grand chaud qu'il fait sur cette planète, fait présumer qu'elle est plus dense que la terre.

Mercure change de phase comme la lune & vénus, selon ses différentes positions avec le soleil & la terre. Il paroît plein dans ses conjonctions supérieures avec le soleil, parce qu'alors nous voyons tout l'hémisphère illuminé; mais, dans les conjonctions inférieures, on ne voit que l'hémisphère obscur; sa lumière va en croissant, comme celle de la lune, à mesure qu'il paroît se rapprocher du lieu où est le soleil, en allant vers la conjonction supérieure, mais ces phases sont très-difficiles à distinguer à cause de la petitesse de son diamètre. L'orbite que mercure décrit autour du soleil en trois mois, est très-excentrique; il est beaucoup plus près du soleil dans quelques-uns de ses points que dans d'autres. Son excentricité est de 7960 parties, dont la distance du soleil à la terre est 100000, en sorte que l'équation de son orbite est de 23° 40′ 49″.

Le systême de Ptolemée est refuté par les apparences de mercure, comme par celles de vénus; car on apperçoit quelquefois *mercure* entre la terre & le soleil, & quelquefois au-delà du soleil; mais jamais on ne voit la terre entre *mercure* & le soleil; ce qui devoit arriver, si les orbites de toutes les planètes renfermoient la terre dans leur centre, comme le suppose Ptolémée. *Voyez* SYSTÊME.

Le diamètre du soleil vu de *mercure*, doit paroître presque trois fois plus grand que vu de la terre, *mercure* en étant trois fois plus proche que nous ne le sommes; le disque du soleil nous paroîtroit, si nous étions dans *mercure*, environ sept fois plus grand qu'il ne nous paroît ici.

Sa plus grande élongation du soleil par rapport à nous, c'est-à-dire l'arc de l'écliptique compris entre le lieu du soleil & celui de *mrcure*, ne passe jamais 28 degrés; ce qui fait qu'il est rarement visible, se perdant d'ordinaire dans la lumière du soleil; ou dans le crépuscule. Mais quelquefois on voit *mercure* sur le disque du soleil; dans sa conjonction inférieure, comme une petite tache qui éclipse une petite partie du disque solaire, & qu'on ne sauroit observer qu'au télescope. La première observation de cette espèce fut faite par Gassendi en 1631, à Paris, le 7 Novembre, & l'on en a vu treize autres depuis ce temps-là. *V.* PASSAGE.

Comme les cinq autres planètes sont supérieures à *mercure*, leurs phénomènes paroîtroient aux habitans de *mercure* à-peu-près les mêmes que nous paroissent ceux de mars, de jupiter & de saturne.

Il y a cependant cette différence que les planètes de mars, de jupiter & de saturne paroîtroient encore moins lumineuses aux habitans de *mercure*, qu'elles ne nous le paroissent, à cause que cette planète en est plus éloignée que nous. Vénus leur paroîtroit à-peu-près aussi éclatante qu'elle nous le paroît de la terre.

Les observations de *mercure* étant rares & difficiles, on a été long-temps à pouvoir construire de bonnes tables de ses mouvemens. En 1723, Halley publia ses élémens des tables; mais il y avoit encore des erreurs sensibles. Celles que j'ai données dans mon Astronomie, ne s'écartent presque jamais d'une minute de l'observation.

Selon Neuton, le mouvement de l'aphélie de *mercure* seroit d'environ 52″ par an. Mais, suivant moi, il est de 1′ 11″. Le mouvement du nœud, déterminé par Halley, est en cent ans de 1° 26′ 34″ selon la suite des signes; mais suivant mes tables il n'est que de 1° 15′ 0″ ou 8′ 45″ moindre que la précession des équinoxes. Au reste, on trouvera au mot PLANÈTE, les élémens de l'orbite de *mercure*, comme ceux de toutes les autres planètes. (*D. L.*)

MÉRIDIEN, (*Astronomie*) grand cercle de la sphère, qui passe par le zénit & le nadir, & par les poles du monde, & qui divise la sphère en deux hémisphères placés l'un à l'orient, & l'autre à l'occident. *Voyez* LA SPHÈRE, *planches d'Astronomie*, *fig.* 1.

On l'appelle *méridien*, du mot latin *meridies*, midi; parce que lorsque le soleil se trouve dans ce cercle, il est ou midi ou minuit pour tous les endroits situés sous ce même cercle.

Les Astronomes observent sans cesse le passage au méridien. *Voyez* PASSAGE. On appelle aussi un *Méridien* une espèce de cadran solaire composé d'un gnomon & d'une ligne verticale sur laquelle l'image du soleil tombe au moment de midi; tel est celui que M. Cassini a fait en 1737, vis-à-vis de l'horloge du Palais, dans le temps que M. Turgot fit élargir le quai, tels sont ceux que j'ai faits au Palais-Royal, à la place de la Croix-Rouge, au Luxembourg, &c.

Premier méridien (*Géogr.*) *Voyez* LOOGITUDE.

Différence des méridiens, ou différence de ongitude. *Voyez* LONGIT UDE.

Méridien universel dans le calcul des éclipses, est celui où l'on suppose le soleil fixe, les différens pays de la terre y arrivant successivement.

MÉRIDIEN MAGNÉTIQUE, c'est un grand cercle qui passe par les poles de l'aimant, & dans le plan duquel l'aiguille aimantée ou l'aiguille du compas de mer se trouve. *Voyez* AIMANT, *dans le Dictionnaire de Physique.*

MÉRIDIENNE ou LIGNE MÉRIDIENNE, c'est une ligne qui marque le midi; c'est une partie de la commune section du plan du méridien & de l'horizon d'un lieu. On l'appelle quelquefois *ligne nord & sud.*

On appelle aussi en général *méridienne*, la

commune section du méridien & d'un plan quelconque, horizontal, vertical, ou incliné. *Voyez* CADRAN.

La *ligne méridienne* est d'un grand usage en Astronomie, en Géographie, en Gnomonique; ainsi, nous allons indiquer diverses méthodes pour la tracer.

Décrivez sur un plan horizontal & du même centre plusieurs arcs de cercle. Sur le même centre élevez un stile ou gnomon perpendiculaire à l'horizon, & d'un pié ou d'un demi-pié de long; entre 9 & 10 heures du matin, observez le point où l'ombre du stile se terminera en différens instants, sur chacun des cercles. Observez ensuite l'après-midi les momens où l'ombre viendra couper de nouveau les mêmes cercles, & marquez les points où elle les coupera. Partagez ensuite les arcs de cercles ou les intervalles du matin au soir sur chaque cercle, en deux également, la même droite passera par le centre commun à tous les cercles, & par le milieu de chacun des arcs, & ce sera la *méridienne* cherchée.

Tous ces cercles ainsi tracés, servent à donner plus exactement la position de la *méridienne*, parce que les opérations réitérées, pour la déterminer sur plusieurs cercles concentriques, peuvent servir à se corriger mutuellement.

Pour éviter de placer un stile & de décrire des cercles, on peut se servir d'un instrument, *fig.* 37, des planches d'astronomie. Sur une base *L D R* est implanté un montant *A B*, qui porte une platine *T P A*, percée d'un trou *T*, pour introduire un rayon solaire; car le point lumineux se distingue mieux que le sommet de l'ombre. Le trou répond perpendiculairement au centre *C* de plusieurs cercles concentriques, tels que *L D R*. On place la base de manière qu'elle soit bien horizontale; on tourne l'instrument de manière que le rayon solaire passant par *T* vienne en un point *R* du cercle *L D R* le matin; l'on marque le soir le point *L*, où le même rayon vient couper le même cercle, & prenant le milieu *D* de l'arc *L R*, on a la méridienne *C D*.

Cette méthode est fondée sur ce que la hauteur du soleil est la même à égales distances du *méridien*, comme à 9 heures du matin & à 3 heures du soir; car le soleil décrivant un parallèle à l'équateur toujours perpendiculaire au *méridien*, & le *méridien* étant perpendiculaire à l'horizon, tout est égal à droite & à gauche, à l'orient & à l'occident; le soleil parcourt la partie orientale de son parallèle dans le même temps, avec la même vîtesse, & par les mêmes degrés que la partie occidentale; ainsi le *méridien* est au milieu de deux points pris à hauteurs égales à l'orient & à l'occident.

Quand le soleil est à la même hauteur, les ombres sont de la même longueur; or la méthode précédente nous marque deux ombres égales, donc elle nous marque deux directions également éloignées du *méridien*, donc le milieu des deux ombres donne la *méridienne*. Au lieu de deux ombres égales l'instrument que nous avons décrit, donne deux distances égales du rayon solaire à la ligne verticale *T C*, ce qui revient au même pour la méthode.

Ce procédé n'est rigoureusement exact qu'au temps des solstices, c'est-à-dire, vers le 21 Juin, & le 21 Décembre; car, dans toutes les autres saisons, la *méridienne* tracée déclinera de quelques secondes, soit à l'orient, soit à l'occident, à cause du changement du soleil en déclinaison, qui devient assez sensible, pour que cet astre, quoique à même hauteur, se trouve plus ou moins éloigné du *méridien*, le soir que le matin; on corrige cette erreur par des tables qui ont été construites à cet effet, mais la différence est insensible dans l'opération que nous venons d'expliquer.

On peut tracer aussi une *méridienne* suffisante pour l'usage ordinaire par le moyen de l'étoile polaire. Mais comme il est nécessaire de prendre pour cela le temps où cette étoile est dans le *méridien*, l'on se sert de l'étoile ε, *fig.* 2, à la racine de la queue de la grande ourse; cette étoile a la même ascension droite que l'étoile polaire, à douze heures près, elles passent ensemble au *méridien*, l'une en haut & l'autre en bas; si donc on les voit dans le même à-plomb, dans le même vertical, on est sûr que l'étoile polaire est alors au *méridien*, & si l'on marque sa direction par deux fils à-plomb, on a la direction de la *méridienne*.

Pour parler avec plus de précision, je dois observer que ces étoiles étoient exactement ensemble dans le *méridien*, au mois de Juillet 1751; mais l'étoile ε de la grande ourse devance l'autre de 1′ 13″ ½ tous les dix ans, & au mois de Juin 1781, elle passoit 4′ 54″ plutôt que l'étoile polaire. Si donc on aspiroit dans cette opération à une extrême exactitude, il faudroit d'abord s'assurer, par le moyen de deux fils à-plomb, du moment où les deux étoiles ont passé dans le même vertical; attendre ensuite cinq minutes, & diriger alors les deux fils à-plomb à l'étoile polaire seule, sans égard à l'étoile ε, qui aura déja passé au-delà du *méridien* & du vertical; mais cette petite différence est insensible dans la pratique. Car, dans un quart d'heure, l'étoile polaire ne change de vertical que de 11′ 36″ de degrés, ce qui ne feroit sur un cadran horizontal que 1′ 2″ de temps.

Mais la seule méthode exacte & rigoureuse qu'il y ait pour tracer une *méridienne*, est la méthode des *hauteurs correspondantes*. On détermine par ces hauteurs le moment du midi vrai sur une bonne pendule, on marque la place de l'ombre ou de l'image du soleil au moment où la pendule marque l'heure, la minute & la seconde trouvées; on tire par cette place, & par le pied du stile, une ligne qui est la véritable *méridienne*. On ne sait pas au moment du midi quel est l'instant où il faut marquer l'ombre, mais on marque plusieurs points à différentes minutes, & le soir, après les

hauteurs correſpondantes, on ſait quel eſt le point où tomboit le véritable midi.

Je ſuppoſe qu'on peut avoir le pié du ſtile, ou le point qui répond perpendiculairement au-deſſous du centre du trou par lequel on introduit le rayon ſolaire; au lieu du ſtile on fait ordinairement une ouverture circulaire dans une plaque de cuivre, de ſorte que les rayons du ſoleil paſſant par cette ouverture, viennent repréſenter l'image du ſoleil ſur le pavé; on attache cette plaque parallélement à l'horizon, dans un lieu élevé & commode pour l'obſervation. On fait tomber une ficelle & un plomb pour meſurer la hauteur qu'il y a du trou au pavé; il faut avoir ſoin que le pavé ſoit parfaitement de niveau & horizontal; quelquefois on le fait blanchir, afin de repréſenter plus diſtinctement l'image du ſoleil; on tire la ligne méridienne par le pié du *gnomon*, c'eſt-à-dire, par le point que marque le plomb.

Au lieu d'une plaque horizontale, dans laquelle on fait un trou, on ſe contente quelquefois de faire un trou vertical à une croiſée, dont on ſupprime d'ailleurs entiérement le jour. L'image de ce trou eſt celle du ſoleil; & le milieu ou le centre de l'image, eſt ſenſiblement celle du centre du ſoleil: car cette image eſt la baſe d'un triangle dont l'angle au ſommet eſt d'environ 32′, diamètre apparent du ſoleil, & dont les côtés ſont forts grands par rapport à la baſe.

Souvent le fil à plomb qu'on abaiſſe depuis le centre du trou tombe dans un endroit qui n'eſt pas libre ou commode; alors on y ſupplée en tendant un fil depuis le centre du trou juſqu'au point où l'on a obſervé le midi; ce fil étant dans le plan du méridien, il ne s'agit plus que d'abaiſſer l'à-plomb de quelque endroit de ce fil, pour avoir ſur le pavé un des points de la *méridienne*; on tire alors la ligne de ce point à celui du midi qu'on a marqué, & c'eſt la *méridienne*.

Chez les anciens ce qu'on appelloit des *gnomons*, conſiſtoit ordinairement en de grands obéliſques élevés en plein air, & dans quelque grande place, au ſommet deſquels étoit un globe, ou une figure quelconque, qui faiſoit l'office de cette ouverture, & dont l'ombre tenoit lieu de l'image ſolaire; ils étoient en cela inférieurs à nos *méridiennes*, puiſque cette ombre ainſi environnée de la lumière du ſoleil ne pouvoit qu'être fort mal terminée, & d'autant plus mal, que le gnomon étoit plus grand, & le ſoleil plus bas, comme il arrive au temps du ſolſtice d'hiver.

Nous avons parlé au mot GNOMON des méridiennes des anciens; nous allons parler de celles qui ont été faites de nos jours, & qui ſont de grands inſtrumens d'aſtronomie.

Le P. Ximenès, profeſſeur de mathématiques dans l'univerſité de Florence, a découvert dans la cathédrale de la même ville, un *gnomon*, dont la hauteur eſt de 277 piés 4 pouces 9 lignes, 68 par rapport au marbre ſolſticial; il lui paroît avoir été conſtruit par Paul Toſcanella, qui mourut en 1482; les marques qui y ſubſiſtoient depuis 1510, ont fait voir au P. Ximenès que l'obliquité de l'écliptique devoit être alors de 23° 29′ 51″; il l'a déterminée lui-même en 1755, de 23° 28′ 35″, quantité qui paroît un peu trop grande, mais qui prouve au moins une diminution de 31″ par ſiècle. Les changemens arrivés dans les murs de l'égliſe ont pu produire une partie de cette différence; mais le P. Ximenès, qui a rétabli & perfectionné ce monument, prouve que ces changemens ne ſauroient produire à beaucoup près une ſi grande incertitude. Cette grande *méridienne* fait la matière d'un ouvrage conſidérable. *Del Vecchio e nuovo gnomone Fiorentino, in Firenze* 1757, *in-4.°*

On voit dans l'égliſe de S. Pétrone à Bologne, la fameuſe méridienne de Dominique Caſſini, dont le *gnomon* a 83 piés 5 pouces de hauteur: comme c'eſt une des méridiennes les plus célèbres relativement à l'aſtronomie, & celle qui a été la plus utile à l'aſtronomie, nous croyons devoir en donner ici une notice plus détaillée.

Les mathématiciens de Bologne avoient été conſultés par les papes avant la réformation du calendrier, pour ſavoir quel jour devoit arriver l'équinoxe, ſur lequel ſe règlent les fêtes mobiles, & quelle différence il y avoit d'une année à l'autre; cela donna lieu au P. Ignace Dante, dominicain, profeſſeur de mathématiques à Bologne, de faire en 1575, dans l'égliſe de S. Pétrone, une méridienne qui n'étoit pas fort éloignée de l'endroit où on la voit actuellement: il en fit même deux à Florence, à *Santa Maria novella*, & dans l'égliſe cathédrale. M. Caſſini vérifioit, en 1653, la méridienne de Bologne, lorſque la prolongation de l'égliſe, vers le midi, dérangea ſon travail, & il fut obligé de le refaire en entier en 1655, à-peu-près dans l'état où il eſt actuellement.

La lumière du ſoleil y entre par une ouverture, qui a un pouce de diamètre: la longueur de la ligne eſt de 206 piés 8 pouces de Paris, ce qui fait 2″ & 10 tierces, ou la 600 millième partie de la circonférence de la terre, comme on le voit marqué ſur un pilaſtre de l'égliſe.

Dans la ſuite, la plaque fixée dans la voûte s'étant abaiſſée, & le niveau de l'égliſe ayant varié inégalement, Caſſini rétablit cette méridienne en 1695. Il y marqua les dégrés de la diſtance au zénit & leurs tangentes, les ſignes du zodiaque, les heures que dure la nuit, les ſecondes & les tierces de la circonférence de la terre, & la largeur de l'image du ſoleil en été avec une inſcription vers l'extrémité méridionale de la ligne.

La méridienne de Florence a l'avantage de la hauteur, qui eſt de 277 piés; mais la méridienne de Bologne ſera toujours la plus célèbre par les recherches curieuſes & importantes qu'y fit Caſſini, ſur-tout dans la théorie du ſoleil, qui eſt le fondement de toute l'aſtronomie. On peut dire que cette méridienne a fait époque dans l'hiſtoire du

renouvellement des ſciences : à ce titre, elle méritoit bien d'être conſacrée par la médaille qui eſt gravée dans la deſcription de la méridienne imprimée en 1665, & dans l'ouvrage de M. Long: *Aſtronomy in five books, by Roger Long.* 1742. On voit d'un côté le portrait de Caſſini, avec cette inſcription : *Jo. Dom. Caſſinus, archigym. Bonon. primar. aſtron. & R. Acad.* De l'autre, on voit la coupe de l'égliſe de S. Pétrone, & le rayon ſolaire qui tombe ſur la méridienne, au-deſſus eſt écrit : *Facta copia cœli*; & au-deſſous, *Bonon. M. D C. V C.* Quant cette *méridienne* fut finie, Caſſini apprit aux mathématiciens de l'Europe, par un écrit public, qu'il s'étoit établi dans un temple un nouvel oracle d'Apollon ou du ſoleil, que l'on pouvoit conſulter avec confiance ſur toutes les difficultés d'aſtronomie. On peut en voir l'hiſtoire plus en détail dans l'éloge de cet aſtronome, par Fontenelle, *Hiſt. Acad.* 1712.

La *méridienne* de Bologne a été encore vérifiée & réparée par Manfredi, qui a publié à ce ſujet un volume *in*-4.°, rempli des obſervations qu'on y avoit faites depuis 1655, juſqu'en 1735. *De gnomone meridiano Bononienſi*, 1736, *in*-4.° Enfin M. Zanotti a publié en 1779, un ouvrage intitulé: *La meridiana del tempio di San Petronio rinnovata, l'anno* 1776.

La méridienne des chartreux de Rome eſt une des plus grandes & des plus belles qu'on ait faites, & elle eſt certainement la plus ornée, la plus riche de toutes. Ce fut, en 1701, que François Bianchini, prélat de Rome, entreprit de faire cette méridienne. Le pape Clément XI ſongeoit alors à faire une réforme dans le cycle paſcal du calendrier grégorien; Bianchini & Jacques-Philippe Maraldi, l'un des aſtronomes de l'académie des ſciences de Paris, neveu de Caſſini, & qui ſe trouvoit alors à Rome au ſujet de cette queſtion du cycle paſcal, furent chargés par le pape de conſtruire un *gnomon* aſtronomique, pour y obſerver les mouvemens du ſoleil & de la lune. Ce *gnomon* eſt décrit dans une diſſertation de Bianchini; *De nummo & gnomone Clementino*; on voit à la ſuite du livre la médaille que fit frapper Clément XI, à l'occaſion de cet ouvrage. D'un côté, eſt le portrait du S. Pere; de l'autre, on voit une partie de l'égliſe, avec la méridienne & le rayon ſolaire qui y pénétre. Bianchini fit choix du vaſte édifice des thermes de Dioclétien, dont la ſolidité avoit été éprouvée par une antiquité de plus de quatorze ſiécles. Cette grande ſolidité parut ſurtout lors du violent tremblement de terre de 1703, qui ébranla & fit des lézardes dans pluſieurs grands édifices de Rome, ſans produire le moindre effet ſur les murs de l'égliſe des chartreux, ni ſur la méridienne.

L'ouvrage fut fait ſur les principes que Caſſini avoit indiqués dans ſa deſcription de la méridienne de Bologne; & Bianchini décrit avec ſoin dans ſa diſſertation, toutes les précautions qu'il prit pour en aſſurer l'exactitude. La ligne fut tracée ſur une lame de cuivre, bordée de dalles de marbre antique grec, de deux palmes de large, & nivelée par le moyen d'un canal plein d'eau. Elle eſt ornée de figures qui repréſentent le zodiaque, incruſtées en marbre; on a marqué par des étoiles de bronze, les endroits de la ligne qui répondent aux hauteurs des principales étoiles; les diſtances au zénit y ſont auſſi en centièmes du rayon ou de la hauteur du *gnomon*, & chaque centième eſt diviſée en mille parties, ſur une plaque encaſtrée dans le mur. On voit auſſi le long de la méridienne des nombres qui marquent les arcs de la circonférence de la terre en ſecondes & tierces, à raiſon de ſeize toiſes pour une ſeconde de cette circonférence terreſtre.

La même méridienne répond à deux *gnomons*, l'un au midi, & l'autre au nord. Le *gnomon* auſtral a 62 pieds & demi de hauteur perpendiculaire; l'ouverture du *gnomon* a de diamètre la millième partie de cette hauteur. Ce *gnomon* méridional ſervoit non-ſeulement pour obſerver le ſoleil & la lune, mais encore pour les étoiles & les planètes; c'eſt avec ce *gnomon* que Bianchini trouva la latitude de Rome 40° 54′ 27″ dans ce point-là, & l'obliquité de l'écliptique de 23° 28′ 35″, pour 1703; il s'en ſervit auſſi pour faire un grand nombre d'obſervations, qui ſont rapportées dans le recueil donné par Euſtache Manfredi : *Franc. Bianchini Veronenſis, aſtronomicæ ac geographicæ obſervationes ſelectæ. Veronæ*, 1737, *in-folio.*

Le *gnomon* polaire ou ſeptentrional a 75 pieds de hauteur; il reçoit le rayon de l'étoile polaire, & il ſervit à trouver auſſi la hauteur du pole, par le moyen de cette étoile. Bianchini décrivit ſur le pavé, les traces des paralleles de l'étoile polaire, pour l'eſpace de 800 ans. On y voit pluſieurs ellipſes concentriques dont la plus petite aura lieu dans 400 ans, l'étoile polaire n'étant plus alors qu'à un demi-degré du pole. Pour obſerver la hauteur de l'étoile polaire, par le moyen du *gnomon* ſeptentrional, on dirigeoit une bonne lunette, de manière que le centre du réticule ou des fils de la lunette, paſſât par le centre de la croix fixée à la fenêtre boréale de l'égliſe; il y avoit ſur la lunette des pinnules extérieures exactement parallèles à l'axe optique de la lunette, avec leſquelles on s'alignoit en même temps vers l'ellipſe décrite ſur le pavé, au point où le rayon de l'étoile devoit aboutir. Par ce moyen on pouvoit en tout temps obſerver les deux hauteurs méridiennes de l'étoile polaire; l'on n'étoit point obligé d'attendre qu'on pût l'appercevoir préciſément dans les deux points du méridien, ce qui ne peut ſe faire que dans l'hiver; car, l'ayant obſervée en trois points de ſon parallèle dans une même nuit, on décrivoit l'ellipſe de ce parallèle, & l'on en concluoit à chaque fois la hauteur du pole. Le P. Boſcovich qui fut chargé il y a quelques années par le cardinal Valenti, de vérifier & de corriger

cette méridienne, y remarqua quelques légeres imperfections ; il trouva 15" d'erreur au solstice d'hiver ; il remarqua que la ligne n'est pas exactement droite, que les divisions n'en sont pas égales, que l'échelle qui devroit être divisée en 1000 parties, n'est divisée qu'en 900. Il examina aussi le niveau de la ligne, mais il trouva que ce niveau n'avoit pas changé sensiblement.

M. le Monnier nous a donné, dans les *Mém. de l'académie des Sciences de* 1743, la description de la grande & belle *méridienne* qu'il a tracée dans l'église de S. Sulpice ; il y en avoit une tracée vers 1728, par Henri Sully, fameux horloger anglois. L'ouverture placée aux vitraux du bras méridional de la croisée, avoit 75 pieds de hauteur. Le mur opposé du bras septentrional n'en étoit intérieurement qu'à 180 pieds ; d'où il suit que l'image du soleil, qui passoit par cette ouverture, ne pouvoit porter sur la *ligne méridienne*, tracée horizontalement sur le pavé de l'église que jusqu'au commencement de novembre. Car on sait que le point du solstice d'hiver sur une ligne horizontale à la latitude de Paris, s'éloigne du pied du stile ou du gnomon de plus du triple de sa hauteur ; ce qui donne plus de 230 pieds. Le soleil se peignoit donc alors sur le mur opposé ; & la *méridienne* continuée devenoit une ligne verticale.

M. le Monnier fit élever de cinq pieds & reculer de deux la grande plaque de métal ou ce soleil doré qui en portoit l'ouverture, ou plutôt il en substitua une autre, qui est scellée dans l'épaisseur du mur, & qui ne déborde que pour présenter aux rayons du soleil l'ouverture d'un pouce de diamètre, & l'on supprima le jour de la fenêtre. Cette ouverture est donc présentement à 80 pieds de hauteur au-dessus du pavé de l'église. A la partie inférieure du mur septentrional, où répond la portion verticale de la nouvelle *méridienne*, qui se trouve à 18 pouces vers l'occident de l'ancienne : on a encastré en saillie un obélisque de marbre blanc d'environ 30 pieds de hauteur, sur une base ou piedestal de 4 à 5 pieds de largeur ; & à la face antérieure & exactement verticale de cet obélisque, sur la *méridienne* qui la coupe par le milieu, sont gravées les transversales de 3 minutes, & leurs subdivisions de 5 en 5 secondes, qui répondent aux bords supérieurs & inférieurs du soleil au solstice d'hiver.

L'image du soleil qui se peint sur un plan horizontal vers le temps du solstice d'hiver, étant très-alongée sur le grand axe de la projection, se trouve par-là mal terminée, donne une grande pénombre, & ne peut par conséquent qu'indiquer assez imparfaitement la hauteur apparente du soleil. Ici au contraire l'image du soleil est presque ronde à ce solstice, & sa projection qui est d'environ 20 pouces de diamètre en hauteur, approche beaucoup d'être directe ; elle est aussi d'autant moins affoiblie par les bords.

Cette image au solstice d'hiver parcourt deux lignes par seconde sur l'obélisque où elle monte à environ 25 pieds au-dessus du pavé de l'église, & un peu plus de 3 lignes, lorsque le soleil étant au parallele de Sirius, elle est descendue plus bas. Ainsi, l'on y peut ordinairement déterminer le moment du midi, en prenant le milieu entre le passage des deux bords, avec la précision d'une demi-seconde, ou même d'un quart de seconde.

Dans la partie horizontale de la *méridienne* qui est la plus étendue, se trouve marqué le solstice d'été avec les divisions qui en indiquent l'approche. Toute cette partie de la ligne, ainsi que la verticale sur l'obélisque, est formée par une lame de cuivre de deux lignes d'épaisseur, mise & enfoncée de champ dans le marbre.

Dans toutes les *méridiennes* la distance du point solsticial d'été au pied du stile, étant petite en comparaison de l'éloignement du point solsticial d'hiver, les divisions y sont plus resserrées, & il est d'autant plus difficile d'y déterminer le temps & le point précis où le soleil arrive au solstice d'été. D'ailleurs l'entablement de la corniche inférieure empêchoit l'image du soleil d'y arriver, & en interceptoit les rayons pendant plusieurs jours avant & après. M. le Monnier a remédié à ces inconvéniens par une seconde ouverture, qu'il ménagea 5 piés plus bas que la première, vers le dedans de l'église, dans le même plan du *méridien*, & il y a scellé un verre objectif de 80 piés de foyer, au moyen duquel l'image solaire projettée sur la partie correspondante de la *méridienne*, est exactement terminée & sans pénombre sensible. Cette partie est distinguée des autres par une grande table carrée de marbre blanc de près de 3 piés de côté. L'image du soleil n'y parcourt qu'environ 1½ ligne en 2 secondes de temps ; mais on détermine le temps du midi à une demi-seconde près, de même que si l'image mal terminée y parcouroit 3 ou 4 lignes en une seconde, ou si le point du solstice d'été étoit à la même distance que celui du solstice d'hiver ; cette *méridienne* devient équivalente à un très-grand quart de cercle ; avantage qu'aucune *méridienne* n'a eu jusqu'ici. L'objectif qui constitue cette nouvelle ouverture, & qui est d'environ 4 pouces de diamètre, est renfermé dans une boite ou espèce de tambour qui ferme à clef, & que l'on n'ouvre que quand il s'agit de faire l'observation du solstice d'été.

Comme il est souvent difficile de trouver de grands objectifs d'une mesure précise, & telle qu'on la demande, on s'est servi de celui de 80 piés qu'on avoit, & qui étoit excellent, faute d'un de 82 à 83 piés qu'il auroit fallu employer pour un gnomon de 75 piés de hauteur : car c'est-là la distance de l'objectif au point solsticial d'été : mais le foyer de ces grands objectifs n'est pas compris dans des limites si étroites, qu'ils ne rassemblent encore fort bien les rayons de la

lumière à quelques piés de diſtance, plus ou moins, & l'eſſai qu'on a fait de celui-ci a très-bien réuſſi.

Ce que nous ne devons pas omettre, & ce qui eſt ici de la dernière importance, c'eſt la ſolidité de tout l'ouvrage, & ſur-tout de cette partie de la *méridienne* qui répond au ſolſtice d'été, & à l'ouverture de 75 piés de hauteur. Rien n'eſt ſi ordinaire que de voir le pavé des grands vaiſſeaux tels que les égliſes, s'affaiſſer par ſucceſſion de temps. Cet accident a obligé pluſieurs fois de retoucher à la *méridienne* de Bologne, & ce ne peut être jamais qu'avec bien de la peine, & avec beaucoup de riſques pour l'accord & la juſteſſe du tout enſemble. Mais on n'a rien de pareil à craindre pour la *méridienne* de S. Sulpice. Tout ce pavé fait partie d'une voûte qui eſt ſoutenue ſur de gros piliers; & l'un de ces piliers qui ſe trouve placé ſous le point du ſolſtice d'été, ſoutient la table de marbre blanc ſur laquelle ſont tracées les diviſions qui répondent à ce ſolſtice. On en fixa la place en cet endroit, & pour cet uſage, dès le temps qu'on conſtruiſit le portail méridional de S. Sulpice, & le mur où devoit être attachée la plaque; & comme les marbres, & ſur-tout les marbres blancs, viennent enfin à s'uſer ſous les piés des paſſans, on a couvert celui-ci d'une grande plaque de cuivre, qu'on ne leve qu'au temps de l'obſervation. Toutes ces précautions, jointes à tant de nouvelles ſources d'exactitudes, font de la *méridienne* de S. Sulpice un inſtrument des plus utiles qui aient été procurés à l'Aſtronomie, & d'autant plus durable que l'égliſe eſt neuve, & que Paris n'eſt point ſujet aux tremblemens de terre. L'obéliſque eſt chargé d'une inſcription qui conſervera la mémoire d'un ſi bel ouvrage, & du célèbre aſtronome au ſoin duquel on en eſt redevable; on y voit les avantages de cette *méridienne* pour le calendrier eccléſiaſtique : M. le Monnier y a long-temps obſervé le ſolſtice, & je l'ai fait moi-même pluſieurs fois. Une différence de 20″ dans la hauteur du ſoleil fait une ligne ſur le marbre, en ſorte que l'effet de la nutation qui eſt de 18″, y devient très-ſenſible; c'étoit le principal objet que M. le Monnier ſe propoſa. En ſuivant ainſi les variations de l'obliquité de l'écliptique, il a cru reconnoître qu'elle n'avoit point diminué depuis 1745 juſqu'à 1763. *Mém. de l'académie 1762, pag. 266*; dans le même volume, *pag. 268*, je fis voir que ſi le mur de l'égliſe avoit taſſé ſeulement d'une ligne en dix-huit ans, la diminution de l'obliquité de l'écliptique diſparoîtroit totalement, & qu'on ne pouvoit pas tirer de ces obſervations une concluſion pareille quant à préſent. Mais depuis ce temps-là M. le Monnier a reconnu, ſur la *méridienne*, la petite diminution d'obliquité que la théorie & les obſervations ont rendue inconteſtable. *Mém. de l'acad. 1774 & 1780.*

En 1732, M. Caſſini fit faire, dans la grande ſalle de l'obſervatoire royal de Paris, une méridienne graduée, tracée en marbre, & dont le *gnomon* a 30 piés & demi de hauteur; on en peut voir la deſcription & les procédés dans les *Mémoires* de l'Académie pour 1732. M. Caſſini jugea que le diamètre du trou devoit être en général la millième partie de la hauteur du *gnomon*; mais je crois qu'il eſt ſouvent utile de le rendre plus grand, pour avoir plus de lumière; l'inconvénient qui en réſulte par l'augmentation de l'image, n'eſt pas conſidérable; en augmentant le trou du *gnomon* d'une méridienne, de 3 lignes, on n'ajoute que 3 lignes au diamètre de l'image, quelque grande qu'elle ſoit, & à quelle diſtance qu'elle ſoit du trou, & cependant on peut augmenter beaucoup la lumière. Le tems du paſſage n'augmente donc que de ce qui répond à cette quantité de 3 lignes. Alors il faut calculer combien un eſpace de 3 lignes met de tems à paſſer le méridien, & quel angle il ſoutend à la diſtance de l'image au trou, pour en tenir compte dans le calcul du diamètre.

L'image eſt toujours ovale, ſoit que la plaque ſoit horizontale ou non, à moins que le plan ne ſoit perpendiculaire au rayon ſolaire, parce que la ſection d'un cône ou d'un cylindre eſt toujours une ellipſe, quand les deux côtés ſont coupés par un plan qui eſt oblique à l'axe du cône ou du cylindre. Elle eſt auſſi toujours environnée d'une pénombre conſidérable : M. Bianchini la ſuppoſoit à chaque bord de l'image du ſoleil $\frac{1}{2000}$ de la hauteur du *gnomon*, & c'eſt ce qu'il retranchoit du diamètre : c'eſt pour diminuer cette pénombre que l'on a mis ſur le trou de la méridienne de S. Sulpice, un verre de 80 piés de foyer, qui ſert du moins pour le ſolſtice d'été. En calculant la hauteur des deux bords de l'image du ſoleil, & déduiſant la largeur du trou, l'on trouve la valeur du diamètre ſolaire, c'étoit le meilleur moyen de le déterminer avant l'invention des micromètres. On avoit cru qu'il y auroit de l'avantage à rendre le trou extrêmement petit, mais il en réſultoit une diffraction dans les rayons, qui augmentoit conſidérablement le diamètre du ſoleil. Scheiner, & quelques autres aſtronomes, y furent trompés, comme on le voit fort au long dans Riccioli, *Aſtronomia reform.* pag. 39.

Pour calculer la hauteur du ſoleil par le moyen d'une méridienne dont le trou horizontal ſeroit *E G F* (*fig. 30 d'aſtronomie*), marquez les extrémités *K* & *I* de l'image du ſoleil ſur la ligne méridienne, & retranchez de chacune une ligne droite égale au demi-diamètre de l'ouverture; ſavoir, d'un côté *K H* & de l'autre côté *L I*; le reſte *H L* ſera l'image du diamètre du ſoleil, qui, étant coupée par le milieu en *B*, donne le point ſur lequel tombent les rayons du centre du ſoleil. Ayant donc la ligne droite *A B* & la hauteur *A G* du *gnomon* avec l'angle *A*, qui eſt un angle droit, l'angle *A B G*, ou la hauteur apparente du centre du ſoleil, n'eſt pas difficile à trouver : car, en prenant pour le rayon un des côtés donnés *A B*, *A G* ſera la tangente de l'angle oppoſé *B*; dites donc;

donc: le côté $A\ B$ est à l'autre côté AG comme le sinus total est à la tangente de l'angle B, ou de la hauteur du soleil.

Le rayon qui vient du centre du soleil ne tombe pas exactement & rigoureusement au point B, milieu de la ligne HBL. Il faudroit pour cela que les lignes GH, GL, fussent égales; ce qui n'est pas & ne sauroit être : mais, comme le trou G est fort petit, par l'hypothèse, qu'il est placé à une grande hauteur, & que par conséquent les lignes GH, GL, sont fort grandes & la ligne HL extrêmement petite, puisqu'elle n'est que l'image du soleil, il s'ensuit que l'on peut regarder comme sensiblement égales les lignes BH, BL; B étant supposé l'image du centre du soleil.

Méridienne *du temps moyen*, est celle qui marque le midi moyen, sur une courbe tracée suivant l'*équation du temps*; on en trouve la description dans la Gnomonique de M. Deparcieux, imprimée en 1741, & dans celle de Dom Bedos, imprimée en 1760 & en 1774, par les soins de Dom Monniotte.

La *méridienne du temps moyen*, sur un plan horizontal, est une ligne courbe, *fig. 284*, faite à-peu-près comme un huit de chiffre fort alongé, serpentant autour de la *méridienne* du temps vrai. Cette ligne est telle, que si l'on a une pendule à secondes, réglée selon le moyen mouvement du soleil, & qu'on lui fasse marquer midi lorsque la lumière du trou de la plaque passe par cette courbe, à l'endroit convenable désigné par le jour du mois, la pendule marquera toute l'année midi lorsque le soleil sera dans cette courbe; pour cela, il faut auparavant tracer les arcs des signes sur la *méridienne* droite, non-seulement pour le commencement de chaque signe, mais encore de 5 en 5 degrés des signes, c'est-à-dire, les arcs que le soleil parcourt au commencement de chaque signe, au cinquième degré de chaque signe, au dixième degré de chaque signe, *&c.* il n'est pas nécessaire de continuer ces arcs au-delà d'un quart-d'heure avant midi ou environ, & autant après midi : l'espace de chacun de ces arcs compris entre midi & midi un quart, ou entre midi & onze heures trois quarts, sera divisé en 900 parties égales, pour les 900 secondes qu'il y a dans un quart d'heure, & l'on prendra sur chacun de ces arcs autant de parties, soit avant midi, soit après midi, qu'il y a de secondes dans l'équation du temps ce jour-là ou pour cet arc de signe, selon qu'elle doit être en avance ou en retard; cela est aisé à faire avec la ligne des parties égales d'un compas de proportion. Ayant ainsi marqué deux points sur chaque arc de signe, l'un avant & l'autre après midi, chacun selon l'équation convenable; l'on fera passer une courbe par tous les points, ce qui fera la *méridienne du temps moyen*, autour de laquelle on écrira les noms des mois, convenablement aux signes dont les équations ont donné le point de la courbe, ainsi qu'on le voit dans la *fig. 284*, où les routes du soleil sont marquées de 5 en 5 degrés de chaque signe, & l'équation convenable à chaque côté réduite en secondes.

Quand on dit qu'il faut diviser en 900 parties égales l'espace de chaque arc, compris entre midi & midi un quart, cela suppose qu'en temps égaux le soleil parcourt des parties égales de ces arcs, ce qui est sensiblement vrai aux environs de midi, sur les plans horizontaux & sur les verticaux, qui ne déclinent pas beaucoup : mais lorsqu'on voudra tracer cette *méridienne* sur un plan déclinant, il faudra tout au moins tracer les lignes de midi cinq minutes, de midi dix minutes, de midi quinze minutes, & autant avant midi, & agir ensuite dans les espaces de chacune de ces subdivisions, selon que l'équation sera moindre que 300 secondes, que 600 secondes ou que 900 secondes, divisant chaque espace de cinq minutes en 300 parties égales, pour les 300 secondes qu'il y a dans cinq minutes. Lorsque la *méridienne* sera fort étendue, au lieu que de ne tracer les arcs des signes que de cinq en cinq degrés, on pourra les tracer de trois en trois degrés, ou de deux en deux, *&c.* & opérer par les équations convenables que l'on prendra dans les tables astronomiques, ou dans les *éphémérides*, pour une année moyenne entre deux bissextiles. Nous en avons donné la table pour chaque jour du mois au mot Equation du temps.

M. Grand-Jean de Fouchy, de l'académie des sciences, est le premier qui ait parlé de cette *méridienne du temps moyen*. Il en traça une chez le Comte de Clermont; M. Deparcieux en fit deux en 1740, & depuis ce temps-là on en a fait un grand nombre.

La République de Genève en a fait tracer une en 1780, par M. Mallet, d'après laquelle on donne tous les jours un signal à l'église de Saint-Pierre, pour que tous les Horlogers de la ville puissent régler les pendules sur le temps moyen, qui est le seul uniforme. On les règle de même en Angleterre, & les anglois sont même surpris qu'on se serve encore en France du temps vrai, ou du temps du soleil, malgré ses irrégularités. Les *méridiennes du temps moyen* devroient être en effet beaucoup plus communes qu'elles ne le sont. (*D. L.*)

Méridienne d'un Cadran, c'est une droite qui se détermine par l'intersection du *méridien* du lieu avec le plan du cadran. C'est la ligne de midi d'où commence la division des lignes des heures. *Voyez* Cadran.

MÉRIDIONAL, adj. (*Géog. & Astr.*) distance méridionale en *navigation*, suivant les Auteurs anglois, est la différence des méridiens ou la différence de longitude entre le méridien sous lequel le vaisseau se trouve, & celui d'où il est parti. *Voyez* Longitude.

Parties méridionales, minutes méridionales dans

la navigation angloiſe, en françois les latitudes croiſſantes, ſont les parties dont les méridiens croiſſent dans les cartes marines, à proportion que les parallèles de latitude décroiſſent. *Voyez* CARTE DE MERCATOR.

On trouve dans les livres de navigation les tables des parties méridionales, faites par l'addition continuelle des ſécantes; il y en a, par exemple, dans les tables de Jonas Moore, dans le traité de navigation de Bouguer, *&c.* elles ſont pour chaque degré & minute de latitude; & ces parties ſervent à graduer une carte marine, & à ſe conduire dans la navigation.

MEROPE, (*Aſtron.*) nom que les aſtronomes donnent à l'une des ſept étoiles principales des pléïades.

Septima mortali Merope, tibi Syſiphe nupſit.
Pœnitet, & facti ſola pudore latet.
Ovid. *Faſt. lib. IV, v. 175.*

C'eſt ainſi qu'Ovide explique pourquoi on avoit coutume de dire qu'il y a ſept pléïades, quoiqu'on n'en diſtingue que ſix à la vue ſimple. Au reſte, avec des lunettes on en diſtingue un bien plus grand nombre. *Voyez* PLÉIADES.

MESOLABE, ſ. m. (*Géom.*) inſtrument de mathématique, inventé par les anciens pour trouver méchaniquement deux moyennes proportionnelles; il eſt compoſé de trois parallélogrames qui ſe meuvent dans une rainure, & ſe coupent en certains points. Eutocius en donne la figure dans ſon commentaire ſur Archimède. *Voyez* les *articles* DUPLICATION & MOYENNE PROPORTIONNELLE.

MESOLOGARITHME, ſ. m. (*Arithm.*) Kepler s'eſt ſervi de ce terme, pour exprimer les logarithmes des co-ſinus & des co-tangentes; mais Neper appelle *antilogarithmes* les logarithmes des co-ſinus, & *logarithmes* différentiels, *differentiales*, les logarithmes des co-tangentes; ces expreſſions ne ſont plus uſitées.

MESSIER, (*Aſtron.*) conſtellation boréale qui ſe voit ſur les nouveaux globes céleſtes; elle fut introduite à l'occaſion de la comète de 1774, découverte dans une partie du ciel où il y a beaucoup de petites étoiles, qui n'avoient aucun nom ſur les cartes céleſtes. *Journal des Savans, Juin 1775.* Les modernes ont été obligés de remplir ainſi les vides que laiſſoient les 48 conſtellations anciennes, & l'on en compte 100 actuellement. *V.* CONSTELLATION.

On appelle *meſſier*, en François, celui qui eſt prépoſé à la garde des moiſſons ou des tréſors de la terre; ce nom ſemble naturellement ſe lier avec celui de M. Meſſier, notre plus infatigable obſervateur qui, depuis plus de vingt ans, eſt comme prépoſé à la garde du ciel & à la découverte des comètes. J'ai cru pouvoir raſſembler ſous le nom de *meſſier* les étoiles ſparſiles ou informes, ſituées entre caſſiopée, céphée & la giraffe, c'eſt-à-dire, entre les princes d'un peuple agriculteur & un animal deſtructeur des moiſſons: cette nouvelle conſtellation rappellera en même temps au ſouvenir & à la reconnoiſſance des aſtronomes à venir, le courage & le zèle de celui dont elle porte le nom.

M. l'abbé Boſcovich, auſſi familier avec la poéſie latine qu'avec les ſciences mathématiques, fit, à l'occaſion de cette nouvelle conſtellation, le diſtique ſuivant:

Sidera, non meſſes, Meſſerius iſte tuetur;
Certe erat ille ſuo dignus ineſſe polo.

Les étoiles qui compoſent cette nouvelle conſtellation ſeront bientôt déterminées avec ſoin par M. Meſſier lui-même, qui a obſervé les aſcenſions droites & les déclinaiſons de pluſieurs: elles ſont près des étoiles que M. le Monnier a raſſemblées ſous le nom de *Réenne*, dans l'édition *in*-4.° de l'atlas céleſte de Flamſteed, publiée à Paris chez Fortin. Cette nouvelle conſtellation ſe trouve ſur le globe céleſte que j'ai publié en 1775, à Paris chez Lattré, & ſur celui de M. Meſſier, qui ſe trouve chez Fortin. *Voyez* l'explication de mon globe. (*D. L.*)

MESURAGE, ſ. m. (*Géom.*) on appelle ainſi l'action de meſurer l'aire des ſurfaces ou la ſolidité des corps. *Voyez* MESURER & MESURE.

MESURE, ſ. f. *en Géométrie*, marque une certaine quantité qu'on prend pour unité, & dont on exprime les rapports avec d'autres quantités homogènes. *Voyez* MESURER & NOMBRE.

Cette définition eſt plus générale que celle d'Euclide, qui définit la *meſure* une quantité qui, étant répétée un certain nombre de fois, devient égale à une autre; ce qui répond ſeulement à l'idée d'une partie aliquote. *Voyez* ALIQUOTE.

La *meſure* d'un angle eſt un arc décrit du ſommet *a*, (*Pl. géomet. fig.* 10.) & d'un intervalle quelconque entre les côtés de l'angle, comme *d f*. Les angles ſont donc différens les uns des autres, ſuivant les rapports que les arcs décrits de leurs ſommets, & compris entre leurs côtés, ont aux circonférences, dont ces arcs ſont reſpectivement partie; & par conſéquent ce ſont ces arcs qui diſtinguent les angles, & les rapports des arcs à leur circonférence diſtinguent les arcs: ainſi, l'angle *l a c* eſt dit du même nombre de degrés que l'arc *f d*. *Voyez au mot* DEGRÉ la raiſon pourquoi ces arcs ſont la *meſure* des angles. *Voyez auſſi* ANGLE.

La *meſure* d'une ſurface plane eſt un quarré qui a pour côté un pouce, un pié, une toiſe, ou toute autre longueur déterminée. Les Géomètres ſe ſervent ordinairement de la verge quarrée, diviſée en cent piés quarrés & les piés quarrés ſont diviſés en pouces quarrés. *Voyez* QUARRÉ.

On ſe ſert de *meſures* quarrées pour évaluer les ſurfaces ou déterminer les aires des terreins, 1.° parce qu'il n'y a que des ſurfaces qui puiſſent meſurer des ſurfaces, 2.° parce que les *meſures*

quarrées ont toute la simplicité dont une *mesure* soit susceptible, lorsqu'il s'agit de trouver l'aire d'une surface.

La *mesure* d'une ligne est une droite prise à volonté, & qu'on considère comme unité. *Voyez* LIGNE.

Les Géomètres modernes se servent pour cela de la toise, du pié, de la perche, *&c.*

Mesure de la masse, ou quantité de matière en méchanique, ce n'est autre chose que son poids; car il est clair que toute la matière qui fait partie du corps, & qui se meut avec lui, gravite aussi avec lui; & comme on a trouvé par expérience que les gravités des corps homogènes étoient proportionnelles à leurs volumes, il s'ensuit de-là, que tant que la masse continuera à être la même, le poids sera aussi le même, quelque figure que le poids puisse recevoir, ce qui n'empêche pas qu'il ne descende plus difficilement dans un fluide sous une figure qui présentera au fluide une surface plus étendue; parce que la résistance & la cohésion qu'il faudra déplacer, lui fera alors un plus grand obstacle. *Voyez* POIDS, GRAVITÉ, MATIÈRE, RÉSISTANCE, *&c.*

Mesure d'un nombre, en arithmétique, est un autre nombre qui mesure le premier, sans reste, ou sans laisser de fractions; ainsi 9 est *mesure* de 27. *Voyez* NOMBRE & DIVISEUR.

Mesure d'un solide, c'est un cube dont le côté est un pouce, un pié, une perche, ou une autre longueur déterminée.

Mesure de la vîtesse. Voyez VITESSE, & la fin du *mot* EQUATION. *Chambers.* (*E*)

MESURES, *harmonie des* (*Géom.*) la *mesure* en ce sens (*modulus*) est une quantité invariable dans chaque système, qui a la même proportion à l'accroissement de la *mesure* d'une raison proposée, que le terme croissant de la raison à son propre accroissement.

La *mesure* d'une raison donnée est comme la mesure (*modulus*) du système dont elle est prise; & la *mesure* dans chaque système est toujours égale à la *mesure* d'une certaine raison déterminée & immuable, que M. Cotes appelle, à cause de cela, raison de mesure, *ratio modularis.*

Il prouve, dans son livre intitulé, *Harmonia mensurarum*, que cette raison est exprimée par les nombres suivans: 2,7182818, *&c.* à 1, ou par 1 à 0,3678794, *&c.* De cette manière, dans le canon de Briggs, le logarithme de cette raison est la mesure (*modulus*) de ce système, dans la ligne logistique, la soutangente donnée est la *mesure* du système; dans l'hyperbole, le parallélogramme, contenu par une ordonnée à l'asymptote & par l'abscisse du centre; ce parallélogramme, dis-je, donné, est la *mesure* de ce système; & dans les autres, la *mesure* est toujours une quantité remarquable.

Dans la seconde proposition, il donne une méthode particulière & concise de calculer le canon des logarithmes de Briggs, avec des régles pour trouver des logarithmes, & des nombres intermédiaires, même au-delà de ce canon.

Dans la troisième proposition, il bâtit tel système de *mesures* que ce soit, par un canon de logarithmes, non-seulement lorsque la *mesure* de quelque raison est donnée; mais aussi sans cela; en cherchant la *mesure* du système par la règle susmentionnée.

Dans les quatrième, cinquième & sixième propositions, il quarre l'hyperbole, décrit la ligne logistique & équiangulaire spirale, par un canon de logarithmes; & il explique divers usages curieux de ces propositions dans les scholies. Prenons un exemple aisé de la méthode logométrique, dans le problème commun de déterminer la densité de l'atmosphère. Supposée la gravité uniforme, tout le monde sait que si les hauteurs sont prises dans quelque proportion arithmétique, la densité de l'air sera à ces hauteurs à-peu-près en progression géométrique, c'est-à-dire, que les hauteurs sont les *mesures* des raisons des densités à ces hauteurs & au-dessous, & que la différence des deux hauteurs quelconques, est la *mesure* de la raison des densités à ces hauteurs.

Pour déterminer donc la grandeur absolue & réelle de ces *mesures*, M. Cotes prouve *à priori*, que la mesure (*modulus*) du système est la hauteur de l'atmosphère, réduite par-tout à la même densité qu'au-dessous. La mesure (*modulus*) est donc donnée, comme ayant la même proportion à la hauteur du mercure dans le Baromètre, que la gravité spécifique de l'air; & par conséquent tout le système est donné: car, puisque dans tous les systêmes, les *mesures* des mêmes raisons sont analogues entre elles, le logarithme de la raison de la densité de l'air dans deux hauteurs quelconques, sera à la mesure (*modulus*) du canon, comme la différence de ces hauteurs l'est à la susdite hauteur donnée de l'atmosphère égale partout.

M. Cotes définit les *mesures* des angles de la même manière que celle des raisons: ce sont des quantités quelconques, dont les grandeurs sont analogues à la grandeur des angles. Tels peuvent être les arcs ou secteurs d'un cercle quelconque, ou toute autre quantité de temps, de vîtesse, ou de résistance analogue aux grandeurs des angles. Chaque système de ces *mesures* a aussi sa mesure (*modulus*) conforme aux *mesures* du système, & qui peut être calculée par le canon trigonométrique des sinus & des tangentes, de la même manière que les *mesures* des raisons par le canon des logarithmes; car la mesure (*modulus*) donnée dans chaque système, à la même proportion à la *mesure* d'un angle donné quelconque, que le rayon d'un cercle a à un arc soutendu à cet angle; ou celle que ce nombre constant de degrés, 57,2957795130, a au nombre de degré de l'angle susdit.

A l'égard de l'avantage qui se trouve à calculer, selon la méthode de M. Cotes, c'est que les *mesures* des raisons ou des angles quelconques, se calculent toujours d'une manière uniforme, en prenant des tables le logarithme de la raison, ou le nombre des degrés d'un angle, & en trouvant ensuite une quatrième quantité proportionnelle aux trois quantités données: cette quatrième quantité est la *mesure* qu'on cherche. (*D. J.*)

Mesure, règle originairement arbitraire, & ensuite devenue fixe dans les différentes sociétés, pour marquer soit la durée du temps, soit la longueur des chemins, soit la quantité des denrées ou marchandises dans le commerce. De-là on peut distinguer trois sortes de *mesures*; celle du temps, celles des lieux, celle du commerce.

La *mesure* du temps chez tous les peuples a été assez communément déterminée par la durée de la révolution que la terre fait autour de son axe, & de-là les jours; par celle que la lune emploie à tourner autour de la terre, d'où l'on a compté par lunes ou par mois lunaires; par celle où le soleil paroît dans un des signes du zodiaque, & ce sont les mois solaires; & enfin par le temps qu'emploie la terre à tourner autour du soleil, ce qui fait l'année. Et pour fixer ou reconnoître le nombre des années, on a imaginé d'espace en espace des points fixes dans la durée des temps marqués par de grands événemens, & c'est ce qu'on nomme *époque*.

La *mesure* des distances d'un lieu à un autre est l'espace qu'on parcourt d'un point donné à un autre point donné, & ainsi de suite, pour marquer la longueur des chemins. Les principales *mesures* des anciens, & les plus connues, étoient chez les Grecs, la *stade*; chez les Perses, la *parasangue*; en Egypte, *schoene*; le *mille* parmi les Romains, & la *lieue* chez les anciens Gaulois. *Voyez* tous ces mots sous leur titre pour connoître la proportion de ces *mesures* avec celles d'aujourd'hui.

Les Romains avoient encore d'autres *mesures* pour fixer la quantité de terres ou d'héritages appartenans à chaque particulier. Les plus connues sont la *perche*, le *climat*, le *petit acte*, l'*acte quarré* ou *grand acte*, le *jugere*, le *verse* & l'*érédie*.

A l'égard des *mesures* des denrées, soit sèches, soit liquides, elles varioient selon les pays. Celles des Egyptiens étoient l'*artaba*, l'*aporrhima*, le *saytès*, l'*oephis*, l'*ionium*; celles des Hébreux étoient le *core*, le *hin*, l'*epha*, le *sat*, ou *satum*, l'*homer* & le *cab*. Les Perses avoient l'*achane*, l'*artaba*, la *capithe*. Chez les Grecs, on mesuroit par *medimnes*, *chenices*, *septiers*, *oxibaphes*, *cotyles*, *cyathes*, *cueillerées*, &c. A Rome, on connoissoit le *culeus*, l'*amphore*, le *conge*, le *septier*, l'*emine*, le *quartarius*, l'*acetabule* & le *cyathe*, sous lesquels étoient encore d'autres petites *mesures* en très-grand nombre. *Voyez* au nom de chacune ce qu'elle contenoit.

§. Mesure, (*Géom. prat. Arpent.*) La variété continuelle des *mesures* entre les différens pays, & même entre les différens villages d'une seule province, ont fait desirer de tout temps l'introduction d'une *mesure* universelle. La longueur du pendule simple, quantité invariable & facile à retrouver dans tous les temps, semble donnée par la nature pour servir de *mesure* dans tous les pays. Mouton, astronome de Lyon, proposoit pour *mesure* universelle un pied géométrique, *virgula geometrica*, dont un degré de la terre contenoit 600000; & pour en conserver la longueur à perpétuité, il remarquoit qu'un pendule de cette longueur faisoit $3959\frac{1}{2}$ vibrations en une demi-heure. *Observ. diametrorum*, 1670, *pag.* 433; Picard, en 1671, proposa une idée semblable. M. Huygens, qui avoit imaginé en 1656 l'application du pendule aux horloges, en parla de même, *Horolog. oscillatorium*, 1673, *part. I*, *pag.* 7. *Part. IV*, *pag.* 151, & la société royale de Londres se proposoit de l'adopter. Amontons, *Mém. acad.* 1703, *pag.* 51, Bouguer, *pag.* 300, insisterent là-dessus. M. du Fay avoit fait agréer au ministre un projet de réglement, que la mort de M. Orry & de M. du Fay a suspendu. M. de la Condamine, *Mém. acad.* 1747, *pag.* 189, a écrit sur la même matière & formé le même vœu. M. de la Condamine fait voir que le pendule équinoxial ou équatorial, qui est de 36 pouces 7 lignes $\frac{21}{100}$ *mesure* de Paris, en employant la toise qui a servi au Pérou, devoit être adopté par préférence, comme étant une *mesure* plus naturelle & plus indépendante des prétentions diverses de chaque pays. Par ce moyen la toise de Paris deviendroit plus longue de 14 lignes $\frac{42}{100}$: le degré de la terre sous la latitude de Paris, contiendroit 56132 toises astronomiques, au lieu de 57069 toises de Paris, que contient le degré du méridien entre Paris & Amiens.

M. d'Anville, de l'académie royale des inscriptions & belles-lettres, a publié en 1769 un *Traité des mesures itinéraires*, qui contient de savantes discussions sur les *mesures* itinéraires de tous les temps & de tous les pays.

Les autres espèces de *mesures* sont contenues dans la *Metrologie* de M. Paucton, publiée à Paris en 1780, *in*-4.° Nous rapporterons les principales au mot Toise, pour la partie qui intéresse les mathématiciens, on trouvera dans le Dictionnaire de Commerce celles qui ont rapport aux denrées; cependant nous rapporterons aussi, dans notre Dictionnaire de Mathématiques, diverses *mesures* dont il est fait mention dans les auteurs. *V.* Arpent, Boisseau; mais la *Métrologie*, que nous avons citée, est le recueil le plus complet qu'on ait sur toutes les mesures de l'univers; nous en avions nous-même donné l'idée & fourni les principaux matériaux à l'auteur. (*D. L.*)

Mesure *commune*, s. f. (*alg.*). On appelle ainsi, la quantité qui sert d'unité de comparai-

ſon à plusieurs grandeurs de la même eſpèce.

Exemples. Si vous dites avoir cent vingt ſols dans la poche, vous prenez alors le ſol pour meſure commune ou unité; ſi vous aviez dit, j'ai ſix livres, vous auriez pris la livre pour meſure commune.

Si vous dites, j'ai un jardin contenant 3600 piés quarrés, vous prenez le pié quarré pour meſure commune, ſi vous aviez dit, mon jardin contient 100 toiſes quarrées, vous auriez pris la toiſe pour meſure commune.

MESURE, *Aſtron.* On dit meſure du degré ou meſure de la terre. *V.* DEGRÉ.

MESURER, v. act. (*Géom.*) Suivant la définition mathématique de ce *mot*, c'eſt prendre une certaine quantité, & exprimer les rapports que toutes les autres quantités de même genre ont avec celle-là.

Mais en prenant ce *mot* dans le ſens populaire, c'eſt ſe ſervir d'une certaine meſure connue, & déterminer par-là l'étendue préciſe, la quantité, ou capacité de quelque choſe que ce ſoit. *Voyez* MESURE.

L'action de *meſurer* ou le meſurage en général fait l'objet de la partie pratique de la Géométrie. *Voyez* GÉOMÉTRIE. Les différentes portions d'étendue qu'on ſe propoſe de *meſurer*, ou auxquelles on applique la Géométrie pratique, font donner à cette ſcience différens noms; ainſi, l'art de *meſurer* les lignes ou les quantités géométriques d'une ſeule dimenſion, s'appelle *Longimétrie. Voyez* LONGIMÉTRIE.

Et quand ces lignes ne ſont point parallèles à l'horizon, ce même art prend alors le nom d'*Altimétrie. Voyez* ALTIMÉTRIE. Et il s'appelle *Nivellement*, lorſqu'on ne ſe propoſe que de connoître la différence de hauteur verticale, des deux extrémités de la ligne. *Voyez* NIVELLEMENT.

L'art de *meſurer* les ſurfaces reçoit auſſi différens noms, ſelon les différentes ſurfaces qu'on ſe propoſe de *meſurer.* Lorſque ce ne ſont que des champs, on l'appelle *Géodéſie* ou *Arpentage.* Lorſque ce ſont d'autres ſuperficies, il retient alors le nom générique d'*art de meſurer. Voyez* GÉODÉSIE & ARPENTAGE.

Les inſtrumens dont on ſe ſert dans cet art, ſont la perche, la chaîne, le compas, le graphomètre, la planchette, &c. *Voyez* AIRE, CHAÎNE, COMPAS, &c.

L'art de *meſurer* les ſolides ou les quantités géométriques de trois dimenſions, s'appelle *Stéréométrie. Voyez* STÉRÉOMÉTRIE. Et il prend le nom de *Jaugeage*, lorſqu'il a pour objet de *meſurer* les capacités des vaiſſeaux, ou les liqueurs que les vaiſſeaux contiennent. *V.* JAUGE.

Par la définition du mot *meſurer*, ſuivant laquelle la meſure doit être homogène à la choſe, à *meſurer*, c'eſt-à-dire, de même genre qu'elle; il eſt donc évident que dans le premier cas, ou lorſqu'il s'agit de *meſurer* des quantités d'une dimenſion, la meſure doit être une *ligne*, dans le ſecond une *ſurface*, & dans le troiſieme un *ſolide.* En effet une ligne, par exemple, ne ſauroit *meſurer* une ſurface, puiſque *meſurer* n'eſt autre choſe qu'appliquer la quantité connue à l'inconnue, juſqu'à ce qu'à force de répétition, s'il en eſt beſoin, l'une ſoit devenue égale à l'autre. Or les ſurfaces ont de la largeur & la ligne n'en a point, quarante, cinquante, ſoixante lignes n'en ont pas non plus: on a donc beau appliquer une ligne à une ſurface, elle ne pourra jamais lui devenir égale ou la *meſurer*; & l'on prouvera évidemment de la même manière, que les ſurfaces qui n'ont point de profondeur ne ſauroient *meſurer* les ſolides qui en ont.

L'art de *meſurer* les triangles ou de parvenir à connoître les angles, & les côtés inconnus d'un triangle, lorſqu'on y connoît déjà ou les trois côtés, ou bien deux côtés & un angle, ou bien enfin un côté & deux angles, s'appelle *Trigonométrie. Voyez* TRIGONOMÉTRIE.

L'art de *meſurer* l'air, ſa preſſion, ſon reſſort, &c. s'appelle *Aérométrie* ou *Pneumatique. Voyez le Dictionnaire de Phyſique.* (*E*)

METEMPTOSE, (*Aſtr.*) terme de calendrier; il ſignifie l'équation ſolaire des nouvelles lunes qui arrivent un jour plutôt, quand on a ôté un jour d'une année ſéculaire. *Voyez* PROEMPTOSE.

METEOROSCOPE, nom que portoit autrefois *l'aſtrolabe planiſphère.*

METHODE, on appelle ainſi *en Mathématique*, la route que l'on ſuit pour réſoudre un problême; mais cette expreſſion s'applique plus particulièrement à la route trouvée & expliquée par un géomètre pour réſoudre pluſieurs queſtions du même genre, & qui ſont renfermées comme dans une même claſſe; plus cette claſſe eſt étendue, plus la méthode a de mérite. Les *méthodes* générales pour réſoudre à-la-fois, par un même moyen un grand nombre de queſtions, ſont infiniment préférables aux *méthodes* bornées & particulières pour réſoudre des queſtions iſolées. Cependant il eſt facile quelquefois de généraliſer une *méthode* particulière, & alors le principal, ou même le ſeul mérite de l'invention, eſt dans cette dernière *méthode. Voyez* FORMULE & DÉCOUVERTE. (*O*)

MÉTHODE, (*Mathématiques.*) On diſtingue ordinairement dans les ſciences exactes deux ſortes de *méthodes*, l'analyſe & la ſynthèſe. Mais dans les mathématiques ces mots ont deux ſens, l'un qui eſt le même que celui qu'ils ont partout ailleurs; l'autre ne s'eſt introduit que depuis la révolution opérée par Deſcartes.

Par l'analyſe, on cherche une vérité inconnue: par la ſynthèſe, on prouve une vérité énoncée. L'objet eſt différent; mais la *méthode* eſt la même. Toutes les opérations des mathématiques tendent à connoître deux expreſſions différentes

d'une même quantité. Si une des deux expressions est donnée, & qu'on cherche l'autre, en supposant qu'on en connoît la forme, & les quantités dont elle doit être fonction, on a un problême à résoudre. Si on connoît les deux expressions, il faut prouver qu'elles conviennent à une même chose, & on a un théorême à démontrer.

Par exemple, cette proposition dans la parabole, la soutangente est le double de l'abscisse, se réduit à ceci, lorsque $y^2 = ax$, la quantité $y\frac{dx}{dy}$ est la même que la quantité $2x$. Et ce probléme trouver la soutangente de la parabole, se réduit à trouver qu'elle est lorsque $y^2 = ax$ l'expression en x de $y\frac{dx}{dy}$. Si on examine ensuite la méthode employée à résoudre le problême, on trouvera qu'elle consiste à donner à l'expression connue la forme à laquelle on veut la rappeller par le moyen d'opérations convenables; & que la méthode pour démontrer le théorême, consiste à donner à une des deux expressions d'une même quantité, la même forme qu'avoit l'autre expression, qu'à l'autre. On voit donc que la méthode doit être la même; qu'il n'y a de différence, qu'en ce qu'il y a deux problêmes qui répondent à chaque théorême, puisqu'on peut prendre à volonté chacune des deux expressions pour la rappeller à la forme de l'autre.

Ainsi, dans l'exemple que j'ai choisi, on peut démontrer que lorsque $y^2 = ax$, $y\frac{dx}{dy}$ & $2x$ expriment une même quantité; soit en mettant $y\frac{dx}{dy}$ sous la forme d'une fonction de x; soit en cherchant la valeur de $\frac{x}{y}$ en $\frac{dx}{dy}$. Ainsi, lorsque l'on énonce un théorême, on ne fait qu'annoncer d'avance la solution déja trouvée d'un des deux problêmes qui y répondent; & on préfère cette manière, lorsque l'énoncé paroît plus précis sous cette forme, & présente une idée plus nette. Ainsi, dans les élémens de géométrie, on dit toujours le quarré de l'hypothénuse est égal à la somme des quarrés des deux autres côtés, parce que cela est plus simple, que de dire trouver l'expression du quarré de l'hypothénuse par une fonction des deux autres côtés.

Puisque chaque théorême peut être démontré également par la solution de deux problêmes, il est aisé de voir que, selon qu'on prend l'un ou l'autre, la démonstration peut paroître avoir été ou n'avoir pas été la méthode qui a servi à trouver le théorême. En effet, de deux problêmes auxquels un théorême répond, il y en a souvent un qu'il a été beaucoup plus naturel de se proposer; & c'est de la solution de celui-là qu'on doit tirer la démonstration. Soit par exemple ce théorême, que dans le cercle les produits de deux lignes qui se coupent, sont toujours égaux; il peut être la solution d'un de ces deux problêmes, ou trouver dans le cercle le rapport qu'ont entre eux les produits de ces lignes, ou bien trouver le courbe où ces produits sont égaux. Ainsi, l'on voit que, dans un traité sur le cercle, ce seroit la première démonstration qu'il faudroit choisir.

On donne encore le nom de *synthèse* à la géométrie des anciens, & celui d'*analyse* à l'algèbre littérale, employée par les modernes. Quelquefois ces deux méthodes ne diffèrent, qu'en ce qu'on désigne dans l'une par deux lettres la même ligne que dans l'autre on désigne par une seule. Mais il y a en général entre ces méthodes des différences essentielles qui rendent celle des modernes fort préférable. Les opérations qu'on emploie dans la méthode des anciens, se font toutes sur des quantités déterminées, & par conséquent elle conduit toujours à des solutions en nombre limité. Ainsi, elles ne peuvent pas renfermer les quantités arbitraires qui, dans bien des problêmes, doivent rester dans les solutions. Par exemple, la solution synthétique que Neuton a donnée des oscillations d'un fluide élastique, étoit légitime; mais elle n'étoit pas générale : elle supposoit déterminée des fonctions qui auroient dû rester arbitraires : & ce n'est que dans la solution que M. d'Alembert a donnée du problême des cordes vitrantes, qu'on a vu quelle étendue elle devoit avoir. *Voyez le tome I des Mémoires de l'académie de Turin, où M. de la Grange a examiné cet endroit des principes mathématiques.* L'analyse a encore un autre avantage, que toutes les solutions pratiques & approchées se font bien plus commodément par des tables arithmétiques que par des constructions : les erreurs inévitables y sont d'ailleurs plus aisées à apprécier, & en général on a préféré l'analyse dans les travaux immenses qu'on a faits sur le systême du monde. Enfin, les opérations de la synthèse sont plus compliquées, sa marche plus difficile à suivre, ses résultats moins généraux. Elle demanderoit pour bien des problêmes un travail impraticable : aussi a-t-elle été abandonnée de presque tous les géomètres, & elle n'a plus pour elle que le nom de Neuton, qui s'en servit, dit-on, pour cacher la route qu'il avoit suivie, & qui, sûr de l'admiration des grands géomètres, avoit la foiblesse de vouloir encore étonner les esprits médiocres. Mais je ne saurois être de cet avis, soit parce que cette petite charlatannerie me paroît trop indigne de ce grand-homme, soit parce qu'il est aisé de voir que les plus compliqués des problêmes qu'il a résolus, se réduisent à des doubles quadratures, dépendantes d'arcs, de cercles & de sinus; & que ces doubles quadratures se pouvoient trouver par la géométrie des lignes, telle que Pascal & Huyghens avoient su l'employer.

L'astronomie conserve des descriptions géogra-

phiques & des constructions géométriques : mais un mathématicien habile a formé le projet de l'en débarrasser & de la rendre absolument analytique. Après avoir prouvé que ces solutions données par les constructions étoient inexactes, incertaines, fautives même, il leur a substitué des méthodes analytiques bien sûres ; & son ouvrage amenera, sans doute, dans l'astronomie pratique la révolution qui s'est déjà faite dans l'astronomie physique. (*M. D. C.*)

MIC

MICROMÈTRE, s. m. (*Astronomie*) instrument qui sert à mesurer dans les cieux, avec une très-grande précision, de petites distances ou de petits arcs, comme les diamètres du soleil, des planètes, aussi ce mot vient du grec μικρὸς, *petit*, μέτρον, *mesure*.

Les Anglois attribuent l'invention du *micromètre* à Gascoigne, astronome qui fut tué dans les guerres civiles d'Angleterre, en combattant pour l'infortuné Charles I. Les François attribuent l'invention à Auzout; mais la Hire, dans son mémoire de 1717 sur la date de plusieurs inventions astronomiques, observe que c'est à Huygens que nous devons la première idée du *micromètre*. Cet auteur, dans ses observations sur l'anneau de Saturne, publiées en 1659, donne la manière d'observer les diamètres des planètes en se servant de la lunette d'approche, & en mettant, comme il dit, au foyer du verre oculaire convexe, qui est aussi le foyer de l'objectif, un objet qu'il appelle *virgula*, d'une grandeur propre à comprendre l'objet qu'il vouloit mesurer. Car il avertit qu'en cet endroit de la lunette à deux verres convexes on voit très-distinctement les plus petits objets. Ce fut par ce moyen qu'il mesura les diamètres des planètes tels qu'il les donne dans cet ouvrage. Vers 1666, Auzout & Picard imaginerent le chassis mobile qui s'emploie encore aujourd'hui. D'un autre côté, Tounley, sur ce qu'Auzout avoit écrit dans les *Transf. phil. n.*° 21, sur cette invention, la revendiqua en faveur de Gascoigne par un écrit inséré dans ces mêmes *Transf. n.*° 25, ajoutant qu'on le regarderoit comme coupable envers sa nation, s'il ne faisoit valoir les droits de cet astronome sur cette découverte. Il remarque donc qu'il paroît par plusieurs lettres & papiers volans de son compatriote, qui lui ont été remis, qu'avant les guerres civiles, & vers 1641, il avoit non-seulement imaginé un instrument qui faisoit autant d'effet que celui d'Auzout, mais encore qu'il s'en étoit servi pendant quelques années pour prendre les diamètres des planètes ; que même, d'après sa précision, il avoit entrepris de faire d'autres observations délicates, telles que celles de déterminer la distance de la lune par deux observations faites, l'une à l'horizon, & l'autre à son passage par le méridien; enfin, qu'il avoit entre les mains le premier instrument que Gascoigne avoit fait, & deux autres qu'il avoit perfectionnés. Quoi qu'il en soit, on n'en doit pas moins regarder Huygens & Auzout comme l'ayant inventé, puisque Gascoigne n'avoit rien publié. Quant à la construction du *micromètre* donné par le marquis Malvasia, trois ans après Huygens, on ne peut la regarder comme une découverte; il paroît presque certain qu'il en dut l'idée au *micromètre* de cet illustre géomètre. Mais s'il fut imitateur, il fut imité aussi à son tour; car il y a tout lieu de penser que le *micromètre* de Malvasia donna à Auzout l'idée du sien, qui étoit si bien imaginé, qu'on s'en sert encore aujourd'hui. En effet, celui que nous décrirons plus bas n'est que celui d'Auzout perfectionné.

On voit ici la marche lente de nos idées, & la petitesse des espaces que franchit chaque inventeur : Huygens invente sa virgule : celle-ci donne à Malvasia l'idée de son chassis. Enfin Auzout imagine d'en détacher quelques fils qui pouvant se mouvoir parallèlement en s'éloignant ou s'approchant des premiers, qui restent immobiles, donnent la facilité de prendre avec beaucoup de précision le diamètre d'un astre ou une très-petite distance.

Description du micromètre. Au milieu d'une plaque de cuivre *A B* (*pl. d'astronom. fig.* 202), de forme oblongue, est coupé un grand trou oblong *b g e h b*, qui doit être placé au foyer de la lunette ; ce trou est traversé au milieu dans sa longueur par un fil très-délié *b e*, qui est perpendiculaire à deux très-petites lames ou pinnules de cuivre *g h*, *i k*, placées en-travers du trou. L'une de ces lames *g h* est attachée sur la plaque *A B* par des vis en *g* & en *h*; mais l'autre *i k* est mobile parallèlement à *g h*, on lui communique le mouvement en faisant tourner la poignée *C* fixée sur le bout d'une longue vis d'acier *D E*, qui roule par son extrémité *D* formée en pointe sur la vis *Y*, & qui tourne par l'autre dans un trou en *E* au centre du cadran *E F*, situé à angles droits sur la platine. La pièce *t s W X*, qui pose sur la grande plaque & qui porte le fil ou la petite lame mobile *i k*, a deux espèces de talons *W X* qui sont percés & taraudés pour recevoir la grande vis *D E*, de façon qu'en la tournant d'un sens ou de l'autre, on fait avancer ou reculer toute la pièce *t s X*. Afin que l'extrémité *p* de cette pièce ne se leve pas, elle est appliquée sur la grande plaque par une petite pièce *q r* qui y tient avec des vis, & sous laquelle glisse le chassis *s t*. Pour que la lame mobile *i k* soit placée bien parallèlement au fil *g h*, elle est percée de deux trous *t* & *s*, qui sont oblongs & plus grands que les tiges des vis qui doivent les presser contre la pièce *t s W X*: on ne serre ces vis que lorsqu'ayant approché cette lame *i k* de l'autre lame *g h*, on voit quelle touche cette dernière également par-tout.

En effet, ſi l'on ſuppoſe que les talons *W* & *X*, au-travers deſquels paſſe la grande vis *D E*, ſoient ſuffiſamment éloignés l'un de l'autre, qu'elle s'y meuve ſans jeu, enfin que cette vis ſoit bien droite, on ſera aſſuré alors que la petite lame *i k* avancera toujours parallèlement à l'autre *g h*. Suppoſant donc que la vis ſoit bien droite, voici les précautions que l'on prend pour que, ſe mouvant avec liberté dans les talons *W X*, ce ſoit toujours d'un mouvement doux & ſans jeu.

La pièce *W X* porte à ſon milieu un reſſort *wx*, *n.°* 5, avec une portion d'écrou, qui occupe à-peu-près le tiers de la circonférence de la vis; & ce petit reſſort étant viſſé vers *w* & *x*, ſon action eſt telle, qu'il tend toujours à élever la portion d'écrou *v*, & par conſéquent à preſſer la vis *D E*, & lui ôter le jeu inſenſible qu'elle pourroit avoir. Pour empêcher de même qu'elle ne ſe meuve ſelon la longueur, le petit trou où eſt reçu ſon extrémité conique eſt fait dans une vis *Y*, de façon qu'en la tournant on peut ôter à la vis *D E* toute eſpèce de jeu ſur ſa longueur.

On voit ſur le cadran une aiguille & un index; l'aiguille *F* marque les parties de révolutions de la vis, & l'index *I* marque ſur le petit cadran (qui paroît à-travers l'entaille circulaire) le nombre des révolutions. Pour cet effet, il y a dans l'intérieur deux roues & un pignon qui menent ce petit cadran, de façon qu'à chaque tour de l'aiguille il avance d'une diviſion. On voit par-là que ſachant une fois à quel eſpace équivaut l'intervalle d'un pas de la vis *D E*, on ſaura par l'aiguille & par l'index à quelle diſtance les deux lames ou les deux fils (car on peut y en ſubſtituer) *g h* & *i k* ſont l'un de l'autre.

Ce *micromètre*, tel que nous venons de le décrire, étant placé dans une lunette ou dans un téleſcope, a cet inconvénient, qu'il faut tourner cet inſtrument graduellement juſqu'à ce que l'aſtre que vous obſervez paroiſſe ſe mouvoir parallèlement au fil *g h*, ce qui ſouvent eſt aſſez difficile. Pour y remédier, on voit qu'il faut trouver le moyen de monter le *micromètre* de manière qu'il puiſſe avoir un mouvement circulaire autour de l'axe du téleſcope indépendant de la pièce qui le fait tenir avec cet inſtrument. C'eſt à quoi Bradley a réuſſi par la conſtruction ſuivante.

Sur le derrière de la grande plaque qui eſt tournée en-deſſus, & repréſentée ici par le parallélogramme *G H I K*, *fig.* 201, il y a une autre plaque *L M N O* de la même largeur & de la même épaiſſeur, mais plus courte, qui eſt percée au milieu d'un trou oblong & un peu plus grand que celui qui eſt dans la grande plaque; ce trou, ou plûtôt cette ouverture, eſt terminée par deux lignes droites ε ζ, η θ, & à ſes deux bouts par deux arcs concaves θ ι ε, ζ κ η, dont le centre commun eſt vers δ, interſection commune des fils *b e* & *g h*. La partie concave ε ι θ gliſſe en tournant autour de ce centre δ le long d'un arc convexe λ μ ν, décrit du même centre, un peu plus long que l'arc concave, de même épaiſſeur que la plaque *L M N O*, & fortement viſſé ſur la grande. L'arc concave ζ κ η gliſſe auſſi le long d'un autre arc convexe ο ω plus court, décrit auſſi du centre δ, & formé d'une pièce de la même épaiſſeur que la plaque ſupérieure, & fortement viſſée à celle de deſſous. On conçoit par-là que tout ceci étant bien exécuté, la plaque *L M N O* doit tourner autour des deux portions de cercle ο ω & λ μ ν, comme ſi elle tournoit autour du centre δ: les deux arcs ο ω & λ μ ν ſont recouverts de deux plaques viſſées deſſus, & qui les débordant preſſent toujours par ce moyen la plaque *L M N O* contre la grande. Pour la faire mouvoir graduellement autour du point δ; il y a à l'extrémité de la plaque *L M N O* une petite portion de roue *R* que l'on fait tourner par le moyen de la vis ſans fin *S T*. La plaque *L M N O* étant fixément arrêtée ſur le téleſcope, en faiſant mouvoir la vis ſans fin, on donnera à la grande plaque *G H I K* qui porte les fils, la poſition requiſe, c'eſt-à-dire qu'on donnera aux fils la poſition qu'ils doivent avoir pour que l'aſtre ſe meuve parallélement à ces fils.

Pour que tout ceci puiſſe ſe placer commodément dans le téleſcope, il y a ſur les bords de la plaque *L M N O* deux petites plaques *A B*, *A B*, recourbées à chaque extrêmité en équerre, mais de façon qu'un bout ſoit en ſens contraire de l'autre: par-là, d'un côté, ce rebord ſert à les viſſer ſur la plaque; de l'autre, il ſert à entrer dans une rainure pratiquée dans un tuyau *A A*, *fig.* 204, *n.°* 5, où il y a des couliſſes *B G*; on y fait entrer les plaques recourbées du *micromètre*, & on le retire quand on veut. L'oculaire *O E* eſt porté ſur une traverſe *D D*; celle-ci a deux bras qui gliſſent dans des couliſſes *C D*, pour avancer l'oculaire & le mettre exactement à la portée des fils du *micromètre*.

Les détails de ce *micromètre* ſont repréſentés au-deſſous de la *figure* 202.

N.° 1. Cadran du *micromètre*, avec le développement de la quadrature qu'il couvre. *A*, le cadran mobile qui marque le nombre des tours de la vis. *B*, roue de renvoi fixée par trois vis à la partie inférieure du cadran mobile. *C*, pignon enarbré ſur la vis du *micromètre*. Au-deſſous eſt la roue de renvoi, dont le pignon engrenne dans la roue *B* que porte le cadran mobile. Les diviſions de ce cadran paroiſſent à travers la fenêtre α γ du cadran *F*, dont les diviſions font connoître, au moyen de l'index *E*, les portions de tours de la vis, dont le cadran mobile *A* fait connoître le nombre de révolutions.

N.° 2. Le curſeur du *micromètre*, dont on a ſéparé les différentes pièces qui le compoſent.

N.° 3. Le même curſeur garni de toutes ſes pièces.

N.° 4. La vis du *micromètre*. *C*, la poignée dont la moulure

la moulure eſt garnie d'un grenetis ; à côté eſt le reſſort de compreſſion *x w*, *n.*° 5.

Le développement des platines du *micromètre* eſt dans la *figure* 204.

N.° 1. La platine fixe vue du côté oppoſé à la platine mobile. λ μ ν fente concentrique au point δ qui répond à l'axe de la lunette, & dans laquelle paſſent les vis qui réuniſſent les deux platines.

N.° 2. La même platine fixe vue du côté oppoſé; c'eſt-à-dire du côté qui s'applique à la platine mobile; *a c d e b*, eſt une rainure circulaire concentrique au point δ, laquelle reçoit la languette circulaire de la platine mobile.

N.° 3. La platine mobile du *micromètre* vue du côté qui s'applique à la platine fixe. *a b c d e* eſt une languette circulaire qui eſt reçue dans la rainure du *n.*° 2. Auprès de la lettre *d* on voit les trous taraudés qui reçoivent les vis de réunion qui gliſſent dans la fente λ μ ν du *n.*° 1.

N.° 4. La platine mobile vue du côté oppoſé : le curſeur a été ſupprimé. On voit ſeulement la couliſſe qui lui ſert de guide, *a f*.

Voici les principales meſures de ce *micromètre* anglois, en pouces & dixièmes de pouces anglois, d'après l'optique de Smith.

	pouces.
La longueur de la plaque *A B*, *fig.* 202.	8, 0
Sa largeur *A H*, ...	3, 6
Son épaiſſeur, ...	0, ½
Longueur de l'ouverture *b e*, ...	3, 5
Sa largeur *g h* occupée par les fils, ..	2, 2
Longueur de la vis *D E*, ...	5, 5
Son diamètre, ...	0, 3
L'intervalle w x, *n.*° 2, ...	3, 0
Longueur des ſupports, ...	4, 5
Leur largeur, ...	0, 8
Largeur des rebords, ...	0, 2
Diamètre du cadran, ...	3, 1
Son épaiſſeur (étant double avec deux roues en-dedans), ...	0, 3

Un pouce contient 40 pas de la vis *D E*.

Enfin le pouce eſt diviſé par le cadran en 40 fois 40 ou 1600 parties égales. On peut, comme nous l'avons dit, au lieu de petites lames ou barrelettes de cuivre *g h*, *i k*, leur ſubſtituer des fils parallèles.

Lorſque les pinnules ou les fils ſe touchent, il faut que l'aiguille & l'index ſoient au commencement des diviſions : alors à meſure que les fils s'éloignent, il eſt évident, comme nous l'avons dit, que le nombre des révolutions ſera comme les diſtances entre ces fils ; & conſéquemment comme les angles dont ces ouvertures ſont la baſe, & qui ont leur ſommet au centre de l'objectif ; ces diſtances ne diffèrent pas des arcs qui meſurent ces petits angles. C'eſt pourquoi, lorſqu'on a une fois déterminé par l'expérience un angle correſpondant à un nombre de révolutions donné, on peut facilement trouver par une règle de trois l'angle correſpondant à un autre nombre de révolutions : on pourra en conſéquence former des tables qui montreront tout-d'un coup le nombre de minutes & de ſecondes d'un angle répondant à un certain nombre & à une certaine partie de révolutions.

Lorſqu'on ne veut pas employer la meſure du temps comme trop incertaine, on ſe ſert d'une baſe meſurée avec ſoin. Par exemple, en 1754, je meſurai la longueur de la rue de Tournon, en face de l'obſervatoire que j'occupois; j'employois les grandes perches qui avoient ſervi à la baſe de de Villejuif; ayant abaiſſé un à-plomb du haut de mon obſervatoire, & nivellé la rue avec ſoin, je trouvai 915 piés ¾ de diſtance ; je plaçai à l'extrêmité de la rue, ſur le mur de la maiſon qui fait face au palais du Luxembourg, une règle *A B* *fig.* 237, de 9 piés, miſe exactement d'à-plomb, avec deux mires *A* & *B*, c'eſt-à-dire, deux cartons ſur leſquels il y avoit un cercle noir avec un cercle blanc dans le milieu. Leur diſtance ayant été trouvée exactement de 8 piés ⅓, & l'abaiſſement *H L A* au-deſſous de l'horizon de 2° 36′, je trouvai, par le calcul du triangle *A L B*, que la diſtance *A B* des mires devoit paroître ſous un angle de 31′, en ſuppoſant 915 piés ¾ de *L* en *H*, entre les objectifs de la lunette & le plan des mires : je meſurai exactement leur diſtance en parties du *micromètre*, & je trouvai 49 tours de vis, & 30 centièmes : telle étoit la valeur de l'angle de 31′. C'eſt par ce moyen que je déterminai les diamètres du ſoleil avec une plus grande exactitude qu'on ne l'avoit fait juſqu'alors.

Le *micromètre* qu'on applique au quart de cercle eſt repréſenté dans les *fig.* 205 & *ſuiv.* Le bout du tuyau *L* reçoit le porte-oculaire *M*, & le bout *G* entre dans le tuyau de la lunette. La boîte du *micromètre*, dont le plan ou la coupe tranſverſale eſt exprimée par *B C*, dans la *fig.* 208, renferme deux chaſſis, dont l'un fixe, *fig.* 207, & l'autre mobile, *fig.* 210. Celui-ci ſe meut par le moyen d'une tête de cuivre en grennetis *A*, *fig.* 209. Le chaſſis eſt pouſſé vers le haut par quatre reſſorts à l'écreviſſe, repréſentés ſéparément dans la *fig.* 211.

La tête de la vis qui conduit le fil mobile eſt ſur un cadran *B C*, *fig.* 205 & 206, qui par le moyen de l'index fixé ſur la vis, fait connoître les centièmes parties de chacune de ſes révolutions. *D E*, *fig.* 205, eſt une échelle qui fait connoître le nombre des révolutions. *F* eſt le curſeur ou index mobile qui gliſſe le long du précédent ; dans la figure la fleur-de-lis répond à zéro, ce qui fait connoître que le fil mobile coïncide avec le fil horizontal du réticule fixe. La portion du tube *I L* contient le tube particulier de l'oculaire *M*, celui-ci terminé par un œilleton bordé d'un grenetis; *K* marque l'emplacement de l'oculaire que l'on peut éloigner ou approcher des fils

du *micromètre*, au moyen du tube *M* auquel il est fixé, afin de voir les fils distinctement.

On voit, dans la *fig.* 207, la coupe verticale & transversale du *micromètre*, du côté de l'objectif; c'est de ce côté qu'est placé le réticule. La boîte *B C D E*, *fig.* 208, du *micromètre* est divisée en deux parties par des languettes *X X*, elle contient dans la moitié *B E* un chassis *F G H I*, *fig.* 207, qui porte le réticule; ce chassis peut recevoir un petit mouvement dans le sens de la hauteur, au moyen de la vis *a b* qui traverse l'écrou *b* de la pièce *C* fixée au chassis. L'embase de la tête de la vis est arrêtée sous le cadran, son carré *a* en traverse l'épaisseur, comme on le voit *fig.* 210, & au moyen d'une clé semblable à celle d'une montre, on fait tourner cette vis autant qu'il est nécessaire pour que le fil horizontal 3, 4, du réticule réponde au premier point de la division du quart de cercle. Le chassis *F G H I* est repoussé par deux ressorts *l m*, dont le supérieur est vissé à la pièce *k* du chassis, & l'autre par une vis *n* au couvercle ou fond *D E* du *micromètre*. Le réticule 1, 2, 3, 4 composé de deux fils qui se croisent à angles droits, est monté sur un anneau circulaire *d e b*; cet anneau qui est reçu à feuillure dans une ouverture circulaire de la platine *F G H I*, où il est retenu par les mentonnets de deux coqs *d e*, porte une queue *f*, taraudée en écrou pour recevoir la vis *g h*, au moyen de laquelle on fait que le fil vertical 1, 2 du réticule soit parallèle au plan de l'instrument. Cette vis, qui est reçue en *h* par un piton, a en *g* un carré propre à recevoir une clé carrée avec laquelle on tourne cette vis. On voit sur l'anneau circulaire trois pièces à ressort avec des vis, qui servent à tendre les fils, & à en arrêter les extrêmités.

La *fig.* 210 est la coupe verticale & transversale de la seconde partie du *micromètre*, vue du côté de l'oculaire. C'est dans cette partie qu'est contenu le fil mobile ou curseur, avec les différens chassis qui le portent : *B C D E* est la boîte du *micromètre* coupée dans le milieu de la partie *C D* de la *fig.* 208, *L M N O* le chassis mobile qui s'applique aux languettes *L N*, *M O*, qui sont cotées *X X* dans la *fig.* 208; la traverse supérieure *L M* de ce chassis porte un écrou *K* qui reçoit la vis *a I*. Cette vis, dont l'embase est retenue en haut par le cadran, reçoit, après l'avoir traversé, l'index *m n*, *fig.* 209, qui est retenu à frottement dur & fixé sur le collet cylindrique, par la vis de pression *n*. Au-dessus de l'index on fait entrer carrément la tête gaudronnée *A*, qui est arrêtée sur le carré de la grande vis *I a*, par la petite vis *v* qui est au-dessus de la tête *A*. Le chassis mobile *L M N O* est continuellement repoussé en haut par les quatre ressorts 12, 14, qu'on appelle ressorts à l'écrevisse. Ces quatre ressorts sont montés sur une plaque de laiton 13, & portent d'un bout sur le fond *F D* de la boîte, & de l'autre, contre la traverse inférieure *N O* du chassis mobile. Celui-ci porte un autre chassis 9 *P* 8, qui peut s'incliner à droite ou à gauche. La vis *P* étant le centre de son mouvement; il est maintenu & appliqué contre la platine du grand chassis mobile par les deux pitons ou coqs 8, 9, sous lesquels il peut se mouvoir, les parties du chassis étant arrondies par rapport au centre *P*. Le fil mobile 1, 2 est arrêté par les pièces 3 & 5 qui tiennent les extrêmités du fil horizontal; le ressort 4 tend le fil horizontal. Un ressort 6, 7 fixé en 6 au chassis mobile, appuie constamment contre la cheville 7 du petit chassis mobile, pour le renverser du côté de la vis 10, 11. Un piton 10 est traversé par la vis d'inclinaison dont l'embase porte contre le côté du chassis mobile; on fait tourner cette vis autant qu'il est nécessaire au moyen d'une clé, pour que le fil 1, 2 soit rendu parellèle au fil 3, 4 de la *fig.* 207, ou perpendiculaire au plan du quart de cercle.

La *fig.* 208 est la coupe horizontale du *micromètre*, les languettes *X X* séparent le chassis fixe ou chassis du réticule, de celui du curseur. *B E* est l'emplacement du chassis du réticule, & *C D* l'emplacement du chassis du curseur. Lorsque les deux chassis sont en place, ils sont extrêmement près l'un de l'autre, le fil mobile de l'un doit presque toucher les fils du réticule, afin qu'ils soient tous sensiblement dans le même plan, sans cependant se griper dans le mouvement du curseur.

Les *observations* faites de jour ont cet avantage que les fils du *micromètre* qui sont placés au foyer de l'objectif & de l'oculaire, s'apperçoivent sans aucun secours; au lieu que dans celles qu'on fait la nuit, il faut les éclairer. Pour y parvenir on se sert d'une lumière dont on fait tomber obliquement les rayons sur l'objectif, afin que la fumée n'intercepte pas ceux de l'astre qu'on observe; mais, lorsqu'on en a la commodité, on fait une ouverture à la lunette auprès du foyer de l'objectif, & c'est alors vis-à-vis de cette ouverture qu'on place la lumière afin d'éclairer les fils.

La Hire proposoit de couvrir le bout du tube vers l'objectif d'une pièce de gase ou de crepe fin de soie blanche; avec cette précaution, on peut placer le flambeau assez loin du tube, & rendre visible les fils du *micromètre*. (*D. L.*)

Micromètre objectif. *Voy.* Héliomètre.

MICROSCOPE, s. m. (*Diopt.*) instrument qui sert à grossir de petits objets. Ce mot vient des mots grecs, μικρὸς, *petit*, & σκέπτομαι, *je considere*. Il y a deux espèces de *microscopes*, le simple & le composé.

Le *microscope* simple est formé d'une seule & & unique lentille, ou loupe très-convexe. *Voyez* Lentille & Loupe.

On place cette lentille *E D* tout proche de l'œil, (*fig.* 21 *opt.*) & l'objet *A B* qu'on suppose très-petit, est placé un peu en-deçà du foyer de la lentille; de sorte que les rayons qui viennent des extrêmités *A*, *B*, sortent de la lentille presque

parallèles ; & comme s'ils partoient de deux points *K*, *I*, beaucoup plus éloignés ; de sorte que l'objet qui paroît en *K I*, est beaucoup plus grand, & l'image *K I* est à *A B*, comme *F H* est à *F C*, c'est-à-dire, à-peu-près comme la distance à laquelle on verroit l'objet distinctement, est à la longueur du foyer. *Voyez* DIOPTRIQUE & VISION.

Les *microscopes* simples devroient être probablement aussi anciens que le tems où l'on a commencé à s'appercevoir des effets des verres lenticulaires ; ce qui remonteroit à plus de 400 ans, *voyez* LUNETTE ; cependant les observations faites au *microscope*, même simples, sont beaucoup moins anciennes que cette date, & ne remontent guère à plus de 130 ans. On voit dans la *fig.* 22 la figure d'un *microscope* simple ; *A* est l'endroit au centre duquel on place la lentille ; & *H* est une vis où cette lentille est enchassée ; au moyen de quoi on peut placer en *A* des lentilles ou loupes de différens foyers. *E G* est une pointe au bout de laquelle on fixe l'objet qu'on veut voir, & qu'on approche pour cet effet de la lentille. Les *microscopes* simples sont quelquefois formés d'une seule loupe sphérique de verre. La *fig.* 21, *n.°* 2, fait voir comment ces loupes augmentent l'image de l'objet. Car l'œil étant placé, par exemple, en *G*, il voit le point *A* par le rayon rompu *G D L A*, & dans la direction de *G D* ; de sorte que l'objet *A B* lui paroîtra plus grand que s'il étoit vu sans loupe. *Voyez* APPARENT.

Les *microscopes* composés sont formés d'un verre objectif *E L* (*fig.* 24) d'un foyer très-court, & d'un oculaire *G H* d'un foyer plus long. Ainsi, le *microscope* est l'inverse du télescope. *Voyez* TÉLESCOPE. On place l'objet *A B* à-peu-près au foyer du verre *E L*, mais un peu au-delà ; les rayons sortent du verre *E L* presque parallèles (*voyez* LENTILLE) avec très-peu de convergence ; de-là ils tombent sur le verre *G H*, & se réunissent presque à son foyer *I*. Ainsi, le verre *E L* aggrandit d'abord l'objet *A B*, à-peu-près comme feroit un *microscope* simple, & l'image de l'objet déjà aggrandie, l'est encore par le verre *G H*. Il est encore facile de voir que dans ce *microscope* l'objet paroîtra renversé.

Au lieu d'un oculaire on en met quelquefois plusieurs, & ce sont même les *microscopes* les plus en usage aujourd'hui. On peut voir, dans la *fig.* 25, un *microscope* composé, & tout monté sur son pied, pour voir les objets ; on les place en *I* sur la plaque *L I*, & ces objets sont éclairés par la lumière que réfléchit le miroir *O N*.

A l'égard de la *fig.* 23, elle représente un *microscope* simple d'un autre espèce que celui de la *fig.* 22. On place l'objet au haut de la vis *B*, qu'on éloigne ou qu'on approche du miroir à volonté ; & le *microscope* est évidé & à jour dans une de ses faces, afin que l'objet puisse recevoir la lumière extérieure. Dans d'autres *microscopes*, le tuyau extérieur n'est point évidé, mais la vis l'est en-dedans, & au-dessus de la vis on place un verre plan, qui tombe à-peu-près au foyer de la lentille, l'objet reçoit alors la lumière par-dessous ; la vis sert à éloigner ou rapprocher l'objet du foyer, selon les différentes vues.

On ne sait pas exactement l'inventeur du *microscope* composé. On attribue ordinairement cette invention à Drebbel, mais M. Montucla, dans son *Histoire des Mathématiques, tome II, p.* 174, apporte des raisons pour en douter. Fontana se les attribue, ainsi que les télescopes à oculaire convexe ; il est difficile de prononcer là-dessus.

MICROSCOPE SOLAIRE, n'est autre chose, à proprement parler, qu'une lanterne magique, éclairée par la lumière du soleil, & dans laquelle le porte-objet, au lieu d'être peint, n'est qu'un petit morceau de verre blanc, sur lequel on met les objets qu'on veut examiner. Il y a encore cette différence, qu'au lieu des deux verres lenticulaires placés au-delà du porte-objet dans la lenterne-magique, il n'y en a qu'un dans le *microscope solaire*. *Voyez* LANTERNE-MAGIQUE.

Cet instrument qui nous est venu de Londres en 1743, a été inventé par feu M. Lieberkuhn, de l'Académie Royale des Sciences de Prusse. On trouvera sur cet instrument un plus grand détail *à l'un des articles suivans, sous la même dénomination de microsc. sol.* On place le tuyau du *microscope solaire* dans le trou d'un volet d'une chambre obscure, bien fermée, & on fait tomber la lumière du soleil sur les verres du *microscope*, par le moyen d'un miroir placé au-dehors de la fenêtre. Alors les objets placés sur le porte-objet paroissent prodigieusement grossis sur la muraille de la chambre obscure. (*O*)

MICROSCOPE *des objets opaques* (*Optiq.*) ce *microscope*, dont on doit l'invention au D.r Leiberkuhn, est aussi curieux qu'avantageux. Il remédie à l'inconvénient d'avoir le côté obscur d'un objet tourné du côté de l'œil ; ce qui a été jusqu'ici un obstacle insurmontable, qui a empêché de faire sur les objets opaques des observations exactes ; car, dans toutes les autres inventions qui nous sont connues, la proximité de l'instrument à l'objet (lorsqu'on emploie les lentilles les plus fortes) produit inévitablement une ombre si grande, qu'on ne le voit que dans l'obscurité & sans presque rien distinguer ; & quoiqu'on ait essayé différens moyens de diriger sur l'objet la lumière du soleil ou d'une chandelle, par un verre convexe placé à côté, les rayons qui tombent ainsi sur l'objet, forment avec sa surface un angle si aigu, qu'ils ne servent qu'a en donner une idée confuse, & qu'ils sont incapables de le faire voir clairement.

Mais dans ce nouveau *microscope*, par le moyen d'un miroir concave d'argent extrêmement poli en plaçant à son centre la lentille, on réfléchit sur l'objet une lumière si directe & si forte,

qu'on peut l'examiner avec toute la facilité & tout le plaiſir imaginable.

On emploie quatre miroirs concaves de cette eſpèce & de différentes profondeurs, deſtinés à quatre lentilles de différentes forces, pour s'en ſervir à obſerver les différens objets : on connoît les plus fortes lentilles, en ce qu'elles ont de moindres ouvertures. (*D. J.*).

Microscope *à réflexion, qui peut ſervir auſſi comme téleſcope Grégorien*, (*Optique.*) Quoiqu'en général le *microſcope* ſimple ſoit préférable à tout *microſcope* compoſé quelconque, parce qu'on voit plus clairement & plus diſtinctement un objet à travers un *microſcope* ſimple, qu'on ne voit ſon image, comme il arrive dans les *microſcopes* compoſés ; cependant le *microſcope à réflexion*, inventé par M. Barker, mérite d'être mis au nombre des inventions utiles & ingénieuſes, ſurtout à cauſe de ſon double uſage.

« Quoique les *microſcopes*, dit l'auteur dans » un *Mémoire à la ſocieté royale de Londres*, » qui ne ſont compoſés que de verres, aient » été portés à un très-haut degré de perfec» tion, quant à leur propriété de groſſir les » objets, ils n'ont pas laiſſé d'être toujours ſujets » à de ſi grands inconvéniens, que leur uſage, » par rapport à pluſieurs arts, auxquels il ſeroit » à ſouhaiter qu'on en fît l'application, n'eſt pas, » à beaucoup près, auſſi étendu qu'on pourroit » ſe l'imaginer. »

Entre ces différens inconvéniens, voici ceux qui ſont les plus conſidérables.

I. Comme pour groſſir beaucoup, il faut que le verre objectif ſoit un ſegment d'une ſphère extrêmement petite, & que ſon foyer, par cela même, ſe trouve extrêmement proche, il faut néceſſairement auſſi que l'objet qui doit être placé dans ce foyer, ſe trouve ſi près du *microſcope*, que le *microſcope* l'obſcurcira ; l'objet dès-lors n'eſt plus viſible que par la lumière à laquelle il donne paſſage, s'il eſt diaphane ; & il n'eſt plus viſible du tout, s'il eſt opaque.

II. Lorſqu'un objet n'eſt vu qu'à la faveur de la lumière à laquelle il donne paſſage, on peut dire que c'eſt moins un objet véritablement vu, qu'un objet qui éclipſe la lumière, dont la réflexion peut ſeule le faire véritablement voir. Il n'y a preſque alors que le contour de l'objet qui ſoit exactement repréſenté à l'œil : les élévations ou dépreſſions des parties, dans l'enceinte du contour, ne paroiſſent plus que comme autant d'ombres ou de lumières, ſelon leurs divers degrés d'opacité ou de tranſparence : c'eſt l'oppoſé, en un mot, de la viſion ordinaire, où les lumières & les ombres réſultent des différentes expoſitions des parties de la ſurface à la lumière incidente.

III. Si l'on veut obſerver une petite partie d'un grand objet, on ne peut guère la préſenter au *microſcope* qu'après l'avoir détachée de ſon tout ; ce qui réduit l'uſage de cet inſtrument à rien dans la diſſection des corps vivans, parce que la partie détachée meurt auſſi-tôt, & perd le mouvement que l'anatomiſte voudroit y obſerver.

IV. Le foyer d'un *microſcope* dioptrique étant très-peu éloigné, & par cela même extrêmement délicat, de ſorte que la moindre déviation met l'obſervateur hors d'état de voir nettement l'objet, il n'y a jamais, dans un objet irrégulier, qu'une très-petite partie qui puiſſe être vue bien nettement : « c'eſt pour remédier à ces défauts » que M. Barker a inventé un *microſcope* ſur le » modèle du téleſcope, inventé par le chevalier » Neuton. »

Nous venons de voir que ces divers inconvéniens réſultoient de la petiteſſe du verre objectif, & que la néceſſité de l'avoir ſi petit étoit uniquement fondée ſur la dioptricité de ce même verre ; il étoit donc naturel que l'on penſât aux moyens d'employer pour objectif un miroir concave, capable de réfléchir une image vive & nette de l'objet vers l'oculaire, & de faire ainſi un *microſcope à réflexion*. L'idée d'un pareil *microſcope* n'avoit pas tout-à-fait échappé à la pénétration de Neuton ; au moins paroît-il, par les *mémoires* dont il parle dans la préface de la première édition de ſon *Optique*, qu'il avoit quelquefois ſongé à faire un *microſcope* qui, au lieu d'un verre objectif, eût un miroir concave de métal ; car les *microſcopes*, diſoit-il, ſemblent être auſſi propres que les téleſcopes à recevoir un nouveau degré de perfection : peut-être même y ſont-ils encore plus propres, puiſqu'il n'y faudroit, ajoutoit-il, qu'un ſeul miroir concave de métal, comme on peut voir par la *figure* 81, *planche d'Optique*, où *A B* repréſente le miroir objectif ; *C D* un verre oculaire ; *F* leur foyer commun ; & *O* l'autre foyer du miroir où on placera l'objet (*Voyez* Lowtorp dans ſes *Philoſophical tranſactions abridged*, *tom. I*, *pag.* 210 & 388.) ; mais pour peu qu'on y faſſe attention, on s'appercevra bientôt qu'un inſtrument conforme à cette idée, ſeroit encore fort éloigné de ſuppléer à tous les défauts des *microſcopes* ordinaires.

1.° L'image de l'objet réfléchie du miroir *A B*, au foyer *F*, ne pourroit l'y repréſenter vivement & nettement qu'à proportion que l'objet lui-même ſeroit bien éclairé : or il ne pourroit l'être ici que de biais, par la lumière qui paſſeroit dans l'eſpace laiſſé entre lui & le miroir ; & par conſéquent on auroit toujours à ſe plaindre que l'inſtrument empêche l'objet d'être bien expoſé à la lumière.

2.° Quoique l'on put, à l'aide d'un pareil *microſcope*, obſerver des objets plus diaphanes, & des objets plus opaques que ceux qui ſont obſervés par les *microſcopes* ordinaires, il reſteroit toujours un nombre conſidérable d'objets viſibles,

à l'observation desquels ce *microscope* seroit inutile : je veux dire tous ceux qui, par leur fluidité, ne sauroient être fixés au foyer *O*, soit sur la pointe d'une aiguille, soit sur le revers d'une petite plaque, enduite de quelque matière gluante, soit par une petite pincette, qu'il faut supposer ici au bout d'une espèce de branche, qui partant des bords du miroir viendroit aboutir en forme d'aiguille ou de plaque, ou de pincette au foyer, marqué pour y assujettir l'objet.

3.° Enfin le grand inconvénient de détacher les parties de leur tout, lorsque le tout est un peu gros, subsisteroit ici dans son entier.

Neuton étoit en beau chemin, mais il s'y est arrêté; séduit peut-être par cette idée qui paroît lui avoir plu, qu'un *microscope à réflexion* ne devoit avoir besoin que d'un seul miroir, au lieu que réellement il en falloit deux, comme le prouve la découverte de M. Barker.

Soit *A* (*fig.* 82), l'objet qu'on veut voir grossir; soit *B B* un miroir concave de métal; & *D* un autre miroir plus petit, dont la concavité soit opposée à celle du grand miroir *B B*; soit *E* une ouverture, pratiquée au milieu de ce même miroir; & *F*, une lentille plan-convexe, placée au-dessus de l'ouverture; soit enfin la lentille *H*, le verre oculaire.

Les rayons de lumière qui partiront de l'objet *A*, seront réfléchis par le grand miroir *B B* au foyer *C C*, où ils donneront une image renversée de l'objet; & là, les rayons se croisant, ils iront en divergeant tomber sur le petit miroir, *D*, d'où ils seront réfléchis presque parallèles, par l'ouverture *E* du miroir, jusqu'à la surface plane de la lentille *F*, par laquelle lentille ils passeront en se rompant, & de laquelle ils viendront, en convergeant de nouveau, former en *G* une seconde image, qui étant l'image renversée de *C C*, sera par conséquent l'image redressée de l'objet *A*; & cette dernière image sera grossie par la lentille *H*, tout comme un *microscope* ordinaire grossiroit l'objet même, en supposant l'objet aussi près de l'œil que l'est ici l'image : de sorte que l'image tiendra lieu de l'objet, & l'objet sera observé dans son image, non-seulement à une distance considérable de lui-même, mais encore à une distance considérable de l'instrument ou du tuyau qui contiendra les différens verres & miroirs dont l'instrument doit être composé : cette distance pourra être, suivant le jugement de l'inventeur, de neuf pouces & au-dessus, jusqu'à la concurrence de vingt-quatre : or tout cela posé, il est évident.

En premier lieu, que l'objet pourra être exposé à tel degré de lumière qu'il plaira à l'observateur.

En second lieu, que rien n'empêchera qu'on ne fasse des observations sur toutes sortes d'objets visibles : sur les plus diaphanes, parce qu'étant vus par la lumière réfléchie de leurs surfaces, ils seront vus distinctement : sur les opaques, parce qu'ils recevront & renverront librement la lumière : sur les plus fluides, parce que demeurant hors du *microscope*, & le *microscope* étant mobile, on pourra les placer de la manière qui leur conviendra le mieux, ou les prendre dans la place où ils se seront arrêtés d'eux-mêmes.

En troisième lieu, que par la même raison, la nécessité ne subsistant plus de détacher les parties de leur tout, lorsque le tout est d'une certaine grandeur, on pourra observer la liaison même des parties, les considérer dans leur union, & voir distinctement dans les animaux, qu'on ouvrira vivans, le mouvement du sang, *&c.*

Ce *microscope* peut servir aussi comme télescope Grégorien; & la forme du grand miroir, telle qu'il a fallu qu'elle fût pour le grand *microscope*, contribue en même tems à en faire un télescope qui l'emporte considérablement, en lumière & en netteté, sur la plupart des télescopes catoptriques.

I. Quand on veut qu'il serve en qualité de *microscope*, il faut d'abord faire glisser le petit miroir *A*, *fig.* 83, dans sa coulisse, vers l'embouchure *B* du grand tube, dans lequel il est situé à l'opposite du grand miroir, fixé au fond du même tube; & la vis *C*, qui sert à faire avancer ou reculer le petit miroir, doit se tourner jusqu'à ce que l'alidade *D* coupe un des nombres à *M*; il faut ensuite éloigner de l'objet l'embouchure du grand tube, & l'éloigner à la distance d'autant de pouces qu'en indiquera le nombre coupé par l'alidade; puis détacher le petit tube *F*, qui contient le verre plan-convexe & la lentille oculaire, moyennant quoi l'on pourra diriger le grand tube vers l'objet, en cherchant celui-ci de l'œil à travers l'ouverture pratiquée dans le grand miroir; & fixer la juste position du tube, à l'aide des deux vis-sans-fin *E E*, en sorte que l'image de l'objet soit visible au milieu du petit miroir. Cela fait, il faut remettre à sa place le petit tube *F*, & fermer son ouverture avec la petite plaque de laiton *L*, qui tourne sur un pivot excentrique : au milieu de cette plaque est le petit trou par lequel on regarde pour faire les observations.

Notez, au reste, que comme la distance du petit miroir, fixée au point moyen indiqué par *M*, ne convient pas indifféremment à tous les yeux, chacun doit chercher celle qui lui convient, en tournant un peu la vis *C*, soit en-dedans ou en-dehors, jusqu'à ce que l'image de l'objet, dans le petit miroir, paroisse bien distinctement; & se régler après cela sur le nombre coupé par l'alidade, pour la distance qu'il y aura à laisser entre l'objet & l'instrument, comme on l'a déjà dit.

II. Pour convertir le *microſcope* en téleſcope, il faut ôter d'abord le petit miroir *A*, lui en ſubſtituer un autre qui eſt moins petit, faire gliſſer le nouveau miroir vers l'embouchure *B* du tube, & tourner la vis *C*, juſqu'à ce que la marque *G*, qui eſt ſur l'alidade, rencontre la marque *T*, ce qui donne la poſition du petit miroir, pour obſerver tout objet placé à une grande diſtance. Il faut auſſi tourner en-dehors la plaque de laiton, où eſt le petit trou par lequel on regarde quand l'inſtrument ſert de *microſcope*, & regarder après cela par l'ouverture naturelle du petit tube *F*.

L'inſtrument ſe dirige vers l'objet, au moyen des pinnules *H H*.

Quand on veut obſerver le ſoleil, on applique le verre noirci *K*, ſur l'ouverture par laquelle on regarde.

N N ſont deux vis, qui ſervent (ſelon qu'on les tourne), ou à tenir les parties des deux vis-ſans-fin *E E* en état d'engrenage, ou à les dégager quand on le veut. *L'uſage du microſcope rendu facile.* (*A A.*)

Microscope *ſolaire*, (*Optiq.*) ce *microſcope* dépend des rayons du ſoleil, & comme on ne peut en faire uſage que dans une chambre obſcure, on le nomme quelquefois *microſcope de la chambre obſcure.* Il eſt compoſé d'un tuyau, d'un miroir, d'une lentille convexe & du *microſcope* ſimple. Le méchaniſme de ce *microſcope* eſt ſi ſimple, qu'il n'exige point de figures; c'eſt aſſez de dire ici que les rayons du ſoleil étant dirigés par le miroir à travers le tuyau ſur l'objet renfermé dans le *microſcope*, cet objet vient ſe peindre diſtinctement & magnifiquement ſur un écran couvert de papier blanc ou de linge bien blanc. Cette image eſt tout autrement grande que ne peuvent l'imaginer ceux qui n'ont pas vu ce *microſcope*; car, plus on recule l'écran, plus l'objet s'aggrandit, en ſorte que l'image d'un poux eſt quelquefois de cinq à ſix piés; mais il faut avouer qu'elle eſt plus diſtincte, lorſqu'on ne lui donne qu'une partie de cette longueur.

Quand on veut ſe ſervir du *microſcope ſolaire*, on doit rendre la chambre auſſi obſcure qu'il eſt poſſible, car c'eſt de l'obſcurité de la chambre & de la vivacité des rayons du ſoleil que dépendent la clarté & la perfection de l'image. Les lentilles les plus utiles à ce *microſcope* ſont en général la quatrième, la cinquième ou la ſixième.

L'écran propre à recevoir l'image des objets eſt ordinairement d'une feuille d'un très-grand papier étendue ſur un chaſſis qui gliſſe en-haut ou en-bas, ou qui tourne, comme on veut, à droite ou à gauche ſur un pié de bois arrondi, à-peu-près comme certains écrans qu'on met devant le feu: on fait auſſi quelquefois des écrans plus grands avec pluſieurs feuilles du même papier collées enſemble, que l'on roule & déroule comme une grande carte.

Ce *microſcope* eſt le plus amuſant de tous ceux qu'on a imaginés, & peut-être le plus capable de conduire à des découvertes dans les objets qui ne ſont pas trop opaques, parce qu'ils les repréſentent beaucoup plus grands qu'on ne peut les repréſenter par aucune autre voie. Il a auſſi pluſieurs autres avantages qu'aucun *microſcope* ne ſauroit avoir; les yeux les plus foibles peuvent s'en ſervir ſans la moindre fatigue; pluſieurs perſonnes peuvent obſerver en même tems le même objet, en examiner toutes les parties, & s'entretenir de ce qu'elles ont ſous les yeux, ce qui les met en état de ſe bien entendre & de trouver la vérité; au lieu que, dans les autres *microſcopes*, on eſt obligé de regarder par un trou l'un après l'autre, & ſouvent de voir un objet qui n'eſt pas dans le même jour, ni dans la même poſition. Ceux qui ne ſavent pas deſſiner, peuvent par cette invention, prendre la figure exacte d'un objet qu'ils veulent avoir; car ils n'ont qu'à attacher un papier ſur l'écran, & tracer ſur ce papier la figure qui y eſt repréſentée, en ſe ſervant d'une plume ou d'un pinceau.

Il eſt bon de faire remarquer à ceux qui veulent prendre beaucoup de figures par ce moyen, qu'ils doivent avoir un chaſſis où l'on puiſſe attacher une feuille de papier, & l'en retirer aiſément; car ſi le papier eſt ſimple, on verra l'image de l'objet preſqu'auſſi clairement derrière que devant; & en la copiant derrière l'écran, l'ombre de la main n'interceptera pas la lumière, comme il arrive en partie lorſqu'on la copie pardevant.

Le *microſcope ſolaire* eſt encore une invention qui eſt dûe au génie du docteur Lieberkuhn pruſſien, membre de la ſociété royale, à laquelle il a communiqué en 1748 ou environ, les deux beaux *microſcopes* qu'il avoit inventés & travaillés lui-même, je veux dire le *microſcope ſolaire* & le *microſcope* pour les objets opaques; enſuite M.rs Cuff & Adam, anglois, ont perfectioné ces ouvrages. Le *microſcope ſolaire* du D. Lieberkuhn n'avoit point de miroir, & par conſéquent ne pouvoit ſervir que pendant quelques heures du jour lorſqu'on pouvoit placer le tube directement contre le ſoleil; mais l'application du miroir fournit le moyen de faire réfléchir les rayons du ſoleil dans le tube, quelque ſoit ſa hauteur ou ſa ſituation, pourvu qu'il donne ſur la fenêtre. *Phil. tranſ. n.°* 458, *ſect. 9* de Baker, *microſcop. object.* (*D. J.*)

§. Microscope solaire, (*Optique.*) On a vu dans le *Dict. raiſ. des Sciences*, &c. que le *microſcope ſolaire* eſt compoſé de miroir *A* (*fig. 79, pl. d'Optiq.*) qui reçoit les rayons du ſoleil, & qui les renvoie parallélement à l'horizon ſur une grande lentille *B* qui les raſſemble ſur un objet tranſparent enfermé dans le tube *C*, pour le pénétrer d'une plus vive lumière; & que ces rayons, après avoir pénétré cet objet, tombent ſur une ſeconde lentille qui les raſſemble en un foyer,

d'où ils vont en divergeant peindre en grand sur un plan blanc, tel qu'un écran, l'image de l'objet qu'ils ont pénétrée. *Voyez fig.* 80. Les rayons, au sortir de la lentille *G H*, vont éclairer & pénétrer l'objet *a b*; &, après l'avoir pénétré, ils tombent sur la petite lentille *m r* qui les réunit au foyer *q*, d'où ils s'échappent, en divergeant du tube *L M*, pour aller peindre l'objet en grand *O P* sur un plan quelconque, propre à en recevoir l'image. Cette image est encore plus belle, lorsqu'on la reçoit sur une surface concave.

Mais ce *microscope* a cela d'incommode, que l'image de l'objet ne se peint point très-distinctement; & par conséquent on ne peut point faire des observations fort exactes à l'aide de ce *microscope*. Le célebre Euler a entrepris de remédier à ce défaut. Pour cela il a substitué un miroir de métal plan au miroir de verre dont on faisoit usage auparavant; parce qu'un miroir de verre, réfléchissant les rayons par ses deux surfaces, fait que les bords du spectre ne sont jamais bien terminés; au lieu que le miroir de métal, n'ayant qu'une surface réfléchissante, termine plus exactement les bords des images.

A l'aide de ce *microscope*, les objets paroissent extrêmement augmentés sur le plan blanc qui en reçoit l'image; car la grandeur de cette image est à celle de son objet, comme la distance du plan à la lentille est à la distance de l'objet à la lentille.

Supposons donc que le foyer de la lentille soit d'un pouce, & que la lumière qui pénètre l'objet éloigné d'un pouce de la lentille soit composée de rayons parallèles; le foyer où ses rayons se rassembleront sera à un pouce de distance au-delà de la lentille; si le plan qui reçoit l'image est à 12 pouces de la lentille, la grandeur linéaire de l'image sera à celle de l'objet, comme 12 : 1; & les grandeurs de leurs surfaces seront entr'elles dans le rapport de 144 : à 1.

Si le foyer de la lentille étoit d'une ligne, & que le plan fût éloigné de 12 pouces, la grandeur linéaire de l'image seroit à celle de l'objet, comme 144 + 144 : 1, ou : : 20736 : 1. Si ce même plan étoit à 6 piés de distance de la lentille, ce rapport deviendroit = 144 + 144 + 36 : 1, ou 746496 : 1; ces nombres deviendront très-grands, si on considère les solidités des objets. *Cours de Physique expérimentale*, &c. par Muschenbroeck; *The complete Dictionary of Arts and Sciences*, *tom. II*. (*AA*)

MICROSCOPIQUE, OBJET, (*Optiq.*) Les *objets microscopiques* sont ceux qui sont propres à être examinés par les microscopes; tels sont tous les corps, tous les pores, ou tous les mouvemens extrêmement petits.

Les corps extrêmement petits sont, ou les parties des plus grands corps, ou des corps entiers fort déliés; comme les petites semences, les insectes, les sables, les sels, *&c.*

Les pores extrêmement petits sont les interstices entre les partes solides des corps; comme dans les os, dans les minéraux, dans les écailles, *&c.* ou comme les ouvertures des petits vaisseaux; tels que les vaisseaux qui reçoivent l'air dans les végétaux, les pores de la peau, des os, *&c.* des animaux.

Les mouvemens extrêmement petits sont ceux des différentes parties ou membres des petits animaux, ou ceux des fluides renfermés dans les corps des animaux ou des végétaux.

Sous l'un ou l'autre de ces trois chefs, tout ce qui nous environne peut nous fournir un sujet d'examen, d'amusement & d'instruction; cependant plusieurs personnes savent si peu combien l'usage des microscopes est étendu, & sont tellement embarrassés à trouver des objets à examiner, qu'après en avoir considéré quelques-uns des plus communs, soit seuls, soit avec des amis, ils abandonnent leurs microscopes, comme n'étant pas d'un grand usage. Nous tâcherons de les détromper par quantité de faits que nous mettrons, dans l'occasion, sous les yeux du lecteur; & peut-être que par ce moyen nous engagerons des curieux à employer agréablement & utilement leurs heures de loisir dans la contemplation des merveilles de la nature, au lieu de les passer dans une oisiveté pleine d'ennui, ou dans la poursuite de quelque passion ruineuse; mais, avant que de discuter l'examen des *objets microscopiques*, il faut parler de l'instrument qui les grossit à nos yeux.

On sait que les microscopes sont de deux sortes; les uns simples, les autres doubles: le microscope simple n'a qu'une lentille; le double en a au moins deux combinées ensemble. Chacune de ces especes a son utilité particulière; car un verre simple fait voir l'objet de plus près & plus distinct; & la combinaison des verres présente un plus grand champ, ou, pour le dire en d'autres termes, elle découvre tout-à-coup une plus grande partie de l'objet qu'elle grossit également. Il est difficile de décider lequel des deux microscopes on doit préférer, parce qu'ils donnent chacun une différente sorte de plaisir. On peut alléguer de grandes autorités en faveur de l'un & de l'autre? Leuwenhoeck ne s'est jamais servi que du microscope simple, & M. de Hook a fait toutes ses observations avec le microscope double. Les fameux microscopes du premier consistoient dans une simple lentille placée entre deux plaques d'argent, qui étoient percées d'un petit trou, & il y avoit au-devant une épingle mobile pour y mettre l'objet, & l'appliquer à l'œil du spectateur. C'est avec ces microscopes simples qu'il a fait ces découvertes merveilleuses qui ont surpris l'univers.

Aujourd'hui le microscope de poche de M. Wilson, passe pour le meilleur; & le microscope double de réflexion le plus estimé, est un diminutif perfectionné du grand microscope double de MM. Culpéper, Scarlet & Marshal. Nous avons

donné la deſcription relative à nos figures, de ces machines. Mais il importe beaucoup, avant que de paſſer à la méthode d'examen des *objets microſcopiques*, de connoître la force des lentilles d'un microſcope, & de découvrir la grandeur réelle des objets qu'on y préſente.

De la ſurface des verres d'un microſcope ſimple. La vue eſt incapable de diſtinguer un objet qu'on approche trop des yeux; mais ſi on le conſidère au-travers d'une lentille convexe, quelque près que ſoit le foyer de cette lentille, on y verra l'objet très-diſtinctement, & le foyer de la lentille ſera d'autant plus proche qu'elle ſera plus petite; de ſorte que la force de cette lentille, pour groſſir un objet, en ſera plus grande dans la même proportion.

On voit, par ces principes, pourquoi la première & plus forte lentille eſt ſi petite, & l'on peut aiſément calculer la force de chaque lentille convexe du microſcope ſimple; car la force de la lentille, pour groſſir, eſt en même proportion que l'eſt ſon foyer par rapport à la vue ſimple. Si le foyer d'une lentille convexe eſt, par exemple, d'un pouce, & que la vue ſimple ſoit claire à huit pouces, comme le ſont les vues ordinaires, on pourra voir par cette lentille un objet qui ſera à un pouce de diſtance de l'œil, & le diamètre de cet objet paroîtra huit fois plus grand qu'à la vue ſimple. Mais comme l'objet eſt groſſi également, tant en longueur qu'en largeur, il nous faut quarrer ce diamètre pour ſavoir combien il eſt agrandi, & nous trouverons que ce verre groſſit la ſurface de l'objet ſoixante-quatre fois.

De plus, ſuppoſons une lentille convexe dont le foyer eſt éloigné du centre de la lentille de la dixième partie d'un pouce: il y a dans huit pouces quatre-vingt dixièmes d'un pouce; par conſéquent l'objet paroîtra à travers cette lentille, quatre-vingt fois plus près qu'à la vue ſimple; on le verra par conſéquent quatre-vingt fois plus long, & quatre-vingt fois plus large qu'il ne paroît aux vues ordinaires; & comme quatre-vingt multiplié par quatre-vingt, produit ſix mille & quatre cens, l'objet paroîtra réellement auſſi grand.

Faiſons encore un pas. Si une lentille convexe eſt ſi petite que ſon foyer n'en ſoit éloigné que de la vingtième partie d'un pouce, nous trouverons que huit pouces, diſtance commune de la vue ſimple, contient cent ſoixante de ces vingtièmes, & que par conſéquent la longueur & la largeur d'un objet que l'on voit à travers cette lentille, ſeront l'une & l'autre groſſies cent ſoixante fois; ce qui étant multiplié par cent ſoixante, donne le quarré qui monte à vingt-cinq mille ſix cens. Il réſulte que cette lentille fera paroître l'objet vingt-cinq mille ſix cens fois auſſi grand en ſurface, qu'il paroît à la vue ſimple à la diſtance de huit pouces.

Pour ſavoir donc quelle eſt la force d'une lentille dans le microſcope ſimple, il ne faut que l'approcher de ſon vrai foyer; ce qui ſe connoît aiſément, parce que la lentille eſt à cette diſtance lorſque l'objet paroît parfaitement diſtinct & bien terminé. Alors avec un petit compas on aura ſoin de meſurer exactement la diſtance entre le centre du verre & l'objet qu'on examine; & appliquant le compas ſur une échelle où le pouce eſt diviſé en dixièmes & centièmes par des tranſverſales, on trouvera aiſément combien cette diſtance contient de parties d'un pouce: ce point étant connu, vous chercherez combien de fois ces parties ſont contenues dans huit pouces, qui ſont la diſtance ordinaire de la vue ſimple, & vous ſaurez combien de fois le diamètre eſt groſſi: quarrez ce diamètre, & vous aurez la ſurface; & ſi vous voulez connoître l'épaiſſeur ou la ſolidité de votre objet, vous multiplierez la ſurface par le diamètre, pour en avoir le cube ou la maſſe. La table ſuivante vous donnera le calcul tout fait.

Table de la force des verres convexes, dont on fait uſage dans les microſcopes *ſimples, ſelon la diſtance de leurs foyers, calculée ſur une échelle d'un pouce diviſé en cent parties, où l'on voit combien de fois le diamètre, la ſurface & le cube ſont groſſis au travers de ces verres, par rapport aux yeux dont la vue ſimple eſt de huit pouces, ou de huit cent centièmes d'un pouce.*

Le foyer d'un verre étant		groſſit le diamètre.	groſſit la ſurface.	groſſit le cube d'un objet.	
$\frac{1}{2}$ ou 50		16	256	4,096	
$\frac{4}{10}$ ou 40		20	400	8,000	
$\frac{3}{10}$ ou 30		26	676	17,576	
$\frac{1}{3}$ ou 20		40	1,600	64,000	
15		53	2,809	148,877	
14		57	2,249	1850193	
13		61	3,721	226,981	
12		66	4,356	287,496	
11	Centièmes d'un pouce.	72	5,184	373,248	fois.
$\frac{100}{10}$ ou 10		80	6,400	512,000	
9		88	7,744	681,472	
8		100	10,000	1,000,000	
7		114	12,996	1,481,544	
6		133	270689	2,352,637	
$\frac{100}{20}$ ou 5		160	25,600	4,096,000	
4		200	40,000	8,000,000	
3		266	70,756	18,821,096	
$\frac{10}{30}$ ou 2		400	160,000	64,000,000	
1		800	640,000	512,000,000	

La plus forte lentille du cabinet des microſcopes de M. Leuwenhoeck, préſentée à la ſociété royale, a ſon foyer à la diſtance de la vingtième partie

partie d'un pouce; par conséquent elle grossit le diamètre d'un objet cent soixante fois, & la surface vingt-cinq mille six cens fois. Mais la plus forte lentille du microscope simple de M. Wilson, tel qu'on le fait aujourd'hui, a ordinairement son foyer à la distance seulement d'environ la cinquantième partie d'un pouce; par conséquent elle grossit le diamètre d'un objet quatre cens fois, & sa surface cent soixante mille fois.

Comme cette table a été calculée en nombres ronds, elle est si facile, que quiconque sait diviser & multiplier un petit nombre de figures, pourra la comprendre aisément.

Cette même table peut servir à calculer la force des verres du microscope double, d'autant qu'ils ne grossissent guère plus que ceux du microscope simple de M. Wilson; le principal avantage que l'on tire de la combinaison des verres, est de voir un plus grand champ, ou une plus grande partie de l'objet grossi au même degré.

De la grandeur réelle des objets vus par les microscopes. Ce n'est pas assez de connoître la force des lentilles des microscopes, il faut encore trouver quelle est la grandeur réelle des objets que l'on examine lorsqu'ils sont excessivement petits; car quoique nous sachions qu'ils sont grossis tant de mille fois, nous ne pouvons parvenir par cette connoissance qu'à un calcul imparfait de leur véritable grandeur; pour en conclure quelque chose de certain, nous avons besoin de quelque objet plus grand, dont les dimensions nous soient réellement connues: en effet, la grandeur n'étant elle-même qu'une comparaison, l'unique voie que nous ayons, pour juger de la grandeur d'une chose, est de la comparer avec une autre, & de trouver combien de fois le moindre corps est contenu dans le plus grand. Pour faire cette comparaison dans les *objets microscopiques*, les savans d'Angleterre ont imaginé plusieurs méthodes ingénieuses. Il est bon d'en mettre quelques-unes de faciles & de praticables sous les yeux du lecteur.

La méthode de M. Leuwenhoeck de calculer la grandeur des sels dans les fluides, des petits animaux *in semine masculino*, dans l'eau de poivre, *&c.* étoit de les comparer avec la grosseur d'un grain de sable, & il faisoit ces calculs de la manière suivante.

Il observoit avec son microscope un grain de sable de mer, tel que cent de ces grains placés bout-à-bout, forment la longueur d'un pouce; ensuite, observant un petit animal qui en étoit proche, & le mesurant attentivement des yeux, il concluoit que le diamètre de ce petit animal étoit, par exemple, moindre que la douzième partie du diamètre du grain de sable; que par conséquent, selon les règles communes, la surface du grain de sable étoit 144 fois, & toute la solidité 1728 fois plus grande que celle de ce petit animal. Il faisoit le même calcul proportionnel; suivant la petitesse des animaux qu'il exposoit au microscope.

Voici la méthode dont se servoit M. Hook pour connoître combien un objet est grossi par le microscope. « Ayant, dit-il, rectifié le microscope pour voir très-distinctement l'objet requis: » dans le même moment que je regarde cet objet » à travers le verre d'un œil, je regarde avec » l'autre œil nud d'autres objets à la même » distance; par-là je suis en état, au moyen d'une » règle divisée en pouces & en petites parties, & » placée au pié du microscope, de voir combien » l'apparence de l'objet contient de parties de » cette règle, & de mesurer exactement le dia- » mètre de cette apparence, lequel étant com- » paré avec le diamètre qu'il paroît avoir à la » vue simple, me donne aisément la quantité de » son agrandissement. »

L'ingénieux docteur Jurin nous donne une autre méthode fort curieuse pour parvenir au même but, dans ses *dissertations physico-mathématiques*: la voici. Faites plusieurs tours avec un fil d'argent très-subtil sur une aiguille, ou sur quelqu'autre corps semblable, en sorte que les révolutions du fil se touchent exactement, & ne laissent aucun vuide; pour en être certain, vous l'examinerez avec un microscope très-attentivement. Mesurez ensuite avec un compas très-exactement l'intervalle entre les deux révolutions extrêmes du fil d'argent, pour savoir quelle est la longueur de l'aiguille qui est couverte par ce fil; & appliquant cette ouverture de compas à une échelle de pouces divisée en 10^{es} & en 100^{es} par des transversales, vous saurez combien elle contient de parties d'un pouce: vous compterez ensuite le nombre des tours du fil d'argent compris dans cette longueur, & vous connoîtrez aisément par la division, l'épaisseur réelle du fil en plusieurs petits morceaux; si l'objet que vous voulez examiner est opaque, vous jetterez au-dessus de l'objet quelques-uns de ces petits brins, & s'il est transparent, vous les placerez au-dessous, ensuite vous comparerez à l'œil les parties de l'objet avec l'épaisseur connue de ces brins de fil.

Par cette méthode le docteur Jurin observa que quatre globules du sang humain couvroient ordinairement la largeur d'un brin, qu'il avoit trouvé $\frac{1}{485}$ d'un pouce, & que par conséquent le diamètre de chaque globule étoit $\frac{1}{1901}$ partie d'un pouce. Ce qui a été aussi confirmé par les observations de Leuwenhoeck sur le sang humain, qu'il fit avec un morceau du même fil que lui envoya le docteur Jurin. *Voyez les Trans. philosop. n.*° 377.

Je passe sous silence d'autres méthodes plus composées, mais je ne dois pas oublier de remarquer que l'aire visible, le champ de la vue, ou la portion d'un objet vû par le microscope, est en proportion du diamètre, & de l'aire de la lentille dont on fait usage, & de sa force; car

ſi la lentille eſt extrêmement petite, elle groſſit conſidérablement, & par conſéquent on ne peut diſtinguer par ſon moyen qu'une très-petite portion de l'objet; ainſi, l'on doit uſer de la plus forte lentille pour les plus petits objets, & toujours proportionnellement. Sans donner ici des règles embarraſſantes ſur le champ des objets vûs par chaque lentille, c'eſt aſſez de dire que cette aire diffère peu de la grandeur de la lentille dont on ſe ſert, & que ſi le total d'un objet eſt beaucoup au-deſſus de ce volume, on ne peut pas le bien voir à travers cette lentille.

Après avoir combiné la force des microſcopes, & donné les méthodes de connoître la grandeur réelle des *objets microſcopiques*, il nous reſte à décrire la manière de les examiner, de les préparer, & de les appliquer au microſcope.

De l'examen des objets microſcopiques. Quelqu'objet qu'on ait à examiner, il en faut conſidérer attentivement la grandeur, le tiſſu & la nature, pour pouvoir y appliquer les verres convenables, & d'une manière à les connoître parfaitement. Le premier pas à faire doit être conſtamment d'examiner cet objet à travers d'une lentille qui le repréſente tout entier; car en obſervant de quelle manière les parties ſont placées les unes à l'égard des autres, on verra qu'il ſera plus aiſé d'examiner enſuite chacune en particulier, & d'en juger ſéparément ſi l'on en a occaſion. Lorſqu'on ſe ſera formé une idée claire du tout, on pourra le diviſer autant que l'on voudra; & plus les parties de cette diviſion ſeront petites, plus la lentille doit être forte pour les bien voir.

On doit avoir beaucoup d'égard à la tranſparence ou à l'opacité d'un objet, & de-là dépend le choix des verres dont on doit ſe ſervir; car un objet tranſparent peut ſupporter une lentille beaucoup plus forte qu'un objet opaque, puiſque la proximité du verre qui groſſit beaucoup, doit néceſſairement obſcurcir un objet opaque & empêcher qu'on ne le voie, à moins qu'on ne ſe ſerve du microſcope pour les objets opaques. Pluſieurs objets cependant deviennent tranſparens, lorſqu'on les diviſe en parties extrêmement minces ou petites.

Il faut auſſi faire attention à la nature de l'objet, s'il eſt vivant ou non, ſolide ou fluide; ſi c'eſt un animal, ou végétal, une ſubſtance minérale, & prendre garde à toutes les circonſtances qui en dépendent, pour l'appliquer de la manière qui convient le mieux. Si c'eſt un animal vivant, il faut prendre garde de ne le ſerrer, heurter, ou décompoſer que le moins qu'il ſera poſſible, afin de mieux découvrir ſa véritable figure, ſituation & caractère. Si c'eſt un fluide & qu'il ſoit trop épais, il faut le détremper avec l'eau; s'il eſt trop coulant, il faut en faire évaporer quelques parties aqueuſes. Il y a des ſubſtances qui ſont plus propres aux obſervations lorſqu'elles ſont ſèches, & d'autres au contraire lorſqu'elles ſont mouillées; quelques-unes lorſqu'elles ſont fraîches, & d'autres lorſqu'on les a gardées quelque tems.

Il faut enſuite avoir grand ſoin de ſe procurer la lumière néceſſaire, car de-là dépend la vérité de tous nos examens; un peu d'expérience fera voir combien les objets paroiſſent différens dans une poſition & dans un genre de lumière, de ce qu'ils ſont dans une autre poſition, de ſorte qu'il eſt à-propos de les tourner de tous les côtés, & de les faire paſſer par tous les degrés de lumière, juſqu'à ce que l'on ſoit aſſuré de leur vraie figure; car, comme dit M. Hooke, il eſt très-difficile, dans un grand nombre d'objets, de diſtinguer une élévation d'un enfoncement, une ombre d'une tache noire, & la couleur blanche d'avec la ſimple réflexion. L'œil d'une mouche, par exemple, dans une eſpèce de lumière, paroît comme un treillis percé d'un grand nombre de trous, avec les rayons du ſoleil, il paroît comme une ſurface couverte de clous dorés; dans une certaine poſition, il paroît comme une ſurface couverte de pyramides; dans une autre, il eſt couvert de cones, & dans d'autres ſituations, il paroît couvert de figures toutes différentes.

Le degré de lumière doit être proportionné à l'objet; s'il eſt noir, on le verra mieux dans une lumière forte; mais, s'il eſt tranſparent, la lumière doit être à proportion plus foible: c'eſt pour cela qu'il y a une machine dans le *microſcope* ſimple & dans le microſcope double, pour écarter la trop grande quantité de rayons, lorſqu'on examine ces ſortes d'objets tranſparens avec les plus fortes lentilles.

La lumière d'une chandelle, pour la plupart des objets, & ſur-tout pour ceux qui ſont extrêmement petits & tranſparens, eſt préférable à celle du jour, & pour les autres, celle du jour vaut mieux; j'entends la lumière d'un jour ſerein. Pour ce qui eſt des rayons du ſoleil, ils ſont réfléchis par l'objet avec tant d'éclat, & ils donnent des couleurs ſi extraordinaires, qu'on ne peut rien déterminer avec certitude par leur moyen; par conſéquent cette lumière doit être regardée comme la plus mauvaiſe.

Ce que je dis des rayons du ſoleil, ne doit pas s'étendre néanmoins au *microſcope* ſolaire; au contraire, on ne peut s'en ſervir avec avantage ſans la lumière du ſoleil la plus brillante; en effet, par ce microſcope, on ne voit pas l'objet en lui-même dans l'endroit où il eſt frappé des rayons du ſoleil: on voit ſeulement ſon image ou ſon ombre repréſentée ſur un écran, & par conſéquent il ne peut réſulter aucune confuſion de la réflexion brillante des rayons du ſoleil, qui ne viennent pas de l'objet à l'œil comme dans les autres *microſcopes*. Mais auſſi, dans le microſcope ſolaire, nous devons nous borner à connoître la vraie figure & grandeur d'un objet, ſans nous attendre à en découvrir

les couleurs, parce qu'il n'eſt pas poſſible qu'une ombre porte les couleurs du corps qu'elle repréſente.

De la préparation & application des objets microſcopiques. Il y a pluſieurs objets qui demandent beaucoup de précautions pour les bien placer devant les lentilles. S'ils ſont plats & tranſparens, en ſorte qu'en les preſſant, on ne puiſſe pas les endommager, la meilleure méthode eſt de les renfermer dans les gliſſoirs entre deux pièces de talc. Par ce moyen, les aîles des papillons, les écailles des poiſſons, la pouſſière des fleurs, *&c.* les différentes parties, & même les corps entiers des petits inſectes & mille autres choſes ſemblables peuvent ſe conſerver. Il faut donc avoir un certain nombre de ces gliſſoirs toujours prêts pour cet uſage.

Lorſqu'on fait une collection d'*objets microſcopiques*, on ne doit pas remplir au haſard les gliſſoirs, mais on doit avoir ſoin d'aſſortir les objets, ſelon leur grandeur & leur tranſparence; de manière qu'on ne doit mettre dans le même gliſſoir, que ceux qu'on peut obſerver avec la même lentille, & alors on marquera ſur le gliſſoir le nombre qui déſigne la lentille convenable aux objets qu'il renferme. Les nombres marqués ſur les gliſſoirs, préviennent l'embarras où l'on peut être pour ſavoir qu'elle eſt la lentille qu'on doit leur appliquer.

En plaçant vos objets dans les gliſſoirs, il eſt bon d'avoir un verre convexe d'environ un pouce de ſoyer, & de le tenir à la main pour les ajuſter proprement entre les talcs, avant que de les enfermer avec les anneaux de cuivre.

Les petits objets vivans, comme les poux, puces, couſins, petites punaiſes, petites araignées, mites, *&c.* pourront être placées entre les talcs, ſans qu'on les tue ou qu'on les bleſſe, ſi l'on prend ſoin de ne pas preſſer les anneaux de cuivre qui arrêtent les talcs, &, par ce moyen, ils reſteront vivans des ſemaines entières; mais, s'ils ſont trop gros pour être placés de cette manière, il faudra les placer dans un gliſſoir avec des verres concaves deſtinés à cet uſage, ou bien on les percera d'une pointe pour les obſerver, ou bien encore on les tiendra avec des pincettes.

Si vous avez des fluides à examiner pour y découvrir les petits animaux qu'ils peuvent contenir; prenez avec une plume ou avec un pinçeau une petite goutte du fluide, & faites-la couler ſur un morceau de talc ou ſur un des petits verres concaves, & appliquez-la de cette façon à la lentille. Mais, au cas qu'en faiſant votre obſervation, vous trouviez, comme il arrive ſouvent, que ces petits animaux nageant enſemble, ſoient en nombre ſi prodigieux, que roulant continuellement les uns ſur les autres, on ne puiſſe pas bien connoître leur figure & leur eſpèce, il faut enlever du verre une partie de la goutte, & y ſubſtituer un peu d'eau claire, qui les fera paroître ſéparés & bien diſtincts. C'eſt tout le contraire, lorſqu'on veut examiner un fluide pour y découvrir les ſels qu'il contient, car il faut alors le faire évaporer, afin que ces ſels qui reſtent ſur le verre puiſſent être obſervés avec plus de facilité.

Pour diſſéquer les petits inſectes, comme les puces, poux, couſins, mites, *&c.* il faut avoir beaucoup de patience & de dextérité; cependant on peut le faire par le moyen d'une fine lancette & d'une aiguille, ſi l'on met ces animaux dans une goutte d'eau; car alors on pourra ſéparer aiſément leurs parties & les placer devant le microſcope, pour obſerver leur eſtomac & leurs entrailles.

Les corps opaques, tels que les ſemences, les ſables, les bois, *&c.* demandent d'autres précautions : voici le meilleur moyen de les conſidérer. Coupez des cartes en petits morceaux d'environ un demi-pouce de longueur, & de la dixième partie d'un pouce de largeur; mouillez-les dans la moitié de leur longueur avec de l'eau gommée bien forte, mais bien tranſparente, & avec cette eau vous y attacherez votre objet. Comme les figures des cartes ſont rouges & noires, ſi vous coupez vos morceaux de cartes ſur ces figures, vous aurez, pour vos objets, un contraſte de preſque toutes les couleurs; & fixant les objets noirs ſur le blanc; les blancs ſur le noir, les bleus ou verds ſur le rouge ou le blanc, & les autres objets colorés ſur les morceaux qui leur ſont le plus oppoſés en couleurs, vous les obſerverez avec plus d'avantage. Ces morceaux ſont principalement deſtinés au *microſcope* nouvellement inventé pour les objets opaques, & on doit les appliquer entre les pincettes; mais ils ſont auſſi utiles aux autres *microſcopes* qui peuvent découvrir les objets opaques.

Il faut avoir une petite boîte quarrée deſtinée à conſerver ces morceaux de cartes, avec un nombre de petits trous fort peu profonds, & l'on colera un papier ſur le côté de chaque carte pour ſervir de fond.

Précautions dans l'examen des objets microſcopiques. En examinant les objets dans tous les degrés de lumière, il ne faut rien aſſurer qu'après des expériences réitérées & des obſervations exactes. Ne formez donc aucun jugement ſur les objets qui ſont étendus avec trop de force, ou reſſerrés par la ſéchereſſe, ou qui ſont hors de leur état naturel en quelque manière que ce ſoit, ſans y avoir les égards convenables.

Il eſt fort douteux ſi l'on peut juger des vraies couleurs des objets que l'on voit par la plus forte lentille; car, comme les pores ou interſtices d'un objet ſont agrandis à proportion de la force du verre dont on ſe ſert, & que les particules qui en compoſent la matière doivent, par le même principe, paroître ſéparées pluſieurs mille fois plus qu'à la vue ſimple, la réflexion des rayons de lumière qui viennent à nos yeux, doit être fort

différente & produire différentes couleurs; & certainement la variété des couleurs de certains objets qu'on y conserve, justifie cette remarque.

On ne doit pas non plus déterminer, sans beaucoup de réflexion, tous les mouvemens des créatures vivantes ou des fluides qui les renferment, lorsqu'on les voit par le *microscope;* car, comme le corps qui se meut, & l'espace où il se meut est aggrandi, le mouvement le doit être aussi, & par conséquent on doit juger sur ces principes, de la rapidité avec laquelle le sang paroît couler dans les vaisseaux des petits animaux. Supposons, par exemple, qu'un cheval & un rat fassent mouvoir leurs membres exactement dans le même moment de tems; si le cheval fait un mille, pendant que le rat parcourt cinquante perches (quoique le nombre des pas soit le même de part & d'autre), on conviendra aisément, ce me semble, que le mouvement du cheval est plus rapide. Le mouvement d'une mite vu par le *microscope*, ou apperçu à la vue simple, n'est pas peut-être moins différent. (*Le chevalier de* JAUCOURT.)

MICROSCOPE, (*Astron.*) constellation méridionale, placée par l'abbé de la Caille, au-dessous du capricorne. La principale étoile est de 5^{e} grandeur, elle avoit en 1750, 308° 34′ 25″ d'ascension droite, 34° 41′ 4″ de déclinaison. (*D. L.*)

MIDI, f. m. (*Astr.*) c'est le moment où le soleil est au méridien.

Le moment de *midi* divise à-peu-près le jour en deux parties égales; nous disons à-peu-près, parce que cela n'est vrai exactement que dans le tems où le soleil est aux solstices, & où le moment du midi est le même que celui du solstice. *Voyez* HAUTEURS CORRESPONDANTES.

On appelle *midi vrai* le tems où le soleil est réellement au méridien, & *midi moyen*, le tems où il seroit *midi* eu égard seulement au mouvement moyen du soleil combiné avec le mouvement diurne de la terre : ou, pour parler plus clairement, le tems où il seroit *midi* si le soleil avoit un mouvement uniforme. *Voyez* EQUATION DU TEMS. Il y a toujours la même distance du *midi moyen* d'un jour quelconque au *midi moyen* du jour suivant; mais la distance du *midi vrai* d'un jour au *midi vrai* du suivant, varie continuellement. C'est par le moyen des hauteurs correspondantes que les astronomes déterminent le moment du *midi* pour régler les pendules, & trouver le tems vrai de toutes les autres observations.

Midi se dit aussi de la région du ciel vers laquelle se trouve le soleil au milieu du jour dans nos régions septentrionales; il est opposé au nord ou au septentrion. On trouve le côté du *midi* par les méthodes qui servent à tracer une méridienne, ou par la boussole, quand on connoît sa déclinaison dans le lieu de l'observation. (*D. L.*).

MILIEU *à prendre entre les observations*, (*Arith.*) Ce sujet me paroît être devenu un de ceux qui sont le plus d'un ressort d'un ouvrage tel que celui-ci. Le *Dictionnaire raisonné des Sciences*, &c. semble promettre au *mot* ARITHMÉTIQUE de le traiter au *mot* MOYEN, mais on n'y trouve pas son attente remplie; je tâcherai de suppléer du moins en partie à cette omission.

Quand on a fait plusieurs observations d'un même phénomène, & que les résultats ne sont pas tout-à-fait d'accord entr'eux, on est sûr que ces observations sont toutes, ou au moins en partie peu exactes, de quelque source que l'erreur puisse provenir; on a coutume alors de prendre le *milieu* entre tous les résultats, parce que de cette manière les différentes erreurs se répartissant également dans toutes les observations, l'erreur qui peut se trouver dans le résultat moyen devient aussi moyenne entre toutes les erreurs. Il n'est pas douteux que cette pratique ne soit très-utile pour diminuer l'incertitude qui naît de l'imperfection des instrumens & des erreurs inévitables des observations; mais il est aisé de s'appercevoir qu'elle ne la diminue pas autant qu'on le desireroit, & qu'elle est susceptible à plus d'un égard d'être perfectionnée, parce qu'en prenant simplement le *milieu* arithmétique, on ne tient pas compte du plus ou moins de probabilité de l'exactitude des observations, des différens degrés d'habileté des observateurs, &c. Différens grands géomètres ont entrepris cette utile recherche, ils l'ont considérée sous différens points de vue, & l'ont traitée plus ou moins en détail; il est fort à souhaiter que les astronomes, les physiciens & généralement tous les observateurs, profitent des résultats de ces recherches dans la discussion de leurs observations.

Le pere Boscovich a été conduit à méditer sur cette matière, lorsqu'il a cherché à tirer l'ellipticité moyenne de la terre de tous les degrés connus, en se proposant la solution du problême suivant : *Etant donné un certain nombre de degrés, trouver la correction qu'il faut faire à chacun d'eux, en observant ces trois conditions; la première, que leurs différences soient proportionnelles aux différences des sinus verses d'une latitude double; la seconde, que la somme de corrections positives soit égale à la somme des négatives; la troisième, que la somme de toutes les corrections, tant positives que négatives, soit la moindre possible pour le cas où les deux premières conditions soient remplies.* Il a exposé le résultat de cette solution dans le *Tome IV* des *Mémoires de l'institut de Boulogne*; il l'a développée dans ses *Supplémens de la Philosophie*, en vers latins, composée par M. Benoît Stay, *tome II*, *p.* 420; & le traducteur de son *Voyage astronomique & géographique*, en a fait le sujet d'une note très-intéressante qui

se trouve à la fin de sa traduction, & dans laquelle on voit cette solution appliquée à une table de degrés mesurés, plus étendue que celle dont le pere Boscovich avoit fait usage dans les supplémens cités. Je crois pouvoir renvoyer à ces différentes sources les lecteurs qui voudront prendre une idée de cette méthode.

Je ne m'arrêterai pas non plus à la théorie que M. Lambert a donnée *sur le degré de certitude des observations & des expériences*, dans le premier volume dans ses *Mémoires de mathématique* allemands, & qu'il a éclaircie par plusieurs exemples: cet ouvrage est connu. On trouvera un extrait du mémoire dont je parle, dans le *Journal littéraire* qui paroît à Berlin; & sans doute qu'un géomètre habile qui s'est chargé de donner dans ces supplémens la substance de différens écrits intéressans de M. Lambert, ne laissera pas échapper celui-ci.

Je me bornerai ici au précis de deux mémoires qui ne sont pas imprimés; & si on y joint la lecture de ce qu'on doit au P. Boscovich & à M. Lambert sur la même matière, on pourra se satisfaire sur toutes les questions principales auxquelles elle peut donner lieu: j'ignore si d'autres auteurs l'ont traitée.

Le premier mémoire dont je me propose de donner l'extrait, est un petit écrit latin de M. Daniel Bernoulli, qu'il me communiqua, en 1769, & qu'il gardoit depuis long-tems parmi ses manuscrits dans le dessein sans doute de l'étendre davantage. Il a pour titre: *Dijudicatio maxime probabilis plurium observationum discrepentium; atque verisimillima inductio inde formanda.*

M. Bernoulli suppose qu'on représente par des portions Aa, Ab, Ae, &c. d'une ligne droite AB (*fig.* 2, *pl. I de Géométrie*), les résultats d'un certain nombre n d'observations, & il remarque que, dans cette supposition, la pratique ordinaire donneroit pour le *milieu*, entre ces observations, une ligne droite $AC = \frac{Aa + Ab + Ad + \&c.}{n}$

mais, dit-il, on ne tient pas compte de cette façon des différens degrés de probabilité des observations, & cependant il n'y a aucun doute que les petites erreurs n'aient lieu moins souvent que les grandes. En conséquence de cette remarque, il suppose que le nombre des observations qui tombent sur les points a, b, d, e, &c. soit proportionnel aux perpendiculaires am, bn, do, ep, &c. & cette hypothèse donne $AC = \frac{Aa \cdot am + Ab \cdot bn + Ad \cdot do + Ae \cdot ep}{am + bn + do + ep, \&c.}$, expression qui fait voir que le point C ne tombe plus au centre de gravité des points a, b, d, e, &c. mais dans celui des lignes am, bn, do, ep, &c.

On peut, par plusieurs considérations, adopter une demi-ellipse ou un demi-cercle pour la courbe $MmnoN$, qui passe par les points m, n, p, &c. & le rayon indiquera la plus grande erreur, ou un peu au-delà, qu'un observateur puisse jamais commettre en faisant des observations telles que celles dont il sera question. Il est donc nécessaire que chaque observateur se juge soi-même impartialement & avec sagacité.

M. Bernoulli observe ensuite que la détermination analytique du centre du demi-cercle modérateur seroit d'une application très-difficile, parce qu'on parvient à une équation presqu'intraitable; c'est pourquoi il préfere la méthode d'approximation qu'on va voir.

Soit AB (*fig.* 3) la ligne à laquelle on rapporte les observations; qu'on adopte sur cette ligne un point fixe A, & qu'on suppose que les observations tombent sur les points a, b, d, e, &c. de façon que $AO = \frac{Aa + Ab + Ad + Ae + Af}{n}$, en cherchant d'abord par la règle ordinaire le point O moyen entre les points observés a, b, d, e, &c. & en entendant par n le nombre des observations. Qu'on décrive ensuite du centre O, & avec le rayon r, le demi-cercle $Mm\,nopq\,N$, & qu'on le prenne pour le premier demi-cercle modérateur, en sorte que am, bn, do, ep, &c. perpendiculaires sur MN, expriment les différens degrés de probabilité des observations analogues. Qu'après cela on cherche le centre de gravité de toutes les lignes am, bn, do, ep, &c., il tombera assez près du point C, en faisant $AC = \frac{Aa \cdot am + Ab \cdot bn + Ad \cdot do + Ae \cdot ep + \&c.}{am + bn + do + ep + \&c.}$; mais si, de ce point C, & avec le rayon r, on décrit un second demi-cercle modérateur $M'\,m'\,n'\,o'\,p'\,N'$, & qu'on répète la même opération, on trouvera un autre point C' peu distant du premier C, mais plus correct, & on pourra continuer de la même manière jusqu'à ce que la différence soit à peine sensible.

Après cet exposé de sa méthode, M. Bernoulli observe que la ligne Aa étant arbitraire & restant invariable dans toute l'opération, on peut faire $Aa = o$, & supposer le commencement précisément à l'extrêmité a, en sorte que $aC = \frac{ab \cdot bn + ad \cdot do + ac \cdot ep + \&c.}{am + bn + do + ep + \&c.}$.

Passant ensuite à un exemple, il suppose qu'on ait fait trois observations qui tombent dans les points b, d, e, & il prend de 1000 parties le rayon auquel il veut comparer les distances.

En admettant de plus, dit-il, que la plus grande erreur soit de 160″, & qu'on ait trouvé bd, par exemple, de 120″ ou de 200″, il faudra faire $bd = 750$ ou $= 1250$ parties. Ainsi, la distance d'un point au centre du demi-cercle modérateur étant donnée, on trouvera, sans autre calcul, son appliquée, en cherchant dans les tables le sinus

qui répond à cette diſtance regardée comme un coſinus.

Soit donc $b\,d = 900$ parties & $b\,e = 1200$ parties, on aura $b\,O = 700$ parties, & ce ſera, ſuivant la règle ordinaire, la diſtance entre le point obſervé b & la vraie poſition. On aura de plus $O\,o = 200$ parties, & $O\,e = 500$ parties; donc $b\,n = 866$ parties, & par conſéquent $b\,C = \frac{900 \cdot 980 + 1200 \cdot 866}{714 - 980 + 866} = 750$ parties. Puis donc que $b\,C$ ſurpaſſe $b\,O$, il s'enſuit que le point C doit être pris de l'autre côté, ou qu'il faut le placer entre O & d, d'où réſulte $O\,C = -50$ parties pour la première correction dans l'hypothèſe adoptée. En paſſant maintenant à la ſeconde, c'eſt-à-dire, en cherchant le point C', nous prendrons pour centre le point C qu'on vient de trouver, & nous aurons à préſent $b\,C = 750$ parties, & $b\,n' = 661$; $C\,d = 150$ & $d\,O' = 989$; $C\,e = 450$ & $e\,p' = 893$; enfin $b\,C' = \frac{900 \cdot 989 + 1200 \cdot 893}{661 + 989 + 893}$. Cette ſeconde correction différant encore aſſez ſenſiblement de la première, on en cherchera une troiſième en prenant C' pour le centre du demi-cercle, & le même procédé donne $b\,C'' = 780$, diſtance qui diffère encore moins de 771 que 771 ne différoit de 750; la quatrième correction donne 784; la cinquième, 787, & on trouvera enfin la véritable exprimée par 792 : au reſte, en faiſant ces opérations, on s'appercevra de pluſieurs reſſources au moyen deſquelles on pourra les abréger.

Si on prenoit le demi-cercle modérateur trop grand, continue M. Bernoulli, on lui ôteroit une grande partie de ſon utilité : car, ſuppoſons ſon rayon de 1500 parties au lieu de 1000, toutes choſes égales d'ailleurs, il faudra changer les 1500, 900 & 1200 parties qu'on avoit précédemment en 1000, 600 & 800 parties plus grandes de moitié. La ſeconde correction $b\,C$ deviendra de près de 471 parties, & il faudra s'y tenir, parce qu'on n'en trouvera jamais une plus grande: or ces 481 parties ne valent que 721 parties, dans la ſuppoſition précédente. Ainſi, la comparaiſon de ces deux exemples fait voir combien il importe que chaque obſervateur ſache apprécier ſa dextérité.

Je viens d'indiquer la ſubſtance du mémoire de M. Daniel Bernoulli, je paſſe au ſecond mémoire dont j'ai dit que je donnerois un extrait; il eſt de M. de la Grange, & a pour titre : *Mémoire ſur l'utilité de la méthode de prendre le milieu entre le réſultat de pluſieurs obſervations, dans lequel on examine les avantages de cette méthode par le calcul des probabilités, & où l'on réſout différens problêmes relatifs à cette matière.* On verra que les dix problêmes qui en font l'objet comprennent tout ce qu'on peut attendre de l'analyſe la plus délicate & la plus variée dans cette matière.

Voici d'abord le premier problême que M. de la Grange ſe propoſe : on ſuppoſe que, dans chaque obſervation, on peut ſe tromper d'une unité, tant en plus qu'en moins; mais que le nombre des cas qui peuvent donner un réſultat exact, eſt au nombre des cas qui peuvent donner une erreur d'une unité comme $a : 2\,b$; on demande quelle eſt la probabilité d'avoir un réſultat exact, en prenant le milieu entre les réſultats particuliers d'un nombre n d'obſervations?

La ſolution de ce problême donne $\frac{A}{(a + 2\,b)^n}$ pour la probabilité cherchée, & M. de la Grange fait voit qu'on peut déterminer en plus d'une manière le coëfficient A, qu'il trouve $= a^n + n(n-1)\,a^{n-2}\,b + \frac{(n(n-1)(u-3)\,a^{n-4}\,b^4}{2.\,2} + \frac{n(n-1)(-2)\cdots(n-5)\,a^{n-6}\,b^6}{2.\,3.\,2.\,3.}$ + &c. Il tire enſuite de ſa ſolution différens corollaires, & il détermine, dans une première remarque, la loi que ſuivent les termes de la ſérie $\frac{1}{5}$, $\frac{9}{25}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{29}{125}$, &c., leſquels repréſentent les probabilités qui répondent à 1, 2, 3, &c. obſervations; cette loi ſe découvre par les expreſſions qui ſuivent, & dans leſquelles A^{I}, A^{II}, A^{III}, &c. déſignent les valeurs de A^{I} qui répondent à $n = 1, 2, 3$, &c.; on a

$$A^{\text{I}} = a$$

$$A^{\text{II}} = \frac{3\,a\,A' + 4\,b^2 - a^2}{2}$$

$$A^{\text{III}} = \frac{5\,a\,A'' + 2(4\,b^2 - a^2)\,A'}{3}$$

$$A^{\text{IV}} = \frac{7\,a\,A''' + 3(4\,b^2 - a^2)\,A''}{4}, \text{ \&c.}$$

Quelques autres remarques pareillement importantes ſuivent la première, & conduiſent M. de la Grange à chercher dans le problême ſuivant la probabilité qu'en prenant le *milieu* entre les réſultats de n obſervations, l'erreur ne ſurpaſſera pas la fraction $\frac{m}{n}$, m étant $< n$.

M. de la Grange conſidère ici qu'en prenant le *milieu* entre le réſultat de n obſervations, l'erreur peut être ou o, ou $\frac{\pm 1}{n}$, ou $\frac{2}{n}$, ou $\frac{\pm 3}{n}$, ou, &c. juſqu'à $\frac{\pm n}{n}$, ſavoir, 1; qu'ainſi, la probabilité que l'erreur ne ſoit pas plus grande que $\frac{\pm m}{n}$, ſera la ſomme des probabilités que l'erreur ſera nulle, ou $\frac{\pm 1}{n}$, ou $\frac{\pm 2}{n}$, &c. juſqu'à $\frac{\pm m}{n}$, & en conſéquence il cherche d'abord quelle eſt la probabilité que l'erreur ſera $\frac{\pm \mu}{m}$.

Il la trouve $= \frac{2M}{(a+2b)^n}$, où M eſt exprimé par $\frac{n(n-1)\cdots(n-\mu+1)}{1\cdot 2\cdots\cdots\mu} a^{n-\mu} b^{\mu} + \frac{\mu-2}{1} \cdot \frac{n.(n-1)\cdots n-\mu-1}{1\cdot 2\cdots\cdots \mu+2} a^{n-\mu-2} b^{\mu+2} + \frac{(\mu+4)(\mu+3)}{1\cdot 2} \frac{n(n-1)\cdots(n-\mu-3)}{1\cdot 2 \quad \mu+4} a^{n-\mu-4} b^{\mu+4} +$ &c.

Il exprime enſuite la même probabilité par une ſérie, & tire de ces réſultats un grand nombre d'inductions curieuſes; il prouve, par exemple, qu'il eſt plus avantageux de ne prendre le *milieu* qu'entre un nombre pair d'obſervations.

M. de la Grange indique auſſi, dans une ſcholie, les changemens que demanderoient les deux ſolutions précédentes : ſi, au lieu de ſuppoſer un nombre égal de cas pour avoir une erreur poſitive & une erreur négative, on admettoit l'hypothèſe qu'il conſidère après cela plus généralement dans le problême III, dont voici l'énoncé.

Suppoſant que chaque obſervation ſoit ſujette à une erreur d'une unité en moins, & à une erreur de r unités en plus, & que le nombre des cas qui peuvent donner 0, -1, $+r$ d'erreur, ſoit reſpectivement a, b, c, on demande quelle eſt la probabilité que l'erreur moyenne de pluſieurs obſervations ſera renfermée dans des limites données ?

Solution. Soit n le nombre des obſervations dont on veut prendre le *milieu*, on aura, pour la probabilité, que l'erreur moyenne ſoit $\frac{\mu}{n}$ la quantité $\frac{\mu}{(a+b+c)^n}$; & la probabilité que l'erreur moyenne ſera renfermée entre ces limites $-\frac{p}{n}$, $+\frac{q}{n}$ ſera exprimée par la ſérie

$$\frac{(-p+1) + \&c.. + (-1) + (0)(1) + \&c. + (q-1)}{(a+b+c)^n}.$$

Problême IV. Suppoſant tout comme dans le problême précédent, on demande quelle eſt l'erreur moyenne pour laquelle la probabilité eſt la plus grande?

Solution. Cette probabilité s'exprime par $\frac{rc-b}{a+b+c}$, & on peut regarder cette quantité comme l'erreur du réſultat moyen, & par conſéquent la prendre pour la correction de ce réſultat.

Problême V. On ſuppoſe que chaque obſervation ſoit ſujette à des erreurs quelconques données, & qu'on connoiſſe en même tems le nombre des cas où chaque erreur peut avoir lieu, on demande la correction qu'il faudra faire au réſultat moyen de pluſieurs obſervations ?

Solution. Soient p, q, r, s, &c. les erreurs auxquelles chaque obſervation eſt ſujette, & a, b, c, d, &c. les cas qui peuvent donner ces erreurs; ſavoir, a le nombre des cas qui donneroient l'erreur p, b le nombre des cas qui donneroient l'erreur q, & ainſi des autres, la correction qu'on cherche ſera $= \frac{ap+bq+cr+\&c.}{a+b+c+\&c.}$

M. de la Grange ne manque pas, non plus que les autres géomètres qui ont traité cette matière, de ramener auſſi la ſolution de ce problême à la détermination du centre de gravité d'un certain nombre de poids. Voici deux corollaires qu'il en tire.

Corollaire premier. Si on regarde, dit-il, les quantités a, b, c, &c. comme des poids appliqués à une droite indéfinie à des diſtances égales à p, q, q, &c. d'un point fixe pris dans cette droite, & qu'on cherche le centre de gravité de ces poids, la diſtance de ce centre au point fixe ſera la correction qu'il faudra faire au réſultat moyen de pluſieurs obſervations; cela ſuit évidemment de la formule que nous avons trouvée plus haut pour la valeur de cette correction.

Corollaire ſecond. Donc, ſi on ſuppoſe que chaque obſervation ſoit ſujette à toutes les erreurs poſſibles qui peuvent être compriſes entre des limites données, & qu'on connoiſſe la courbe de la facilité des erreurs dans laquelle les abſciſſes étant ſuppoſées repréſenter les erreurs, les ordonnées repréſentent les facilités de ces erreurs, il n'y aura qu'à chercher le centre de gravité de l'aire totale de cette courbe, & l'abſciſſe répondante à ce centre, exprimera la correction du réſultat moyen. De-là on voit que, ſi la courbe dont il s'agit eſt égale & ſemblable de côté & d'autre de l'ordonnée qui paſſe par l'origine des abſciſſes, en ſorte que cette ordonnée ſoit un diamètre de la courbe dont il s'agit, alors la correction ſera nulle, le centre de gravité tombant néceſſairement dans le diamètre. Ce cas a lieu toutes les fois que les erreurs peuvent être également poſitives & négatives.

Problême VI. M. de la Grange ſuppoſe actuellement qu'on ait vérifié un inſtrument quelconque, & qu'ayant réitéré pluſieurs fois la même vérification, on ait trouvé différentes erreurs dont chacune ſe trouve répétée un certain nombre de fois, & il cherche l'erreur qu'il faudra prendre pour la correction de l'inſtrument. Il nomme p, q, r, &c. les erreurs trouvées; & α, β, γ, &c. les nombres qui marquent combien de fois chaque erreur s'eſt trouvée répétée en faiſant n verifications, & ſa ſolution, qui eſt fondée ſur la méthode de *maximis* & *minimis*, lui donne pour la correction cherchée la quantité $\frac{\alpha p+\beta q+\gamma r}{n}$ + &c. où l'erreur moyenne entre toutes les erreurs particulières que les n vérifications ont données.

M. de la Grange fait remarquer ensuite comment on peut connoître *à posteriori* la loi de la facilité de chacune des erreurs auxquelles un instrument peut être sujet ; car, si on vouloit, dit-il, tenir compte aussi, au moins d'une manière approchée, des erreurs intermédiaires auxquelles l'instrument pourroit être sujet, il n'y auroit qu'à prendre, dans une ligne droite VX (*fig.* 4), des abscisses AP, AQ, AR, &c. proportionnelles aux erreurs trouvées p, q, r, &c. & y ayant appliqué des ordonnées Pp, Qq, Rr, &c. proportionnelles aux quantités x, β, γ, &c. &c. on feroit passer par les extrêmités p, q, r, &c. une ligne parabolique $uqaprx$, on chercheroit ensuite le centre de gravité de l'aire de toute la courbe & la perpendiculaire abaissée de ce centre sur l'axe, y couperoit une abscisse qui seroit la correction de l'instrument.

Je ne m'arrêterai pas à quelques longues remarques que M. de la Grange fait à la suite de ce corollaire, & je passe à une proposition qui donne lieu au développement de certains artifices de calculs profonds & particuliers.

Problême VII. On a plusieurs observations, dans chacune desquelles on suppose qu'on ait pu se tromper également d'une quelconque de ces quantités $-x, \ldots -2, -1, 0, 1, 2 - \beta$, on demande quelle est la probabilité que l'erreur du résultat moyen de n observation sera $\frac{\mu}{n}$, ou qu'elle sera renfermée entre ces limites $\frac{-p}{n}$ & $\frac{+q}{n}$?

M. de la Grange cherche d'abord la réponse à la première de ces deux questions, elle est renfermée dans l'expression générale qui suit ;

$$\frac{1}{1.2.3\ldots(n-2)4^n}\Big((\pi+1)(\pi+2)\ldots(\pi+n-1) - n(\pi+1-\varsigma)(\pi+2-\varsigma)\ldots(\pi+n-1-\varsigma) + \frac{n(n-1)}{2}(\pi+1-2\varsigma)(\pi+2-2\varsigma)\ldots\ldots(\pi+n-1-2\varsigma) - \&c.$$

On continue cette série jusqu'à ce que quelqu'un des facteurs $\pi+1$, $\pi+1-\varsigma$, &c. devienne négatif ; & il faut remarquer que $\pi = nx + \mu$ & $\varsigma = x + \beta + 1$. La solution de la seconde question exige seulement à présent une certaine intégration finie de la série précédente, c'est-à-dire, qu'on fasse varier π depuis $-p$ jusqu'à q, suivant une méthode exposée préliminairement ; & on trouve enfin, en supposant, pour abréger $nx - q = \delta$, & $nx + q = \gamma$, que la probabilité que l'erreur moyenne tombe entre $\frac{-p}{n}$ & $\frac{q}{n}$, s'exprime par

$$\frac{1}{1.2.3\ldots n\varsigma^n}\Big(\gamma(\gamma+1)\ldots(\gamma+n-1) - (\delta+1)(\delta+3)\ldots(\delta+n) - n\big((\gamma-\varsigma)(\gamma-\varsigma+1)\ldots(\gamma-\varsigma+n-1) - (\delta-\varsigma+1)(\delta-\varsigma+2)\ldots(\delta-\varsigma+n)\big) + \frac{n(n-1)}{2}\big((\gamma-2\varsigma)(\gamma-2\varsigma+1)\ldots(\gamma-2\varsigma+n-1) - (\delta-2\varsigma+1)(\delta-2\varsigma+2)\ldots(\delta-2\varsigma+n)\big) - \&c.\Big)$$

Cette série doit être continuée jusqu'à ce que quelqu'un des facteurs $\gamma-\varsigma$, $\gamma-2\varsigma$, &c. devienne négatif ; & quant aux autres facteurs $\delta-\varsigma+1$, $\delta-2\varsigma+1$, &c. Si quelqu'un d'entre eux se trouve négatif, alors il faudra augmenter le nombre δ d'autant d'unités qu'il sera nécessaire pour le rendre positif. Au reste, ces problêmes, plus ils deviennent généraux & compliqués, plus ils admettent de corollaires ; mais, ne pouvant m'arrêter à tous, je laisse aux observateurs à simplifier, suivant le cas qu'ils auront à développer, les résultats fondamentaux que j'indique.

Problême VIII. Supposant que les erreurs qu'on peut commettre dans chaque observation soient $-\omega \ldots 2, -1, 0, 1, 2 \ldots \omega$, & que le nombre des cas qui répondent à chacune de ces erreurs soit respectivement proportionnel à $1, 2, 3 \ldots x+1 \ldots 3, 2, 1$. On demande la probabilité qee l'erreur du résultat moyen de m observation soit comprise entre les limites $\frac{-p}{m}$ & $\frac{q}{m}$?

Solution. Elle se trouve exprimée par

$$\frac{1}{1.2.3\ldots 2m\varsigma^{2m}}\Big(\gamma(\gamma+1)\ldots(\gamma+2m-1) - (\delta+1)(\delta+2)\ldots(\delta+2m) - 2m\big((\gamma-\varsigma)(\gamma+1-\varsigma)\ldots(\gamma+2m-1-\varsigma) - (\delta+1-\varsigma)(\delta+2-\varsigma)\ldots(\delta+2m\varsigma)\big) + \frac{2m(2m-1)}{2}\big((\gamma-2\varsigma)(\gamma+1-2\varsigma)\ldots(\gamma+2m-1-2\varsigma) - (\delta+1-2\varsigma)(\delta+2-2\varsigma)\ldots(\delta+2m-2\varsigma)\big) - \&c.\Big)$$

γ étant $= m\omega + q$ & $\delta = m\omega - p$; & à l'égard de la continuation de la série, il faudra suivre la même règle que pour la précédente.

Voici encore deux autres problêmes que M. de la Grange résout dans ce mémoire ; mais ils demandent de si grandes préparations de calcul, que je ne pourrois me flatter de les rendre applicables au moyen de peu de lignes ; je me dispense d'autant plus aisément de le tenter, que les huit premiers problêmes me paroissent faire face à tous les cas : je donnerai cependant, d'après M. de la Grange,

Grange, l'esprit de la solution du problême IX, duquel le dernier n'est ensuite qu'un cas particulier.

Problême IX. On suppose que chaque observation soit sujette à toutes les erreurs possibles comprises entre ces deux limites p & $-q$, & que la facilité de chaque erreur x, c'est-à-dire, le nombre des cas où elle peut avoir lieu, divisé par le nombre total des cas, soit représentée par une fonction quelconque de x désignée par y: on demandé la probabilité que l'erreur moyenne de n observations sera comprise entre les limites r & $-s$.

Procédé de la solution. On commencera d'abord par chercher la probabilité que l'erreur moyenne sera z, & cette probabilité étant représentée par une fonction de z, il n'y aura qu'à en prendre l'intégrale depuis $Z = 1 - r$ jusqu'à $Z = -s$, ce sera la probabilité cherchée. Or, pour avoir la probabilité que l'erreur moyenne de n observations sera Z, il faudra considérer le polynome, qui est représenté par l'intégrale de $y\, a^x\, d\, x$, en supposant cette intégrale prise de manière qu'elle s'étende depuis $x = p$ jusqu'à $x = -q$, l'on élevera ce polynome à la puissance n, & l'on cherchera le coëfficient de la puissance Z de a, ce coëfficient, qui sera une fonction de Z, exprimera la probabilité que l'erreur moyenne sera Z; toute la difficulté consiste à trouver ce coëfficient d'une manière directe & générale; c'est à quoi M. de la Grange parvient par une méthode nouvelle, fondée sur des considérations assez délicates & sur une analyse tout-à-fait particulière.

Problême X. Supposant que chaque observation soit sujette à toutes les erreurs possibles comprises entre les limites p & $-q$ (p étant l'arc de quatre-vingt-dix degrés), & que la facilité de chaque erreur x soit proportionnelle à *cos.* x, on demande la probabilité que l'erreur moyenne de n observations sera renfermée entre les limites r & $-s$. (*J. B.*)

MILIEU, s. m. (*Méchan.*) dans la Philosophie méchanique, signifie un espace matériel à travers lequel passe un corps dans son mouvement, ou en général, un espace matériel dans lequel un corps est placé, soit qu'il se meuve ou non.

Ainsi, on a imaginé l'éther comme un *milieu* dans lequel les corps célestes se meuvent. *Voy.* ETHER.

L'air est un *milieu* dans lequel les corps se meuvent près de la surface de la terre. *Voy.* AIR & ATMOSPHÈRE.

L'eau est le *milieu* dans lequel les poissons vivent & se meuvent.

Le verre enfin est un *milieu*, eu égard à la lumière, parce qu'il lui permet un passage à travers ses pores. *Voyez* VERRE, LUMIÈRE, RAYON.

La densité des parties du *milieu*, laquelle retarde le mouvement des corps, est ce qu'on appelle résistance du *milieu*. *Voyez* RÉSISTANCE.

MILIEU *du ciel*, (*Astron.*) est le point de l'équateur qui se trouve dans le méridien; ainsi, quand le soleil est dans le solstice d'été, le point équinoxial, à six heures du matin, est le *milieu du ciel*; & à midi l'ascension droite du *milieu du ciel* est de 90 degrés. En général, pour trouver l'ascension droite du *milieu du ciel* à une heure quelconque, il suffit d'ajouter l'ascension droite du soleil avec le tems vrai réduit en degrés, ou d'ôter du tems vrai la distance de l'équinoxe au soleil qui se trouve dans les éphémérides pour tous les jours. C'est cette ascension droite du *milieu du ciel* sur laquelle on dispose les tables du nonagésime. L'ascension droite du *milieu du ciel* est aussi celle des étoiles qui sont dans le méridien; ainsi, pour connoître les étoiles par le moyen de leur passage, on peut calculer l'ascension droite du *milieu du ciel*, pour le moment où l'on veut observer; &, cherchant cette ascension droite dans les catalogues d'étoiles, on y verra les constellations qui sont dans le méridien. (*D. L.*)

MILLE, s. m. (*Gramm. Arithmét.*) nom de nombre égal à dix centièmes; il s'écrit par l'unité suivie de trois zéros.

§. MILLE, (*Arpent.*) Le *mille* d'Angleterre qui est de 5280 piés anglois, est, suivant le rapport que j'ai déterminé exactement, de $829\frac{1}{2}$ toises de France. Pour les autres pays, *voyez* la Mytrologie de M. Pancton.

Depuis 1763, l'on a placé en France sur toutes les grandes routes qui partent de Paris, des colonnes milliaires qui marquent les distances au centre de cette capitale, à l'imitation des pierres milliaires de l'ancienne Rome, & de celles qui partent de Londres pour les routes d'Angleterre. (*D. L.*)

MILLIAR, s. m. (*Gramm. Arithmétiq.*) c'est le nombre qui suit les centaines de millions dans la numération des chiffres.

MILLIÈME, adj. (*Gramm. Arithmétiq.*) c'est, dans un ordre de choses qui se comptent, celle qui occupe le rang qui suit les centaines.

MILLIER, s. m. (*Gramm. Arithmét. & Comm.*) c'est le nombre ou le poids d'un mille ou de dix fois cent. Il se dit dans le commerce des clous, des épingles, du fer, du foin, de la paille, des fagots, des fruits, des poids, *&c.* Cette cloche pese douze *milliers*.

MILLION, s. m. (*Arithmétiq.*) nombre qui vaut dix fois cent mille ou mille fois mille. *Voyez* ARITMÉTIQUE & CHIFFRE.

MINIMUM, s. m. *dans la Géométrie transcendante*, marque le plus petit état, ou les plus petits états d'une quantité variable, sur quoi *voyez* MAXIMUM.

MINOTAURE, nom de la constellation du *Sagittaire*, ou de celle du *Centaure*.

MINUTE, (*Astronom.*) c'est la soixantième

partie d'un degré. Ce mot vient du latin *minutus*, petit.

On dit aussi *minute première;* mais le mot de *minute* tout court est plus usité.

Les divisions des degrés sont des fractions dont les dénominateurs croissent en raison sexagecuple, c'est-à-dire qu'une *minute* est $\frac{1}{60}$ de degré, une seconde $\frac{1}{3600}$, *&c.*

Dans les tables astronomiques, *&c.* les *minutes* sont marquées par un accent aigu en cette sorte ′, les secondes par deux ″, les tierces par trois ‴.

Minute dans le calcul du tems marque la soixantième partie d'une heure. Comme le mot de *minute* est employé par les Astronomes dans deux sens, savoir comme partie de degré & comme partie de tems, on appelle quelquefois les premières *minutes de degré*, & les autres *minutes de tems.* Le mouvement diurne est de 15 *minutes* de degré en une *minute* de tems, 15 secondes de degré en une seconde de tems.

Minutes proportionnelles, dans l'ancienne Astronomie, étoient les soixantièmes parties de l'excentricité.

Minutes d'incidence, mouvement de la lune depuis le commencement d'une éclipse jusqu'au milieu.

Minutes d'expurgation ou d'*émersion*, est le mouvement de la lune depuis le milieu de l'éclipse jusqu'à la fin. (*D. L.*)

MINUTE, s. f. (*Géom. prat.*) on appelle ainsi dans l'art de lever des plans, le dessin que l'on a tracé, géométriquement ou à vue, sur le terrein même dont il est la représentation.

La *minute* d'un plan ou d'une carte est toujours le travail préféré par les Connoisseurs, parce que, malgré tous les soins possibles, on n'en tire point de copies, sans que la vérité s'y trouve un peu altérée. (*J. I. G. M.*)

MIR

MIROIR, s. m. (*Catoptr.*) corps dont la surface représente par réflexion les images des objets qu'on met au-devant. *Voyez* RÉFLEXION.

L'usage des *miroirs* est très-ancien, car il est parlé de certains *miroirs* d'airain, au *chap. xxxviij de l'Exode*, *vers.* 8, où il est dit que Moïse fit un bassin d'airain des *miroirs* des femmes qui se tenoient assiduement à la porte du tabernacle. Il est vrai que quelques commentateurs modernes prétendent que ces *miroirs* n'étoient pas d'airain; mais, quoi qu'il en soit, le passage précédent suffit pour constater l'ancienneté de l'usage des *miroirs* : d'ailleurs les plus savans rabbins conviennent que, dans ce tems-la, chez les Hébreux, les femmes se servoient de *miroirs* d'airain pour se coëffer. Les Grecs ont eu aussi autrefois des *miroirs* d'airain, comme il seroit aisé de le prouver par beaucoup de passages d'anciens poëtes. *Voyez* ARDENT.

Miroir, dans un sens moins étendu, signifie une *glace de verre* fort unie & étamée par-derriere, qui représente les objets qui y sont présentés.

Miroir, en *Catoptrique*, signifie un *corps poli* qui ne donne point passage aux rayons de lumière, & qui par conséquent les réfléchit. *Voyez* RAYON & LUMIERE. Ainsi, l'eau d'un puits profond ou d'une rivière, & les métaux dont la surface est polie, font autant d'espèces de *miroirs.* La théorie des propriétés des *miroirs* fait l'objet de la *Catoptrique*. *Voyez* CATOPTRIQUE.

La science des *miroirs* est fondée sur les principes généraux suivans. 1.° La lumière se réfléchit sur un *miroir*, de façon que l'angle d'incidence est égal à l'angle de réflexion. *Voyez l'article* RÉFLEXION.

D'où il s'ensuit qu'un rayon de lumière comme *HB* (*Pl. d'Optique*, *figure* 26), tombant perpendiculairement sur la surface d'un *miroir DE*, retournera en arrière dans la même ligne par laquelle il est venu, & le rayon oblique *AB* se réfléchira par une ligne *BC*, telle que l'angle *CBG* soit égal à *ABF*, ce que l'expérience vérifie en effet.

Car, si on place l'œil en *C* à la même distance du *miroir* que l'objet *A*, & qu'on couvre d'un corps opaque, comme d'un petit morceau de drap, le point *B* qui est le milieu de *FG*; on ne verra plus alors l'objet *A* dans le *miroir*: ce qui prouve que le rayon par lequel on le voit est *ABC*, puisqu'il n'y a que ce rayon qui soit intercepté & arrêté par l'interposition du corps opaque en *B*. Or les côtés *FB*, *BG* sont égaux, ainsi que les côtés *AF*, *CG* sont égaux; d'où il s'ensuit que l'angle *ABF* est égal à l'angle *CBG*: par conséquent le rayon *ABC* qui vient de l'objet *A* à l'œil en *C*, se réfléchit en *B*, de manière que les angles d'incidence & de réflexion sont égaux.

Ainsi, il n'est pas possible que plusieurs rayons différens, tombant sur un même point du *miroir*, se réfléchissent vers un même point hors de sa surface; puisqu'en ce cas, plusieurs angles d'incidence seroient égaux au même angle de réflexion *ABD*, & qu'ils le seroient par conséquent les uns aux autres, ce qui est absurde. 2.° Il tombe sur un même point du *miroir* de rayons qui portent de chaque point de l'objet radieux & qui se réfléchissent; & par conséquent, puisque les rayons qui partent de différens points d'un même objet, & qui tombent sur un même point du *miroir*, ne peuvent se réfléchir en arrière vers un même point, il s'ensuit de-là que les rayons envoyés par différens points de l'objet, se sépareront de nouveau après la réflexion, de façon que la situation de chacun des points où il parviendra, pourra indiquer ceux dont ils sont partis.

De-là vient que les rayons reflèchis par les *mi-*

roirs représentent les objets à la vue. Il s'ensuit aussi de-là que les corps dont la surface est raboteuse & inégale, doivent réfléchir la lumière, de façon que les rayons, qui partent de différens points, se mêlent confusément les uns les autres.

Les *miroirs* se peuvent diviser en plans, concaves, convexes, cylindriques, coniques, paraboliques, elliptiques, *&c.*

Les *miroirs plans* sont ceux dont la surface est plane. *Voyez* PLAN. Ce sont ceux qu'on appelle ordinairement *miroirs*, sans épithète.

Lois & effets des miroirs *plans.* 1.° Dans un *miroir plan*, chaque point *A* de l'objet, *Pl. d'Optique*, *fig.* 26, est vu dans l'intersection *B* de la cathète d'incidence *AB* avec le rayon réfléchi *CB*.

Or, 1.° tous les rayons réfléchis rencontrent la cathète d'incidence en *B*, c'est-à-dire, dans un point *B* autant éloigné de la surface du *miroir* en-dessous que *A* l'est en-dessus. Car l'angle *ADG*, qui est l'angle d'incidence, est égal à l'angle de réflexion *CDH*, & celui-ci est égal à l'angle *GDB*; d'où il s'ensuit que les angles *ADG*, *GDB* sont égaux, & qu'ainsi *AG* est égal à *GB*. Donc on verra toujours l'objet dans le même lieu, quelque soit le rayon réfléchi qui le fasse appercevoir. Et par conséquent plusieurs personnes qui voient le même objet dans le même *miroir*, le verront tous au même endroit derrière le *miroir*; de-là vient que chaque objet n'a qu'une image pour les deux yeux, & c'est pour cette raison qu'il ne paroît point double.

Il s'ensuit aussi de-là que la distance de l'image *B* à l'œil *C* est composée du rayon d'incidence *AD* & du réfléchi *CD*, & que l'objet *A* envoie des rayons par réflexion de la même manière qu'il le feroit directement, s'il étoit situé derrière le *miroir* dans le lieu de l'image.

2.° L'image d'un point *B* paroît précisément aussi loin du *miroir* parderrière que le point en est éloigné en-devant. Ainsi, le *miroir C* (*fig.* 28) étant placé horizontalement, le point *A* paroîtra autant abbaissé au-dessous de l'horizon qu'il est réellement élevé au-dessus, les objets droits y paroîtront donc renversés. Un homme, par exemple, qui est sur ses pieds, y paroîtra la tête en-bas. Ou, si le *miroir* est attaché à un plafond parallèle à l'horizon, les objets qui seront sur le carreau, paroîtront autant au-dessus du plafond qu'ils sont réellement au-dessous.

3.° Dans les *miroirs* plans, les images sont parfaitement semblables & égales aux objets.

4.° Les parties des objets qui sont placés à droite, y paroissent à gauche, & réciproquement.

En effet, quand on se regarde dans un *miroir*, par exemple, les parties qui sont à droite & à gauche nous paroissent dans des lignes menées de ces parties perpendiculairement au *miroir*: c'est donc la même chose que si nous regardions une personne qui seroit directement tournée vers nous. Or, en ce cas, la gauche de cette personne répondroit à notre droite, & sa droite à notre gauche; par conséquent nous jugeons que les parties d'un objet, placées à droite, sont à gauche dans le *miroir*, & réciproquement. C'est pour cette raison que nous nous croyons gauchers, quand nous nous regardons écrire ou faire autre chose, dans un *miroir*.

L'égalité des angles d'incidence & de réflexion dans les *miroirs plans* fournit une méthode pour mesurer des hauteurs inaccessibles au moyen d'un *miroir plan*. Placez pour cela votre *miroir* horizontalement comme en *C*, *fig.* 28; & éloignez-vous-en jusqu'à ce que vous y puissiez appercevoir, par exemple, la cime d'un arbre, dont le pied répond bien verticalement au sommet; mesurez l'élévation *DE* de votre œil au-dessus de l'horizon ou du *miroir*, ainsi que la distance *EC* de la station au point de réflexion, & la distance du pied de l'arbre à ce même point. Enfin cherchez une quatrième proportionnelle *AB* aux lignes *EC*, *CB*, *ED* :. & ce sera la hauteur cherchée. *Voyez* HAUTEUR.

En effet, l'égalité des angles d'incidence & de réflexion *ACB*, *DCE* rend semblables les triangles *ACB*, *DCE* qui sont rectangles en *B* & en *E*, d'où il s'ensuit que ces triangles ont leurs côtés proportionnels, & qu'ainsi *CE* est à *DE* dans le même rapport que *CB* à *BA*.

5.° Si un *miroir plan* est incliné de 45 degrés à l'horizon, les objets verticaux y paroîtront horizontaux, & réciproquement. D'où il suit qu'un globe qui descendroit sur un plan incliné, peut, dans un *miroir*, paroître monter dans une ligne verticale, phénomène assez surprenant pour ceux qui ne sont point initiés dans la Catoptrique.

Car, pour cela, il n'y a qu'à disposer un *miroir* à un angle de 45 degrés avec l'horizon, & faire descendre un corps sur un plan un peu incliné, ce plan paroîtra dans le *miroir* presque vertical. Ou, si on veut que le plan paroisse exactement vertical, il faut que le *miroir* soit incliné à l'horizon de 45 degrés $\pm$ la moitié de l'angle que fait le plan avec l'horizon. Il faudra prendre le signe $+$ quand l'angle du plan, avec le *miroir*, sera égale à la somme faite des angles du plan & du *miroir* avec l'horizon, & le signe moins, quand le premier angle sera égal à la différence des seconds. Par exemple, si le plan, sur lequel le corps descend, fait avec l'horizon un angle de 3 degrés, il faudra que le miroir soit incliné de 45 degrés plus ou moins la moitié de 3 degrés; si le plan fait un angle de 5 degrés, il faudra que le *miroir* fasse un angle de 45 degrés plus ou moins la moitié de 5 degrés, & ainsi du reste.

6.° Si l'objet *AB*, *fig.* 29, est situé parallèlement au *miroir CD*, & qu'il en soit à la même distance que l'œil, la ligne de réflexion *CD*,

c'est-à-dire, la partie du *miroir* sur laquelle tombent les rayons de l'objet *A B* qui se réfléchissent vers l'œil, sera la moitié de la longueur de l'objet *A B*.

Ainsi, pour pouvoir appercevoir un objet entier dans un *miroir plan*, il faut que la longueur & la largeur du *miroir* soient moitié de la longueur de la largeur de l'objet; d'où il s'ensuit qu'étant données la longueur & la largeur d'un objet qui doit être vu dans un *miroir*, on aura aussi la longueur & la largeur que doit avoir le *miroir*, pour que l'objet placé à la même distance de ce *miroir* que l'œil, puisse y être vu en entier.

Il s'ensuit encore de-là que, puisque la longueur & la largeur de la partie réfléchissante du *miroir* sont soudoubles de la longueur & de la largeur de l'objet, la partie réfléchissante de la surface du *miroir* est à la surface de l'objet en raison de 1 à 4. Et par conséquent, si en une certaine position, nous voyons dans un *miroir* un objet entier, nous le verrons de même dans tout autre lieu, soit que nous nous en approchions, soit que nous nous en éloignions, pourvu que l'objet s'approche ou s'éloigne en même tems, & demeure toujours à la même distance du *miroir* que l'œil.

Mais si nous nous éloignons du *miroir*, l'objet restant toujours à la même place, alors la partie de la surface du *miroir*, qui doit réfléchir l'image de l'objet, doit être plus que le quart de la surface de l'objet; & par conséquent, si le *miroir* n'a de surface que le quart de celle de l'objet, on ne pourra plus voir l'objet entier. Au contraire, si nous nous approchons du *miroir*, l'objet restant toujours à la même place, la partie réfléchissante du *miroir* sera moindre que le quart de la surface de l'objet. Ainsi, on verra, pour ainsi dire, plus que l'objet tout entier; & on pourroit même diminuer encore le *miroir* jusqu'à un certain point, sans que cela empêchât de voir l'objet dans toute son étendue.

7.° Si plusieurs *miroirs* ou plusieurs morceaux de *miroirs* sont disposés de suite dans un même plan, ils ne nous feront voir l'objet qu'une fois.

Voilà les principaux phénomènes des objets vus par un seul *miroir plan*. En général, pour les expliquer tous avec la plus grande facilité, on n'a besoin que de ce seul principe, que l'image d'un objet vu dans un seul *miroir plan*, est toujours dans la perpendiculaire menée de l'objet à ce *miroir*, & que cette image est autant au-delà du *miroir* que l'objet est en-deçà. Avec le secours de ce principe & des premiers élémens de la Géométrie, on trouvera facilement l'explication de toutes les questions qu'on peut proposer sur cette matière. Passons présentement aux phénomènes qui résultent de la combinaison des *miroirs plans* entr'eux.

8.° Si deux *miroirs plans* se rencontrent en faisant un angle plan quelconque, l'œil placé en-dedans de cet angle plan, verra l'image d'un objet placé en-dedans du même angle, aussi souvent répétée qu'on pourra tirer des cathètes propres à marquer les lieux des images, & terminés hors de l'angle.

Pour expliquer cette proposition, imaginons que *X Y* & *X Z*, *fig.* 30. *Opt.* soient deux *miroirs plans* disposés entr'eux de manière qu'ils forment l'angle *Z X Y*, & que *A* soit l'objet & *O* l'œil. On menera d'abord de l'objet *A* la perpendiculaire ou cathète *A T* sur le *miroir* *X Z* qu'on prolongera jusqu'à ce que $AT = TC$. On menera ensuite du point *C* la cathète *C E*, de manière que *D E* soit égal à *C D*. Après cela on menera du point *E* la cathète *E G* sur le premier *miroir*, de manière que *E F* soit égal à *F G*; ensuite la cathète *G I* sur le second, de manière que *G H* soit égal à *H I*. Enfin, la cathète *I L* sur le premier, & cette cathète *I L* sera la dernière; parce qu'en faisant *K L* égal *I K*, l'extrêmité *L* tombe au-dedans de l'angle *Z X Y*. Or, comme il y a quatre cathètes *A C*, *C E*, *E G*, *G I*, dont les extrêmités *C*, *E*, *G*, *I*, tombent hors de l'angle formé par les *miroirs*, l'œil *O* verra l'objet *A* quatre fois. De plus, si du même objet *A* on mène sur le *miroir* *X Y* une première cathète, qu'on prolongera jusqu'à une égale distance; qu'ensuite on tire de l'extrémité de cette cathète une cathète nouvelle sur le *miroir* *X Z*, & ainsi de suite, jusqu'à ce qu'on arrive à une cathète qui soit terminée au-dedans de l'angle des *miroirs*, on trouvera le nombre d'images que l'œil *O* peut avoir, en supposant la première cathète tirée sur le *miroir* *X Y*, & ainsi, on aura le nombre total d'images que les deux *miroirs* représentent.

Pour en faire sentir la raison en deux mots, on remarquera, 1.° que l'objet *A*, est vu en *C*, par le rayon réfléchi *A T O*. 2.° Que ce même objet *A* est vu en *E* par le rayon *A V R O*, qui se réfléchit deux fois. 3.° Qu'il est vu en *G* par un rayon qui se réfléchit trois fois, & qui vient à l'œil dans la direction *G O*, le dernier point de réflexion étant *M*, & ainsi de suite. De plus, si la perpendiculaire *I L* est telle que la ligne menée du point *L* à l'œil *O* coupe le *miroir* ou plan *X Z* en quelques points entre *X* & *Z*, on pourra voir encore l'image *L*; autrement on ne la verra point: la raison de cela est que l'image *L* doit être vue par un rayon mené du point *L* à l'œil *O*; & ce rayon doit être réfléchi, de manière qu'étant prolongé il passe par le point *I*, d'où il s'ensuit qu'il doit être réfléchi par le *miroir* *X Z* auquel *I L* est perpendiculaire. Or, si le rayon mené de *O* en *L* ne coupe point le *miroir* *X Y* entre *X* &

Y, il eſt impoſſible qu'il en ſoit réfléchi : par conſéquent on ne pourra voir l'image *L*.

Par ce principe général on déterminera très-facilement le nombre des images de l'objet *A* que l'œil *O* doit voir.

Ainſi, comme on peut tirer d'autant plus de cathètes terminées hors de l'angle, que l'angle eſt plus aigu; plus l'angle ſera aigu, plus on verra d'images. Ainſi, l'on trouvera qu'un angle de 120 degrés repréſente l'objet deux fois; que celui d'un de 90 le repréſente trois fois; celui de 72 cinq fois; celui de 30 onze fois. De plus, ſi l'on place ces *miroirs* dans une ſituation verticale, qu'enſuite on reſſerre l'angle qu'il forme, ou bien qu'on s'en éloigne, ou qu'on s'en approche, juſqu'à ce que les images ſe confondent en une ſeule, elles n'en paroîtront alors que plus difformes & monſtrueuſes.

On peut même, ſans tirer les cathètes, déterminer aiſément par le calcul combien il doit y en avoir qui ſoient terminées hors de l'angle, & par-là on trouvera le nombre des images plus facilement & plus ſimplement qu'on ne feroit par une conſtruction géométrique.

Nous avons dit, ci-deſſus, que l'image *L* devoit paroître ou non, ſelon que le rayon mené de *L* en *O* coupoit le *miroir X Y* au-deſſous de *X*, ou non; d'où il s'enſuit, que ſelon la ſituation de l'œil, on verra une image de plus ou de moins. Par exemple, ſi deux *miroirs* plans ſont diſpoſés de manière qu'ils faſſent entr'eux un angle droit, chacun de ces *miroirs* fera d'abord voir une image de l'objet; de plus, on verra une troiſième image, ſi on n'eſt pas dans la ligne qui joint l'objet avec l'angle des *miroirs*; mais ſi on eſt dans cette ligne, on ne verra point cette troiſième image.

Les *miroirs* de verre ainſi multipliés, réfléchiſſent deux ou trois fois l'image d'un objet lumineux; il s'enſuit que ſi l'on met une bougie allumée, *&c.* dans l'angle des deux *miroirs*, elle y paroîtra multipliée.

C'eſt ſur ces principes que ſont fondées différentes machines catoptriques, dont quelques-unes repréſentent les objets très-multipliés & difformes, d'autres infiniment groſſis & placés à de grandes diſtances. *Voy.* Boite Catoptrique.

Si deux *miroirs B C*, *D S*, *fig.* 29, *n.°* 2, ſont diſpoſés parallélement l'un à l'autre, on verra une infinité de fois l'image de l'objet *A* placé entre ces deux *miroirs*; car ſoit fait *A D* égale à *D F*, il eſt d'abord évident que l'œil *O* verra l'image de l'objet *A* en *F* par une ſeule réflexion, ſavoir par le rayon *O M A*. Soit enſuite *F B* égale à *B L*, & *L D* égale à *D H* l'œil *O* verra l'objet *A* en *H* par trois réflexions & par le rayon *O S R Q A*, & ainſi de ſuite; de même ſi on mène la perpendiculaire *A B*, & qu'on faſſe *B I* égale à *F B*, *D G* égale à *I D*, l'œil *O* verra l'objet *A* en *I* par une ſeule réflexion, & en *G* par le rayon *O P N A* qui a ſouffert deux réflexions. On trouvera de même les lieux des images de l'objet vues par quatre réflexions, par cinq, par ſix, par ſept, *&c.* & ainſi à l'infini; d'où il s'enſuit que l'œil *O* verra une infinité d'images de l'objet *A* par le moyen des *miroirs* plans parallèles *B C*, *D E*; au reſte, il eſt bon de remarquer que, dans ce cas & dans celui des *miroirs*, joints enſemble ſous un angle quelconque, les images ſeront plus foibles, à meſure qu'elles ſeront vues par un plus grand nombre de réflexions; car la réflexion affoiblit la vivacité des rayons lumineux.

Il ne ſera peut-être pas inutile d'expliquer ici une obſervation curieuſe ſur les *miroirs* plans : quand on place un objet aſſez petit, comme une épingle, perpendiculairement à la ſurface d'un *miroir*, & qu'on regarde l'image de cet objet en mettant l'œil très-près du *miroir*, on voit deux images au lieu d'une, l'une plus foible, l'autre plus vive. La première paroît immédiatement contiguë à l'objet; de ſorte que la pointe de l'image, ſi l'objet eſt une épingle, paroît toucher la pointe de l'épingle véritable; mais la pointe de la ſeconde image paroît un peu éloignée de la pointe de l'objet, & d'autant plus que la glace eſt plus épaiſſe. On voit outre cela très-ſouvent pluſieurs autres images qui vont toutes en s'affoibliſſant, & qui ſont plus ou moins nombreuſes, ſelon la poſition de la glace & de l'œil, & ſelon que l'objet eſt plus ou moins lumineux. Pour expliquer ces phénomènes, nous remarquerons, 1.° que de tous les rayons que l'objet envoie ſur la ſurface du *miroir*, il n'y en a qu'une partie qui eſt renvoyée ou réfléchie par cette ſurface, & cette partie même eſt aſſez peu conſidérable; car l'image qui paroît la plus proche de l'objet, & dont l'extrêmité eſt contiguë à l'extrêmité de l'objet, eſt celle qui eſt formée par les rayons que réfléchit la ſurface du *miroir*. Or cette image, comme nous l'avons dit, eſt ſouvent aſſez foible. 2.° La plus grande partie des rayons qui viennent de l'objet pénètrent la glace & rencontrent la ſeconde ſurface dont le derrière eſt étamé, & par conſéquent les empêche de ſortir; ces rayons ſe réfléchiſſent donc au-dedans de la glace, & repaſſant par la première ſurface, ils arrivent à l'œil du ſpectateur. Or ces rayons ſont en beaucoup plus grand nombre que les premiers qui ſont immédiatement réfléchis par la première ſurface. En effet, le verre ainſi que tous les autres corps a beaucoup plus de pores que de matière ſolide; car l'or qui eſt le plus peſant de tous eſt lui-même fort poreux, comme on le voit par les feuilles d'or minces qui ſont tranſparentes, & qui donnent paſſage à l'eau, & l'or eſt beaucoup plus peſant que le verre, d'où il s'enſuit que le verre a beaucoup plus de pores que de parties propres. De plus, le verre ayant, ſelon toutes les apparences, une

grande quantité de pores en lignes droites, surtout lorsqu'il est peu épais; il s'ensuit qu'il doit laisser passer beaucoup plus de rayons que la première surface n'en réfléchit; mais ces rayons étant arrivés à la seconde surface sont presque tous renvoyés, parce qu'elle est étamée, & lorsqu'ils arrivent de nouveau à la première surface, la plus grande partie de ces rayons sort du verre, par la même raison que la plus grande partie des rayons de l'objet est entré au-dedans du verre. Ainsi, l'image formée par ces rayons doit être plus vive que la première : enfin, les rayons qui reviennent à la première surface, après avoir souffert une réflexion au-dedans du verre, ne sortent pas tous, mais une partie est réfléchie au-dedans de la glace par cette première surface, & de-là sont renvoyés de nouveau par la seconde, & ressortant en partie par la première surface, ils produisent une nouvelle image beaucoup plus foible, & ainsi, il se forme plusieurs images de suite, par les réflexions réitérées des rayons au-dedans de la glace, & ces images doivent aller toujours en s'affoiblissant.

Les *miroirs convexes*, sont ceux dont la surface est convexe; cette surface est pour l'ordinaire sphérique.

Les lois des phénomènes des *miroirs*, soit convexes, soit concaves, sont beaucoup plus compliquées que celles des phénomènes des *miroirs* plans, & les auteurs de Catoptrique sont même assez peu d'accord entr'eux là-dessus.

Une des principales difficultés qu'il y ait à résoudre dans cette matière, c'est de déterminer le lieu de l'image d'un objet vu par un *miroir*, convexe ou concave; or les Opticiens sont partagés là-dessus en deux opinions. La première & la plus ancienne, place l'image de l'objet dans le lieu où le rayon réfléchi qui va à l'œil, coupe la cathète d'incidence, c'est-à-dire, la perpendiculaire menée de l'objet à la surface réfléchissante; laquelle perpendiculaire, dans les *miroirs* sphériques, n'est autre chose que la ligne menée de l'objet au centre du *miroir*. Ce qui a donné naissance à cette opinion, c'est qu'on a remarqué que, dans les *miroirs* plans, le lieu de l'image étoit toujours dans l'endroit où la perpendiculaire menée de l'objet sur le *miroir*, étoit rencontrée par le rayon réfléchi; on a donc cru qu'il devoit en être de même dans les *miroirs* sphériques, & on s'est même imaginé que l'expérience étoit assez conforme à ce sentiment. Cependant le P. Taquet, un de ceux qui ont le plus soutenu que le lieu de l'image étoit dans le concours de la cathète & du rayon réfléchi, convient lui-même qu'il y a des cas où l'expérience est contraire à ce principe; malgré cela, il ne laisse pas de l'adopter; & de prétendre qu'il est confirmé par l'expérience dans un grand nombre d'autres cas. Si les auteurs d'optique qui ont suivi cette opinion sur le lieu de l'image, avoient approfondi davantage les raisons pour lesquelles les *miroirs* plans font toujours voir l'image dans le concours de la cathète & du rayon réfléchi, ils auroient vu que, dans ces sortes de *miroirs*, le point de concours de la cathète & du rayon réfléchi, est aussi le point de concours commun de tous les rayons réfléchis, que par conséquent des rayons réfléchis qui entrent dans l'œil, y entrent comme s'ils venoient directement de ce point de concours, & que c'est pour cette raison que ce point de concours est le lieu où l'on apperçoit l'image. Or dans les *miroirs* soit convexes, soit concaves, le point de concours des rayons réfléchis n'est pas le même que le point de concours de ces rayons avec la perpendiculaire. Ces raisons ont engagé plusieurs Opticiens à abandonner l'opinion commune sur le lieu de l'image : MM. Barrow, Neuton, Muschenbroëck, *&c.* prétendent qu'elle doit être dans le lieu où concourent les rayons réfléchis qui entrent dans l'œil, c'est-à-dire, à-peu-près dans l'endroit où concourent deux rayons réfléchis infiniment proches, venans de l'objet & passans par la prunelle de l'œil. Cependant il faut avouer, & Barrow lui-même en convient à la fin de son optique, que ce principe, quoique fondé sur des raisons plus plausibles que le premier, n'est pas encore absolument général, & qu'il y a des cas où l'expérience y est contraire. Il est vrai que, dans ces cas, l'image de l'objet paroît presque toujours confuse; ce sont ceux où les rayons réfléchis entrent dans l'œil convergens, c'est-à-dire, en se rapprochant l'un de l'autre, de sorte que, dans ces cas, on devroit voir l'image derrière soi, suivant le principe, parce que le point de concours des rayons est derrière. Barrow, en rapportant ces expériences, dit qu'elles ne l'empêchent pas de regarder comme vraie son opinion sur le lieu de l'image, & que les difficultés auxquelles elle peut être sujette viennent de ce que l'on ne connoît point encore parfaitement les lois de la vision directe. En effet, la difficulté se réduit ici à savoir, quel devroit être le lieu apparent d'un objet qui nous enverroit des rayons, non pas divergens, mais convergens; or comme ces rayons devroient presque toujours se réunir, avant d'arriver au fond de l'œil, il s'ensuit que la vision devroit en être fort confuse; & comme une longue expérience nous a accoutumés à juger, que les objets que nous voyons, soit confusément, soit distinctement, sont au-devant de nous; cette image, quoique confuse, paroîtroit au-devant de nous, quoique nous dussions naturellement la juger derrière; peut-être expliqueroit-on par-là le phénomène dont il s'agit, quoi qu'il en soit, on ne sauroit nier que le principe de Barrow ne soit appuyé sur

des raiſons bien plus plauſibles que celui des anciens.

M. Wolf, dans ſon optique, embraſſe un ſentiment moyen. Il prétend que quand les deux yeux ſont dans le même plan de réflexion, l'objet eſt vu dans le concours des rayons réfléchis, ſuivant l'opinion de Barrow, mais que quand les yeux ſont dans différens plans, ce qui arrive preſque toujours, l'objet eſt vu dans le concours du rayon réfléchi avec la cathète. Voici comme il démontre cette dernière propoſition : ſoient, dit-il (*fig.* 38 *de l'Opt.*), *G*, *H*, les deux yeux, *A*, l'objet, *A F* la cathète d'incidence, & *A D G* un rayon réfléchi qui concourt, avec la cathète en *C*; le rayon réfléchi *A E H* qui paſſe par l'œil *H*, concourra auſſi au même point *C*, & par conſéquent l'objet ſera vu en *C*; mais, 1.° cette démonſtration ſuppoſe que les rayons réfléchis *E H*, *G D*, ſont dans le même plan, ce qui eſt fort rare; 2.° la propoſition eſt fauſſe lors même qu'ils y ſont : car alors on ne devroit voir qu'une ſeule image de l'objet *A*, cependant il y a des cas où l'on en voit deux. *Voyez* Barrow, *lec.* 15. 3.° pourquoi l'auteur veut-il que l'on voie l'objet dans l'endroit où les rayons *D G*, *H E* concourent? Cela ſeroit vrai, ſi tous les rayons qui vont à l'œil *G* & à l'œil *H* partoient du point *C*, comme il arrive dans la viſion directe, & l'objet ſeroit alors vu en *C*, non parce que les axes optiques *G D*, *H E* concourroient en *C*, mais parce que tous les rayons qui entreroient dans chacun des yeux partiroient du point *C* : or, dans le cas préſent, ils n'en partent pas. Il n'y a donc point de raiſon pour que l'objet paroiſſe en *C*.

Nous avons cru devoir expoſer ici avec quelque étendue ces différentes opinions : nous allons marquer le plus ſuccinctement qu'il nous ſera poſſible, l'explication des différens phénomènes des *miroirs* courbes, ſuivant le principe des anciens, & nous en marquerons en même tems l'explication dans le principe de Barrow, afin qu'on juge de la différence, & qu'on puiſſe décider auquel des deux l'expérience eſt le plus conforme. Nous remarquerons d'abord, qu'il y a bien des cas où ces deux principes s'accordent à-peu-près : par exemple, lorſque l'objet eſt fort près de l'œil, c'eſt-à-dire, que l'œil eſt preſque dans la cathète, le point de concours des rayons réfléchis, eſt à-peu-près le même que le point de concours de ces rayons avec la cathète ; ainſi, le lieu de l'image eſt alors à-peu-près le même dans les deux principes. *Voyez* DIOPTRIQUE.

Lois & phénomènes des miroirs convexes. 1.° Dans un *miroir convexe* ſphérique, l'image d'un point radieux paroît entre le centre & la tangente du *miroir* ſphérique au point d'incidence, mais plus près de la tangente que du centre, ce qui fait que la diſtance de l'objet à la tangente eſt plus grande que celle de l'image, & par conſéquent que l'objet eſt plus loin du *miroir* que l'image.

2.° Si l'arc *B D* (*fig.* 31.) intercepté entre le point d'incidence *D* & la cathète *A B*, ou l'angle *C* formé au centre du *miroir* par la cathète d'incidence *A C*, & celle d'*obliquation* *F C* eſt double de l'angle d'incidence, l'image paroîtra ſur la ſurface du *miroir.*

3.° Si cet arc ou cet angle ſont plus que doubles de l'angle d'incidence, l'image ſe verra hors du *miroir.*

Suivant le principe de Barrow, le lieu de l'image dans les *miroirs* convexes eſt toujours au-dedans du *miroir*, parce que le point de concours des rayons réfléchis n'eſt jamais hors du *miroir.* Ainſi, voilà déjà un moyen de décider lequel des deux principes s'accorde le plus avec les obſervations. Le P. Dechalles dit, qu'après en avoir fait l'expérience pluſieurs fois, il ne peut aſſurer là-deſſus rien de poſitif, mais M. Wolf en propoſe une dans laquelle on voit clairement, ſelon lui, l'image hors du *miroir.* Il prétend qu'ayant pris un fil d'argent *A B C* courbé en équerre (*fig.* 38. *n.*° 3. *d'Opt.*) & l'ayant expoſé à un *miroir* convexe de telle ſorte, que la partie *A B* étoit ſituée très-obliquement à la ſurface du *miroir*, il a vu clairement l'image du fil *B A* contiguë à ce même fil, quoique le fil *B A* ne touchât point le *miroir.*

4.° Si cet arc ou cet angle ſont moins que doubles de l'angle d'incidence, l'image paroîtra en-dedans du *miroir.*

5.° Dans un *miroir convexe*, un point *A* plus éloigné (*fig.* 32) eſt réfléchi par un point *F* plus près de l'œil *O* que tout autre point *B*, ſitué dans une même cathète d'incidence; d'où il s'enſuit, que ſi le point *A* de l'objet eſt réfléchi par le point *F* du *miroir*, & que le point *B* de l'objet le ſoit par le point *E* du *miroir*, tous les points intermédiaires entre *A* & *B* dans l'objet, ſeront réfléchis par les points intermédiaires entre *F* & *E* : ainſi, *F E* ſera la ligne qui réfléchira *A B*, & par conſéquent le point *B* de la cathète ſemble à une plus grande diſtance *C B* du centre *C*, que tout autre point *A* plus éloigné.

6.° Un point *B* plus proche, *fig.* 33, mais qui ne ſera pas ſitué dans la même cathète qu'un autre point *H* plus près, ſera réfléchi à l'œil *O* par un point de *miroir* plus voiſin que celui par lequel ſera réfléchi le point le plus proche *H.* Ainſi, ſi le point *A* d'un objet eſt réfléchi par le point *C* du *miroir*, & le point *B* de l'objet par le point *C* du *miroir*, l'un & l'autre vers le même point *O*, tous les points intermédiaires entre *A* & *B*, dans l'objet, ſeront réfléchis par des points intermédiaires entre *C* & *D* dans le *miroir.*

7.° Dans un *miroir convexe ſphérique*, l'image eſt moindre que l'objet ; & de-là l'uſage de ces ſortes de *miroirs* dans la Peinture, lorſqu'il faut repréſenter des objets plus petits qu'au naturel.

8.° Dans un *miroir convexe*, plus l'objet ſera éloigné, plus l'image ſera petite.

9.° Dans un *miroir convexe*, les parties de l'objet ſituées à droite ſont repréſentées à gauche, & réciproquement, & les objets perpendiculaires au *miroir* paroiſſent renverſés.

10.° L'image d'une droite perpendiculaire au *miroir* eſt une droite ; mais celle d'une droite ou oblique ou parallèle au *miroir*, eſt convexe.

Cette propoſition eſt encore une de celles ſur leſquelles les Opticiens ne ſont point d'accord. Ainſi, un autre moyen de décider entre les deux principes, ſeroit d'examiner ſi l'image d'un objet long, comme d'un bâton placé perpendiculairement au *miroir*, paroît exactement droite ou courbe; car, ſuivant le P. Taquet, les images des différens points du bâton doivent être dans les concours des rayons réfléchis avec la cathète, &, comme le bâton eſt la cathète lui-même, il s'enſuit que l'image du bâton doit former une ligne droite dans la direction même du bâton. Au contraire, ſuivant le principe de Barrow, cette même image doit paroître courbe ; il eſt vrai que ſa courbe ne ſera pas conſidérable, & c'eſt ce qui rend cette expérience délicate. Quoi qu'il en ſoit, les uns & les autres conviennent que l'image d'un objet infiniment long ainſi placé, ne doit paroître que de la longueur d'environ la moitié du rayon.

11.° Les rayons réfléchis par un *miroir convexe* divergent plus que s'ils l'étoient par un *miroir* plan.

C'eſt pour cela que les myopes voient dans un *miroir convexe* les objets éloignés plus diſtinctement qu'ils ne les verroient à la vue ſimple. *Voyez* MYOPE.

Les rayons réfléchis par un *miroir convexe* d'une plus petite ſphère, divergent plus que s'ils l'étoient par une ſphère plus grande ; & par conſéquent la lumière doit s'affoiblir davantage, & ſes effets doivent être moins puiſſans dans le premier cas que dans le dernier.

Miroirs concaves ſont ceux dont la ſurface eſt concave, *voyez* CONCAVE. Remarquez que les auteurs entendent ordinairement par *miroirs concaves* les *miroirs* d'une concavité ſphérique.

Loix & phénomènes des miroirs concaves. 1.° Si un rayon *K I*, *fig.* 34, tombe ſur un *miroir* concave *L I* ſous un angle de 60°, c'eſt-à-dire, faiſant 60° avec le rayon du *miroir*, & parallèle à l'axe *A B*, le rayon réfléchi *I B* concourra avec l'axe *A B*, dans le ſommet *B* du *miroir*. Si l'inclinaiſon du rayon incident eſt moindre que 6°, comme celle de *H E*, le rayon réfléchi *E F* concourra alors avec l'axe à une diſtance *B F*, moindre que le quart du diamètre ; & généralement la diſtance du centre *C* au point *F*, où le rayon *H E* concourt avec l'axe, eſt à la moitié du rayon *C D*, en raiſon du ſinus total au coſinus d'inclinaiſon. On a conclu de-là par le calcul, que dans un *miroir ſphérique concave* dont la largeur comprend un angle de 6°, les rayons parallèles ſe rencontrent après la réflexion dans une portion de l'axe moindre que $\frac{2}{1457}$ du rayon ; que, ſi la largeur du *miroir concave* eſt de 6°, 9°, ou 18°, la partie de l'axe où les rayons parallèles ſe rencontreront après la réflexion eſt moindre que $\frac{1}{363}$, $\frac{1}{160}$, $\frac{1}{89}$, $\frac{1}{56}$, $\frac{1}{36}$ du rayon, & c'eſt ſur ce principe qu'on conſtruit les *miroirs* ardens.

Car, puiſque les rayons répandus ſur toute la ſurface du *miroir concave* ſont reſſerrés par la réflexion dans un très-petit eſpace, il faut par conſéquent que la lumière & la chaleur des rayons parallèles y augmentent conſidérablement, c'eſt-à-dire, en raiſon doublée de celle de la largeur du *miroir*, & de celle du diamètre du cercle où les rayons ſont raſſemblés ; & les rayons du ſoleil, qui tombent ſur la terre, devans d'ailleurs être cenſés parallèles (*voyez* LUMIERE), on ne doit donc pas s'étonner que les *miroirs concaves* brûlent avec tant de violence. *Voyez* auſſi ARDENT.

Il eſt facile de voir, par les règles que nous venons d'établir, que les rayons du ſoleil, réfléchis par le *miroir*, ne rencontrent jamais l'axe *B A* en un point qui ſoit plus éloigné du ſommet *B* que de la moitié du rayon : ainſi, comme le point de milieu entre *C* & *B* eſt toujours la limite du concours des rayons, on a appellé ce point de milieu le *foyer du miroir*, parce que c'eſt auprès de ce point que les rayons concourent, & qu'ils ſont d'autant plus ſerrés, qu'ils en ſont plus proches ; d'où il s'enſuit que c'eſt en ce point qu'ils doivent faire le plus d'effet. *Voyez* FOYER.

2.° Un corps lumineux étant placé au foyer d'un *miroir concave E I*, *fig.* 34, les rayons deviendront parallèles après la réflexion, ce qui fournit le moyen de projetter une lumière très-forte à une grande diſtance, en mettant, par exemple, une bougie allumée au foyer d'un *miroir concave* ; il s'enſuit encore de-là, que, ſi les rayons qui ſont renvoyés par le *miroir* ſont reçus par un autre *miroir concave*, ils concourront de nouveau dans le foyer de celui-ci, & ils y brûleront. Zahnius fait mention d'une expérience pareille faite à Vienne : on plaça deux *miroirs concaves*, l'un de ſix, l'autre de trois piés de diamètre, à environ 24 piés l'un de l'autre ; on mit un charbon rouge au foyer de l'un & une mèche avec une amorce au foyer de l'autre, & les rayons qui partirent du charbon allumèrent la mèche.

3.° Si on place un corps lumineux entre le foyer *F*, *figure* 37, & le *miroir H B C*, les rayons

les rayons divergeront de l'axe après la réflexion.

4.° Si un corps lumineux se trouve placé entre le foyer *F* & le centre *G*, les rayons se rencontreront après la réflexion dans l'axe & au-delà du centre.

Ainsi, une bougie étant placée en *I*, on verra son image en *A*; &, si elle est placée en *A*, on verra son image en *I*, &c.

5.° Si l'on met un corps lumineux dans le centre du *miroir*, tous les rayons se réfléchiront sur eux-mêmes. Ainsi, l'œil étant placé au centre d'un *miroir concave*, il ne verra rien autre que lui-même confusément & dans tout le *miroir*.

6.° Si un rayon tombant d'un point *h* de la cathète, *fig.* 35, sur le *miroir* convexe *b E*, est prolongé, ainsi que son rayon réfléchi *I F*, dans la concavité du *miroir*, *F H* sera le rayon incident du point *H* de la cathète, & *FO* le réfléchi; & par conséquent, si le point *H* est l'image du point *h* dans le *miroir* convexe, *h* est l'image de *H* dans le concave. Si donc l'image d'un objet réfléchi par un *miroir* convexe, étoit vu par la réflexion dans le même *miroir*, supposé concave, elle paroîtra semblable à l'objet même.

Et puisque l'image d'une cathète infinie est moindre dans son *miroir* convexe que le quart du diamètre, il s'ensuit encore de-là que l'image d'une portion de cathète moindre que le quart du diamètre, peut être dans un *miroir concave* aussi grand que l'on voudra.

Ainsi, tout point distant du *miroir concave* de moins que le quart du diamètre, doit paroître plus ou moins loin derrière le *miroir*.

Puisque l'image d'un objet aussi large qu'on voudra est comprise dans un *miroir* convexe entre les deux lignes d'incidence de ses deux points externes, nous pouvons conclure de-là que, si on place un objet entre ces deux lignes dans le *miroir concave*, & à une distance moindre que le quart de son diamètre, la grandeur de l'image pourra paroître aussi grande qu'on voudra; d'où nous pouvons conclure que les objets placés entre le foyer d'un *miroir concave* & le *miroir*, doivent paroître, dans ce *miroir*, d'une grandeur énorme; & en effet, l'image est d'autant plus grande dans le *miroir concave*, qu'elle est plus petite dans le convexe.

Dans un *miroir* convexe, l'image d'un objet éloigné paroîtra plus proche du centre que celle d'un objet plus voisin; & par conséquent, dans un *miroir concave*, l'image d'un objet éloigné du *miroir* paroîtra plus éloignée que celle d'un objet plus voisin, pourvu cependant que la distance du sommet au centre soit moindre que le quart du diamètre.

Dans un miroir convexe, l'image d'un objet éloigné est moindre que celle d'un objet voisin; & par conséquent, dans un *miroir concave*, l'image d'un objet placé entre le foyer & le *miroir*, doit paroître d'autant plus grand, que l'objet est plus près du foyer.

Ainsi, l'image d'un objet qui s'éloigne continuellement du *miroir concave*, doit devenir de plus en plus grande, pourvu que l'objet ne s'éloigne point jusques derrière le foyer, où elle deviendroit confuse, & de même l'objet s'approchant, l'image diminuera de plus en plus.

Plus la sphère dont un *miroir* convexe est le segment, est petite, plus l'image l'est aussi; & par conséquent plus celle dont un *miroir concave* est le segment, sera petite, plus l'image sera grande. D'où il s'ensuit que les *miroirs concaves*, qui sont segmens de très-petites sphères, peuvent servir de microscope.

7.° Si on place un objet entre un *miroir concave* & son foyer, son image paroîtra derrière le *miroir* & dans sa situation naturelle, excepté que ce qui est à droite paroîtra à gauche & réciproquement.

8.° Si on met un objet *A B*, *fig.* 36, entre le foyer & le centre, son image *E F* paroîtra renversée & en plein air, l'œil étant placé au-delà du centre.

9.° Si on met un objet *E F* par-delà le centre *C*, & que l'œil soit aussi par-delà le centre, l'image paroîtra renversée en plein air entre le centre & le foyer.

Il n'est pas inutile de remarquer que, lorsque l'objet est au foyer ou proche du foyer, alors l'image est très-souvent confuse, à cause que les rayons réfléchis par le *miroir* étant parallèles, entrent dans l'œil avec trop peu de divergence; & quand l'objet est placé entre le foyer & le centre, il faut que l'œil soit placé au-delà du centre, & assez loin du point de concours des rayons, pour que l'image puisse être vue distinctement, car, sans cela, on la verra très-confuse. C'est l'expérience de Barrow dont nous avons déjà parlé.

D'où il s'ensuit que les images renversées des objets placés au-delà du centre d'un *miroir concave*, seront réfléchies directes par un *miroir*, & pourront être reçues en cet état sur un papier placé entre le centre & le foyer, sur-tout si la chambre est obscure; que, si l'objet *E F* est plus éloigné du centre que ne l'est le foyer, l'image sera en ce cas moindre que l'objet. Sur ce principe, on peut représenter diverses apparences extraordinaires, au moyen des *miroirs concaves*, sur-tout de ceux qui sont segmens de grandes sphères, & qui peuvent réfléchir des objets entiers. Ainsi, un homme qui fera le moulinet avec son épée au-devant d'un *miroir concave*, en verra un autre venir à lui dans le même mouvement; & la tête de cette image sortant de ce *miroir*, s'il se met en attitude de la lui couper avec son épée réelle, l'épée imaginaire paroîtra alors lui couper sa propre tête. S'il tend sa main

à l'image, l'autre main s'avancera vers la ſienne, & viendra la rencontrer en plein air, & à une grande diſtance du *miroir*.

10.° L'image d'une droite perpendiculaire à un *miroir concave*, eſt une droite, mais toute ligne oblique ou parallèle y eſt repréſentée concave; &, ſelon Barrow, elle doit être courbe dans tous les cas.

Formule pour trouver le foyer d'un miroir *quelconque, convexe ou concave.* 1.° Si le *miroir eſt* concave, & qu'on nomme y la diſtance de l'objet au *miroir* (on ſuppoſe l'objet placé dans l'axe, z la diſtance de l'image au *miroir*, & *a* le rayon), on aura $z = \frac{ay}{2y-a}$; *voyez les Mem. académiq.* 1710: d'où il eſt aiſé de voir, 1.° que, ſi $y = \frac{a}{2}$, les rayons réfléchis ſeront parallèles à l'axe, étant alors infinie; 2.° $2y < a$, *z* ſera négative, c'eſt-à-dire, que les rayons réfléchis ſeront divergens, & concourront au-delà du *miroir*, &c. 3.° que, ſi le *miroir* eſt convexe, il n'y a qu'à faire *a* négative, & on aura $z = \frac{-ay}{2y+a}$: ce qui montre que les rayons réfléchis par un *miroir* convexe ſont toujours divergens. *Voyez* LENTILLE.

Les miroirs cylindriques, paraboliques & elliptiques ſont ceux qui ſont terminés par des ſurfaces cylindriques, paraboliques & ſphéroïdes. *Voyez* CYLINDRIQUE, CONE & PARABOLE, &c.

Phénomènes ou propriétés des miroirs *cylindriques.* 1.° Les dimenſions des objets qu'on place en long devant ces *miroirs*, n'y changent pas beaucoup; mais les figures de ceux qu'on y place en large, y ſont fort altérées, & leurs dimenſions y diminuent d'autant plus, qu'ils ſont plus éloignées du *miroir*, ce qui les rend très-difformes.

La raiſon de cela eſt que les *miroirs cylindriques* ſont plans dans le ſens de leur longueur, & convexes dans le ſens de leur largeur: de ſorte qu'ils doivent repréſenter à-peu-près au naturel celle des dimenſions de l'objet qui eſt placée en long, c'eſt-à-dire, qui ſe trouve dans un plan paſſant par leur axe; au contraire, la dimenſion placée en large, c'eſt-à-dire, parallèlement à un des diamètres du cylindre, doit paroître beaucoup plus petite qu'elle n'eſt en effet.

2.° Si le plan de réflexion coupe le *miroir cylindrique* par l'axe, la réflexion ſe fera alors de la même manière que dans un *miroir* plan; s'il le coupe parallèlement à la baſe, la réflexion ſe ſera alors comme dans un *miroir* ſphérique: ſi enfin elle le coupe obliquement, ou ſi elle eſt oblique à la baſe, la réflexion ſe fera, dans ce dernier cas, comme dans un *miroir* elliptique.

3.° Si on préſente au ſoleil un *miroir cylindrique creux*, on verra les rayons ſe réfléchir, non dans un foyer, mais dans une ligne lumineuſe parallèle à l'axe & à une diſtance un peu moindre que le quart du diamètre.

Les propriétés des *miroirs* coniques & pyramidaux ſont aſſez analogues à celles des *miroirs cylindriques*, & on en déduit la méthode de tracer des anamorphoſes, c'eſt-à-dire, des figures difformes ſur un plan, leſquelles paroiſſent belles & bien proportionnées lorſqu'elles ſont vues dans un *miroir cylindrique. Voyez* ANAMORPHOSE.

Quant aux *miroirs* elliptiques, paraboliques, on n'en fait guère que les propriétés ſuivantes:

1.° Si un rayon tombe ſur un *miroir* elliptique en partant d'un des foyers, il ſe réfléchit à l'autre foyer: de façon qu'en mettant à l'un des foyers une bougie allumée, ſa lumière doit ſe raſſembler à l'autre.

Si le *miroir* eſt parabolique, les rayons qui partent de ſon foyer & qui tombent ſur la ſurface du *miroir*, ſont réfléchis parallèlement à l'axe; & réciproquement les rayons qui viennent parallèlement à l'axe tomber ſur la ſurface du *miroir*, comme ceux du ſoleil, ſont tous réfléchis au foyer.

2.° Comme tous les rayons, que ces *miroirs* réfléchiſſent, doivent ſe raſſembler en un même point, ils doivent être par cette raiſon les meilleurs *miroirs* ardens, au moins, ſi on conſidère la choſe mathématiquement; cependant les *miroirs* ſphériques ſont pour le moins auſſi bons.

3.° Comme le ſon ſe réfléchit ſuivant les mêmes loix que la lumière, il s'enſuit qu'une figure elliptique ou parabolique eſt la meilleure qu'on puiſſe donner aux voûtes d'un bâtiment pour le rendre ſonore. C'eſt ſur ce principe qu'eſt fondée la conſtruction de ces ſortes de cabinets appellés *cabinets ſecrets*, dont la voûte eſt en forme d'ellipſe; car, ſi une perſonne parle tout bas au foyer de cette ellipſe, elle ſera entendue par une autre perſonne qui aura l'oreille à l'autre foyer, ſans que ceux qui ſont répandus dans le cabinet entendent rien. De même, ſi la voûte a une forme parabolique, & qu'une perſonne ſoit placée au foyer de cette voûte, elle entendra facilement tout ce qu'on dira très-bas dans la chambre, & ceux qui y ſont entendront réciproquement ce qu'elle dira fort bas. (*O*)

MIXTE, adj. (*Mathém.*): on dit qu'il y a raiſon ou proportion *mixte*, lorſqu'on compare la raiſon de l'antécédent & du conſéquent à leur différence, comme ſi $a . b :: c . d$ / $3 . 4 :: 12 . 16$, $7 . -1 :: 28 . -4$. $a+b . a-b :: c+d . c-d$. *Voyez* RAISON & PROPORTION.

MIXTILIGNE, adj. (*Géom.*), ſe dit de ce qui eſt formé de lignes droites & de lignes courbes; ainſi, on dit une figure *mixtiligne* pour dire une figure terminée en partie par des lignes courbes, & en partie par des lignes droites; on

dit auſſi un angle *mixtiligne* pour dire un angle formé par une ligne droite & une ligne courbe. *V.* FIGURE & CONTINGENCE.

MOB

MOBILE, adj. (*Méch.*), ſe dit de ce qui eſt ſuſceptible de mouvement, qui eſt diſpoſé au mouvement. *V.* MOUVEMENT.

La ſphère eſt le plus *mobile* de tous les corps, c'eſt-à-dire, le plus facile à mouvoir. Une porte eſt *mobile* ſur ſes gonds; l'aiguille aimantée, ſur ſon pivot, *&c. Mobile* ſe dit ſouvent par oppoſition à fixe. *V.* FIXE.

MOBILE, ſ. m. (*Aſtron.*) Premier *mobile*, ſe dit, en aſtronomie, du mouvement diurne & commun de tout le ciel. Les anciens imaginoient au-dehors de toutes les ſphères des planètes, une ſphère plus vaſte qui renfermoit toutes les autres, qui les entraînoit toutes chaque jour, & qui étoit par conſéquent le premier *mobile* de l'univers. Ainſi, dans le ſyſtême de Ptolémée, c'eſt la neuvième ou la plus grande ſphère des cieux, dont le centre eſt celui du monde, & en comparaiſon de laquelle la terre n'eſt qu'un point. Suivant cet ancien ſyſtême, le premier *mobile* contient toutes les autres ſphères; il leur donne ce mouvement en tournant lui-même, & les faiſant tourner toutes, & achever leur révolution en 24 heures. Les autres orbes particuliers ſont deſtinés à produire les autres mouvemens que l'on obſerve dans les corps céleſtes, & pour chacun deſquels il faut un orbe ou un *mobile* particulier. L'aſtronomie eſt aujourd'hui délivrée de tout ce fatras d'orbes mobiles, depuis le ſyſtême de Copernic.

Dans l'aſtronomie moderne, on appelle *tems du premier mobile*, celui qui eſt meſuré par le retour des étoiles au méridien; les 24 heures du premier *mobile* ne font que 23 heures 56 minutes 4 ſecondes en tems ſolaire moyen; parce que, quand la ſphère a fait un tour entier, le ſoleil n'eſt pas encore au méridien; il s'en faut de la quantité de ſon mouvement propre en un jour.

Ainſi, les horloges réglées ſur les heures du premier *mobile*, & qui ſuivent le mouvement diurne des étoiles, avancent tous les jours de 3 minutes 56 ſecondes à midi moyen, ſur le moyen mouvement du ſoleil, & ne marquent jamais l'heure du ſoleil, ſi ce n'eſt le jour de l'équinoxe. On trouve cependant un avantage dans cette manière de régler une horloge; c'eſt que les étoiles paſſent tous les jours au méridien à la même heure comptée ſur l'horloge, au lieu qu'elles y paſſoient chaque jour 3 minutes 56 ſec. *plutôt* ſur les autres horloges; mais ce *plutôt* eſt relatif au ſoleil, ſur lequel on a accoutumé de régler les horloges ordinaires; c'eſt une facilité pour ceux qui obſervent beaucoup d'étoiles au méridien, que d'appercevoir d'un coup-d'œil ſur l'horloge quelle eſt l'aſcenſion droite de l'étoile qui va paſſer; mais auſſi l'on y trouve l'inconvénient d'être obligé de faire une règle de trois pour ſavoir quel eſt le tems vrai de chaque obſervation, & pour ſe préparer à obſerver le paſſage du ſoleil ou d'une planète au méridien.

On convertit les degrés en tems du premier *mobile*, en prenant une heure pour 15 degrés, une minute de tems pour 15 minutes de degré, *&c.* (*D. L.*)

MOBILITÉ, ſ. f. (*Méch.*), ſignifie poſſibilité d'être mû, ou facilité à être mû & quelquefois le mouvement même actuel. *Voyez* MOUVEMENT.

La *mobilité* ou poſſibilité d'être mû, eſt une propriété générale des corps.

La *mobilité* du mercure, ou la facilité de ſes parties à être mûes, provient de la petiteſſe & de la ſphéricité de ſes particules, & c'eſt ce qui en rend la fixation ſi difficile.

La *mobilité* de la terre eſt reçue chez tous les Aſtronomes. *Voyez* SYSTÊME.

MOCHOS, nom de la conſtellation de la Balance.

MODERNE, adj. (*Math.*) ſe dit des différentes parties des Mathématiques & de la Phyſique, en comparant leur état & leur accroiſſement actuel, avec l'état où les anciens nous les ont tranſmiſes. L'aſtronomie *moderne* a commencé à Copernic; la Géométrie *moderne* eſt la Géométrie des infiniment petits; la Phyſique *moderne* étoit celle de Deſcartes dans le ſiècle dernier, & dans ce ſiècle-ci, c'eſt celle de Neuton. *Voyez* ASTRONOMIE, GÉOMÉTRIE. (*O*)

MODULE, ſ. m. (*Alg. & Géom.*) Quelques auteurs appellent ainſi la *ligne* qu'on prend pour ſous-tangente de la logarithmique dans le calcul des logarithmes. *Voyez* LOGARITHME & LOGARITHMIQUE. Ainſi, dans les logarithmes de Neper, le *module* eſt 0, 434294; &, dans les logarithmes de Briggs, c'eſt l'unité. Quand on dit qu'une ligne eſt le logarithme du rapport de a à b, c étant pris pour *module*, cela veut dire que cette ligne eſt l'abſciſſe d'une logarithmique dont la ſous-tangente eſt c, cette abſciſſe étant compriſe entre deux ordonnées égales à a & à b. M. Côtes, dans ſon *Harmonia menſurarum* (commenté & développée par dom Walmeſley dans ſon *Analyſe des ropports*), emploie fréquemment cette expreſſion de *module* qui d'ailleurs n'eſt pas fort uſitée. (*O*)

MŒNALE *Voyez* MONT-MÉNALE.

MOINS, terme fort uſité en *Algèbre*, & que l'on déſigne par ce ſigne —; ainſi, 5 — 3 s'exprime ainſi, *cinq moins trois;* ce qui veut dire que 3 eſt retranché de 5; le ſigne — ou *moins*, eſt le ſigne de la ſouſtraction; il eſt oppoſé à + *plus*, qui eſt le ſigne de l'addition. *Voyez* NÉGATIF.

MOIS, ſ. m. (*Aſtronomie & Chronologie*) c'eſt la douzième partie de l'année. *Voyez* ANNÉE. Comme il y a différentes eſpèces d'années, il

y a aussi différentes espèces de *mois*, comme *mois* solaire, *mois* lunaire, *mois* civil, *mois* astronomique, *&c.*

Mois solaire, c'est l'espace de tems que le soleil emploie à parcourir un signe entier de l'écliptique, ces *mois* sont inégaux, puisque le soleil est plus long-tems dans les signes d'été que dans ceux d'hiver.

Mais comme il parcourt constamment tous les douze signes en 365 j. 5h. 48′ 48″. On aura la quantité du *mois* moyen en divisant ce nombre par douze; &, d'après ce principe, on trouve la quantité du *mois* solaire, moyen de 30 j 10 h 29′ 4″. Mais on ne peut faire les *mois* civils que de 30 ou 31 jours, c'est ce que l'on pratique dans le calendrier ordinaire, à l'exception du *mois* de février, qui est de 28 ou de 29 jours. On a vu au *mot* CALENDRIER, *pag.* 273, ce qu'il faudroit faire pour accorder les *mois* civils avec les *mois* astronomiques.

Les *mois* lunaires sont ou synodiques ou périodiques : le *mois* lunaire synodique, qui s'appelle simplement *mois lunaire* ou *lunaison*, est l'espace de tems compris entre deux conjonctions de la lune avec le soleil, ou entre deux nouvelles lunes; il est de 29 j. 12 h. 44′ 3″.

Le *mois lunaire périodique*, est l'espace de tems dans lequel la lune fait sa révolution autour de la terre, c'est-à-dire, le tems qu'elle emploie à revenir au même point du zodiaque d'où elle est partie; ce *mois* est de 27 j. 7 h. 43′ 4″ $\frac{2}{3}$, mais il n'y a que les astronomes qui en fassent usage.

Comme le *mois* lunaire synodique est de 29j 12 h 44′ 3″, les *mois lunaires civils* devroient être alternativement de 29 à 30 jours, pour conserver, autant qu'il seroit possible, l'accord avec les vrais *mois* lunaires. Cependant si tous les *mois* étoient continuellement de 29 & de 30 jours, on négligeroit 44′ 3″. Il est donc nécessaire de faire tous les trois ans un *mois* de 30 jours, outre ceux qui forment l'alternative. C'est ce que l'on pratique dans le calendrier ecclésiastique des *mois* lunaires. *Voyez* CALENDRIER. (*D. L.*)

Mois dracontique, ou *dragonitique*, *mois de latitudes*, retour de la lune à son nœud.

Mois embolismique, ou *intercalaire*, est celui que l'on ajoute aux 12 *mois* lunaires tous les trois ans. *V.* CALENDRIER.

Mois caves & *mois pleins*, sont ceux de 29 & 30 jours.

Mois anomalistique, est le retour de la lune à son apogée, il est de 27 jours 13 heures 18′ 34″. (*D. L.*)

MOMENT, s. m. *dans le tems*, (*Méch.*) est une partie très-petite & presqu'insensible de la durée, qu'on nomme autrement *instant*. Le mot *instant* se dit néanmoins plus proprement d'une partie de tems non-seulement très-petite, mais infiniment petite; c'est-à-dire, plus petite qu'aucune partie donnée, ou assignable. *Voyez* TEMS.

Moment, dans les nouveaux calculs de l'infini, marque chez quelques auteurs, des quantités censées infiniment petites. *Voyez* INFINI. C'est ce qu'on appelle autrement & plus communément *différences*; ce sont les augmentations ou diminutions momentanées d'une quantité considérée; comme dans une fluxion continuelle. *Voyez* DIFFÉRENTIEL & FLUXION.

Moment ou *momentum*, en Méchanique, signifie quelquefois la même chose qu'*impetus*, ou la quantité du mouvement d'un mobile. *Voyez* MOUVEMENT.

Dans la comparaison des mouvemens des corps, la raison de leurs *momens* est toujours composée de celles de la quantité de matière, & de la vîtesse du mobile, de façon que le *moment* d'un corps en mouvement peut être regardé comme le produit fait de sa quantité de matière & de sa vîtesse; & comme on sait que tous les produits égaux ont des facteurs réciproquement proportionnels, il s'ensuit de-là que si des mobiles quelconques ont des *momens* égaux, leurs quantités de matière seront en raison inverse de leurs vîtesses; c'est-à-dire, que la quantité de matière du premier sera à la quantité de matière du second; en raison de la vîtesse du second à celle du premier : & réciproquement, si les quantités de matière sont réciproquement proportionnelles aux vîtesses, les *momens* sont égaux.

Le *moment* de tout mobile peut aussi être considéré comme la somme des *momens* de toutes ses parties; & par conséquent si les grandeurs des corps & le nombre de leurs parties sont les mêmes, ainsi que leurs vîtesses, les corps auront les mêmes *momens*.

MOMENT, s'emploie plus proprement & plus particulièrement dans la *Statique*, pour désigner le produit d'une puissance par le bras du levier auquel elle est appliquée, ou, ce qui est la même chose, par la distance de sa direction au point d'appui : une puissance a d'autant plus d'avantage, toutes choses d'ailleurs égales, & son *moment* est d'autant plus grand, qu'elle agit par un bras de levier plus long. *Voyez* LEVIER, BALANCE & MÉCHANIQUE.

MON

MONDE, se prend quelquefois pour la terre seule, quelquefois pour l'assemblage du ciel & de la terre. *Monde supérieur*, signifie les cieux, & *monde intérieur*, le globe terrestre. Ordinairement le *monde* signifie la terre & tout ce qui en dépend; on dit assez communément faire le tour du *monde*, pour dire le tour de la terre; &, dans ce sens, on demande si les planètes sont des *mondes*, c'est-à-

dire, si elles ressemblent à la terre; & si elles sont habitées comme la terre.

La *pluralité des mondes* se trouvoit déjà dans les Orphiques, ces anciennes poésies grecques attribuées à Orphée (Plut. *de Plac. Phil.* l. 2, c. 13); les Pythagoriciens, tels que Philolaüs, Nicetas, Heraclides, enseignoient que ces astres étoient autant de *mondes* (*Plut.* l. 2, c. 13 & 30; *Achilles Tatius, Isag. ad arati*, Phœn. c. 10; Diog. Laërt. *in emped.*); plusieurs anciens philosophes admettoient même une infinité de *mondes* hors de la portée de nos yeux. Epicure, Lucrèce (l. 2, v. 1069) & tous les Epicuriens étoient du même sentiment; Métrodore trouvoit qu'il étoit aussi absurde de ne mettre qu'un seul *monde* dans le vide infini, que de dire qu'il ne pouvoit croître qu'un seul épi de bled dans une vaste campagne (*Plut.* l. 1, c. 5); Zenon d'Elée, Anaximenes, Anaximandre, Leucippe, Démocrite le soutenoient de même. Enfin il y avoit aussi des philosophes qui, en admettant que notre *monde* étoit unique, donnoient des habitans à la lune; tels étoient Anaxagore (*Macrob. somn.* Scip. l. 1, c. 11), Xenophanes (*Cic. Ac. quæst.* l. 4), Lucien (Plut. *de Oracul. defectu; de facie in orbe lunæ*). On peut voir une liste beaucoup plus ample de ces opinions des anciens sur la pluralité des *mondes*, dans Fabricius (*Bibliot. Gr.* tom. I, c. 20), & dans le Mémoire de M. Bonamy (*Acad. des Inscript.* tom. IX). Hévélius en paroissoit aussi persuadé en 1647, lorsqu'il parloit de la différence des habitans des hémisphères de la lune : *quòd si in luna dentur res creatæ viventes, illæ quæ habitant in hemisphærio lunæ patente & aperto terræ, ratione luminis sunt melioris conditionis quàm illæ quæ colunt hemisphærium lunæ nobis absconditum ac latens* (Sélénogr. *p.* 294). Il les appelle *selenitæ*, & il examine assez au long tous les phénomènes qui s'observent dans leur planète, à l'exemple de Képler, *Astron. lunaris.*

Fontenelle a traité cette question dans les *Entretiens sur la pluralité des mondes*, publiés en 1686; il y soutient que chaque planète est habitée, & il explique à cette occasion, avec beaucoup de clarté, le systême de Copernic & les tourbillons de Descartes, qui étoient alors tout ce qu'on connoissoit de mieux. Ce livre a eu la plus grande reputation; & on le regarde encore aujourd'hui comme un de ceux qui font le plus d'honneur à son auteur.

Il établit que chaque planète, depuis la lune jusqu'à saturne, est un *monde* habité, comme notre terre; la raison générale qu'il en apporte, est que les planètes sont des corps semblables à la terre, des corps opaques, denses, raboteux, pesans, éclairés & échauffés par le soleil, ayant leur nuit & leur jour, leur été & leur hiver; que la terre elle-même est une planète, & que par conséquent, puisque cette dernière est habitée, les autres planètes doivent l'être aussi. L'auteur se met à couvert des objections des Théologiens, en assurant qu'il ne met point des hommes dans les autres planètes, mais des habitans dont la figure est fort différente de la nôtre, dont nous n'avons aucune idée : « Quelle différence, dit-il, de » notre figure, de nos manières, *&c.* à celle des » Américains ou des Africains! Nous habitons » pourtant le même vaisseau dont ils tiennent la » proue & nous la poupe! Combien ne doit-il » pas y avoir de différence de nous aux habitans » des autres planètes, c'est-à-dire, de ces autres » vaisseaux qui flottent loin de nous dans les » cieux? »

Huyghens, dans son *Cosmotheoros*, imprimé en 1698, c'est-à-dire, après l'ouvrage de Fontenelle, soutient la même opinion, avec cette différence qu'il estime que les habitans des planètes doivent avoir les mêmes arts & les mêmes connoissances que nous; ce qui ne s'éloigne pas beaucoup d'en faire des hommes.

Après tout, pourquoi cette opinion seroit-elle contraire à la foi? L'Ecriture nous apprend sans doute que tous les hommes viennent d'Adam; mais elle ne parle que des hommes qui habitent notre terre. D'autres hommes peuvent habiter nos planètes, & venir d'ailleurs que d'Adam.

Quoique l'opinion de l'existence des habitans des planètes ne soit pas sans vraisemblance, elle n'est pas non plus sans difficultés, comme l'observoit M. d'Alembert dans l'Encyclopédie. 1.° On doute si plusieurs planètes ont une atmosphère; & il est sûr que la lune n'en a point. L'on ne voit pas comment des êtres vivans y respireroient & y subsisteroient. 2.° On remarque dans quelques planètes, comme jupiter, des changemens de figure & des altérations considérables sur leurs surfaces (*V.* Bandes): il semble qu'une planète habitée devroit être plus tranquille.

3.° Enfin les comètes sont certainement des planètes; il est difficile cependant de croire que les comètes soient habitées, à cause de la différence extrême que leurs habitans devroient éprouver dans la chaleur du soleil, dont ils seroient quelquefois brûlés, pour ne la ressentir ensuite que très-foiblement ou point du tout. La comète de 1680, par exemple, a passé presque sur le soleil, & de-là elle s'en est éloignée au point qu'elle ne reviendra peut-être que dans 575 ans. Quels seroient les corps vivans capables de soutenir cette chaleur prodigieuse d'un côté, & cet énorme froid de l'autre? Il en est de même à proportion des autres comètes. Que faut-il donc répondre, ajoutoit M. d'Alembert, à ceux qui demandent si les planètes sont habitées? Qu'on n'en sait rien.

Ce qui fait qu'on est si porté à croire les planètes habitées, c'est qu'on regarde la terre comme ne servant à autre chose qu'à l'habitation des hommes; d'où il suit que les planètes ne serviroient à rien, si elles n'étoient pas habitées. Ce raison-

nement tient, ce me semble, à des idées bien étroites & bien peu philosophiques, & en même-tems bien présomptueuses de la part des hommes; que sommes-nous en comparaison de l'univers, en connoissons-nous l'étendue, les propriétés, la destination, les rapports; & quelques atomes d'une si frêle existence peuvent-ils intéresser l'immensité de ce grand tout, ou ajouter quelque chose à la perfection de l'univers, ou à la gloire du Créateur ?

Wolf, s'appuyant sur des preuves d'une autre espèce, va jusqu'à faire des conjectures sur les habitans des planètes; par exemple, il trouve que les habitans de jupiter doivent être beaucoup plus grands que nous, & de taille gigantesque. « On enseigne, dit-il, dans l'optique, que la » prunelle de l'œil est dilatée par une lumière » foible, & rétrécie par une lumière forte : donc » la lumière du soleil étant beaucoup moins grande » pour les habitans de jupiter que pour nous, » parce que jupiter est plus éloigné du soleil, il » s'ensuit que les habitans de cette planète ont » la prunelle beaucoup plus large & beaucoup » plus dilatée que la nôtre. Or on observe que » la prunelle a une proportion constante avec le » globe de l'œil, & l'œil avec le reste du corps; » de sorte que, dans les animaux, plus la prunelle » est grande, plus l'œil est gros, & plus aussi le » corps est grand.

» Pour déterminer la grandeur des habitans de » jupiter, on peut remarquer que la distance de » jupiter au soleil, est à la distance de la terre au » soleil, comme 26 à 5; & que par conséquent » la lumière du soleil, par rapport à jupiter, est » à sa lumière par rapport à la terre, en raison » doublée de 5 à 26; or on trouve, par l'expé» rience, que la prunelle se dilate en plus grand » rapport, que l'intensité de la lumière ne croît: » autrement un corps placé à une grande distance, » paroîtroit aussi nettement qu'un autre plus près. » Ainsi, le diamètre de la prunelle des habitans » de jupiter, est au diamètre de la nôtre, en plus » grande raison que celle de 5 à 26. Supposons-le » de 10 à 26, ou de 5 à 13; comme la hauteur » ordinaire de habitans de la terre est de cinq » piés quatre pouces environ (c'est la hauteur que » Wolf s'est trouvée à lui-même), on en conclut » que la hauteur commune des habitans de jupi» ter doit être de 14 piés $\frac{2}{3}$. Or cette grandeur » étoit à-peu-près celle de Og, roi de Basan, dont » parle Moïse, & dont le lit de fer étoit long » de neuf condées, & large de quatre. »

Ces conjectures ne sont qu'un amusement frivole; car, dit M. d'Alembert, la lumière est plus foible dans jupiter que sur la terre, il est vrai; mais les habitans de jupiter peuvent être d'une telle nature, que cette lumière soit aussi forte pour eux que la nôtre l'est pour nous. Il suffit, pour cela, qu'ils aient l'organe plus sensible; d'ailleurs est-il vrai que la grandeur du corps soit proportionnée au diamètre de la prunelle ? Ne voyons-nous pas tous les jours le contraire dans les animaux ? Les chats ont la prunelle beaucoup plus grande que nous; les cochons l'ont beaucoup plus petite que les chats, *&c.*

Les défenseurs de la *pluralité des mondes* ne pensent pas communément que le soleil & les étoiles puissent être habités à cause du feu. Cependant il seroit possible que cela fût autrement: M. Knigth, physicien anglois, dans un traité sur l'attraction & la répulsion, entreprend d'expliquer tous les phénomènes de la nature par ces deux principes, & il trouve que le soleil & les étoiles pourroient bien être des *mondes* habités, où peut-être même on geleroit de froid. *An attempt to demonstrate that all the phænomena in nature may be explained by two simple active principles, attraction and repulsion*, p. 58.

M. Lambert croit que les comètes sont habitées (*Systême du Monde*, Bouillon, 1770). M. de Buffon calcule les époques où chaque planète a pu être habitée, & cessera de l'être par le réfroidissement. *Supplément in-4.°*, tom. II, 1775.

En supposant que les planètes aient été formées à-la-fois, & embrâsées dans le principe, M. de Buffon trouve, par les expériences qu'il a faites sur le réfroidissement des corps, qu'il a fallu 75 mille ans à la terre pour se réfroidir au degré de sa température actuelle, & que, dans 93 mille ans, sa chaleur étant réduite à un vingt-cinquième de cette température, elle éprouvera un froid mortel qui devra faire cesser toute organisation & toute végétation. A l'égard de jupiter, il ne sera habitable que dans 34 mille ans d'ici; il est encore trop chaud, tandis que la lune est déjà devenue inhabitable par le froid depuis deux mille ans. Il faut voir, dans le volume des *Epoques de la nature*, combien l'hypothèse de M. de Buffon est conforme à la physique, & combien elle est satisfaisante pour l'explication de tous les grands phénomènes de la nature. (*D. L.*)

MONOCLE, s. m. (*Opt.*) On appelle ainsi quelquefois les petites lunettes ou lorgnettes qui ne servent que pour un seul œil, de μόνος, *seul; oculus*, œil. *Voyez* LUNETTE, LORGNETTE, BINOCLE.

MONOME, s. m. (*Alg.*), quantité qui n'est composée que d'une seule partie ou terme, comme ab, aab, $a^2 b^2$. On l'appelle ainsi pour la distinguer du polynome, qui est composé de plusieurs termes, comme $ab + cd + ef +$ &c. *V.* TERME, POLINOME, MULTINOME, *&c.*

MONTAGNES, hauteurs des principales *montagnes*, & manière de les mesurer. *Voy.* HAUTEURS.

Montagnes de la lune. V. SÉLÉNOGRAPHIE.

Montagne de la table, constellation méridionale. *V.* TABLE.

MONTGOLFIÈRE, nom que l'on donne à

la machine qui sert à s'élever dans les airs, qu'on appelle aussi *aérostate*. Cette machine a été inventée, en 1783, par Messieurs Montgolfier, à Annonai, en Vivarais. Elle consiste en un globe léger que l'on remplit d'air inflammable, ou dans lequel on raréfie l'air par le moyen du feu; le globe devenu plus léger que l'air atmosphérique, s'élève & emporte avec lui les hommes & les fardeaux les plus pesans. Voyez le *Journal des Savans*. Janv. 1784. (*D. L.*)

MONT-MÉNALE, (*Astron.*), constellation boréale, introduite par Hévélius pour renfermer diverses étoiles qu'il avoit observées sous les pieds du bouvier; il a pris ce nom d'une montagne, où s'arrêta, suivant les poëtes, le bouvier qui donna l'occasion à cette constellation ancienne; la nouvelle constellation étant fort petite, il ne l'a pas séparée de celle du bouvier. (*D. L.*)

MOTEUR, adj. (*Méchan.*); ce qui meut ou met en mouvement. *V.* MOUVEMENT.

MOTRICE, féminin de *moteur*, se dit d'une puissance ou force qui a le pouvoir ou la faculté de mouvoir. *V.* MOUVEMENT, FORCE & ACCÉLÉRATRICE.

MOU

MOUCHE, (*Astron.*), petite constellation boréale située au-dessus du bélier; c'est celle que Royer & la Caille appellent la *fleur de lys*, ou le *lys*. La principale étoile est de 4^e grandeur; elle avoit, en 1750, $1^s\ 14°\ 54'$ de longitude, & $12°\ 28'$ de latitude boréale.

MOUCHE, *musca*, petite constellation méridionale appellée aussi *apis*, l'abeille; elle est située sous les pieds du centaure, entre le caméléon & la croix; elle ne contenoit que quatre étoiles dans l'ancien catalogue, elle en renferme treize dans celui de la Caille; la principale, marquée α, est de quatrième grandeur, elle avoit, en 1750, $185°\ 38'\ 44''$ d'ascension droite, & $67°\ 45'\ 15''$ de déclinaison australe. (*D. L.*)

MOUFFLE, f. f. (*Méchan.*), est une machine qui consiste en un assemblage de plusieurs poulies, dont on se sert pour élever des poids énormes en peu de tems.

La multiplication des poulies, dans la *mouffle*, est fort bien imaginée; car l'on démontre, en méchanique, que la force nécessaire pour soutenir un poids par le moyen d'une *mouffle*, est au poids lui-même comme l'unité est au nombre des poulies; en supposant que les cordes soient parallèles entr'elles. *V.* POULIE.

D'où il suit que le nombre des poulies & la puissance étant données, on trouve aisément le poids qu'elles pourront soutenir en multipliant la puissance par le nombre des poulies. Par exemple, supposons que la puissance = 50 livres, & le nombre des poulies = 5, elles pourront être en équilibre avec un poids de 250 livres.

De même le nombre des poulies étant donné avec le poids qu'elles doivent soutenir, on trouve la puissance en divisant le poids par le nombre des poulies: par conséquent, si le poids = 900 livres, & le nombre des poulies = 6, la puissance sera 150 livres.

Déchalles observe que l'on trouve, par expérience, qu'un homme ordinaire peut élever avec sa seule force 150 livres; c'est pourquoi le même homme, avec une *mouffle* à 6 poulies, pourra soutenir un poids de 900 livres.

En joignant ensemble plusieurs *mouffles*, on augmentera la puissance des poulies.

Pour trouver le nombre des poulies que doit avoir une *mouffle*, afin d'élever un poids donné avec une puissance donnée; divisez le poids par la puissance, le quotient est le nombre cherché.

Supposez, par exemple, que le poids = 600 livres, & la puissance 150, il doit y avoir 4 poulies à la *mouffle*. *Voyez* la *figure* 51, *pl. Méch.* qui représente une *mouffle* à 4 poulies. *Voyez aussi l'article* POULIE.

Remarquez que nous faisons ici abstraction de la résistance & du poids des cordes qui doit augmenter la puissance & la rendre plus grande que nous ne l'avons faite dans les calculs précédens. *Voyez* CORDE & FROTTEMENT. Il peut même arriver que les poulies soient si fort multipliées, que la *mouffle*, au lieu d'être utile, soit embarrassante, à cause de la quantité considérable des frottemens, & de l'embarras que produit la multiplicité des cordes. Au reste, la manière la plus avantageuse dont les cordes puissent être disposées, c'est d'être toujours dans une situation parallèle, car alors la puissance est la plus petite qu'il est possible par rapport au poids; ainsi, il faut que la *mouffle* soit faite de façon que les cordes y puissent conserver toujours à-peu-près cette situation. (*O*)

MOULINET, f. m. (*Méchan.*) est la même chose que *treuil* ou *tour*, c'est l'*axis in peritrochio*, ou axe dans le tambour, l'axe étant horizontal. *Voyez* TOUR, TREUIL.

MOUVEMENT, f. m. (*Méchan.*) qu'on appelle aussi *mouvement local*; c'est un changement continuel & successif de place de la part d'un corps, c'est-à-dire, un état d'un corps par lequel il correspond successivement à différens lieux, ou par lequel il est successivement présent à différentes parties de l'espace. *Voyez* LIEU. La théorie & les lois du *mouvement* sont le principal sujet de la méchanique. *Voyez* MÉCHANIQUE.

Les anciens philosophes ont considéré le *mouvement* dans un sens plus général & plus étendu, ils l'ont défini le passage d'un corps d'un état en un autre, & ils ont de cette sorte reconnu six espèces de *mouvement*, la création,

la génération, la corruption, l'augmentation; la diminution & le transport ou *mouvement local.*

Mais les philosophes modernes n'admettent que le *mouvement local*, & réduisent la plupart des autres espèces dont nous venons de faire mention, à celui-là seulement &c. De sorte que nous n'avons à parler ici que du transport ou *mouvement local*, dont toutes les autres espèces de *mouvement* ne sont qu'autant de modifications ou d'effets, &c.

On a contesté l'existence & même la possibilité du *mouvement*, mais par de purs sophismes. Il y a eu de tout tems des hommes qui se sont fait un honneur de contredire ce qu'il y a de plus évident, pour faire parade de leur prétendue force d'esprit, & il ne se trouve encore aujourd'hui que trop de gens de ce caractère. Voici un échantillon des difficultés que ces sortes de gens ont fait contre l'existence du *mouvement*. S'il y a du *mouvement*, il est dans la cause qui le produit, ou dans le corps mobile, ou dans l'une & dans l'autre. Il n'est pas dans la cause qui l'excite, car quand on jette une pierre, on ne peut pas dire que le *mouvement* résiste dans la cause qui le produit, mais il est dans la pierre que l'on a jettée. Cependant on ne sauroit guère établir non plus le *mouvement* dans le corps mobile, car le *mouvement* est l'effet de la cause qui agit, & le corps mobile est sans effet: donc il n'y a point de *mouvement*, puisqu'il ne se trouve ni dans la cause qui l'excite, ni dans le corps mobile. La réponse est que, dans un certain tems, le *mouvement* réside dans la cause qui le produit, & que, dans un autre tems, il se trouve dans le corps mobile. Ainsi, lorsqu'on met une pierre dans une fronde, & qu'on vient à tourner la fronde, la main autour de laquelle est la corde, doit alors être regardée comme la cause qui produit le *mouvement*, & elle est même en *mouvement*; de-là il passe dans la fronde qui tourne, & enfin dès que la fronde vient à se lâcher, la pierre est le siége du *mouvement*. Le défaut du sophisme est donc de ne pas faire attention aux différens tems dans lesquels tout ceci se passe. Diodore Cronus faisoit une autre raisonnement que voici. Le corps est mû dans la place où il est, ou dans celle où il n'est pas. L'un & l'autre est impossible, car s'il étoit mû dans la place où il est, il ne sortiroit jamais de cette place. Il n'est pas mû non plus dans la place où il n'est pas, & par conséquent il n'est jamais en *mouvement*. La définition du *mouvement* se tire de cette difficulté apparente; un corps n'est pas mû dans la place où il est, mais de la place où il est dans celle qui suit immédiatement.

Le plus fameux de tous les sophismes contre le *mouvement*, est celui que Zénon avoit appellé l'*Achille*; pour marquer sa force, qu'il croyoit invincible, il supposoit Achille courant après une tortue, & allant dix fois plus vîte qu'elle. Il donnoit une lieue d'avance à la tortue, & raisonnoit ainsi: tandis qu'Achille parcourt la lieue que la tortue a d'avance sur lui, celle-ci parcourra un dixième de lieue; pendant qu'il parcourra le dixième, la tortue parcourra la centième partie d'une lieue; ainsi de dixième en dixième, la tortue dévancera toujours Achille, qui ne l'atteindra jamais. Mais, 1.° quand il seroit vrai qu'Achille n'attrapât jamais la tortue, il ne s'ensuivroit pas pour cela que le *mouvement* fût impossible, car Achille & la tortue se meuvent réellement, puisqu'Achille approche toujours de la tortue qui est supposée le dévancer toujours infiniment peu. 2.° On a répondu directement au sophisme de Zénon. Gregoire de Saint-Vincent fut le premier qui en démontra la fausseté, & qui assigna le point précis auquel Achille devoit atteindre la tortue, & ce point se trouve par le moyen des progressions géométriques infinies, au bout d'une lieue & d'un neuvième de lieue; car la somme de toute progression géométrique est finie, & cela parce qu'être infini, ou s'étendre à l'infini, sont deux choses très-différentes. Un tout fini quelconque, un pié par exemple, est composé de fini & d'infini. Le pié est fini en tant qu'il ne contient qu'un certain nombre d'êtres simples; mais je puis le supposer divisé en une infinité, ou plutôt en une quantité non finie de parties, en considérant ce pié comme une étendue abstraite; ainsi, si j'ai pris d'abord dans mon esprit la moitié de ce pié, & que je prenne ensuite la moitié de ce qui reste ou un quart de pié, puis la moitié de ce quart, ou un huitième de pié, je procéderai ainsi mentalement à l'infini, en prenant toujours de nouvelles moitiés décroissantes, qui toutes ensemble ne seront jamais que ce pié: de même tous ces dixièmes de dixièmes à l'infini, ne font que $\frac{1}{9}$ de lieue, & c'est au bout de cet espace qu'Achille doit attraper la tortue, & il l'attrape au bout d'un tems fini, parce que tous ces dixièmes de dixièmes sont parcourus durant des parties de tems de croissances, dont la somme fait un tems fini. *M. Formey.*

Les auteurs de Physique anciens & modernes, ont été fort embarrassés à définir la nature du *mouvement* local: les péripatéticiens disent qu'il est *actus entis in potentia quatenus est in potentia.* Aristote, 3. *Phys. c. ij.* Mais cette notion paroît trop obscure pour qu'on puisse se contenter aujourd'hui, & elle ne sauroit servir à expliquer les propriétés du *mouvement*.

Les Epicuriens définissoient le *mouvement*, *le passage d'un corps ou d'une partie de corps d'un lieu en un autre*, & quelques philosophes de nos jours suivent à-peu-près cette définition, & appellent le *mouvement* d'un corps, *le passage de ce*

corps d'un espace à un autre espace, substituant ainsi le mot d'*espace* à celui de *lieu*.

Les Cartésiens définissent le *mouvement*, *le passage ou l'éloignement d'une portion de matière, du voisinage des parties qui lui étoient immédiatement contiguës dans le voisinage d'autres parties.*

Cette définition est dans le fond conforme à celle des Epicuriens, & il n'y a entr'elles d'autre différence, sinon que ce que l'une appelle *corps* & *lieu*, l'autre l'appelle *matière* & *partie contiguë*.

Borelli, & après lui d'autres auteurs modernes, définissent le *mouvement*, *le passage successif d'un corps, d'un lieu en un autre, dans un certain tems déterminé, le corps étant successivement contigu à toutes les parties de l'espace intermédiaire.*

On convient donc que le *mouvement est le transport d'un corps d'un lieu en un autre*; mais les Philosophes sont très-peu d'accord lorsqu'il s'agit d'expliquer en quoi consiste ce transport; ce qui fait que leurs divisions du *mouvement* sont très-différentes.

Aristote & les Péripatéticiens divisent le *mouvement* en *naturel* & *violent*.

Le *naturel* est celui dont le principe ou la force mouvante est renfermée dans le corps mû, tel est celui d'une pierre qui tombe vers le centre de la terre. *Voyez* GRAVITÉ.

Le *mouvement violent* est celui dont le principe est externe, & auquel le corps mû résiste; tel est celui d'une pierre jettée en haut. Les modernes divisent généralement le *mouvement* en *absolu* & *relatif*.

Le *mouvement absolu* est le changement de lieu absolu d'un corps mû, dont la vîtesse doit par conséquent se mesurer par la quantité de l'espace absolu que le mobile parcourt. *Voyez* LIEU.

Mouvement relatif, c'est le changement du lieu relatif ordinaire du corps mû, & sa vîtesse s'estime par la quantité d'espace relatif qui est parcourue dans ce *mouvement*.

Pour faire sentir la différence de ces deux sortes de *mouvemens*, imaginons un corps qui se meuve dans un bateau; si le bateau est en repos, le *mouvement* de ce corps sera, ou plutôt sera censé *mouvement* absolu; si au contraire le bateau est en *mouvement*, le *mouvement* de ce corps dans le bateau ne sera qu'un *mouvement* relatif, parce que ce corps, outre son *mouvement* propre, participera encore au *mouvement* du bateau; de sorte que si le bateau fait, par exemple, deux piés de chemin pendant que le corps parcourt dans le bateau l'espace d'un pié dans le même sens, le *mouvement* absolu du corps sera de trois piés, & son *mouvement* relatif d'un pié.

Il est très-difficile de décider si le *mouvement* d'un corps est absolu ou relatif, parce qu'il seroit nécessaire d'avoir un corps que l'on sût certainement être en repos, & qui serviroit de point fixe pour connoître & juger de la quantité du *mouvement* des autres corps. M. Neuton donne pourtant, ou plutôt indique quelques moyens généraux pour cela dans le scholie qui est à la tête de ses principes mathématiques. Voici l'exemple qu'il nous donne pour expliquer ses idées sur ce sujet. Imaginons, dit ce grand philosophe, deux globes attachés à un fil, & qui tournent dans le vuide autour de leur centre de gravité commun; comme il n'y a point par la supposition, d'autres corps auxquels on puisse les comparer, & que ces deux corps en tournant, conservent toujours la même situation l'un par rapport à l'autre, on ne peut juger ni s'ils sont en *mouvement*, ni de quel côté ils se meuvent, à moins qu'on n'examine la tension du fil qui les unit. Cette tension connue peut servir d'abord à connoître la force avec laquelle les globes tendent à s'éloigner de l'axe de leur *mouvement*, & par-là on peut connoître la quantité du *mouvement* de chacun des corps; pour connoître présentement la direction de ce *mouvement*, qu'on donne des impulsions égales à chacun de ces corps en sens contraire, suivant les directions parallèles, la tension du fil doit augmenter ou diminuer, selon que les forces imprimées seront plus ou moins conspirantes avec le *mouvement* primitif, & cette tension sera la plus grande qu'il est possible lorsque les forces seront imprimées dans la direction même du *mouvement* primitif; de sorte que si on imprime successivement à ces corps des *mouvemens* égaux & contraints dans différentes directions, on connoîtra, lorsque la tension du fil sera la plus augmentée, que les forces imprimées ont été dans la direction même du *mouvement* primitif, ce qui servira à faire connoître cette direction. Voilà de quelle manière on peut trouver dans le vuide la quantité & la direction du *mouvement* de deux corps isolés. Présentement si autour de ces deux globes on place quelques autres corps qui soient en repos, on ne pourra savoir si le *mouvement* est dans les globes ou dans les corps adjacens, à moins qu'on n'examine de même qu'auparavant la tension du fil; & si cette tension se trouve être celle qui convient au *mouvement* apparent des deux globes, on pourra conclure que le *mouvement* est dans les globes, & que les corps adjacens sont en repos.

D'autres divisent le *mouvement* en *propre* & *impropre*, ou *externe*.

Le *mouvement propre* est le transport d'un lieu *propre* en un autre qui par-là devient lui-même *propre*, parce qu'il est rempli par ce corps seul exclusivement à tout autre; tel est le *mouvement* d'une roue d'horloge.

Le *mouvement impropre*, *externe*, *étranger*, ou *commun*, c'est le passage d'un corps hors d'un lieu *commun* dans un autre lieu *commun*; tel

eſt celui d'une montre qui ſe meut dans un vaiſſeau, *&c.*

La raiſon de toutes ces différentes diviſions paroît venir des différens ſens qu'on a attachés aux mots, en voulant tous les comprendre dans une même définition & diviſion.

Il y en a, par exemple, qui, dans leur définition du *mouvement*, conſidèrent le corps mû, non par rapport aux corps adjacens, mais par rapport à l'eſpace immuable & infini; d'autres le conſidèrent, non par rapport à l'eſpace infini, mais par rapport à d'autres corps fort éloignés, & d'autres enfin ne le conſidèrent pas par rapport à des corps éloignés, mais ſeulement par rapport à la ſurface qui lui eſt contiguë. Mais ces différens ſens une fois établis, la diſpute s'éclaircit alors beaucoup; car, comme tout mobile peut être conſidéré de ces trois manières, il s'enſuit de-là qu'il y a trois eſpèces de *mouvement*, dont celle qui a rapport aux parties de l'eſpace infini & immuable, ſans faire d'attention aux corps d'alentour, peut être nommée abſolument & véritablement *mouvement propre*; celle qui a rapport aux corps environnans & très-éloignés, leſquels peuvent eux-mêmes être en *mouvement*, s'appellera *mouvement relativement commun*; & la dernière qui a rapport aux ſurfaces des corps contigus les plus proches, s'appellera *mouvement relativement propre.*

Le *mouvement abſolument & vraiment propre*, eſt donc l'application d'un corps aux différentes parties de l'eſpace infini & immuable. Il n'y a que cette eſpèce qui ſoit un *mouvement* propre & abſolu, puiſqu'elle eſt toujours engendrée & altérée par des forces imprimées au mobile lui-même, & qu'elle ne ſauroit l'être que de la ſorte, parce que c'eſt d'ailleurs à elle qu'on doit rapporter les forces réelles de tous les corps pour en mettre d'autres en *mouvement* par impulſion, & que ces mouvemens lui ſont proportionnels.

Le *mouvement relativement commun*, c'eſt le changement de ſituation d'un corps par rapport à d'autres corps circonvoiſins; & c'eſt celui dont nous parlons lorſque nous diſons que les hommes, les villes & la terre même ſe meuvent.

C'eſt celui qu'un corps éprouve, lorſqu'étant en repos par rapport aux corps qui l'entourent, il acquiert cependant avec eux des relations ſucceſſives par rapport à d'autres corps, que l'on conſidère comme immobiles; & c'eſt le cas dans lequel le lieu abſolu des corps change, quand leur lieu relatif reſte le même. C'eſt ce qui arrive à un pilote qui dort ſur le tillac pendant que le vaiſſeau marche, ou à un poiſſon mort que le courant de l'eau entraîne.

C'eſt auſſi le *mouvement* dont nous entendons parler lorſque nous eſtimons la quantité de *mouvement* d'un corps, & la force qu'il a pour en pouſſer un autre; par exemple, ſi on laiſſe tomber de la main une ſphère de bois remplie de plomb pour la rendre plus peſante, on a coutume d'eſtimer alors la quantité du *mouvement* & la force qu'a la ſphère pour pouſſer d'autres corps, par la vîteſſe de cette même ſphère & le poids du plomb qu'elle renferme; & on a raiſon en effet d'en uſer de la ſorte pour juger de cette force en elle-même & de ſes effets, en tant qu'ils peuvent tomber ſous nos ſens: mais que la ſphère n'ait point d'autre *mouvement* que celui que nous lui voyons; c'eſt, ſelon que nous l'avons déjà obſervé, ce que nous ne ſommes point en état de déterminer en employant la ſeule apparence de l'approche de la pierre vers la terre.

Le *mouvement relativement propre*, c'eſt l'application ſucceſſive d'un corps aux différentes parties des corps contigus; à quoi il faut ajouter que lorſqu'on parle de l'application ſucceſſive d'un corps, on doit concevoir que toute ſa ſurface priſe enſemble, eſt appliquée aux différentes parties des corps contigus; ainſi, le *mouvement* relativement propre eſt celui qu'on éprouve, lorſqu'étant tranſporté avec d'autres corps d'un *mouvement* relatif commun, on change cependant la relation, comme lorſque je marche dans un vaiſſeau qui fait voile; car je change à tout moment ma relation avec les parties de ce vaiſſeau qui eſt tranſporté avec moi. Les parties de tout mobile ſont dans un *mouvement* relatif commun; mais ſi elles venoient à ſe ſéparer, & qu'elles continuaſſent à ſe mouvoir comme auparavant, elles acquerroient un *mouvement* relatif propre. Ajoutons que le *mouvement* vrai & le *mouvement* apparent diffèrent quelquefois beaucoup. Nous ſommes trompés par nos ſens quand nous croyons que le rivage que nous quittons s'enfuit, quoique ce ſoit le vaiſſeau qui nous porte qui s'en éloigne; & cela vient de ce que nous jugeons les objets en repos, quand leurs images occupent toujours les mêmes points ſur notre rétine.

De toutes ces définitions différentes du *mouvement*, il en réſulte autant d'autres du lieu; car quand nous parlons du *mouvement* & du repos véritablement & abſolument propre, nous entendons alors par *lieu*, cette partie de l'eſpace infini & immuable que le corps remplit. Quand nous parlons de *mouvement* relativement commun, le *lieu* eſt alors une partie de quelqu'eſpace ou dimenſion mobile. Quand nous parlons enfin du *mouvement* relativement propre, qui réellement eſt très-impropre, le *lieu* eſt alors la ſurface des corps voiſins adjacens, ou des eſpaces ſenſibles. *Voyez* LIEU.

La nature de cet ouvrage, où nous devons expoſer les opinions des Philoſophes, nous a obligés d'entrer dans le détail précédent ſur la nature, l'exiſtence & les diviſions du *mouvement*; mais nous ne devons pas oublier d'ajouter, que

toutes ces discussions sont inutiles à la méchanique; elle suppose l'existence du *mouvement*, & définit le *mouvement*, l'application successive d'un corps à différentes parties contiguës de l'espace indéfini que nous regardons comme le lieu des corps.

On convient assez de la définition du repos, mais les philosophes disputent entr'eux pour savoir si le repos est une pure privation de *mouvement*, ou quelque chose de positif. Malebranche & d'autres soutiennent le premier sentiment; Descartes & ses partisans le dernier. Ceux-ci prétendent qu'un corps en repos n'a point de force pour y rester, & ne sauroit résister aux corps qui feroient effort pour l'en tirer, & que le *mouvement* peut être aussi-bien appellé une *cessation de repos*, que le repos une *cessation de mouvement*. *Voyez* REPOS.

Voici le plus fort argument des premiers; supposons un globe en repos, & que Dieu cesse de vouloir son repos, que s'ensuivra-t-il de-là? il restera toujours en repos; mais supposons le corps en *mouvement*, & que Dieu cesse de le vouloir en *mouvement*, que s'ensuivra-t-il maintenant? que le corps cessera d'être en *mouvement*, c'est-à-dire, qu'il sera en repos, & cela parce que la force par laquelle un corps qui est en *mouvement*, persévère dans cet état, est la volonté positive de Dieu; au lieu que celle par laquelle un corps qui est en repos y persévère, n'est autre chose que la volonté générale par laquelle il veut qu'un corps existe. Mais ce n'est-là qu'une pétition de principe; car la force ou le *conatus* par lequel les corps, soit en repos, soit en *mouvement*, persévèrent dans leurs états, ne viennent que de l'inertie de la matière; de sorte que s'il étoit possible pour un moment à Dieu de ne rien vouloir sur l'état des corps, quoiqu'il en voulût toujours l'existence, un corps qui auroit été auparavant en *mouvement* y continueroit toujours, comme un corps en repos resteroit toujours en cet état. C'est cette inactivité ou inertie de la matière qui fait que tous les corps résistent suivant leur quantité de matière, & que tout corps qui en choque un autre avec une vîtesse donnée, le forcera de se mouvoir avec d'autant plus de vîtesse, que la densité & quantité de matière du corps choquant sera plus grande par rapport à la densité & quantité de matière de l'autre. *Voyez* FORCE D'INERTIE.

On peut réduire les modifications de la force active & de la force passive des corps dans leur choc à trois loix principales, auxquelles les autres sont subordonnées. 1.° Un corps persévère dans l'état où il se trouve soit de repos, soit de *mouvement*, à moins que quelque cause ne le tire de son *mouvement* ou de son repos. 2.° Le changement qui arrive dans le *mouvement* d'un corps est toujours proportionnel à la force motrice qui agit sur lui; & il ne peut arriver aucun changement dans la vîtesse & la direction du corps en *mouvement*, que par une force extérieure; car sans cela ce changement se feroit sans raison suffisante. 3.° La réaction est toujours égale à l'action; car un corps ne pourroit agir sur un autre corps, si cet autre corps ne lui résistoit; ainsi, l'action & la réaction sont toujours égales & opposées. Mais il y a encore bien des choses à considérer dans le *mouvement*, savoir:

1.° La force qui l'imprime au corps; elle s'appelle *force motrice*: elle a pour première cause l'Etre suprême, qui a imprimé le *mouvement* à ses ouvrages, après les avoir créés. L'idée de quelques philosophes qui prétendent que tout *mouvement* actuel que nous remarquons dans les corps, est produit immédiatement par le créateur, n'est pas philosophique. Quoique nous ne puissions concevoir comment le *mouvement* passe d'un corps dans un autre, le fait n'en est pas moins sensible & certain. Ainsi, après avoir supposé l'impression générale du premier moteur, on peut faire attention aux diverses causes que les êtres sensibles nous présentent pour expliquer les *mouvemens* actuels; tels sont la pesanteur, qui produit du *mouvement* tant dans les corps célestes que dans les corps terrestres; la faculté de notre ame, par laquelle nous mettons en *mouvement* les membres de notre corps, & par leur moyen d'autres corps sur lesquels le nôtre agit; les forces attractives, magnétiques & électriques répandues dans la nature, la force élastique qui a une grande efficacité; & enfin les chocs continuels des corps qui se rencontrent. Quoi qu'il en soit, tout cela est compris sous le nom de *force motrice*, dont l'effet, quand elle n'est pas détruite par une résistance invincible, est de faire parcourir au corps un certain espace en un certain tems, dans un milieu qui ne résiste pas sensiblement; & dans un milieu qui résiste, son effet est de lui faire surmonter une partie des obstacles qu'il rencontre. Cette cause communique au corps une force qu'il n'avoit pas lorsqu'il étoit en repos, puisqu'un corps ne change jamais d'état de lui-même. Un *mouvement* une fois commencé dans le vuide absolu, s'il étoit possible, continueroit pendant toute éternité dans ce vuide, & le corps mû y parcouroit à jamais des espaces égaux en tems égaux, puisque dans le vuide aucun obstacle ne consumeroit la force du corps.

2.° Le tems pendant lequel le corps se meut: si un corps parcourt un espace donné, il s'écoulera une portion quelconque de tems, tandis qu'il ira d'un point à l'autre, quelque court que soit l'espace en question; car le moment où le corps sera au point *A* ne sera pas celui où il sera en *B*, un corps ne pouvant être en deux lieux à-la-fois. Ainsi, tout espace parcouru l'est en un tems quelconque.

3.° L'espace que le corps parcourt, c'est la

ligne droite en courbe décrite par ce corps pendant son *mouvement*. Si le corps qui se meut n'étoit qu'un point, l'espace parcouru ne seroit qu'une ligne mathématique ; mais comme il n'y a point de corps qui ne soit étendu, l'espace parcouru a toujours quelque largeur. Quand on mesure le chemin d'un corps, on ne fait attention qu'à la longueur.

4.° La vîtesse du *mouvement*, c'est la propriété qu'a le mobile de parcourir un certain espace en un certain tems. La vîtesse est d'autant plus grande que le mobile parcourt plus d'espace en moins de tems. Si le corps *A* parcourt en deux minutes un espace auquel le corps *B* emploie quatre minutes, la vîtesse du corps *A* est double du corps *B*. Il n'y a point de *mouvement* sans une vîtesse quelconque, car tout espace parcouru est parcouru dans un certain tems ; mais ce tems peut être plus ou moins long à l'infini. Par exemple, un espace que je suppose être d'un pié, peut être parcouru par un corps en une heure ou dans une minute, qui est la 60^e partie d'une heure, ou dans une seconde, qui en est la 3600^e partie, *&c.* Le *mouvement*, c'est-à-dire, la vîtesse, peut être uniforme ou non uniforme, accélérée ou retardée, également ou inégalement accélérée & retardée. *Voyez* VÎTESSE.

5.° La masse des corps en vertu de laquelle ils résistent à la force qui tend à leur imprimer ou à leur ôter le *mouvement*. Les corps résistent également au *mouvement* & au repos. Cette résistance étant une suite nécessaire de leur force d'inertie, elle est proportionnelle à leur quantité de matière propre, puisque la force d'inertie appartient à chaque particule de la matière. Un corps résiste donc d'autant plus au *mouvement* qu'on veut lui imprimer, qu'il contient une plus grande quantité de matière propre sous un même volume, c'est-à-dire, d'autant plus qu'il a plus de masse, toutes choses d'ailleurs égales. Ainsi, plus un corps a de masse, moins il acquiert de vîtesse par la même pression, *& vice versâ*. Les vîtesses des corps qui reçoivent des pressions égales sont donc en raison inverse de leur masse. Par la même raison le *mouvement* d'un corps est d'autant plus difficile à arrêter, que ce corps a plus de masse ; car il faut la même force pour arrêter le *mouvement* d'un corps qui se meut avec une vîtesse quelconque, & pour communiquer à ce même corps le même degré de vîtesse qu'on lui a fait perdre. Cette résistance que tous les corps opposent lorsqu'on veut changer leur état présent, est le fondement de cette loi générale du *mouvement*, par laquelle la réaction est toujours égale à l'action. L'établissement de cette loi étoit nécessaire afin que les corps pussent agir les uns sur les autres, & que le *mouvement* étant une fois produit dans l'univers, il pût être communiqué d'un corps à un autre avec raison suffisante. Sans cette espèce de lutte, il ne pourroit y avoir d'action ; car comment une force agiroit-elle sur ce qui ne lui oppose aucune résistance ? Quand je tire un corps attaché à une corde, quelqu'aisément que je le tire, la corde est tendue également des deux côtés ; ce qui marque l'égalité de la réaction : si cette corde n'étoit pas tendue je ne pourrois tirer ce corps. Ceux qui demandent comment pouvez-vous faire avancer un corps, si vous êtes tiré par lui avec une force égale à celle que vous employez pour le tirer ; ceux, dis-je, qui font cette objection, ne remarquent pas que lorsque je tire ce corps, & que je le fais avancer, je n'emploie pas toute ma force à vaincre la résistance qu'il m'oppose ; mais lorsque je l'ai surmontée, il m'en reste encore une partie que j'emploie à avancer moi-même : & ce corps avance par la force que je lui ai communiquée, & que j'ai employée à surmonter sa résistance. Ainsi, quoique les forces soient inégales, l'action & la réaction sont toujours égales. C'est cette égalité qui produit tous les *mouvemens*. *Voyez* LOI DE LA NATURE *au mot* NATURE.

6.° La quantité de *mouvement*. La quantité dans un instant infiniment petit est proportionnelle à la masse & à la vîtesse du corps mû ; en sorte que le même corps a plus de *mouvement* quand il se meut plus vîte, & que de deux corps dont la vîtesse est égale, celui qui a le plus de masse a le plus de *mouvement* ; car le *mouvement* imprimé à un corps quelconque, peut être conçu divisé en autant de parties que ce corps contient de parties de matière propre, & la force motrice appartient à chacune de ces parties, qui participent également au *mouvement* de ce corps en raison directe de leur grandeur. Ainsi, le *mouvement* du tout est le résultat du mouvement de toutes les parties, & par conséquent le *mouvement* est double dans un corps dont la masse est double de celle d'un autre, lorsque ces corps se meuvent avec la même vîtesse.

7.° La direction du *mouvement*. Il n'y a point de *mouvement* sans une détermination particulière ; ainsi, tout mobile qui se meut tend vers quelque point. Lorsqu'un corps qui se meut n'obéit qu'à une seule force qui le dirige vers un seul point, ce corps se meut, d'un *mouvement* simple. Le *mouvement* composé est celui dans lequel le mobile obéit à plusieurs forces : nous en parlerons plus bas. Dans le *mouvement* simple, la ligne droite tirée du mobile au point vers lequel il tend, représente la direction du *mouvement* de ce corps, & si ce corps se meut, il parcourra certainement cette ligne. Ainsi, tout corps qui se meut d'un *mouvement* simple, décrit, pendant qu'il se meut, une ligne droite. *M. Formey*.

Le *mouvement* peut donc être regardé comme une espèce de quantité, & sa quantité ou sa grandeur, qu'on appelle aussi quelquefois *moment*, s'estime, 1.° par la longueur de la ligne que le

mobile décrit; ainsi, un corps parcourant cent piés, la quantité de *mouvement* est plus grande que s'il n'en parcouroit que dix : 2.° par la quantité de matière qui se meut ensemble ou en même tems, c'est-à-dire, non par le volume ou l'étendue solide du corps, mais par sa masse ou son poids ; l'air & d'autres matières subtiles, dont les pores du corps sont remplis, n'entrant point ici en ligne de compte : ainsi, un corps de deux piés cubiques parcourant une ligne de cent piés, sa quantité de *mouvement* sera plus grande que celle d'un corps d'un pié cubique qui parcourra la même ligne; car le *mouvement* que l'un des deux a en entier se trouve dans la moitié de l'autre, & le *mouvement* d'un corps total est la somme du *mouvement* de ses parties.

Il s'ensuit delà, qu'afin que deux corps aient des *mouvemens* ou des momens égaux, il faut que les lignes qu'ils parcourront soient en raison réciproque de leur masse, c'est-à-dire, que si l'un de ces corps a trois fois plus de quantité de matière que l'autre, la ligne qu'il parcourra doit être le tiers de la ligne qui sera parcourue par l'autre. C'est ainsi, que deux corps attachés aux deux extrêmités d'une balance ou d'un levier, & qui auront des masses en raison réciproque de leur distance du point d'appui, décriront s'ils viennent à se mouvoir, des lignes en raison réciproque de leur masse. *Voyez* LEVIER & PUISSANCES MÉCHANIQUES.

Par exemple, si le corps *A* (*pl. de Méchan. fig.* 30), a trois fois plus de masse que *B*, & que chacun de ces corps soit attaché respectivement aux deux extrêmités du levier *AC*, dont l'appui ou le point fixe est en *C*, de manière que la distance *BC* soit triple de la distance *CA*, ce levier ne pourroit se mouvoir d'aucun côté sans que l'espace *BE*, que le plus petit corps parcourroit, fût triple de l'espace *AD*, que le plus grand parcourroit de son côté; de sorte qu'ils ne pourroient se mouvoir qu'avec des forces égales. Or il ne sauroit y avoir de raison qui fît que le corps *A* tendant en bas, par exemple, avec quatre degrés de *mouvement*, élevât le corps *B*; plutôt que le corps *B*, tendant également en en-bas avec ces quatre degrés de *mouvement*, n'éleveroit le corps *A* : on conclut donc avec raison qu'ils resteront en équilibre, & l'on peut déduire de ce principe toute la science de la méchanique.

On demande *si la quantité de* mouvement *est toujours la même.* Les Cartésiens soutiennent que le Créateur a imprimé d'abord aux corps une certaine quantité de *mouvement*, avec cette loi qu'il ne s'en perdroit aucune partie dans aucun corps particulier qui ne passât dans d'autres portions de matière; & ils concluent de-là que, si un mobile en frappe un autre, le premier ne perdra de son *mouvement* que ce qu'il en communiquera au dernier. *Voyez* ce que nous avons dit sur ce sujet à l'*art.* PERCUSSION.

M. Neuton renverse ce principe en ces termes. Les différentes compositions qu'on peut faire de deux *mouvemens* (*voyez* COMPOSITION), prouvent invinciblement qu'il n'y a point toujours la même quantité de *mouvement* dans le monde ; car, si nous supposons que deux boules jointes l'une à l'autre par un fil, tournent d'un *mouvement* uniforme autour de leur centre commun de gravité, & que ce centre soit emporté en même tems uniformément dans une droite tirée sur le plan de leur *mouvement* circulaire, la somme du *mouvement* des deux boules sera plus grande lorsque la ligne, qui les joint, sera perpendiculaire à la direction du centre, que lorsque cette ligne sera dans la direction même du centre, d'où il paroît que le *mouvement* peut & être produit & se perdre; de plus, la tenacité des corps fluides & le frottement de leurs parties, ainsi que la foiblesse de leur force élastique, donne lieu de croire que la nature tend plutôt à la destruction qu'à la production du *mouvement* ; aussi est-il vrai que la quantité de *mouvement* diminue toujours, car les corps qui sont ou si parfaitement durs, ou si mols, qu'ils n'ont point de force élastique, ne réjailliront pas après le choc, leur seule impénétrabilité les empêche de continuer à se mouvoir ; & si deux corps de cette espèce, égaux l'un à l'autre, se rencontroient dans le vide avec des vîtesses égales, les loix du mouvement prouvent qu'ils devroient s'arrêter dans quelqu'endroit que ce fût, & qu'ils y perdroient leur *mouvement* ; ainsi, des corps égaux, & qui ont des *mouvemens* opposés, ne peuvent recevoir un grand *mouvement* après le choc, que de la seule force élastique; & s'ils en ont assez pour le faire réjaillir $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ de la force avec laquelle ils se sont rencontrés, ils perdront en ces différens cas $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ de leur mouvement. C'est aussi ce que les expériences confirment; car, si on laisse tomber deux pendules égaux d'égale hauteur & dans le même plan, de façon qu'ils se choquent, ces deux pendules, s'ils sont de plomb ou d'argille molle, sinon tout, au moins une partie de leur *mouvement* ; & s'ils sont de quelque matière élastique, ils ne retiendront de leur *mouvement* qu'autant qu'ils en reçoivent de leur force élastique. *V.* ELASTIQUE.

Si l'on demande comment il arrive que le *mouvement*, qui se perd à tout moment, se renouvelle continuellement, le même auteur ajoute qu'il est renouvellé par quelque principe actif, tel que la cause de la gravité par laquelle les planètes & les comètes conservent leur *mouvement* dans leur orbite, par laquelle aussi tous les corps acquièrent dans la chûte un degré de *mouvement* considérable, & par la cause de la fermentation qui fait conserver au cœur & au sang des animaux une chaleur & un *mouvement* continuel qui entretient continuellement dans la chaleur les parties intérieures de la terre, qui met en feu plusieurs corps, & le soleil lui-même ; comme aussi

par l'élasticité au moyen de laquelle les corps se remettent dans leur première figure ; car nous ne trouvons guère d'autre *mouvement* dans le monde que celui qui dérive ou des principes actifs, ou du commandement de la volonté. *V.* GRAVITÉ, ELASTICITÉ, *&c.*

Quant à la continuation du *mouvement*, ou la cause qui fait qu'un corps une fois en *mouvement*, persévere dans cet état, les physiciens ont été fort partagés là-dessus, comme nous l'avons déja remarqué. C'est cependant un effet qui découle évidemment de l'une des grandes loix de la nature; savoir, que tous les corps persévèrent dans leur état de repos ou de *mouvement*, à moins qu'ils n'en soient empêchés par des forces étrangères; d'où il s'ensuit qu'un *mouvement* une fois commencé continueroit à l'infini, s'il n'étoit interrompu par différentes causes, comme la force de la gravité, la résistance du milieu, *&c.* de sorte que le principe d'Aristote, *toute substance en* mouvement *affecte le repos*, est sans fondement. *Voyez* FORCE D'INERTIE.

On n'a pas moins disputé sur la communication du *mouvement*, ou sur la manière dont les corps mûs viennent en affecter d'autres en repos, ou enfin sur la quantité de *mouvement* que les premiers communiquent aux autres ; on en peut voir les loix aux *mots* PERCUSSION & COMMUNICATION.

Nous avons observé que le *mouvement* est l'objet des méchaniques, & que les méchaniques sont la base de toute la philosophie naturelle, laquelle ne s'appelle *méchanique* que par cette raison. *Voyez* MÉCHANIQUE.

En effet, tous les phénomènes de la nature, tous les changemens qui arrivent dans le systême des corps, doivent s'attribuer *au mouvement*, & sont réglés par ses loix.

C'est ce qui a fait que les philosophes modernes se sont appliqués avec beaucoup de soin à cette science, & qu'ils ont cherché à découvrir les propriétés & les loix du *mouvement*, soit par l'expérience, soit en y employant la géométrie. C'est à leur travail que nous sommes redevables des grands avantages que la philosophie moderne a sur celle des anciens. Ceux-ci négligeoient fort le *mouvement*, quoiqu'ils parussent, d'un autre côté, en avoir si bien senti l'importance, qu'ils définissoient la nature, *le premier principe du* mouvement *& du repos des substances. V.* NATURE.

Il n'y a rien sur le *mouvement* dans les livres des anciens, si l'on en excepte le peu que l'on trouve dans les livres d'Archimède, *de Æquiponderantibus.* On doit en grande partie la science du *mouvement* à Galilée; c'est lui qui a découvert les règles générales du *mouvement*, & en particulier celle de la descente des graves qui tombent verticalement ou sur des plans inclinés; celle du *mouvement* des projectiles, des vibrations des pendules, objets dont les anciens n'avoient que fort peu de connoissance. *V.* DESCENTE, PENDULE, PROJECTILE, *&c.*

Toricelli son disciple a perfectionné & augmenté les découvertes de son maître, & y a ajouté diverses expériences sur la force de percussion & l'équilibre des fluides. *Voyez* PERCUSSION & FLUIDE. M. Huyghens a beaucoup perfectionné, de son côté, la science des pendules & la théorie de la percussion; enfin Neuton, Léibnitz, Mariotte, *&c.* ont porté de plus en plus la science du *mouvement* à sa perfection. *Voyez* MÉCHANIQUE, *&c.*

Le *mouvement* peut être regardé comme uniforme & comme varié, c'est-à-dire, accéléré ou retardé ; de plus, le *mouvement* uniforme peut être considéré comme simple ou comme composé, le composé comme rectiligne ou comme curviligne.

On peut encore considérer tous ces *mouvemens* ou en eux-mêmes, ou eu égard à leur production & à leur communication par le choc, *&c.*

Le *mouvement* uniforme est celui par lequel le corps se meut continuellement avec une vîtesse invariable. *V.* UNIFORME.

Voici les loix du *mouvement* uniforme. Le lecteur doit observer d'abord que nous allons exprimer la masse ou la quantité de matière par M, le moment ou la quantité de *mouvement*, ou l'effort par E, le tems ou la durée du *mouvement* par T, la vîtesse ou la rapidité du *mouvement* par V, & l'espace ou la ligne que le corps décrit, par S. *Voyez* MOMENT, MASSE, VÎTESSE, *&c.*

De même l'espace étant $= s$ & le tems $= t$, la vîtesse sera exprimée par $\frac{s}{t}$; &, si la vîtesse $= u$, & la masse $= m$, le moment sera pareillement $= um$.

Loix du mouvement uniforme. 1.° Les vîtesses V & u de deux corps qui se meuvent uniformément, sont en raison composée de la directe des espaces S & s, & de l'inverse des tems $T\,t$.

Car $V = \frac{S}{T}$, & $u = \frac{s}{t}$,

donc $V : u :: \frac{S}{T} : \frac{s}{t}$,

donc $V : u :: St : sT$.

C. Q. F. D.

Ce théorême & les suivans peuvent être rendus sensibles en nombre de cette sorte : supposons qu'un corps A dont la masse est comme 7, c'est-à-dire, de 7 livres, décrive dans 3″ de tems un espace de 12 piés, & qu'un autre corps B, dont la masse est comme 5, décrive en 8″ un espace de 16 piés, nous aurons donc $M = 7$, $T = 3$, $S = 12$, $m = 5$, $t = 8$, $s = 16$, & par conséquent $V = 4$, $u = 2$; ce qui réduira notre formule;

$V : u :: St . sT$ en cette forme

$4 . 2 :: 12 \times 8 . 16 \times 3 :: 4 . 2$,

par conséquent, si $V=u$, on aura $St=\int T$, & ainsi,

$$S:\int::T.t;$$

c'est-à-dire, que, *si deux corps se meuvent uniformément & avec la même vitesse, les espaces seront entr'eux comme les tems.* On peut donner en nombre des exemples des corollaires comme du théorême ; ainsi, supposant $S=12$, $T=6$, $\int=8$, $t=4$, on aura $V=\frac{12}{6}=2$, & $u=\frac{8}{4}=2$ par conséquent, puisque $V=u$,

$$\frac{S}{\int}=\frac{T}{t},$$
$$\frac{12}{6} \quad \frac{8}{4}.$$

Si $V=u$ & $t=T$, on aura $S=\int$; ainsi, *les corps qui se meuvent uniformément & avec la même vitesse ; doivent décrire en tems égaux des espaces égaux.*

2.° *Les espaces S & ∫, que les corps décrivent, sont en raison composée des tems T & t, & des vitesses V & u ;*

Car $V:u::St:\int T$,
Donc $V\int T=uSt$,
& $S:\int::VT:ut$,

en nombres $12:8::2\times6:2\times4$;
par conséquent, si $S=\int$, on a $VT=ut$; de façon que $V:u::t:T$; c'est-à-dire, si *deux corps, qui se meuvent uniformément, décrivent des espaces égaux, leurs vitesses seront en raison réciproque des tems.* En nombres, si nous supposons $S=12$, & $\int=12$, comme $S=VT$, & $\int=ut$, si $V=2$. & $u=3$, on pourra faire $T=6$ & $t=4$; mais, si on fait $T=t$, on aura alors $V=u$, & par conséquent *les corps qui se meuvent uniformément, & décrivent des espaces égaux dans des tems égaux, ont des vitesses égales.*

3.° *Les momens ou quantités de mouvement E & e de deux corps qui se meuvent uniformément,* sont en raison composée des vitesses V & u, & des masses ou quantités de matières M & m ; car on a $E=VM$, & $e=um$; *on aura donc* $E:e::VM:um$; c'est-à-dire, que la raison de E à e est composée de celle de V à u, & de M à m.

Si $E=e$, on aura donc $VM=um$, & par conséquent $V:u::m:M$, c'est-à-dire, que, *si les momens de deux corps qui se meuvent uniformément, sont égaux, leurs vitesses seront en raison réciproque de leurs masses*, & par conséquent, si M est, outre cela, égale à m, V sera égal à u; c'est-à-dire, *que, si les momens & les masses de deux corps sont égaux, leurs vitesses le seront aussi.*

4.° *Les vitesses V & u de deux corps qui se meuvent uniformément, sont en raison composée de la directe des momens E & e, & de la réciproque des masses M & m;*

car puisque $E:e::VM:um$;
donc $Eum=eVM$,
& $V:u=Em:eM$,

en nombres $4:2::28\times5:10\times7::4\times1:2\times1::4:2$; donc, si $V=u$, on aura $Em=eM$, & par conséquent $E:e::M:m$; c'est-à-dire, que, *si deux corps se meuvent uniformément & avec la même vitesse, leurs momens seront dans la même raison que leurs masses.*

5.° *Dans un mouvement uniforme, les masses M & m des corps sont en raison composée des momens E & e directement, & des vitesses V & u réciproquement ;*

car puisque $E:e::VM:um$,
donc $Eum=eMV$,
$M:m=Eu:eV$,

en nombre $7:5::28\times2:10\times4::7\times1:5\times1::7:5$. Si $M=m$, on aura alors $Eu=eV$, & par conséquent $E:e::V:u$, c'est-à-dire, *que, si deux corps, qui se meuvent uniformément, ont des masses égales, leurs momens seront entre eux comme leurs vitesses*, supposons en nombre $E=12$, $e=8$, $M=4$, $m=4$, on pourra faire $V=\frac{12}{4}=3$, & $u=\frac{8}{4}=2$.

6.° *Dans un mouvement uniforme, les momens E & e sont en raison composée des masses M & m, & des espaces S & ∫ directement, & des tems T & t réciproquement ;* car à cause que $V:u::St:\int T$,

& $E:e::VM:um$,
on a $VE:ue::VMSt:um\int T$,
donc $E:e::MSt:m\int T$,

par conséquent, si $E=e$, on aura $MSt=m\int T$, & ainsi, $\frac{M}{m}=\frac{\int T}{St}$, $\frac{S}{\int}=\frac{mT}{Mt}$, & $\frac{T}{t}=\frac{MS}{m\int}$,

c'est-à-dire, *si deux corps, qui se meuvent uniformément, ont outre cela des momens égaux; 1.° leurs masses seront en raison composée des tems directement & des espaces réciproquement ; 2.° les espaces seront en raison composée directement des tems & des masses réciproquement ; 3.° les tems seront en raison composée des masses & des espaces. Que, si* de plus $M=m$, on aura alors $\int T=St$, & par conséquent $S:\int::T:t$, c'est-à-dire, que, *si deux corps, qui se meuvent uniformément, ont des momens égaux & des masses égales, les espaces qu'ils parcourront seront proportionnels aux tems.*

Si de plus, $T=t$, on aura aussi $S=\int$, & ainsi, *deux corps qui se meuvent avec des masses & des momens égaux, décrivent des espaces égaux en tems égaux.*

Si $E=e$, & $S=\int$, on aura $Mt=mT$, & par conséquent $M:m::T:t$, c'est-à-dire, que *deux corps, qui se meuvent uniformément avec des momens égaux & qui décrivent des espaces égaux, doivent avoir des masses proportionnelles aux tems qu'ils emploient à décrire ces espaces.*

Si, outre cela, $T=t$, on aura aussi $M=m$, & par conséquent *des corps dont les momens sont égaux, & qui se mouvant uniformément, décrivent des espaces égaux dans des tems égaux, doivent aussi avoir des masses égales.*

Si $E = e$ & $T = t$, on aura alors $MS = mſ$, & par conſéquent $S:ſ::m:M$; c'eſt-à-dire, que *les eſpaces parcourus dans un même tems, & d'un mouvement uniforme par deux corps dont les momens ſont égaux, ſont en raiſon réciproque des maſſes.*

7.° Dans un mouvement uniforme, les eſpaces S & $ſ$ ſont en raiſon compoſée des momens E & e, & des tems T & t directement, & des maſſes m & M réciproquement;
car puiſque $E:e::MSt:mſT$,

$$EmſT = eMSt,$$

par conſéquent $S:ſ::ETm:etM$; d'où il s'enſuit que, ſi $S=ſ$, ETm ſera égal à etM, & que par conſéquent $E:e::tM:Tm$; $M:m::ET:et$; $T:t::eM:Em$.

Ainſi, en ſuppoſant que deux corps parcourent des eſpaces égaux d'un mouvement uniforme, 1.° *leurs momens ſeront en raiſon compoſée des maſſes directement & des tems réciproquement;* 2.° *leurs maſſes ſeront en raiſon compoſée des momens des tems;* 3.° *les tems ſeront en raiſon compoſée des maſſes directement, & des momens réciproquement.*

Si, outre $S=ſ$, on ſuppoſe encore $M=m$, on aura auſſi $ET=et$, & par conſéquent $E:e::t:T$, c'eſt-à-dire, que *des corps dont les maſſes ſont égales, & qui parcourent des eſpaces égaux, ont des momens réciproquement proportionnels aux tems qu'ils emploient à parcourir ces eſpaces.*

Si, outre $S=ſ$, on ſuppoſe encore $T=t$, il ſuivra que $eM=Em$, & par conſéquent *deux corps qui ſe meuvent uniformément, en parcourant les mêmes eſpaces dans les mêmes tems, ont des momens proportionnels à leurs maſſes.*

8.° Deux corps qui ſe meuvent uniformément ont des maſſes M & m en raiſon compoſée des momens E & e, & des tems T & t directement, & des eſpaces $ſ$ & S réciproquement;
car puiſque $E:e::MSt:mſT$; $EmſT=eMSt$,

donc $M:m::ETſ:etS$,

& par conſéquent, ſi $M=m$, on aura $ETſ=etS$, & par conſéquent $E:e::tS:Tſ$; $S:ſ::ET:et$, & $T:t::eS:Eſ$, c'eſt-à-dire, que, *ſi deux mobiles ont des maſſes égales,* 1.° *les momens ſeront en raiſon compoſée des eſpaces directement & des tems réciproquement;* 2.° *les eſpaces ſeront en raiſon compoſée des momens & des tems;* 3.° *les tems ſeront en raiſon compoſée des eſpaces directement, & des momens réciproquement.*

Si, outre $M=m$, on ſuppoſe encore $T=t$, on aura $eS=Eſ$; & par conſéquent $e:E::ſ:S$, c'eſt-à-dire, que, dans le mouvement uniforme, *les momens de deux corps dont les maſſes ſont égales, ſont proportionnels aux eſpaces parcourus dans des tems égaux.*

9.° Dans des *mouvemens* uniformes, les tems T & t ſont en raiſon compoſée des maſſes M & m, & des eſpaces S & $ſ$ directement, & des momens E & e réciproquement;
car puiſque $E:e::MSt:mſT$; $EmſT=eMSt$,

donc $T:t::eMS:Emſ$;

d'où il s'enſuit que, ſi $T=t$, on aura $eMS=Emſ$, & par conſéquent $E:e::MS:mſ$; $M:m::Eſ:eS$ & $S:ſ::Em:eM$; c'eſt-à-dire, que, *ſi deux corps ſe meuvent uniformément dans des tems égaux,* 1.° *leurs momens ſeront en raiſon compoſée des maſſes & des eſpaces;* 2.° *les maſſes ſeront en raiſon compoſée des momens directement, & des eſpaces réciproquement;* 3.° *les eſpaces ſeront en raiſon compoſée des momens directement, & des eſpaces réciproquement.*

Mouvement accéléré, c'eſt celui qui reçoit continuellement de nouveaux accroiſſemens de vîteſſe; il eſt dit *uniformément accéléré* quand ces accroiſſemens de vîteſſe ſont égaux en tems égaux. *Voyez* ACCÉLÉRATION.

Mouvement retardé, c'eſt celui dont la vîteſſe diminue continuellement; il eſt dit *uniformément retardé*, lorſque la vîteſſe décroît proportionnellement aux tems. *Voyez* RETARDATION.

En général, on peut repréſenter les loix du *mouvement* uniforme, ou varié, ſuivant une loi quelconque, par l'équation d'une courbe, dont les abſciſſes expriment les tems t, & les ordonnées correſpondantes les eſpaces parcourus pendant ces tems. Si $e=nt$, n étant un nombre conſtant, les eſpaces ſeront comme les tems, & le mouvement ſera uniforme. S'il y a entre e & t quelqu'autre équation, le *mouvement* ſera varié; ſi on n'a point d'équation finie entre e & t, on pourra exprimer le rapport de e à t par une équation différentielle, $de=Rdt$, R étant une fonction de e & de t, laquelle repréſente la vîteſſe; & il eſt à remarquer que, puiſque $\frac{de}{dt}=R$, le *mouvement* ſera accéléré, ſi la différence de R eſt poſitive, & retardé, ſi elle eſt négative (*voyez* VÎTESSE & FORCE); car, dans le premier cas, la vîteſſe R ira en croiſſant, & dans le ſecond, en décroiſſant.

C'eſt un axiome de méchanique, comme on l'a déjà remarqué, *qu'un corps qui eſt une fois en repos ne ſe mouvera jamais, à moins qu'il ne ſoit mis en mouvement par quelqu'autre corps, & que tout corps qui eſt une fois en mouvement continuera toujours à ſe mouvoir avec la même vîteſſe & dans la même direction, à moins que quelqu'autre corps ne le force à changer d'état.*

On doit conclure de-là qu'un corps mû par une ſeule impulſion, doit continuer à ſe mouvoir en ligne droite, & que, s'il eſt emporté dans une courbe, il doit être pouſſé au moins par deux forces, dont l'une, ſi elle étoit ſeule, le feroit continuer en ligne droite, & dont l'autre, ou les autres, l'en détournent continuellement.

Si l'action & la réaction de deux corps (non élaſtiques) eſt égale, il ne s'enſuivra aucun *mouvement*

vement de leur choc ; mais les corps resteront, après le choc, en repos l'un contre l'autre.

Si un mobile est poussé dans la direction de son *mouvement*, il sera accéléré ; s'il est poussé par une force qui résiste à son *mouvement*, il sera alors retardé ; les graves descendent par un mouvement accéléré.

10.° Si un *corps se meut avec une vîtesse uniformément accélérée, les espaces qu'il parcourra seront en raison doublée des tems qu'il aura employés à les parcourir* ; car que la vîtesse acquise dans le tems t soit $= u$, celle que le grave acquerra dans le tems $2t$, sera $2u$ dans le tems $3t$, sera $3u$, &c. & les espaces correspondans à ces tems t, $2t$, $3t$, seront proportionnels à tu, $4tu$, $9tu$, par conséquent ces espaces seront comme 1, 4, 9, &c. Les tems étant, de leur côté, comme 1, 2, 3, &c. il est donc vrai *que les espaces seront en raison doublée des tems. Voyez* ACCÉLÉRATION.

D'où il s'ensuit que, dans le mouvement uniformément accéléré, *les tems seront en raison soudoublée des espaces.*

11.° *Les espaces parcourus par un corps qui se meut d'un mouvement uniformément accéléré, croissent dans des tems égaux comme les nombres impairs* 1, 3, 5, 7, &c.

Car si les tems qu'un mobile uniformément accéléré emploie dans son *mouvement*, sont comme 1, 2, 3, 4, 5, &c. on a vu que les espaces qu'il parcourra seront, dans le premier tems, 1 comme 1, dans 2 comme 4, dans 3 comme 9, dans 4 comme 16, dans 5 comme 25, & ainsi soustrayant l'espace parcouru dans le premier tems ; savoir 1, de l'espace parcouru en 2, savoir 4, il restera l'espace parcouru dans le second moment seulement, savoir, 3. On trouvera semblablement que l'espace parcouru dans le troisième tems seulement, sera $9 - 4 = 5$, que l'espace parcouru dans le quatrième, sera $16 - 9 = 7$, & ainsi des autres. L'espace correspondant au premier tems, sera donc 1, celui du second 3, celui du troisième 5, celui du quatrième 7, celui du cinquième 9, &c. & ainsi les espaces parcourus par un mobile qui se meut d'un mouvement uniformément accéléré, croissent dans des tems égaux comme les nombres impairs 1, 3, 5, 7, &c. C. Q. F. D.

12.° *Les espaces parcourus par un corps qui se meut d'un* mouvement *uniformément accéléré, & en commençant par partir du repos, sont en raison doublée des vîtesses.*

Car nommons les vîtesses V & u, les tems T & t, les espaces S & f ; puisque le corps part du repos, la quantité de vîtesse à chaque instant ne dépend que du nombre d'accélérations que le corps a reçu ; & comme il en reçoit par hypothèse, d'égales en tems égaux, & par conséquent un nombre proportionnel au tems, il s'ensuit de-là que les vîtesses à chaque instant doivent être proportionnelles aux tems ; ainsi, V est à u comme T est à t : donc puisque $S . f :: T^2 : t^2$; on aura $S . f :: V^2 : u^2$. C. Q. F. D.

Donc *dans les mouvemens uniformément accélérés, les vîtesses sont en raison soudoublée des espaces.*

13.° *Dans les milieux non résistans, & dans des espaces peu grands, les graves descendent d'un mouvement uniformément accéléré, ou qui doit être censé tel* ; car les graves ne descendent avec une vîtesse accélérée, qu'autant que quelque force étrangère agit continuellement sur eux pour augmenter leur vîtesse, & on n'en sauroit imaginer d'autre ici que celle de la gravité ; mais la force de la gravité doit être censée par-tout la même près de la surface de la terre, parce qu'on y est toujours à des intervalles du centre fort grands, & peu différens les uns des autres ; & les expériences qu'on a pu faire à quelque distance que ç'ait été de la terre, n'y ont fait trouver en effet aucune différence sensible ; les corps graves doivent par conséquent être sollicités en embas d'une manière semblable en tems égaux : donc si dans le premier moment de tems, cette force leur donne la vîtesse T, elle leur donnera encore la même vîtesse dans le moment suivant, ainsi du troisième, du quatrième, &c. De plus, comme nous supposons le milieu sans résistance, les graves conserveront la vîtesse qu'ils auront acquise ; & ainsi, comme ils acquerront à tout moment de nouvelles augmentations égales, il faudra qu'ils descendent d'un *mouvement* uniformément accéléré, C. Q. F. D. *Voyez* GRAVITÉ.

Les *espaces dont les corps seront descendus, seront donc, dans les mêmes suppositions, comme les quarrés des tems & des vîtesses, & leurs différences croîtront comme la suite des nombres impairs,* 1, 3, 5, 7, &c. *& les tems ainsi que les vîtesses seront en raison soudoublée des espaces.*

Quand nous supposons que le grave descend dans un milieu non résistant, nous entendons exclure aussi toute sorte d'empêchemens de quelque espèce que ce soit, ou de quelque cause qu'ils procèdent, & généralement nous faisons abstraction de toutes les causes qui pourroient altérer le *mouvement* produit par la seule gravité.

C'est Galilée qui a découvert le premier la loi de la descente des graves par le raisonnement, quoiqu'il ait ensuite confirmé sa découverte par des expériences ; il les répéta plusieurs fois, surtout sur des plans inclinés, & trouva toujours *les espaces parcourus proportionnels aux quarrés des tems.* Riccioli & Grimaldi ont fait aussi les mêmes expériences, mais d'une manière différente. *Voyez* DESCENTE.

14.° Si un grave tombe dans un milieu sans résistance, *l'espace qu'il décrira sera soudouble de celui qu'il auroit décrit dans le même tems par un mouvement uniforme, & avec une vîtesse égale à celle qu'il se trouve avoir acquise à la fin de la*

chûte. Car (*voyez pl. de Méchan. fig.* 202) que la ligne AB représente le tems total de la descente d'un grave, & qu'elle soit divisée en un nombre quelconque de parties égales; tirez aux extrêmités des abscisses AP, AQ, AS, AB, des ordonnées perp. PM, QI, SH, BC, qui puissent représenter les vîtesses acquises par la descente à la fin de ces tems, puisque AP est à AQ comme PM est à QI, & AP est à AS, comme PM est à SH, *&c.* les points MI, *&c.* seront à une droite AC. Si l'on conçoit donc que la hauteur du triangle soit divisée en parties égales & infiniment petites, le *mouvement* pouvant être censé uniforme dans un moment de tems infiniment petit, la petite aire $PpMm$ égale à $Pp \times pM$, sera proportionnelle à l'espace parcouru dans le tems Pp; ainsi, l'espace parcouru dans le tems AB, sera comme la somme de toutes les petites aires, c'est-à-dire, comme le triangle ABC. Mais l'espace qui auroit été décrit dans le même tems AB avec la vîtesse uniforme BC, auroit été proportionnelle au rectangle $ABCD$, le premier de ces espaces est donc à l'autre comme 1 à 2; ainsi, l'espace que le mobile pourroit parcourir uniformément avec la vîtesse BC dans la moitié du tems AB, est égal à l'espace qu'il parcourt avec une accélération uniforme, après être tombé du repos & dans le tems total AB.

15.° *Si un corps se meut d'un* mouvement *uniformément retardé, il ne parcourra, en remontant, que la moitié de l'espace qu'il auroit parcouru s'il s'étoit mû uniformément avec la même vîtesse initiale;* car supposons le tems donné divisé en un nombre quelconque de parties égales, & tirons les droites BC, SH, QI, PM, qui représenteront les vîtesses correspondantes aux parties de tems exprimées par o, BS, BQ, BP, BA; de façon qu'abaissant les perpendiculaires HE, IF, MG, les droites CE, CF, CG, CB, soient comme les vîtesses perdues dans les tems HE, FI, GM, AB, c'est-à-dire, BS; BQ, BF, BA. Or, puisque CE est à CF, comme EH est à FI, & que CG est à CB comme GM est à BA, ABC sera donc par conséquent un triangle. Si donc Bb & Pp sont des momens de tems infiniment petits, le *mouvement* sera uniforme, & par conséquent les espaces décrits par le mobile seront comme les petits espaces $BbcC$, ou $PpmM$; donc tout l'espace décrit par ce même mobile dans le tems AB, sera comme le triangle CBA; or l'espace que le mobile auroit décrit uniformément avec la vîtesse BC, est comme le rectangle $ABCD$: le premier est donc la moitié de l'autre.

16.° *Les espaces décrits dans des tems égaux par un* mouvement *uniformément retardé, décroissent comme les nombres impairs*: car que les parties égales BS, SQ, QP, PA de l'axe du triangle, soient comme les tems, & que les ordonnées BC, SH, QI, PM, soient comme les vîtesses au commencement de chaque tems, les trapèses $BSHC$, $SQIH$, $QPMI$, & le triangle PAM seront donc comme les espaces décrits en ces tems-là; soit maintenant $BC = 4$, & que $BS = SQ = PQ = PA = 1$, SH sera donc $= 3$, $QI = 2$, $PM = 1$; $BSHC$ sera $= \overline{4+3} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$; $SQIH$ sera $= \overline{3+2} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$, $QPMI = \overline{2+1} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$, $PAM = \frac{1}{2}$, & par conséquent les espaces décrits en tems égaux seront comme $\frac{7}{2}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{1}{2}$, c'est-à-dire, comme 7, 5, 3, 1.

Pour la cause de l'accélération du mouvement, *voyez* GRAVITÉ & ACCÉLÉRATION.

Pour la cause de la retardation, voyez RÉSISTANCE & RETARDATION.

Les loix de la communication du mouvement par le choc sont fort différentes, suivant que les corps sont ou élastiques ou non, & que la direction du choc est directe ou oblique, eu égard à la ligne qui joint le centre de gravité des deux corps.

Les corps qui reçoivent ou qui communiquent le *mouvement*, peuvent être ou entièrement durs, c'est-à-dire, incapables de compression, ou entièrement mous, c'est-à-dire, incapables de restitution après la compression de leurs parties; ou enfin à ressort, c'est-à-dire, capables de reprendre leur première forme après la compression. Ces derniers peuvent encore être à ressort parfait; de sorte qu'après la compression, ils reprennent entièrement leur figure; ou à ressort imparfait, c'est-à-dire, capables de la reprendre seulement en partie. Nous ne connoissons point de corps entièrement durs ni entièrement mous, ni à ressort parfait, car, comme dit M. de Fontenelle, la nature ne souffre point de précision.

Lorsqu'un corps en mouvement rencontre un obstacle, il fait effort pour déranger cet obstacle: si cet effort est détruit par une résistance invincible, la force de ce corps est une force morte, c'est-à-dire, qu'elle ne produit aucun effet, mais qu'elle tend seulement à en produire un. Si la résistance n'est pas invincible, la force est alors une force vive, car elle produit un effet réel, & cet effet est ce qu'on appelle *force vive* dans les corps. Sa quantité se connoît par la grandeur & le nombre des obstacles que le corps en mouvement peut déranger en épuisant sa force, *voyez* FORCE.

Voici à quoi peut se réduire tout ce qui a rapport au choc des corps non élastiques, lorsque le coup ou le choc est direct.

17.° *Un mobile qui en frappe un en repos lui communique une portion de* mouvement *telle qu'après le choc ils aillent tous deux de compagnie, & dans la direction du premier, & que le moment ou la quantité du* mouvement *des deux corps après le choc, se trouve être le même que le premier d'entr'eux avoit seul avant le choc.*

Car c'est l'action du premier de ces corps qui donne à l'autre tout le *mouvement* que celui-ci

prend à l'occasion du choc, & c'est la réaction du dernier qui enlève au premier une partie de son *mouvement*; or, comme l'action & la réaction doivent être toujours égales, le moment acquis par l'un, doit être précisément égal au moment perdu par l'autre; de façon que le choc n'augmente ni ne diminue le moment des deux corps pris ensemble.

Il s'ensuit de-là que la vîtesse après le choc, laquelle est, comme on vient de le remarquer, la même dans les deux corps, se trouve, en multipliant la masse du premier corps par la vitesse avant le choc, & divisant ensuite le produit par la somme des masses: on peut conclure encore de-là, que, si un corps en *mouvement* en choque un autre qui se meuve dans la même direction, mais plus lentement, ils continueront tous deux, après le choc, à se mouvoir dans la même direction, mais avec une vîtesse différente de celle qu'ils avoient, & qui sera la même pour les deux, & les momens ou les sommes des *mouvemens* resteront les mêmes après le choc qu'avant le choc.

Si deux corps égaux se meuvent l'un contre l'autre avec des vîtesses égales, ils resteront tous deux en repos après le choc. *Voyez les articles* COMMUNICATION & PERCUSSION.

Mouvement simple est celui qui est produit par une seule force ou puissance.

Mouvement composé est celui qui est produit par plusieurs forces ou puissances qui conspirent à un même effet. *Voyez* COMPOSITIONS.

Les forces ou puissances sont dites *conspirer*, lorsque la direction de l'une n'est pas absolument opposée à celle de l'autre; comme lorsqu'on imagine que le rayon d'un cercle tourne autour de son centre, & que l'un des points du rayon est en même tems poussé le long de ce même rayon.

Tout *mouvement* curviligne est composé, comme réciproquement tout *mouvement* simple est rectiligne.

18.° *Si un mobile A (fig. 203) est poussé par une double puissance, l'une suivant la direction AB, l'autre suivant la direction AC, il décrira, en vertu du* mouvement *composé de ces deux-là, la diagonale d'un parallèlogramme AD, dont il auroit décrit les côtés AB ou AC, s'il n'avoit été animé que de l'une des deux forces, & dans le même tems qu'il auroit employé en ce cas à parcourir ces deux côtés.*

Car, si le corps *A* n'étoit poussé que par la force imprimée suivant *AB*, il se trouveroit, dans le premier instant, dans quelques points de la droite *AB* comme en *H*, & par conséquent dans la ligne HL parallèle à *AC*; & s'il n'étoit animé que de la seule force qui lui est imprimée selon *AC*, il se trouveroit au même instant dans quelque point de la ligne *AC* comme en *I*, lequel point *I* est tel que *AI* est à *AH* comme *AB* est à *AC*; c'est ce qu'on peut déduire aisément des loix du *mouvement* uniforme exposées ci-dessus: & par conséquent le corps se trouveroit dans la ligne *IL* parallèle à *AB*. Mais, puisque les directions des puissances ne sont point opposées l'une à l'autre, nulle d'elles ne sauroit empêcher l'effet de l'autre, & par conséquent le corps arrivera dans le même instant de tems dans *HL* & dans *IL*. Il faudra donc qu'il se trouve à la fin de ce tems au point *L*, où ces deux droites se rencontrent. On verra de même que, si on tire *KM* & *MG* parallèles à *AB* & *AC*, le corps se trouvera à la fin dans un autre instant en *M*, & enfin au bout du tems total en *D*. C. Q. F. D.

Donc, puisqu'on peut construire un parallélogramme *ABCD* autour de toute droite *AD*, en faisant deux triangles égaux & opposés sur cette droite *AD* prise pour base commune, il s'ensuit de-là que tout *mouvement* rectiligne peut toujours, s'il en est besoin, être considéré comme composé de deux autres.

Mais comme, dans cette formation d'un parallélogramme autour de la droite *AD*, la proportion des côtés *AC*, *AD* peut varier & être prise à volonté, de même aussi le *mouvement AD* peut être composé d'une infinité de manières différentes, & ainsi un même *mouvement* rectiligne peut être composé d'une infinité de divers *mouvemens* simples, & par conséquent peut être décomposé suivant le besoin d'une infinité de manières.

De-là il s'ensuit encore que, *si un mobile est tiré par trois puissances différentes, dont deux soient équivalentes à la troisième, & cela suivant les directions BA, AC, AD, (fig. 204), ces puissances seront les unes aux autres, en raison des droites BD, DA, DC, parallèles à leurs directions, c'est-à-dire, en raison inverse des sinus des angles renfermés par les lignes de leur direction & la ligne de direction de la troisième :* car *DB* est à *AD* comme le sinus de l'angle *BAD* est au sinus de l'angle *ABD*.

19.° *Dans le* mouvement *composé uniforme, la vîtesse produite par les* mouvemens *qui conspirent, est à la vîtesse de chacun des deux pris séparément, comme la diagonale AD (fig. 203), du parallélogramme ABCD, suivant les côtés desquels ils agissent, est à chacun de ces côtés AB ou AC.*

Car en même tems que l'une des puissances emporteroit le mobile dans le côté *AB* du parallélogramme, & l'autre dans le côté *AC*, elles l'emportent à elles deux lorsqu'elles se réunissent le long de la diagonale *AD*; la diagonale est donc l'espace décrit par les forces conspirantes dans le même tems. Mais, dans le *mouvement* uniforme, les vîtesses sont comme les espaces parcourus dans un tems donné; donc la vîtesse provenant des forces conspirantes, est à la vîtesse de chacune des forces en particulier comme *AD* à *AB*, ou à *AC*.

Ainsi, les forces conspirantes étant données, c'est-à-dire, la raison des vîtesses étant donnée par les droites *AB*, *AC* données de grandeur,

& la direction de ces forces étant donnée de position par ces lignes ou par l'angle qu'elles doivent faire, la vîtesse & la direction du *mouvement* oblique sera aussi donnée, parce que la diagonale est alors donnée de grandeur & de position.

Néanmoins le *mouvement* oblique étant donné, les *mouvemens* simples ne le sont pas par-là réciproquement, parce qu'un même *mouvement* oblique peut être composé de plusieurs différens *mouvemens* simples.

2.° *Dans les* mouvemens *composés produits par les mêmes forces, la vîtesse est d'autant plus grande, que l'angle de direction est moindre, & elle est d'autant moindre qu'il est plus grand.*

Car soit *B A C* le plus grand angle de direction (*fig.* 205) & *F A C* le moindre; puisque les forces sont supposées les mêmes dans les deux cas, *A C* sera commun aux deux parallélogrammes *A F C E* & *B A C D*, & outre cela *A B*, sera $=$ *A F*: or il est évident que la diagonale *A D* appartient au cas du plus grand angle, & que la diagonale *A E* appartient au cas du plus petit, & qu'enfin ces diagonales sont décrites dans un même tems, parce que *A B* $=$ *A F* : les vîtesses sont donc entr'elles comme *A D* est à *A E*, c'est pourquoi *A D* étant moindre que *A E*, la vîtesse dans le cas du plus grand angle est moindre que dans le cas du plus petit.

Ainsi, la vîtesse des forces conspirantes & l'angle de leur direction, dans un cas particulier, étant donnés, on peut dès-lors déterminer la vîtesse du *mouvement* composé, & par conséquent les rapports des vîtesses produites par les mêmes forces sous différens angles de direction.

Donc, 1.° si les forces composantes agissent dans la même direction, le mobile se meut plus vîte; mais la direction de son *mouvement* n'étant point changée, ce corps se meut d'un *mouvement* simple. 2.° Si ces deux forces sont egales & opposées l'une à l'autre, elles se détruisent mutuellement; alors le corps ne sort point de place, & il n'y a aucun *mouvement* produit. 3°. Si les forces opposées sont inégales, elles ne se détruisent qu'en partie, le *mouvement* qui en résulte est l'effet de la différence de ces deux forces, c'est-à-dire, de l'excès de la plus grande sur la plus petite. 4.° Si ces deux forces font angle l'une avec l'autre, elles retarderont ou accéléreront le *mouvement* l'une de l'autre, selon que l'obliquité des lignes qui les représentent sera dirigée.

On voit aussi que l'on peut également considérer toutes les forces comme étant réunies dans une force qui les représente, ou cette force unique, comme étant divisée dans celles qui la composent. Cette méthode est d'un grand usage & d'une grande utilité dans les méchaniques, pour découvrir la quantité de l'action des corps qui agissent obliquement les uns sur les autres.

Par ce même principe, on connoît le chemin d'un corps qui obéit à un nombre quelconque de forces qui agissent sur lui à-la-fois; car, lorsqu'on a déterminé le chemin que deux de ces forces font parcourir au mobile, ce chemin devient le côté d'un nouveau triangle, dont la ligne, qui représente la troisième force, devient le second côté, & le chemin du mobile la base. En procédant ainsi jusqu'à la dernière force, on connoîtra le chemin du mobile par l'action réunie de toutes les forces qui agissent sur lui.

Un corps peut éprouver plusieurs *mouvemens* à-la-fois; par exemple, un corps que l'on jette horizontalement dans un bateau, éprouve le *mouvement* de projectile qu'on lui communique, & celui que la pesanteur lui imprime à tout moment vers la terre; il participe outre cela au *mouvement* du vaisseau dans lequel il est. La rivière sur laquelle est ce vaisseau s'écoule sans cesse, & ce corps participe à ce *mouvement*. La terre sur laquelle coule cette rivière tourne sur son axe en vingt-quatre heures: voilà encore un *mouvement* nouveau que le corps partage. Enfin la terre a encore son *mouvement* annuel autour du soleil, la révolution de ces poles, le balancement de son équateur, &c. & le corps que nous considérons participe à tous ces *mouvemens*; néanmoins il n'y a que les deux premiers qui lui appartiennent, par rapport à ceux qui sont transportés avec le corps dans ce bateau; car tous les corps qui ont un *mouvement* commun avec nous, sont comme en repos par rapport à nous.

La ligne courbe désigne toujours un *mouvement* composé. Décrire une ligne courbe, c'est changer à tout moment de direction. Si deux forces qui poussent un corps sont également accélérées, ou bien si l'une est accélérée tandis que l'autre est uniforme, la ligne décrite par le corps en *mouvement* ne sera plus une ligne droite, mais une ligne courbe, dont la courbure est différente, selon la combinaison des inégalités des forces qui la font décrire: car ce corps obéira à chacune des forces qui le poussent, selon la quantité de leur action sur lui. Ainsi, par exemple, s'il y a une des forces qui renouvelle son action à chaque instant, tandis que l'action de l'autre force reste la même, le chemin du mobile sera changé à tout moment; & c'est de cette façon que tous les corps, que l'on jette obliquement, retombent vers la terre.

Le *mouvement* instantané d'un corps est toujours en ligne droite: la petitesse des droites que ce mobile parcourt à chaque instant, nous empêche de les distinguer chacune en particulier, & tout cet assemblage de lignes droites infiniment petites, & inclinées les unes aux autres, nous paroît une seule ligne courbe. Mais chacune de ces petites droites représente la direction du *mouvement* à

chaque instant infiniment petit, & elle est la diagonale d'un parallélogramme formé sur la direction des forces actuelles qui agissent sur ce corps. Ainsi, le *mouvement* est toujours en ligne droite à chaque instant infiniment petit, de même qu'il est toujours uniforme.

Il y a un mouvement dans lequel les parties changent de place, quoique le tout n'en change point. C'est le *mouvement* relatif d'un corps qui tourne sur lui-même, comme la terre, par exemple, dans son *mouvement* journalier. Ce sont alors les parties de ce corps qui tendent à décrire les droites infiniment petites, dont nous venons de parler. Il y auroit encore bien des observations à faire sur ce vaste sujet, mais cet ouvrage n'est pas susceptiple de détails plus amples. On peut lire les *chapitres xj & xij des Institutions physiques* de madame du Châtelet, dont nous avons extrait une partie de cet article; la *Physique* de M. Muschembroëk; l'*Essai* de M. de Crousaz sur le *mouvement*, qui fut couronné par l'Académie des Sciences, & plusieurs autres ouvrages.

Sur les loix particulières du mouvement *qui est produit par la collision des corps élastiques ou non élastiques, soit que leurs directions soient perpendiculaires, soit qu'elles soient obliques. V.* PERCUSSION.

Sur les mouvemens *circulaires & les loix des projectiles, voyez* FORCE CENTRALE & PROJECTILE.

Sur les mouvemens *des pendules & leur oscillation, voyez* PENDULE & OSCILLATION.

Mouvement intestin marque une agitation intérieure des parties dont un corps est composé. *Voyez* FERMENTATION, EFFERVESCENCE, *&c.*

Quelques philosophes pensent que toutes les particules des fluides sont dans un *mouvement* continuel, & cette propriété est contenue dans la définition même que plusieurs d'entr'eux donnent de la fluidité (*voyez* FLUIDITÉ); & quant aux solides, ils jugent que leurs parties sont aussi en *mouvement* par les émissions qui sortent continuellement de leurs pores. *V.* EMISSION.

Suivant cette idée, le *mouvement* intestin ne seroit autre chose qu'un *mouvement* des plus petites parties intestines de la matière, excitées continuellement par quelqu'agent extérieur & caché, qui de lui-même seroit insensible, mais qui se découvriroit néanmoins par ses effets, & que la nature auroit destiné à être le grand instrument des changemens des corps.

MOUVEMENT, en Astronomie, se dit particulièrement du cours régulier des corps célestes. *V.* SOLEIL, PLANÈTE, COMÈTE, *&c.*

Le *mouvement* diurne est le premier que l'on ait observé, comme nous l'avons expliqué au *mot* ASTRONOMIE.

Le *mouvement* de la terre d'occident en orient est une chose démontrée. *V.* SYSTÊME DE COPERNIC.

Mouvement propre est celui par lequel une planète avance chaque jour d'occident en orient d'une certaine quantité. *V.* PLANÈTE, où il y a une table du *mouvement* de chacune.

Le *mouvement* moyen se distingue du *mouvement* vrai, en ce que l'un est supposé dégagé de toutes les inégalités, & l'autre affecté de celles qui ont lieu dans le ciel.

Le *mouvement apparent* se dit aussi en opposition au *mouvement* vrai, lorsqu'il est affecté par la *réfraction* ou par la *parallaxe.*

Le *mouvement* est géocentrique ou héliocentrique, suivant qu'il est vu de la terre, ou considéré comme s'il étoit vu du soleil.

Les *mouvemens* apparens des étoiles sont la *précession*, l'*aberration* & la *nutation.*

Le *mouvement* de la 8^e^ sphère, dans l'ancienne astronomie, est ce que nous appellons *précession.* On appelloit *mouvement premier* ou *mouvement de rapt*, celui qui se fait en 24 heures, ou le *mouvement* diurne; *mouvement second*, celui qui est propre à chaque planète; *mouvement de trépidation* ou de *libration*, celui qui faisoit changer l'obliquité de l'écliptique & la précession des équinoxes, & on le distinguoit quelquefois en deux; *mouvement* de libration première, pour expliquer la variation de l'obliquité, & *mouvement* de libration seconde pour le changement des équinoxes.

MOYEN, adj. *terme fort en usage dans l'Astronomie.* On dit le lieu *moyen*, le mouvement *moyen*, la distance moyenne, le diamètre *moyen*, la parallaxe moyenne, le tems *moyen*, *&c.* pour exprimer ce qui tient le milieu entre le plus fort & le plus foible.

La longitude moyenne ou le lieu *moyen* d'une planète, est le point où elle devroit se trouver, si elle alloit uniformément, & qu'elle n'eût point d'inégalités. Les astronomes, pour calculer la longitude vraie d'une planète, commencent toujours par chercher sa longitude moyenne, & ils y appliquent les équations nécessaires, à raison des inégalités observées. *V.* ANOMALIE.

Le mouvement moyen d'un astre, est celui que l'on considère indépendamment des inégalités ou des équations qui le rendent plus ou moins prompt. Ainsi, la lune, par son mouvement propre, ne fait quelquefois que 11 degrés & trois quarts en un jour, quelquefois elle en fait quinze & un tiers; mais, quand on rassemble le fort & le foible, on trouve 13° 10′ 35″ pour son mouvement *moyen* en 24 heures; le plus ou le moins vient des inégalités de son mouvement. *V.* LUNE, EXCENTRICITÉ, EQUATION.

Le tems *moyen* est celui que le soleil règle & indique par son mouvement *moyen*, supposé uniforme, par opposition avec le tems vrai que le soleil marque réellement sur nos méridiennes & nos cadrans; *voyez* EQUATION DU TEMS. Il en est de même du midi *moyen* par rapport au midi vrai.

La distance moyenne d'un astre est aussi celle qui tient le milieu entre la plus grande & la plus petite. Par exemple, la lune décrit autour de la terre une ellipse ou une orbite alongée, de manière que sa distance est quelquefois de 80187 lieues, dans son périgée, quelquefois de 91397, dans son apogée; la différence est de 11210 lieues, & la distance moyenne 85792 : elle est plus grande de 5605 que la distance périgée, & plus petite d'autant que la distance apogée. Il en est de même des distances de toutes les autres planètes. (*D. L.*)

MOYENNE *proportionnelle arithmétique*, (*Géom.*) est une quantité qui est *moyenne* entre deux autres, de manière qu'elle excède la plus petite d'autant qu'elle est surpassée par la plus grande.

Ainsi, 9 est *moyen proportionnel arithmétique*, entre 6 & 12. On dit aussi, pour abréger, *moyen* ou *moyenne arithmétique. Voyez* PROPORTION.

Moyenne proportionnelle géométrique, ou simplement *moyenne proportionnelle*, est encore une quantité *moyenne* entre deux autres; mais de façon que le rapport géométrique qu'elle a avec l'une de ces deux y soit le même que celui que l'autre a avec elle.

Ainsi, 6 est *moyen proportionnel géométrique*, ou simplement *moyen proportionnel* entre 4 & 9, parce que 4 est les deux tiers de 6, de même 6 est les deux tiers de 9. *Voyez* PROPORTION. (*O*)

MUL

MULTANGULAIRE, ad. (*Géom.*) se dit d'une figure ou d'un corps qui a plusieurs angles. *Voyez* ANGLE & POLYGONE qui est plus usité.

MULTILATERE, adj. *en Géométrie*, est un mot qui s'applique aux figures qui ont plus de quatre côtés ou angles; on les nomme autrement & plus ordinairement *polygones. Voyez* POLYGONES. (*O*)

MULTINOME, adj. se dit *en Mathématique*, des quantités composées de plusieurs autres, comme $a + b\ c + d$, &c. *Voyez* RACINE, MONOME, BINOME, *&c.*

M. Moivre a donné dans les *Transactions philosophes*, *n.°* 230, une méthode pour élever un *multinome* quelconque à une puissance quelconque, ou pour en extraire la racine quelconque. Cette méthode est un corollaire de la méthode générale de M. Neuton, pour élever un binome quelconque, $a + b$ à une puissance quelconque. Le théorême de M. Moivre est rapporté au commencement de l'analyse des infiniment petits de M. Stone, traduit en françois, & imprimée à Paris en 1735. *Voyez à l'article* BINOME *la formule de* M. Neuton. (*O*)

MULTIPLE, adj. se dit, en *Arithmétique*, d'un nombre qui en contient un autre un certain nombre de fois exactement. *V.* NOMBRE, EQUIMULTIPLE, *&c.*

Ainsi, 6 est multiple de 2; ou, ce qui est la même chose, 2 est une partie aliquote de 6, puisque 2 est contenu dans 6 trois fois; de même 12 est *multiple* de 6, 4 & 3, puisqu'il contient deux fois 6, trois fois 4 & quatre fois 3. (*O*)

Une raison *multiple* est celle qui se trouve entre des nombres *multiples. Voyez* RAISON & RAPPORT.

Si le plus petit terme d'un rapport est une partie aliquote du plus grand, le rapport du plus grand au plus petit est appellé *multiple*, & celui du plus petit au plus grand est nommé *sous-multiple.*

Le nombre *sous-multiple* est celui qui est contenu dans un nombre multiple; ainsi, 1, 2 sont *sous-multiples* de 6, & 3 *sous-multiple* de 9.

Les rapports doubles, triples, *&c.* comme aussi les rapports sous-doubles, sous-triples, *&c.* sont différentes espèces de rapports *multiples* ou *sous-multiples.*

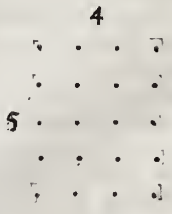
MULTIPLE, point *multiple*, *en Géométrie*, est le point commun d'intersection de deux ou plusieurs branches d'une même courbe qui se coupent. *V.* BRANCHE, COURBE & POINT.

MULTIPLE, poulie *multiple* est, *en Méchanique*, un assemblage de plusieurs poulies. *V.* POULIE & MOUFFLE. (*O*)

MULTIPLICANDE, s. m. est, *dans l'Arithmétique*, un des deux facteurs de la multiplication; c'est le nombre que l'on donne à multiplier par un autre qu'on appelle *multiplicateur. V.* MULTIPLICATEUR.

MULTIPLICATEUR, subst. m. se dit, *en Arithmétique*, du nombre par lequel on doit multiplier le multiplicande. *Voyez* MULTIPLICANDE.

Des deux nombres donnés dans la multiplication, on prend ordinairement le plus grand pour multiplicande, & on le place au-dessus du plus petit qu'on prend pour *multiplicateur.* Mais le résultat de l'opération sera toujours le même, quel que soit celui des deux nombres qu'on prendra pour multiplicande ou pour *multiplicateur*; en effet, quatre fois 5, ou cinq fois 4, font également 20, comme on le voit à l'œil par la figure suivante.



Voyez MULTIPLICATION.

De ce que *a* par *b*, ou *b* par *a* donnent le même produit, il s'ensuit que de quelque manière qu'on multiplie l'une par l'autre trois quantités *a*, *b*, *c*, elles donneront le même produit; car 1.° $ab = ba$, donc 1.° $abc = bac$; 2.° $cab = cba$; 3.° $cab = abc$, & $cab = bac$; 4.° $bac = bca$; 5.° $abc = acb$, *&c.* donc on verra que tous les produits *abc*, *acb*, *bac*, *bca*, *cab*, *cba* sont égaux. Il en seroit de même si on prenoit quatre quantités *a*, *b*, *c*, *d*, & ainsi de suite. *Voyez* PRODUIT. (*O*)

MULTIPLICATION, s. f. *en Arithmétique*, c'est une opération par laquelle on prend un nombre autant de fois qu'il est marqué par un autre, afin de trouver un résultat que l'on appelle *produit.* Si l'on demandoit, par exemple, la somme de 329 liv. prises 58 fois, l'opération par laquelle on a coutume, en arithmétique, de déterminer cette somme, est appellée *multiplication.* Le nombre 329, que l'on propose de multiplier, se nomme *multiplicande*; & le nombre 58, par lequel on doit multiplier, est appellé *multiplicateur*; & enfin on a donné le nom de *produit* au nombre 19082, qui est le résultat de cette opération. Voici comment elle s'exécute.

Multiplicande, ... 329.
Multiplicateur, ... 58.

2632.
1645.

19082. Produit.

Après avoir disposé le multiplicateur 58 sous le multiplicande 329, c'est-à-dire, les unités de l'un sous les unités de l'autre, les dixaines sous les dixaines, *&c.* & avoir tiré une ligne, je dis 8 fois 9 = 72; je pose 2 & je retiens 7, comme dans l'addition; ensuite 8 fois 2 = 16, auxquels ajoutant 7 j'ai 23; je pose donc 3 & retiens 2; après quoi je dis, 8 fois 3 = 24 & 2 retenus font 26; j'écris 6 & pose 2 en avançant vers la gauche.

Quand j'ai opéré sur le multiplicande 329 avec le premier nombre 8 du multiplicateur; je répète une opération semblable avec le nombre suivant 5, ayant soin de mettre le premier chiffre de ce nouveau produit sous les dixaines, parce qu'alors ce sont des dixaines qui multiplient; & faisant ensuite l'addition des deux produits 2632 & 1645 disposés comme on le voit dans l'exemple, je trouve que le produit total est 19082.

S'il y avoit eu trois chiffres au multiplicateur, on auroit agi sur le multiplicande avec le troisième chiffre du multiplicateur, de même que l'on a fait avec les deux premiers, observant de placer le premier chiffre de ce troisieme produit sous le chiffre qui multiplie; ce qui est une loi générale dont la raison est bien évidente; car à la troisième place ce sont des cent qui commencent à multiplier des unités, ils produisent donc des cent, & par conséquent il faut en placer le premier chiffre sous la colonne des cent, *&c.*

On voit donc que toute la difficulté de la *multiplication* consiste à trouver sur-le-champ le produit d'un chiffre par un autre chiffre. Ainsi, il n'y a qu'à apprendre de mémoire la table de *multiplication. Voyez* TABLE DE PYTHAGORE.

La théorie de cette règle est sujette à des difficultés qui embarrassent les commençans: 45 ouvriers ont fait chacun 26 toises d'ouvrage, quel est le produit total? quoique le bon sens dise bien clairement qu'il faut multiplier 26 par 45, il paroît toujours étrange que des toises multiplient des ouvriers. Effectivement cela ne peut pas être. C'est pourquoi quand on propose de multiplier 26 toises par 45 ouvriers, la question se réduit uniquement à prendre 26 toises 45 fois; & par-là on apperçoit évidemment qu'il n'y a que *multication* de toises.

Cette opération se fait avec beaucoup de célérité, quand il y a plusieurs zéros de suite, soit au multiplicateur soit au multiplicande, sur-tout quand les zéros commencent par la place des unités. Vous avez, par exemple, 2000 à mulplier par 300; ne faites pas d'abord attention aux trois zéros du multiplicande, ni aux deux zéros du multiplicateur; faites simplement l'opération sur les deux chiffres 2, 3, pour avoir leur produit 6, à la suite duquel vous placerez tant les zéros du multiplicande que ceux du multiplicateur, c'est-à-dire, cinq zéros en ce cas; & vous aurez 600000, qui est le produit de 2000 par 300.

Quand les zéros sont mêlés avec les chiffres significatifs, vous prendrez toujours pour multiplicateur, celui des deux nombres où il y a moins de chiffres significatifs; parce que les zéros ne multipliant jamais, l'opération va plus vîte. Vous avez, par exemple, 500203 à multiplier par 80009: disposez les nombres comme vous le voyez ici.

500203.
80009.

4501827.
4001624.

40020741827.

où vous remarquerez qu'après avoir fait agir le 9 du multiplicateur, l'on passe tout-d'un-coup à son chiffre 8, qui est la cinquième place, & cela par la raison que les zéros ne sauroient rien produire.

Parlons maintenant de la *multiplication* complexe, c'est-à-dire, de celle où il y a des quantités de différente espèce. On demande à com-

bien reviennent 35 aunes d'étoffe à 24 liv. 15 ſ. l'aune.

		35 aunes	
		à 24 l. 15 ſ. l'aune.	
		140	
		70	
		840	
Pour	10 ſ.	17	10
Pour	5 ſ.	8	15
		866 l.	5 ſ.

Sans faire d'abord attention aux 15 ſ. on multipliera 35 par 24, dont le produit eſt 840 liv. après quoi on cherchera ce que produiront 35 aunes à 15 ſ. l'aune. On obſervera que 15 ſ. = 10 ſ. + 5 ſ. prenons 35 aunes à 10 ſ. il eſt certain que ſi 10 ſ. valoient une livre, 35 aunes vaudroient 35 livres : mais 10 ſ. ne ſont que la moitié d'une livre, par conſéquent 35 aunes ne vaudront que la moitié de 35 liv. = 17 liv. 10 ſ. On placera donc ces nombres ainſi que l'opération l'indique; & l'on prendra enſuite la valeur 35 aunes à 5 ſ. mais comme 35 aunes à 10 ont produit 17 liv. 10 ſ. il eſt évident que 35 aunes à 5 ſ. produiront la moitié de 17 liv. 10 ſ. = 8 liv. 15 ſ. que l'on écrira ſous le produit précédent; faiſant enſuite l'addition des différens produits, on trouvera que le produit total eſt 866 l. 5 ſ.

Cette manière de multiplier s'appelle *multiplication par les parties aliquotes.* Les parties aliquotes d'une quantité ſont celles qui diviſent exactement & ſans reſte la quantité dont elles ſont partie : ainſi, 10 ſ. eſt une partie aliquote de la livre, ils en ſont la deuxième partie ; 5 ſ. en ſont le quart, 2 ſ. le dixième, & 1 ſ. le vingtième. Mais 9 ſ. ou 7 ſ. ne ſont pas des parties aliquotes de la livre, parce que 9 & 7 ne diviſent pas 20 ſ. valeur de la livre exactement & ſans reſte : mais il eſt facile de transformer ces quantités en parties aliquotes de la livre ; car 9 ſ. = 4 ſ. + 5 ſ. parties aliquotes de la livre.

La preuve de la *multiplication* ſe fait en diviſant le produit par un des deux facteurs, l'autre facteur doit venir au quotient ſi l'opération eſt bien faite; ſavoir le multiplicande, ſi on a diviſé par le multiplicateur, & le multiplicateur ſi on a diviſé par le multiplicande. Ou bien mettez le multiplicateur en la place du multiplicande, & faiſant l'opération à l'ordinaire, vous devez retrouver le même produit qu'auparavant : car il eſt clair que 6×8 ou 8×6 produiſent également 48.

Multiplication en Géométrie. *V.* Surface, Solide.

La *multiplication algébrique* eſt beaucoup plus ſimple que la numérique; car, pour multiplier une grandeur algébrique par une autre, il ne s'agit que d'écrire ces quantités les unes à côté des autres ſans aucun ſigne; ainſi, a multiplié par b produit ab; cd multiplié par m donne cdm: mais, pour s'exprimer avec plus de facilité, on obſervera que le ſigne $\times$ ſignifie *multiplié par,* & que celui-ci = veut dire *égale* ou *vaut* : ainſi, $a \times b = ab$, ſignifient que a multiplié par b égale ab; &c. où l'on voit que des quantités algébriques ſont cenſées multipliées l'une par l'autre, dès qu'elles ſont écrites les unes immédiatement à côté des autres, ſans aucun ſigne; ce qui eſt une pure convention : mais les grandeurs algébriques ſont preſque toujours précédées de coëfficiens & des ſignes + ou —. *Voyez* Coefficiens *&* Signe. En ce cas, 1.° $+3cd \times +5bm = +15bcdm$, en diſant $+ \times + = +$; enſuite $3 \times 5 = 15$; enfin $cd \times bm = bcdm$; en ſorte que $+15bcdm = +3cd \times +5bm$.

2.° Si l'on a une grandeur négative à multiplier par une grandeur poſitive, le produit doit être affecté du ſigne — : ainſi, $-2bd \times +3af = -6abdf$, en diſant $- \times + -$; après cela, $2 \times 3 = 6$, que l'on écrira à la ſuite du ſigne —, & $bd \times af = abdf$: le produit total de $-2bd \times +3af$ eſt donc $-6abdf$.

3.° Le produit d'une grandeur poſitive par une négative doit auſſi être affecté du ſigne —; c'eſt pourquoi $+4rs \times -bd = -4bdrs$; ce que l'on détermine en diſant $+ \times - = -$: 4×1 (que l'on ſuppoſe toujours précéder la quantité qui n'en eſt pas accompagnée) = 4 : enfin $rs \times bd = bdrs$. Ainſi, le produit de $+4rs$ par $-bd = -bdrs$; ce qui ſuppoſe que $+ \times - = -$ nous allons bientôt le démontrer.

4.° Deux grandeurs négatives ou affectées du ſigne — donnent + à leur produit, lorſqu'elles ſe multiplient; $-3bd \times -4d = +12bd^2$, & c'eſt ce qui ne paroît pas aiſé à concevoir. Comment *moins* par *moins* peut-il donner *plus ?* Examinons la manière dont les ſignes agiſſent les uns ſur les autres.

Démonſtration des règles précédentes. La *multiplication* des coëfficiens ne fait aucune difficulté; ce ſont des nombres qui ſe multiplient, comme dans l'arithmétique; celle des quantités algébriques eſt de pure convention. Il n'y a donc que la *multiplication* des ſignes qui mérite une explication; il faut prouver que $+ \times + = +$; que $+ \times - = -$; que $- \times + = -$; que $- \times - = +$.

1.° $+3 \times +4$ doit donner $+12$; car le multiplicateur $+4$ étant affecté du ſigne +, montre qu'il faut prendre la quantité $+3$ poſitive autant de fois qu'il eſt marqué par 4, c'eſt-à-dire, qu'il faut la prendre 4 fois telle qu'elle eſt : or 4 fois $\times 3 = +3 +3 +3 +3 = +12$; ainſi, $+ \times + = +$.

2.° $+3 \times -4 = -12$. Remarquez que le multiplicateur 4 étant affecté du ſigne —, fait connoître qu'il faut retrancher la grandeur $+3$ quatre fois;

quatre fois; on écrira donc $-3-3-3-3=-12$. On voit donc pourquoi $+\times-=-$.

3.° $-3\times+4=-12$; car le multiplicateur 4 étant positif, signifie qu'il faut prendre -3 quatre fois, & par conséquent écrire $-3-3-3-3=-12$; ainsi, $-\times+=-$.

4.° $-3\times-4=+12$. On doit toujours se régler sur le signe du multiplicateur; son signe étant négatif, le multiplicateur -4 indique qu'il faut retrancher -3 quatre fois: or, pour ôter $-$, on écrit $+$ (*Voyez* SOUSTRACTION). Donc, pour ôter -3 quatre fois, on écrira $+3+3+3+3=+$.

Ainsi, on peut établir une règle générale très-simple pour la *multiplication* des signes. *Toutes les fois que les quantités, qui se multiplient, ont le même signe, on écrira + au produit* (puisque $+\times+=+$, & que $-+-=+$); *mais on écrira —, quand elles auront des signes différens*; car $+\times-=-$, & $-\times+=-$, ainsi qu'on l'a démontré ci-dessus.

Nous venons de donner les règles de la *multiplication* par rapport aux monomes, c'est-à-dire, aux quantités algébriques qui n'ont qu'un terme: quant aux polinomes, c'est-à-dire, aux quantités algébriques qui ont plusieurs termes; il faut multiplier, comme dans l'arithmétique, tous les termes du multiplicande par chaque terme du multiplicateur; on cherche ensuite la somme de tous ces différens produits, en réduisant les quantités semblables, s'il y en a. *V.* ADDITION & RÉDUCTION. Exemple:

$$\begin{array}{l} aa-2ac+cc \\ \quad\times \\ a-c \\ \hline a^3-2a^2c+ac^2 \\ \quad -a^2c+2ac^2-c^3 \\ \hline a^3-3a^2c+3ac^2-c^3 \ldots\ldots \text{produit total.} \end{array}$$

Pour multiplier $aa-2ac+cc$ par $a-c$, on écrira le multiplicateur $a-c$ sous le multiplicande $aa-2ac+cc$, comme on le voit dans l'exemple; & tirant une ligne, on dira $aa\times a=a^3$, on écrira a^3 en supprimant le signe $+$. Ensuite on multipliera le terme $-2ac$ par a, en disant $-\times+=-$: $2ac\times a=2a^2c$: on écrira donc $-2a^2c$ à la suite de a^3. On continuera de multiplier $+cc$ par a, afin d'avoir $+ac^2$, que l'on mettra à la suite de $-2a^2c$ sous la ligne. Et si le multiplicande contenoit un plus grand nombre de termes, on ne finiroit pas de multiplier par a, à moins que tous les termes du multiplicande n'eussent été multipliés par ce premier terme du multiplicateur. Quand le premier terme du multiplicateur a fait son office, on fait agir de même le second terme $-c$ sur tous les termes du multiplicande; ainsi, l'on dira $aa\times-c=-a^2c$, que l'on écrira, ainsi qu'il est marqué dans l'exemple. On multipliera ensuite $-2ac$ par $-c$, en disant $-\times-=+$: $2ac\times c=2ac^2$: le produit de $-2ac$ par $-c$ est donc $+2ac^2$; enfin $+cc\times-c=-c^3$. Tous les termes du multiplicande ayant été multipliés par chaque terme du multiplicateur, on tirera une ligne sous les produits qui en sont venus; & faisant la réduction de ces produits, on trouvera que le produit total est $a^3-3a^2c+3ac^2-c^3$.

On voit, par cet exemple, qu'on ne multiplie jamais qu'un monome par un monome; ainsi, la *multiplication* des polinomes est plus longue, mais elle n'est pas différente de celle des monomes: un plus grand nombre d'exemples seroit donc inutile, si ce n'est pour s'exercer: mais l'on peut s'en donner soi-même tant que l'on voudra. (*O*)

MULTIPLIER, *en Arithmétique*, c'est réduire en pratique, la règle de multiplication. *V.* MULTIPLICATION & MULTIPLICANDE.

La règle de trois consiste à multiplier le troisième terme par le second, & à diviser le produit par le premier terme. *V.* RÈGLE DE TROIS. (*O*)

MURAL, (*Astron.*) quart de cercle *mural*, instrument d'astronomie. *Voyez* QUART DE CERCLE.

MUSCIDA, (*Astron.*) nom de l'étoile qui est sur la bouche de Pégase, marquée ε dans les catalogues.

MYO

MYOPE, adj. pris substantivement (*Optique*) c'est une personne qui a la vue courte ou basse. *Voyez* VUE.

Ce mot vient du grec μύωψ composé, à ce qu'on prétend, de μύς *souris*, & de ὤψ *œil*, parce qu'on croit, dit-on, avoir observé que la souris a la vue courte. Nous nous en rapportons sur ce fait aux Naturalistes.

Myope se dit proprement de ceux qui voient confusément les objets éloignés, & distinctement les objets proches. Ceux qui ont le défaut opposé s'appellent *presbytes*. *Voyez* PRESBYTE.

Le défaut de la vue des *myopes* ne vient ni du nerf optique, ni de la prunelle, mais de la forme du crystallin, ou de la distance à laquelle il est de la rétine. Quand le crystallin est trop rond ou trop convexe, il rend les rayons trop convergens, *voyez* RÉFRACTION; de sorte qu'ils se réunissent trop près du crystallin, & avant de parvenir à la rétine; c'est la même chose quand la rétine est trop proche du crystallin, quoique le crystallin ne soit pas trop convexe. *Voyez* CRYSTALLIN, RÉTINE, &c.

La trop grande convexité de la cornée fait aussi qu'on est *myope*, par la même raison. La cornée est cette membrane convexe semblable à de la corne qui paroît sur la surface du globe de l'œil. *Voyez* CORNÉE. On remarque en effet que presque toutes les personnes qui ont les

yeux fort gros, ou la cornée fort convexe, sont *myopes*.

Le défaut des vues *myopes* diminue avec le tems, parce que l'œil s'applatit à mesure que l'on avance en âge, & devient de la convexité nécessaire, pour que les rayons se réunissent exactement sur la rétine. C'est pour cette raison qu'on dit que les vues courtes sont les meilleures, c'est-à-dire, celles qui se conservent le mieux & le plus long-tems.

Ceux qui ont la vue *myope*, peuvent remédier à ce défaut par le moyen d'un verre concave placé entre l'œil & l'objet. Car ce verre ayant la propriété de rendre les rayons plus divergens avant qu'ils arrivent à l'œil (*voyez* VERRE & LENTILLE), les rayons entrent donc plus divergens dans l'œil, que s'ils partoient directement de l'objet, & par conséquent ils se réunissent plus tard au fond de l'œil qu'ils ne feroient s'ils partoient de l'objet même. En effet, la formule donnée au mot LENTILLE, fait voir que plus la distance y de l'objet à la lentille est petite, c'est-à-dire, plus les rayons incidens sont divergens, plus le foyer est éloigné, puisque $z = \frac{2aby}{ay+by-2ab}$ est la même chose que $z = \frac{2ab}{a+b-\frac{2ab}{y}}$; quantité d'autant plus grande, que y est plus petite. Or le crystallin peut être regardé comme une lentille; donc quand l'œil *myope* est armé d'un verre concave, le foyer du crystallin est le plus long, & peut par conséquent tomber alors au fond de l'œil, ce qui est nécessaire pour la vision distincte. *Voyez* VISION. (*O*).

NAD

NADIR, (*Astron.*) point du ciel qui est directement sous nos pieds, & auquel aboutit la ligne verticale tirée du point que nous habitons, par le centre de la terre. C'est le point opposé au zénit. Ce mot est purement arabe; nathéir en arabe signifie semblable, & indique le point qui est semblable au point vertical ou au zénit, parce que le zénit & le *nadir* sont les deux poles de l'horizon : ces deux points en sont chacun éloignés de 90°, & par conséquent sont tous deux dans le méridien. Le *nadir* est proprement zénit de nos antipodes, dans la supposition que la terre soit exactement sphérique; mais, comme elle ne l'est pas, il n'y a proprement que les lieux situés sous l'équateur ou sous les poles dont le *nadir* soit le zénit de leurs antipodes.

Nadir du soleil est le nom que quelques anciens astronomes ont donné à l'axe du cone, formé par l'ombre de la terre; ils l'appellent ainsi, parce que cet axe coupe l'écliptique en un point diamétralement opposé au soleil; mais cette dénomination n'est plus en usage. *Chambers. Ozanam.* (*D. L.*)

NAPPE-D'EAU, s. f. (*Arch. hydr.*) espèce de cascade dont l'eau tombe en forme de *nappe* mince sur une ligne droite, (telle est celle qui est à la tête de l'allée-d'eau à Versailles), ou sur une ligne circulaire, comme le bord d'un bassin rond. Les plus belles *nappes* sont celles qui sont les plus garnies, mais elles ne doivent pas tomber d'une grande hauteur parce qu'elles se déchirent. Pour éviter ce déchirement, on ne doit donner aux grandes *nappes* que deux pouces d'eau par chaque pié courant, & un pouce aux petites *nappes* des buffets & pyramides. Lorsqu'on n'a pas assez d'eau pour suivre ces proportions, on déchire la *nappe*; ce qui se fait en pratiquant sur les bords de la coquille ou de la coupe des ressauts de pierre ou de plomb, de manière que l'eau ne tombe que par lames; & ces lames d'eau n'ont guère moins d'agrément qu'une belle *nappe*, quand elles sont bien ménagées. (*D. J.*)

NATURE, *loix de la*, sont des axiomes ou règles générales de mouvement & de repos qu'observent les corps naturels dans l'action qu'ils exercent les uns sur les autres, & dans tous les changemens qui arrivent à leur état naturel.

Quoique les loix de la *nature* soient proprement les mêmes que celles du mouvement, on y a cependant mis quelques différences. En effet, on trouve des auteurs qui donnent le nom de *loix* du mouvement aux loix particulières du mouvement, & qui appellent loix de la *nature* les loix plus générales & plus étendues, qui sont comme les axiomes d'où les autres sont déduites.

De ces dernières loix M. Neuton en établit trois.

1.° Chaque corps persévère de lui-même dans son état de repos ou de mouvement rectiligne uniforme, à moins qu'il ne soit forcé de le changer par l'action de quelque cause étrangère.

Ainsi, les projectiles persévèrent dans leur mouvement jusqu'à ce qu'il soit éteint par la résistance de l'air & par la gravité; de même une toupie dont les parties sont continuellement détournées de leur mouvement rectiligne par leur adhérence mutuelle, ne cesse de tourner autour d'elle-même qu'à cause de la résistance de l'air & du frottement du plan sur lequel elle se meut. De même encore les masses énormes des planètes & des comètes qui se meuvent dans un milieu non résistant, conservent long-tems leur mouvement sans altération. *Voyez* FORCE D'INERTIE, RÉSISTANCE & MILIEU.

2.° Le changement qui arrive dans le mouvement est toujours proportionnel à la force qui le produit, & se fait dans la direction suivant laquelle cette force agit.

Si une certaine force produit un certain mouvement, une force double produira un mouve-

ment double ; une force triple ; un mouvement triple, soit que ce mouvement soit imprimé tout à-la-fois, ou successivement & par degrés ; & comme la direction de ce mouvement doit toujours être celle de la force motrice, il s'ensuit que si, avant l'action de cette force, le corps a un mouvement, il faut y ajouter le nouveau mouvement s'il se fait du même côté, ou l'en retrancher s'il se fait vers le côté opposé, ou l'y ajouter obliquement s'il lui est oblique, & chercher le mouvement composé de ces deux mouvemens, eu égard à la direction de chacun. *V.* COMPOSITION DU MOUVEMENT.

3.° La réaction est toujours contraire & égale à l'action, c'est-à-dire, que les actions de deux corps l'un sur l'autre sont mutuellement égales & de directions contraires.

Tout corps qui en presse ou en tire un autre, en est réciproquement pressé ou tiré. Si je presse une pierre avec mon doigt, mon doigt est également pressé par la pierre. Si un cheval tire un poids par le moyen d'une corde, le cheval est aussi tiré vers le poids; car la corde étant également tendue par-tout, & faisant un effort égal des deux côtés pour se relâcher, tire également le cheval vers la pierre, & la pierre vers le cheval, & empêchera l'un d'avancer, autant qu'elle fait avancer l'autre.

De même, si un corps qui en choque un autre en change le mouvement, il doit recevoir, par le moyen de l'autre corps, un changement égal dans son mouvement, à cause de l'égalité de pression.

Dans toutes ces actions des corps, les changemens sont égaux de part & d'autre, non pas dans la vîtesse, mais dans le mouvement, tant que les corps sont supposés libres de tout empêchement. A l'égard des changemens dans la vîtesse, ils doivent être en raison inverse des masses, lorsque les changemens, dans les mouvemens, sont égaux. *V.* ACTION & RÉACTION.

Cette même loi a aussi lieu dans les attractions. *V.* ATTRACTION. *Chambers.*

NATUREL, (*Arithm.*); dans les tables des logarithmes, on appelle *nombres naturels* ceux qui expriment les nombres consécutifs 1, 2, 3, 4, 5, *&c.* à l'infini, pour les distinguer des nombres *artificiels*, qui en sont les logarithmes. *V.* LOGARITHME. *Chambers.* (*E*)

NAVETTE, (*Hyd.*) *V.* SAUMON.

NAVIRE, (*Astron.*), constellation méridionale, appellée aussi le *vaisseau*, le *navire d'Argos* ou de *Jason*, le *charriot de mer*; *Argo navis*, *carina Argoa*, *celox Jasonis*, *currus maris*, *carina*, *equus neptunius*, *carina pegasea*, *navigium prædatorium.* Ce *navire* si célèbre dans l'antiquité, le premier, dit-on, qui eût jamais été fait, tira son nom (suivant quelques auteurs) du constructeur nommé *Argo*, ou du mot grec Ἀργὸς, qui signifie prompt ; il fut construit dans la Thessalie par ordre de Minerve & de Neptune, pour aller à la conquête de la Toison-d'Or. Jason fut le chef de l'entreprise ; il étoit accompagné de 56 autres héros, plus ou moins, suivant différens auteurs ; la date de cette fameuse expédition est ordinairement fixée à 13 ou 14 cens ans avant J. C. La constellation du *navire* ne contient que 22 étoiles dans le catalogue britannique, mais il y en a beaucoup plus dans le catalogue de la Caille. C'est dans le *navire* qu'est la belle étoile appellée *canopus*; elle est appellée ainsi dans Pline, l. 6, c. 22; dans la traduction de Ptolémée, p. 189 ; dans Manilius I, 216 ; dans le catalogue de la Caille. Flamsteed & Hévélius écrivent *canobus.* Elle étoit adorée en Egypte.

Le passage du soleil dans le verseau étoit annoncé par l'étoile *canopus*, par la coupe, la tête de la vierge & céphée; on forma un emblême composé de ces quatre constellations, avec cette inscription: *Regnum Canopicum. Voyez* le *Planisphère des Génies* ou la *Sphère des Décans*, qui est à la fin des Commentaires de Scaliger sur Manilius, & que M. Dupuis a expliqué de la manière la plus satisfaisante. (*Astron.* t. IV, p. 443). (*D. L.*)

NAUTIQUE, adj. (*Astron. & Géog.*), se dit de ce qui a rapport à la navigation.

Astronomie nautique est l'Astronomie propre aux navigateurs. Il y a des ouvrages de Maupertuis, du P. Pézénas & de M. le Monnier, sous le titre d'*Astronomie Nautique.*

N E B

NÉBULASIT, nom de l'étoile β à la queue du lion.

NÉBULEUSES, s. f. (*Astron.*), étoiles fixes d'une lumière pâle & obscure; elles sont plus petites que celles de la sixième grandeur, & par conséquent difficiles à distinguer à la vue simple ; on les voit comme de petits nuages, ou de petites taches obscures.

Avec un médiocre télescope, ces *nébuleuses* se voient facilement ; elles paroissent d'une matière à-peu-près semblable à la voie lactée.

On a aussi donné le nom de *nébuleuses* à de petits amas d'étoiles qu'on a peine à distinguer à la vue simple. Dans la *nébuleuse* du cancer, appellée *præsepe*, qui est à la poitrine du cancer, on a compté jusqu'à trente-six petites étoiles; mais ces amas d'étoiles ne sont pas ce que nous appellons de véritables *nébuleuses.*

La voie lactée forme une blancheur autour du ciel, & l'on trouve aussi, dans d'autres parties où la voie lactée ne s'étend pas, de petites blancheurs qui, à la vue simple, ressemblent à des étoiles peu lumineuses, & qui, dans le télescope, sont une blancheur large & irrégulière, dans laquelle on ne distingue point d'étoiles, ou des espaces mêlés de cette blancheur & de petites étoiles : c'est cette

blancheur pâle qu'on appelle proprement *nébuleuse*.

La première *nébuleuse*, proprement dite, qu'on découvrit après l'invention des lunettes d'approche, fut celle d'Andromède, remarquée, en 1612, par Simon Marius; il en donna la description dans la préface de son *Mundus Jovialis*; elle ne paroît à la vue que comme un nuage; mais, dans la lunette, elle paroissoit, selon Marius, formée par trois rayons blancs, pâles, irréguliers, qui étoient plus clairs en approchant du centre. M. le Gentil dit qu'elle change de forme, *Mém. de l'Acad.* 1759; elle occupe environ un quart de degré. Quoique Tycho eut observé l'étoile qui est la plus boréale de la ceinture d'Andromède, il n'avoit pas fait mention de cette *nébuleuse*, qui en est assez proche. Boulliaud est cependant persuadé qu'elle avoit été vue plus de 600 ans auparavant; il crut, en 1666, qu'elle avoit diminué de clarté dans l'espace de quelques années qu'il l'avoit observée; il remarqua aussi qu'elle se trouvoit dans des figures de constellation décrites vers l'an 1500, quoiqu'ensuite Tycho ni Bayer ne l'eussent pas remarquée; cela lui fit croire que cette *nebuleuse* étoit sujette à disparoître dans certain tems: Kirch est du même avis, mais cela n'est pas bien constaté (*Mém. Acad.* 1731 & 1759; *Philosoh. Transact.* 1666, n.° 21).

La *nébuleuse* d'orion est au-dessous du baudrier ou des trois rois, *planch. d'Astron. fig.* 3; c'est la plus remarquable de toutes les *nébuleuses*; cependant Huygens fut le premier qui l'observa, par hasard, en 1656 (*Systema saturnium*, 1659): elle a six minutes de longueur; elle est d'une figure irrégulière, alongée & courbe; sa blancheur est vive dans la lunette, & l'on n'y distingue que sept petites étoiles. Mairan croit qu'elle a souffert quelques altérations depuis Huygens (*Traité de l'aurore boréale*, pag. 262, édit. de 1754; *Mém.* 1759, pag. 465); il dit qu'elle est devenue plus dense, & qu'elle a changé de forme: il cite à ce sujet le témoignage de MM. Godin & de Fouchy. J'ai donné, dans les *figures* 19 & 20, le dessin de cette *nébuleuse* d'après Mairan, avec l'étoile de Huygens environnée d'une nébulosité de même espèce; on peut voir trois autres figures de la même *nébuleuse* dans les Mémoires de l'Académie pour 1759.

On a apperçu successivement depuis un siécle un grand nombre de petites *nébuleuses*, spécialement M. Messier, M. Bode & M. Méchain, depuis qu'ils se sont occupés à chercher des comètes, parce qu'il arrive souvent que l'on prend une *nébuleuse* pour une comète qui commence à paroître.

M. Darquier en a découvert, en 1779, une auprès de β de la lyre, qui est singulière par sa figure ronde & terminée, mais très-foible & très-pâle, en sorte qu'on la prendroit pour une planète éteinte.

M. Messier a donné un mémoire intéressant sur les *nébuleuses* & un catalogue de toutes celles qu'il a observées, dans les Mémoires de l'Académie pour 1771; je l'ai placé dans le 7^e^ volume des Ephémérides, que j'ai publié en 1774, & il y en a un plus complet dans la *Connoissance des tems* de 1783, & dans celle de 1787, avec des augmentations, par M. Méchain. Il y en a un de M. Bode dans le premier volume des tables de l'Académie de Berlin; mais M. Herschel, avec son nouveau télescope de 20 piés, en a vu un bien plus grand nombre; il m'écrivoit, au mois de mars 1785, qu'il en avoit vu plus de mille.

Avant les découvertes de M. Herschel, je regardois les *nébuleuses* comme de petites portions de la voie lactée, répandues en différens endroits du ciel; & il me paroissoit difficile de décider si la voie lactée elle-même, aussi-bien que les *nébuleuses* dans la lumière, est vive sans être parsemée d'étoiles, où l'on n'appercevoit qu'une blancheur uniforme, même avec les plus grandes lunettes, étoient cependant formées par de véritables étoiles, situées fort près l'une de l'autre. C'est le sentiment de Cassini (*Elém. d'Astron.* p. 78); mais, dit la Caille, cela n'est pas certain; car, avec quelqu'attention que j'aie considéré les extrêmités les mieux terminées, soit de la voie lactée, soit des *nuages* qui sont dans l'hémisphère austral, je n'y ai rien apperçu avec une lunette de 14 piés, qu'une blancheur dans le fond du ciel, sans y voir plus d'étoiles qu'ailleurs, où le fond étoit obscur (*Mém. Acad.* 1755, p. 195). Maupertuis, dans son discours sur les différentes figures des astres, avoit proposé une nouvelle conjecture à ce sujet. Selon lui, il peut y avoir dans les cieux des masses de matière, soit lumineuses, soit réfléchissant la lumière, dont les formes sont des sphéroïdes de toutes espèces, les uns approchant de la sphéricité, les autres sont applatis. De tels astres, dit-il, peuvent causer des apparences semblables à celles dont il s'agit.

Mairan, voyant quelqu'analogie entre la lumière zodiacale & ces nébulosités, pensoit qu'on pouvoit les attribuer à l'atmosphère de plusieurs étoiles, dont les unes se voient dans la plupart des *nébuleuses*, & dont plusieurs autres peut-être se dérobent à notre vue. La figure irrégulière de la *nébuleuse* d'orion & sa continuité n'ont rien qui doive surprendre, dit Mairan: des positions différentes & une distance si énorme ne sauroient manquer de confondre ou de mutiler à nos yeux la plupart des atmosphères, & pourroient fort bien nous en montrer l'assemblage & le total sous la figure que cette clarté représente. *Traité de l'aur. boréale*, p. 263.

Enfin il me sembloit qu'on pouvoit dire aussi que c'est une partie de la matière éthérée, de la matière de feu, de la substance dont les étoiles sont composées, mais qui ne paroît sous la forme de globe que quand elle est rassemblée en assez

grande quantité, & assez rapprochée pour qu'elle s'arrondisse par l'attraction mutuelle de ses parties. Mais M. Herschel ayant vu, dans toutes les *nébuleuses*, une quantité de petites étoiles, il y a lieu de croire que la blancheur ne vient que de la multitude de celles que nous ne pouvons distinguer. *Philos. Trans.* 1784. (*D. L.*)

NÉBULEUX, se dit du ciel lorsqu'il est obscurci par des nuages.

NÉFASTES; jours *néfastes* étoient ceux où l'on ne pouvoit rendre la justice. *V.* CALENDRIER.

N E G

NÉGATIF, adj. (*Alg.*), *quantités négatives, en algèbre*, sont celles qui sont affectées du signe —, & qui sont regardées par plusieurs mathématiciens, comme plus petites que zéro. Cette dernière idée n'est cependant pas juste, comme on le verra dans un moment. *V.* QUANTITÉ.

Les quantités *négatives* sont le contraire des positives: où le positif finit, le négatif commence. *Voy.* POSITIF.

Il faut avouer qu'il n'est pas facile de fixer l'idée des quantités négatives, & que quelques habiles gens ont même contribué à l'embrouiller par les notions peu exactes qu'il en ont données. Dire que la quantité *négative* est au-dessous du rien, c'est avancer une chose qui ne se peut pas concevoir. Ceux qui prétendent que 1 n'est pas comparable à -1, & que le rapport entre 1 & -1 est différent du rapport entre -1 & 1, sont dans une double erreur: 1.° parce qu'on divise tous les jours, dans les opérations algébriques, 1 par -1: 2.° l'égalité du produit de -1 par -1, & de $+1$ par $+1$, fait voir que 1 est à -1 comme -1 à 1.

Quand on considère l'exactitude & la simplicité des opérations algébriques sur les quantités *négatives*, on est bien tenté de croire que l'idée précise que l'on doit attacher aux quantités négatives doit être une idée simple, & n'être point déduite d'une métaphysique alambiquée. Pour tâcher d'en découvrir la vraie notion, on doit d'abord remarquer que les quantités qu'on appelle *négatives*, & qu'on regarde faussement comme au-dessous du zéro, sont très-souvent représentées par des quantités réelles, comme dans la géométrie, où les lignes *négatives* ne diffèrent des positives que par leur situation à l'égard de quelque ligne au point commun. *Voyez* COURBE. De-là il est assez naturel de conclure que les quantités *négatives*, que l'on rencontre dans le calcul, sont en effet des quantités réelles auxquelles il faut attacher une idée autre que celle qu'on avoit supposée. Imaginons, par exemple, qu'on cherche la valeur d'un nombre x, qui, ajouté à 100, fasse 50, on aura, par les règles de l'Algèbre, $x + 100 = 50$, & $x = -50$; ce qui fait voir que la quantité x est égale à 50, & qu'au lieu d'être ajoutée à 100, elle doit en être retranchée; de sorte qu'on auroit dû énoncer le problême ainsi: trouver une quantité x qui, étant retranchée de 100, donne 50 pour reste; en énonçant le problême ainsi, on auroit $100 - x = 50$, & $x = 50$; la forme *négative* de x ne subsisteroit plus. Ainsi, les quantités *négatives* indiquent réellement, dans le calcul, des quantités positives, mais qu'on a supposées dans une fausse position. Le signe — que l'on trouve avant une quantité, sert à redresser & à corriger une erreur que l'on a faite dans l'hypothèse, comme l'exemple ci-dessus le fait voir très-clairement. *Voyez* EQUATION.

Remarquez que nous ne parlons ici que des quantités *négatives* isolées, comme $-a$, ou des quantités $a - b$, dans lesquelles b est plus grand que a; car, pour celles où $a-b$ est positif, c'est-à-dire, où b est plus petit que a, le signe ne fait aucune difficulté.

Il n'y a donc point réellement & absolument de quantité *négative* isolée: -3 pris abstraitement ne présente à l'esprit aucune idée; mais, si je dis qu'un homme a donné à un autre -3 écus, cela veut dire en langage intelligible, qu'il lui a ôté 3 écus.

Voilà pourquoi le produit de $-a$ par $-b$, donne $+ab$: car a & b étant précédés du signe — par la supposition, c'est une marque que ces quantités a, b, se trouvent mêlées & combinées avec d'autres à qui on les compare, puisque, si elles étoient considérées comme seules & isolées, les signes —, dont elles sont précédées, ne présenteroient rien de net à l'esprit. Donc ces quantités $-a$ & $-b$ ne se trouvent précédées du signe —, que parce qu'il y a quelqu'erreur tacite dans l'hypothèse du problême ou dans l'opération: si le problême étoit bien énoncé, ces quantités $-a$, $-b$, devroient se trouver chacune avec le signe +, & alors leur produit seroit $+ab$; car que signifie la multiplication de $-a$ par $-b$? c'est qu'on retranche b de fois la quantité *négative* $-a$: or, par l'idée que nous avons donnée ci-dessus des quantités *négatives*, ajouter ou poser une quantité *négative*, c'est en retrancher une positive; donc, par la même raison, en retrancher une *négative*, c'est en ajouter une positive; & l'énonciation simple & naturelle du problême doit être, non de multiplier $-a$ par $-b$, mais $+a$ par $+b$; ce qui donne le produit $+ab$. Il n'est pas possible, dans un ouvrage de la nature de celui-ci, de développer davantage cette idée; mais elle est si simple, que je doute qu'on puisse lui en substituer une plus nette & plus exacte; & je crois pouvoir assurer que, si on l'applique à tous les problêmes que l'on peut résoudre, & qui renferment des quantités *négatives*, on ne la trouvera jamais en défaut. Quoi qu'il en soit, les règles des opérations algébriques sur les quantités *négatives*, sont admises par tout le monde, & reçues généralement comme exactes,

quelqu'idée qu'on attache d'ailleurs à ces quantités. Sur les ordonnées négatives d'une courbe & leur situation par rapport aux ordonnées positives, *voyez* COURBE.

Nous ajouterons seulement à ce que nous avons dit dans cet article, que, dans la solution d'un problème géométrique, les quantités *négatives* ne sont pas toujours d'un côté opposé aux positives, mais d'un côté opposé à celui où l'on les a supposées dans le calcul. Je suppose, par exemple, que l'on ait l'équation d'une courbe entre les rayons partant d'un centre ou pole, que j'appelle y, & les angles correspondans que je nomme z; en sorte que y, par exemple, $= \frac{aa}{a + b \operatorname{cos.} z}$, il est évident que, lorsque cos. z sera $= -1$, alors, si a est $> b$, y sera dans une position directement contraire à celle qu'elle avoit lorsque cos. $z = 1$, cependant l'une & l'autre valeur de y seront sous une forme positive dans l'équation. Mais, si a est $< b$, alors la valeur algébrique de y sera *négative*, & y devra être prise du même côté que quand cos. $z = 1$, c'est-à-dire, du côté contraire à celui vers lequel on a supposé qu'elle devoit être prise. Il se présente encore d'autres cas, en géométrie, où les quantités *négatives* paroissent se trouver du côté où elles ne devroient pas être; mais les principes que nous venons d'établir, & ceux que nous avons posés ou indiqués à l'*article* EQUATION, suffiront pour résoudre ces sortes de difficultés. Nous avons expliqué, dans cet article, en quoi les racines *négatives* des équations différoient des racines imaginaires; c'est que les premières donnent une solution du problême envisagé sous un aspect un peu différent, & qui ne diffère point même dans le fond de la question proposée; mais les imaginaires ne donnent aucune solution possible du problême, de quelque manière qu'on l'envisage. C'est que les racines *négatives*, avec de légers changemens à la question, peuvent devenir positives, au lieu que les imaginaires ne le peuvent jamais. Je suppose que j'aie $bby = x^3 - a^3$, ou en faisant $b = 1$, $y = x^3 - a^3$; lorsque x est $< a$, y devient *négative*, & doit être prise de l'autre côté (*voyez* COURBE); pourquoi cela? c'est que, si on avoit reculé l'axe d'une quantité c, ce qui est absolument arbitraire, en sorte qu'au lieu des coordonnées x & y, on eût eu les co-ordonnées x & z, telles que z fût $= y + c$, alors on auroit eu $z = c + x^3 - a^3$; & en faisant $x < a$, z n'auroit plus été *négative*, ou plutôt auroit continué à être encore positive pendant un certain tems: d'où l'on voit que la valeur *négative* de y, $x^3 - a^3$, appartient aussi-bien à la courbe que les valeurs positives; ce qui a été développé plus au long au *mot* COURBE. Au contraire, si on avoit $y = \sqrt{xx - aa}$, & que x fût $< a$, alors on auroit beau transporter l'axe, la valeur de y resteroit imaginaire; ainsi, les racines *négatives* indiquent des solutions réelles, parce que ces racines deviennent positives par de légers changemens dans la solution; mais les racines imaginaires indiquent des solutions impossibles, parce que ces racines ne deviennent jamais ni positives ni réelles par ces mêmes changemens. *Voyez* EQUATION & RACINE.

Quand on a dit plus haut que le *négatif* commence où le positif finit, cela doit s'entendre avec cette restriction, que le positif ne devienne pas imaginaire. Par exemple, soit $y = xx - aa$, il est visible que, si $x > a$, y sera positif; que, si $x = a$, y sera $= o$, & que, si $x < a$, y sera *négatif*. Ainsi, dans ce cas, le positif finit où $y = o$, & le *négatif* commence alors; mais, si on avoit $y = \sqrt{xx - aa}$, alors $x > a$ donne y positif, & $x = a$ donne $y = o$; mais $x < a$ donne y imaginaire.

Le passage du positif au *négatif* se fait toujours par zéro, ou par l'infini. Soit, par exemple, $y = x - a$, on aura y positif tant que $x > a$, y *négatif* lorsque $x < a$, & $y = o$ lorsque $x = a$; dans ce cas, le passage se fait par zéro. Mais, si $y = \frac{1}{x - a}$, on aura y positif tant que x est $> a$, y *négatif* lorsque x est $< a$, & $y = \infty$ lorsque $x = a$; le passage se fait alors par l'infini.

Ce n'est pourtant pas à dire qu'une quantité qui passe par l'infini ou par le zéro, devienne nécessairement de positive, *négative*; car elle peut rester positive. Par exemple, soit $y = \overline{a - x}^2$, ou $y = \frac{1}{\overline{a - x}^2}$; lorsque $a = x$, y est $= o$ dans le premier cas, & $= \infty$ dans le second; mais soit que a soit $> x$, ou que a soit $< x$, y demeure toujours positive. *V.* MAXIMUM. (*O*)

NÉGLIGER, v. act. (*Alg.*): on emploie ce mot dans certains calculs, pour désigner l'omission de plusieurs termes, qui, étant fort petits par rapport à ceux dont on tient compte, ne peuvent donner un résultat sensiblement différent de celui auquel on arrive en omettant ces termes.

Cette méthode est principalement d'usage dans les calculs d'*approximation*, *voyez* APPROXIMATION. Et elle est en général fondée sur ce principe, que, si on a une quantité très-petite x, les termes où entrera le quarré xx de cette quantité seront très-petits par rapport à ceux où entrera la quantité simple x; en effet, xx est incomparablement plus petit que x, puisque xx est à x :: comme x est à 1, & que x est supposée une très-petite partie limitée. A plus forte raison, les termes où se trouveroit x^3, x^4, sont très-petits par rapport à ceux qui contiennent x. Ainsi, on *néglige* tous ces termes, ou au moins ceux qui contiennent les puissances les plus hautes de x.

Cette méthode a été employée avec succès par les géomètres, pour la solution approchée d'un grand nombre de problêmes; cependant on ne doit l'employer qu'avec précaution: car si, par exem-

ple, le coëfficient du terme qui renferme xx, étoit fort grand par rapport à celui du terme qui renferme x, il est visible qu'on ne pourroit *négliger* le terme où est xx, sans s'exposer à une erreur considérable. Il est de même certaines questions où une très-petite quantité *négligée* mal-à-propos, peut produire une erreur considérable. Par exemple, une très-petite erreur dans le rayon vecteur d'une planète, peut en produire une fort sensible dans la position de l'apogée ou du périgée de cette même planète, parce que, près de l'apogée ou du périgée, les rayons vecteurs sont sensiblement égaux. Une autre erreur qu'il faut éviter, c'est de supposer mal-à-propos, dans le calcul, qu'une quantité doit être fort petite; par exemple, si on avoit $\sqrt{2ax-xx}-z$, z étant une quantité fort petite, il est clair qu'on ne devroit traiter z comme très-petite par rapport à $2ax-xx$, que tant que $2ax-xx$ a une valeur considérable; car, si x est presque $=2a$, alors $2ax-xx$ est presque $=0$, & alors z, bien loin d'être petite par rapport à $2ax-xx$, peut être beaucoup plus grande. De même, si un corps est attiré vers un point par une force qui soit en raison inverse du quarré de la distance, & qu'à cette force il s'en ajoute une autre dans la même direction, que j'appellerai φ, & qui soit très-petite par rapport à la première, on auroit tort de supposer, en général, que le rayon vecteur diffère peu de ce qu'il seroit, s'il n'y avoit que la première force; car la seconde force peut être telle qu'elle donne un mouvement à l'apogée, & que par conséquent, au bout de plusieurs révolutions, l'orbite change considérablement de position & de forme. Au reste, l'usage & la lecture des grands géomètres en apprendront plus sur ce sujet que toutes les leçons & tous les exemples. *(O)*

NÉOMÉNIE, nouvelle lune. *V.* Lune.

NEPA, nom du Scorpion.

NEPER, Baguettes *ou* Batons de, *ossa Neperi*, (*Arithmét.*) sont un instrument par le moyen duquel on peut faire promptement & avec facilité la multiplication & la division des grands nombres : on l'a appellé ainsi du nom de son inventeur *Neper*, qui l'est aussi des logarithmes. *Voyez* Logarithmes.

Construction de cet instrument. On prend dix petits bâtons, ou petites lames oblongues faites avec du bois, ou du métal, ou de la corne, ou du carton, ou quelqu'autre matière semblable : on les divise chacune en neuf petits quarrés, & chacun de ces petits quarrés en deux triangles par sa diagonale. *Pl. arith. fig.* 18. Dans ces petits quarrés on écrit les nombres de la table de multiplication, autrement appellé *abaque* ou *table de Pythagore*, de manière que les unités de ces nombres soient dans le triangle le plus à droite de chaque quarré, & les dixaines dans l'autre.

Usage des baguettes de Neper *pour la multiplication.* Pour multiplier un nombre donné par un autre, disposez les bâtons entr'eux, de telle manière que les chiffres d'en-haut représentent le multiplicande; ensuite joignez-y à gauche le bâton ou la baguette des unités : dans ce bâton vous chercherez le chiffre le plus à la droite du multiplicateur, & vous écrirez de suite les nombres qui y répondent horizontalement, dans les quarrés des autres lames, en ajoutant toujours ensemble les différens nombres qui se trouveront dans le même rhombe. Vous ferez la même opération sur les autres chiffres du multiplicateur; ensuite vous mettrez tous les produits les uns sous les autres, comme dans la multiplication ordinaire; enfin vous les ajouterez ensemble pour avoir le produit total. Exemple,

Supposons que le multiplicande soit 5978, & le multiplicateur 937; on prendra le nombre 56, qui (*figure* 18, *pl. arith.*) se trouve au-dessous du dernier chiffre & du multiplicande, & vis-à-vis du dernier chiffre 7 du multiplicateur, on écrira 6; on ajoutera 5 avec 9 qui se trouve dans le même rhombe à côté; la somme est 14 : on écrira 4, & on retiendra 1, qu'on ajoutera avec 3 & 4 qui se trouvent au rhombe suivant; on aura 8, qu'on écrira : ensuite on ajoutera 5 & 6, qui se trouvent dans le rhombe suivant, & qui font 11; on écrira 1, & on retiendra 1, qui ajouté avec le 3 du triangle suivant, fait 4, qu'on écrira. On aura ainsi 41846 pour le produit du multiplicande par 7; on trouvera de même les produits du multiplicande par les autres chiffres du multiplicateur, & la somme de ces produits, disposés comme il convient, sera le produit cherché. *(E)*

Cette opération n'a pas besoin d'être démontrée : si on y fait la plus légére attention, on verra qu'elle n'est autre chose que la multiplication ordinaire, dont la pratique est un peu facilitée, parce qu'on est dispensé de savoir par cœur la table de multiplication, & de se servir des chiffres qu'on retient à chaque nombre que l'on écrit; en un mot, la multiplication est ici réduite à des additions. *(O)*

Usage des bâtons de Neper *pour la division.* Disposez les petits bâtons l'un auprès de l'autre, de manière que les chiffres d'en-haut représentent le diviseur : ajoutez-y à gauche le bâton des unités; ensuite descendez au-dessous du diviseur, jusqu'à ce que vous trouviez une branche horizontale dont les chiffres ajoutés ensemble, comme on a fait dans la multiplication, puissent donner la partie du dividende dans laquelle on doit chercher d'abord combien le diviseur est contenu, ou puissent donner au moins le nombre qui en soit le plus proche, quoique plus petit; retranchez ce nombre de la partie du dividende que vous avez pris, & écrivez au quotient le nombre qui est à gauche dans la branche horizontale; continuez ensuite à déterminer de la

même manière les autres chiffres du quotient, & le problême ſera réſolu. Exemple,

Suppoſons qu'on veuille diviſer 5601386 par 5978 : on ſait qu'il faut d'abord ſavoir combien de fois 5978 eſt contenu dans 56013. Deſcendez (*fig.* 18. *alg.*) au-deſſous du diviſeur juſqu'à ce que vous ſoyez arrivé à la dernière tranche horizontale, dont les nombres étant ajoutés comme dans la multiplication, de rhombe en rhombe, donnent 53802, qui eſt le plus grand nombre au-deſſous de 56013 ; écrivez 9 au quotient, & retranchez 53802 de 56013, le reſte ſera 2211 : deſcendez 8, & opérez ſur le nombre 22118, comme vous avez fait ſur 56013, vous trouverez dans la troiſième tranche horizontale le nombre 17934, qui eſt le plus grand au-deſſous de 22118 ; écrivez 3 au quotient, & opérez ſur le ſecond reſte, comme vous avez fait ſur le premier, vous trouverez encore le chiffre 7, que vous écrirez au quotient, qui par conſéquent ſera 937 ſans reſte. *Chambers.* (*O*).

On trouve dans l'hiſtoire de l'académie de 1738, une méthode préſentée par M. Rauſtain, pour faire les multiplications & diviſions par de nouvelles baguettes différentes de celles de *Neper.* Nous y renvoyons le lecteur, en ajoutant que toutes ces opérations ſont plus curieuſes dans la théorie, qu'utiles & commodes dans la pratique : il eſt bien plus court de ſavoir de mémoire la table de multiplication ou table de Pythagore, que d'avoir recours, pour chaque multiplication qu'on veut faire, à des baguettes qu'on n'a pas toujours ſous la main, & dont l'arrangement demande d'ailleurs un peu de tems & d'attention. (*O*)

NEREUS, nom de la conſtellation de céphée.

NEROS, période ancienne dont on ignore la valeur. *V.* SAROS.

NESSUS, nom de la conſtellation d'hercule.

N E U

1. NEUF, (*Arithmétique*) c'eſt le dernier ou le plus grand des nombres exprimés par un ſeul chiffre. On peut le concevoir ou comme le produit de 3 multiplié par lui-même, ou comme la ſomme des trois premiers termes $\overline{1 + 3 + 5}$ de la ſuite des impairs : d'où il réſulte également (*Voyez* IMPAIR) qu'il eſt un quarré dont 3 eſt la racine.

Deux propriétés l'ont rendu célèbre, & ſont encore l'admiration de ceux qui n'en pénètrent pas le myſtère.

2. *Première propriété.* La ſomme des chiffres qui expriment un multiple quelconque de 9, eſt elle-même un multiple de 9.... Comme *réciproquement* tout nombre dont la ſomme des chiffres eſt un multiple de 9, exprime lui-même un multiple de 9. 63, par exemple (multiple de 9) donne pour la ſomme de ſes chiffres $6 + 3 = 9$... 378 (autre multiple de 9) donne $3 + 7 + 8 = 18 = 9 \times 2$.. *&c.*

Pareillement ſi on écrit au haſard une ſuite de chiffres en nombre quelconque, pourvu ſeulement que leur ſomme ſoit 9 ou l'un de ſes multiples, comme 1107, 882, 11115, *&c.* on eſt aſſuré que le nombre réſultant ſe diviſe exactement par 9.

3. *Seconde propriété.* Si l'on renverſe l'ordre des chiffres qui expriment un nombre quelconque, la différence du nombre *direct* au nombre *renverſé*, eſt toujours un multiple de 9.

Par exemple, $73 - 37 = 36 = 9 \times 4$... $826 - 628 = 198 = 9 \times 22$.., *&c.*

4. Comme le nombre 9 ne tire ſes propriétés que du rang qu'il occupe dans notre ſyſtême de numération, où il précède immédiatement la racine 10 de notre échelle arithmétique, pour rendre la démonſtration générale & applicable à tout autre nombre qui tienne reſpectivement le même rang dans ſon échelle particulière, nommant r la racine d'une échelle quelconque, nous démontrerons les deux propriétés pour un nombre $r - 1$ pris indéterminément ; mais, avant que d'y procéder, il eſt bon de rappeller à l'eſprit quelques propoſitions ou claires par elles-mêmes, ou prouvées ailleurs, deſquelles dépend la démonſtration.

Lemme I. 5. Soient deux nombres avec leur différence, ce qui en fait trois ; de ces 3 nombres ſi deux pris comme on voudra ſont multiples d'un quatrième nombre quelconque, le troiſième l'eſt auſſi..... qu'on nomme les deux nombres par des lettres *conformément à l'hypothèſe*, & l'on ſentira l'évidence de la propoſition.

Lemme II. 6. La différence de deux puiſſances quelconques de la même racine, eſt un multiple de cette racine diminuée de l'unité, c'eſt-à-dire, que $r^m - r^n$, & par une ſuite (faiſant l'expoſant $n = o$) $r^m - 1$ ſont multiples de $r - 1$... pour la preuve, *voyez* EXPOSANT.

Corollaire. 7. La différence d'un chiffre a pris ſuivant une valeur relative quelconque au même chiffre pris, ſuivant toute autre valeur relative, ou ſuivant ſa valeur abſolue, eſt un multiple de $r - 1$.

Cette différence (*voy.* ECHELLE ARITHMÉTIQUE) peut être repréſentée généralement par.. $a . r^m - a . r^n = a \times \overline{r^m - r^n}$; mais la quantité qui multiplie a eſt (*lemme II.*) un multiple de $r - 1$: donc le produit même, ou la différence qu'il repréſente, l'eſt auſſi.

Et ce qu'on dit d'un chiffre pris *ſolitairement* s'appelle de ſoi-même à un nombre compoſé de tant de chiffres qu'on voudra ; il eſt clair que la différence totale aura la même propriété qu'affectent toutes & chacune des différences partiales dont elle eſt la ſomme.

8. Cela poſé,

8. Cela posé, revenons aux propriétés citées du nombre $r-1$.

Première propriété. (*Voyez* n.° 2.) On peut l'énoncer ainsi ; si plusieurs chiffres en nombre quelconque, pris suivant leur valeur relative, donnent un multiple de $r-1$, ces mêmes chiffres pris suivant leur valeur absolue, donneront aussi un multiple de $r-1$.

Démonstration. La différence des deux résultats est (*coroll.*) un multiple de $r-1$; mais (par supposition) le premier l'est aussi : donc (*lemme I.*) le second l'est pareillement.

Au reste, cette démonstration est telle que sans y rien changer elle prouve également l'*inverse* de la proposition.

Seconde propriété. Voyez le n°. 3.

Démonstration. En renversant l'ordre des chiffres on ne fait que changer leur valeur relative ; mais (*coroll.*) la différence qui résulte de cet échange est un multiple de $r-1$: donc, *&c.*

Observez que l'objet de cette seconde démonstration n'est qu'un cas très-particulier de ce qui résulte du corollaire ci-dessus; il établit la propriété non-seulement pour le cas du simple renversement des chiffres, mais généralement pour toute perturbation d'ordre quelconque, entière ou partiale, qu'on peut supposer entr'eux.

9. Il est clair que tout sous-multiple de $r-1$ participera aux mêmes propriétés qu'on vient de démontrer pour $r-1$ même.... aussi 3 en notre échelle en jouit-il aussi pleinement que 9; 2 & 3 aussi pleinement que 6 dans l'échelle septénaire, & 1 dans toutes les échelles, parce que 1 est sous-multiple de tous les nombres.

10. Mais le nombre 9 (& ceci doit s'entendre de tout autre $r-1$) a encore une autre propriété qui jusqu'ici n'avoit point été remarquée... c'est que la division par 9 de tout multiple de 9 peut se réduire à une simple soustraction : en voici la pratique.

Soit 3852 (multiple de 9) proposé à diviser par 9.

Ecrivez o au-dessus du chiffre qui exprime les unités, & dites, qui de o ou (en empruntant *sur tel chiffre qu'il appartiendra*) qui de 10 paie 2 $\left\{\begin{matrix}4280\\3852\end{matrix}\right.$ reste 8; écrivez 8 à la gauche du o avec un point au-dessus, pour marquer qu'il en a été emprunté une unité, & qu'il ne doit plus être pris que pour 7.

Puis dites, qui de 7 paie 5, reste 2 ; écrivez 2 à la gauche du 8.

Enfin dites, qui de 2 ou (en empruntant) qui de 12 paie 8, reste 4, écrivez 4 à la gauche du 2 avec un point au-dessus.... & tout est fait : car $3-3=0$. montre que l'opération est consommée; en sorte que négligeant le o final, le reste 428 est le quotient cherché.

On voit que cette soustraction est plus simple même que l'ordinaire, qui exige trois rangs de chiffres, tandis que celle-ci n'en a que deux : au reste, elle porte aussi sa *preuve* avec elle; car si l'on ajoute (en biaisant un peu) le dernier chiffre du nombre inférieur avec le pénultième de celui-là avec l'antépénultième de celui-ci, & ainsi de suite, la somme vous rendra le nombre supérieur même, s'il ne s'est point glissé d'erreur dans l'opération.

11. La raison de cette pratique deviendra sensible, si l'on fait attention que tout multiple de 9 peut lui-même être conçu comme le résultat d'une soustraction. En effet, $428 \times 9 = 428 \times \overline{10-1} = 4280 - 428$, ce qu'on peut disposer ainsi :

$$\begin{array}{rl} \dot{4}2\dot{8}0 & \ldots s \\ -\,..428 & \ldots m \\ \hline 3852 & \ldots j \end{array}$$

nommant s le nombre supérieur, m celui du milieu, j l'inférieur. Il suit de la disposition des chiffres que le dernier de m est le même que le pénultième de s, le pénultième de m le même que l'antépénultième de s, &c.

Maintenant le nombre j étant proposé à diviser par 9, il est clair (construction) que le quotient cherché est le nombre m, mais (encore par constr.) $j=s-m$; d'où $m=s-j$, & voilà la soustraction qu'il est question de faire; mais comment y procéder, puisque s, élément nécessaire, n'est point connu ?

Au moins en connoît-on le dernier chiffre, qui est toujours o : on peut donc commencer la soustraction. Cette première opération donnera le dernier chiffre de $m=$ (*suprà*) au pénultième de s; celui-ci fera trouver le pénultième de $m=$ à l'antépénultième de s, & ainsi de l'un en l'autre, le chiffre dernier trouvé de m étant celui dont on a besoin dans s pour continuer l'opération.

Dans l'addition qui sert de preuve à la règle, c'est le nombre j qu'on ajoute au nombre m, ce qui évidemment doit donner le nombre s; car, puisque $j=s-m$, il suit que $j+m=s$.

12. Observez (dernière figure) que, dans la soustraction employée pour multiplier 428 par 9, il se fait *deux emprunts*, l'un sur le 8, l'autre sur le 4, & que, d'un autre côté, la somme des chiffres du multiple 3852 est 18, ou *9 pris deux fois*, ce qui n'est point un hasard, mais l'effet d'une loi générale. La somme des chiffres du multiple contient *9 autant de fois qu'il y a eu d'emprunts* dans la soustraction qui a servi à le former. On en verra plus bas la raison.

13. Il suit que, si la soustraction s'exécutoit sans faire d'emprunt, la somme des chiffres du multiple seroit $=0$, conséquence révoltante par l'imagination, mais qui, entendue comme il faut, malgré la contradiction qu'elle semble renfermer, ne laisse pas d'être exactement vraie.

Pour s'en convaincre, que, dans le même exemple, aux chiffres, on substitue des lettres, ou simplement que, laissant subsister les chiffres, on pro-

cède à la ſouſtraction par la méthode algébrique, on aura,

$$\begin{array}{cccc} 4 & 2 & 8 & 0 \\ -\ \ldots 4 & 2 & 8 & \\ \hline 4. & 2-4. & 8-2. & -8. \end{array}$$

Le réſultat qui repréſente le multiple contient quatre termes, diſtingués entre eux par des points, nommant (relativement au rang) *pairs* les ſecond & quatrième, & *impairs* les premier & troiſième; ſi l'on fait ſéparément la ſomme des termes pairs & celle des impairs, la première ſera $+2-4.-8$, & la ſeconde $+4.+8-2$, où l'on voit que les mêmes chiffres ſont contenus dans l'une & dans l'autre ſomme, mais avec des ſignes contraires; en ſorte que, ſi l'on vient à ajouter les deux ſommes enſemble, tous ces chiffres ſe détruiſant mutuellement, le réſultat ſera zéro.

Et c'eſt en effet ce qui devroit toujours arriver, ſans que, pour cela, il y eût contradiction, ni que le multiplie qu'on devoit trouver fût réellement *anéanti*; car il faut bien prendre garde que ſes chiffres ne ſe détruiſent mutuellement, que parce qu'*en faiſant leur ſomme*, on ne les prend que ſuivant leur valeur abſolue, & qu'*on ne les doit prendre* que ſur ce pied là. Si l'on avoit égard à leur valeur relative, dès-lors -8, par exemple, ne ſeroit plus propre à faire évanouir $+8$, parce que celui-ci ſeroit 80, tandis que l'autre ne ſeroit encore que 8, & ainſi des autres chiffres.

14. Mais, demandera-t-on, pourquoi *ce qui devroit toujours arriver* n'arrive-t-il jamais? c'eſt que, ſuivant notre méthode particulière de faire les opérations de l'arithmétique dans la ſouſtraction propoſée (où la quantité excédante eſt terminée par o), il y a *néceſſairement*, & dès le premier pas, un emprunt à faire; car quel eſt l'effet de cet emprunt? c'eſt, de deux termes conſécutifs, de diminuer l'un d'une unité, & d'augmenter l'autre de 10. Voilà donc deux nouveaux termes (10 & - 1) à introduire dans la ſomme de ceux du multiple, & *qui reſteront* après que les autres ſe feront détruits par la contrariété de leurs ſignes. Cette ſomme ne ſera donc plus o, comme auparavant, mais $10-1$ ou 9, *répété autant de fois qu'il ſe ſera fait d'emprunts*; car ces nouveaux chiffres ayant par-tout le même ſigne, ne ſe détruiront pas (comme font les autres) par l'addition de deux ſommes.

15. Cela même fournit une nouvelle démonſtration de la *première propriété*, & qui ſemble mieux entrer dans la nature de la choſe. On voit non-ſeulement que la ſomme des chiffres, qui expriment un multiple de 9, doit elle-même être un multiple de 9; on eſt même en état de déterminer ce multiple, qui ſe règle ſur le *nombre des emprunts* faits dans la ſouſtraction qui a ſervi à le former; *nombre* aiſé lui-même à déterminer par l'inſpection ſeule de celui qu'il s'agit de multiplier par 9. En effet, ſi tous les chiffres du nombre propoſé ſont croiſſans de droite à gauche, il y aura autant d'emprunts que le nombre même contient de chiffres, & autant de moins que cet ordre ſe trouvera de fois troublé. Ainſi, pour 842, il y en aura trois, au lieu que, pour 428 (formé des mêmes chiffres, il n'y en a que deux, parce que la loi d'accroiſſement n'a pas lieu du 8 au 2... Si deux chiffres conſécutifs ſont ſemblables, quand il y a eu emprunt ſur le premier, il y en a auſſi ſur le ſecond, parce que la diminution cauſée par le premier emprunt les range ſous la loi d'accroiſſement; mais, s'il n'y en a point ſur le premier, il n'y en aura point non plus ſur le ſecond. Par exemple, pour 33, il y en aura deux; mais, pour 338, il n'y en aura qu'un, qui tombera ſur le 8. La ſomme des chiffres qui expriment 33×9, ſera donc 18, tandis que celle des chiffres qui expriment 338×9 (nombre cependant beaucoup plus grand que le premier), ne ſera que 9.

Cet article eſt de M. Rallier des Ourmes, conſeiller d'honneur au préſidial de Rennes, à qui l'Encyclopédie eſt redevable de beaucoup d'autres morceaux.

§. Neuf, (*Arithm.*) *Nouvelle propriété du nombre* 9. Les caractères qui expriment un nombre quelconque étant tranſpoſés de telle manière qu'on voudra, & les différens nombres qui en réſultent étant comparés deux à deux, leur différence ſera toujours 9, ou un multiple de 9.

Par exemple, les chiffres ou caractères 3, 2, 5, qui, dans cet ordre, font 325, étant rangés autrement, ſavoir, 352, 235, 253, 523, 532; & faiſant par-là 6 nombres différens, s'ils ſont comparés 2 à 2, comme 352 & 235, 523 & 352, *&c.* donneront $352-235=117=9\times 13$, $523-352=171=9\times 19$, *&c.*; & quelque petit ou quelque grand que ſoit le nombre, ſoit qu'il y ait des zéros ou qu'il n'y en ait pas, ce ſera toujours la même choſe.

Autres exemples.

$32-23=9.$

$81-18=63=9\times 7.$

$10-01=9.$

$110-101=9.$

$30124568-28045361=2079207=9\times 231023.$

Et partant toute différence réſultant de deux nombres, qui ſera 9, ou un multiple de 9, pourra l'être de deux nombres qui ne ſont formés que des mêmes caractères.

La différence des puiſſances quelconques des nombres qui réſultent des mêmes chiffres, ſera auſſi 9 ou multiple de 9. Par exemple, $\overline{21}^2-\overline{12}^2=441-144=297=33\times 9$. $\overline{21}^3-\overline{12}^3=9261-1728=7533=837\times 9$, *&c.*

Lorſqu'il n'y a que deux chiffres aux nombres;

leur différence est toujours 9 multipliée par le nombre d'unités qui exprime la différence des deux chiffres.

Exemples.

21—12=9=9×1=9×2—1.

72—27=45=9×5=9×7—2.

Lorsqu'il y a trois chiffres, ils peuvent faire 15 couples 2 à 2; savoir :

532—523= 9 =9× 1.
253—235= 18 =9× 2.
352—325= 27 =9× 3.
A. 325—253= 72 =9× 8.
325—235= 90 =9×10.
352—253= 99 =9×11.
352—235=117 =9×13.
B. 523—352=171 =9×19.
532—352=180 =9×20.
523—325=198 =9×22.
532—325=207 =9×23.
523—253=270 =9×30.
532—253=279 =9×31.
523—235=288 =9×32.
532—235=297 =9×33.

où l'on peut remarquer que le multiple de 9 est toujours exprimé par deux chiffres qui font la différence des deux chiffres extrêmes des nombres comparés; par exemple, que 532—523=9=9×1=5—5=0 & 3—2=1, c'est-à-dire, 0 & 1×9, 532—325=207=9×23=5—3 & 5—2=23×9, *&c.* excepté les deux couples *A* & *B*, où le plus grand nombre 5, du milieu de l'un des nombres, répond au plus petit 2, du milieu de l'autre; ce qui arrivera dans tous les autres exemples; c'est-à-dire, que la règle est telle, qu'il ne faut point avoir égard au chiffre du milieu, excepté lorsque, dans les deux nombres à soustraire, le plus grand & le plus petit chiffre sont au milieu. Par exemple,

802
208
594=9×66=8—2 & 8—2×9.
820
802
18=9×2=8—8 & 2—0×9.
Mais 802
280
522=9×58 n'est plus dans la règle.

De même lorsqu'il y a 4 chiffres. Par exemple

5321—1235=454×9.
3512—2135=153×9.
5231—1523=412×9, *&c.*

Le premier & le dernier chiffres du multiple de 9 ont autant d'unités que la différence des premiers & des derniers chiffres des deux nombres comparés, pourvu que les deux plus petits chiffres étant au milieu, ne répondent pas aux deux plus grands chiffres de l'autre, étant aussi au milieu, comme

5123
1532
3591=399×9. Donc 3, qui est le premier chiffre, n'est pas =5—1, qui sont les deux premiers, ni 9, qui est le dernier, n'est pas égal à 3-2, qui sont les deux derniers des nombres comparés.

Lorsqu'il y aura cinq chiffres, *&c.* il en sera de même des deux derniers chiffres du multiple de 9. Exemple :

75321—17352=57969=6441×9.
97613408—71604938=26008470=2889830×9.
&c.

Je ne pousse pas plus loin cette recherche, où il y auroit encore bien des choses à examiner; par exemple, s'il n'y a pas quelque loi générale qui règne tant dans la détermination des deux caractères extrêmes du multiple de 9, que des intermédiaires; si quelques légers changemens apportés à la condition des mêmes caractères ne laisseroient pas encore de quoi juger de ce multiple, — ou + quelque chose à y ajouter, *&c.* ce qui pourroit devenir utile pour la pratique. J'ai eu occasion d'en sentir l'utilité, en opérant sur les logarithmes, où la division se fait par la soustraction, & qui, ayant presque toujours le même nombre de chiffres, n'ont souvent que les mêmes chiffres transposés pour les logarithmes de nombres différens. Il est aisé déjà de voir que le retranchement d'un des caractères laisse toujours une différence des deux nombres donnés, telle que, si on en ôte le nombre d'unités du caractère qu'on laisse de plus à l'un des nombres, & qu'on retranche de l'autre, le reste sera encore multiple de 9, comme par exemple,

27—7=20=9×2+2.

352—53=299=9×33+2.

54721—7214=47507=9×5278+5.
&c.

Un zéro introduit à la place d'un chiffre, lorsqu'il n'y en a que deux dans le nombre donné, donnera toujours une différence multiple de *neuf*, lorsque

l'un des deux chiffres eſt 9, & que l'on met zéro dans l'autre à la place de 9. Exemple :

$$92-20=72=9\times 8. \quad | \quad 29-20=9-9\times 1.$$
$$95-50=45=9\times 5. \quad | \quad 59-50=9=9\times 1.$$

Si l'on met zéro à la place de l'autre chiffre, & qu'on laiſſe le 9, la différence des deux nombres ſera 9, moins la différence des deux chiffres qui compoſoient le nombre. Exemple :

$$92-90=2=9-7=9-2.$$
$$29-20=9=9-0=9-9. \ \&c.$$

S'il n'y a point de 9 dans les deux chiffres des nombres donnés, la différence ſera 9 ou multiple de 9, moins le complément du nombre retranché avec 9. Exemple : $85-80=5=9-4=9-5.$ $79-70=9=9-9=0.$

$$87-70=17=\overline{9\times 2}=18-\overline{9-8}=1.$$
$$82-20=62=9\times 7=63-\overline{9-8}=1.$$
$$73-30=43=9\times 5=45-\overline{9-7}=2.$$

Mais, lorſqu'il y a pluſieurs chiffres, le zéro introduit dans le nombre à ſouſtraire, donne une différence égale à 9 ou à un multiple de 9, plus le chiffre retranché. En voici pluſieurs exemples qui mettront la choſe dans ſon jour :

$$253-053=200=\overline{9\times 22}+2.$$
$$352-203=149=\overline{9\times 16}+5.$$
$$532-502=\ 30=\overline{9\times \ 3}+3.$$
$$532-320=212=\overline{9\times 23}+5.$$

$$95362-09536=85826=\overline{9\times 9536}+2.$$
$$59352-50392+\ 8960=9\times \ \overline{995}+5.$$
$$35923-29053=\ 6870=\overline{9+\ 763}+3.$$
$$25396-23509=\ 1889=9\times \ 209+6.$$
$$25396-23690=\ 1706=\overline{9\times \ 189}+5.$$

&c.

Du reſte, il eſt aiſé de voir que la propriété de 9, dont il eſt ici queſtion, n'eſt fondée que ſur ce que ce nombre eſt le pénultième de la progreſſion décuple dont nous nous ſervons, & que le pénultième de toute autre progreſſion auroit la même propriété. Car, par exemple, $42-24=18=9\times 2$, parce que, mettant le 2 à la place du 4, j'ôte deux dixaines, & que, mettant le 4 à la place du 2, j'ajoute autant d'unités que j'avois ôté de dixaines, il reſte donc deux neuvaines, *&c.* (*Cet article eſt tiré des papiers de M. de Mairan*).

NEUTONIANISME, ſ. m. ou *Philoſophie Neutonienne*, (*Phyſiq.*); c'eſt la théorie du méchaniſme de l'univers, & particulièrement du mouvement des corps céleſtes, de leurs loix, de leurs propriétés, telle qu'elle a été enſeignée par Neuton. *V.* Philosophie.

Ce terme de *philoſophie neutonienne* a été différemment appliqué.

Quelques auteurs entendent par-là la philoſophie corpuſculaire, telle qu'elle a été réformée & & corrigée par les découvertes dont Neuton l'a enrichie. Quelques-uns appellent philoſophie neutonienne la méthode que Neuton obſerve dans ſa philoſophie, méthode qui conſiſte à déduire ſes raiſonnemens & ſes concluſions directement des phénomènes, ſans aucune hypothèſe antécédente, à commencer par des principes ſimples, à déduire les premières loix de la nature d'un petit nombre de phénomènes choiſis, & à ſe ſervir de ces loix pour expliquer les autres effets. *V.* Loix de la Nature au *mot* Nature.

Dans ce ſens, la philoſophie neutonienne n'eſt autre choſe que la phyſique expérimentale, & eſt oppoſée à l'ancienne philoſophie corpuſculaire. *V.* Expérimentale.

Il y en a qui entendent par philoſophie neutonienne, celle où les corps phyſiques ſont conſidérés mathématiquement, & où la géométrie & la méchanique ſont appliquées à la ſolution des phénomènes.

La philoſophie neutonienne, priſe dans ce ſens, n'eſt autre choſe que la philoſophie méchanique & mathématique. *V.* Méchanique & Physico-Mathématique.

D'autres appellent philoſophie neutonienne, cette partie de la phyſique que Neuton a traitée, étendue & expliquée dans ſon livre des Principes.

Mais le plus grand nombre entend par philoſophie neutonnienne, les nouveaux principes que Neuton a portés dans la philoſophie, le nouveau ſyſtême qu'il a fondé ſur ces principes, & les nouvelles explications des phénomènes qu'il en a déduites; en un mot, ce qui caractériſe ſa philoſophie & la diſtingue de toutes les autres : c'eſt dans ce ſens que nous allons principalement la conſidérer.

L'hiſtoire de cette philoſophie eſt fort courte; les principes n'en furent publiés qu'en 1686, par l'auteur, alors membre du collège de la Trinité à Cambridge, enſuite publiés de nouveau en 1713, avec des augmentations conſidérables.

En 1726, un an avant la mort de l'auteur, on donna encore une nouvelle édition de l'ouvrage qui les contient, & qui eſt intitulé : *Philoſophiæ naturalis principia mathematica*, ouvrage immortel, & un des plus beaux que l'eſprit humain ait jamais produits.

Quelques auteurs ont tenté de rendre la philoſophie neutonienne plus facile à entendre, en mettant à part ce qu'il y avoit de plus ſublime dans les recherches mathématiques, & y ſubſtituant des raiſonnemens plus ſimples, ou des expériences : c'eſt ce qu'ont fait principalement Whiſton dans ſes *Prælectiones Phyſico-mathem.* s'Graveſande, dans ſes *Elémens & Inſtitutions*.

Pemberton, membre de la société royale de Londres, & éditeur de la 3ᵉ édition des Principes, a donné aussi un ouvrage, intitulé : *Wiew of the neutonian philosophy*, ou *Idée de la philosophie de Neuton;* cet ouvrage est une espèce de commentaire par lequel l'auteur a tâché de mettre cette philosophie à la portée du plus grand nombre des géomètres & des physiciens : les pères le Seur & Jacquier, minimes, ont aussi donné au public, en trois volumes *in*-4°, le livre des Principes de Neuton avec un commentaire fort ample, & qui peut être très-utile à ceux qui veulent lire l'excellent ouvrage du philosophe anglois. On doit joindre à ces ouvrages celui de Maclaurin, qui a pour titre : *Exposition des découvertes du chevalier Neuton*, traduite en françois en 1749; & le commentaire que madame la marquise du Châtelet nous a laissé sur les principes de Neuton, avec une traduction de ce même ouvrage, qui a paru en 1756.

Nonobstant le grand mérite de cette philosophie, & l'autorité universelle qu'elle a maintenant en Angleterre, elle ne s'y établit d'abord que fort lentement; à peine le *neutonianisme* eut-il d'abord, dans toute la nation, deux ou trois sectateurs : le cartésianisme & le léibnitianisme y règnoient dans toute leur force.

Neuton a exposé cette philosophie dans le troisième livre de ses Principes; les deux livres précédens servent à préparer, pour ainsi dire, la voie, & à établir les principes mathématiques qui servent de fondement à cette philosophie.

Telles sont les loix générales du mouvement, des forces centrales & centripètes, de la pesanteur des corps, de la résistance des milieux. *V.* CENTRAL, GRAVITÉ, RÉSISTANCE, *&c.*

Pour rendre ces recherches moins sèches & moins géométriques, l'auteur les a ornées par des remarques philosophiques, qui roulent principalement sur la densité & la résistance des corps, sur le mouvement de la lumière & du son, sur le vuide, *&c.*

Dans le troisième livre, l'auteur explique sa philosophie, &, des principes qu'il a posés auparavant, il déduit la structure de l'univers, la force de la gravité qui fait tendre les corps vers le soleil & les planètes; c'est par cette même force qu'il explique le mouvement des comètes, la théorie de la lune, le flux & reflux.

Ce livre, que nous appellons *de Mundi systemate*, avoit d'abord été écrit dans une forme ordinaire, comme l'auteur nous l'apprend; mais il considéra dans la suite que les lecteurs, peu accoutumés à des principes tels que les siens, pourroient ne pas sentir la force des conséquences, & auroient peine à se défaire de leurs anciens préjugés; pour obvier à cet inconvénient, & pour empêcher son systême d'être l'objet d'une dispute éternelle, l'auteur lui donna une forme mathématique, en l'arrangeant par propositions, de sorte qu'on ne peut le lire & l'entendre, que quand on est bien au fait des principes qui précèdent; mais il n'est pas nécessaire d'entendre généralement tout. Plusieurs propositions de cet ouvrage seroient capables d'arrêter les géomètres même de la plus grande force. Il suffit d'avoir lu les définitions, les loix du mouvement, & les trois premières sections du premier livre, après quoi l'auteur avertit lui-même qu'on peut passer au livre *de Systemate mundi.*

Les différens points de cette philosophie sont expliqués, dans ce Dictionnaire, aux articles qui y ont rapport. *Voyez* ATTRACTION, SOLEIL, LUNE, PLANÈTE, COMÈTE, SYSTÊME, TERRE, MILIEU, MATIERE, *&c.* Nous nous contenterons de donner ici une idée générale du tout, pour faire connoître au lecteur le rapport que les différentes parties de ce systême ont entr'elles.

Le grand principe sur lequel est fondée toute cette philosophie, c'est la gravitation universelle : ce principe n'est pas nouveau. Képler, long-tems auparavant, en avoit donné les premières idées dans son *Introd. ad nov. phys.*; il découvrit même quelques propriétés qui en résultoient, & les effets que la gravité pouvoit produire dans les mouvemens des planètes; mais la gloire de porter ce principe jusqu'à la démonstration physique, étoit réservée au philosophe anglois. *Voyez* GRAVITÉ.

La preuve de ce principe par les observations jointe avec l'application de ce même principe aux phénomènes de la nature, ou l'usage que fait l'auteur de ce principe pour expliquer ces phénomènes constitue le systême de Neuton, dont voici l'extrait abrégé.

I. Les phénomènes sont, 1.° que les satellites de jupiter décrivent autour de cette planète des aires proportionnelles aux tems, & que les tems de leurs révolutions sont entr'eux en raison sesquiplée de leurs distances au centre de jupiter, observation sur laquelle tous les astronomes s'accordent. 2.° Le même phénomène a lieu dans les satellites de saturne, considérés par rapport à saturne, & dans la lune considérée par rapport à la terre. 3.° Les tems des révolutions des planètes premières autour du soleil, sont en raison sesquiplée de leurs moyennes distances au soleil. 4.° Les planètes premières ne décrivent point autour de la terre des aires proportionnelles aux tems : elles paroissent quelquefois stationnaires, quelquefois rétrogrades par rapport à elle. *V.* SATELLITE, PÉRIODE, RÉTROGRADATION.

II. La force qui détourne continuellement les satellites de jupiter du mouvement rectiligne, & qui les retient dans leurs orbites, est dirigée vers le centre de jupiter, & est en raison inverse du carré de la distance à ce centre : la même chose a lieu dans les satellites de saturne à l'égard de saturne, dans la lune à l'égard de la terre, & dans les planètes premières à l'égard du soleil; ces vérités sont une suite du rapport observé des distances aux tems périodiques, & de la proportionnalité des aires aux tems. *Voyez les articles* AIRES, ATTRAC-

TION, CENTRAL & FORCE, où vous trouverez tous les principes néceffaires pour tirer ces conféquences.

III. La lune pèfe vers la terre, & eft retenue dans fon orbite par la force de la gravité; la même chofe a lieu dans les autres fatellites à l'égard de leurs planètes premières & à l'égard du foleil. *Voyez* LUNE & GRAVITATION.

Cette propofition fe prouve ainfi pour la lune: la moyenne diftance de la lune à la terre, eft de 60 demi-diamètres terreftres; fa période, par rapport aux étoiles fixes, eft de 27 jours 7 heures 43 minutes; enfin la circonférence de la terre eft de 123249600 piés de Paris. Suppofons que la lune ait perdu tout fon mouvement, & tombe vers la terre avec une force égale à celle qui la retient dans fon orbite, elle parcourroit dans l'efpace d'une minute de tems $15\frac{1}{12}$ piés de Paris, puifque l'arc qu'elle décrit, par fon moyen mouvement, autour de la terre, dans l'efpace d'une minute, a un finus verfe égal à $15\frac{1}{12}$ piés de Paris, comme il eft aifé de le voir par le calcul; or, comme la force de la gravité doit augmenter en approchant de la terre en raifon inverfe du carré de la diftance, il s'enfuit que, proche la furface de la terre, elle fera 60×60 fois plus grande qu'à la diftance où eft la lune; ainfi, un corps pefant qui tombe proche la furface de la terre, doit parcourir dans l'efpace d'une minute, $60 \times 60 \times 15\frac{1}{12}$ piés de Paris, ou $15\frac{1}{12}$ piés en une feconde.

Or c'eft-là en effet l'efpace que parcourent en une feconde les corps pefans, comme Huygens l'a démontré par les expériences des pendules: ainfi, la force qui retient la lune dans fon orbite, eft la même que celle que nous appellons *gravité*; car, fi elles étoient différentes, un corps qui tomberoit proche la furface de la terre, pouffé par les deux forces enfemble, devroit parcourir le double de $15\frac{1}{12}$ piés, c'eft-à-dire, $30\frac{1}{6}$ piés dans une feconde, puifque, d'un côté, la pefanteur lui feroit parcourir 15 piés, & que, de l'autre, la force qui attire la lune, & qui règne dans tout l'efpace qui fépare la lune de la terre, en diminuant comme le carré de la diftance, feroit capable de faire parcourir aux corps d'ici-bas 15 piés par feconde, & ajouteroit fon effet à celui de la pefanteur. La propofition dont il s'agit ici a déjà été démontrée au *mot* GRAVITÉ, mais avec moins de détail & d'une manière un peu différente, & nous n'avons pas cru devoir la fupprimer, afin de laiffer voir à nos lecteurs comment on peut parvenir de différentes manières à cette vérité fondamentale. *V.* DESCENTE.

A l'égard des autres planètes fecondaires, comme elles obfervent, par rapport à leurs planètes premières, les mêmes loix que la lune par rapport à la terre, l'analogie feule fait voir que les loix dépendent des mêmes caufes. De plus, l'attraction eft toujours réciproque, c'eft-à-dire, la réaction eft égale à l'action; ainfi, les planètes premières gravitent vers leurs planètes fecondaires, la terre gravite vers la lune, & le foleil gravite vers toutes les planètes à-la-fois, & cette gravité eft dans chaque planète particulière à très-peu-près en raifon inverfe du carré de la diftance au centre commun de gravité. *V.* ATTRACTION, RÉACTION, *&c.*

IV. Tous les corps gravitent vers toutes les planètes, & leurs pefanteurs vers chaque planète font, à égales diftances, en raifon directe de leur quantité de matière.

La loi de la defcente des corps pefans vers la terre, mettant à part la réfiftance de l'air, eft telle: tous les corps, à égales diftances de la terre, tombent également en tems égaux.

Suppofons, par exemple, que des corps pefans foient portés jufqu'à la furface de la lune, & que privés, en même tems que la lune, de tout mouvement progreffif, ils retombent vers la terre, il eft démontré que, dans le même tems, ils décriroient les mêmes efpaces que la lune; de plus, comme les fatellites de jupiter font leurs révolutions dans des tems qui font en raifon fefquiplée de leurs diftances à jupiter, & qu'ainfi, à diftances égales, la force de la gravité feroit la même en eux; il s'enfuit que, tombant de hauteurs égales en tems égaux, ils parcourroient des efpaces égaux, précifément comme les corps pefans qui tombent fur la terre; on fera le même raifonnement fur les planètes premières confidérées par rapport au foleil. Or la force par laquelle des corps inégaux font également accélérés, eft comme leur quantité de matière; ainfi, le poids des corps vers chaque planète, eft comme la quantité de matière de chacune, en fuppofant les diftances égales. De même le poids des planètes premières & fecondaires vers le foleil, eft comme la quantité de matière des planètes & des fatellites. *V.* MATIERE.

V. La gravité s'étend à tous les corps, & la force avec laquelle un corps en attire un autre, eft proportionnelle à la quantité de matière que chacun contient.

Nous avons déjà prouvé que toutes les planètes gravitent l'une vers l'autre, & que la gravité, vers chacune en particulier, eft en raifon inverfe du carré de la diftance à fon centre; conféquemment la gravité eft proportionnelle à leur quantité de matière. De plus, comme toutes les parties d'une planète *A* gravitent vers l'autre planète *B*, & que la gravité d'une partie eft à la gravité du tout, comme cette partie eft au tout; qu'enfin la réaction eft égale à l'action: la planète *B* doit graviter vers toutes les parties de la planète *A*, & fa gravité vers une partie fera à fa gravité vers toute la planète, comme la maffe de cette partie eft à la maffe totale.

De-là on peut déduire une méthode pour trouver & comparer les gravités des corps vers différentes planètes, pour déterminer la quantité de matière de chaque planète & fa denfité; en effet, les poids de deux corps égaux qui font leurs révolutions autour d'une planète, font en raifon directe

des diamètres de leurs orbes, & inverse des carrés de leurs tems périodiques; & leurs pesanteurs, à différentes distances du centre de la planète, sont en raison inverse du carré de ces distances. Or, puisque les quantités de matière de chaque planète sont comme la force avec laquelle elles agissent, à distance donnée de leur centre, & qu'enfin les poids de corps égaux & homogènes vers des sphères homogènes, sont à la surface de ces sphères en raison de leurs diamètres, conséquemment les densités des planètes sont comme le poids d'un corps qui seroit placé sur ces planètes à la distance de leurs diamètres. De-là Neuton conclut que l'on peut trouver la masse des planètes qui ont des satellites, comme le soleil, la terre, jupiter & saturne; parce que, par les tems des révolutions de ces satellites, on connoît la force avec laquelle ils sont attirés; les autres planètes n'ayant point de satellites, on ne peut connoître la quantité de leur masse. *V.* Densité.

VI. Le centre de gravité commun du soleil & des planètes est en repos; & le soleil, quoique toujours en mouvement, ne s'éloigne que fort peu du centre commun de toutes les planètes.

Car la quantité de la matière du soleil étant à celle de jupiter, comme 1067 à 1, & la distance de jupiter au soleil étant au demi-diamètre du soleil dans un rapport un peu plus grand; le centre commun de gravité du soleil & de jupiter sera un peu au-delà de la surface du soleil. On trouvera, par le même raisonnement, que le centre commun de gravité de Saturne & du soleil sera un point un peu en-deçà de la surface du soleil; de sorte que le centre de gravité commun du soleil & de la Terre, & de toutes les planètes, sera à peine éloigné du centre du soleil de la grandeur d'uu de ses diamètres. Or ce centre est toujours en repos; car, en vertu de l'action mutuelle des planètes sur le soleil & du soleil sur les planètes, leur centre commun de gravité doit ou être en repos ou se mouvoir uniformément en ligne droite: or, s'il se mouvoit uniformément en ligne droite, nous changerions de position par rapport aux étoiles fixes; &, comme cela n'arrive pas sensiblement, il s'ensuit que le centre de gravité de notre systême planétaire est en repos. Par conséquent, quel que soit le mouvement du soleil, dans un sens & dans un autre, selon la différente situation des planètes, il ne peut jamais s'éloigner beaucoup de ce centre. Ainsi, le centre commun de gravité du soleil, de la terre & des planètes, peut être pris pour le centre du monde. *Voy.* Soleil & Centre.

VII. Les planètes se meuvent dans des ellipses dont le centre du soleil est le foyer, & décrivent des aires autour du soleil qui sont proportionnelles aux temps. *Voy.* Planète, Aires.

VIII. Il faut avouer cependant que l'action de jupiter sur saturne produit un effet assez considérable; & que, selon les différentes situations & distances de ces deux planètes, leurs orbites peuvent en être un peu dérangées.

L'orbite du soleil est aussi dérangée un peu par l'action de la lune sur la terre, le centre commun de gravité de ces deux planètes décrit une ellipse dont le soleil est le foyer, & dans laquelle les aires, prises autour du soleil, sont proportionnelles aux temps. *Voyez* Terre & Saturne.

IX. L'axe de chaque planète, ou le diamètre qui joint ses poles, est plus petit que le diamètre de son équateur. *Voyez* Aplatissement, Figure de la Terre, Jupiter.

Les planètes, si elles n'avoient point de mouvement diurne sur leur centre, seroient des sphères, puisque la gravité agiroit également par-tout; mais, en vertu de leur rotation, les parties éloignées de l'axe font effort pour s'élever vers l'équateur, & s'éleveroient en effet, si la matière de la planète étoit fluide. Aussi jupiter, qui tourne fort vîte sur son axe, a été trouvé, par les observations, considérablement aplati vers les poles. Par la même raison, si notre terre n'étoit pas plus élevée à l'équateur qu'aux poles, la mer s'éleveroit vers l'équateur & innonderoit tout ce qui en est proche. *Voyez* Figure de la Terre.

Neuton prouve aussi *à posteriori* que la Terre est aplatie vers les poles, & cela par les oscillations du pendule, qui sont de plus longue durée sous l'équateur que vers le pole. *Voyez* Pendule.

X. Tous les mouvemens de la Lune & toutes les inégalités qu'on y observe, découlent des mêmes principes, savoir, de la tendance ou gravitation vers la Terre, combinée avec sa tendance vers le soleil; par exemple, son inégale vîtesse, celle de ses nœuds & de son apogée dans les syzygies & dans les quadratures, les différences & les variations de son excentricité, &c. *Voyez* Lune.

XI. Les inégalités du mouvement lunaire peuvent servir à expliquer plusieurs inégalités qu'on observe dans le mouvement des autres satellites. *Voyez* Satellites, &c.

XII. De tous ces principes, sur-tout de l'action du soleil & de la lune sur la terre, il s'ensuit que nous devons avoir un flux & reflux, c'est-à-dire, que la mer doit s'élever & s'abaisser deux fois par jour. *Voyez* Flux & Reflux.

XIII. De-là se déduit encore la théorie entière des comètes; il en résulte entr'autres choses qu'elles sont au-dessus de la région de la lune & dans l'espace planétaire; que leur éclat vient du soleil, dont elles réfléchissent la lumière; qu'elles se meuvent dans des sections coniques dont le centre du soleil occupe le foyer, & qu'elles décrivent autour du soleil des aires proportionnelles,

aux tems; que leurs orbites ou trajectoires font presque des paraboles; que leurs corps font solides, compactes comme ceux des planètes, & qu'elles doivent par conséquent recevoir, dans leur périhélie, une chaleur immense; que leurs queues font des exhalaisons qui s'élèvent des comètes & qui les environnent comme une espèce d'atmosphère. *Voy.* COMETE.

Les objections qu'on a faites contre cette philosophie de Neuton, ont sur-tout pour objet le principe de la gravitation universelle; quelques-uns regardent cette gravitation comme une qualité occulte, les autres la traitent de cause miraculeuse & surnaturelle, qui doit être bannie de la saine philosophie; d'autres la rejettent, comme détruisant le système des tourbillons; d'autres comme supposant le vuide; on trouvera la réponse des Neutoniens à ces objections, dans let *articles* GRAVITÉ, ATTRACTION, TOURBILLON, &c.

A l'égard du système de M. Neuton sur la lumière & les couleurs, *voyez* COULEUR & LUMIERE, dans le *Dictionnaire de physique; voyez* aussi aux *articles* ALGEBRE, GÉOMÉTRIE & DIFFÉRENTIEL, les découvertes géométriques de ce grand homme. *Chambers.*

Nous n'avons rien à ajouter à cet article sur l'exposition de la philosophie neutonienne, sinon de prier le lecteur de ne point en séparer la lecture de celle des *mots* ATTRACTION & GRAVITÉ. Plus l'Astronomie & l'analyse se perfectionnent, plus on apperçoit d'accord entre les principes de Neuton & les phénomènes. Les travaux des Géomètres de ce siècle ont donné à cet admirable système un appui inébranlable. On en peut voir le détail aux *articles* LUNE, FLUX & REFLUX, NUTATION, PRÉCESSION. &c. (*O*)

NEUVIEME, f. m. (*Arithmét.*) c'est la partie d'un tout divisée en neuf portions.

En fait des fractions ou nombres rompus de quelque tout que ce soit, un *neuvième*, trois *neuviemes*, cinq *neuvièmes*, sept *neuvièmes*, s'écrivent ainsi, $\frac{9}{5}\frac{9}{3}\frac{9}{1}\frac{9}{7}$; la verge ou yard d'Angleterre, qui est une mesure des longueurs, contient sept *neuvièmes* d'aunes de Paris.

N I V

NIVEAU, f. m. (*Arpent.*), instrument propre à tirer une ligne parallèle à l'horizon, & à la continuer à volonté, ce qui sert à trouver la différence de hauteur de deux endroits, lorsqu'il s'agit de conduire de l'eau de l'un à l'autre, de dessécher des marais, *&c.*; ce mot vient du latin *libella*, verge ou fléau d'une balance, laquelle, pour être juste, doit se tenir horizontalement.

On a imaginé des instrumens de plusieurs espèces & de différentes matières pour perfectionner le nivellement; ils peuvent tous, pour la pratique, se réduire à ceux qui suivent.

Le *niveau* d'air est celui qui montre la ligne de *niveau*, par le moyen d'une bulle d'air enfermée avec quelque liqueur dans un tuyau de verre d'une longueur & d'une grosseur indéterminées, & dont les deux extrêmités sont scellées hermétiquement, c'est-à-dire, fermées par la matière même du verre, qu'on a fait pour cela chauffer au feu d'une lampe. Lorsque la bulle d'air vient se placer à une certaine marque pratiquée au milieu du tuyau, elle fait connoître que le plan, sur lequel la machine est posée, est exactement de *niveau*; mais, lorsque ce plan n'est point de *niveau*, la bulle d'air s'élève vers l'une des extrêmités. Ce tuyau de verre peut se placer dans un autre de cuivre, qui a, dans son milieu, une ouverture, au moyen de laquelle on observe la position & le mouvement de la bulle d'air; la liqueur, dont le tuyau est rempli, est ordinairement ou de l'huile de tartre, ou de l'eau seconde, *aqua secunda*, parce que ces deux liqueurs ne sont sujettes ni à se geler, comme l'eau ordinaire, ni à la raréfaction & à la condensation, comme l'esprit-de-vin.

On attribue l'invention de cet instrument à M. Thevenot.

Le *niveau d'air avec pinnules*, n'est autre chose que le *niveau* d'air perfectionné, auquel on a ajouté quelques pièces pour le rendre plus commode & plus exact: cet instrument est composé d'un *niveau* d'air (*pl. d'Arpent. fig.* 4), d'environ 8 pouces de long, & de 7 à 8 pouces de diamètre; il est renfermé dans un tuyau de cuivre, avec une ouverture au milieu: les tuyaux sont placés dans un conducteur ou une espèce de règle droite d'une matière solide, & longue d'un pié, aux extrêmités de laquelle il y a des pinnules exactement perpendiculaires aux tuyaux & d'égale hauteur; elles sont percées chacune d'une ouverture quarrée, où sont deux filets de cuivre qui se croisent à angles droits, & au milieu desquels est pratiqué un très-petit trou, pour voir à travers le point auquel on veut viser. Le tuyau de cuivre est attaché au conducteur au moyen de deux vis, dont l'une sert à élever & à baisser le tube à volonté pour le mettre de *niveau*. Le haut de la boule ou du bec est rivé à un petit conducteur qui saille haut, dont un des bouts est attaché à vis au grand conducteur, & l'autre est garni d'un vis 5, qui sert à élever l'instrument. Cet instrument est pourtant moins commode qu'un autre dont nous allons parler, parce que, quelques petits que soient les trous, ils font appercevoir toujours un grand espace pour qu'il soit possible de déterminer précisément le point de *niveau*.

Le *niveau d'air avec lunettes* (*pl. d'Arp. fig.* 5) est semblable au précédent, avec cette seule différence qu'au lieu de simples pinnules, il est garni d'un télescope, qui le rend propre à déterminer exactement

exactement ce point de *niveau* à une grande distance.

Le télescope est dans un tuyau de cuivre d'environ 15 pouces de long, attaché au même conducteur que le niveau; par l'extrémité du tube du télescope, on fait entrer le petit tube, qui porte le verre oculaire, & un cheveu placé horizontalement dans le foyer du verre objectif 2; on peut faire avancer & reculer ce petit tuyau, afin que le télescope soit propre à différentes vues; à l'autre extrémité du télescope, est placé le verre objectif; la vis 3 sert à élever ou à baisser la petite fourchette qui porte le cheveu, & à le faire cadrer avec la bulle d'air, lorsque l'instrument est de *niveau*: la vis 4 sert à faire cadrer la bulle d'air avec le télescope, & tout l'instrument s'ajuste sur un genou.

On regarde M. Huygens comme l'inventeur de ce *niveau*, qui a l'avantage de pouvoir se retourner, ce qui sert à vérifier les opérations; car si, après que l'instrument a été retourné, le cheveu coupe toujours le même point qu'auparavant, c'est une preuve certaine de la justesse de l'opération.

On doit remarquer ici qu'on peut ajouter un télescope à telle espèce de *niveau* qu'on voudra, lorsqu'il sera question de prendre le *niveau* d'objets fort éloignés: il ne faut, pour cela, qu'appliquer une lunette sur la base ou parallèlement à la base.

Le *niveau simple* a la forme d'une équerre, dont les deux branches sont d'égale longueur. A leur intersection, est un petit trou d'où pend une corde avec un petit plomb qui bat sur une ligne perpendiculaire au milieu d'un quart de cercle qui joint les extrêmités des deux branches: ce quart de cercle est souvent divisé en 90 degrés, ou plutôt en deux fois 45 degrés, pour en marquer le milieu; *voyez figure 6, lettre F*. On peut faire usage de cet instrument en d'autres circonstances que celles de l'artillerie; pour s'assurer, par exemple, si un plan est de *niveau*, il faut pour cela placer les extrêmités de ses deux jambes sur le plan, & le tenir de façon que la corde rase le limbe du quart de cercle. Si elle bat alors exactement sur la division du milieu de ce quart de cercle, on en pourra conclure avec certitude que le plan est de *niveau*.

Le *niveau* des Charpentiers & des Paveurs est une longue règle, au milieu de laquelle est ajustée, à angles droits, une autre plus petite, qui porte vers le haut un fil avec un plomb, lequel, lorsqu'il bat sur une ligne de foi perpendiculaire à la base, marque que la base est horizontale.

Ce *niveau* & celui des Maçons, quoique très-communs, sont regardés comme les meilleurs pour les bâtimens; mais leurs opérations ne peuvent s'étendre qu'à de très-petites distances.

Le *niveau* des Canonniers, ou celui dont on se sert pour niveler les canons & les mortiers, est un instrument (*Pl. d'Arpent. fig.* 8) qui est composé d'une plaque triangulaire haute d'environ 4 pouces, au bas de laquelle est un arc de cercle de 45 degrés divisé en degrés; ce nombre de degrés étant suffisant pour la plus grande hauteur à laquelle on élève les canons & les mortiers, & pour donner aux coups la plus grande portée. Au centre de ce segment de cercle, est attachée à vis une pièce ou espèce d'alidade de cuivre, laquelle, par le moyen de la vis, peut se fixer ou se mouvoir à volonté; l'extrêmité de cette pièce de cuivre est faite de façon à pouvoir porter un petit plomb ou index qui marque les différens degrés d'élévation de la pièce d'artillerie; cet instrument a aussi un pied de cuivre qui se place sur le canon ou mortier, & qui fait prendre à tout l'instrument une situation verticale quand la pièce est horizontale.

L'usage de ce *niveau* se présente de lui-même, & consiste à placer le pied de l'instrument sur la pièce à laquelle on veut donner un certain degré d'élévation, de manière que l'index tombe sur le nombre de degrés proposés.

Le *niveau* des Maçons est composé de trois règles, qui forment, en se joignant, un triangle isocèle rectangle assez ressemblant à la lettre romaine A; du sommet pend une corde qui porte un plomb, & qui, lorsque le plan sur lequel est appliqué le *niveau* se trouve horizontal, vient battre exactement sur une ligne de foi marquée dans le milieu de la base, mais qui décline de cette ligne lorsque la surface en question est plus basse d'un côté que d'un autre.

Le *niveau* à plomb ou à pendule est celui qui fait connoître la ligne horizontale au moyen d'une ligne verticale décrite par son plomb au pendule. Cet instrument (*Pl. d'Arpent. fig. 6*) est composé de deux jambes ou branches qui se joignent à angles droits, & dont celle qui porte la corde ou le plomb a environ un pied & demi de long: cette corde est attachée au haut de la branche; le milieu de la branche où passe le fil est évidé, afin que la corde puisse pendre librement de tous côtés, excepté vers le bas de la jambe, où se trouve une petite lame d'argent, sur laquelle est tracée une ligne perpendiculaire au télescope. Cette cavité, pratiquée dans l'une des jambes de l'instrument, est couverte de deux pièces de cuivre qui en font comme une boîte, pour empêcher que l'impression du vent ne se fasse sentir à la corde; c'est pourquoi la lame d'argent est couverte d'un verre *G*, pour pouvoir reconnoître quand le plomb bat sur la perpendiculaire. Le télescope est attaché à l'autre branche ou jambe de l'instrument; il a environ deux pieds de long, & est garni d'un cheveu placé horizontalement, qui traverse le foyer du verre objectif, & qui détermine le point de *niveau* lorsque le fil & le plomb battent sur la ligne tracée sur la bande d'argent.

Cet instrument tire toute sa justesse de la préci-

ſion avec laquelle on met le téleſcope à angles droits ſur la perpendiculaire. Il a un genou par le moyen duquel il ſe ſoutient ſur ſon pied ; l'invention en eſt attribuée à M. Picard.

Le *niveau* de réflexion eſt celui qui forme une ſurface d'eau aſſez étendue, laquelle repréſentant renverſés les mêmes objets que nous voyons naturellement droits, eſt par conſéquent de *niveau* avec le point où l'objet & ſon image paroiſſent ſeuls s'unir : il eſt de l'invention de M. Mariotte.

Il y a encore un autre *niveau* de réflexion fait d'un miroir d'acier ou d'autre matière ſemblable, bien poli & placé un peu devant le verre objectif d'un téleſcope ſuſpendu perpendiculairement, & avec lequel il doit faire un angle de 45 degrés ; auquel cas, la direction perpendiculaire d'un téleſcope ſe changera en horizontale, ou en ligne de *niveau*, c'eſt-à-dire, que les rayons qui ſeront réfléchis d'un miroir dans la lunette verticale, devront être ſitués horizontalement : ce *niveau* eſt de l'invention de M. Caſſini.

Le *niveau* de M. Huygens eſt compoſé d'un téleſcope, *Pl. d'Arpentage*, *fig.* 7, *n°* 2, en forme de cylindre qui paſſe par une virole où il eſt arrêté par le milieu : cette virole a deux branches plates *bb*, l'une en haut, l'autre en bas ; au bout de chacune de ces deux branches, eſt attachée une petite pièce mouvante, en forme de pince, dans laquelle eſt arrêtée une ſoie aſſez forte, & paſſée en pluſieurs doubles dans un anneau ; l'un de ces anneaux ſert à ſuſpendre le téleſcope à un crochet placé à l'extrêmité de la vis 3 ; à l'autre anneau eſt ſuſpendu un poids aſſez peſant, pour tenir le téleſcope en équilibre. Ce poids eſt ſuſpendu dans la boîte 5, qui eſt remplie d'huile de lin, de noix, ou d'autres matières, qui ne ſe figent pas aiſément, afin de mieux arrêter les balancemens du poids & du téleſcope. Cet inſtrument eſt chargé de deux téleſcopes, fort près l'un de l'autre & exactement parallèles, & placés à contre-ſens l'un de l'autre, afin qu'on puiſſe voir des deux côtés, ſans retourner le *niveau*. Au foyer de l'objectif de chaque téleſcope, il doit ſe trouver un petit cheveu tendu horizontalement, & qui puiſſe ſe lever & s'abaiſſer ſuivant le beſoin, par le moyen d'une petite vis. Si le tube du téleſcope ne ſe trouve point de *niveau* lorſqu'on le ſuſpend, on y met au-deſſus un anneau ou virole 4, & on l'y fait couler juſqu'à ce qu'il ſe ſoit mis de *niveau*. Le crochet auquel l'inſtrument eſt ſuſpendu, eſt attaché à une croix plate de bois, laquelle porte à l'extrêmité de chacun de ſes bras d'autres crochets, qui ſervent à garantir les téleſcopes d'une trop grande agitation dans les différens uſages qu'on en peut faire, ou quand on les tranſporte d'un lieu en un autre. Cette croix de bois eſt renfermée dans une autre croix qui ſert comme de caiſſe à l'inſtrument, mais dont on laiſſe les deux extrêmités ouvertes, afin que le téleſcope puiſſe être garanti des injures du tems, & qu'il ſoit toujours en état de ſervir. Le pied de l'inſtrument eſt une plaque de cuivre ronde, à laquelle ſont attachées trois viroles à charnière, dans leſquelles ſont placés trois bâtons qui forment le pied ſur lequel ſe place la boîte.

Niveau, (*Hydraul.*) ; le *niveau* dont on ſe ſert dans l'hydraulique, eſt ordinairement un *niveau* d'eau à fioles, qui eſt un grand tuyau de fer-blanc d'un pouce de groſſeur, & de quatre piés de long long (*voyez nos pl.*), ſoutenu dans ſon milieu par deux liens de fer & par une douille. Au milieu & aux deux extrêmités, ſont ſoudés trois bouts de tuyau qui ſe communiquent, & dans leſquels on met des fioles de verre du même diamètre qui y ſont jointes avec de la cire ou du maſtic. On remplit le tout d'une eau rougie avec du vinaigre, ou du vin, pour qu'elle puiſſe mieux ſe diſtinguer de loin.

On a perfectionné cet inſtrument en écartant d'environ deux lignes le tuyau du milieu de l'alignement des autres, ce qui ſert de pinnules, & dirige beaucoup mieux le rayon viſuel.

Pour établir cet inſtrument ſur le terrein, on met dans la douille, qui eſt deſſous le tuyau, un bâton pointu que l'on fiche en terre, & on aſſure le *niveau* le plus droit qu'il eſt poſſible, en le pointant du côté où doit ſe faire le nivellement. Il y a même des inſtrumens où il y a un plomb deſſous pour le mettre parfaitement droit, d'autres où il y a un genou avec trois douilles, ce qui facilite de ſe retourner de tout ſens, ſans déplacer l'inſtrument. Quant à la manière d'opérer, *voyez* Nivellement. (*K*)

Niveau, inſtrument que l'on emploie dans l'aſtronomie ; *voyez figure* 213, & le *mot* Passages.

NIVELLEMENT, ſ. m. *Géom. prat.* Le beſoin de conduire les eaux d'un endroit à un autre, néceſſite ſouvent des travaux trop conſidérables, pour n'avoir pas cherché à conſtater par des moyens géométriques la poſſibilité de réuſſir. Il faut que le lieu où l'on veut les amener, ſoit au-deſſous du niveau du lieu d'où elles doivent partir ; de manière qu'en ſupprimant les obſtacles intermédiaires, leur pente naturelle les y faſſe couler. C'eſt le *nivellement* qui ſert à meſurer les différences de niveau, qu'il eſt eſſentiel de connoître, pour calculer les difficultés, & répondre du ſuccès d'une ſemblable entrepriſe.

On dit que deux ou pluſieurs points ſont de niveau, lorſqu'ils ſont également éloignés du centre de la terre.

Il ſuit de-là, qu'un arc *FE* ou *Ge* (*fig.* 201) qui a le même centre *C*, que la terre eſt une ligne de niveau.

Une ligne droite tangente à une ligne de niveau, eſt nommée ligne de niveau apparent.

Soit planté perpendiculairement à l'horizon un

piquet *F G* (*fig.* 201), terminé par une lunette qui lui soit perpendiculaire, l'axe de la lunette est tangent à la ligne de niveau *F E*, & par conséquent son prolongement, ou l'horizontale *F D*, est la ligne de niveau apparent.

La ligne de niveau apparent & celle de vrai niveau, doivent donc s'écarter d'autant plus l'une de l'autre, qu'elles sont prolongées davantage au-delà du point de contact; cependant, à cause de la courbure insensible de la terre, ces deux lignes se confondent à l'œil, & on peut les prendre sans erreur l'une pour l'autre, lorsqu'elles ne surpassent pas 100 toises. Ce n'est que lorsqu'elles deviennent plus longues, que l'élévation du niveau apparent au-dessus du niveau vrai, commence à mériter d'être calculée.

On appelle *niveau*, l'instrument qui sert à déterminer de combien les différens objets d'un terrein, sont plus éloignées les uns que les autres du centre de la terre. Le plus connu est un tube de fer blanc *A E F B* (*fig.* 202), composé de trois parties continues, dont les deux extrêmes beaucoup moins longues que celles du milieu, lui sont perpendiculaires, & sont terminées chacune par un autre tube de verre, qui y est contenu avec du mastic. La partie du milieu est soutenue perpendiculairement, & dans un sens opposé à celui des deux montants, par un pied à trois branches; & lorsqu'on veut en faire usage, on y verse de l'eau jusqu'à ce qu'elle paroisse de part & d'autre dans les deux tubes de verre.

L'expérience a démontré que la surface de l'eau lorsqu'elle est tranquille, se trouve parfaitement de niveau dans tous ses points, donc les deux cercles qui la terminent dans les tubes de verre sont parfaitement de niveau; donc un rayon visuel dirigé, par deux points *A* & *B* de ces cercles, sur un point quelconque *C*, est une ligne de niveau apparent.

On ne se sert de ce niveau, appellé le niveau d'eau, que pour des distances peu étendues; mais la construction des niveaux à lunettes, que l'on y substitue, étant fondée sur les mêmes principes, on conçoit aisément la manière d'en faire usage, à la simple inspection de leur méchanisme. (*Voyez* NIVEAU).

On joint à cet instrument une double toise soudivisée en ses parties, (*fig.* 203) & une feuille de fer blanc, d'environ un pied en quarré, que l'on divise par une ligne droite en deux rectangles égaux. L'un de ces rectangles, destiné à être la partie supérieure, reste blanc, tandis que l'autre doit être entièrement noirci. On attache cette seconde pièce, appellée la mire, sur une règle bien perpendiculaire à la division des deux rectangles, & faisant glisser la règle dans une rainure le long de la double toise, on peut hausser & baisser la mire, autant qu'il en est besoin, pour la fixer au point nécessaire.

L'art d'évaluer au moyen d'un niveau la différence des distances de plusieurs objets au centre de la terre, se nomme le *nivellement*.

On appelle *nivellement* simple, celui que l'on peut faire d'une seule opération; on appelle *nivellement* composé, celui qui en nécessite plusieurs. Le *nivellement* de deux points se nomme réciproque, lorsqu'on place en même tems un instrument à chacun de ces points, pour opérer de l'un sur l'autre, ou lorsqu'on y porte successivement le même.

Problême. Deux points *A* & *B*, (*fig.* 204) qui ne soient pas éloignés de plus de cent toises, & supposés visibles l'un de l'autre étant donnés sur le terrein, déterminer s'ils sont de niveau, ou trouver la différence de leurs distances au centre de la terre.

Solution. On établira son niveau en *A*, bien horizontalement dans la direction du point *B*, tandis qu'un homme placé en *B* y fixera la double toise, autant d'à-plomb qu'il le pourra, & fera hausser ou baisser la mire le long de cette double toise, du côté de l'observateur, d'après les signes convenus, jusqu'à ce que le rayon visuel *C D E* rencontre la ligne droite qui la divise en deux rectangles. On mesurera alors la hauteur de cette ligne au-dessus du point *B*; ainsi, que la hauteur du rayon visuel *C D* au-dessus du point *A*, & on les comparera ensemble. Les deux points *A* & *B* seront de niveau, si ces deux hauteurs sont égales, & *B* sera au-dessus ou au-dessous du niveau de *A*, si *E B* est plus petit ou plus grand que la hauteur de *C D* au-dessus de *A*.

Démonstration. Le rayon visuel *C D E* qui passe par les deux surfaces de l'eau *C* & *D*, est une ligne de niveau apparent, donc en la prenant pour une ligne de niveau vrai, tous les points en sont également éloignés du centre de la terre, donc si les deux points *A* & *B* sont également éloignés de ce rayon, ils sont aussi également éloignés du centre de la terre, & sont par conséquent de niveau, donc, &c.

Observations. I. Si la distance des deux points donnés est plus grande que cent toises, & ne surpasse pas deux cens toises, telle que celle des points *G* & *B*, on choisit un point *A* à-peu-près également éloigné de ces deux termes, pour y placer son niveau. On vise alors successivement sur *G* & *B* & mesurant les hauteurs *G I* & *B E* des rayons visuels, pour les comparer entre elles; on en conclut, si elles sont égales que les deux points *G* & *B* sont de niveau, ou si elles sont inégales, que l'un des deux est plus bas que l'autre de la différence des hauteurs.

II. Le point *A* étant supposé également éloigné de *G* & de *B*, les lignes de niveau apparent *F I*, *F E* s'écartent également des lignes du vrai niveau, par conséquent, en comparant *G I* à *B E*, leur différence donne avec la précision la plus juste, la différence de niveau des points *G* & *B*. Il suit de-là que si l'on avoit à niveller deux

points *G* & *H*, de plusieurs centaines de toises, on pourroit le faire très-exactement, en divisant *G H* en plusieurs parties égales *A G*, *A B*, *B O*, *O H*, en s'établissant au point *A*, pour niveller les deux points *G* & *B*, & au point *O* pour niveller les points *B* & *H*. L'on auroit de cette manière, la différence de niveau des points *A* & *H*, sans être obligé d'avoir égard à l'élévation du niveau apparent, au-dessus du niveau vrai. Le problême suivant fournira une méthode d'une application plus générale, en donnant les moyens de rectifier l'erreur du niveau apparent.

Problême. Calculer la différence du niveau apparent au vrai niveau.

Solution. soit l'arc *A B* (*fig.* 205), la ligne de vrai niveau, & la tangente *A C* la ligne de niveau apparent, si du point *O* supposé le centre de la terre, on imagine le rayon *O B* qui termine l'arc *A B*, son prolongement *B C*, jusqu'à la ligne de niveau apparent, est la différence dont on cherche à déterminer la valeur.

Or les deux cordes *A B*, *A P* étant tirées du point *A* aux extrêmités du diamètre *B P*, les deux triangles *P A C*, *A B C* ont deux angles égaux; l'angle *C* qui leur est commun, & les deux angles *B A C*, & *P* qui ont pour mesure la moitié du même arc *A B*; donc ces deux triangles sont semblables, donc $PC : AC :: AC : CB$, d'où l'on conclut $CB = \frac{\overline{AC}^2}{PC}$ ou $CB = \frac{\overline{AC}^2}{PB}$, à cause de la petitesse de *C B*, qui permet de regarder cette quantité comme nulle, relativement au diamètre de la terre. Par conséquent la différence du niveau apparent au niveau vrai, est égale au quarré de la distance des deux points donnés à niveller, par le diamètre de la terre. C. Q. F. T. & D.

Donc les différences du niveau apparent au niveau vrai, peuvent être regardées comme proportionnelles aux quarrés des distances des points à niveller; car ces différences sont égales à très-peu-près, aux quarrés des distances divisées par le diamètre de la terre, par conséquent, comme le diviseur de tous les quarrés est constamment le même, elles sont proportionnelles à ces quarrés.

Il suit de-là, qu'en prenant le diamètre de la terre de 6538594 toises, tel qu'il a été déterminé, & cherchant la valeur du niveau vrai & du niveau apparent pour une distance quelconque, on peut d'après cette valeur, trouver celle qui répond à toute autre distance, par une seule règle de trois. C'est ainsi, qu'en partant d'un premier calcul, on a dressé la table suivante.

DISTANCES Entre les points à niveller.	ELÉVATIONS Du niveau app.^t au-dessus du niveau vrai.	DISTANCES Entre les points à niveller.	ELÉVATIONS Du niveau app.^t au-dessus du niveau vrai.
Toises.	Piés. pouces. lignes.	Toises.	Piés. pouces. lignes.
50	0 . 0 . 0 $\frac{1}{3}$	550	0 . 3 . 6.
100	0 . 0 . 1 $\frac{1}{3}$	600	0 . 4 . 0.
150	0 . 0 . 3.	650	0 . 4 . 8.
200	0 . 0 . 5 $\frac{1}{3}$	700	0 . 5 . 5.
250	0 . 0 . 8 $\frac{1}{3}$	750	0 . 6 . 3.
300	0 . 1 . 0.	800	0 . 7 . 1.
350	0 . 1 . 4 $\frac{1}{3}$	850	0 . 7 . 11 $\frac{1}{2}$
400	0 . 1 . 9 $\frac{1}{3}$	900	0 . 8 . 11.
450	0 . 2 . 3.	950	0 . 10 . 0 $\frac{1}{3}$
500	0 . 2 . 9 $\frac{1}{3}$	1000	0 . 11 . 0.

Problême. Niveller deux points *A* & *H* (*fig* 206), en supposant qu'il y ait entre eux des montées & des descentes.

Solution. On placera successivement son niveau au premier point *A*, & aux points intermédiaires *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G*, & mesurant à chaque station la hauteur du point qui suit au-dessus ou au-dessous de celui où l'on opère, on enrégistrera avec ordre, toutes les hauteurs trouvées, en distinguant par deux colonnes celles qui vont en montant, de celles qui vont en descendant; cette opération faite, on additionnera d'une part, toutes les hauteurs prises en montant de *A* en *D*, de *E* en *F*, & de l'autre toutes celles que l'on a trouvées,

en descendant de D en E, & de F en H. Si ces deux sommes sont égales, les deux points seront de niveau; si elles sont inégales, on retranchera la plus petite de la plus grande, & le reste sera la quantité dont le point H est au-dessus ou au-dessous du point A, suivant que la somme des hauteurs descendantes sera plus petite ou plus grande que celle des hauteurs ascendantes.

Démonstration. 1.° Si les deux points A & H sont de niveau, il est certain qu'il faudra autant monter que descendre, pour aller de A en H, par conséquent que la somme des hauteurs prises en montant, doit être égale à la somme des hauteurs prises en descendant. 2.° Si le point H est au-dessus ou au-dessous du point A, la somme des hauteurs prises en descendant, sera plus petite ou plus grande que celle des hauteurs prises en montant, & l'excès de l'une sur l'autre sera toujours la quantité dont le point H est au-dessus ou au-dessous de A.

Observations. 1. au lieu de placer l'instrument à tous les points A, B, C, D, &c. que l'on a à niveller, sur la suite d'alignemens que l'on parcourt, on peut se contenter de faire des stations intermédiaires, en visant sur la double toise laissée en arrière, & ensuite sur la double toise portée en avant.

2. Quand on a une longue étendue de terrein à niveller, relativement à quelque projet, on désigne chaque point de station dans l'enrégistrement, & on le marque s'il en est besoin, sur le terrein avec un jallon ou un piquet. On enrégistre aussi la distance d'un point à un autre, pour déterminer si sa longueur l'exige, la différence du niveau vrai au niveau apparent, & par ce moyen l'on est à même d'indiquer avec justesse de combien un point quelconque, de ceux sur lesquels on a opéré, est au-dessus ou au-dessous du niveau du point de départ.

3. Si l'on veut éviter toute espèce de calcul sur le terrein, on peut enrégistrer pour chaque point de station, les deux hauteurs qui sont relatives à lui & au point qui le suit, sans faire mention ni d'instrument ni de double toise. On écrit par exemple, pour le point A, les deux hauteurs qui servent à trouver la différence de son niveau à celui de B. On écrit de même pour le point B, les deux hauteurs qui servent à déterminer sa différence de niveau avec le point C, & ainsi de suite, en ayant soin pour chaque station, de distinguer la première hauteur de la seconde. Cet enrégistrement & celui de la distance d'un point à un autre, servent ensuite à trouver à loisir les différences de niveau que l'on se propose de connoître.

4. On voit au moyen d'un registre de *nivellement*, s'il est possible de conduire les eaux d'un point pris sur l'étendue nivellée, à tout autre pris sur la même direction. On peut indiquer, en cas que cela soit possible, quels sont les obstacles que l'on auroit à vaincre, & en tracer les profils d'après les mesures que l'on a trouvées. (*fig.* 207). On rapporte pour cet effet, tous les points du profil à la ligne de niveau apparent du point le plus élevé, par des perpendiculaires menées de tous les points de station sur cette ligne, & les distances $D\,O$, $O\,O$, $O\,O$, &c. ainsi que les perpendiculaires $O\,C$, $O\,B$, &c. étant déterminées d'après l'échelle du profil, on écrit sur chacune de ces lignes le nombre de toises &c. qu'elle contient.

5. Le *nivellement* peut s'appliquer aussi à tracer exactement le profil des différentes parties d'une place fortifiée. Au moyen de quelques coups de niveau, on est bientôt à même de trouver la hauteur des différens ouvrages qui l'environnent, & de faire voir de combien l'un commande l'autre, ou est au-dessus de la campagne.

Problême. Trouver la différence de niveau de deux points A & B, dont la distance n'est pas connue (*fig.* 208, 209, 210).

Solution. L'instrument étant placé en A, on prendra la hauteur $B\,D$ du rayon visuel au-dessus du point B, & l'on en retranchera la hauteur $O\,A$ du niveau, ensuite l'instrument étant en B, on mesurera la hauteur $A\,C$ du rayon visuel au-dessus du point A, & l'on en retranchera la hauteur $B\,E$ du niveau. Ces retranchemens faits, si ces deux hauteurs sont égales (*fig.* 8), les deux points A & B seront de niveau, si elles sont inégales, & que chaque rayon visuel passe au-dessus de l'instrument opposé (*fig.* 9.), la moitié de leur différence sera la quantité dont le point B, qui répond à la plus grande, sera au-dessous du niveau du point A, enfin si le rayon visuel $E\,C$ rencontroit le niveau $A\,O$ en C (*fig.* 10), & que $E\,B$ fut par conséquent plus grand que $A\,C$, on retrancheroit $A\,C$ de $E\,B$, & en ajoutant le reste de la soustraction à $B\,D - A\,O$, la moitié de la somme de ces deux quantités, seroit la différence de niveau du point B au point A.

Démonstration. 1.° Les deux points A & (*fig.* 208) étant de niveau, il est évident que les deux différences $A\,C - E\,B$ & $B\,D - A\,O$ doivent être égales, & que réciproquement lorsque ces deux différences sont égales, les deux points sont de niveau. 2.° Supposons que le point B soit élevé en b, au niveau de A, le rayon visuel $E\,C$ au lieu de partir du point E, partira du point G, & l'on aura $A\,R - b\,G = b\,D - O\,A$, mais le point B étant au-dessous de b de la quantité $B\,b$, la hauteur $b\,D$ se trouve agrandie de cette quantité & la hauteur $A\,R$ devenue $A\,C$, se trouve diminuée d'autant; donc $A\,C$, est plus petit que $B\,D$ du double de cette quantité, donc en soustrayant $A\,C$ de $B\,D$, après avoir retranché de chacune de ces hauteurs, celle de l'instrument opposé, la moitié du reste donne la quantité $B\,b$ dont le point B est au-dessous du point A. 3.° Si l'on suppose de même que le point B

soit en b, à la hauteur du point A, on aura $AR - BE = BD - AO$, & l'on fera voir qu'en ramenant B à sa première position, la différence de niveau des deux points, doit être égale à la moitié de $BD - AO$, après en avoir retranché $AC - BE$; mais puisque pour soustraire AC, il faut écrire $- AC + BE$, & que EB est plus grand que AC, par la supposition, c'est une vraie addition que l'on fait, en soustrayant $AC - EB$ de $BD - AO$; donc l'on a eu raison de dire qu'il faut alors ajouter $EB - AC$ à $BD - AO$, & prendre la moitié de leur somme.

Remarque. Cette solution suppose que les hauteurs AC & BD sont parallèles : ce que l'on peut aisément admettre, à cause du grand éloignement du centre de la terre, où concourent ces deux hauteurs.

Observations. I. Il est essentiel de savoir que lorsqu'une distance est fort étendue, un même objet paroît de différentes hauteurs, par l'effet des réfractions, suivant l'heure à laquelle on l'observe, (*voyez Réfraction*). C'est pour parer à cet inconvénient que l'on divise la distance de deux points éloignés, en plusieurs parties que l'on *nivelle* successivement, quoique ces deux points soient très-visibles l'un de l'autre. Cependant comme il se trouve quelquefois des eaux, des bois, des vallées ou d'autres obstacles qui empêchent ces *nivellements* partiels, il est possible que l'on ait à niveller des objets éloignés d'une ou deux lieues ou davantage. Il faut employer alors le *nivellement* réciproque du problême précédent, & que deux personnes placées, chacune à l'un de ces objets, nivellent de l'un à l'autre au même moment, en profitant d'un jour où le soleil soit couvert de nuées. On conçoit que, par ce procédé, la réfraction étant égale de part & d'autre, ainsi que la différence du niveau vrai au niveau apparent, on doit parvenir à de justes résultats, d'après les méthodes établies dans la solution de ce problême. Au reste, les erreurs que peuvent produire les réfractions, dans le *nivellement* ordinaire, ne commencent à devenir sensibles que lorsque la distance des objets sur lesquels on opère, se trouve de plus de mille toises.

2. Lorsque les deux points que l'on veut niveller, ont une différence de hauteur trop considérable, pour que l'on puisse faire usage des moyens ordinaires, il faut en connoître au juste la distance, & joindre au niveau un instrument propre à mesurer l'ouverture des angles. On vise alors d'un point à l'autre avec le niveau, & après avoir bien établi la ligne de niveau apparent, on mesure l'angle que le rayon visuel tiré du point de station au point opposé, fait au-dessus ou au-dessous avec cette ligne. Cet angle étant connu, ainsi, que la longueur d'un des côtés dans le triangle rectangle, que forment la ligne de niveau apparent, le rayon visuel tiré du point de station au point opposé, & la distance de ce dernier point à la ligne de niveau apparent; on peut calculer cette distance. On y ajoute ensuite la différence du niveau vrai au niveau apparent, ainsi que la hauteur de l'instrument, ou on les en retranche, suivant que la distance trouvée est au-dessus ou au-dessous de la ligne de niveau apparent, & l'on détermine ainsi, la différence de niveau des deux points donnés. Une seule station suffit pour arriver à ce résultat, mais il est nécessaire, pour assurer la justesse de l'opération, d'employer le *nivellement* réciproque. (*Par M.* JOLLY, *Ingénieur-Géographe-Militaire.*)

NIVELLEUR, s. m. celui qui est chargé du nivellement d'un lieu par rapport à un autre. (*K*)

NOC

NOCTURNE, adj. (*Astron.*), se dit de ce qui a rapport à la nuit, *nox*. Il est opposé à *diurne*.

Arc nocturne, est l'arc de cercle que le soleil décrit pendant la nuit, c'est-à-dire, l'arc qu'il décrit ou paroît décrire pendant qu'il est sous l'horizon. *V.* ARC DIURNE, au mot DIURNE.

Arc sémi-nocturne, est la portion de cercle comprise entre l'extrêmité inférieure de notre méridien & le point de l'horizon où le soleil se lève ou se couche. En effet, l'arc *nocturne* est divisé en deux parties égales, ou à-peu-près égales, par le méridien. *V.* ARC SEMI-DIURNE & LEVER.

NŒUDS, c'est le nom qu'on donne, *en Astronomie*, aux deux points où l'orbite d'une planète coupe l'écliptique. Si EBQ est l'écliptique, & EHQ l'orbite d'une planète, les deux points E & Q (*pl. d'Astron. fig.* 42) sont les nœuds de cette planète; le nœud E, d'où la planète part pour monter vers le nord en H au-dessus du plan de l'écliptique, est appellé *nœud ascendant*, *nœud boréal*, & autrefois *tête de dragon*, ou *anabibazon*. Il s'est glissé des fautes à cet égard dans les articles *Anabibazon* & *Catabibazon*. On désigne ce *nœud* par le caractère ☊.

L'autre *nœud* Q, par lequel la planète descend vers le sud en R, est appellé *nœud descendant*, *nœud austral*, & autrefois *queue de dragon* & *catabibazon*; on le marque ainsi ☋; la ligne droite qui est la commune section des deux cercles, est appellée *ligne des nœuds*.

Quand la lune est dans les *nœuds*, elle est aussi dans l'écliptique, ce qui arrive deux fois dans chaque mois. Quand elle est à sa plus grande distance des *nœuds*, savoir, aux points H ou R, on dit qu'elle est dans ses limites.

Quand il y a éclipse, soit de lune, soit de soleil, la lune doit être dans un des *nœuds*, ou au moins en être fort proche. *V.* ECLIPSE.

Pour déterminer les *nœuds* des planètes, c'est-à-dire, la position de la ligne des *nœuds*, on attend que la planète se trouve dans l'écliptique, ce qui

arrive lorsque sa latitude observée est nulle, sa longitude est alors celle du nœud; mais il faut que cette longitude soit réduite au soleil, si c'est une planète qui tourne autour du soleil, ou en général que la longitude soit réduite au centre du mouvement de la planète; le mouvement des nœuds de la lune est très-sensible; car ils font le tour du ciel en 19 ans. *V.* LUNE.

Les *nœuds* des autres planètes ont aussi un mouvement rétrograde, qui est sensible dans l'espace de quelques années; mais qui, après quelques siécles d'observations, est devenu considérable; ce mouvement est une suite nécessaire de l'attraction des autres planètes : il est impossible qu'il y ait deux planètes tournantes autour du soleil dans deux plans différens, sans que toutes les deux aient un mouvement dans leurs *nœuds*. On sentira même, sans aucune démonstration, qu'il est impossible qu'une planète attirée, dont l'orbite est dans un autre plan que celle de la planète pertubatrice, vienne jamais traverser le plan de celle-ci au même point où elle avoit passé dans la révolution précédente : elle doit à chaque fois le traverser plutôt qu'elle n'eût fait, si la planète perturbatrice ne l'eût point attirée vers ce plan : elle a sans cesse une détermination vers le plan où se trouve la planète qui l'attire, & elle ne peut obéir à cette force qu'en arrivant à ce plan un peu avant la fin de sa révolution.

Soit *D M N* (*fig.* 123) l'écliptique : *L A B N* l'orbite de la lune que nous prendrons pour exemple, c'est-à-dire, l'orbite où la lune étoit d'abord en parcourant un petit arc *L A*; le soleil étant placé dans le plan de l'écliptique *D N*, il est clair qu'en tout tems la force du soleil tend à rapprocher la lune du plan de l'écliptique dans lequel se trouve le soleil, ou de la ligne *D N*; ainsi, lorsque la lune tend à parcourir, dans son orbite, un second espace *A B* égal à l'espace *L A* qu'elle venoit de parcourir, la force du soleil tend à la rapprocher de l'écliptique *N D* d'une quantité que nous supposerons exprimée par *A E*; il faut nécessairement que la lune, par un mouvement composé, décrive alors la diagonale *A C* du parallélogramme *A E C B*, en sorte que son orbite devienne *A C M*, au lieu de *L A B N*, c'est pourquoi le *nœud N* de cette orbite change continuellement de position, & va de *N* en *M* dans un sens contraire au mouvement de la lune que je suppose dirigé de *A* vers *N*: donc le mouvement du *nœud* d'une planète est toujours rétrograde par rapport à l'orbite *D N* de la planète qui produit ce mouvement. La même figure fait voir pourquoi l'attraction du soleil change l'inclinaison de l'orbite lunaire : la lune obligée de changer sa direction primitive *L A B N* en une direction nouvelle *A C M*, rencontrera l'écliptique au point *M* sous un nouvel angle *A M D* différent de l'inclinaison *A N D* que la lune affectoit auparavant; mais ce changement d'inclinaison est peu sensible dans les autres planètes; pour la lune, il est sensible, mais il ne s'accumule point; car si l'orbite troublée *A C M*, fait en *M* un plus grand angle d'inclinaison que l'orbite primitive en *N*, il arrivera le contraire quand la lune aura passé le *nœud N*, en sorte que l'inclinaison se rétablira par les mêmes degrés. Il n'y a que les *nœuds* dont le mouvement est toujours du même sens, & qui rétrogradent de plus en plus, soit que la lune tende à son *nœud*, soit qu'elle s'en éloigne. J'ai donné avec un grand détail le calcul du mouvement des *nœuds* de chaque planète, produit par l'action de toutes les autres dans les *Mémoires de l'académie pour* 1758 & 1761. Euler, d'Alembert, Clairaut ont donné le calcul du mouvement des *nœuds* de l'orbite lunaire, mouvement qui est beaucoup plus composé que celui des autres planètes.

Le mouvement du *nœud* de chaque planète est le résultat de l'attraction de toutes les autres planètes; car il n'en est aucune qui n'influe plus ou moins sur les *nœuds* de toutes les autres. Mais comme ce mouvement, qui est uniforme sur l'orbite de la planète qui le produit, doit se rapporter dans nos tables au plan de l'écliptique, il est nécessaire d'y réduire tous ces mouvemens qui se font sur des orbites différentes, pour en composer un seul mouvement sur l'écliptique; c'est cette réduction qui rend direct le *nœud* de jupiter; car il est naturellement rétrograde sur l'orbite de de saturne qui en est la cause principale; mais il devient direct quand on le rapporte à l'écliptique. Je vais expliquer ici, les principes de ces variations, parce qu'ils sont importans & qu'ils m'ont fait découvrir dans les orbites des satellites de jupiter, la cause de phénomènes qui jusqu'alors avoient paru inexplicables.

Soit *C B* (*fig.* 125 *des planches d'Astronomie.*) l'écliptique, *C A* l'orbite de jupiter, *B A* l'orbite de saturne; le nœud de jupiter en *C*, & celui de saturne en *B*. La différence *C B* est de 13°, l'inclinaison *C* de l'orbite de jupiter est de 1° 19′, & l'inclinaison *B* de l'orbite de saturne est de 2° 30′. En résolvant le triangle *A B C*, on trouve *A C* de 27°, & l'angle *A* ou l'inclinaison de l'orbite de jupiter sur celle de saturne 1° 15′. Par l'effet naturel de l'attraction de saturne sur jupiter, le point d'intersection *A* de l'orbite de jupiter sur celle de saturne doit rétrograder dans le sens contraire au mouvement de jupiter, comme on l'a vu ci-devant; mais l'angle *A* des deux orbites ne change point par le mouvement du *nœud*; ainsi, le *nœud* ira de *A* en *a*; & comme l'inclinaison *A* n'éprouve aucun changement, les cercles *A C* & *a c* resteront parallèles dans leurs parties voisines de *A a*; par conséquent leur intersection *D* sera éloignée du point *A* de 90°. Ainsi, le triangle *A B C* se changera en un triangle *a B c*, les angles étant constans; & le *nœud C* de l'orbite de jupiter sur

l'écliptique passera en *c*; il aura donc un mouvement direct *C c*, quoique le mouvement *A a* ait été rétrograde, c'est-à-dire, vers l'occident ou vers la droite.

Ainsi, quoique l'action des planètes les unes sur les autres cause dans les *nœuds* un mouvement toujours rétrograde sur l'orbite de la planète troublante ou de la planète qui par son attraction produit ce mouvement; cependant le mouvement des *nœuds* sur l'écliptique devient quelquefois direct, ou suivant l'ordre des signes, comme dans le cas du *nœud* de jupiter dont je viens de parler, qui avance de 60″, ou 10″ plus que les équinoxes. C'est sur-tout lorsque la planète troublante a son angle d'inclinaison *B* plus grand que l'angle *C* de la planète troublée, que le mouvement du *nœud* de celle-ci est direct sur l'écliptique, à moins que la distance des *nœuds*, ne soit de plus de 90°. Si l'inclinaison *B* est plus petite, le point *a fig.* 127, tombe à droite du point *C*, c'est-à-dire, de l'autre côté de *C* par rapport au point *B*, le mouvement *A a* du *nœud A* se faisant vers l'occident, le mouvement *C c* sur l'écliptique devient également rétrograde.

On trouvera au *mot* PLANÈTE, la position & le mouvement des *nœuds* de toutes les planètes, d'après mes nouvelles tables. (*D. L.*)

NŒUD, s. m. (*Géom.*) *courbe* à *nœud*, est une courbe composée de branches, qui se coupent ou se croisent elles-mêmes en revenant sur leurs pas. La *lemniscate*, le *folium*, (voyez ces *mots*) & plusieurs autres courbes, sont des courbes à *nœuds*.

Dans la *fig.* 42. de l'analyse, les points *A* sont autant de *nœuds*, *voyez* COURBE. Ainsi, un *nœud* n'est autre chose qu'un point double, *voyez* DOUBLE, MULTIPLE & POINT, formé non par deux branches différentes d'une même courbe, mais par deux parties d'une même branche qui formant un cours continu, revient sur elle-même & se coupe. (*O*)

NOIX, s. f. (*Géom. prat.*) partie d'un instrument de Géométrie pratique, tel qu'un graphomètre, un niveau, &c. C'est une boule de métal ou de bois qui a un col long, sur lequel on fixe l'instrument. Cette boule est enchassée dans une boëte où elle est mobile en tout sens, pour pouvoir mettre l'instrument dans une situation verticale, parallèle à l'horizon, oblique, de façon qu'on puisse l'arrêter dans toutes ces situations, & la fixer sans qu'elle puisse branler; ce qui se fait par le moyen d'une vis qui serre la boite dans laquelle la *noix* est renfermée. (*D. J.*)

NOM

NOMBRE, se dit vulgairement *dans l'Arithmétique* d'une collection ou assemblage d'unités ou de choses de la même espèce.

M. Neuton définit plus précisément le *nombre*, non pas une multitude d'unités, comme Euclide, mais le rapport abstrait d'une quantité à une autre de la même espèce, que l'on prend pour l'unité; d'après cette idée, il divise les *nombres* en trois espèces; savoir, *nombres* entiers, c'est-à-dire, qui contiennent l'unité un certain nombre de fois exactement & sans reste, comme 2, 3, 4, &c. *nombres* rompus ou fractions (*voyez* FRACTION), & *nombres* sourds ou incommensurables, *voyez* INCOMMENSURABLE. *V.* SOURDS & *la suite de cet article.*

Wolf définit le *nombre*, ce qui a le même rapport avec l'unité qu'une ligne droite avec une autre ligne droite: ainsi, prenant une ligne droite pour une unité, tout *nombre* peut être représenté par quelqu'autre ligne droite; ce qui revient à la définition de M. Neuton.

Dans l'école, où l'on a conservé la définition d'Euclide, on ajoute que le *nombre* est composé de matière & de forme; la matière est la chose nombrée, par exemple, de l'argent; & la forme est l'idée par laquelle comparant les différentes pièces d'argent, l'on en fait une somme, comme 10: ainsi, le *nombre* dépend entièrement de l'intention de la personne qui nombre, & l'idée en peut être changée à volonté, par exemple, cent hommes peuvent être supposés ne faire que 1, 2 ou 4, &c. unités.

Les mêmes philosophes appellent le nombre *quantité discrette*; *quantité*, en tant qu'il est susceptible de plus & de moins; *discrette*, en ce que les différentes unités qui le composent ne sont pas unies, mais distinctes les unes des autres. *Voyez* QUANTITÉ & DISCRET.

A l'égard de la manière de désigner ou de caractériser les *nombres*, *voyez* NOTATION.

Pour ce qui concerne la manière d'exprimer ou de lire les *nombres*, *Voyez* NUMÉRATION.

Les mathématiciens considèrent le *nombre* sous différens rapports, ce qui produit chez eux différentes sortes de *nombres*.

Le *nombre déterminé* est celui qui se rapporte à quelque unité donnée, comme le nombre ternaire ou trois, on l'appelle proprement *nombre*.

Le *nombre indéterminé*, est celui qui se rapporte à une unité en général : on l'appelle aussi *quantité*. *Voyez* QUANTITÉ.

Les *nombres homogènes*, sont ceux qui se rapportent à la même unité. *Voyez* HOMOGÈNES.

Les *nombres hétérogènes*, sont ceux qui se rapportent à différentes unités : car chaque *nombre* suppose une unité déterminée & fixée par la notion à laquelle nous avons égard en nombrant; par exemple, c'est une propriété de la sphère d'avoir tous les points de la surface à égale distance de son centre; si donc cette propriété est prise pour la marque de l'unité, tous les corps où elle se trouvera seront des unités, & seront de plus la même unité, en tant qu'ils sont renfermés dans cette notion;

cette notion : mais, si les sphères sont, outre cela, distinguées par quelque chose, &c. par exemple, par la matière dont elles sont composées, alors elles commencent à n'être plus la même unité, mais des unités différentes. Ainsi, six sphères d'or sont de *nombres homogènes* entr'eux ; au contraire, trois sphères de cuivre & quatre d'argent sont des *nombres hétérogènes*. *Voyez* HÉTÉROGENES.

Les *nombres rompus* ou les *fractions*, sont ceux qui consistent en différentes parties de l'unité ; ou qui ont à l'unité le même rapport que la partie au tout. *V.* FRACTION.

Les *nombres entiers*, appellés aussi *nombres naturels* ou simplement *nombres*, sont ceux que l'on regarde comme des tous, sans supposer qu'ils soient parties d'autres *nombres*.

Le *nombre rationnel* est celui qui a une mesure commune avec l'unité. *Voyez* COMMENSURABLE.

Le *nombre entier rationnel*, est celui dont l'unité est une partie aliquote. Le *nombre rationnel rompu*, est celui qui représente quelque partie aliquote de l'unité. Le *nombre rationnel mixte*, est celui qui est composé d'un *nombre* entier & d'un *nombre* rompu, ou de l'unité & d'une fraction. Le *nombre irrationnel* ou *sourd*, est celui qui est incommensurable avec l'unité. *V.* INCOMMENSURABLE.

Le *nombre pair*, est celui qui peut être divisé en deux parties égales exactement, & sans qu'il reste de fraction, comme 4, 6, 8, 10, &c. la somme, la différence & le produit d'un *nombre* quelconque de *nombres pairs*, est toujours un *nombre pair*.

Un *nombre pair* multiplié par un *nombre pair*, donne un nombre *pairement pair*.

Un *nombre* est *pairement pair*, quand il peut être divisé exactement & sans reste, en deux *nombres pairs*.

Ainsi, 2 fois 4 faisant 8, 8 est un nombre *pairement pair*.

Un *nombre* est *impairement pair*, quand il peut être divisé en deux parties égales & impaires : par exemple, 14.

Le *nombre impair*, est celui qui excède le *nombre* pair, au moins d'une unité, ou qui ne peut être divisé exactement & sans reste en deux parties égales ; tels sont les *nombres* 3, 5, 9, 11, &c.

La somme ou la différence de deux *nombres impairs* est toujours un *nombre* pair ; mais leur produit est nécessairement un *nombre* impair.

Si on ajoute un *nombre* impair avec un *nombre* pair, ou que l'on retranche l'un de l'autre, la somme dans le premier cas, & dans le second la différence, sera un *nombre* impair ; mais le produit d'un *nombre* pair par un impair, est toujours un *nombre* pair.

La somme d'un *nombre* pair quelconque de *nombres* impairs, est un *nombre* pair ; & la somme d'un *nombre* impair quelconque de *nombres* impairs, est toujours un *nombre* impair.

On appelle *nombre premier* ou *primitif*, celui qui n'est divisible que par l'unité, comme 5, 7, 11, &c.

Les *nombres* premiers entr'eux, sont ceux qui n'ont d'autre commune mesure que l'unité, comme 13 & 19.

Le *nombre composé* est celui qui est divisible, non-seulement par l'unité, mais par d'autres *nombres* encore, comme 8, qui est divisible par 4 & par 2. *V.* COMPOSÉ.

Les *nombres composés entr'eux*, sont ceux qui ont pour commune mesure, non-seulement l'unité, mais encore d'autres nombres, comme 12 & 15.

Le *nombre parfait*, est celui dont les parties aliquotes étant ajoutées ensemble, rendent précisément le *nombre* dont elles sont les parties, comme 6, 28, &c.

Les parties aliquotes de 6, sont 3, 2 & 1, qui font 6 : celles de 28 sont 14, 7, 4, 2 & 1, qui font 28. *Voyez, sur les* nombres parfaits, *les nouv. Mém. de Pétersbourg, tom. II, & plusieurs autres volumes des mêmes Mémoires.*

Les *nombres imparfaits*, sont ceux dont les parties aliquotes étant ajoutées ensemble, sont plus ou moins que le nombre total dont elles sont les parties. *V.* IMPARFAIT.

On distingue les *nombres* imparfaits en *abondans* & *défectifs*.

Nombres abondans, sont ceux dont les parties aliquotes étant ajoutées ensemble, font plus que le tout dont elles sont les parties, comme 12, dont les parties aliquotes 6, 4, 3, 2, 1 font 16. *Voyez* ABONDANT.

Nombres défectifs, sont ceux dont les parties aliquotes ajoutées ensemble, font moins que le nombre total dont elles sont les parties, comme 16, dont les parties aliquotes 8, 4, 2, 1 ne font que 15. *V.* DÉFICIENT.

Le *nombre plan* est celui qui résulte de la multiplication de deux *nombres*, par exemple, 6 qui est le produit de 2 par 3.

Le *nombre quarré* est le produit d'un nombre multiplié par lui-même ; ainsi, 4, qui est le produit de 2 par 2, est un *nombre quarré*. *Voyez* QUARRÉ.

Tout *nombre quarré ajouté* à la racine, donne un *nombre* pair. En effet, si la racine est paire, le quarré est aussi pair ; & si elle est impaire, le quarré est aussi impair. Or deux pairs ou deux impairs pris ensemble, font toujours un *nombre* pair. *V.* RACINE.

Le *nombre cube* ou *cubique* est le produit d'un *nombre quarré* par sa racine ; par exemple, 8, qui est le produit du *nombre* quarré 4, par sa racine 2. *Voyez* CUBE & SOLIDE.

Tous les *nombres cubiques*, dont la racine eſt moindre que ſix, comme 8, 27, 64, 125, *&c.* étant diviſés par 6, le reſte eſt leur racine même. Par exemple, 8 étant diviſé par 6, il reſte 2, qui eſt la racine cube de 8. A l'égard des *nombres cubiques* plus grands que 125; 216, cube de 6, étant diviſé par 6, il ne reſte rien. 343, cube de 7, a pour reſte 1, qui, étant ajouté à 6, donne 7, racine cube de 343; 512, cube de 8, étant diviſé par 6, il reſte 2, qui, avec 6, fait 8, racine cube de 512. Ainſi, diviſant par 6 tous les *nombres* cubes au-deſſus de 216, & ajoutant les reſtes avec 6, on a toujours la racine cube du *nombre* propoſé juſqu'à ce que le reſte ſoit 5, qui, ajouté avec 6, fait 11. Les *nombres* cubes au-deſſus du cube de 11; ſavoir, le cube de 12 étant diviſé par 6, il ne reſte rien, & la racine cube eſt 12; & ſi on continue à diviſer les cubes ſupérieurs par 6, en ajoutant les reſtes non plus à 6, mais à 12, on aura la racine cube, & ainſi de ſuite, juſqu'au cube de 18, où le reſte de la diviſion ne doit plus être ajouté à 6 ni à 12, mais à 18, & de même à l'infini.

M. de la Hire, examinant cette propriété du *nombre 6* par rapport aux *nombres* cubiques, trouva que tous les autres *nombres* élevés à une puiſſance quelconque, avoient chacun leur diviſeur, qui faiſoit le même effet par rapport à ces puiſſances, que 6 par rapport aux *nombres* cubes; & voici la règle générale qu'il a découverte. Si l'expoſant de la puiſſance eſt pair, c'eſt-à-dire, ſi le *nombre* eſt élevé à la ſeconde, quatrième, ſixième, *&c.* puiſſance, il faut la diviſer par 2; & le reſte, s'il y en a un, étant ajouté à 2 ou à un multiple de 2 ſera la racine du degré correſpondant de la puiſſance donnée, c'eſt-à-dire, la racine deuxième, ou la quatrième, ou la ſixième, *&c.* mais, ſi l'expoſant de la puiſſance eſt impair, c'eſt-à-dire, ſi le *nombre* eſt élevé à la troiſième, cinquième, ſeptième, *&c.* puiſſance, le double de l'expoſant devra être le diviſeur, & ce diviſeur aura la propriété dont il s'agit.

Les *nombres polygones* ſont des ſommes de progreſſions arithmétiques qui commencent par l'unité; celles des progreſſions dont la différence eſt 1, ſont appellées *nombres triangulaires. V.* TRIANGULAIRE. Celles dont la différence eſt 2, ſont des *nombres quarrés.* Celles dont la différence eſt 3, ſont des *nombres pentagones.* Celles dont la différence eſt 4, les *nombres hexagones.* Celles dont la différence eſt 5, les *nombres heptagones*, &c. *Voyez les articles* FIGURÉ & POLYGONE.

Il y a des *nombres pyramidaux* : en voici la formation.

Les ſommes des *nombres* polygones priſes de la même manière qu'on prend les ſommes des progreſſions arithmétiques pour former les *nombres* polygones, ſont appellées *premiers nombres pyramidaux.*

Les ſommes des premiers *nombres* pyramidaux ſont appellées *ſeconds nombres pyramidaux* : les ſommes des ſeconds *nombres* pyramidaux ſont appellées *troiſièmes nombres pyramidaux*, &c.

En particulier, on appelle *nombres triangulaires pyramidaux*, ceux qui ſont formés par l'addition des *nombres* triangulaires, *premiers pyramidaux pentagonaux*, qui viennent de l'addition des *nombres* pentagones, *&c. Voyez* FIGURÉ.

Le *nombre cardinal* eſt celui qui exprime une quantité d'unités, comme 1, 2, *&c. Voyez* CARDINAL.

Le *nombre ordinal* eſt celui qui exprime leur ordre ou leur rang, comme premier, deuxième, troiſième, *&c. Voyez* ORDINAL. *Chambers.* (*E*)

Nombre abſolu,	*Voyez*	ABSOLU.
Nombre abſtrait,		ABSTRAIT.
Nombre amiable,		AMIABLE.
Nombre concret,		CONCRET.

Nombre barlong, *nombre* plan dont les côtés diffèrent d'une unité. Ainſi, le nombre 30 eſt un *nombre barlong*, puiſque ſes côtés 5 & 6 diffèrent d'1. Les *nombres barlongs* ſont les mêmes que ceux qu'on appelle *antelongiores*, ou *altera parte longiores.* Théon donne encore ce nom aux *nombres* qui ſont des ſommes des deux *nombres* pairs, dont la différence eſt 2. Le *nombre* 30 eſt un *nombre barlong*, parce qu'il eſt la ſomme de 14 & de 16, dont la différence eſt 2.

Nombre circulaire ou *ſphérique*, *nombre* qui, étant multiplié par lui-même, reprend toujours la dernière place du produit. Tels ſont les *nombres* 5 & 6; car 5 fois 5 font 25 : le produit de 25 par 5, eſt 125; celui de 125 par 5, eſt 725, *&c.* De même 6 multiplié par 6, donne 36; 6 fois 36 216 : le produit de ce *nombre* 216 par 36, eſt 8776, *&c.*

Nombre diamétral, *nombre* plan ou le produit de deux *nombres*, dont les quarrés des deux côtés ſont de même un quarré dans la ſomme. Tel eſt le *nombre* 12, car les quarrés 9 & 16 de ſes côtés 3 & 4, font de même, dans leur ſomme, un quarré 25. Michel Stifel a traité fort au long de ces *nombres*, dans ſon *Arithmetica integra, liv. I.*

Nombre double en puiſſance, c'eſt un *nombre* dont le quarré eſt deux fois auſſi grand qu'un autre *nombre*, comme l'eſt $\sqrt{6}$ à l'égard de 3, & $\sqrt{10}$ à l'égard de 5.

Nombre oblong, *nombre* plan qui a deux côtés inégaux, quelle que ſoit leur différence. 54, par exemple, eſt un *nombre oblong*, parce que les côtés 9 & 6 diffèrent de trois. De même 90 eſt un pareil *nombre*, la différence des côtés 18 & 5 étant 13.

Nombre parallélipipède, *nombre* ſolide dont les deux côtés ſont égaux, mais dont le troiſième eſt, ou plus grand, ou plus petit. Tel eſt le *nombre* 36, dont les trois côtés ſont 3, 3 & 4.

Nombre pronique, c'est la somme d'un *nombre* quarré & de sa racine. Soit, par exemple, la racine 4, dont le quarré est 16, dans ce cas, le *nombre pronique* est 20. Ainsi, en algèbre, la racine étant x, on exprime le *nombre pronique* par x^2+x; ou la racine étant $= x - 2$, le *nombre pronique* est $x^2 - 3x + 2$.

Nombres proportionnels, *nombres* qui sont entre eux dans une proportion.

Nombres moyens proportionnels arithmétiquement; *nombres* qui croissent ou décroissent selon une différence continuelle, comme 3, 5, 7, 9, où la différence, entre deux *nombres*, se trouve toujours la même, qui est ici 2. Soient les trois *nombres* 3, 5, 8, 10, où la différence des deux premiers est égale à la différence des deux derniers; ces *nombres* sont dits en proportion arithmétique.

Nombres proportionnels continuellement; *nombres* qui se suivent dans une même raison, de sorte que chacun d'eux, excepté le premier & le dernier, remplit en même tems la place du terme de l'antécédent & du conséquent d'une raison. Tels sont les *nombres* 2, 6, 18, 54, car 2 est à 6, comme 6 est à 18, & 6 est à 18, comme 18 est à 54. Par conséquent, 6 est en même tems le terme conséquent de la première raison, & l'antécédent de la seconde, ainsi que 18 est le conséquent de la seconde & l'antécédent de la troisième.

Nombre pyrgoïdal, c'est un *nombre* composé d'un *nombre* colonnaire & d'un pyramidal, & qui sont tous deux d'un même genre, de façon que le côté ou la racine du *nombre pyramidal* soit moindre de l'unité que le côté du *nombre* colonnaire. Exemple, 18 est le côté du *nombre* triangulaire colonnaire, dont le côté est 3, & 4 est un *nombre triangulaire pyramidal*, dont le côté est 2, la somme $18+4$ est un *nombre triangulaire pyrgoïdal*: cela veut dire que les *nombres pyrgoïdaux* prennent leurs noms des *nombres* colonnaires & pyramidaux dont ils sont formés.

Nombre solide, produit de la multiplication de trois autres *nombres*. Ainsi, 30 est un *nombre solide*, parce qu'il est formé par la multiplication des trois *nombres* 2, 3 & 5 : ces *nombres* s'appellent *côtés*; lorsqu'ils sont égaux, le *nombre solide* qui en résulte est un cube.

Nombres solides semblables, *nombres* dont les côtés équinomes ont la même proportion. C'est ainsi que les *nombres* solides 48 & 162 sont semblables; car, comme la longueur du premier 2 est à sa largeur 4, ainsi est la longueur du second 3 à sa largeur 6. De même, comme la longueur du premier 2 est à sa profondeur 6, ainsi la longueur du second 3 est à sa profondeur 9. Enfin, comme la largeur du premier 4 est à sa profondeur 6, ainsi la largeur 6 du second est à sa profondeur 9.

Nombre sursolide, c'est le *nombre* qui se forme en multipliant le quarré par le cube d'une racine, ou le quarré par lui-même, & le produit encore par lui-même. Exemple, 9, nombre quarré de 3, étant multiplié par 3, produit 27; & ce *nombre* étant encore multiplié par 9, donne 243, qui est un *nombre sursolide*. Les anciens donnoient à ce *nombre* un caractère *Z C*. Dans l'algèbre, on l'appelle la *cinquième puissance*, qu'on marque ainsi, a^5. (*D. J.*)

NOMBRES, (*Philosoph. Pythagor.*) On sait que les Pythagoriciens appliquèrent les propriétés arithmétiques des *nombres* aux sciences les plus abstraites & les plus sérieuses. On va voir en peu de mots si leur folie méritoit l'éclat qu'elle a eu dans le monde, & si le titre pompeux de *théologie arithmétique*, que lui donnoit Nicomaque, lui convient.

L'unité n'ayant point de parties, doit moins passer pour un *nombre* que pour le principe génératif des *nombres*. Par-là, disoient les Pythagoriciens, elle est devenue comme l'attribut essentiel, le caractère sublime, le sceau même de Dieu. On le nomme avec admiration celui qui est *un*; c'est le seul titre qui lui convient & qui le distingue de tous les autres êtres qui changent sans cesse & sans retour. Lorsqu'on veut représenter un royaume florissant & bien policé, on dit qu'*un* même esprit y règne, qu'*une* même ame le vivifie, qu'*un* même ressort le remue.

Le *nombre* 2 désignoit, suivant Pythagore, le mauvais principe, & par conséquent le désordre, la confusion & le changement. La haine qu'on portoit au *nombre* 2 s'étendoit à tous ceux qui commençoient par le même chiffre, comme 20, 200, 2000, *&c.* Suivant cette ancienne prévention, les Romains dédièrent à Pluton le second mois de l'année; & le second jour du même mois, ils expioient les manes des morts. Des gens superstitieux, pour appuyer cette doctrine, ont remarqué que le second jour des mois avoit été fatal à beaucoup de lieux & de grands hommes, comme si ces mêmes fatalités n'étoient pas également arrivées dans d'autres jours.

Mais le *nombre* 3 plaisoit extrêmement aux Pythagoriciens, qui y trouvoient de sublimes mystères, dont ils se vantoient d'avoir la clé; ils appelloient ce *nombre* l'*harmonie parfaite*. Un Italien, chanoine de Bergame, s'est avisé de recueillir les singularités qui appartiennent à ce *nombre*; il y en a de philosophiques, de poétiques, de fabuleuses, de galantes, & même de dévotes : c'est une compilation aussi bizarre que mal assortie.

Le *nombre* 4 étoit en grande vénération chez les disciples de Pythagore; ils disoient qu'il renfermoit toute la religion du serment, & qu'il rappelloit l'idée de Dieu & de sa puissance infinie dans l'arrangement de l'univers.

Junon, qui préside au mariage, protégeoit, selon Pythagore, le *nombre* 5, parce qu'il est com-

posé de 2, premier *nombre* pair & de 3, premier *nombre* impair. Or ces deux *nombres* réunis ensemble pair & impair, font 5, ce qui est un emblême ou une image du mariage. D'ailleurs le *nombre* 5 est remarquable, ajoutoient-ils, par un autre endroit, c'est qu'étant multiplié toujours par lui-même, c'est-à-dire, 5 par 5, le produit 125 par 5, ce second produit encore par 5, *&c.* il vient toujours un *nombre* 5 à la droite du produit.

Le *nombre* 6, au rapport de Vitruve, devoit tout son mérite à l'usage où étoient les anciens géomètres de diviser toutes les figures, soit qu'elles fussent terminées par des lignes droites, soit qu'elles fussent terminées par des lignes courbes, en six parties égales; & comme l'exactitude du jugement & la rigidité de la méthode sont essentielles à la géométrie, les Pythagoriciens, qui eux-mêmes faisoient beaucoup de cas de cette science, employèrent le *nombre* 6 pour la Justice, elle qui, marchant toujours d'un pas égal, ne se laisse séduire ni par le rang des personnes, ni par l'éclat des dignités, ni par l'attrait ordinairement vainqueur des richesses.

Aucun *nombre* n'a été si bien accueilli que le *nombre* 7: les médecins y croyoient découvrir les vicissitudes continuelles de la vie humaine. C'est de-là qu'ils formèrent leur année climactérique. Fra-Paolo, dans son *Histoire du Concile de Trente*, a tourné plaisamment en ridicule tous les avantages prétendus du *nombre* 7.

Le *nombre* 8 étoit en vénération chez les Pythagoriciens, par ce qu'il désignoit, selon eux, la loi naturelle, cette loi primitive & sacrée qui suppose tous les hommes égaux.

Ils considéroient avec crainte le nombre 9, comme désignant la fragilité des fortunes humaines, presqu'aussi-tôt renversées qu'établies. C'est pour cela qu'ils conseilloient d'éviter tous les *nombres* où le 9 domine, & principalement 81, qui est le produit de 9 multiplié par lui-même.

Enfin les disciples de Pythagore regardoient le *nombre* 10 comme le tableau des merveilles de l'univers, contenant éminemment les prérogatives des *nombres* qui le précèdent. Pour marquer qu'une chose surpassoit de beaucoup une autre, les Pythagoriciens disoient qu'elle étoit 10 fois plus grande, 10 fois plus admirable. Pour marquer simplement une belle chose, ils disoient qu'elle avoit 10 degrés de beauté. D'ailleurs ce nombre passoit pour un signe de paix, d'amitié, de bienveillance; & la raison qu'en donnoient les disciples de Pythagore, c'est que, quand deux personnes veulent se lier étroitement, elles se prennent les mains l'une à l'autre, & se les serrent en témoignage d'une union réciproque. Or, disoient-ils, deux mains jointes ensemble forment, par le moyen des doigts, le *nombre* 10.

Ce ne sont pas les seuls Pythagoriciens qui aient donné dans ces frivoles subtilités des *nombres*, &, dans ces sortes de raffinemens allégoriques, quelques peres de l'Eglise n'ont pas su s'en préserver: c'est ainsi que saint Augustin, pour prouver que les combinaisons mystérieuses des *nombres* peuvent servir à l'intelligence de l'Ecriture, s'appuie du passage de l'auteur de la sagesse, qui dit que Dieu a tout fait avec poids, *nombre* & mesure. Enfin on trouve encore dans le bréviaire romain quelques-unes de ces allégories bizarres données en forme de leçons. *Voyez l'hist. critiq. de la Philosoph. tome II.* Diogène Laërce. (*D. J.*)

NOMBRE *d'or*, c'est celui qui exprime l'année où l'on est du CYCLE LUNAIRE, par exemple 18, en 1784. Quand on a compté jusqu'à 19, on recommence par 1, 2, *&c. V.* CYCLE.

NOMBRER, v. act. (*Arith.*) c'est exprimer le nombre marqué par un certain assemblage de chiffres. *Voyez* NUMÉRATION.

NOMBRIL, (*Géom.*) point de l'axe dans une ligne courbe, qu'on appelle autrement *foyer.* (*D. J.*)

* Ce mot n'est plus en usage dans notre langue; mais Neuton se sert du mot latin *umbilicus*, dans son livre des principes.

NON

NONAGONE, s. m. (*Gramm.*), figure de 9 angles & de 9 côtés. On dit plus communément *ennéagone. Voyez ce mot, voyez aussi* POLYGONE.

NONAGÉSIME, (*Astron.*) *nonagesimus ab oriente.* C'est le point de l'écliptique éloigné de 90 degrés des sections de l'horizon & de l'écliptique; c'est le point qui est le plus élevé au-dessus de l'horizon dans un moment donné, & dont la hauteur mesure l'angle que l'écliptique fait avec l'horizon. Les astronomes calculent souvent les éclipses de soleil, & les parallaxes qui influent sur les éclipses, au moyen du *nonagésime;* ainsi, nous allons donner en abrégé la manière de calculer, soit la longitude du *nonagésime*, soit sa hauteur. Le méridien est $HZEC$, (*fig.* 53 *des plan. d'Astron.*). L'horizon $HOBC$, l'écliptique $ENRTO$, prise dans l'hémisphère oriental, E le point culminant de l'écliptique, c'est-à-dire, le point qui passe dans le méridien, & dont l'ascension droite est celle du milieu du ciel, le point O de l'écliptique qui s'élève au même instant est le point orient, l'horoscope, ou l'ascendant; l'arc ON étant pris de 90 degrés, le point N est le *nonagésime*. Si par le pole P de l'écliptique & par le zénit Z, on tire un cercle $PZNB$. Ce cercle sera tout à-la-fois un cercle de latitude, parce qu'il passe par le pole de l'écliptique, & un vertical puisqu'il passe par le zénit; il sera perpendiculaire à l'écliptique en N & à l'horizon en B, & l'arc NB sera la hauteur du *nonagésime;* mais parce que NO

eſt un quart de cercle, & que l'angle B eſt droit, le point O eſt le pole de l'arc NB, & l'angle NOB qui a pour meſure l'arc NB eſt auſſi égal à la hauteur du *nonagéſime* N; enfin l'arc PZ compris entre le pole & le zénit, eſt encore égal à la hauteur du *nonagéſime*, car ſi des arcs PN & ZB, qui ſont chacun de 90 degrés l'on ôte la partie commune ZM, il reſtera PZ égal à NB qui eſt la hauteur du *nonagéſime*, lorſqu'à un inſtant donné l'on veut connoître la longitude du *nonagéſime*, on cherche l'aſcenſion droite du milieu du ciel, ou le point de l'équateur qui eſt dans le méridien, enſuite la longitude du point E de l'écliptique qui y répond avec ſa déclinaiſon, & l'angle de l'écliptique avec le méridien en E, cela fait, on a la hauteur du point culminant E de l'écliptique égale à la hauteur connue de l'équateur, plus ou moins la déclinaiſon trouvée pour le point E de l'écliptique.

Alors dans le triangle EOC rectangle en C, connoiſſant la hauteur CE du point culminant, & l'angle CEO du méridien avec l'écliptique dans ce point-là; on cherchera l'angle EOC, en diſant: le rayon eſt au co-ſinus de la hauteur CE du point culminant, comme le ſinus de l'angle E de l'écliptique avec le méridien, eſt au co-ſinus de l'angle O ou de la hauteur du *nonagéſime*.

On a enſuite dans le même triangle OEC cette autre proportion R : cotang. CE : : coſin. E : cotang. OE, qui eſt l'arc compris entre le méridien & l'horizon; mais l'arc NE de l'écliptique compris entre le point culminant, & le *nonagéſime* eſt le complément de OE, ou ſon excès ſur 90° ainſi, l'on aura R: cotang. CE : : coſ. E : tang. NE, c'eſt-à-dire, la tangente de la hauteur du point culminant, eſt au rayon comme le coſinus de l'angle de l'écliptique, avec le méridien, eſt à la tangente d'un arc NE; il faut l'ajouter à la longitude du point culminant E, ſi ce point eſt dans les ſignes aſcendans pour avoir la longitude du *nonagéſime* ou du point N.

Quand on a la longitude du *nonagéſime*, & la longitude de la lune pour le même inſtant, on prend leur différence, c'eſt la diſtance de la lune au *nonagéſime*, cette différence jointe avec la hauteur du *nonagéſime*, & la latitude de la lune ſuffit pour trouver la parallaxe de la lune en longitude & en latitude. Soit L, le vrai lieu de la lune, S ſon lieu apparent dans le vertical ZLS; PLR, le cercle de latitude qui paſſe par le vrai lieu de la lune; PST celui qui paſſe par le lieu apparent; LR eſt la latitude vraie, ST la latitude apparente, & ayant pris PI égal à PL, l'arc IS eſt la parallaxe de latitude, l'arc RT de l'écliptique eſt la parallaxe de longitude. On pourroit les trouver par la trigonométrie ſphérique; mais voici des formules aſſez commodes pour cet effet que j'ai démontrées dans mon Aſtronomie.

$$\text{Parall. long.} = \ldots\ldots \frac{\text{parall. hor. ſin. diſt. appar. au non. ſin. haut. du nonag.}}{\text{coſ. latit. vraie}}$$

$$\text{Parall. latit.} = \ldots\ldots \left(\frac{\text{cotang. lat.}}{\text{tang. haut. du nonag.}} - \text{coſ. diſt. appar. au non.}\right)$$

parall. horiz. ſin. haut. du nonag. ſin. lat. appar.

Ainſi, la formule qui exprime la parallaxe de latitude eſt compoſée de deux parties. Mais la ſeconde eſt toujours très-petite & cette partie change de ſigne, ou devient additive quand la diſtance apparente de la lune au *nonagéſime*, & ſa diſtance apparente au pole élevé de l'écliptique, ſont de différentes eſpèces, l'une aigue & l'autre obtuſe ou de plus de 90 degrés. Ces parallaxes appliquées à la longitude & à la latitude vraie de la lune, donnent ſa poſition apparente, dont on a beſoin pour calculer une éclipſe de ſoleil ou d'étoile par la lune. *Voyez* ECLIPSE. (*D. L.*)

NONES, dont le calendrier romain exprimoit le 7 dans les mois de mars, mai, juillet & octobre, le 5 dans les 8 autres mois. *Voyez* CALENDRIER.

NONIUS, nom d'une petite pièce employée dans les diviſions des inſtrumens de mathématique, on l'appelle auſſi VERNIER. *Voyez* INSTRUMENS.

NORD ou ſeptentrion, c'eſt le côté du pole arctique, où la partie du ciel oppoſée à celle où le ſoleil nous paroît à midi, ou dans le milieu du jour, dans nos climats ſeptentrionaux.

NORMAL, adj. (*Géom.*) une ligne *normale*, en Géométrie, eſt ce que l'on appelle autrement & plus ordinairement une *perpendiculaire*. *Voyez* PERPENDICULAIRE.

NOTATION, ſ. f. (*Géom.*) *en Arithmétique*, l'art de marquer les nombres par les caractères qui leur ſont propres, & de les diſtinguer par leurs figures. *Voyez* NOMBRE & CHIFFRE.

Le choix des caractères arithmétiques eſt arbitraire; auſſi ſont-ils différens chez les différentes nations. Mais il n'y en a peut-être pas de ſi commodes que ceux dont nous faiſons aujourd'hui uſage en europe, qu'on dit avoir été inventés par les arabes, & qu'on appelle par cette raiſon *chiffres* ou *caractères arabes*. Cependant, ſelon l'obſervation de Wallis, un auteur arabe en attribue l'invention aux Indiens. *Voyez* BINAIRE, DACTYLONOMIE & ECHELLES ARITHMÉTIQUES.

Les Grecs, les Hébreux & les autres peuples de l'orient, auſſi bien que les Romains, marquoient leurs nombres par les lettres de leur alphabet. *Voyez* CARACTERE. *Chambers.* (*O*)

NOUVEAU, ſe dit *en Mathématique* de certaines parties de cette ſcience, en comparant l'ac-

croissement qu'elles ont reçu des modernes à l'état d'imperfection dans lequel les anciens nous les avoient transmises. *Voyez* les *articles* ANCIEN & MODERNE.

Nouvelle Géométrie, *voyez* GÉOMÉTRIE.

Nouvelle Astronomie, *voyez* ASTRONOMIE.

Nouveau style en *Chronologie* se dit de la nouvelle manière de compter les jours, depuis la réformation du calendrier. *V.* CALENDRIER.

NOUVELLE LUNE, (*Astr.*) est le nom qu'on donne au commencement du mois lunaire, ou à l'état de la lune lorsqu'elle se trouve entre la terre & le soleil, & que sa partie obscure est tournée vers nous, de manière que nous n'appercevons point cette planète : la lune est alors en conjonction avec le soleil. Les éclipses de soleil n'arrivent que dans les *nouvelles* lunes, lorsque la lune se trouve précisément entre la terre & le soleil; en sorte qu'elle cache à plusieurs des habitans de la terre, ou tout le disque du soleil, ou au moins une partie de ce disque. Il y a *nouvelle* lune en général, quand cette planète se trouve avec la terre & le soleil dans un même plan perpendiculaire au plan de l'écliptique; mais lorsqu'elle est de plus dans la même ligne droite, ou à-peu-près, il y a éclipse de soleil. Les astronomes distinguent les *nouvelles* lunes vraies, des *nouvelles* lunes moyennes, qui sont indiquées par le calendrier des *épactes*, & les *nouvelles* lunes écliptiques de celles qui ne sont que de simples conjonctions, dans lesquelles la lune peut-être éloignée de cinq degrés du soleil.

La *nouvelle* lune ou néoménie, se célébroit autrefois chez tous les peuples du monde. *Voyez* LUNE.

NOYAU, s. m. (*Astron.*) nom que quelques astronomes donnent au milieu des taches du soleil & des têtes des comètes, le *noyau* des taches du soleil est plus noir, celui des comètes est plus clair que les autres parties.

NOYER, *V. act.* (*hyd.*). On noie quelquefois un jet, en faisant passer l'eau au-dessus de l'ajutage, ce qui en diminuant sa hauteur le fait paroître plus gros, & blanc comme de la neige.

Quand on noie un bassin c'est pour nourrir les glaises. On bouche alors la décharge de superficie. (*K*)

N U A

NUAGES, (*Astron.*) *nubeculæ*, le grand *nuage* & le petit *nuage*, espèce de nébulosité qu'on appelle aussi les *nuées de Magellan*, ou les *nuées du Cap*, parce qu'on les voit en approchant du détroit de Magellan ou du cap de Bonne-Espérance, dans l'hémisphère austral. Elles sont marquées dans les cartes de Bayer, entre l'hydre & la dorade, ces nébulosités ou blancheurs ressemblent à la voie lactée, mais on distingue quelques étoiles, comme dans la plupart des nébuleuses, *voyez* la Caille, *mém.* 1755, *page* 195. Le grand *nuage*, *nubecula major*, est situé dans le planisphère de la Caille, au-dessus de la *montagne de la table*, vers l'étoile ρ, qui avoit en 1750, 76° 31′ 10″ d'ascension droite, & 71° 38′ 43″ de déclinaison australe. Le petit *nuage*, *nubecula minor*, n'a que des étoiles de 6^{e} grandeur, dont une avoit 32° 26′ 45″ d'ascension droite, & 75° 40′ 15″ de déclinaison. (*D. L.*)

NUIT, (*Astron.*) sous l'équateur, les *nuits* sont égales aux jours; sous le pole, la *nuit* dure la moitié de l'année. Le jour des équinoxes, les *nuits* sont égales aux jours dans tous les climats de la terre.

Dans l'hémisphère septentrional que nous habitons, les *nuits* sont plus grandes que les jours, depuis l'équinoxe d'automne jusqu'à celui du printems, & les *nuits* sont plus courtes que les jours, depuis l'équinoxe du printems jusqu'à celui d'automne.

Les plus grandes *nuits* de l'hémisphère septentrional arrivent au solstice d'hiver, & les plus courtes au solstice d'été; c'est le contraire dans l'hémisphère méridional. *Voyez* GLOBE.

Les anciens Gaulois & les anciens Germains, divisoient le tems, non par jours, mais par *nuits*; comme il paroît par différens endroits de Tacite & de César; les Arabes font encore de même.

Les premiers Anglois Saxons avoient le même usage dans un concile, tenu en Angleterre l'an 824, nous lisons : *Ibi finitâ & proscriptâ contentione coram episcopo post* 30 *noctes, illum juramentum ad Westminter deductum est.* De-là sont venus les mots anglois, *sevennight*, *fortnight*, qui signifient *sept nuits*, *quatorze nuits*, *semaine*, *quinzaine*. Chambers. (*O*)

NUMÉRAL. adj. (*Arithm.*); c'est la même chose que *numérique* : *voyez* NUMÉRIQUE. On dit quelquefois l'Arithmétique *numérale* pour la distinguer de l'Arithmétique *littérale*. *Voyez* LITTÉRAL & ALGEBRE (*E*).

NUMÉRATEUR, s. m. (*Arithm.*); c'est un nom que l'on donne au chiffre supérieur d'une fraction : il indique quel nombre il faut prendre des parties dont la quantité est exprimée par le chiffre inférieur, que l'on nomme *dénominateur* : ainsi, $\frac{7}{10}$ est l'expression de sept dixièmes d'un tout quelconque. 7 est le *numérateur*, & 10 le *dénominateur* : le *dénominateur* marque que le tout est supposé divisé en 10 parties; & le *numérateur*, qu'il en faut prendre 7. *Voyez* FRACTION & DÉNOMINATEUR. (*E*)

NUMÉRATION, s. f. *en Arithmétique*, est l'art de prononcer ou d'estimer un nombre quelconque, ou une suite des nombres. *Voyez* NOMBRE.

On exprime ordinairement les neuf premiers nom

bres par les neuf caractères suivans 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Quand on est arrivé à dix, on recommence & on répète les mêmes chiffres, qui pour lors expriment des dixaines.

Weigelius enseigne comment on pourroit nombrer sans passer le chiffre 4, c'est-à-dire, en répétant seulement les chiffres 1, 2, 3, 4; & M. Léibnitz, dans ce qu'il appelloit son *arithmétique binaire*, s'est servi de deux chiffres 1, 0, seulement, pour exprimer toutes sortes de nombres. Mais ces sortes de manières de calculer sont plus curieuses qu'utiles. *Voyez* Binaire.

Afin que les neuf caractères numériques pussent exprimer non-seulement des unités, mais des dixaines, des centaines, des milles, *&c.* on leur a attribué une valeur locale, dépendante de la place où ils sont; ainsi, quand un chiffre est seul, ou qu'il est le plus à la droite dans un nombre quelconque, il signifie des *unités*; à la seconde place, il marque des *dixaines*; à la troisième, des *centaines*; à la quatrième, des *mille*. *Voyez* Notation. *Chambers.*

Maintenant, pour exprimer ou lire un nombre qui est écrit, & pour assigner à chaque caractère sa valeur propre, divisez le nombre proposé en commençant de la droite vers la gauche en plusieurs classes de trois chiffres chacune, séparées l'une de l'autre par des virgules : après quoi, on observera que les chiffres contenus dans la première classe ou premier ternaire, en allant de la droite vers la gauche, n'expriment que des unités, des dixaines, & des centaines simples, sans aucune autre dénomination; dans la seconde classe, ce sont des unités, des dixaines, des centaines de mille, la troisième exprime des millions, la quatrième des billions, la cinquième des trillions, & ensuite des quatrillons, des quintillions, des sextillions, des septillions, *&c.*

S'il falloit donc faire la *numération* ou énoncer la quantité 92, 084, 300, 216, 947, après l'avoir distinguée en classes ou en ternaires par des virgules, on diroit quatre-vingt-douze trillions, quatre-vingt-quatre billions, trois cens millions, deux cens seize mille, neuf cens quarante-sept.

Il est à propos d'observer ici, 1.° que les chiffres qui vont en augmentant de la droite vers la gauche, s'énoncent en allant de la gauche vers la droite; en voyant les chiffres 947, on ne dit pas sept quarante-neuf cens, mais neuf cens quarante-sept.

2.° Que la dénomination d'un ternaire ne se fait qu'après avoir énoncé le dernier chiffre de ce ternaire, en allant de la gauche vers la droite: pour énoncer les chiffres 347000, on ne dit pas trois cens mille quarante mille sept mille, mais simplement trois cens quarante sept mille; parce que l'on suppose que la dénomination *mille* affecte les cens & les dixaines, ainsi que les unités. (*E*)

Pour mettre en chiffre un nombre proposé, par exemple, trois cens quarante-un *millions* deux cens treize *mille* six cens vingt-deux, on écrira d'abord 341, puis à la droite 213, enfin 622. Cela est clair par ce qui précède; car, puisque tout nombre se divise en unités, en mille, en millions, *&c.* la difficulté se réduit à exprimer des centaines, des dixaines & des unités d'unités, de mille, de millions. Or, pour exprimer ces centaines, ces dixaines, il n'y a qu'à mettre d'abord le chiffre qui représente les centaines, ensuite celui qui représente les dixaines, & qui sera zéro, s'il n'y a point de dixaines, enfin celui qui représente les unités. En général, on voit que toute la difficulté de la *numération* se réduit à énoncer & à écrire un nombre composé de trois chiffres, en se souvenant que, de trois en trois chiffres, allant de droite à gauche, la dénomination change; que les unités deviennent des mille, les mille des millions, ceux-ci des billions, *&c.* (*O*)

NUMÉRIQUE ou NUMÉRAL, adj. (*Arithm.*) ce qui a rapport aux nombres. *Voyez* Nombre.

Le calcul *numérique* est celui qui se sert des nombres au lieu des lettres de l'alphabet. *Voyez* Algèbre & Arithmétique.

La différence *numérique* est la différence qui distingue un individu d'avec un autre.

Ainsi, on dit d'une chose qu'elle est la même qu'une autre *numériquement*, ou du même *numéro*, lorsqu'elle est exactement la même qu'une autre dans le sens le plus étroit qu'on puisse donner à ce *mot. Chambers.*

Numérique, (*Géométrie*), exégèse *numérique*. *V.* Exégèse.

NUT

NUTATION ou *déviation*, (*Astronom.*) mouvement apparent d'environ 18 secondes qu'on observe dans les étoiles fixes, par rapport à l'équateur, & qui vient du déplacement de l'équateur terrestre par l'attraction de la lune. Dès que l'on eut une idée de l'attraction universelle, on ne douta pas qu'il n'y eût dans l'axe de la terre, quelque balancement qui produisoit une *nutation* apparente dans les positions des étoiles fixes. Flamsteed & Romer l'avoient dit formellement, & c'étoit une idée qui se présentoit naturellement, en voyant que les anciens astronomes avoient admis déjà une semblable *nutation* dans l'obliquité de l'écliptique.

Lorsque Bradley eut découvert l'aberration des étoiles, & leurs périodes annuelles; il s'apperçut que les retours n'étoient pas exactement les mêmes au bout d'un an; il vit, en 1728, que le changement annuel de déclinaison dans les étoiles voisines du colure des équinoxes, étoit plus grand qu'il ne devoit résulter de la précession de 50″, calculée à la manière ordinaire; l'étoile η de la grande ourse se trouva au mois de septembre 1728.

20″, plus au sud que l'année précédente, quoiqu'il ne dût y avoir que 18″; il en résultoit que la précession des équinoxes avoit dû être de 55″ ½ au lieu de 50″, sans que cette différence de 18′ à 20″ pût être attribuée à l'instrument, parce que les étoiles voisines du colure des solstices, ne donnoient point la même différence *philosoph. trans.* 1728.

En général, les étoiles situées proche le colure des équinoxes, avoient changé de déclinaison d'environ 2″ plus qu'elles n'auroient fait par la précession moyenne des équinoxes, qui est très-bien connue; & les étoiles voisines du colure des solstices moins qu'elles n'auroient dû faire; mais ajoute Bradley, soit que ces petites variations viennent d'une cause régulière, ou qu'elles soient occasionnées par quelque changement dans l'instrument, je ne suis pas encore en état de les déterminer. Cet habile astronome n'en fut que plus ardent à continuer ses observations pour déterminer la période, & la loi de ces variations; il demeura presque toujours à Wansted, jusqu'en 1732, qu'il fut obligé d'aller à Oxford, pour remplacer Halley; il continua d'observer avec la même exactitude toutes les circonstances de changements de déclinaison sur un grand nombre d'étoiles. Chaque année, il voyoit les périodes de l'aberration se rétablir suivant les règles qu'on a vues au *mot* Aberration; mais, d'une année à l'autre, il y avoit d'autres différences, les étoiles situées entre l'équinoxe du printems & le solstice d'hiver, se trouvoient être plus près du pole boréal, les étoiles opposées s'en étoient éloignées, il commença de soupçonner que l'action de la lune sur l'équateur, c'est-à-dire, sur la partie la plus relevée du sphéroïde terrestre, pouvoit causer une variation ou un balancement dans l'axe de la terre; son secteur étant demeuré fixe à Wansted, il continua d'y venir observer souvent. Et il s'est trouvé en état, en 1747, de prononcer sur la cause de ce phénomène; nous allons rendre compte de cette nouvelle découverte d'après Bradley lui-même. *phil. trans.* 1748.

En 1727, le nœud ascendant de la lune concouroit avec l'équinoxe du printems, de sorte que la lune s'écartoit de l'équateur dans ses plus grandes latitudes de 28° ½; en 1736, le nœud ascendant s'étant trouvé dans l'équinoxe de la balance, la lune ne pouvoit plus s'écarter de l'équateur que de 18° ½, de sorte que son orbite étoit plus éloignée de l'équateur de 10° en 1727, qu'en 1736, ce qui rendoit son attraction plus sur la partie relevée de l'équateur terrestre, car plus un corps est attiré de côté, plus son mouvement latéral est sensible.

Bradley observa en 1727, par le changement de déclinaison des étoiles voisines du colure des équinoxes, que la précession des équinoxes étoit plus grande que la moyenne, & cependant les étoiles situées proche le colure des solstices, paroissoient se mouvoir d'une manière contraire aux effets de cette augmentation, les étoiles opposées en ascension droite, étoient affectées de la même manière; γ du dragon, & la 35ᵉ étoile de la giraffe avoient éprouvé le même changement en déclinaison, l'une vers le nord, l'autre vers le sud; cela s'accordoit très-bien avec une *nutation* de l'axe de la terre, qui doit évidemment produire la même différence sur les étoiles opposées en ascension droite.

En 1732, le nœud de la lune avoit rétrogradé jusqu'au solstice d'hiver, alors les étoiles situées proche le colure des équinoxes parurent changer leur déclinaison suivant la précession de 50″ dans les années suivantes, ce changement diminua jusqu'en 1736, que le nœud ascendant parvient à l'équinoxe de la balance.

Les étoiles situées vers le colure des solstices changèrent de déclinaison depuis 1727 jusqu'en 1736, de 18″ moins que n'exigoit la précession de 50″, de sorte que le pole du monde ou l'axe de la terre, avoit éprouvé un déplacement ou une *nutation* de 18″, pendant une demi-révolution des nœuds de la lune, & Bradley en avertit, en 1737, les astronomes françois, qui avoient fait le voyage de Laponie pour la figure de la terre, & qui avoient beaucoup d'observations à calculer.

En 1745, au bout de dix-huit ans, les nœuds de la lune étant revenus à leur première situation, les étoiles reparurent toutes aux mêmes points, ayant égard à la *précession* des équinoxes: on vit les mêmes phénomènes qu'en 1727, & Bradley ne douta plus que la *nutation* de l'axe terrestre n'en fût la véritable cause.

Machin habile géomètre, & sécrétaire de la société royale de Londres, à qui il envoya ses conjectures, vit bientôt qu'il suffisoit pour expliquer, & la *nutation* & le changement de la précession, de supposer que le pole de la terre décrivoit un petit cercle, comme les anciens l'avoient déjà supposé pour d'autres phénomènes; il donna 18″ au diamètre de ce cercle, & supposa qu'il étoit décrit par le pole dans l'espace d'une révolution des nœuds de la lune, l'on expliquoit par-là, & le changement de la précession annuelle, tel que les étoiles voisines du colure des équinoxes l'avoient indiqué, & la *nutation* de l'axe de la terre, démontrée par les étoiles voisines du colure des solstices.

Ainsi, l'hypothèse que Machin employa pour expliquer les observations de Bradley, consistoit à supposer que le pole de la terre, décrivoit un cercle de 18″ de diamètre dans l'espace de 18 ans, par un mouvement rétrograde soit E, le pole de l'écliptique (*fig.* 138, *pl. d'Astron.*), P le pole de l'équateur qui en est éloigné de 23° ½, & autour du point P un petit cercle $BRDV$, dont le rayon PR ou PV soit de 9″; au lieu du point P, qui est le lieu moyen du pole, on suppose que le vrai pole soit en R, lorsque le nœud

nœud eſt dans l'équinoxe du printems ſur les colures des équinoxes PB, & que le pole continue de ſe mouvoir de R en B, de la même manière que le nœud : en ſorte que quand le pole eſt en O, l'arc RO ſoit égal à la longitude du nœud de la lune, le lieu du vrai pole ſera toujours plus avancé de 3 ſignes en aſcenſion droite dans le cercle RBV, que le lieu du nœud de la lune dans l'écliptique; & le pole ſera en D, lorſque le nœud ſera du côté de R dans le cancer. Puiſque le pole rétrograde de A en B, il doit ſe rapprocher des étoiles qui ſont dans le colure PB, des équinoxes; de ſorte que la préceſſion en paroîtra plus grande, parce qu'elle occaſionnera dans les étoiles qui ſont ſur le colure des équinoxes, un changement de déclinaiſon plus grand de 9″ qu'il ne devoit être, & cela dans l'eſpace de 4 ans & 8 mois, que le nœud emploiera à venir du bélier au capricorne, & le pole à venir de R en B, en même tems le pole paroîtra s'être approché des étoiles qui ſont vers le ſolſtice d'hiver, ou du côté de E, telles ſont en effet les circonſtances que Bradley avoit obſervées.

Le premier effet de la *nutation* eſt donc une augmentation de neuf ſecondes, dans l'obliquité de l'écliptique, lorſque le nœud de la lune eſt dans le bélier comme en 1764. La *nutation* change également les longitudes, les aſcenſions droites & les déclinaiſons des aſtres; il n'y a que les latitudes qui n'en ſont point affectées, ſoit MLQ, *fig.* 137, l'écliptique, MRN l'équateur & un aſtre en K; ſi l'équateur prend la ſituation LNI, en ſorte que l'angle N ſoit de 9″, que le point équinoxial ſoit en L, l'étoile K répondra au point V de l'équateur. L'obliquité de l'écliptique changera de la quantité $ZI = 9''$ ſin. NZ, ou 9″ multipliées par le coſinus de la longitude du nœud, qui eſt égale à MN, la *nutation* en longitude ML ſera $9'' \frac{\text{ſin } NR}{\text{ſin. } M}$. Cette équation des points équinoxiaux s'emploie dans les tables du ſoleil, & dans les calculs de toutes les planètes, la *nutation* en déclinaiſon $VY = 9''$ ſin. TN; & la *nutation* en aſcenſion droite $= MR + TY = 9'' \frac{\text{ſin. } NR}{\text{tang. } M} \times 9''$ tang. TK coſ. TN; l'arc TN & l'aſcenſion droite de l'aſtre K, moins la longitude du nœud de la lune; ces formules ſont démontrées plus au long dans mon ASTRONOMIE.

La théorie & les obſervations, ont fait voir qu'au lieu de faire parcourir un cercle au pole du monde, il valoit mieux employer une ellipſe, RQV ſoit O, le lieu du pole dans le cercle que nous avions d'abord employé, l'on ſuppoſe que le lieu M dans l'ellipſe, ſoit ſur la perpendiculaire NMO; & que le rapport entre les axes RP & PQ, ſoit celui de 9″ à 6″ 7, comme on le déduit des formules de M. d'Alembert, dans ſes *recherches ſur la préceſſion des équinoxes*. NM eſt à NO, dans le même rapport, donc 9″ à 6″ 7, comme la tangente de NPO ou de la longitude du nœud, eſt à la tangente de NPM, égale à la longitude du nœud corrigée, & telle qu'il faut l'employer dans les formules précédentes, pour la valeur de MN; connoiſſant l'angle NPM, l'on dira la ſecante de l'angle NPO eſt à la ſecante de NPM, comme PO eſt à PM, ou ce qui eſt plus commode, coſ. NPM : coſ. NP : : PO : PM; car les ſécantes ſont en raiſon inverſe des coſinus ; le lieu vrai du pole en M, eſt donc déterminé par l'angle RPM qu'il faut employer à la place de RPO; & par la longueur PM qui doit ſervir de baſe aux calculs des équations précédentes, dans leſquelles nous avions employé $PO = 9''$.

Ainſi, pour calculer la *nutation* dans l'ellipſe, il faut diminuer la diſtance des poles, & employer PM au lieu de PO; il faut auſſi corriger la longitude du nœud ou l'angle RPO, en retranchant l'angle MPO, qui peut aller à 8° 26′ car l'arc TN, *fig.* 137, que nous avons employé pour calculer la *nutation*, doit être corrigé de la même quantité.

Ainſi, la *nutation* en longitude dans l'ellipſe ſe calcule, en multipliant la diſtance des poles PM par le ſinus de l'angle NPM, c'eſt-à-dire, de la longitude du nœud corrigée, & l'on diviſe le produit par le ſinus à PE ou de 23° 38′.

Pour la première partie de la *nutation* en aſcenſion droite dans l'ellipſe, on ajoute le logarithme de la tangente de la déclinaiſon de l'étoile, celui de la diſtance des poles, & celui du coſinus de la différence entre l'aſcenſion droite de l'étoile, & celle du nœud corrigé.

La *nutation* en déclinaiſon ſe trouve en multipliant, la diſtance des poles par le ſinus de l'aſcenſion droite de l'étoile, moins la longitude du nœud corrigée. La table de l'équation de l'obliquité de l'écliptique, & la ſeule qui n'exige aucune correction pour la diſtance des poles : en effet, ſoit que le pole ſoit en O *fig.* 138, ou en M, l'obliquité de l'écliptique eſt toujours égale à EN ou EM; ainſi, la table eſt également bonne pour le cercle & pour l'ellipſe.

J'ai donné des tables de *nutation* pour un grand nombre d'étoiles, dans les différens volumes de la connoiſſance des tems de 1760, juſqu'à 1774, & des tables générales de *nutation* dans le *recueil* que j'ai publié en 1759, à la ſuite des tables des planètes de Halley; il y en a d'autres dans le recueil du P. Mezger, que j'ai cité au *mot* ABERRATION.

La *nutation* de l'axe de la terre qui produit ces phénomènes, vient de la figure de la terre, qui n'eſt pas exactement ſphérique, & ſur laquelle l'action de la lune & du ſoleil eſt un peu différente, ſelon les ſituations où ces deux aſtres ſont par rapport à nous. Car la terre n'étant pas

un globe parfait, la force qui résulte de l'action de la lune & du soleil sur elle, ne passe pas toujours exactement par le centre de gravité de la terre, & par conséquent elle doit produire dans son axe un petit mouvement de rotation. M. d'Alembert a démontré en 1749, dans ses *recherches sur la précession des équinoxes*, que ce phénomène est en effet une suite de la théorie, que cette *nutation* doit être d'environ 18″, qu'elle dépend presque entièrement de l'action de la lune, & de la position de son orbite, ainsi que l'inégalité dans la précession des équinoxes, & comme la *nutation* vient presque uniquement de la lune, au lieu que la précession vient de la lune & du soleil; il tire de-là une méthode pour déterminer la masse de la lune. *Voyez* aussi la seconde partie de ses *Recherches sur le système du monde*. (*D. L.*)

NYCHTHEMERON, s. m. (*Astron.*) c'est le nom que les Grecs donnoient au jour naturel, ou au tems de la révolution diurne & apparente du soleil autour de la terre, ce mot est formé des deux mots grecs νὺξ *nuit*, & ἡμέρα *jour*; parce que le tems d'une révolution entière du soleil autour de la terre, renferme la nuit & le jour. (*O*)

O B E

OBÉLISQUES, leur usage dans l'astronomie. *V.* GNOMON.

OBJECTIF, s. m. adj. (*Dioptr.*) verre *objectif* se dit de celui des verres d'une lunette ou d'un microscope à plusieurs verres qui est tourné vers l'objet : on l'appelle ainsi pour le distinguer de l'*oculaire* qui est tourné vers l'œil. *Voyez* MICROSCOPE, TÉLESCOPE, *&c.* on dit aussi l'*objectif* tout court. (*O*)

Dans le télescope, l'*objectif* doit être d'un plus grand foyer que l'oculaire, c'est tout le contraire dans les microscopes. *Voyez* TÉLESCOPE & MICROSCOPE.

Pour s'assurer de la régularité & de la bonté d'un verre *objectif*, on décrira sur un papier deux cercles concentriques tels que le diamètre de l'un soit égal à la largeur du verre *objectif*, & le diamètre de l'autre égal à la moitié de cette largeur; on divisera la circonférence intérieure en six parties égales, & on y fera six petits trous avec une aiguille; ensuite on couvrira avec ce papier une des faces du verre, & l'exposant au soleil, on recevra les rayons qui passeront par chaque trou, sur un plan qui soit à une juste distance du verre; en reculant ou approchant le plan, on doit trouver un endroit, où les six rayons qui passent par les six trous, se réunissent exactement : s'ils se réunissent en effet ainsi, c'est une marque que le verre *objectif* est bien fait, & le point de réunion est le foyer de ce verre.

Mais il n'y a peut-être pas de meilleur moyen de s'assurer de la bonté d'un verre *objectif*, que de le placer dans un tube, & de l'essayer avec un petit verre oculaire sur des objets placés à différentes distances; car le verre *objectif* est d'autant meilleur, qu'il représente les objets plus distinctement & plus clairement, & qu'il embrasse un plus grand champ, & souffre un verre oculaire plus concave ou plus convexe, sans colorer & obscurcir les objets.

Pour s'assurer si un verre *objectif* est bien centré, il faut tenir le verre à une distance convenable de l'œil, & observer les deux images d'une chandelle, réfléchies par ses deux faces, l'endroit où les images se réunissent ou se confondent, est le vrai centre : si ce point répond au milieu ou au point central du verre, il est bien centré. *Voyez* CENTRER. (*T*)

OBJECTIF, verre *objectif* dans une lunette, est celui qui est tourné du côté de l'objet que l'on regarde.

OBLIQUANGLE, adj. (*Géom.*) triangle *obliquangle* est celui dont tous les angles sont obliques, c'est-à-dire, ou aigus ou obtus. *Voyez* TRIANGLE. De même un parallélogramme *obliquangle* est un parallélogramme, dont aucun angle n'est droit. *Voy.* PARALLÉLOGRAMME, RHOMBE, LOZANGE, RHOMBOÏDE. (*O*)

OBLIQUATION, s. f. *terme* en usage dans les anciens auteurs de *Catoptrique*. Cathète d'obliquation, *cathetus obliquationis*, est une ligne droite perpendiculaire au miroir, dans le point d'incidence ou de réflexion du rayon. *Voyez* CATHÈTE, MIROIR, *&c.* (*O*)

OBLIQUE se dit en *Géométrie* de ce qui s'écarte de la situation droite ou perpendiculaire. *Voyez* DROIT & PERPENDICULAIRE.

Angle *oblique* est un angle qui est ou aigu ou obtus, c'est-à-dire, toute sorte d'angles, excepté l'angle droit. *Voyez* ANGLE.

Ligne *oblique* est une ligne qui tombant sur une autre, fait avec elle un angle *oblique*. *Voyez* LIGNE.

Une ligne qui tombe sur une autre *obliquement*, fait d'un côté un angle aigu, de l'autre un angle obtus; & la somme de ces angles est égale à deux droits.

Plans *obliques* se dit dans la Gnomonique des plans qui s'écartent du zénith, & qui s'inclinent vers l'horizon. *Voyez* CADRAN & PLAN.

L'*obliquité* d'un tel plan ou la quantité de son écartement du zénith se mesure aisément par un quart de cercle, puisqu'elle n'est autre chose que l'arc de quelque cercle vertical, intercepté entre le zénith & le plan proposé. Ce cercle vertical est toujours perpendiculaire au plan dont on veut mesurer l'*obliquité*.

Percussion *oblique* est celle dans laquelle la direction du corps choquant n'est point perpendiculaire au corps choqué, ou n'est point dans la ligne du centre de gravité de ce dernier corps. *Voyez* PERCUSSION.

Projection *oblique* en Méchanique est celle par laquelle un corps est jetté suivant une ligne qui fait avec l'horizon un angle *oblique*. *Voyez* PROJECTILE, BALISTIQUE, JET DES BOMBES, *&c.*

Sphère *oblique* en Géographie est cette situation de la sphère, dans laquelle l'horizon coupe l'équateur *obliquement*, & dans laquelle l'un des poles est élevé au-dessus de l'horizon d'un angle moindre que 90 degrés, mais qui n'est pas zéro ou nul. *Voyez* SPHERE & DROIT.

C'est cette *obliquité* qui occasionne l'inégalité des jours & des nuits. *Voyez* NUIT & JOUR.

Ceux qui ont la sphère *oblique*, comme nous & tous les habitans des zones tempérées, n'ont jamais les jours égaux aux nuits que dans les équinoxes. *Voyez* EQUINOXE.

Ascension *oblique* en astronomie est l'arc de l'équateur, compris entre le premier point d'*aries* & le point de l'équateur qui se leve avec une étoile, *&c.* dans la sphère *oblique*. *Voyez* ASCENSION.

Descension oblique est l'arc de l'équateur, compris entre le premier point d'*aries* & le point de l'équateur qui se couche avec une étoile *&c.* dans la sphère *oblique*; cet arc se compte de l'occident vers l'orient. *Voyez* DESCENSION.

Pour trouver, par le moyen du globe, l'ascension & la descension *oblique*, *voyez* GLOBE.

OBLIQUITÉ de l'écliptique, (*Astronomie*) angle de l'écliptique & de l'équateur, ou la plus grande déclinaison de l'écliptique. Elle est de 23 degrés & demi, quand on observe avec l'exactitude la plus rigoureuse la plus grande hauteur méridienne du soleil, pendant plusieurs jours successivement, & que de la plus grande hauteur observée, on ôte la hauteur de l'équateur; le reste donne la plus grande déclinaison au point solsticial, c'est à-dire, *l'obliquité* de l'écliptique.

Ç'a été une grande question parmi les astronomes modernes, de savoir si l'*obliquité* de l'écliptique est fixe ou variable. L'abbé de la Caille y trouve une diminution de 47 secondes par siècle; M. le Monnier la croit beaucoup moindre; il me paroît prouvé qu'elle est d'environ un tiers de seconde par an, ou 33″ par siècle (*mém. de l'acad.* 1780.)

Ptolémée nous dit expressément (*Almag. I.*) qu'il a trouvé, pendant plusieurs années, la distance des tropiques de 47 degrés avec deux tiers d'une portion majeure (ou d'un degré), & trois quarts d'une portion mineure (ou d'une minute), c'est-à-dire, 47° 40′ 45″, dont la moitié est 23° 50′ 22″; ainsi, ajoute-t-il, c'est à-peu-près la même qu'a trouvée Eratosthène, & dont Hipparque s'est servi, car la distance des points solsticiaux est, selon eux, $\frac{11}{83}$ de la circonférence du méridien.

Ptolémée dit ailleurs que la hauteur du gnomon étant de soixante parties, la longueur de l'ombre à Marseille étoit de vingt parties & $\frac{50}{60}$; on attribue à Pythæas cette déterminaison que rapporte Ptolémée (*voyez* Strabon, *l. II.* Gassendi, *tome IV, page* 523, *in vita Peir. Epist. ad Vendel. de prop. gnomon. ad solstitium*; M. de Louville, *Hist. acad.* 1716, *p.* 48, *acta eruditor.* 1719; Veidler, *Hist. astronom. p.* 120). Quoi qu'il en soit, ces deux témoignages s'accordent à donner pour l'*obliquité* de l'écliptique 200 ans avant Jesus-Christ, 23° & 51′.

Dès l'an 106 avant J. C., les astronomes Chinois donnent comme un principe connu que l'*obliquité* de l'écliptique est de 24° chinois, qui font 23° 39′ 18″. Cette quantité est moins considérable que celle des Grecs; mais elles s'accorde mieux avec les observations modernes, & prouve aussi une diminution dans l'*obliquité* de l'écliptique.

Albategnius, qui vivoit vers l'an 880, dit qu'il a observé avec le plus grand soin la plus grande distance du soleil au zénit dans le méridien à Aracte, de 59° 36′ & la plus petite de 12° 26′, d'où il conclut la distance des tropiques 47° 10′, la hauteur du pole d'Aracte 36° l'*obliquité* de l'écliptique 23° 35′. Cette observation fut faite avec une alidade très-longue & très-bien vérifiée; il faut encore y ajouter 40″ pour l'effet de la réfraction, moins la parallaxe, & l'on aura 23° 35′ $\frac{2}{3}$, ce qui suppose une diminution de 7′ 20″ ou de 50″ par siècle; cette diminution est moins considérable que celle qu'on déduit les observations de Ptolémée; & il est évident que le témoignage d'Albategnius s'oppose à l'interprétation du P. Riccioli, & au système de ceux qui croyoient l'*obliquité* constante; mais le P. Riccioli croit qu'Albategnius a pu se tromper de 5 minutes. Par les observations chinoises de Cô-cheou-king, on trouve pour 1278, 23° 32′. 12″. Par celles de Walterus faites à Nuremberg, la Caille trouve pour l'an 1490 23° 29′ 47″. Suivant Tycho-Brahé, l'*obliquité* de l'écliptique en 1587 étoit de 23° 51′ 30″; le P. Riccioli la réduit à 23° 30′ 24″ en corrigeant la réfraction & la parallaxe. Le 12 juin 1590, Tycho donna la plus grande attention aux observations solsticiales; la hauteur méridienne du soleil fut prise quatre fois, les instrumens avoient été exactement vérifiés avant l'observation; on fut occupé depuis cinq heures du matin jusqu'à huit heures du soir, à observer les déclinaisons du soleil; & s'il y a des observations solsticiales qui aient été faites avec attention & qui méritent confiance, ce sont celles de 1590. En calculant ces observations, je trouve 23° 29′ 52″, celles des autres années donnent par un milieu 23 29 32 vers 1590; & toutes indiquent une diminution depuis Tycho jusqu'à nous; le milieu donne 34″ par siècle.

Le P. Riccioli lui-même se détermine pour 23° 3′ 20″, *ob recentissimas & majoribus instrumentis peractas observationes*; il rapporte cette détermination à l'année 1646, il ajoute seule-

ment qu'on pourroit changer 10″ sans risque, il étoit bien éloigné d'y supposer 1′ ½ d'erreur.

Les observations d'Hévélius donnent 23° 29′ 0″ pour 1660, ce qui feroit 46″ par siècle pour sa diminution.

Les observations de Cassini, à Bologne, vers 1670, donnent 23° 29′ 0″; Flamsteed en 1690, 23° 28′ 48″; de la Condamine, dans ses observations faites à Quito en 1736 & 1737 avec un secteur de 12 pieds, la trouva de 23° 28′ 24″: cette quantité réduite à l'*obliquité* de 1750 donne 15″ de plus que suivant Bradley, la Caille & Mayer qui ont trouvé 23° 28′ 18″ pour 1750.

M. de Thury, dans un mémoire lu à l'académie en 1764, sur *l'obliquité* de l'écliptique, conclut de ses observations que l'*obliquité* apparente de l'écliptique en 1743 étoit de 23° 28′ 35″, quantité qui ne diffère que d'une seconde du résultat des observations de M. le Monnier, & qui surpasse seulement de 7″ celui de l'abbé de la Caille. Ainsi, l'on peut s'en tenir à l'*obliquité* moyenne de 23° 28′ 18″ pour 1750. Quant à la diminution successive de cette quantité, l'on ne trouve qu'un tiers de seconde par an, par les observations de la Chine, de Waltherus, de Tycho, de Richer à Cayenne en 1673, de Mouton à Lyon, de Romer en 1706, de Louville en 1716; par celles des gnomons de Florence & de S. Sulpice de Paris, (*mém.* 1774 *p.* 253), enfin par les hauteurs solsticiales que j'ai observé au collège Mazarin, avec le même instrument que l'abbé de la Caille sur les mêmes points de la division; j'ai donné le détail de ces comparaisons dans les *mémoires de l'académie pour* 1780.

La diminution de l'*obliquité* de l'écliptique est une suite naturelle du déplacement de l'écliptique, ou du changement que l'orbite de la terre éprouve par l'attraction des planètes.

Toutes les fois que deux planètes tournent autour du même centre dans le même sens, mais dans des plans différens, chacune des planètes fait rétrograder le nœud de l'autre planète (*voyez* NŒUD.) Nous avons déjà expliqué ce mouvement à l'occasion des planètes qui agissent les unes sur les autres. Voyons ce qui doit avoir lieu sur la terre en conséquence de ce déplacement, & prenons pour exemple l'attraction de de vénus sur la terre. Soit (*fig.* 125 *des planches d'Astronomie.*) ECB l'équateur, DCA l'écliptique, BA l'orbite de vénus, en sorte que la terre aille de C en A le long de l'écliptique, & vénus de B en A dans son orbite; l'attraction de vénus sur la terre fait que le point A rétrograde en a, c'est-à-dire, que le nœud de l'écliptique sur l'orbite de vénus recule dans un sens contraire au mouvement de la terre, & cette quantité seroit de 12″ ⅓ par an, en supposant sa masse égale de vénus à celle de la terre. L'écliptique changera donc de situation de AC en ac, sans que l'inclinaison en soit affectée, c'est-à-dire, de telle sorte que l'angle CAB soit encore égal à l'angle a, mais que la rétrogradation Aa du nœud de l'écliptique sur l'orbite de vénus sera de 12″ par an. Or l'équateur EB ne changera point de situation par l'effet dont il s'agit, parce que la rotation de la terre est indépendante de son mouvement annuel, & que l'attraction des planètes n'est pas sensible sur l'axe de notre sphéroïde; ainsi l'écliptique, au lieu de couper l'équateur au point C le coupera en c l'année suivante, le point équinoxial C avancera de la quantité Cc le long de l'équateur, & ce déplacement de l'écliptique produira avec le tems des changemens dans les longitudes & les latitudes de toutes les étoiles, & dans les inclinaisons des orbites planétaires.

C'est en suivant ces principes & y appliquant les calculs de l'attraction, que j'ai trouvé le mouvement séculaire des étoiles en latitudes par l'action de toutes les planètes, dans ce siècle-ci égal à 33″ sin. longit. + 3″ cos. longit. ce qui donne 33 secondes pour la diminution séculaire de l'*obliquité* de l'écliptique. Elle se trouve seulement de 31 secondes pour le premier siècle de notre ère, parce qu'alors la position des nœuds étoit différente. Ainsi, prenant un milieu dans l'espace de 1900 ans, depuis Hipparque jusqu'à nous, on trouve que l'*obliquité* de l'écliptique a diminué de dix minutes; ce qui donne 23° 38′ pour l'*obliquité* au tems d'Hipparque. Comme on le voit dans une table détaillée, qui est à la fin du 4e volume de mon *Astronomie*, & dans le 8e volume de mes éphémérides.

Dans cette théorie, j'ai été obligé de supposer la masse de vénus beaucoup plus petite que celle de la terre, afin que le résultat total ne passât pas les 33″ que donne l'observation; la masse de vénus nous étant inconnue, la théorie est insuffisante pour déterminer la quantité de la diminution.

De-là il suit au moins que la cause qui fait diminuer actuellement l'*obliquité* de l'écliptique, ne peut la rendre nulle, & n'a jamais pu produire l'équinoxe continuel, dont quelques auteurs ont parlé; comme Plutarque *de plac. phil. l.* 2. *c.* 8. *Fracastor*, *Whiston*, théorie de la terre. Pluche, spectacle de la nature réfuté dans les mémoires de Trévoux pour 1745, l'Encyclopédie au mot *libration*, M. de Louville *acta erud.* 1719. M. Godin, *mém. de l'acad.* 1734, nous n'avons aucune preuve de cet équinoxe général de toute l'année, qu'on suppose avoir eu lieu autrefois. Mais aujourd'hui nous voyons quelle est la cause de cette diminution, ce qu'on ne savoit point avant 1748, & nous voyons dans cette cause même le terme des effets qu'elle pourra produire, qui dépendent de l'inclinaison des orbites de jupiter & de vénus. (*D. L.*)

OBLIQUITÉ, s. f. (*Géom.*) c'est la quantité dont

une ligne ou une surface est oblique à une autre ligne, on a une autre surface, &c. *V.* OBLIQUE.

OBLONG, adj. se dit en *Géométrie*, d'une figure qui est plus longue que large. *Voyez* FIGURE. Ainsi, un parallélogramme rectangle, dont les côtés sont inégaux, est un parallélogramme *oblong*. *Voyez* PARALLÉLOGRAMME: de même une ellipse, un ovale est aussi une figure *oblongue*. *Voyez* ELLIPSE & OVALE. (*O*)

OBLONG, (*Géom.*) sphéroïde *oblong* est la même chose que sphéroïde *alongé*, qui est plus usité. *Voyez* ALONGÉ & APPLATI. *Voyez aussi* FIGURE DE LA TERRE.

OBSERVATEUR, s. m. (*Astronomie.*) On donne ce nom à un astronome qui observe avec soin les astres & les autres phénomènes célestes. Hipparque & Ptolémée ont été célèbres sous ce nom parmi les anciens. Albategnius qui leur a succédé l'an 882, & Ulugh-Beigh, petit-fils du grand Tamerlan l'an 1437, ont aussi mérité ce nom parmi les Sarrasins. En Allemagne les *observateurs* ont été Regiomontanus, vers 1457, Waltherus en 1475, Copernic en 1509, Tycho-Brahé en 1582, Guillaume landgrave de Hesse, & Hévélius dans le siècle dernier. En Italie Riccioli, Manfredi, Zanotti; en Angleterre Horoccius, Flamstéed; en France Gassendi, Picard, Cassini pere, de la Hire, dans ce siècle-ci on remarque sur-tout Maraldi, Delisle, Cassini fils, la Caille, Bradley, Tobie Mayer, enfin parmi les observateurs vivans, on peut citer principalement à Paris MM. le Monnier, Cassini, Messier Méchain, Dagelet; en Angleterre MM. Maskelyne & Herschel; à Berlin M. Bode, à Cremsmunster M. Fixlmillner, à Milan M. Reggio & de Césaris, à Pise M. Slop, à Genève M. Mallet, à Toulouse M. Darquier. Sans parler d'un grand nombre d'astronomes habiles, qui observent dans des circonstances importantes, & qui, par des recherches de théorie ou des ouvrages importans, contribuent aux progrès de l'astronomie. (*D. L.*)

OBSERVATIONS CÉLESTES, (*Astr. prat.*) sont les observations des phénomènes des corps célestes faites avec les instrumens d'Astronomie, afin de déterminer les situations, les distances, les mouvemens, &c. de ces corps.

Les *observations* se font avec les différens instrumens, dont les principaux sont les lunettes ou télescopes, le quart de cercle, l'instrument des passages, le secteur, la machine parallactique, les horloges à pendule, &c. *Voyez Instrument* & ASTRONOMIE. Les plus anciennes observations que nous ayons, sont dans l'*Almageste* de Ptolémée, on y trouve des observations faites à Babylone & à Alexandrie, depuis l'année 720 avant J. C. qui est la date de la plus ancienne éclipse qu'on sache avoir été observée à Babylone, jusques vers l'année 140 de l'ère chrétienne. Cet ouvrage avoit été publié sous l'Empire d'Antonin, & il ne restoit guère que ce livre d'Astronomie qui eût échappé à la fureur des barbares; les autres livres qui s'étoient sans doute bien moins multipliés, avoient été détruits pendant les ravages presque continuels qui se firent durant cinq cens ans dans toutes les provinces romaines.

L'empire romain ayant fini, comme l'on sait, en Occident l'an 476 de l'ère chrétienne, & les nations gothiques qui en avoient conquis les provinces, s'y étant pour lors établies, une longue barbarie succéda tout d'un coup aux siècles éclairés de Rome; & cette grande ville, de même que celles de la Gaule, des Espagnes & de l'Afrique, ayant été plusieurs fois prise & saccagée, les manuscrits furent détruits & dissipés, & l'univers resta long-tems dans la plus profonde ignorance. *Instr. astr. de* M. le Monnier.

En 880 le Sarrasin Albategni se mit à observer. En 1457, Regiomontanus se livra à la même occupation à Nuremberg; J. Wernerus & Ber. Waltherus ses éleves, continuèrent depuis 1475 jusqu'en 1504 : leurs observations réunies parurent en 1544. Copernic leur succéda; & à Copernic le landgrave de Hesse, secondé de Rothman & de Byrgius. Tycho vint ensuite, & fit à Uranibourg dans l'île d'Huène près Copenhague des observations immenses depuis 1582 jusqu'en 1601: toutes celles qu'on avoit jusqu'alors, avec la description des instrumens de Tycho, sont contenues dans l'*histoire céleste*, publiée en latin en 1672, par les ordres de l'empereur Ferdinand. Peu de tems après, Hévélius commença une suite prodigieuse d'*observations*, avec des instrumens mieux imaginés & mieux faits que ceux qu'on avoit eus jusqu'alors : on peut voir la description de ces instrumens dans l'ouvrage qu'il a donné sous le titre de *Machina cœlestis*. On objecte à Hévélius d'avoir observé à la vue simple, & de n'avoir point sû ou voulu profiter des avantages des lunettes. Le docteur Hook donna à ce sujet, en 1674, des observations sur les instrumens d'Hévélius; & il paroît en faire très-peu de cas, prétendant qu'on n'en peut attendre que peu d'exactitude. A la sollicitation de la société royale, Halley fit, en 1679, le voyage de Dantzick, examina les instrumens d'Hévélius, les approuva, & convint que les observations auxquelles ils avoient servi, pouvoient être exactes.

Le plus grand recueil d'observations est celui de Flamstéed, *historia cœlestis en 3 vol. in-folio*; il faut y ajouter ceux de MM. Le Monnier, Maskelyne, Darquier, Tofino & Varela, Filxmillner, Weiss, Slop, Poczobut, les éphémérides de Vienne, de Berlin & de Milan, les *mémoires des Académies* de Paris, de Londres, de Pétersbourg, de Berlin. Les observations de M. Delisle & celles de M. Messier, sont encore manuscrites, & forment un recueil immense, dont on doit desirer la publication, ainsi que celles de Bradley en Angleterre.

Les observations que les astronomes font chaque

jour, sont les passages au méridien des planètes, pour déterminer leur longitude en les comparant aux étoiles spécialement dans leurs conjonctions & oppositions. Les éclipses d'étoiles par la lune pour perfectionner les tables de cette planète, & pour trouver les longitudes des différens pays de la terre où elles ont été observées. Les éclipses des satellites de jupiter, qui donnent aussi des occasions fréquentes pour connoître les longitudes des lieux, & en même tems pour perfectionner la théorie des satellites dont les inégalités ne sont pas encore bien connues. Les différences d'ascensions droites entre le soleil & les étoiles, pour connoître les petits mouvemens de celles-ci, & rectifier les catalogues d'étoiles. Les périodes de lumière des étoiles changeantes. Les comètes que l'on découvriroit plus souvent, si l'on prenoit la peine de les chercher, comme M. Messier & M. Méchain, depuis un certain nombre d'années. Les taches du soleil, pour savoir si elles paroissent véritablement dans les mêmes points du disque solaire.

Les personnes qui ne sont pas à portée d'avoir des instrumens de prix, peuvent encore faire diverses *observations* utiles; les plus importantes exigent seulement qu'on ait l'heure avec exactitude, c'est-à-dire, une horloge à pendule, & un quart de cercle pour prendre des hauteurs correspondantes; mais ce quart de cercle peut se faire en bois sans difficulté, comme sans art.

Il seroit avantageux que les occultations d'étoiles & les éclipses des satellites, si utiles aux longitudes, fussent ainsi observées assidûment par les curieux qui habitent dans les pays méridionnaux, où le beau tems fournit des occasions continuelles de contribuer aux progrès de l'astronomie, tandis que les observatoires de Paris & de Gréenwich sont ensévelis une partie de l'année dans les brouillards & dans les nuages.

Les *observations* du soleil demandent absolument qu'on place entre l'œil & l'oculaire de la lunette ou du télescope, un verre noirci par la fumée d'une chandelle ou d'une lampe, afin d'intercepter, par ce moyen, la plus grande partie des rayons du soleil qui troubleroient la vue & endommageroient l'œil. *V.* HÉLIOSCOPE.

Pour finir cet article, il nous resteroit à parler de l'usage des *observations* & de la manière d'en tirer des conséquences; mais ce seroit le plus long détail de toute l'astronomie; nous en avons donné une idée dans différens articles de Dictionnaires: mais, pour en avoir les applications & les calculs, il faudra recourir à notre *Astronomie*.

OBSERVATOIRE, (*Astron.*), lieu destiné pour observer les mouvemens des astres, & placer les machines ou instrumens nécessaires.

L'établissement d'un grand nombre d'observatoires célèbres a signalé le goût de notre siécle pour l'astronomie; on peut voir, à ce sujet, une dissertation de Weidler, imprimée en 1727, *de Presenti, specularum Astronomicarum statu*, différens articles de son histoire de l'astronomie; la préface de mon *Astronomie*, tom. I & tom. IV, & les Lettres de M. Bernoulli.

Le plus ancien *observatoire* dont il soit fait mention, est celui de la Chine.

Il y avoit à Pékin, depuis trois siécles, un *observatoire* bâti sur les murs de la ville, qu'il surpassoit de 12 piés.

Le P. Verbiest, en 1669, ayant été fait président du tribunal des mathématiques, obtint de l'empereur Cam-Hy de faire construire un nouvel *observatoire* & de nouveaux instrumens; on en peut voir le catalogue dans les mémoires du P. le Comte, dans l'ouvrage du P. Verbiest, qui a pour titre: *Astronomia europæa sub imperatore Tartaro-Sinico Cam-Hy, ex umbra in lucem revocata, Dilingæ* 1687, ou dans la grande description de la Chine, que le P. Duhalde a donnée, en 1736, en 4 volumes *in-folio*. Cet observatoire de Pékin a été très-utile, & l'on y a fait un grand nombre de bonnes observations. Il y en a trois autres à Pékin; celui des missionnaires françois a été établi & augmenté vers 1780.

Les premiers *observatoires* qu'il y ait eu en europe, ont été ceux de Tycho-Brahé & du Landgrave de Hesse-Cassel, bâti vers 1561.

Celui de Tycho-Brahé, bâti vers 1582, étoit dans la petite île de Hveen, ou Huene, appellée aussi l'*île Scarlet*, entre les côtes de Schonen & Zélande, dans la mer Baltique. Vers le détroit du Sund, dix lieues au nord de Copenhague, Tycho fit élever ce bâtiment, & le fournit d'instrumens à ses dépens, il lui donna le nom d'*Uranibourg*, & il y passa 20 ans à observer, sans interruption, tout ce que le ciel présentoit à examiner. Ses observations produisirent son catalogue d'étoiles & plusieurs autres recherches utiles à l'Astronomie; les tables Rudolphines de Képler, qui firent époque dans l'Astronomie, & la découverte des loix de Képler.

Gordon remarque, dans les *Transactions philosophiques*, que l'endroit où étoit l'*observatoire* de Thycho n'étoit pas des plus commodes pour certaines observations, principalement pour celles des levers & des couchers; il étoit trop bas, il n'avoit de vue que par trois côtés, & l'horizon n'en étoit pas dégagé.

L'*observatoire* d'Hévélius à Dantzick a été l'un des plus importans: il est décrit dans son ouvrage, intitulé: *Machina Cœlestia*. On en a établi un nouveau depuis quelques années, dont j'ai parlé dans le Journal des Savans du mois de décembre 1778, & sur lequel on peut voir aussi les Ephémérides de Berlin pour 1780.

La tour astronomique de Copenhague fut achevée en 1656: ce fut à la sollicitation de Longomontanus, que le roi Christian IV fit bâtir cet *observatoire*; sa hauteur est de 115 piés du Rhin (chacun de 11 pouces 7 lignes $\frac{1}{5}$); il a 48 piés de diamètre (Horrebow, *basis astronomiæ*).

Le plus bel *observatoire* qu'il y ait jamais eu, est celui de Paris, bâti par ordre de Louis XIV, au bout du fauxbourg S. Jacques. Il fut commencé en 1664, & achevé en 1672. C'est un fort beau bâtiment, mais d'une architecture singulière; les dessins ont été donnés par D. Perrault; mais les mémoires de Ch. Perrault, son frère, imprimés en 1759, nous apprennent que ces desseins n'ont pas été suivis en tout; & j'ai oui dire à M. de l'Ile que Cassini avoit fait son possible pour faire changer les plans, mais que l'ouvrage étant déjà commencé quand il arriva, Colbert avoit cédé à la réputation de Perrault. Cet *observatoire* a 80 piés de haut, & une terrasse au-dessus. C'est-là qu'ont travaillé Picard, la Hire, Maraldi, MM. Cassini père & fils, petit-fils; & M. le Comte de Cassini, arrière-petit-fils, s'y occupe avec le même zèle d'une suite d'observations, & en même tems de la rédaction des anciennes observations.

Dans l'*observatoire* de Paris, il y a des caves à 80 piés de profondeur, qui faisoient partie des carrières. Leur profondeur les rend inaccessibles aux variations de l'air; & l'on y porte les thermomètres qui s'y soutiennent toujours à la même hauteur; ce qui prouve que la température y est toujours la même; l'on y voit les pierres couvertes d'une eau qui, à la longue, se pétrifie. Depuis le haut de la plate-forme jusqu'au fond des caves, il y a une espèce de puits dont on s'est servi autrefois pour les expériences de la chûte des corps. Ce puits est une espèce de long tuyau de lunette, par lequel on pourroit voir des étoiles en plein midi, s'il étoit plus étroit & mieux fermé. L'*observatoire* est garni de quantité d'instrumens pour servir aux observations astronomiques. On y a tracé avec beaucoup de soin une méridienne, sur laquelle sont tracés les signes du zodiaque avec leurs divisions. On y remarque aussi des voûtes elliptiques, où l'on s'entend d'une extrêmité à l'autre, sans être entendu par ceux qui sont dans le milieu.

On trouve la description de ce bâtiment dans l'*Architecture françoise* de Bélidor; mais ce n'est pas le grand édifice qui sert le plus aux observations astronomiques, on a été obligé de construire en dehors, sur le côté, des cabinets qui sont disposés plus commodément pour les besoins actuels de l'Astronomie & pour les nouveaux instrumens.

L'on a bâti dans Paris plusieurs autres *observatoires*, qui, sans avoir la somptuosité de l'*observatoire* royal, en ont toute l'utilité; tels sont ceux de M. le Monnier aux Capucins de la rue Saint-Honoré, celui du collège Mazarin, celui de l'hôtel de Clugny, appellé l'*observatoire de la marine*; celui du collège royal, bâti pour moi en 1775, celui de M. Cagnoli, en 1782, rue de Richelieu, enfin celui de l'Ecole Militaire, que l'on rebâtit en 1784, & où M. d'Agelet a déjà fait une multitude immense d'excellentes observations, avec un grand mural, que M. Bergeret, receveur-général des finances, a bien voulu me confier.

Les provinces même de France ont donné des exemples dans ce genre; il y a de très-bons *observatoires* à Lyon, à Montpellier, à Marseille, à Bordeaux, à Dijon, à Brest, & sur-tout à Toulouse, où M. Darquier a déjà fait imprimer deux volumes d'observations.

L'*observatoire* royal d'Angleterre fut bâti à Gréenwich, près de Londres, peu de tems après le nôtre, & il est devenu célèbre par les observations les plus nombreuses & les plus utiles. L'occasion de cette construction fut amenée par les rêveries d'un François nommé Saint-Pierre, qui étoit protégé par la duchesse de Portsmouth, & qui proposoit la découverte des longitudes. Il obtint du roi Charles II une espèce de commission pour examiner son travail. Milord Brouncker, Setward, évêque de Salisbury, Christophle Wren, les chevaliers Charles Scarboroug, & Jonas Moore, le colonel Titus, le docteur Pell, le chevalier Robert Murray, Hooke, & quelques autres savans de la ville & de la cour furent chargés d'écouter ses propositions, avec le pouvoir d'admettre parmi eux les autres habiles gens qu'ils jugeroient à propos, & ordre de donner leur avis au roi. Le chevalier Jonas Moore mena Flamsteed dans leurs assemblées, & il fut choisi pour être de la mission.

On lut ensuite les propositions du François; il supposoit qu'on eût, I. l'année & le jour des observations; II. la hauteur de deux étoiles, sachant de quel côté du méridien elles paroissent; III. la hauteur des deux limbes de la lune; IV. la hauteur du pole, le tout en degrés & minutes.

Saint-Pierre ignoroit que les meilleures tables lunaires diffèrent du ciel, & par conséquent que ce qu'il demandoit, ne suffisoit pas pour déterminer la longitude du lieu où ces observations auroient été faites par rapport à celui pour lequel les tables lunaires étoient construites. C'est ce que Flamsteed représenta sur-le-champ à la compagnie. Mais les commissaires faisant réflexion sur le crédit que la protectrice de Saint-Pierre avoit à la cour, souhaitèrent qu'on lui fournît ce qu'il demandoit. Flamsteed s'en chargea; & ayant trouvé le véritable lieu de la lune par des observations faites à Derby le 23 février 1673, & le 12 novembre de la même année, il donna à Saint-Pierre des observations telles qu'il les demandoit. Comme il avoit cru qu'on ne pourroit pas les lui fournir, il dit qu'elles étoient supposées.

Flamsteed les délivra au docteur Pell le 19 février 167$\frac{4}{5}$; & celui-ci lui ayant rendu réponse quelque tems après, Flamsteed écrivit une lettre aux commissaires en anglois, & une autre en latin à Saint-Pierre, pour l'assurer que les observations n'étoient point supposées, & pour lui prouver

que, quand même elles le seroient, si l'on avoit seulement des tables astronomiques qui pussent donner le véritable lieu des étoiles fixes, tant en longitude qu'en latitude, à moins d'une demi-minute près, on pourroit espérer de trouver la longitude des lieux, par des observations lunaires, quoique différentes de celles qu'il demandoit; mais que le catalogue de Tycho-Brahé étoit souvent en erreur de dix minutes & plus; qu'ils étoient incertains jusqu'à trois ou quatre minutes, parce que Tycho supposoit une fausse obliquité de l'écliptique, *&c.*; que les meilleures tables lunaires différoient d'un quart de degré du ciel; & enfin qu'il auroit pu apprendre de meilleures méthodes de Morin, son compatriote, qu'il auroit dû consulter avant que de s'avancer dans ce genre.

Flamsteed n'entendit plus parler de Saint-Pierre; mais il apprit que ses lettres ayant été montrées au roi Charles II, ce prince avoit été surpris de ce qu'il assuroit que les lieux des étoiles fixes étoient marqués faussement dans les catalogues, & avoit dit avec quelque vivacité, « qu'il vouloit » qu'on les observât de nouveau, qu'on les exa» minât, & qu'on les corrigeât pour l'usage de ses » mariniers. »

On lui représenta qu'on auroit besoin d'un bon corps d'observations pour corriger les mouvemens de la lune & des planètes; il répondit avec le même empressement qu'il vouloit que cela se fît; & comme on lui demanda qui feroit, ou pourroit faire ces observations? il répliqua, « le même » homme qui vous en fait connoître la nécessité. » Ce fut alors que Flamsteed fut nommé astronome du roi, avec 100 liv. sterlings d'appointemens, & on l'assura en même tems qu'on lui fourniroit tout ce qui pourroit être nécessaire pour avancer l'ouvrage.

On pensa donc sans délai au lieu où l'on feroit l'*observatoire*. On en proposa plusieurs, comme Hyde-Park & le collège de Chelsea. Flamsteed vint visiter les ruines de ce dernier, & jugea qu'on pourroit s'y établir, d'autant plus qu'il seroit proche de la cour. Le chevalier Moore panchoit pour Hyde-Park; mais le docteur Christophle Wren ayant parlé de Gréenwich, on se détermina pour ce dernier endroit. Le roi accorda 500 liv. sterlings en argent, avec des briques de Tilbury-Fort, où il y en avoit un magasin; il donna aussi du bois, du fer & du plomb; & il promit de fournir tout ce qui seroit nécessaire d'ailleurs. Enfin, le 10 août 1675, on posa les fondemens de l'*observatoire* royal de Gréenwich, & il fut achevé très-promptement. Le roi y fit mettre toutes sortes d'instrumens très-exacts, principalement un beau sextant de 7 piés de rayon & des lunettes.

Ainsi, le premier qui fut chargé d'observer à Gréenwich, fut Flamsteed, astronome, qui, selon l'expression de Halley, sembloit né pour un pareil travail. En effet, il y observa pendant plusieurs années, avec une assiduité infatigable, tous les mouvemens des planètes, principalement ceux de la lune, qu'on l'avoit principalement chargé de suivre; afin que, par le moyen d'une nouvelle théorie de cette planète, qui feroit connoître toutes ses irrégularités, on pût déterminer la longitude.

En 1690, ayant fait dresser lui-même un arc mural de 7 piés de diamètre, exactement situé dans le plan du méridien, il commença à vérifier les positions des étoiles fixes, que jusqu'alors il n'avoit cherchées que par les distances des étoiles mesurées avec le sextant: il se proposoit de déterminer de nouveau la position de ces étoiles par une méthode nouvelle & fort différente; cette méthode consistoit à prendre la hauteur méridienne de chaque étoile, & le moment de son passage, ou son ascension droite & sa déclinaison.

Flamsteed prit tant de goût pour son nouvel instrument, qu'il abandonna presqu'entièrement l'usage du sextant. Tel fut l'occupation de cet astronome durant 30 ans; pendant tout ce tems, il ne fit rien paroître qui répondit à tant de dépenses & d'apprêts.

C'est ce qui engagea le prince George de Danemarck, époux de la reine Anne, à nommer, en 1704, un certain nombre de membres de la société royale; savoir, Wren, Neuton, Gregory, Arbuthnot, pour examiner les papiers de Flamsteed, & en extraire tout ce qu'ils jugeroient digne d'être imprimé, ce prince voulant en faire la dépense; mais il mourut avant que l'impression fût à moitié faite, & elle fut interrompue pendant quelques tems, jusqu'à ce qu'enfin elle fût reprise par l'ordre de la reine Anne, qui chargea le docteur Arbuthnot de veiller à l'impression, & le docteur Halley de corriger & de fournir la copie.

Ainsi parut, en 1712, l'histoire céleste, dont la principale partie contient un catalogue des étoiles fixes, autrement appellé le *catalogue Britannique*.

La latitude de l'*observatoire* de Gréenwich a été déterminée par des observations très-exactes, de 51° 28′ 40″ nord.

Après la mort de Flamsteed, sa place fut donnée au célèbre Halley: elle fut demandée pour lui au feu roi George par les comtes de Macclesfield, chancelier d'Angleterre, & de Sunderland, secrétaire d'état, qui l'obtinrent sur-le-champ. C'est-là que Halley observa jusqu'en 1742; il fit sur-tout une très-grande suite d'observations sur la lune, pour les comparer avec les tables, & pouvoir les corriger.

Halley étant mort en 1742, on lui donna pour successeur Bradley son ami, si connu par la belle découverte de l'*aberration* des étoiles fixes, & par celle de la *nutation* de l'axe de la terre. Il eut pour successeur Bliss, & celui-ci a été remplacé par M. Maskelyne. L'astronome de Gréenwich a le titre d'astronome de sa majesté britannique,

rique, c'eſt preſque le ſeul ſavant en Angleterre qui ſoit penſionné par le gouvernement; cependant cette nation n'en cultive pas moins les ſciences: ce qui prouve, à l'honneur des lettres, que ce ne ſont pas toujours les récompenſes qui en hâtent le ſuccès.

Depuis ce tems-là, on a bâti un très-bel *obſervatoire* à Oxford, & on l'a fourni de très-beaux inſtrumens. Le roi règnant en a fait bâtir un pour ſon uſage près de Richemond. On en bâtit actuellement à Edimbourg & à Dublin.

En Allemagne, l'exemple d'Hévélius fut d'abord ſuivi par le Sénat de la ville impériale de Nuremberg, qui fit conſtruire, en 1678, un obſervatoire ſur la plate-forme du château, où Georges-Chriſtophe Eimmart obſerva juſqu'en 1705. Phil. *Wurzelbauer* fit conſtruire à Nuremberg, en 1692, pour ſon uſage particulier, un autre *obſervatoire* dans une tour de la maiſon de Waltherus, dont on peut voir la deſcription dans ſon ouvrage, qui a pour titre: *Uranies Noricæ baſis*.

Frédéric I, roi de Pruſſe, ayant fondé, en 1700, une académie des ſciences à Berlin, ſous la préſidence de Léibnitz, y fit bâtir un *obſervatoire* très-commode, qui fut achevé en 1711. C'eſt une grande tour carrée fort ſolide, où Kirch, Griſchow, Kies ont fait beaucoup d'obſervations, & où j'ai travaillé moi-même pendant un an. (*Mém. Acad.* 1751 & 1752). Le roi de Pruſſe, actuellement règnant, y a joint un bâtiment très-beau, & où, depuis 1752, l'Académie des Sciences de Pruſſe a transféré ſes aſſemblées.

Depuis ce tems-là, on a élevé, en Allemagne, un grand nombre d'obſervatoires, dont on trouvera l'indication dans mon *Aſtronomie*, tome I & tome IV.

Les plus remarquables ſont ceux qu'on a faits à Vienne, à l'Abbaye de Creſmunſter, à Manheim, à Dantzick, à Gieſſen, à Graetz, à Varſovie, à Poſnanie, à l'Abbaye de Lambach, à Greiffswalde en Poméranie, à Mittau en Curlande, à Prague, à Bude, &c.

Les obſervatoires de Péterſbourg, de Stockholm, d'Upſal, d'Utrecht, de Genève, de Cadix, ont été auſſi très-utiles.

En Italie, on compte quatre obſervatoires remarquables, à Milan, à Padoue, à Bologne & à Piſe, ſans compter pluſieurs autres moins célèbres.

Enfin on doit citer l'*obſervatoire* de Malte, que le grand-maître a fait conſtruire en 1783, & où M. le chevalier d'Angos commence une ſuite d'obſervations.

Je finirai cet article en donnant le plan d'un *obſervatoire* tel qu'on peut le deſirer relativement à l'état actuel de l'aſtronomie, en rapprochant les objets & éloignant la ſuperfluité & la magnificence.

Je ſuppoſe un carré *ABCD* (*fig.* 245 *des planches d'Aſtronomie*) d'environ 12 piés en tout ſens; un avant-corps en *M*, ſurmonté d'un toit tournant, pour placer un quart de cercle mobile de 3 piés, deſtiné à prendre des hauteurs correſpondantes du côté du midi de l'orient & de l'occident. Un avant-corps *N*, pour en prendre du côté du nord, avec un autre quart de cercle mobile, ou avec le même, en le changeant de place. Vers le mur *AC*, une lunette méridienne *F* de 5 à 6 piés, qui doit tourner du midi au nord, pour obſerver les paſſages au méridien.

Sur le mur *BD*, un mural en demi-cercle de 5 à 6 piés de rayon fixé dans le méridien, avec des fenêtres pour obſerver les hauteurs méridiennes au nord & au midi; ou bien un mural de 8 piés que l'on puiſſe placer ſucceſſivement ſur les deux faces du mur, pour obſerver au nord & au midi.

Au centre *E* de l'*obſervatoire* (ou en dehors du carré pour avoir plus de ſolidité), une tour un peu plus élevée que le reſte de l'*obſervatoire*, ſurmontée d'un toit tournant, pour y placer une bonne lunette achromatique de 3 à 4 piés, montée ſur un pied parallatique, pour obſerver les éclipſes & les comètes dans toutes les parties du ciel.

En *P*, la pendule & le compteur.

Une dépenſe de vingt mille francs en inſtrumens peut ſuffire pour aſſortir complètement un *obſervatoire* dans le goût de celui que je viens de décrire. (*D. L.*)

OBSTACLE, ſ. m. (*Méchan.*) On appelle ainſi, en méchanique, tout ce qui réſiſte à une puiſſance qui le preſſe. L'effet d'une puiſſance qui preſſe un *obſtacle*, l'impulſion par laquelle cet *obſtacle* paſſe d'un lieu dans un autre, en cas qu'il puiſſe être mû par la puiſſance qui le preſſe.

L'effet d'une puiſſance qui preſſe eſt momentané. Si l'effet continue, il eſt compoſé de diverſes preſſions qui ſe ſuccèdent, & qui ont toutes produit leur effet dans un moment indiviſible: elles ſe ſuivent l'une l'autre comme les momens du tems, qui ſe ſuccèdent les unes aux autres ſans aucune interruption: par conſéquent, un effet ſimple d'une puiſſance qui preſſe, dépend d'une action momentanée; mais un effet continu dépend de l'action continuée d'une puiſſance: nous ne traiterons ici que de l'action d'une puiſſance qui preſſe, laquelle ſe fait dans chaque moment indiviſible.

L'action d'une preſſion qui pouſſe un *obſtacle*, peut différer, tant à l'égard de la grandeur de l'*obſtacle*, que par rapport à la vîteſſe avec laquelle il eſt mû: par conſéquent on peut découvrir l'action d'une puiſſance par la grandeur de l'*obſtacle* en mouvement, & par la vîteſſe avec laquelle l'*obſtacle* eſt mû. Pour eſtimer la grandeur d'une preſſion, il faut en comparer deux l'une avec l'autre: ces deux preſſions peuvent alors agir ſur des *obſtacles* égaux ou inégaux; elles peuvent les mouvoir avec une vîteſſe égale ou inégale. Si deux preſſions pouſſent deux *obſtacles* égaux & avec une égale vîteſſe, les actions de ces preſſions ſeront

égales ; si deux pressions poussent des *obstacles* inégaux avec une égale vîtesse, leurs actions seront en raison des grandeurs des obstacles.

L'action momentanée d'une puissance dépend de la grandeur de l'*obstacle* ; de sorte que l'action est d'autant plus grande que l'*obstacle* est plus grand, ou qu'il fait plus de résistance. Or, comme la grandeur d'un *obstacle* peut varier infiniment, l'action momentanée d'une puissance peut aussi varier infiniment.

Voici quelques propositions qui suivent des principes exposés dans cet article. Si deux puissances poussent deux *obstacles* égaux, mais avec une vîtesse inégale, leurs actions seront en raison des vîtesses. Si deux *obstacles* de grandeur inégale sont mûs avec des vîtesses inégales, les actions des puissances qui pressent, seront en raison composée, tant des vîtesses que des grandeurs des *obstacles*. Si les actions des deux puissances sont égales & les *obstacles* inégaux, les grandeurs des *obstacles* seront en raison renversée des vîtesses ; &, si les grandeurs des *obstacles* sont en raison renversée des vîtesses, les puissances seront égales. Si l'on divise les actions de deux puissances par les grandeurs des *obstacles* qui sont poussés, on aura leurs vîtesses : si l'on divise ces mêmes actions par les vîtesses des *obstacles*, on aura les grandeurs des *obstacles*. Enfin, si deux puissances qui agissent également fort, se pressent l'une l'autre avec une direction opposée, elles resteront toutes deux dans la même place ; & elles anéantiront leurs pressions mutuelles, tandis qu'elles se presseront. *Voyez* Musschenbroëck, *Essai de Phys.* §. 145 *& suiv. Article de M.* Formey. *Voyez* Force & Percussion, & les autres articles épars dans cet ouvrage, & relatifs à la masse, à la vîtesse & au mouvement.

Dans le cours de cet article, il ne faut pas regarder l'*obstacle* comme inébranlable.

OBTUS, adj. angle *obtus en Géométrie* est un angle de plus de 90 degrés, c'est-à-dire, qui contient plus d'un quart de cercle, ou qui est plus grand qu'un angle droit. *Voyez* Angle aigu & Angle droit.

OBTUSANGLE, adj. (*Géom.*) On appelle triangle *obtusangle* celui qui a un angle *obtus*. *Voyez* Angle & Obtus.

O C C

OCCASE, s. m. (*Astronom.*) amplitude *occase* est la même chose qu'*amplitude occidentale*. *Voyez* Amplitude.

OCCIDENT, (*Astronom.*) est la partie de l'horizon où le soleil se couche, on l'appelle aussi *Couchant* & *Ouest*.

Occident d'été, est le point de l'horizon où le soleil se couche au solstice d'été, lorsqu'il entre dans le signe de l'écrevisse, & que les jours sont les plus longs.

Occident d'hiver, est le point de l'horizon où le soleil se couche lorsqu'il entre dans le signe du capricorne, & que les jours sont les plus courts.

Occident équinoxial, est le point de l'horizon où le soleil se couche lorsqu'il entre dans le bélier ou dans la balance ; l'*occident équinoxial* est proprement ce qu'on appelle *couchant*, parce que le point de l'*occident équinoxial* est également éloigné du midi & du nord. (*O*)

OCCULTATION, (*Astron.*) se dit du tems pendant lequel une étoile ou une planète est cachée à notre vue par l'interposition du corps de la lune, ou de quelqu'autre planète. *Voyez* Eclipse.

Cercle d'*occultation* perpétuelle est dans la sphère oblique, un parallèle aussi éloigné du pole abaissé, que le pole élevé est distant de l'horizon. Toutes les étoiles renfermées entre ce cercle & le pole abaissé, ne se levent jamais sur l'horizon ; mais demeurent toujours au-dessous, ainsi, dans nos climats, toutes les étoiles qui sont à moins de 48° 50′ de distance du pole austral ou méridional, ne peuvent jamais être vues sur notre horizon. C'est ce qui obligea Halley & la Caille, de se transporter dans l'hémisphère, pour donner un catalogue de ces étoiles. *Voyez* Etoiles. (*O*)

OCCULTE, se dit *en Géométrie* d'une ligne qui s'apperçoit à peine, & qui a été tirée ou avec la pointe du compas, ou au crayon.

Les lignes *occultes* sont fort en usage dans différentes opérations, comme quand on leve des plans, qu'on dessine un bâtiment, un morceau de perspective ; on efface ces lignes quand l'ouvrage est fini. *Chambers.* (*E*)

OCTAHEDRE, *ou* OCTAEDRE, s. m. nom qu'on donne *en Géométrie* à l'un des cinq corps réguliers, qui consiste en huit triangles égaux équilatéraux *Voyez* Corps régulier.

On peut regarder l'*octahedre* comme composé de deux pyramides quadrangulaires, qui s'unissent par leurs bases (*voyez* Pyramide) : ainsi, on peut trouver la solidité de l'*hoctahèdre* en multipliant la base quarrée d'une de ces pyramides par le tiers de sa hauteur, & en doublant ensuite le produit.

Le quarré du côté de l'*octahèdre* est la moitié du quarré du diametre de la sphère circonscrite.

OCTANT ou OCTILE, s. m. se dit *en Astronomie*, d'une espèce d'aspect ou position de deux deux planètes, dans laquelle elles sont distantes l'une de l'autre de la huitième partie d'un cercle, c'est-à-dire, de 45 degrés. *Voyez* Aspect.

On dit que la lune est dans les *octans*, lorsqu'elle est à 45, 135, 225, 315 degrés de lieu du soleil, c'est-à-dire, à 45° + 0, 45° + 90° ou 45° + 180, ou 45 + 270. C'est dans ces *octans* que l'inégalité découverte par Tycho, &

appellée *variation*, est la plus grande qu'il est possible.

Octant, se dit aussi d'un instrument d'astronomie, qui sert à observer en mer les hauteurs & les distances. *Voyez* Quartier de Réflexion.

OCTOGONE, s. m. (*Géom.*) se dit en Géométrie d'une figure de huit côtés & de huit angles. *Voyez* Figure & Polygone.

Quand tous les côtés & les angles de cette figure sont égaux, on l'appelle *octogone* régulier.

Le côté de l'*octogone* régulier est la corde de 45 degrés; or nommant 1 le rayon, le sinus de 45 degrés est $\sqrt{\frac{1}{2}}$, & la corde est $\sqrt{(\frac{1}{2}+[1-\sqrt{\frac{1}{2}}]^2)} = \sqrt{(2-\sqrt{2})}$. Par cette formule on peut calculer ou le côté d'un *octogone* dont le rayon est donné, ou le diamètre d'un *octogone* dont on connoît le côté. Je me souviens d'avoir employé, il y a plus de 25 ans. cette dernière méthode pour trouver le diamètre du grand bassin *octogone* du jardin des Tuileries, j'ai trouvé, s'il m'en souvient bien, par la mesure actuelle le côté de 77 piés, d'où j'ai conclu le diamètre de 32 à 33 toises; car les nombres précis ne sont plus présens à ma mémoire. On prétend que ce diamètre est égal à la hauteur des tours de Notre-Dame, mais je le crois plus petit de quelques toises. (*O*)

OCTUPLE, adj. (*Arith.*) qui est huit fois plus grand.

OCULAIRE, (*Diop.*) dans une lunette, le verre qui est placé du côté de l'œil; il est simple double ou triple, suivant les différentes espèces de lunettes; il est *monocle* ou *binocle*, suivant que l'on regarde avec un œil seulement, ou avec les deux yeux à-la-fois.

On dit aussi *oculaire* d'un microscope par opposition à l'objectif qui est le verre placé du côté de l'objet. (*D. L.*)

ODO

ODOMETRE, *en Arpentage*, est un instrument pour mesurer les distances par le chemin qu'on a fait. On l'appelle aussi *pédomètre* ou *compte-pas*, & *roue d'arpenteur*. *Voyez* Pédometre, *&c.* Ce mot vient des mots grecs ὁδός, *chemin*, & μέτρον, *mesure*.

L'avantage de cet instrument consiste en ce qu'il est d'un usage fort facile & fort expéditif. Sa construction est telle qu'on peut l'attacher à une roue de carrosse. Dans cet état, il fait son office, & mesure le chemin, sans causer aucun embarras.

Il y a quelques différences dans la manière de construire cet instrument. Voici l'*odomètre* qui est à présent le plus en usage, & qui paroît le plus commode.

Construction de l'odomètre. Celui qui est représenté, *Planche de l'arpent. fig.* 23, consiste en une roue de deux piés sept pouces & demi de diamètre, & dont la circonférence est par conséquent d'environ huit piés trois pouces, à un des bouts de l'axe est un pignon de trois quarts de pouces de diamètre, divisé en huit dents, qui viennent, quand la roue tourne, s'engréner dans les dents d'un autre pignon *c*, fixé à l'extrêmité d'une verge de fer, de manière que cette verge tourne une fois, pendant que la roue fait une révolution. Cette verge qui est placée le long d'une rainure pratiquée sur le côté de l'affut *B* de cet instrument, porte à son autre bout un trou quarré, dans lequel est placé le bout *b* du petit cylindre *P*. Ce cylindre est disposé sous un cadran à l'extrêmité de l'affut *B*, de telle manière qu'il peut se mouvoir autour de son axe. Son extrêmité *a* est faite en *vis sans fin*, & s'engrène dans une roue de trente-deux dents, qui lui est perpendiculaire. Quand l'instrument est porté en avant, la roue fait une révolution à chaque sixième perche. Sur l'axe de cette roue est un pignon de six dents, qui rencontre une autre roue de soixante dents, & lui fait faire un tour sur cent soixante perches ou un demi-mille.

Cette dernière roue porte un index ou aiguille, qui peut tourner sur la surface du cadran, dont le limbe extérieur est divisé en cent soixante parties répondantes aux cent soixante perches, & l'aiguille indique le nombre de perches que l'on a faites. De plus, sur l'axe de cette dernière roue est un pignon de vingt dents, qui s'engrène dans une troisième roue de quarante dents, & lui fait faire un tour sur trois cens vingt perches ou un mille. Sur l'axe de cette roue est un pignon, lequel s'engrénant dans un autre roue, qui a soixante-douze dents, lui fait faire un tour en douze milles.

Cette quatrième roue porte un autre index, qui répond au limbe intérieure du cadran. Ce limbe est divisé en douze parties pour les milles, & chaque mille est subdivisé en moitiés, en quarts, *&c.* & sert à marquer les révolutions de l'autre aiguille, ainsi qu'à connoître les demi-milles, les milles, *&c.* jusqu'à douze milles, que l'on a parcourus.

Usage de l'odomètre. La manière de se servir de cet instrument est facile à comprendre par sa construction. Il sert à mesurer les distances dans les cas où l'on est pressé, & où l'on ne demande pas une si grande exactitude.

Il est évident qu'en faisant agir cet instrument, & observant les tours des aiguilles, on a la longueur de l'espace qu'on veut mesurer, comme si on l'arpentoit à la chaîne ou à la toise. (*O*)

L'*odomètre* ci-dessus est celui qui est destiné à compter le chemin par les tours de roue d'un carrosse ou d'une voiture.

L'*odomètre* à compter les pas s'ajuste dans le

gousset, où il tient à un cadran qu'on fait passer au-dessous du genou, & qui, à chaque pas, fait avancer l'aiguille. Du reste, ces deux *odomètres* diffèrent peu l'un de l'autre.

C'est par le moyen d'un *odomètre* que Fernel mesura les degrés de Paris à Amiens; & malgré la grossièreté de ce moyen, il le trouva très-approchant du vrai. *Voyez* FIGURE DE LA TERRE & DEGRÉ.

M. Meynier présenta à l'académie des sciences, en 1724, un *odomètre* qui parut fort bien construit, & dans lequel chaque pas & chaque tour de roue donnoient exactement un pas d'aiguille, & n'en donnoit qu'un: cependant cet *odomètre* avoit un inconvénient, c'est que dans le recul il s'arrêtoit; & reprenant ensuite son mouvement, donnoit sur le cadran autant de tours de roue ou de pas de trop en avant qu'on avoit eus en arrière. M. l'abbé Outhier a remédié à cet inconvénient dans un *odomètre* qu'il a présenté à l'académie en 1742, & dans lequel l'aiguille recule quand le voyageur recule; en sorte que l'*odomètre* décompte de lui-même tous les pas de trop que l'on a fait en arrière. *Voyez Hist. acad.* 1742, *pag.* 145. (*O*)

ŒIL ARTIFICIEL, (*Optiq.*) cette machine qu'on peut voir, *Pl. d'Optique, fig.* 9, *n.*° 2, est une espèce de petit globe, à-peu-près comme celui de l'*œil*, & traversé dans sa longueur par un tuyau *F C* qui est garni d'un verre lenticulaire à son extrêmité *F*. A l'autre extrêmité *C* est adapté un papier huilé, qu'on place à-peu-près au foyer du verre, & sur lequel viennent se peindre dans l'obscurité les images renversées des objets extérieurs; cet *œil artificiel* est une espèce de chambre obscure. *Voyez* CHAMBRE OBSCURE, & il représente la manière dont les images des objets extérieurs se peignent au fond de l'*œil*, qui est lui-même une chambre obscure naturelle. *V.* VISION. (*O*)

ŒILLETON, (*Astron. méchan.*) pièce ronde de cuivre qui se met dans les télescopes, à l'extrêmité du tuyau des oculaires. Elle est percée d'un trou fort petit, auquel l'œil s'applique immédiatement. Par ce moyen il est contenu toujours dans l'axe optique ou sur le rayon principal de la lunette, à la distance des oculaires qui est nécessaire pour distinguer à-la-fois & nettement tout le champ de la lunette. (*D. L.*)

OIE D'AMÉRIQUE, (*Astr.*) *Voyez* TOUCAN.

OISEAU DE PARADIS, constellation. *Voyez* APUS.

OISEAU *de Phébus. Voyez* CORBEAU.

OLENIA, nom de l'étoile appellée aussi la *chèvre*.

OMB

OMBRE, s. f. (*Optique*) est un espace privé de lumière, ou dans lequel la lumière est affoiblie par l'interposition de quelque corps opaque. *Voyez* LUMIERE.

La théorie des *ombres* est fort importante dans l'optique & dans l'astronomie; elle est le fondement de la gnomonique & de la théorie des éclipses. *Voyez* CADRAN, GNOMONIQUE & ECLIPSE.

En voyant l'*ombre* suivre exactement toutes les situations du soleil, ou plutôt en observant que les mouvemens de l'*ombre* sont les mêmes que ceux des rayons, qui parviendroient jusqu'à terre s'ils n'étoient interrompus, l'astronome s'instruit de la marche du soleil par la marche de l'*ombre*; il fait tomber ou reçoit l'*ombre* d'une pyramide, d'un stile ou d'une colonne sur des lignes & sur des points, où elle lui montre tout-d'un-coup & sans efforts de sa part, l'heure, l'élévation du soleil sur l'horizon, & jusqu'au point précis du signe céleste sous lequel il se trouve actuellement. Au lieu de l'*ombre*, on peut faire passer par un trou un rayon vif qui vienne de son extrêmité blanchir & désigner parmi des points & des lignes tracés par terre ou ailleurs, l'endroit qui a rapport au progrès du jour ou du mois qui s'écoule. On pratique une petite ouverture ronde ou à la voûte ou à la muraille qui fait *ombre* du côté du midi, à un pavé ou à un parquet. On étend sur ce pavé une lame de marbre ou de cuivre qui dirige ses extrêmités vers les deux poles: on nomme cette ligne *méridienne*, parce qu'elle embrasse nécessairement tous les points sur lesquels tombera le rayon du soleil chaque jour de l'année, au moment que cet astre est également distant de son lever & de son coucher. Cette diversité y est exprimée par autant de marques qui distinguent précisément les solstices, les équinoxes & les éloignemens journaliers du soleil, depuis l'équateur jusqu'à l'un & l'autre des tropiques dans lesquels sa course est renfermée. *Voyez* un plus grand détail sur cet objet *aux articles* GNOMON & MÉRIDIENNE.

Comme on ne peut rien voir que par le moyen de la lumière, l'*ombre* en elle-même est invisible. Lors donc qu'on dit que l'on voit une *ombre*, on entend que l'on voit des corps qui sont dans l'*ombre*, & qui sont éclairés par la lumière que réfléchissent les corps collatéraux, ou qu'on voit les confins de la lumière.

Si le corps opaque qui jette une *ombre* est perpendiculaire à l'horizon, & que le lieu sur lequel l'*ombre* est jetée soit horizontal, cette *ombre* s'appelle *ombre droite*: telle est l'*ombre* des hommes, des arbres, des bâtimens des montagnes, &c.

Si le corps opaque est placé parallèlement à l'horizon, l'*ombre* qu'il jette sur un plan perpendiculaire à l'horizon, se nomme *ombre verse*.

Lois de la projection des ombres *par les corps opaques.* 1.° Tout corps opaque jette une *ombre* dans la même direction que les rayons de lumière,

c'est-à-dire, vers la partie opposée à la lumière. C'est pourquoi à mesure que le corps lumineux ou le corps opaque changent de place, l'*ombre* en change également.

2.° Tout corps opaque jette autant d'*ombres* différentes qu'il y a de corps lumineux pour l'éclairer.

3.° Plus le corps lumineux jette de lumière, plus l'*ombre* est épaisse. Ainsi, l'épaisseur de l'*ombre* se mesure par les degrés de lumière dont cet espace est privé. Ce n'est pas que l'*ombre* qui est une privation de lumière, soit plus forte pour un corps que pour un autre, mais c'est que plus les environs de l'*ombre* sont éclairés, plus on la juge épaisse par comparaison.

4.° Si une sphère lumineuse est égale à une sphère opaque qu'elle éclaire, l'*ombre* que répand cette dernière sera un cylindre, & par conséquent elle sera toujours de la même grandeur, à quelque distance que le corps lumineux soit placé : de sorte qu'en quelque lieu qu'on coupe cette *ombre*, le plan de la section sera un cercle égal à un grand cercle de la sphère opaque.

5.° Si la sphère lumineuse est plus grande que la sphère opaque, l'*ombre* formera un cône. Si donc on coupe *l'ombre* par un plan parallèle à la base, le plan de la section sera un cercle, & ce cercle sera d'autant plus petit, qu'il sera plus éloigné de la base.

6.° Si la sphère lumineuse est plus petite que la sphère opaque, l'*ombre* sera un cône tronqué; par conséquent elle deviendra toujours de plus grande en plus grande. Donc, si on la coupe par un plan parallèle à la base, ce plan sera un cercle d'autant plus petit, qu'il sera plus proche de la base, mais ce cercle sera toujours plus grand qu'un grand cercle de la sphère opaque.

7.° Pour trouver la longueur de l'*ombre* ou l'axe du cône d'*ombre* d'une sphère opaque éclairée par une sphère plus grande, les demi-diamètres des deux étant comme CG & IM, *Pl. d'optique fig.* 12 & les distances entre leurs centres GM étant données, voici comme il faut s'y prendre.

Tirez la ligne FM parallèle à CH, alors vous aurez $IM = CF$; & par conséquent FG sera la différence des demi-diamètres GC & IM. Par conséquent comme FG, qui est la différence des demi-diamètres est à GM, qui est la distance des centres, de même CF, qui est le demi-diamètre de la sphère opaque, est à MH, qui est la distance du sommet du cône d'*ombre* au centre de la sphère opaque. Si donc la raison de PM à MH est bien petite, de sorte que MH & PM diffèrent considérablement, MH pourra être pris pour l'axe du cône d'*ombre*, sinon la partie PM doit en être soustraite. Pour la trouver, remarquez que l'angle MHI est un des angles du triangle rectangle MHI, dont les côtés MI & MH sont connus: ainsi, on trouvera facilement l'angle MHI. Puis donc que dans le triangle MIP, qui est rectangle en P, nous avons, outre l'angle IMQ, le côté IM, le côté MP est aisé à trouver par la Trigonométrie.

Par exemple, si MI est le demi-diamètre de la terre, & si on suppose le demi-diamètre du soleil de 16 minutes (*voyez* DIAMETRE), on en conclura que l'angle MIP ou KML n'est que de 16′ : car à cause de la petitesse du globe M par rapport au globe du soleil G, & de la grande distance GM du soleil, l'angle GMF ou KLM est à-peu-près égal au demi-diamètre du soleil. D'où il s'ensuit que MP n'est qu'environ la 228^e^ partie de MI ou de I, c'est-à-dire, dans la raison du sinus de 16′ au sinus total, ou à-peu-près comme 15′ à 57 degrés. *V.* SINUS. Donc comme MH contient aussi environ 228 fois MI, il s'ensuit qu'on peut négliger PM par rapport à MH, & prendre MH ou 228 demi-diamètres de la terre pour la longueur de l'axe du cône.

On voit par la solution précédente que la distance GM du corps opaque au corps lumineux est toujours en rapport constant avec la longueur MH de l'axe du cône, puisque le rapport de ces deux lignes est égal à celui qu'il y a entre la différence FG des demi-diamètres, & le demi-diamètre MI du corps opaque. D'où il est aisé de conclure que si la distance GM diminue, il faut diminuer pareillement la longueur de l'*ombre*; par conséquent l'*ombre* diminuera continuellement à mesure que le corps opaque approchera du corps lumineux.

8.° Trouver la longueur de l'*ombre* que fait un corps opaque TS, *fig.* 13, la hauteur du corps lumineux, par exemple, du soleil au-dessus de l'horizon, (c'est-à-dire, l'angle SUT), & la hauteur du corps étant donnés. Puisque dans le triangle rectangle STU où T est un angle droit, l'angle U & le côté TS sont donnés, on trouvera par la Trigonométrie la longueur de l'*ombre* UT. *V.* TRIANGLE.

Ainsi, supposé que la hauteur du soleil est de 37° 45′ & la hauteur d'une tour 178 piés, TU sera 241 piés $\frac{1}{2}$.

9.° La longueur de l'*ombre* TU & la hauteur du corps opaque TS étant données, trouver la hauteur du soleil au-dessus de l'horizon.

Puisque dans le triangle rectangle STU, qui est rectangle en T, les côtés TU & TS sont donnés, on trouve l'angle U par la proportion suivante. Comme la longueur de l'*ombre* TU est à la hauteur du corps opaque TS, de même le sinus total est à la tangente de la hauteur du soleil au-dessus de l'horizon. Ainsi, si TS est 30 piés & TU 45, TUS sera 33° 41′.

10.° Si la hauteur du corps lumineux, par exemple, du soleil sur l'horizon TUS, est 45°, la longueur de l'*ombre* TU est égale à la hauteur

du corps opaque; car alors l'angle *U* étant de 45 degrés, l'angle *TSU* est aussi de 45 degrés, & par conséquent les côtés *TS, TU* opposés à ces angles sont égaux.

11.° Les longueurs des *ombres TZ* & *TU* du même corps opaque *TS*, à différentes hauteurs du corps lumineux, sont comme les cotangentes de ces hauteurs, ou, ce qui revient au même, comme les tangentes des angles *TSU*, complémens des hauteurs *SUT*.

Ainsi, comme la cotangente d'un angle plus grand est moindre que celle d'un angle plus petit, plus le corps lumineux est haut, c'est-à-dire, plus l'angle *SUT* est grand, plus l'*ombre* diminue : c'est pour cela que les *ombres* à midi sont plus longues en hiver qu'en été.

12.° Pour mesurer la hauteur de quelque objet, par exemple, d'une tour *AB fig.* 14, par le moyen de son *ombre* projettée sur un plan horizontal, mesurez la longueur de l'*ombre AC* : enfoncez un bâton en terre dont la hauteur *DE* soit connue, & mesurez la longueur de son *ombre EF*; alors dites, comme *EF* est à *AC*, ainsi *DE* est à *AB*. Si donc *AC* est 45 piés, *EF* 4 & *ED* 5 piés, *AB* sera 56 piés $\frac{1}{4}$.

13.° L'*ombre* droite est à la hauteur du corps opaque, comme le cosinus de la hauteur du corps lumineux est au sinus de cette même hauteur.

14.° La hauteur du corps lumineux demeurant la même, le corps opaque *AC fig.* 15, sera à l'*ombre* verse *AD*, comme l'*ombre* droite *EB* est au corps opaque *DB*.

Ainsi, 1.° le corps opaque est à l'*ombre* verse comme le cosinus de la hauteur du corps lumineux est à son sinus; par conséquent l'*ombre* verse *AD* est au corps opaque *AC*, comme le sinus de la hauteur du corps lumineux est à son cosinus. 2.° Si $DB = AC$, alors *DB* sera une moyenne proportionnelle entre *EB* & *AD*, c'est-à-dire, que la longueur du corps opaque sera moyenne proportionnelle entre son *ombre* droite & son *ombre* verse. 3.° Quand l'angle *C* est de 45°, le sinus & le cosinus sont égaux, & par conséquent l'*ombre* verse est égale à la longueur du corps opaque.

Pour trouver l'*ombre* d'un corps irrégulier quelconque exposé à un corps lumineux de figure quelconque, il faut imaginer de chaque point du corps lumineux une espèce de pyramide ou cône de rayons qui viennent raser le corps, de manière qu'on ait autant de pyramides qu'il y a de points dans le corps lumineux; & l'*ombre* parfaite du corps sera contenue dans l'espace ou portion d'espace qui sera commune à toutes ces pyramides; car il est visible que cet espace ne recevra aucun rayon de lumière. Toutes les autres portions d'espace qui ne recevront pas de rayons de quelques points, mais qui en recevront de quelques autres, seront dans la pénombre, & cette pénombre sera plus ou moins dense à différens endroits, selon qu'il tombera en ces endroits des rayons d'un moindre ou d'un plus grand nombre de points du corps lumineux. *Voyez* PÉNOMBRE.

La théorie des *ombres* des corps & de leur pénombre, est très-utile dans l'Astronomie pour le calcul des éclipses. *Voyez* ECLIPSE.

Les *ombres* droites & les *ombres* verses sont de quelque utilité dans l'arpentage, en ce que, par leur moyen, on peut assez commodément mesurer les hauteurs, soit accessibles, soit inaccessibles. On se sert des *ombres* droites quand l'*ombre* n'excède point la hauteur, & des *ombres* verses quand l'*ombre* est plus grande que la hauteur. Pour cet effet, on a imaginé un instrument qu'on appelle *lignes des ombres*, au moyen duquel on détermine les rapports des *ombres* droites & des *ombres* verses de tout objet à sa hauteur.

Au reste, il n'est pas inutile de remarquer que tout ce qu'on démontre, soit dans la perspective sur les *ombres* des corps, est exact à la vérité du côté mathématique; mais que si on traite cette matière physiquement, elle devient alors fort différente. L'explication des effets de la nature dépend presque toujours d'une géométrie si compliquée, qu'il est rare que ces effets s'acordent avec ce que nous en aurions obtenu par nos calculs. Il est donc nécessaire dans les matières physiques, & par conséquent dans le sujet que nous traitons, de joindre l'expérience à la spéculation, soit pour confirmer quelquefois celle-ci, soit pour voir jusqu'où elle s'en écarte, afin de déterminer, s'il est possible, la cause de cette différence.

Ainsi, on trouve, par exemple, dans la théorie que l'*ombre* de la terre doit s'étendre jusqu'à 110 de ses diamètres; &, comme la lune n'en est éloignée que d'environ 60 demi-diamètres, il s'ensuivroit de-là que, quand elle tomberoit ou toute entière, ou en partie, dans l'*ombre* de la terre, cet astre tout entier, ou sa partie éclipsée, devroit disparoître entièrement, comme quand la lune est nouvelle, puisqu'alors la lune entière, ou sa partie éclipsée, ne recevroit aucun des rayons du soleil. Cependant elle ne disparoît jamais; elle paroît seulement rougeâtre & pâle, même au plus fort de l'éclipse, ce qui prouve qu'elle n'est que dans la pénombre, & qu'ainsi l'*ombre* de la terre ne s'étend pas jusqu'à 110 de ses diamètres.

Feu M. Maraldi voulant éclaircir ce phénomène, a fait des expériences en plein soleil avec des cylindres & des globes, pour voir jusqu'où s'étend leur *ombre* véritable. *Voy. Mém. de l'Acad.* 1721. Il a trouvé que cette *ombre*, qui devroit s'étendre à environ 110 diamètres du cylindre ou du globe, ne s'étend, en demeurant toujours également noire, qu'à une distance d'en-

viron 41 diamètres. Cette diſtance devient plus grande quand le ſoleil eſt moins lumineux. Paſſé la diſtance de 41 diamètres, le milieu dégénère en pénombre, & il ne reſte de l'*ombre* totale que deux traits fort noirs & étroits qui terminent de part & d'autre la pénombre, ſuivant la longueur. Ces deux traits ſont de la noirceur qui appartient à l'*ombre* véritable; l'eſpace qu'occupe la fauſſe pénombre & ces deux traits, appartiendroit à l'*ombre* véritable, parce qu'il eſt de la largeur qui convient à celle-ci. La largeur de la fauſſe pénombre diminue & s'éclaircit à meſure qu'on s'éloigne, & les deux traits noirs gardent toujours la même largeur. Enfin, à la diſtance d'environ 110 diamètres, la fauſſe pénombre diſparoît, les deux traits noirs ſe confondent en un, après quoi l'*ombre* véritable diſparoît entièrement, & on ne voit plus que la pénombre. Il faut remarquer que la vraie pénombre qui doit, dans la théorie, entourer & renfermer l'*ombre* véritable, accompagne des deux côtés les deux traits noirs d'*ombre*.

Quand l'*ombre* eſt reçue aſſez proche du cylindre, & qu'elle n'a pas encore dégénéré en fauſſe pénombre, on voit autour de la vraie pénombre, des deux côtés & en dehors, deux traits d'une lumière plus éclatante que celle même qui vient directement du ſoleil, & ces deux traits s'affoibliſſent en s'éloignant.

M. Maraldi, pour expliquer ce phénomène, prétend que les rayons de lumière, qui raſent ou touchent le corps opaque, & qui devroient renfermer l'*ombre*, ne continuent pas leur chemin en ligne droite après avoir raſé le corps, mais ſe rompent & ſe replient vers le corps, de manière qu'ils entrent dans l'eſpace où il ne devroit point du tout y avoir de lumière, ſi les rayons continuoient leur chemin en ligne droite. Il compare les rayons de lumière à un fluide qui rencontre un obſtacle dans ſon cours, comme l'eau d'une rivière qui vient frapper la pile d'un pont, & qui tourne en partie autour de la pile, de manière qu'elle entre dans l'eſpace où elle ne devroit point entrer, ſi elle ſuivoit la direction des deux tangentes de la pile. Selon M. Maraldi, les rayons de lumière tournent de la même façon autour des cylindres & des globes; d'où il réſulte, 1.° que l'*ombre* réelle ou l'eſpace entièrement privé de lumière, s'étend beaucoup moins qu'à la diſtance de 110 diamètres; 2.° que les deux bords ou arcs du cylindre autour deſquels les rayons tournent, n'en étant nullement éclairés, doivent toujours jetter une *ombre* véritable; & voilà les deux traits noirs qui enferment la fauſſe pénombre, & dont rien ne peut faire varier la largeur. Comme ces bords ſont des ſurfaces phyſiques qui, par leurs inégalités, cauſent des réflexions dans les rayons, ce ſont ces rayons réfléchis qui, tombant au dehors de la vraie pénombre, & ſe joignant à la lumière directe qui y tombe auſſi, forment par-là une lumière plus éclatante que la lumière directe. Cette lumière s'affoiblit en s'éloignant, parce que la même quantité de rayons occupe toujours une plus grande étendue; car les rayons qui ſont tombés parallèles ſur le cylindre, vont en s'écartant après la réflexion.

Si on ſe ſert de globes au lieu de cylindres, l'*ombre* diſparoît beaucoup plutôt; ſavoir, à 15 ou 16 diamètres; elle ſe change alors en une fauſſe pénombre entourée d'un anneau noir circulaire, puis d'un anneau de vraie pénombre, & enſuite d'un autre anneau de lumière fort éclatante. La fauſſe pénombre diſparoît à 110 diamètres, & l'anneau qui l'environne ſe change en une tache noire obſcure; paſſé cette diſtance, on ne voit plus que la pénombre. M. Maraldi croit que la raiſon pour laquelle l'*ombre* diſparoît beaucoup plutôt avec des globes qu'avec des cylindres, c'eſt que la figure des globes eſt plus propre à faire tourner les rayons de lumière que la figure du cylindre.

L'*ombre* de la terre ne s'étend donc qu'à 15 ou 16 diamètres, & ainſi il n'eſt pas ſurprenant que la lune ne ſoit pas totalement obſcurcie dans les éclipſes. Mais nous avons vu que la fauſſe pénombre eſt toujours entourée d'un anneau noir juſqu'à la diſtance de 110 diamètres : ainſi, ſuivant cette expérience, il paroîtroit s'enſuivre que que la lune devroit paroître totalement obſcurcie au commencement & à la fin de l'éclipſe, ce qui eſt contre les obſervations. M. Maraldi, pour expliquer ce fait, dit que l'atmoſphère de la terre doit avoir ſon *ombre* à l'endroit où devroit être l'anneau noir; &, comme cette *ombre* eſt fort claire à cauſe de la grande quantité de rayons que l'atmoſphère laiſſe paſſer, elle doit, ſelon lui, éclairer l'anneau obſcur, & le rendre à-peu-près auſſi lumineux que la fauſſe pénombre. Mais, ſuivant cette explication, la prétendue clarté de l'anneau noir devroit être d'autant moindre que la diſtance ſeroit plus grande; & cependant les obſervations & la théorie prouvent que la pénombre eſt d'autant plus claire que la diſtance eſt plus grande. M. Maraldi ne ſe diſſimule pas cette objection; &, pour y répondre, il croit qu'on doit attendre des obſervations plus déciſives ſur la différente obſcurité de la lune éclipſée. Quoi qu'il en ſoit, & quelle que doive être l'*ombre* de la terre, les expériences que nous venons de rapporter n'en ſont pas moins certaines & moins curieuſes.

Le P. Grimaldi a obſervé le premier qu'en introduiſant la lumière du ſoleil par un trou fait à la fenêtre d'une chambre obſcure, l'*ombre* des corps minces cylindriques, comme un cheveu, une aiguille, *&c.* expoſés à cette lumière, étoit beaucoup plus grande qu'elle ne devroit être, ſi les rayons, qui raſent ce corps & qui doivent en terminer l'*ombre*, ſuivoient exactement la ligne droite. Neuton a obſervé après lui ce phénomène.

Le P. Grimaldi l'attribue à une *diffraction* des rayons, c'est-à-dire, qu'il prétend que les deux rayons extrêmes qui rencontrent le corps & qui en sont les tangentes, ne suivent pas cette direction de tangentes, mais s'en écartent au dehors, comme s'ils fuyoient les bords qu'ils ont rencontrés. Neuton a adopté cette explication, & en a fait voir l'accord avec son système général de l'attraction. M. Maraldi, après avoir répété ces mêmes expériences, a cru devoir en donner une autre explication : on en peut voir le détail dans les *Mémoires de l'Académie de* 1723. Nous nous contenterons de dire ici que ces expériences & l'explication qu'il en donne ont beaucoup de rapport avec les expériences que nous avons rapportées sur les globes & les cylindres, & avec l'explication que ce même auteur en donne. *Voyez* DIFFRACTION. Jusqu'ici nous avons supposé que les points qui sont dans l'*ombre* d'un corps sont absolument privés de lumière, & cela est vrai mathématiquement, en ne considérant qu'un corps isolé; mais il n'en est pas ainsi dans la nature : on peut regarder l'*ombre*, physiquement parlant, comme une lumière diminuée. Dans ce sens, elle n'est pas un néant comme les ténèbres : des loix invariables aussi anciennes que le monde, font rejaillir la lumière d'un corps sur un autre, & de celui-ci successivement sur un troisième, puis en continuant sur d'autres, comme par autant de cascades; mais toujours avec de nouvelles dégradations d'une chûte à l'autre. Sans le secours de ces sages loix, tout ce qui n'est pas immédiatement & sans obstacle sous le soleil, seroit dans une nuit totale. Le passage du côté des objets, qui est éclairé à celui que le soleil ne voit pas, seroit dans toute la nature comme le passage des dehors de la terre à l'intérieur des caves & des antres. Mais, par un effet des ressorts puissans que Dieu fait jouer dans chaque parcelle de cette substance légère, elle pousse tous les corps sur lesquels elle arrive, & en est repoussée, tant par son ressort que par la résistance qu'elle y éprouve. Elle bondit de dessus les corps qu'elle a frappés & rendus brillans par son impression directe : elle est portée de ceux-là sur ceux des environs; &, quoiqu'elle passe ainsi des uns aux autres avec une perte toujours nouvelle, elle nous montre ceux mêmes qui n'étoient point tournés vers le soleil.

L'écarlate semble changer de nature en passant dans l'*ombre*; elle change encore en passant dans une *ombre* plus forte. Tous les corps, même ceux qui ont les couleurs les plus claires, se rembrunissent à mesure qu'ils se détournent des traits du soleil & des premières réflexions de la lumière, ce qui met par-tout des différences; car, en relevant ou détachant un objet par le secours d'un fond ou d'un voisinage plus ou moins brun, elle embellit, elle caractérise & démêle à nos yeux ce que l'éloignement ou l'uniformité de la couleur auroit confondu.

L'étude du mélange & des diminutions graduelles de la lumière & des *ombres*, fait une des plus grandes parties de la peinture. Envain le peintre sait-il composer un sujet, bien placer ses figures & dessiner le tout correctement, s'il ne sait pas, par les affoiblissemens & par les justes degrés du clair & de l'obscurité, rapprocher certains objets, en reculer d'autres, & leur donner à tous du contour, des distances, de la suite, un air de vérité & de vie.

Les graveurs, pour multiplier les copies des plus riches tableaux, ne mettent point d'autre couleur en œuvre que le blanc de leur papier, qu'ils convertissent en tant d'objets qu'ils veulent, par les masses & par les degrés d'*ombre* qu'ils y jettent; ou bien, tout au contraire, ils sillonnent de gros traits leur cuivre : en sorte que le papier qu'on appliqueroit sur cette planche noircie, ne présenteroit, après l'impression, qu'une *ombre* uniforme ou une noirceur universelle. Ils effacent ensuite, sur ce cuivre, plus ou moins de ces traits : les points d'*ombre* affoiblis deviennent autant de points de l'objet; & plus ces points d'*ombre* sont applanis & bien effacés, plus les objets deviennent forts & relevés. *M. Formey.*

OMBRE *en perspective*, est la représentation de l'*ombre* d'un corps sur un plan. Elle diffère de l'*ombre* réelle comme la représentation ou la perspective du corps diffère du corps même. L'apparence d'un corps opaque & d'un corps lumineux dont les rayons sont divergens (par exemple, d'une chandelle, d'une lampe, *&c.*), étant donnée, trouver l'apparence de l'*ombre* suivant les lois de la perspective : en voici la méthode. Du corps lumineux qu'on considère dans ce cas comme un point, & qu'on suppose déjà rapporté sur le plan du tableau, de manière qu'on sache en quel endroit l'œil doit le voir, laissez tomber une perpendiculaire sur le plan géométral, c'est-à-dire, trouvez dans ce plan la position du point sur lequel tombe une perpendiculaire tirée du milieu du corps lumineux; & des différens angles ou points élevés de ce corps, tracé scénographiquement, laissez tomber des perpendiculaires sur le plan : joignez ces points sur lesquels tombent les perpendiculaires par des lignes droites, avec le point sur lequel tombe la perpendiculaire qu'on a laissé tomber du corps lumineux, & continuez ces lignes vers le côté opposé au corps lumineux; enfin par les angles les plus élevés du corps opaque, & par le centre du corps lumineux, tirez des lignes qui coupent les premières, les point d'intersection sont les termes ou les limites de l'*ombre*.

Par exemple, supposez qu'on demande de projetter l'apparence de l'*ombre* d'un prisme $ABCDEF$, *pl. de perspective*, *figure* 8, *n.*° 2, tracé scénographiquement; comme les lignes AD, BE & CF sont perpendiculaires au plan géométral, & que LM est pareillement perpendiculaire au même plan

plan (car le corps lumineux est donné si la hauteur LM est donnée), tirez les lignes droites GM & HM par les points M, D & E; par les points élevés A & B, tirez les lignes droites GL & HL, qui coupent les premières en G & en H. Comme l'*ombre* de la ligne droite AD se termine en G, & l'*ombre* de la ligne droite BE en H, & que les *ombres* de toutes les autres lignes droites conçues dans le prisme donné, sont comprises entre les points G, H, D, E; $GDEH$ sera l'apparence de l'*ombre* projettée par le prisme.

Cette construction suppose au reste que l'élévation de l'œil soit la même que celle du corps lumineux. Mais en général, quelle que soit la position de l'œil, on peut avoir la perspective de l'*ombre* par les règles ordinaires, en regardant l'*ombre* comme une figure donnée.

M. l'abbé du Gua a démontré, dans les *Usages de l'analyse de Descartes*, que la projection de l'*ombre* d'une courbe sur un plan quelconque, étoit une autre courbe du même ordre; ce qu'il est très-aisé de prouver en considérant que l'équation entre les coordonnées de l'*ombre* montera toujours au même degré que l'équation entre les coordonnées de la courbe. Cette proposition est analogue à celle-ci, que la section d'un cône quelconque par un plan quelconque, est toujours du même degré que la courbe qui est la base du cône. Pour la démonstration de ces deux propositions, il ne faut que deux ou trois triangles semblables, au moyen desquels on verra que les coordonnées de la courbe & de l'*ombre* seront réciproquement exprimées par des équations où ces coordonnées ne monteront qu'au premier degré, d'où il est aisé de voir que les équations de la courbe & de l'*ombre* seront aussi du même degré. On peut voir le détail de la démonstration dans l'ouvrage cité de M. l'abbé de Gua. (*O*)

Sur la génération des courbes par les *ombres*, voyez l'*article* COURBE.

OMBRE, (*Astron.*), est le cône formé par les rayons qui, partant du soleil, touchent le globe lunaire dans les éclipses de soleil, ou le globe terrestre dans les éclipses de lune. L'*ombre* de la lune n'arrive pas jusqu'à la terre, quand la lune est apogée, c'est le cas des éclipses annulaires : quand elle y parvient, elle n'y occupe guère plus de 60 ou 80 lieues de longueur, en forme d'ellipse, comme on le peut voir sur la carte de l'éclipse de 1764, faite par madame le Paute, & la vitesse avec laquelle elle parcourt le globe terrestre, est d'environ 12 lieues par minute. Dans les éclipses de lune, pour avoir la largeur apparente de l'*ombre*, ou l'angle sous lequel nous paroît la section d'*ombre* que la lune doit traverser, il faut ajouter les parallaxes horizontales du soleil & de la lune, & en ôter le demi-diamètre du soleil; le reste est le demi-diamètre de l'*ombre*, comme nous l'avons prouvé au *mot* ECLIPSE. On y ajoute ensuite une soixantième de plus pour l'effet de l'atmosphère ou des réfractions qui augmentent le cône *d'ombre*; du moins l'observation a fait voir que c'étoit à-peu-près la correction qu'admettoit la règle précédente; mais j'ai fait voir qu'on pouvoit se contenter d'y ajouter 36 secondes. (*Mém. de l'Acad.* 1783). (*D. L.*)

OND

ONDE, s. f. (*Hydraulique*), est l'assemblage d'une cavité & d'une élévation sur la surface de l'eau ou de tout autre fluide. *V.* FLUIDE & ONDULATION.

On peut concevoir la formation des *ondes* de la manière suivante.

La surface de l'eau tranquille étant naturellement plane & parallèle à l'horizon; si, de quelque manière que ce soit, elle vient à se creuser vers le milieu, comme en A (*pl. de l'Hydrodyn. fig.* 30), sa cavité sera aussi-tôt environnée d'une élévation BB. Et le fluide, qui compose cette élévation, descendant par sa gravité, & allant au-dessous du niveau en vertu de sa vîtesse acquise, il se formera une nouvelle cavité; mais cette nouvelle cavité ne se peut faire qu'en élevant l'eau des deux côtés, ce qui remplira la première cavité, & formera une nouvelle élévation vers C; &, par la dépression de cette dernière élévation, l'eau en formera une nouvelle du même côté. Il y aura ainsi un mouvement successif dans la surface de l'eau, & la cavité, qui pousse en avant l'élévation, sera mûe de A vers C. Cette cavité, jointe à l'élévation voisine, forme ce qu'on appelle une *onde*, & l'espace occupé par l'*onde* sur la surface de l'eau, mesuré suivant la direction de l'*onde*, est appellé la *largeur de l'onde*.

Comme les loix de ce mouvement ont été déterminées par Neuton, nous allons en donner la substance.

1.° Lorsque la cavité A, par exemple, est environnée de tous les côtés par une élévation, & que le mouvement dont nous venons de parler s'étend en tout sens, le mouvement des *ondes* est circulaire.

2.° Supposons à présent que AB (*fig.* 31) soit un obstacle contre lequel vient heurter l'*onde* qui commence en C, & proposons-nous d'examiner le changement que l'eau souffre dans un point quelconque E, lorsqu'elle est arrivée en ce point. Dans tous les lieux où l'*onde* passe librement, elle s'élève, forme ensuite une cavité qui se remplit aussi-tôt après; &, pendant que la surface du fluide éprouve ce changement, ses parties vont & viennent dans un petit espace. La direction du mouvement est le long des rayons CI, CD, *&c.* & la vitesse peut être représentée par la ligne CE. Que ce mouvement soit décomposé en deux autres suivans GE & DE dont les vitesses soient respectivement représentées par ces lignes; par le mouvement suivant DE, les particules n'agiront pas contre l'obstacle; mais, après le choc, elles

continueront leur mouvement dans cette direction avec la même vîtesse, & ce mouvement sera représenté par *E F*, en supposant *E F* & *ED* égales entr'elles : mais le mouvement suivant *G E* étant directement opposé, l'obstacle le détruit entièrement. Car, quoique les particules qui frappent cet obstacle soient élastiques, elles ne sont pas, en cette occasion, sujettes aux loix de la percussion des corps à ressort parfait, à cause que les *ondes*, qui se meuvent continuellement en avant & en arrière, n'ont qu'un mouvement progressif, si lent, que le choc des particules contre l'obstacle ne peut changer leur figure. *V.* PERCUSSION.

Mais il y a une réflexion des particules, qui vient d'une autre cause. L'eau ne pouvant pas aller en avant à cause de l'obstacle, & étant poussée par celle qui la suit, prend le chemin où elle éprouve le moins de résistance, c'est-à-dire, qu'elle monte; & cette élévation, qui est plus grande en quelques endroits qu'en d'autres, est produite par le mouvement qui se fait suivant la direction *G E*, parce que c'est par ce seul mouvement que les particules frappent contre l'obstacle.

L'eau, par sa descente, acquiert la même vîtesse que celle avec laquelle elle s'étoit élevée, & ses particules sont repoussées par l'obstacle avec la même force dans la direction *E G*, que celle avec laquelle elles le frappent. De ce mouvement & de celui qui se fait suivant *F F* dont nous venons de parler, il naît un mouvement suivant *F H*, dont la vîtesse est exprimée par la ligne *E H*, qui est égale à la ligne *E C*. Ainsi, par la réflexion, la vîtesse de l'*onde* n'est pas changée, mais seulement sa direction; son mouvement se faisant alors suivant *E H*, de la même manière que, si en pénétrant l'obstacle, elle eût continué son mouvement le long de *E H*. Si, du point *C*, on tire la perpendiculaire *C D* à l'obstacle, & qu'on la prolonge, en sorte que *D c* soit égal à *c D*, la ligne *E H* continuée passera par *c* : &, comme cette démonstration convient également à tous les points de l'obstacle, il s'ensuit que l'*onde* réfléchie a la même figure de ce côté de l'obstacle qu'elle auroit eue par-delà la ligne *A B*, si elle n'avoit point frappé l'obstacle. Si cet obstacle est incliné à l'horizon, l'eau y montera & en descendra en y souffrant un frottement, parce que la réflexion de l'*onde* sera troublée & même souvent entièrement détruite, & c'est-là la raison pour laquelle il arrive souvent que les bancs des rivières ne réfléchissent pas les *ondes*.

S'il y a un trou comme *H* dans l'obstacle *B L*, la partie de l'*onde* qui y passera continuera son mouvement en ligne droite & s'étendra vers *Q Q*; & il se formera, en ce point, une nouvelle *onde* qui se mouvra dans un demi-cercle, dont le centre sera celui du trou. Car la partie supérieure de l'*onde*, qui a passé la première par le trou, coule & descend dans le moment vers les côtés, & forme, en descendant, une cavité qui devient entourée d'une élévation de chaque côté du trou; & qui se meut de la même manière que nous l'avons expliqué à l'occasion de la première *onde*.

Pareillement une *onde*, à laquelle on oppose un obstacle comme *A O*, continue de se mouvoir entre *O* & *N*; mais elle s'étend vers *O* dans une partie de cercle dont le centre n'est pas loin de *O*; & de-là nous pouvons aisément conclure quel doit être le mouvement d'une *onde* derrière un obstacle quelconque *N*. Les ondes sont souvent produites par le mouvement d'un corps qui fait des vibrations, & s'étendent encore circulairement, quoique le corps fasse ses vibrations en ligne droite : car l'eau qui s'élève par l'agitation, forme, en descendant, une cavité qui se trouve entourée d'élévations de tous les côtés.

Différentes *ondes* ne se dérangent pas les unes les autres, même lorsque leurs mouvemens suivent différentes directions : c'est ce que l'expérience nous fait connoître tous les jours.

Pour déterminer la vîtesse des *ondes*, il est à propos d'examiner un autre mouvement de même genre. Imaginons un fluide renfermé dans un tube cylindrique recourbé *E H* (*fig.* 32), en sorte que la quantité de fluide contenue dans la branche *E F* soit plus haute que dans l'autre branche de la partie *l E*, divisée en deux parties égales en *i*. Il est clair que la liqueur, contenue dans la branche *E F*, descendra par sa gravité, en remontant en même tems de la même quantité dans la branche *G H*; & que, lorsque la surface du fluide sera arrivée en *i* à la même hauteur dans les deux branches, le fluide, au lieu de rester en équilibre, continuera de se mouvoir par la vîtesse acquise en descendant, & montera dans le tube *G H*, tandis qu'il descendra dans la branche *E F* d'une quantité *i l* égale à *E i*, à la petite différence près produite par le frottement contre les parois du tube. Dans cette nouvelle position, le fluide qui est dans le tube *G H* étant le plus haut, descendra par sa gravité, en sorte que le fluide monte & descend ainsi tour-à-tour jusqu'à ce qu'il ait perdu tout son mouvement par le frottement.

La quantité de matière à mouvoir est tout le fluide contenu dans le tube, la force motrice est le poids de la colonne *l E*, dont la hauteur est toujours double de la distance *E i*, laquelle distance augmente & diminue par conséquent en même raison que la force motrice. Mais la distance *E i* est l'espace que parcourt le fluide en arrivant de la situation *E H* à la situation du repos; & cet espace est par conséquent comme la force qui agit continuellement sur le fluide. Or, si on se rappelle que c'est un principe semblable sur lequel est fondé l'isochronisme de la cycloïde, on verra de la même manière que, quelle que soit l'inégalité des vibrations du fluide, ces vibrations sont de même durée, & que le tems de ces vibrations est le même que celui des oscillations d'un pendule, dont la longueur seroit la moitié de celle qu'occupe le

fluide dans le tube, c'est-à-dire, la moitié des lignes *EF*, *FG*, *GH*. *Voyez* PENDULE.

Pour déterminer, par ces principes, la vîtesse des *ondes*, considérons différentes *ondes* qui se suivent immédiatement, comme *A*, *B*, *C*, *D*, *EF* (*fig.* 33). Toutes se mouvant de *A* vers *F*, l'*onde* *A* a parcouru toute sa largeur, lorsque la cavité *A* est arrivée en *C*; ce qui ne sauroit avoir lieu sans que l'eau, qui est en *C*, ne monte à la hauteur du sommet de l'*onde*, & qu'elle ne descende ensuite à la profondeur *C*. Et, comme tout ce mouvement ne donne aucune agitation sensible à l'eau qui est au-dessous de la ligne *h i*, on peut le regarder comme étant de même espèce que celui que nous venons d'examiner, & prendre par conséquent, pour le tems que l'eau met à monter & à descendre, c'est-à-dire, pour le tems qu'une *onde* met à parcourir sa largeur, celui de deux oscillations d'un pendule égal en longueur à la moitié de *BC*, ou le tems d'une oscillation du pendule qui seroit égal à *B C D*, c'est-à-dire, quadruple du premier.

Ainsi, la vîtesse de l'onde dépend de la longueur de la ligne *B C D*, laquelle est d'autant plus grande que l'*onde* s'étend plus loin & descend plus bas. Dans les *ondes* fort larges, qui ne s'élèvent pas bien haut, les lignes *B C D* différent peu de la largeur de l'*onde*; & par conséquent le tems que chaque *onde* met à parcourir sa largeur, est celui qu'un pendule égal à cette largeur mettroit à faire une oscillation. *V.* OSCILLATION.

Dans les mouvemens des pendules, & par conséquent, dans ceux des *ondes*, les espaces parcourus sont en raison du tems & de la vîtesse; d'où il s'ensuit que les vîtesses des *ondes* sont comme les racines carrées de leurs largeurs: car, comme les tems, dans lesquels elles parcourent leurs largeurs, sont dans la raison de ces racines carrées, il faut aussi que les vîtesses soient dans la même raison, afin que le produit des tems, par les vîtesses, soit comme la largeur des *ondes*, ou les espaces parcourus. *Chambers.*

Neuton, comme nous l'avons déja dit, est le premier qui ait donné les loix du mouvement des *ondes*. On les trouve à la fin du *II^e livre de ses Principes*, à-peu-près telles que nous venons de les exposer. Ce philosophe conclut du théorême précédent, que des *ondes* qui seroient de 3 piés $\frac{1}{18}$ de large, & qui seroient par conséquent de la longueur du pendule à secondes, parcourroient en une seconde un espace égal à leur largeur; & qu'ainsi, dans l'espace d'une minute, ces *ondes* feroient environ 183 piés, & 11000 piés environ dans une heure. Au reste, j'ajoute que ce théorême n'a lieu que dans l'hypothèse que les particules du fluide montent & descendent verticalement dans leurs vibrations; mais comme elles montent & descendent suivant des lignes courbes, Neuton avertit que la vîtesse des *ondes* n'est déterminée qu'à-peu-près par sa théorie.

Le même auteur nous donne aussi les loix de la propagation des *ondes* dans un fluide élastique; & il en déduit la vîtesse du son à-peu-près telle que l'expérience la donne. *V.* SON, *voyez aussi* ONDULATION. (*O*)

ONGLET, s. m. (*Géom.*), nom que les géomètres donnent à une tranche de cylindre terminée par la base, la surface courbe du cylindre, & son plan oblique qui rencontre la base avant d'avoir coupé la surface entière du cylindre.

La surface courbe de l'*onglet* est quarrable, & on peut aussi trouver un parallélepipède qui lui soit égal en solidité. On trouvera plusieurs théorêmes sur les *onglets* de toute espèce dans le troisième volume du cours de Mathématiques de M. l'abbé Didier, à Paris, chez Jombert.

Cet auteur a recueilli ce que ses prédécesseurs avoient trouvé de plus curieux sur cette matière. Si on appelle x les abscisses de la base de l'*onglet*, & y les ordonnées de cette base, les hauteurs correspondantes z des parties de l'*onglet*, seront $^{n}\, y$, n étant à m comme la tangente de l'angle du plan oblique est au sinus total. Or, comme $y = \sqrt{2ax - xx}$, en nommant a le rayon, & que l'élément ds de l'arc de cercle est $\frac{adx}{\sqrt{2ax-xx}}$, il est visible que l'élément zds de la surface de l'*onglet* est $= \frac{n}{m} \times adx$; & que l'élément de l'*onglet* lui-même est $\frac{yzdx}{2} = \frac{ndx}{2m} \times (2ax - xx)$: d'où il est aisé de déduire, par le calcul intégral le plus simple, la surface & la solidité de l'*onglet*. (*O*)

ONZ

1. ONZE, (*Arith.*); c'est dans notre système de numération le premier nombre de la seconde décade, ou celui qui suit immédiatement la racine *dix* de notre échelle arithmétique; il s'exprime par deux unités. Il est nombre *premier*, & le sixième de cet ordre.

2. Puisque *neuf* (*voyez son article*) tire certaines propriétés de sa proximité *en-deçà* de la racine de notre échelle arithmétique; il étoit naturel de penser que *onze* en a d'analogues, qu'il doit tirer de sa proximité *en-delà* de la même racine: mais, comme elles ne sont pas si exposées en vue, elles avoient jusqu'ici échappé aux observateurs. Ce sont, pour le nombre & pour le fonds, précisément les mêmes que celles de *neuf*, si ce n'est qu'elles se manifestent en sens contraire, comme cela devoit être. Dans le développement qu'on en va faire, on aura soin de rapprocher chacune de celle qui lui correspond pour le nombre *neuf*, afin de faire mieux connoître ce qu'elles ont de commun & en quoi elles diffèrent.

Au reste, tout ce que nous dirons de *onze* doit s'entendre de tout autre, $r+1$, c'est-à-dire

(*r* repréſentant la racine d'une échelle arithmétique quelconque), de tout nombre qui occupe reſpectivement le même rang dans ſon échelle particulière, que notre 11 occupe dans la ſienne. Je dis *notre* 11, parce que 11 eſt l'expreſſion numérique de $r+1$ commune à toutes les échelles.

3. *Première propriété.* La diviſion par 11 de tout multiple de 11, peut ſe réduire à une ſimple ſouſtraction : en voici la pratique.

Soit 4708 (multiple de 11) propoſé à diviſer par 11.

Ecrivez o au deſſous du chiffre qui exprime les unités, & dites, qui de 8 paie o, reſte 8; écrivez 8 à la gauche du o que vous avez poſé.

{ 4708
{ 4280

Puis dites : qui de o, ou (en empruntant) qui de 10 paie 8, reſte 2; écrivez 2 à la gauche du 8.

Enfin dites : non, qui de 7, mais (à cauſe de l'emprunt) qui de 6 paie 2, reſte 4; écrivez 4 à la gauche du 2..... & tout eſt fait : car $4-4=0$ montre que l'opération eſt conſommée. De ſorte que, négligeant le o final, le reſte 428 eſt le quotient cherché.

Pour *la preuve*, additionnez enſemble les chiffres du nombre inférieur, les prenant deux à deux, chacun ſucceſſivement avec celui qui le précède vers la gauche, jusqu'au dernier qui s'emploie tout ſeul, n'en ayant point au-delà avec qui s'apparier : la ſomme doit vous rendre le nombre ſupérieur, s'il ne s'eſt point gliſſé d'erreur dans l'opération.

4. La raiſon de cette pratique deviendra ſenſible, ſi l'on fait attention que tout multiple de 11 peut être conçu, comme le réſultat d'une addition. En effet, $428 \times 11 = 428 \times (10+1) = 4280 + 428$. Ce que l'on peut diſpoſer ainſi.

    4 2 8 0 *ſ.*
  + 4 2 8 *m.*
  ―――――――
    4 7 0 8 *j.*

Nommant *ſ* le nombre ſupérieur, *m* celui du milieu, *j* l'inférieur; il ſuit de la diſpoſition des chiffres que le dernier de *m* eſt le même que le pénultième de *ſ*, le pénultième de *m* le même que l'antépénultième de *ſ*, &c.

Maintenant le nombre *j* étant propoſé à diviſer par 11, il eſt clair (conſtruction) que le quotient cherché eſt le nombre *m*. Mais (encore par conſtruction) *j* = *ſ* + *m*; d'où *m* = *j* − *ſ*: & voilà la ſouſtraction qu'il eſt queſtion de faire; mais comment y procéder, puiſque *ſ*, élément néceſſaire, n'eſt point connu ?

Au moins en connoît-on le dernier chiffre, qui eſt toujours o : on peut donc commencer la ſouſtraction. Cette première opération donnera le dernier chiffre *m*, = (*ſuprà*) au pénultième de *ſ*; celui-ci fera trouver le pénultième de *m*, = à l'antépénultième de *ſ*; & ainſi de l'un à l'autre, le chiffre dernier trouvé de *m* étant celui dont on a beſoin dans continuer l'opération.

L'addition, qui ſert ici de preuve à la règle, eſt, ſi l'on y veut faire attention, préciſément la même qui a formé le multiple : il n'eſt donc pas étonnant qu'elle le rende. C'eſt au fonds *ſ* qu'on ajoute à *m* : or *ſ* + *m* = *j*. Il eſt vrai que *ſ* & *m* ſont mêlés enſemble & fondus dans le même nombre; mais l'opération même les démêle.

5. La diviſion par 11 de tout multiple de 11, auſſi-bien que la diviſion par 9 de tout multiple de 9, peut donc ſe réduire à une ſimple ſouſtraction : mais elle ſe fait pour l'un & pour l'autre en ſens contraires. Elle eſt

pour 9 . . *ſ*−*j*
pour 11 . . *j*−*ſ*

Là le premier o (qui eſt comme la clé de l'opération) ſe place *au-deſſus* du multiple : ici il ſe place *au-deſſous*.

6. Avant que d'énoncer la ſeconde propriété, j'avertis que la dénomination de chiffres *pairs* & de chiffres *impairs* y eſt relative au rang que chacun occupe dans une ſuite d'autres chiffres, ſans nul égard à ſa valeur propre. Ainſi, (ſuppoſant qu'on compte de gauche à droite) dans 2176, 2 & 7 ſont les chiffres *impairs*, 1 & 6 les chiffres *pairs*.

7. *Seconde propriété.* En tout multiple de 11, ſi l'on fait ſéparément la ſomme des chiffres pairs & celle des impairs, ou ces deux ſommes ſont égales, ou leur différence eſt un multiple de 11.... comme *réciproquement* tout nombre, tel que la ſomme des chiffres pairs y ſont égales à celle des impairs, ou que leur différence ſoit un multiple de 11, exprime lui-même un multiple de 11; c'eſt ce qu'on voit d'abord.

en $572 = 11 \times 52$.......... où $5+2=7$
en $4708 = 11 \times 428$.............. où $7+8-4+0=15-4=11$ &c.

De même ſi l'on écrit au haſard une ſuite de chiffres en nombre quelconque, pourvu ſeulement que la ſomme des chiffres pairs y ſoit égale à celle des impairs, ou que leur différence ſoit un multiple de 11, comme 77, 90904, &c. on eſt aſſuré que le nombre réſultant ſe diviſe exactement par 11.

8. Pour démontrer la propoſition *directe*, il ſuffit de ſubſtituer dans la figure du n.° 4, au lieu des chiffres qui s'y trouvent, les indéterminées *a*, *b*, *c*, qui les repréſentent d'une manière générale : on aura

$a.$	$b.$	$c.$	*
+ ...... $a.$	$b.$	$c.$	
$a.$	$a+b.$	$b+c.$	$c.$

(L'aſtériſque tient ici la place du o, qu'on n'a point voulu mêler avec des lettres, crainte d'équivoque.)

On voit que la ſomme des termes pairs eſt exactement la même que celle des impairs ; & que ce ſera la même choſe, en quelque nombre qu'on veuille ſuppoſer les lettres de la quantité à multiplier : c'eſt une ſuite néceſſaire de la formation du multiple.

Un ſeul point pourroit cauſer quelque ſcrupule ; les deux termes *extrêmes*, ſont ſimples, ou ne contiennent qu'une ſeule lettre. Cette circonſtance, il eſt vrai, ne peut tirer à conſéquence, quand l'un des deux appartient à la ſomme des pairs, & l'autre à celle des impairs, comme dans l'exemple préſent ; on voit bien qu'il en doit réſulter le même nombre de lettres de part & d'autre. Mais, quand tous les deux ſe trouvent du même côté (comme il arrive toutes les fois que les termes du *multiple* ſont en nombre impair), il ſemble que ce côté doit pécher par défaut.... au contraire, c'eſt préciſément ce qui conſerve l'égalité. Car, les termes du *multiple* étant un nombre impair, il y a néceſſairement un côté qui a un terme de plus que l'autre ; & comme c'eſt toujours le côté des impairs (auquel d'ailleurs appartiennent les deux extrêmes) il ſe trouve que deux termes ſimples figurent vis-à-vis d'un double ; c'eſt ce qu'on voit en cet autre exemple ;

a.	*b.*	*
+...... *a.*	*b.*	
a.	*a*+*b.*	*b.*

9. Il paroît réſulter de cette démonſtration, que les deux ſommes devroient toujours être égales, ce qui n'eſt pas pourtant. Mais on doit faire attention que, quand la ſomme de deux chiffres (repréſentés ici par deux lettres) excède 9, on renvoie une unité au chiffre de la gauche, ne retenant pour celui ſur lequel on opère que l'excès de cette ſomme au-deſſus de 10. Celui-ci y perd donc 10, tandis que ſon voiſin y gagne 1 : la différence doit donc être $\overline{10+1}$ ou 11. Comme en faiſant la ſomme des différentes colonnes, il peut arriver que le renvoi d'une unité au chiffre de la gauche ait lieu pluſieurs fois ; s'il ſe fait conſtamment au profit des chiffres *de même nom*, ſoit pairs, ſoit impairs, il eſt viſible que la différence des deux ſommes ne ſera plus ſimplement 11, mais un multiple de 11, déterminé par le nombre même des renvois.

Si les renvois ſe font partie au profit des chiffres pairs, partie au profit des impairs, qu'ils ſont en nombre égal de part & d'autre, & alors, tout ſe trouvant compenſé, l'égalité rigoureuſe ſe maintient entre les deux ſommes : ou ils ne le ſont pas, & alors le multiple de 11 qui conſtitue la différence eſt déterminé par la différence des deux nombres qui expriment celui des renvois faits au profit des chiffres de différent nom.

10. Au reſte, ſur l'inſpection ſeule du nombre propoſé à multiplier par 11, il eſt aiſé de déterminer combien il y aura de renvois dans l'addition qui ſert à cet effet ; & par une ſuite, de juger quel rapport auront entr'elles dans le multiple même la ſomme des chiffres pairs & celle des impairs ; ſi elles ſeront égales, ou (dans le cas d'inégalité) de quel multiple de 11 elles différeront. Pour cela, appariant ſucceſſivement chacun des chiffres du nombre propoſé avec celui qui le précède vers la gauche, autant de fois que la ſomme de deux chiffres pris de cette manière excédera 9, autant il y aura de renvois (s'entend que, quand il y a renvoi d'une ſomme précédente, il faut augmenter d'une unité la ſomme ſubſéquente). On verra donc au premier coup-d'œil que pour 435, il n'y aura point de renvoi, & conſéquemment que dans le multiple les deux ſommes ſeront égales ; que pour 8264, il y en aura deux, qui étant l'un & l'autre au profit des chiffres de même nom (ce qu'on reconnoît encore par la diſpoſition des chiffres) donneront pour la différence des deux ſommes dans le multiple 11 × 2 ou 22, *&c.*

11. Pour démontrer la propoſition *inverſe* (*voy. le n.*° 7.) qu'un nombre quelconque, conditionné comme il y eſt dit, ſoit repréſenté généralement par $\overline{a.\ a+b.\ b+c.\ c}$, & qu'on y applique la méthode de ſouſtraction expoſée. *n.*° 3 ; il ſe réſoudra en deux quantités, *a. b. c.* * & *a. b. c*, dont l'une eſt décuple de l'autre. Il en étoit donc la ſomme : mais la ſomme de deux ſemblables quantités eſt un multiple de 11.

Ce raiſonnement paroît encore ne conclure que pour le cas d'égalité entre les deux ſommes...... mais ſi la différence eſt 11 ou l'un de ſes multiples, en appliquant la ſouſtraction, il y aura des emprunts à faire ſur les termes excédens au profit des défaillans, plus ou moins, ſelon le multiple. Chaque emprunt fera perdre une unité à l'excédent, & augmentera de 10 le défaillant ; ce qui fera évanouir la différence, & ramenera les choſes au cas d'égalité.... Ce défaut apparent dans la démonſtration ne provient donc que de ſa généralité même, & de ce qu'elle eſt antérieure au choix de toute méthode particulière de calculer.

12. En tout multiple ſoit de 9, ſoit de 11, ſi l'on fait ſéparément la ſomme des chiffres pairs & celle des impairs ; c'eſt (pour 9) *la ſomme* totale de ces deux ſommes qui eſt un multiple de 9 : & (pour 11) c'eſt *leur différence*, quand elles diffèrent, qui eſt un multiple de 11.

13. *Troiſième propriété*. Si l'on renverſe l'ordre des chiffres qui expriment un nombre quelconque, la différence & la ſomme du nombre *direct* & du nombre *renverſé*, ſont des multiples de 11 ; *la différence*, quand les chiffres du nombre propoſé ſont en nombre impair ; *la ſomme*, quand ils ſont en nombre pair. Par exemple,

$$826 - 628 = 198 : \text{or } \frac{198}{11} = 18$$

$$82 + 28 - 100 : \text{or } \frac{110}{11} = 10$$

sans reste, parce que le nombre des chiffres de 826 est *impair*; 82 est *pair*.

La démonstration dépend des deux propositions suivantes.

14. *Lemme I.* La différence & la somme de deux puissances quelconques de la même racine sont des multiples de cette racine *augmentée* de l'unité; *la différence*, quand celle des exposans des deux puissances est un nombre pair : *la somme*, quand la différence des exposans des deux puissances est un nombre impair. Pour la preuve, *voyez l'article* EXPOSANT.

Lemme II. (Par chiffres *correspondans* il faut entendre deux chiffres pris en un nombre quelconque à égale distance du milieu chacun de son côté; comme sont d'abord les extrêmes, puis les deux les plus voisins de ceux-ci, *&c.*)

15. En tout nombre, la différence des exposans des deux puissances de 10 (ou plus généralement de r), qui y déterminent la valeur relative de deux chiffres correspondans quelconques, est *d'un nom différent* de celui du nombre total des chiffres; c'est-à-dire, paire quand celui-ci est impair, & réciproquement.

En effet, que $a.\ r^m$ & $b.\ r^n$ représentent la valeur relative des deux chiffres extrêmes a & b d'un nombre quelconque, dont le nombre total des chiffres (*voyez* ECHELLE ARITHMÉTIQUE), sera par conséquent $\overline{m+1}$; il est évident que $m - n = m - o = m$ est d'un nom différent de $\overline{m+1}$. Il n'est pas moins clair que, pour tous autres deux chiffres correspondans tirés par ordre du même nombre, $\overline{m-n}$ sera dans le même ordre $m-2, m-4, m-6$, *&c.* suivant une progression arithmétique dont 2 est la différence : chaque terme y sera donc de même nom que le premier m, & par une suite, de nom différent de $\overline{m-1}$.

16. Cela posé, quand on renverse l'ordre des chiffres qui expriment un nombre quelconque, on ne fait qu'échanger la valeur relative des chiffres correspondans; en sorte que $a.\ r^m$ & $b.\ r^n$ deviennent $a.\ r^n$ & $b.\ r^m$. Maintenant si l'on ôte cette seconde quantité de la premiere, ou si on les ajoute ensemble, on aura (toute déduction faite, & supposant $a > b$ & $m > n$,) la différence $= \overline{a-b} \times \overline{r^m - r^n}$ & la somme $= \overline{a+b} \times \overline{r^m + r^n}$; mais s'il s'agit de *la différence*, le 2[d] facteur $r^m - r^n$ (& par une suite le produit même) est (*lemme I.*) un multiple de $\overline{r+1}$ ou de 11, quand $\overline{m-n}$ est pair; & $\overline{m-n}$ est pair (*lemme II.*) quand les chiffres du nombre proposé sont en nombre impair.

Pareillement, s'il s'agit de *la somme*, le 2[d] facteur $r^m + r$ est (*lemme I.*) multiple de $\overline{r+1}$ ou de 11, quand $\overline{m-n}$ est impair; & $\overline{m-n}$ (*lemme II.*), quand les chiffres du nombre pris pour exemple sont en nombre pair.

La troisième propriété se trouve donc prouvée dans ses deux parties. Car ce qui vient d'être dit de deux chiffres correspondans, s'applique de soi-même à la somme de tant de chiffres pareils, pris ainsi deux-à-deux qu'on voudra. Elle aura la même propriété qu'affectent tous & chacun des élémens dont elle est formée.

17. Reste une difficulté. Tout le raisonnement qu'on vient de voir, porte sur la *correspondance* des chiffres : mais, quand le nombre en est impair, celui du milieu se trouve isolé & *sans correspondant*... D'abord cette difficulté ne peut regarder la *somme*, dont la propriété n'a lieu que quand les chiffres du nombre proposé sont en nombre pair. Elle s'évanouira même pour *la différence*, si l'on fait attention que le chiffre du milieu, occupant dans le nombre renversé le même rang qu'il occupoit dans le nombre direct, la soustraction le fait disparoître; & qu'ainsi il n'y a aucun compte à en tenir.

18. Dans le renversement des chiffres, la différence & la somme du nombre direct & du nombre renversé sont des multiples de 9 & de 11; *la différence seule* pour 9, mais *dans tous les cas* : *la différence* aussi bien que *la somme* pour 11, mais *chacune* respectivement *dans un seul cas* : celle-là quand les chiffres du nombre pris pour exemple sont en nombre impair; celle-ci quand ils sont en nombre pair.

19. Il est clair que tout sous-multiple de $\overline{r+1}$ ou de 11, participera aux mêmes propriétés qu'on vient de démontrer pour $\overline{r+1}$ même. C'est ce qu'on ne peut faire voir dans notre échelle, parce que notre 11, comme nombre premier, n'a point de sous-multiple; mais on le pourroit faire pour 2 & pour 4, sous-multiples de 8 (l'11 de l'échelle septenaire); pour, *&c.*

Conclusion. 20. Le nombre 9 n'est donc plus seul en possession des propriétés qui l'ont rendu si célèbre; & s'il se trouve que 11 en jouit aussi pleinement que lui, quoique d'une manière différente; on peut donc,

1.° Juger au premier coup d'œil si un nombre proposé est multiple de 11.

2.° S'il l'est, & qu'il s'agisse d'en venir à la division actuelle, on la peut faire au moyen d'une très-simple soustraction.

3.° S'il ne l'est pas, au moins peut-on, *sans en venir à l'opération*, voir de combien il en diffère, & connoître le reste qu'on obtiendroit par la division; ce qui souvent est tout ce qu'on a

intérêt de savoir . . . En effet, après avoir fait la somme des chiffres pairs & celle des impairs, & en avoir ôté 11 autant de fois qu'il se peut; nommant *R* la différence des deux restes, celui que laissera la division sera *R* même, si l'excès appartient à l'ordre de chiffres dont le dernier fait partie, & 11 — *R* dans l'autre cas : ainsi, 2819 laissera 3, & 28190 laissera 11 — 3 ou 8. *Cet article est de M. Rallier des Ourmes.* *Voyez* NEUF.

ONZIEME, *Arithmétiq.*, c'est une partie du tout divisé en onze portions égales. En manière de *nombres rompus* ou fractions de quelque tout que ce soit, *onzième* se marque ainsi $\frac{1}{11}$. On dit aussi deux *onzièmes*, trois *onzièmes*, quatre *onzièmes*, &c. jusqu'à dix *onzièmes*, au-delà desquels c'est le tout. Pour les marquer, on se sert des chiffres suivans, $\frac{2}{11}$, $\frac{3}{11}$, $\frac{4}{11}$, $\frac{5}{11}$, &c. Dix *onzièmes* se chiffrent ainsi $\frac{10}{11}$.

O P H

OPHIUCUS, (*Astron.*) *V.* SERPENTAIRE.

OPPOSITION, s. f. se dit *en Astronomie*, de l'aspect ou de la situation de deux étoiles ou planètes, lorsqu'elles sont diamétralement opposées l'une à l'autre, c'est-à-dire, éloignées de 180 degrés, ou de l'étendue d'un demi-cercle. *Voyez* CONJONCTION & SYZYGIE.

Quand la lune est diamétralement opposée au soleil, de sorte qu'elle nous montre son disque entier éclairé, elle est en *opposition* avec le soleil, ce qu'on exprime communément en disant qu'elle est dans son plein, elle brille alors toute la nuit.

Les éclipses de lune n'arrivent jamais que quand cette planète est en *opposition* avec le soleil, & qu'elle se trouve outre cela proche des nœuds de l'écliptique.

Mars dans le tems de son *opposition* avec le soleil est beaucoup plus proche de la terre que du soleil; cela vient, 1.° de ce que les orbites de mars & de la terre ont le soleil pour centre ou pour foyer commun; 2.° de ce que dans le tems où mars est en *opposition* avec le soleil, la terre est entre cette planète & le soleil; 3.° de ce que le rayon de l'orbite de mars n'est pas beaucoup plus grand que la distance de la terre au soleil.

Les astronomes observent avec soin les *oppositions* de mars, de jupiter & de saturne, pour déterminer les mouvemens de ces planètes vus du soleil, j'ai donné le résultat de toutes celles qui ont été observées jusqu'ici dans le 6^e^ livre de mon *Astronomie*. (*D. L.*)

OPPOSÉS, adj. (*Géom.*) Si une ligne *S T*, (*Pl. Géom. fig.* 200) rencontre deux autres lignes, *A P*, *B R*, les angles *u*, *x*, ainsi que les angles *z*, *y*, formés par la rencontre de ces lignes, sont appellés *angles opposés*; & en particulier l'angle *u* est nommé l'*angle externe opposé* de l'angle *x*, & *z* l'*angle interne opposé* de l'angle *y* : ces angles s'appellent aussi plus communément *alternes*. *Voyez* ALTERNE, & les angles *b* & *x*, sont ceux que l'on appelle plus souvent opposés par le sommet, de même que les angles *y* & *d*.

Des cônes *opposées* sont deux cônes semblables, *opposés* par le sommet, c'est-à-dire, qui ont un même sommet commun, ainsi qu'un même axe. *Voyez* CONE.

On appelle aussi *sections opposées* deux hyperboles produites par un même plan, qui coupe deux cônes *opposés*. *Voyez* HYPERBOLE, CONE & CONIQUE.

Si un cône est coupé par un plan qui passe par son sommet, & ensuite par un second plan parallèle au premier, & que l'on prolonge ce dernier plan, en sorte qu'il coupe le cône *opposé*, on formera par ce moyen des sections *opposées*. *Voyez* SECTION. *Chambers.* (*E*)

OPTICIEN, s. m. celui qui fait des instrumens d'optique, ou qui donne des leçons de cette science.

OPTIQUE, s. f. (*Ordre encyclop. Entendement, Raison. philosoph. ou science, Science de la nat. Mathém. Mathématiques mixtes, optique*), est proprement la science de la vision directe, c'est-à-dire, de la vision des objets par des rayons qui viennent directement & immédiatement de ces objets à nos yeux sans être ni rompus, ni réfléchis par quelque corps. *Voyez* VISION. Ce mot vient du grec ὄπτομαι *je vois*.

Optique, se dit aussi dans un sens plus étendu de la science de la vision en général. *Voyez* VISION, &c.

L'*optique* prise en ce dernier sens, renferme la Catoptrique & la Dioptrique, & même la perspective. Barrow nous a donné un ouvrage, intitulé: *lectiones opticæ*, leçons optiques, dans lesquelles il ne traite que de la Catoptrique & de la Dioptrique. *Voyez* CATOPTRIQUE, DIOPTRIQUE, & PERSPECTIVE.

On appelle aussi quelquefois *optique*, la partie de la physique qui traite des propriétés de la lumière & des couleurs, sans aucun rapport à la vision; c'est cette science que Neuton a traitée dans son admirable *optique*, où il examine les différens phénomènes des rayons de différentes couleurs, & où il donne sur ce sujet une infinité d'expériences curieuses. On trouve dans le recueil des opuscules du même auteur, imprimé à Lausanne, en 3 vol. *in*-4.° un autre ouvrage, intitulé: *lectiones opticæ*, dans lequel il traite non-seulement des propriétés générales de la lumière & des couleurs, mais encore des lois générales de la Dioptrique. *Voyez* LUMIERE & COULEUR.

L'*optique* prise dans le sens le plus particulier & le plus ordinaire qu'on donne à ce mot, est une partie des mathématiques mixtes, où l'on explique de quelle manière la vision se fait, où

l'on traite de la vûe en général, où l'on donne les raisons des différentes modifications ou altérations des rayons dans leur passage au travers de l'œil, & où l'on enseigne pourquoi les objets paroissent quelquefois plus grands, quelquefois plus petits, quelquefois plus distincts, quelquefois plus confus, quelquefois plus proches, quelquefois plus éloignés, *&c.* *V.* VISION, ŒIL, APPARENT.

L'*optique* est une branche considérable de la philosophie naturelle, tant parce qu'elle explique les loix de la nature, suivant lesquelles la vision se fait, que parce qu'elle rend raison d'une infinité de phénomènes physiques qui seroient inexplicables sans son secours. En effet, n'est-ce pas par les principes de l'*optique* qu'on explique une infinité d'illusions & d'erreurs de la vûe, une grande quantité de phénomènes curieux, comme l'arc-en-ciel, les parhélies, l'augmentation des objets par le microscope & les lunettes? Sans cette science, que pourroit-on dire de satisfaisant sur les mouvemens apparens des planètes, & en particulier sur leurs stations & rétrogradations, sur leurs éclipses, *&c.*?

On voit par conséquent que l'*optique* fait une partie considérable de l'Astronomie, & de la physique.

Mais cette partie si importante des mathématiques, est d'une difficulté qui égale au moins son utilité. Cette difficulté vient de ce que les loix générales de la vision tiennent à une métaphysique fort élevée, dont il ne nous est permis d'appercevoir que quelques rayons. Aussi n'y a-t-il peut-être point de science sur laquelle les philosophes soient tombés dans un plus grand nombre d'erreurs; il s'en faut même beaucoup encore aujourd'hui, que les principes généraux de l'*optique* & ses loix fondamentales, soient démontrées avec cette rigueur & cette clarté qu'on remarque dans les autres parties des Mathématiques. On ne viendra à bout de perfectionner cette science, que par un grand nombre d'expériences, & par les combinaisons qu'on fera de ces expériences entr'elles, pour tâcher de découvrir d'une manière sûre & invariable les loix de la vision, & les causes des différens jugemens, ou plutôt des différentes erreurs de la vûe. Pour se convaincre de ce que nous venons d'avancer, comme aussi pour se mettre au fait des progrès de l'*optique*, & du chemin qui lui reste encore à faire, il suffira de parcourir les principaux ouvrages qui en traitent.

Il est assez probable, selon M. de Montucla, dans son *hist. des Mathématiques*, que la propagation de la lumière en ligne droite, & l'égalité des angles d'incidence & de réflexion (*voyez* LUMIERE), fut connue des Platoniciens; car bientôt après, on voit ces vérités admises pour principes. On attribue à Euclide ces deux livres d'*optique*, que nous avons sous son nom, & dont le premier traite de l'*optique* proprement dite, le second de la Catoptrique, la Dioptrique étant alors inconnue; mais cet ouvrage est si plein d'erreurs, que M. Montucla doute avec raison s'il est de cet habile mathématicien, quoiqu'il soit certain qu'il avoit écrit sur l'*optique*: d'ailleurs M. Montucla prouve invinciblement que cet ouvrage a du moins été fort altéré dans les siècles suivans, & qu'ainsi il n'est pas au moins tel qu'Euclide l'avoit fait.

Ptolémée, l'auteur de l'Almageste (*voyez* ALMAGESTE & ASTRONOMIE), nous avoit laissé une *optique* fort étendue qui n'existe plus. Dans cette *optique*, comme nous l'apprenons par Alhasen, par le moine Bacon qui la citent, Ptolémée donnoit une assez bonne théorie pour son tems de la réfraction astronomique, & une assez bonne explication de phénomène de la lune vue à l'horizon, explication à-peu-près conforme à celle que le pere Malebranche en a donné depuis. *Voyez* VISION & APPARENTE. On y trouvoit aussi la solution de ce beau problème de Catoptrique, qui consiste à trouver le point de réflexion sur un miroir sphérique, l'œil & l'objet étant donnés. Du reste, à en juger par l'*optique* d'Alhasen, qui paroît n'être qu'une copie de celle de Ptolémée, il y a lieu de croire que celle-ci contenoit beaucoup de mauvaise physique. Cet Alhasen étoit un auteur arabe, qui vivoit à ce qu'on croit, vers le xij. siècle; son *optique*, quoique très-imparfaite, même quant à la partie mathématique, est fort estimable pour son tems: Vitellion qui l'a suivi, n'a guère fait que le copier en le mettant dans un meilleur ordre.

Maurolicus de Messine, en 1575, commença à dévoiler l'usage du crystallin dans son livre *de lumine & umbrâ*, & il résolut très-bien le premier la question proposée par Aristote, pourquoi l'image du soleil reçue à travers un trou quelconque, est semblable à ce trou à une petite distance, & circulaire, lorsqu'elle s'éloigne beaucoup du trou?

Porta, dans son livre de la *Magie naturelle*, donna les principes de la chambre obscure (*voyez* CHAMBRE OBSCURE); & cette découverte conduisit Kepler à la découverte de la manière dont se fait la vision; ce grand homme apperçut & démontra que l'œil étoit une chambre obscure, & expliqua en détail la manière dont les objets venoient s'y peindre. (*Voyez* VISION & ŒIL ARTIFICIEL.) C'est ce que Kepler a détaillé dans son *Astronomiæ pars optica*, *seu paralipomena in Vitellionem*; ouvrage qui contient beaucoup d'autres remarques d'*optique* très-intéressantes. Antoine de Dominis, dans un ouvrage assez mauvais d'ailleurs, donna les premières idées de l'explication de l'arc-en-ciel (*voyez* ARC-EN-CIEL), Descartes la perfectionna, & Neuton y mit la dernière main. Jacques *Grégori*, dans son *optica promota*, proposa plusieurs vûes nouvelles & utiles pour la perfection des optiques, & sur les phénomènes

phénomènes de la vision, par les miroirs ou par les verres. Barrow, dans ses *lectiones opticæ*, ajouta de nouvelles vérités à celles qui avoient déjà été découvertes. *Voyez* DIOPTRIQUE, MIROIR, & CATOPTRIQUE; mais le plus considérable & le plus complet de tous les ouvrages qui ont été faits sur l'*optique*, est l'ouvrage anglois de M. Smith, intitulé: *a compleat system of opticks*, systême complet d'*optique*, en deux volumes *in*-4.° L'auteur y traite avec beaucoup d'étendue tout ce qui appartient à la vision, soit par des rayons directs, soit par des rayons réfléchis; soit par des rayons rompus. A l'égard des inventions des *lunettes*, des *télescopes*, &c. *Voyez ces mots à leurs articles*.

De l'*optique* naît la perspective, dont toutes les règles sont fondées sur celles de l'*optique*; la plupart des auteurs, entr'autres le pere Jacquier, font de la Perspective une partie de l'*optique*: quelques-uns comme Jean, évêque de Cantorbéry, dans sa *perspectiva communis*, réunissent l'*optique*, la Catoptrique, & la Dioptrique, sous le nom général de *perspective*. *Voyez* PERSPECTIVE.

L'*optique* en général, soit qu'elle ne considère que la vision par des rayons directs, soit qu'elle considère la vision par des rayons réfléchis ou rompus, a principalement deux questions à résoudre; celle de la distance apparente de l'objet ou du lieu auquel on le voit, sur quoi *voyez* DISTANCE & APPARENT, & celle de la grandeur apparente du même objet, sur quoi *voyez l'article* APPARENCE & *l'article* VISION. A l'égard des lois de la vision par des rayons réfléchis ou rompus, *voyez aux articles* APPARENT, MIROIR, CATOPTRIQUE, & DIOPTRIQUE, ce que l'on sait jusqu'à présent sur ce sujet, & qui laisse encore beaucoup à desirer, ainsi que les lois connues ou admises jusqu'à présent sur la vision directe. *Voyez* aussi la suite de cet article sur les *inégalités optiques*.

OPTIQUE, pris adjectivement, se dit de ce qui a rapport à la vision. *Voyez* VISION, &c.

Cône *optique*, est un faisceau de rayons, qu'on imagine partir d'un point quelconque d'un objet, & venir tomber sur la prunelle pour entrer dans l'œil. *Voyez plus bas*. PINCEAU OPTIQUE.

Axe *optique*, est un rayon qui passe par le centre de l'œil, & qui fait le milieu de la pyramide ou du cône optique. *Voyez* AXE.

Chambre *optique*, *voyez* CHAMBRE OBSCURE.

Verres *optiques*, sont des verres convexes ou concaves, qui peuvent réunir ou écarter les rayons, & par le moyen desquels la vûe est rendue meilleure, ou conservée si elle est foible, &c. *Voyez* VERRE, LENTILLE, LUNETTE, MÉNISQUE, &c.

Inégalité *optique*, se dit en Astronomie, d'une irrégularité apparente dans le mouvement des planètes; on l'appelle *apparente*, parce qu'elle n'est point dans le mouvement de ces corps, mais qu'elle ne vient que de la situation de l'œil du spectateur, qui fait qu'un mouvement qui seroit uniforme, ne paroît pas tel; cette illusion a lieu, lorsqu'un corps se meut uniformément dans un cercle, dont l'œil n'occupe pas le centre. Car alors le mouvement de ce corps ne paroît pas uniforme, au lieu que si l'œil étoit au centre du mouvement, il le verroit toujours uniforme.

On peut faire voir par l'exemple suivant, en quoi consiste l'inégalité *optique*. Supposons qu'un corps se meuve dans la circonférence du cercle *ABDEFGQP* (*Planche optique, fig.* 40), & qu'il parcourre les arcs égaux *AB*, *BD*, *DE*, *EF*, en tems égaux; supposons ensuite que l'œil soit dans le plan du même cercle, qu'il soit hors du cercle, par exemple, en *O*, & qu'il voie de-là le mouvement du corps dans le cercle *ABQP*: lorsque le corps vient de *A* en *B*, son mouvement apparent est mesuré par l'angle *AOB*, ou par l'arc *HL*, qu'il semble décrire; mais dans un tems égal, qu'il met ensuite à parcourir l'arc *BD*, son mouvement apparent est mesuré par l'angle *BOD*, ou par l'arc *LM*, qui est moindre que le premier arc *HL*: quand le corps sera arrivé en *D*, il sera vu au point *M* de la ligne *NLM*. Or il emploie le même tems à parcourir *AB* ou *BD*, & quand il est arrivé en *E*, il est vu encore en *M*, c'est-à-dire, qu'il paroît à-peu-près stationnaire pendant le tems qu'il parcourt *DE*. Quand il vient ensuite en *F*, l'œil le voit en *L*, & quand il est en *G*, il paroît en *H*, de sorte qu'il semble avoir retourné sur ses pas, ou être devenu rétrograde; enfin, depuis *Q* jusqu'en *P*, il paroît de nouveau à-peu-près stationnaire. *Voyez* STATION & RÉTROGRADATION.

On voit, par cette explication, que l'inégalité dont nous parlons, dépend de la situation de l'œil qui n'est point au centre du mouvement de la planète: car si l'œil au lieu d'être en *O*, est transporté au point *C* (*fig.* 40 *n.*° 2), & qu'il y demeure pendant tout le tems d'une révolution de la planète, il est évident que puisque la planète parcourt selon notre supposition des arcs de cercles égaux dans des tems égaux, le spectateur n'appercevra du point *C*, que des mouvemens parfaitement égaux entr'eux.

Si l'on prenoit dans le cercle tout autre point que le centre, & que l'observateur fût, par exemple, (*fig.* 40 *n.*° 3) situé au point *O*, entre le centre & la circonférence: alors quoique la même planète parcourût des arcs égaux dans des tems égaux, son mouvement paroîtroit néanmoins fort inégal vu du point *O*: car lorsque la planète sera dans sa plus grande distance du point *O*, son mouvement paroîtra fort lent; au contraire il paroîtra très-rapide lorsqu'elle se sera

approchée du point O, le plus près qu'il est possible; ce qui est évident, puisque l'angle COD est beaucoup plus grand que l'angle AOB, quoique les arcs AB, CD, soient égaux entr'eux. Cependant il faut bien remarquer, que dans cette supposition de l'œil placé entre le centre & la circonférence, jamais la planète ne sauroit paroître stationnaire ni rétrograde; d'où il s'ensuit, que s'il arrivoit que l'observateur vînt à découvrir la planète tantôt directe, tantôt stationnaire, & tantôt rétrograde, il faudroit conclure qu'il auroit lui-même un mouvement particulier, & que son œil ne seroit plus situé dans un point fixe ou immobile, comme on l'a supposé jusqu'ici. *Instit. Astron. p.* 14.

Il est visible par la *figure* 40, *n.°* 2 que si l'œil est placé en O, & que le corps se meuve uniformément autour du centre C, son mouvement paroîtra s'accélérer continuellement de A en M; car les arcs AB, BN, ND, *&c.* étant supposés égaux, les angles AOB, BON, NOD, *&c.* vont toujours en croissant, & le mouvement à de très-grandes distances est proportionnel à ces angles. *Voyez* APPARENT.

On appelle cette inégalité *inégalité optique*, pour la distinguer de l'inégalité réelle; car dans l'explication que nous venons de donner de l'inégalité *optique*, nous avons supposé que le mouvement de la planète ou du corps dans la courbe $AEGP$ étoit uniforme, & que cette courbe étoit un cercle, au lieu qu'en effet cette courbe est une ellipse dont la planète ne parcourt point des arcs égaux en tems égaux. Ainsi, le mouvement des planètes est tel qu'il n'est pas uniforme en lui-même, & que quand il le seroit, il ne nous le paroîtroit pas. C'est pourquoi on distingue dans ce mouvement deux inégalités, l'une *optique*, l'autre réelle. *Voyez* ABSOLU & EQUATION.

On appelle en général *illusions optiques*, toutes les erreurs où notre vûe nous fait tomber sur la distance apparente des corps, sur leur figure, leur grandeur, leur couleur, la quantité & la direction de leur mouvement. *Voyez* APPARENT, *&c.*

Pinceau *optique*, ou pinceau de rayons, c'est l'assemblage des rayons, par le moyen desquels on voit un point ou une partie d'un objet. *Voyez* PINCEAU.

Quelques écrivains d'*optique* regardent ces pinceaux comme une chimère. Cependant on ne sauroit douter de l'existence de ces pinceaux, si on fait réflexion que chaque point d'un objet pouvant être vû de tous côtés, envoie nécessairement des rayons de toutes parts & dans toutes sortes de directions, & que par conséquent plusieurs de ces rayons tombent à-la-fois sur la prunelle qui a une certaine largeur, & que ces rayons traversent ensuite le globe de l'œil où ils sont rompus & rapprochés par les différentes liqueurs dont le globe de l'œil est composé, de manière qu'ils se réunissent au fond de l'œil. Cette réunion est nécessaire pour la vision distincte; & le fond de l'œil est une espèce de foyer où doivent se rassembler les rayons que chaque point de l'objet envoie. *Voyez la fig.* 39 *d'optique*, où B est le point visible; GS, le crystallin, & C, le foyer des rayons envoyés sur le crystallin. *Voyez aussi* VISION.

Lieu *optique* d'une étoile, c'est le point du ciel où il paroît à nos yeux qu'elle est. *Voyez* LIEU.

Ce lieu est ou vrai ou apparent; vrai, quand l'œil est supposé au centre de la terre ou de la planète de laquelle on suppose qu'il voit; & apparent, quand l'œil est hors du centre de la terre ou de la planète. *Voyez* APPARENT & PLANETE. La différence du lieu vrai au lieu apparent, forme ce que nous appellons *parallaxe. V.* PARALLAXE.

Pyramide *optique* se dit dans la perspective d'une pyramide $ABCO$ (*Pl. perspect. fig.* 1) dont la base est l'objet visible ABC, & dont le sommet est dans l'œil O. Cette pyramide est formée par les rayons qui viennent à l'œil des différens points de la circonférence de l'objet.

On peut aussi entendre facilement par cette définition ce que c'est que le triangle *optique*. C'est un triangle comme ACO, dont la base est une des lignes droites AC de la surface de l'objet, & dont les côtés sont les rayons OA, OC.

Rayons *optiques* se dit principalement de ceux qui terminent une pyramide ou un triangle *optique*, comme OA, OC, OB, *&c. Chambers.* (O)

ORB

ORBE, dans l'*Astronomie ancienne*, se disant d'un corps ou d'un espace sphérique terminé par deux surfaces, l'une convexe, qui étoit en-dehors, l'autre concave, qui étoit en-dedans *V.* SPHERE.

Les anciens Astronomes regardoient les cieux comme composés de différens orbes très-vastes, de couleur d'azur, & transparens, qui étoient renfermés les uns dans les autres; ou bien comme un assemblage de grands cercles, au-dedans desquels étoient renfermés les corps des planètes, & dont les rayons s'étendoient depuis le centre de la terre, qu'ils regardoient comme le centre du monde, jusqu'à la plus grande distance où la planète pouvoit s'en éloigner.

Le grand orbe, *orbis magnus*, est celui où l'on suppose que le soleil se meut, ou plutôt dans lequel la terre fait sa révolution annuelle.

Dans l'astronomie moderne, l'*orbe* d'une planète est la même chose que son *orbite*.

ORBITE, (*Astronomie*) chemin d'une planète ou d'une comète, c'est la ligne qu'elle décrit

dans les cieux par son mouvement propre. *Voyez* PLANÈTE.

L'*orbite* du soleil ou plutôt de la terre, est la courbe que la terre décrit dans sa révolution annuelle ; le plan de cette *orbite* ou sa trace dans le ciel, est ce qu'on appelle ordinairement ECLIPTIQUE.

L'*orbite* de la terre & celles des planètes principales sont des ellipses, dont le soleil occupe le foyer commun : chaque planète se meut dans son ellipse, de manière que son rayon vecteur, c'est-à-dire, le rayon qu'on peut tirer continuellement de la planète au soleil, décrit des aires ou secteurs proportionnels au tems. *Voyez* LOIX DE KÉPLER.

Les anciens Astronomes supposoient que les planètes décrivoient des *orbites* circulaires avec une vîtesse uniforme. Copernic lui-même regardoit comme une chose impossible que cela fût autrement : *Fieri nequit*, dit-il, *ut cœleste corpus simplex uno orbe inæqualiter moveatur.* Aussi, pour expliquer les inégalités du mouvement des planètes, les anciens étoient obligés d'avoir recours à des épicycles & à des excentriques. *Voyez* EPICYCLE.

Mais Képler démontra le premier d'après les observations de Tycho-Brahé, que les mouvemens des planètes n'étoient point exempts d'inégalité réelle; que la terre, par exemple, lorsqu'elle est à sa plus petite distance du soleil, se meut réellement plus vîte que quand elle est à sa plus grande distance de cet astre, & que sa vîtesse apparente est à-peu-près en raison inverse du carré de sa distance au soleil, ou ce qui revient au même, du carré du diamètre apparent du soleil, d'où il s'ensuit par les principes de la Géométrie, que la planète décrit autour du soleil des aires proportionnelles aux tems.

Il y a eu deux espèces d'ovales qu'on a fait décrire aux planètes. La première est l'ellipse employée par Képler; Sethus Wardus crut que l'on pourroit y substituer des *orbites* circulaires, en prenant deux points à égale distance du centre, qui représentassent les foyers; mais cette supposition n'est pas assez d'accord avec ces observations, & il faut avouer que Wardus ne l'a donnée que comme une approximation. La seconde espèce d'*orbite* est l'ovale, de Cassini, dont la propriété consiste en ce que le produit de deux lignes tirées d'un même point de la circonférence aux deux foyers, est toujours le même; au lieu que dans l'ellipse ordinaire, c'est la somme de ces lignes qui est constante, & non pas le produit. *V. les élémens d'Astronomie, p.* 149.

Le demi-diamètre de l'*orbite* terrestre est d'environ 34 millions de lieues, & le demi-diamètre de l'*orbite* de Saturne est environ dix fois plus grand, celui de la planète découverte par Herschel environ 19 fois plus grand.

Les *orbites* des planètes ne sont point toutes dans le plan de l'écliptique, c'est-à-dire, dans le même plan que l'*orbite* de la terre ; mais elles sont différemment inclinées par rapport à l'écliptique, & entr'elles : néanmoins le plan de chaque *orbite* a pour commune section avec l'écliptique, une ligne droite qui passe par le soleil. *Voyez* NŒUD, INCLINAISON.

Les *orbites* des comètes sont aussi des ellipses ; mais étant fort alongées, elles approchent assez des paraboles pour qu'on puisse se servir de celles-ci, pour la facilité du calcul.

Les dimensions & les situations des *orbites*, se trouveront aux *mots* PLANÈTE, *voyez* aussi NŒUD, EXCENTRICITÉ, APSIDE, RÉVOLUTION, DISTANCE, LUNE. (*D. L.*)

ORDINAL, *terme d'Arithmétique*, ce mot se dit des nombres qui marquent l'ordre des choses ou en quel rang elles sont placées. Le premier, le dixième, le centième, *&c.* sont des nombres *ordinaux*.

ORDONNÉE, f. f. (*Géom*), c'est le nom qu'on donne aux lignes tirées d'un point de la circonférence d'une courbe à une ligne droite, prise dans le plan de cette courbe, & qu'on prend pour l'axe, ou pour la ligne des abscisses. Il est essentiel aux *ordonnées* d'être parallèles entr'elles. On les appelle en latin *ordinatim applicatæ*.

Quand les *ordonnées* sont égales de part & d'autre de l'axe, on prend quelquefois la partie comprise entre l'axe & la courbe pour demi-*ordonnée*, & la somme des deux lignes pour l'*ordonnée* entière. On appelle aussi quelquefois *ordonnées*, des lignes qui partent d'un point donné, & qui se terminent à une courbe. *Voyez* SPIRALE. *Voyez aussi* ABSCISSE & COORDONNÉES.

Dans une courbe du second genre, si on tire deux lignes parallèles, qui rencontrent la courbe en quatre points, & qu'une ligne droite coupe chacune de ces parallèles, de manière que la somme des deux parties terminées à la courbe d'un côté de la sécante soit égale à l'autre partie terminée à la courbe de l'autre côté, cette ligne droite coupera de la même manière toutes les autres lignes, qu'on pourra tirer parallèlement aux deux premières, c'est-à-dire, de manière que la somme des deux parties prises d'un côté de la sécante sera toujours égale à l'autre partie prise de l'autre côté. *Voyez* COURBE.

Il n'est pas essentiel aux *ordonnées* d'être perpendiculaires à l'axe, elles peuvent faire avec l'axe un angle quelconque, pourvu que cet angle soit toujours le même; les *ordonnées* s'appellent aussi *appliquées*. *Voyez* APPLIQUÉE.

Ordonnée se prend aussi adjectivement.

Raison ou *proportion ordonnée*, est une proportion qui résulte de deux ou de plusieurs autres proportions, & qui est telle que l'antécédent du premier rapport de la première proportion, est au conséquent du premier rapport de la seconde,

comme l'antécédent du second rapport de la première proportion est au conséquent du second rapport de la seconde, par exemple, soit $a : b :: c . d.$ $b : e :: d . g.$ on aura en proportion ou raison *ordonnée* $a : e :: c . g.$

Equation ordonnée est une équation où l'inconnue monte à plusieurs dimensions, & dont les termes sont arrangés de telle sorte, que le terme où l'inconnue monte à la plus haute puissance soit le premier, qu'ensuite le terme où l'inconnue monte à la puissance immédiatement inférieure, soit le second &c. Par exemple, $x^3 + a x x + b x + c = o$ est une équation *ordonnée* du 3^e degré, parce que le terme x^3 où x monte à la plus haute puissance est le premier, que ce terme où x monte à la seconde puissance, &c. *Voyez* EQUATION. (*O*)

ORDRE, *en Géométrie*, se dit en parlant des lignes courbes, distinguées par le différent degré de leur équation. Les lignes droites, dont l'équation ne monte qu'au premier degré, composent le premier *ordre*; les sections coniques, le second *ordre*, parce que leur équation monte au second degré, & ainsi des autres.

M. Neuton a fait un ouvrage, intitulé : *énumération des lignes du troisième* ordre. *Voyez* COURBE.

On se sert quelquefois du mot de *degré* au lieu de celui d'*ordre* : ainsi, on dit *une courbe* ou *une ligne du troisième degré*, pour *une ligne du troisième ordre*. *Voy*. DEGRÉ, COURBE & GENRE.

Ordre s'emploie aussi en parlant des infinis & des infiniment petits; ainsi, on dit *infini du second ordre*, pour dire une quantité infinie par rapport à une autre qui est déjà infinie elle-même : *infiniment petit du second ordre*, pour dire une quantité infiniment petite par rapport à une autre qui est déjà infiniment petite elle-même, & ainsi de suite : sur quoi *voyez* INFINI & DIFFÉRENCIEL. On dit de même *équation différentielle du premier, du second*, &c. *ordre*, pour dire une équation où les différencielles sont du premier, du second *ordre*, &c. *Voyez* EQUATION. (*O*)

OREILLES, (*Hyd*.). On dit les *oreilles* ou les oreillons d'une pièce d'eau en miroir; ce sont les petites parties, échancrées & en retour, qui se joignent à celles qui sont centrées.

ORGANIQUE, adj. (*Géom*.). On appelle *géométrie organique*. L'art de décrire des courbes par le moyen d'instrumens, & en général par un mouvement continu; cette manière de les décrire est plus exacte dans la spéculation, mais presque toujours plus embarrassante, & plus sujette à erreur dans la pratique, que la manière de les décrire par plusieurs points. M. Maclaurin a donné un ouvrage sous le titre de *geometria organica*. *Voyez* COURBE.

ORGUE, (*Hydraulique*) s. m. sorte de buffet d'*orgue* fait de métal, qui joue par le moyen de l'eau dans une grotte, comme on en voit par exemple, à Tivoli dans la vigne d'Est. On trouve la description de ces *orgues*, dans *l'hydraulica pneumatica de Scot*. (*D. J.*)

ORGYIA, nom latin d'une mesure de six piés. *V*. TOISE.

ORGYIE, (*mesures antiques*), mesure égyptienne qui, selon Hérodote, étoit de quatre coudées, ou de 6 piés grecs. En comparant ce qu'en dit cet historien, *b. I n.* 149, & livre *II. c.* 6, il paroît que quatre palmes font un pié grec, six palmes une coudée, & quatre coudées ou six piés grecs font une *orgyie*. (*D. J.*)

ORIENT, se dit *dans l'Astronomie & dans la Géographie*, du point de l'horizon qui répond au levant, ou à l'EST. Ce mot vient du latin *oriri*; se lever, parce que c'est dans le point dont il s'agit, que le soleil paroît se lever.

Orient équinoxial, signifie le point de l'horizon où le soleil se leve, quand il est dans l'équateur, c'est-à-dire, quand il entre dans le bélier ou la balance.

Orient d'été, est le point où le soleil se leve au commencement de l'été, dans le tems des plus longs jours.

Orient d'hiver, est le point où le soleil se leve au solstice d'hiver, dans les tems des plus courts jours. (*O*)

ORIENTAL, (*Ast. & Géog.*) se dit proprement de quelque chose qui est située à l'est ou au levant par rapport à nous; il est opposé à occidental.

C'est dans ce sens qu'on dit, perles *orientales*, lorsqu'on parle des perles qui se trouvent dans les Indes *orientales*. On dit encore langues *orientales*, en parlant de l'hébreu, du syriaque, du chaldéen, & du cophte.

Dans l'Astronomie on dit qu'une planète est *orientale* lorsqu'elle paroît suivre le soleil, ou qu'elle est plus à l'orient que le soleil.

ORIENTER, v. act. (*Astr. & Gnom.*) se dit principalement d'un cadran mobile, que l'on place dans la situation où il doit être par rapport aux points cardinaux, en sorte que la méridienne tracée sur ce cadran, tombe dans le plan du méridien. *Voyez* CADRAN.

S'ORIENTER, c'est examiner de quel côté on a l'orient, & par conséquent les trois autres points cardinaux. Mais on appelle aussi *s'orienter*, s'assurer précisément, soit sur terre, soit sur mer, de l'endroit où l'on est. (*O*)

ORIFICE, (*hydraulique*) s. m. On entend par l'*orifice* d'un ajutage, d'un canon, d'une jauge, la surface de son ouverture circulaire qui est comme le quarré de son diamètre : ainsi, lorsqu'on dit qu'un jet a trois lignes, cela signifie trois lignes de *diamètre*. *Voyez* AJUTAGE. (*K*)

ORIGINE, (*Géom.*) s. f. se dit du point par lequel on commence à décrire une courbe, lorsqu'on la décrit par un mouvement continu. *V*. décrire & engendrer.

On appelle aussi souvent *origine* de la courbe son sommet, c'est-à-dire, le point où l'on suppose que commencent les ordonnées & les abscisses. *(O)*

* Ce point s'appelle plus souvent l'*origine* des coordonnées, sur-tout quand la courbe ne passe pas par cette *origine*, ce qui arrive souvent.

ORION, (*Astron.*) c'est le nom de la plus grande constellation du ciel, de laquelle on part pour reconnoître toutes les autres, & qui est représentée dans la *fig.* 3 des planches d'Astronomie. Elle contient 78 étoiles principales dans le catalogue britannique, dont deux de la premiere grandeur; elle est appellée aussi *Oarion*, *Urion*, *Arion*, *Tripater*, *Hyriades* (fils d'Hyreus) *Candaon*, *Jugula*, *Venator*, *Dianæ comes & Amasius;* en Arabe, *Algebaro*, c'est-à-dire, vaillant héros, *Nembrod*, *Saturnus;* il y a dans la partie supérieure, trois petites étoiles qui ressemblent à un jeu de trois noix, ce qui a fait appeller cette constellation *nux*, ou *juglans*, *stella jugula*: il y a aussi dans le milieu de la constellation, trois étoiles remarquables, égales & situées sur une ligne droite, appellées quelquefois les trois rois. Le bâton de Jacob, le rateau, c'est la ceinture d'*orion*. *V. Manilius*, I. 377.

Le héros de l'antiquité appellé *Orion*, étoit, dit-on, le fils de Neptune; mais il y a beaucoup de variétés sur son origine; son nom vient de ὤρα, parce que cette constellation servoit à marquer les différens tems de l'année; Plutarque l'appelle *orus.* (*de Iside p.* 357); ou de *urion*, *quasi ex urina deorum natus*, parce que suivant Euphorion, son pere Hyreus ayant reçu chez lui Jupiter, Neptune & Mercure, & leur ayant demandé un fils, ils lui donnerent naissance, *semine in pellem bovis effuso.* Mais à cause de la turpitude de cette origine, on a changé la premiere lettre de son nom pour en faire *orion*, (*voyez Ovide lib. V. fast.*) Son pere obtint aussi des dieux qu'*orion* pourroit également marcher sur la terre comme sur la mer, qu'il seroit d'une force & d'une taille énorme. En effet, la constellation d'*orion* est une des plus grandes qu'il y ait: *orion magni pars maximâ cœli* (*Manil. V.* 12) ce géant s'adonna à la chasse dans l'isle de Crète, où il accompagnoit Diane & Latone: c'est-là qu'enflé d'orgueil, & défiant hardiment tous les monstres de l'univers, il fut tué par un scorpion que la terre produisit sous ses pieds, mais Diane obtint qu'il fût placé dans le ciel, à l'opposite du scorpion, d'autres ont écrit qu'il avoit voulu attenter à cette divinité, ce que l'on explique de même que l'histoire d'Endymion, en supposant qu'*Orion* fût un amateur de la science & des astres. *Candaon* est le nom qu'*Orion* porta chez les Béotiens; on l'appelle *tripater* parce qu'il étoit censé fils de jupiter, de neptune & de mercure, & *hyriades*, du nom de celui chez qui descendirent les trois dieux qui lui accorderent cet enfant.

Cédrenus dit qu'il est le fameux Nemrod des Assyriens, appellé ensuite saturne.

Suivant le rapport d'Ovide, le lever héliaque de la ceinture d'*orion* arrivoit le 26 juin en même tems que le solstice, du-moins c'est ce que paroissent indiquer les vers suivans, qui sont à la fin du VI^e liv. des Fastes.

Zona latet tua nunc, & cras fortasse latebit:
Dehinc erit, orion, aspicienda mihi.
At si non esset potus, dixisset eâdem
Venturum tempus solstiale die. Fast. VI. 787.

Il avoit annoncé de même le lever héliaque des épaules d'*orion*, pour le 17 juin.

At pater heliadum radiis ubi tinxerit emdis,
Et cinget geminos stella serena polos:
Tollet humo validos proles hyriea lacertos
Continuâ Delphin nocte videndus erit. Fast. VI. 717.

Les anciens disoient que cette constellation excitoit les tempêtes lorsqu'elle se levoit, *assurgens nimbosus orion;* peut-être parce que son lever du soir arrivoit à l'entrée de l'hiver. C'est alors que commençoit l'empire des géans; l'empire de Typhon, qui étoit placé dans le signe du scorpion, signe des géans & des vents qui ramenent les pluies de l'hiver & le déluge. *(D. L.)*

ORPHÉE, nom de la constellation d'*hercule*.

ORRERY, (*Astron.*) nom d'un instrument qui représente les mouvemens des planetes. *Voyez planétaire*.

ORTHOGONAL, adj. (*Géom.*) se dit de ce qui est perpendiculaire ou à angles droits; ainsi, une courbe qui a des coordonnées *orthogonales*, est une courbe dont les abscisses & les ordonnées sont entr'elles des angles droits. *Voyez* ABSCISSE, ORDONNÉE & COURBE. *(O)*

ORTHOGONALE signifie aussi, *en Géométrie*, la même chose que *rectangle*, ou qui a des angles droits. *Voyez* RECTANGLE.

Quand ce mot se rapporte à une figure plane, il signifie qu'un des côtés de la figure est supposé perpendiculaire à l'autre. Quand on l'applique aux solides, il signifie que leur axe est supposé perpendiculaire à l'horizon. *Chambers.* *(O)*

ORTHOGRAPHIE, s. f. (*Perspect.*) se dit de l'art de représenter la partie antérieure d'un objet, comme la façade d'un bâtiment, en marquant les hauteurs & les élévations de chaque partie par des lignes perpendiculaires au tableau.

Ce *mot* vient du grec ὀρθὸς, *droit*, & γράφω, *je décris*, parce que dans l'*orthographie* chaque chose se marque par des lignes tirées perpendiculairement, ou plutôt parce que toutes les lignes horizontales y sont droites & paralleles, & non obliques comme dans la perspective. *Chambers.* *(E)*

ORTOGRAPHIE, élévation géométrale d'un bâtiment, profil, coupe verticale.

ORTHOGRAPHIQUE, adj. (*Perspect.*) se dit de tout ce qui a rapport à l'orthographie; ainsi, on dit représentation *orthographique*, projection *orthographique*, c'est-à-dire, celle qui se fait par des lignes menées de l'objet perpendiculairement au tableau. *Voyez* ORTHOGRAPHIE & PROJECTION.

ORTHOGRAPHIQUE, (*Astr.*) projection *orthographique* de la sphère, est la représentation des différens points de la surface de la sphère, sur un plan, en supposant l'œil à une distance infinie, & dans une ligne perpendiculaire au plan; c'est-à-dire, en supposant que chaque point de la surface de la sphère se projette sur le plan dont il s'agit par une ligne perpendiculaire à ce plan.

On appelle cette projection, *orthographique*, parce que les lignes de projection, menées des points de la surface sphérique sur le plan de projection font avec le plan de projection des angles droits: car le mot *orthographique* vient des deux mots grecs, ὀρθὸς, *droit*, & γράφω *je décris*.

Nous avons fait usage de cette projection pour le calcul des éclipses de soleil: les cercles y paroissent comme des ellipses. (*D. L.*)

ORTIVE, adject. f. (*terme d'Astronomie*) l'amplitude *ortive* ou *orientale* d'une étoile, est l'arc de l'horizon compris entre le point où cette étoile se leve, & le vrai point d'orient, c'est-à-dire, le point où l'horizon coupe l'équateur. *V.* AMPLITUDE & HORIZON. (*O*)

ORUS, nom du cocher ou des gémeaux.

OSC

OSCILLATION, s. f. *terme de Méchanique*, qui signifie la même chose que *vibration*; c'est-à-dire, le mouvement d'un pendule en descendant & en montant, ou, si on peut parler ainsi, sa descente & sa remontée consécutives & prises ensemble.

Axe d'oscillation est une ligne droite parallèle à l'horizon, qui passe, ou qui est supposée passer par le centre ou point fixe autour duquel le pendule oscille, & qui est perpendiculaire au plan où se fait l'oscillation. *Voyez* AXE.

Si on suspend un pendule simple entre deux demi-cycloïdes, dont les cercles générateurs aient leur diamètre égal à la moitié de la longueur du fil, toutes les oscillations de ce pendule, grandes & petites, seront isocrones, c'est-à-dire, se feront en tems égal. *Voyez* CYCLOÏDE & ISOCRONE.

Le tems d'une *oscillation* entière dans un arc de cycloïde quelconque est au tems de la descente perpendiculaire par le diamètre du cercle générateur, comme la circonférence du cercle est au diamètre. *V.* PENDULE.

Si deux pendules décrivent des arcs semblables, les tems de leurs *oscillations* seront en raison soudoublée de leurs longueurs.

Les nombres d'*oscillations* isocrones, faites par deux pendules dans le même tems sont entr'eux en raison inverse du tems que durent les *oscillations* prises séparément.

On trouve plus au long dans l'*article* PENDULE les loix du mouvement & des *oscillations* du pendule simple, c'est-à-dire, du pendule composé d'un seul poids *A* fort petit, & qu'on regarde comme un point, & d'une verge ou fil *C A* (*fig. 206, Méchan.*) dont on considère la pesanteur ou la masse comme nulle. Il est beaucoup plus difficile de déterminer les loix d'un pendule composé, c'est-à-dire, les *oscillations* d'une verge *B A* (*fig. 22*), que l'on regarde comme sans pesanteur & sans masse, & qui est chargée de plusieurs poids *D*, *F*, *H*, *B*; il est certain que cette verge ne fait pas ses *oscillations* de la même manière que s'il n'y avoit qu'un seul poids; par exemple *B*, car supposons qu'il n'y ait en effet qu'un poids *B*, ce poids tendra à décrire la petite ligne *B N* au premier instant: or, s'il y avoit d'autres poids en *H*, *F*, *D*, ces poids tendroient à décrire dans le même instant des lignes *H M*, *F L*, *D K*, égales à *B N*, de sorte que la portion *B D* de la verge devroit se trouver en *K N*; & par conséquent la portion *A D* se trouveroit dans la situation *A K*; or cela ne se pourroit faire sans que la verge *A D B* se brisât en *D*; & comme on la suppose inflexible, il est donc impossible que les poids *B*, *H*, *F*, *D*, décrivent les lignes *B N*, *H M*, *F L*, *D K*, &c. mais il faut que ces poids décrivent des lignes *B C*, *H I*, *F G*, *D E*, qui soient telles que la verge *A D B* conserve toujours sans se plier la forme d'une droite *A E C*. Or on peut imaginer un pendule simple d'une certaine longueur, qui fasse ses oscillations dans le tems que le pendule composé *A D B* fait les siennes. Ainsi, la difficulté se réduit à trouver la longueur de ce pendule simple, & trouver la longueur de ce pendule simple, est la même chose que ce que les Géomètres appellent *trouver le centre d'oscillation.*

Le célèbre M. Huyghens est le premier qui ait résolu ce problème dans son excellent ouvrage *de horologio oscillatorio.* Mais la méthode dont il s'est servi pour le résoudre, quoique bonne & exacte, étoit susceptible de quelques difficultés.

Toute la doctrine de ce grand géomètre sur le centre d'*oscillation* est fondée sur l'hypothèse suivante; que le centre de gravité commun de plusieurs corps doit remonter à la même hauteur d'où il est tombé, soit que ces corps soient unis, ou séparés l'un de l'autre en remontant, pourvu qu'ils commencent à remonter chacun avec la

vîtesse acquise par sa chûte. *Voyez* CENTRE DE GRAVITÉ.

Cette hypothèse a été combattue par quelques auteurs, & regardée par d'autres comme fort douteuse. Ceux même qui convenoient de la vérité ne pouvoient s'empêcher de reconnoître qu'elle étoit trop hardie pour être admise sans preuve dans une science où l'on démontre tout.

Ce même principe a été démontré depuis par plusieurs géomètres, & il n'est autre chose que le fameux principe connu autrement sous le nom de *conservation des forces vives*, dont les Géomètres se sont servis depuis avec tant de succès dans la solution des problèmes de dynamique. *Voyez* DYNAMIQUE & FORCES VIVES.

Cependant, comme le principe de M. Huyghens avoit paru incertain & indirect à plusieurs géomètres, ces considérations engagèrent M. Jacques Bernoulli, professeur de Mathématique à Bâle, mort en 1705, à chercher une solution du problême dont il s'agit. Il en trouva une assez simple, tirée de la nature du levier, & la fit paroître dans les mémoires de l'académie des sciences de Paris, année 1703. Après sa mort, son frère Jean Bernoulli fit imprimer dans les mémoires de la même académie, année 1714, une autre solution du même problême, encore plus facile & plus simple. Nous ne devons point oublier de dire, qu'environ dans le même tems M. Taylor, célèbre géomètre anglois, trouva une solution à-peu-près semblable à celle de M. Bernoulli, & la fit paroître dans son livre, intitulé: *methodus incrementorum*; ce qui fut le sujet d'une dispute entre les deux géomètres qui s'accusèrent réciproquement de s'être pillés. On peut voir les pièces de ce procès dans les actes de Leipsick de 1716; & dans les œuvres de M. Bernoulli, imprimée à Lausanne *in*-4°. en 1743. Quoi qu'il en soit, voici le précis de la théorie de M. Jean Bernoulli, elle consiste en général à chercher d'abord quelle devroit être la gravité dans un pendule simple, de même longueur que le composé pour que les deux pendules fissent leurs *oscillations* dans un tems égal. Il faut pour cela que le *moment* des deux pendules soit le même; ensuite au-lieu de ce pendule simple d'une longueur connue, & d'une pesanteur supposée, M. Bernoulli substitue un pendule simple animé par la gravité naturelle, & il trouve aisément par une simple proportion la longueur que ce nouveau pendule doit avoir pour faire les vibrations en même tems que l'autre.

Quoique la méthode de M. Bernoulli soit assez simple; elle peut encore être simplifiée, même en faisant usage de son principe, comme je l'ai démontré dans mon traité de dynamique, *l. II. c. iij. probl.* 1. & j'ai d'ailleurs donné en même tems une méthode particulière extrêmement simple pour résoudre ce problême. Voici une idée de cette méthode.

Il est certain que les corps B, H, F, D, ne pouvant décrire les lignes BN, HM, FL; DK, décrivent des lignes BC, HI, FG, DE, qui sont entr'elles comme les distances AB, AH, AF, AD, au point de suspension A; d'où il s'ensuit que toute la difficulté se réduit à connoître une de ces lignes comme BC; or au lieu de supposer que les corps B, H, F, D, tendent à se mouvoir avec les vîtesses BN, HM, FL, DK, on peut supposer, ce qui revient au même qu'ils tendent à se mouvoir avec les vîtesses $BC - CN$, $HI - IM$, $FG + GL$, $DE + EK$, & comme de ces vîtesses il ne reste que les vîtesses BC, HI, FG, DE, il s'ensuit que si les corps B, H, F, D, n'avoient eu que les vîtesses $-CN$, $-IM$, GL, EK, la verge AB seroit demeurée en repos. *Voyez* DYNAMIQUE. Donc par la nature du levier on aura $-B \times CN \times AB - H \times IM \times AH + F \times GL \times AF + D \times EK \times AD = 0$. Or dans cette cette équation il n'y a qu'une seule inconnue, puisqu'en supposant BC donnée, tout le reste est donné; on aura donc par cette équation la valeur de BC, & par le rapport de BC à BN, on connoîtra le rapport de la vîtesse du pendule composé à celle d'un pendule simple qui seroit de la longueur de BA; d'où il s'ensuit qu'on trouvera facilement la longueur du pendule simple isocrone au pendule composé; en cherchant un pendule dont la longueur soit à AC comme BN est à BC. *Voyez* sur cela mon traité de dynamique, *l. II. ch. iij. probl.* 1. vous y trouverez d'autres remarques curieuses sur le problême dont il s'agit ici.

Centre d'oscillation d'un pendule, est donc proprement, suivant ce qu'on vient de dire, un certain point pris dans ce pendule, prolongé, s'il est nécessaire, & dont chaque vibration se fait de la même manière que si ce point seul & isolé étoit suspendu à la distance où il est du point de suspension.

Ou bien, c'est un point tel, que si on y suppose ramassée toute la gravité du pendule composé, ses différentes *oscillations* se feront dans le même tems qu'auparavant.

Ainsi, la distance de ce point au point de suspension est égale, comme on vient de le dire, à la longueur du pendule simple, dont les *oscillations* seroient isocrones à celle du corps suspendu. *Voyez* CENTRE. *Chambers.*

On appelle aussi en général *oscillation* le mouvement d'un corps qui va & vient alternativement en sens contraire comme un pendule. Ainsi, par exemple, un corps solide placé sur un fluide peut y faire des *oscillations*, lorsque ce solide n'est pas en repos parfait; sur quoi *voyez l'article* FLOTTER. (*O*)

OSCULATEUR, adj. *en Géométrie*, rayon *osculateur* d'une courbe, est le rayon de la développée de cette courbe; & cercle *osculateur* est

le cercle qui a pour rayon le rayon de la développée. *Voyez* OSCULATION & DÉVELOPPÉE.

On appelle ce cercle, *osculateur*, parce qu'il embrasse, pour-ainsi-dire, la développée en la touchant; car il la touche & il la coupe tout-à-la-fois, étant d'un côté à la partie concave de la courbe, & de l'autre à la partie convexe.

Dans le cercle tous les rayons *osculateurs* sont égaux, & sont le rayon même du cercle; la développée du cercle n'étant qu'un point.

Lorsque la courbure est finie, le rayon *osculateur* est fini, lorsqu'elle est infiniment petite, le rayon *osculateur* est infini, & enfin lorsqu'elle est infiniment grande, le rayon *osculateur* est $=0$. *Voyez* COURBURE.

Nous avons promis au *mot* ENGENDRER, que nous donnerions ici de nouvelles remarques sur les courbes, qui en se développant s'engendrent en elles-mêmes; mais, ayant vu depuis que le savant M. Euler a traité profondément ce sujet dans le *tom. XII.* des anciens *Mémoires de Pétersbourg*, nous y renvoyons le lecteur. (*O*).

OSCULATION, s. f. ou baisement, terme en usage dans la théorie des développées. Soit *P C* la développée d'une courbe; un cercle décrit du point *C* comme centre (*Pl. analys. fig.* 12) & du rayon de la développée *M C*, est dit *baiser*, en *M*, la développée, & M. Huyghens, inventeur des développées, a appellé ce point *M*, *point d'osculation* ou *point baisant*. *Voyez* DEVELOPPÉE.

La ligne *M C* est appellée *rayon osculateur*; & le cercle décrit du rayon *M C*, *cercle osculateur* ou *cercle baisant*, *Voyez* OSCULATEUR.

La développante *P C F*, est le lieu des centres de tous les cercles qui baisent la développante *B C F*. *Voyez* DÉVELOPPEMENT & DÉVELOPPANTE.

La théorie de l'*osculation* est dûe à M. Leibnitz, qui a le premier enseigné la maniere de se servir des développées de M. Huyghens, pour mesurer la courbure des courbes. *Voyez* COURBURE.

On appelle aussi *osculation* en Géométrie, le point d'attouchement de deux branches d'une courbe qui se touchent. Par exemple, si on a $y = \sqrt{x} + \sqrt{x^3}$, il est aisé de voir que la courbe a deux branches qui se touchent au point où $x = 0$, à cause que les radicaux emportent chacun le signe $+$ & $-$. *Voyez* BRANCHE & COURBE.

Le point d'*osculation* différe du point de rebroussement (qui est aussi un point d'attouchement de deux branches), en ce que dans celui-ci les deux branches finissent au point de rebroussement, & ne passent point au-delà, au lieu que dans le point d'*osculation* les deux branches existent de part & d'autre de ce point. Dans la *fig.* 14 *n.°* 1 *d'analyse*, *D* est un point d'*osculation*; & dans la *fig.* 5 *G* ou *C* est un point de rebroussement. *Voyez* REBROUSSEMENT. L'*osculation* s'appelle *embrassement* quand la concavité d'une des branches embrasse la convexité de l'autre, c'est-à-dire, quand les deux branches qui se touchent sont concaves ou convexes du même côté. (*O*)

O V A.

OVALE, (*Géom.*) est une figure curviligne oblongue, dont les deux diametres sont inégaux, ou une figure renfermée par une seule ligne courbe, d'une rondeur non uniforme, & qui est plus longue que large, à-peu-près comme un œuf, *ovum*, d'où lui est venu le nom d'*ovale*. *Voyez* ALONGÉ.

L'*ovale* proprement dite, vraiment & semblable à un œuf, est une figure irréguliere, plus étroite par un bout que par l'autre, en quoi elle differe de l'ellipse, qui est une *ovale* mathématique, également large à ses deux extrêmités. *V.* ELLIPSE.

Le vulgaire confond ces deux especes d'*ovales*; les Géometres appellent l'*ovale* proprement dite, *fausse ellipse*.

Voici la méthode la plus en usage parmi les ouvriers pour décrire l'*ovale*, appellée communément *ovale du Jardinier*, & qui n'est autre chose qu'une ellipse. On prend une corde *E f m* (*Pl. géom. fig.* 48) dont la longueur soit égale au grand diametre de l'*ovale*, & dont on attache les extrêmités aux deux points, ou clous *E*, *f*, qui sont sur le grand diametre; ensuite par le moyen d'un stile *M*, on conduit la corde autour de ces deux points: l'*ovale* est d'autant plus oblongue, que les deux points ou clous *E f*, sont plus éloignés l'un de l'autre. *Voyez* ELLIPSE.

Voici une maniere de décrire une espece d'*ovale*. Ayant décrit (*fig.* 25 *sect. con.*) les deux cercles *A C*, soient tirées deux lignes *A E*, *C E*, telles que $CE = AE + AB - CD$. Il est constant que $AE + AB$, sera $= CE + CD$; & qu'ainsi du centre *E*, & du rayon *E D*, on pourra décrire un arc *B D*, qui touchera les deux cercles en *B* & en *D*. Si on en fait autant de l'autre côté, on aura l'*ovale* complette *B D d b*.

Si les deux cercles *A*, *C*, sont inégaux, alors l'*ovale* sera plus large à une extrêmité qu'à l'autre. S'ils sont égaux, elle sera également large à ses deux extrêmités.

OUD, s. f. *terme de Calendrier*, nom d'un des douze mois, d'un des douze signes, d'une des douze années du cycle duodénaire, chez les Turcs orientaux, & chez quelques peuples Tartares. (*D. J.*)

OUDAN, s. m. *terme de Calendrier*, onzieme mois de l'année des Arméniens de Guelfa, fauxbourg d'Ispahan; leur année commençant au mois d'Octobre,

d'octobre, l'*oudan* répond à-peu-près à notre mois d'août.

OURANOGRAPHIE, description du ciel. *V.* URANOGRAPHIE.

OURLET, (*Hyd.*) s. m. est le bourrelet ou bord saillant d'un tuyau de grès, emboîté dans un autre, & précisément l'endroit où il se joint par un nœud de soudure de mastic. (*K*)

OURSE, (*Astr.*) *ursa.* La grande *ourse* (*fig.* 2 *des planches d'Astronomie*), est la plus remarquable de toutes les constellations boréales, & la première que les hommes durent observer, elle contient 85 étoiles dans le catalogue britannique, elle est appellée aussi *arctos major, fera major, septem teriones* ou *triones, Icarii boves, cynosura, arcturus, hélix, helice, canis venatica, filia ursæ, ursa cum puerulo, lycaonia puella, dianæ comes, phæbes miles, parrhasis, parrhasia virgo, mænalis ursa, erymanthis* ou *arcadica, virgo nonacrina, megisto callisto, plaustriluca, plaustrum magnum.* Elle est appellée *helice*, parce qu'on la voit tourner autour du pôle, elle porte le nom d'*ourse* peut-être parce que les *ours* habitent dans le nord; on l'appelle quelquefois *charriot*, parce qu'elle a quelque ressemblance avec un charriot.

Le nom de callisto que les grecs lui ont donnée, est celui d'une nymphe qui fut aimée de jupiter, que junon transforma en *ours*, mais que jupiter plaça dans le ciel. Parrhasis étoit le nom ancien de l'Arcadie, région du péloponèse, où régnoit Lycaon, pere de callisto; le mont ménale, le mont & le fleuve érymanthe, le mont nonacris, qui étoient dans la même contrée, lui ont aussi donné leurs noms.

On peut voir dans mon astronomie, les étymologies qu'on tire de l'hébreu pour le nom de cette constellation; l'histoire de callisto est dans les métamorphoses d'Ovide; il y parle même du petit cercle que décrit cette constellation autour du pôle.

.... *Illic ubi circulus axem*
Ultimus extremum spatioque brevissimus ambit.
(*Mét. II.* 517.)

Junon demande aux dieux de la mer, d'empêcher que cette constellation adultère ne jouisse de l'avantage de descendre chaque jour dans les ondes pures de thétis.

Gurgite cæruleo septem prohibete triones,
Sideraque in cœlum stupri mercede recepta
Pellite, ne puro tingatur in æquore pellex. (*II.* 529.)

La petite étoile voisine de la première du timon s'appelle le *renard* suivant Théon.

Cette constellation sert à connoître la plupart des autres, comme on l'a vu au *mot* CONSTELLATION.

La petite *ourse* (*Astr.*) constellation boréale, composée de 21 étoiles dans le catalogue britannique. Elle est aussi appellée *arctos minor, fera minor, phænice, septentrio, cynosura*, ce dernier nom signifie queue du chien, ou peut-être foyer de lumière, suivant l'étymologie orientale: vulgairement petit charriot. Callimaque rapporte que Thalès apprit aux phéniciens à connoître la petite *ourse*, & voilà pourquoi on l'appelle phénice; ils furent du moins les premiers à s'en servir pour se diriger dans leurs navigations: les poëtes ont écrit que cette *ourse* étoit callisto, mais c'est principalement à la grande *ourse* que cette fable se rapporte. Si la petite *ourse* a porté le même nom, ce n'a été qu'à cause de sa ressemblance, elle a en effet à-peu-près la même forme que la grande *ourse*, elle lui est parallèle dans une situation renversée.

L'étoile polaire est la principale étoile de cette constellation, elle est à l'extrémité de la queue de la petite *ourse*, autrefois c'étoit l'étoile β de cette constellation qui servoit d'étoile polaire. Les deux *ourses* sont au nombre des constellations, qui dans nos climats septentrionaux ne se couchent jamais.

Arctos oceani metuentes æquore tingi.
Virg. Georg. I. 246.

Mais, quand on avance vers le midi, on commence à voir coucher la grande *ourse*, comme le dit Lucain en parlant des peuples méridionaux, que les romains avoient soulevés.

Carmanosque duces quorum, jam flexus in austrum
Æther non totum mergi tamen aspicit Arcton,
Lucet & exigua velox ubi nocte Bootes. Pharf. *III.* 250. (*D. L.*)

OUVERTURE, s. f. (*Géom.*) est l'action d'*ouvrir* quelque chose, ou bien c'est un trou, une fente, un endroit crevassé dans un corps d'ailleurs solide & continu.

En Géométrie, l'*ouverture* de deux lignes inclinées l'une vers l'autre, & partant d'un point commun, s'appelle *angle. Voyez* ANGLE.

Ouverture dans les télescopes est la quantité plus ou moins grande de surface que les verres des télescopes présentent aux rayons de lumière. *Voyez* TÉLESCOPE.

OUVERTURE d'une lunette, diamètre du verre objectif. C'est de l'*ouverture* que dépend la lumière d'une lunette, le verre le meilleur est celui qui peut supporter une grande *ouverture*, sans nuire à la distinction des objets.

OXYGONE, adj. *en Géométrie*, c'est la même chose qu'*acutangle*: *voyez* ACUTANGLE. On dit qu'une figure est *oxygone*, quand elle n'est composée que d'angles aigus ou d'angles plus petits que 90 degrés. *Voyez* AIGU.

Le mot *oxygone* se dit principalement des triangles, où les trois angles sont tous-aigus, c'est-à-dire, moindres chacun que 90 degrés. *Voyez* TRIANGLE. (*E*)

OYE, conſtellation que l'on réunit ordinairement avec le *renard.*

PAI

PAIR, (*Arithm.*) adj. c'eſt une des branches de la diviſion la plus ſimple & la plus générale des nombres. Un nombre *pair* eſt celui qui ſe peut *exactement* diviſer par 2.

Tout nombre *pair* eſt eſſentiellement terminé vers la droite par un chiffre *pair* ou par 0; car ceux qui précèdent étant tous des multiples de 10 = 5. 2, ſont conſéquemment diviſibles par 2, & juſque-là le nombre eſt *pair.* Pour qu'il reſte tel, il faut donc que le dernier chiffre ait lui-même la propriété, ou du moins qu'il ne l'altère point, c'eſt-à-dire, qu'il ſoit *pair* ou 0.

Un nombre *pair* devient *impair* par l'addition ou par la ſouſtraction de l'unité; car dès-là la diviſion *exacte* par 2 ne peut plus avoir lieu.

Deux nombres ſont dits *de même nom*, quand ils ſont tous deux *pairs* ou tous deux impairs; & de *différent nom*, quand l'un étant *pair* l'autre eſt impair. Un nombre *pair* étant combiné avec un autre nombre quelconque *a*; ſi c'eſt par *addition* ou par *ſouſtraction*, la ſomme ou la différence ſont de même nom que *a.*

Si c'eſt par *multiplication*, le produit eſt toujours *pair.*

De-là même il ſuit qu'un nombre *pair* ne peut *diviſer* exactement un nombre *impair*, car il ne peut diviſer que ce qu'il a produit.

S'il s'agit d'*exaltation* & d'*extraction*, une racine exprimée par un nombre *pair* donne une puiſſance de même nom, & réciproquement.

Telles ſont les principales propriétés du nombre *pair* pris en général.

On pourroit demander ici à quel nom il convient de rapporter 0... Il eſt certain qu'il n'eſt point *nombre* ni grandeur; mais à le conſidérer purement comme ſigne ou chiffre, on ne peut s'empêcher de reconnoître que tous les caractères de *pair* lui conviennent parfaitement.

1.° Il détermine à être *pair* le nombre qu'il termine.

2.° Il devient impair, & même *nombre* impair par l'addition ou par la ſouſtraction de l'unité.

3.° Il eſt, par lui-même, & ſans être aſſocié à d'autres chiffres, habile à figurer en certaines progreſſions arithmétiques, comme dans celle-ci ($0m.\ 2m.\ 3m$, &c.) & il y figure toujours comme terme *pair.* En effet, ſi *m* eſt *pair*, les termes de la progreſſion le ſont tous, & par conſéquent celui que repréſente 0: ſi *m* eſt *impair*, les termes de la progreſſion ne ſont *pairs* que de deux-en-deux, mais 0 appartient invariablement à la ſuite des termes *pairs.*

Mais ∞, ou l'infini, de quel nom ſera-t-il? Dans cette ſuite, par exemple, (0. 1. 2.... ∞) le nombre des termes eſt-il *pair* ou impair? On ne peut prendre parti ni d'un ni d'autre côté, qu'on ne s'expoſe à des objections accablantes. On pourroit dire qu'il n'eſt ni l'un ni l'autre en particulier, & qu'il eſt tous les deux enſemble. Si cela n'eſt pas clair, qu'on faſſe attention qu'il s'agit de l'infini.

Ce qu'on ne peut au reſte déterminer pour *le moins*, ſe détermine avec la plus grande facilité pour *le plus.* Cette autre ſuite (— ∞ .... — 2. — 1. 0. 1. 2.... ∞), infinie des deux côtés, eſt plus grande que la première. Or il eſt évident que le nombre des termes y eſt impair, puiſqu'elle a un terme du *milieu*, autour duquel deux termes quelconques, pris à égale diſtance chacun de ſon côté, donnent des ſommes égales entr'elles.

Il ſuit que, ſi l'on ſupprime le terme 0, les termes reſtans ſeront en nombre *pair;* mais on n'en peut rien conclure pour le nom particulier de chacune des deux ſuites oppoſées priſes ſéparément, parce qu'une ſomme *paire* eſt tout auſſi-bien celle des deux impairs que de deux *pairs.* *Article de M. Rallier des Ourmes.*

Pair ou non. *Jeux d'haſard.* S'il y a quelque choſe qui paroiſſe communément inconteſtable, c'eſt qu'au jeu de *pair ou non*, lorſqu'on vous préſente une main fermée pleine de jetons, & que l'on vous demande ſi le nombre en eſt *pair ou non-pair*, il vaut autant répondre l'un que l'autre; car certainement il y a autant de nombres *pairs* que d'*impairs.* Cette raiſon ſi ſimple déterminera tout le monde. Cependant, à y regarder de plus près, cela ne ſe trouve plus ainſi, tant ces ſortes de queſtions ſur les probabilités ſont délicates. M. de Mairan a trouvé qu'il y avoit de l'avantage à dire *non-pair* plutôt que *pair.*

Les jetons cachés dans la main du joueur qui propoſe le pari, ont été pris au haſard dans un certain tas, que le joueur a pu même prendre tout entier. Suppoſons que ce tas ne puiſſe être qu'*impair.* S'il eſt 3, le joueur n'y peut prendre que 1, ou 2, ou trois jetons; voilà donc deux cas où il prend des nombres impairs, & un ſeul où il prend un nombre *pair.* Il y a donc 2 à parier contre 1 pour l'*impair*, ce qui fait un avantage de $\frac{1}{2}$. Si le tas eſt 5, le joueur y peut prendre trois *impairs* & ſeulement deux *pairs;* il y a 3 à parier contre 2 pour l'*impair*, & l'avantage eſt d'un tiers. De même ſi le tas eſt 7, on trouvera que l'avantage de l'*impair* eſt $\frac{1}{4}$; de ſorte que, pour tous les tas *impairs*, les avantages de l'*impair* correſpondans à chaque tas, ſeront la ſuite d' $\frac{1}{1}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, où l'on voit que le tas 1 donneroit un avantage infini, y ayant 1 à parier contre 0, parce que les dénominateurs de toutes ces fractions diminuées de l'unité, expriment le ſort du *pair* contre l'*impair.*

Si l'on ſuppoſe au contraire que les tas ne

puissent être que *pairs*, il n'y aura aucun avantage ni pour le *pair* ni pour l'*impair*; il est visible que, dans tous les tas *pairs*, il n'y a pas plus de nombres *pairs* à prendre que d'*impairs*, ni d'*impairs* que de *pairs*.

Quand on joue, on ne sait si les jetons ont été pris dans un tas *pair* ou *impair*, si ce tas a été 2 ou 3, 4 ou 5, *&c.* & comme il a pu être également l'un ou l'autre, l'avantage de l'*impair* est diminué de moitié à cause de la possibilité que le tas ait été *pair*. Ainsi, la suite $\frac{1}{1}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, *&c.* devient $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$, *&c.*

On peut se faire une idée plus sensible de cette petite théorie. Si l'on imagine un toton à quatre faces marquées 1, 2, 3, 4, il est évident que quand il tournera, il y a autant à parier qu'il tombera sur une face *paire* que sur une *impaire*: s'il avoit cinq faces, il en auroit donc une impaire de plus, & par conséquent il y auroit de l'avantage à parier qu'il tomberoit sur une face *impaire*; mais s'il est permis à un joueur de faire tourner celui de ces deux totons qu'il voudra, certainement l'avantage de l'*impair* est la moitié moindre qu'il n'étoit dans le cas où le seul toton *impair* auroit tourné; ce qui fait précisément le cas du jeu de *pair ou non*.

On voit par la suite $\frac{1}{1}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, *&c.* ou par l'autre $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$, que l'avantage de l'*impair* va toujours en diminuant, selon que les tas ou le nombre de jetons, qu'on peut prendre, est plus grand. La raison essentielle en est, que 1 étant toujours la différence dont le nombre des *impairs* excède celui des *pairs* dans un *impair* quelconque, cet 1 est toujours moindre par rapport à un plus grand nombre. Ces joueurs si raffinés, qui ont soupçonné quelque avantage pour l'*impair*, n'y eussent certainement pas soupçonné cette diminution.

Si l'on vouloit jouer à jeu égal, il faudroit que le joueur, qui présente le pari, dit, si le tas où il a pris les jettons est *pair ou impair*; &, dans ce second cas, quel *impair* il est. S'il dit qu'il est *pair*, il n'en faut pas davantage pour savoir que le pari est égal, quelque *pair* que ce soit. S'il dit que le tas est *impair*, il faut qu'il le détermine; par exemple 7, afin qu'on sache qu'il y a $\frac{1}{4}$ de plus à parier pour l'*impair*, & que celui qui prend ce parti, mette ce $\frac{1}{4}$ de plus que l'autre, qu'il mette 4 contre 1, alors le jeu est parfaitement égal. Nous prenons ici $\frac{1}{4}$, avantage de l'*impair*, dans la première suite, & non dans la seconde, où il seroit $\frac{1}{8}$, parce que cette seconde suppose que le tas puisse être également *pair ou impair*, ce qui n'est pas ici.

On voit donc que, si au lieu de l'alternative d'un tas *pair* ou *impair*, on supposoit plus de possibilité à l'un qu'à l'autre, ou, ce qui revient au même, trois tas au lieu de deux, l'avantage du joueur qui dit *non-pair*, pourroit diminuer dans un cas, & augmenter dans l'autre. Il diminueroit dans le cas où il pourroit y avoir un seul des trois tas *impairs* contre deux *pairs*; & il augmenteroit au contraire, s'il y avoit possibilité de deux tas *impairs* contre un *pair*; par exemple, si le joueur qui présente le pari vous disoit, que le tas sur lequel il va prendre des jetons, & où vous avez à dire *pair ou non*, est 6, 7, ou 8, il est évident que la seule possibilité d'un tas qui feroit 7, où l'avantage $\frac{1}{4}$, qui s'ensuivroit à dire *impair*, doit être divisé par 3 à cause des trois cas possibles: ce qui donneroit $\frac{2}{12}$ plus petit que $\frac{1}{8}$. Comme au contraire, si les 3 tas possibles étoient 5, 6 & 7, l'avantage étant alors $\frac{1}{3}$ dans le premier cas, 0 dans le second, & $\frac{1}{4}$ dans le troisième, on auroit $\frac{4}{12}$ plus 0, plus $\frac{3}{12}$, qui font $\frac{7}{12}$ à diviser par 3, ce qui donneroit $\frac{7}{12}$, avantage plus grand que $\frac{1}{6}$, & par conséquent que $\frac{1}{8}$.

De sorte que l'avantage qu'il y a à dire *non-pair* dans un nombre de tas possibles quelconques, ou *pairs* avec *non-pairs*, ou seulement *impairs*, sera toujours exprimé par la somme des avantages de chacun des tas possibles, divisée par le nombre des tas, en y comprenant les *pairs*, s'il y en a, lesquels donnent toujours 0 d'avantage: c'est-là la formule ou la règle générale.

On fait encore cette question, si le joueur, qui présente le pari, disoit, le tas dans lequel j'ai à prendre, ne passera pas un certain nombre de jetons; par exemple, 7 ou 12, *&c.* mais il pourra être plus petit à mon choix; quel est l'avantage qu'il y a alors à dire *non-pair?* Il est évident qu'il sera composé du sort ou de l'avantage de tous les tas possibles, depuis 7 ou 12, jusqu'à un inclusivement: ainsi, dans la condition qu'il ne peut passer 7, la règle donnera $\frac{1}{1}$, plus 0, plus $\frac{1}{2}$, divisés par 7, ce qui fait en tout $\frac{25}{84}$, près d'un tiers de la mise de celui qui dit *impair*. Si le plus grand tas possible avoit été 12, l'avantage, eût été moindre; non-seulement parce que le nombre des tas possibles, où le diviseur eût été plus grand, mais encore parce qu'il auroit pu y avoir autant de tas *pairs* que d'*impairs*; il y auroit donc $\frac{147}{720}$, ou environ $\frac{1}{5}$ d'avantage à dire *impair* dans cette supposition.

Entre toutes les objections qu'on peut faire contre l'inégalité du jeu de *pair ou non*, & la manière ici donnée de l'évaluer, une des plus spécieuses est celle-ci: soit le tas de trois jetons, selon ce qui a été dit ci-dessus, il y a deux *impairs* contre un *pair*, ou 2 contre 1 à parier pour l'*impair*, & partant $\frac{1}{2}$ d'avantage. Cela est vrai, dit-on, à l'égard d'un toton à trois faces, marquées 1, 2, 3; mais il n'en est pas de même du tas de trois jetons, car je puis prendre chacun de ces trois jetons seul, ce qui fait trois cas, ou tous les trois ensemble, ce qui fait un quatrième cas, & toujours pour l'*impair*; & parce que trois choses peuvent être prises deux à deux de trois manières différentes, il y aura en même tems trois

cas favorables pour le *pair*, ce qui donne à parier 4 contre 3, ou $\frac{1}{4}$ d'avantage, & non $\frac{1}{2}$, comme il avoit été trouvé.

Mais on doit prendre garde que, de ce que le joueur porte sa main sur le premier, le second, ou le troisième des jetons du tas, il n'en résulte pas trois événemens différens, en faveur de l'*impair*, comme de ce qu'il aura pris le second & le troisième, ou le premier & le second, n'en fait pas deux en faveur du *pair*, mais un seul & même événement, & une même attente pour les joueurs; car dès que le hasard, ou le caprice, ou quelque raison de prudence, a déterminé celui qui porte sa main sur le tas de trois jetons, pour y en prendre un ou deux, il n'importe lequel des trois il prenne, cela ne change rien au jeu : &, pour rendre ceci plus sensible, il n'y a qu'à remarquer que, dans le cas où le joueur prendroit sur un tas de deux jetons, & où l'on convient que le jeu est parfaitement égal, il y auroit inégalité, & 2 contre 1 pour l'*impair*, si l'objection avoit lieu, puisque, par le même raisonnement, il pourroit prendre seul l'un ou l'autre des deux jetons pour l'*impair*, & seulement tous les deux ensemble pour le *pair*. Le tas de trois jetons ne donne donc pas quatre possibilités pour l'*impair*, par rapport au sort & à l'attente des joueurs, mais deux seulement. Les combinaisons, les changemens d'ordre, & les configurations des nombres, sont des spéculations applicables en tout ou en partie aux questions du hasard & du jeu, selon l'hypothèse, & la loi qui en fait le fondement, & il est clair qu'ici la droite ou la gauche, & le premier ou le second jeton, ne m'engagent pas plus l'un que l'autre à les prendre seuls ou accompagnés : ce sont donc des circonstances étrangères au sort des joueurs dans la question présente.

Il y auroit plusieurs manières d'introduire l'égalité dans le jeu de *pair ou non*; celles qu'on pratique quelquefois se réduisent toutes au cas de deux jetons, l'un blanc & l'autre noir, comme si le joueur, qui présente le parti, demandoit blanc ou noir. *Hist. de l'Acad. des Sciences*, année 1728. (*D. J.*)

PAIREMENT, adv. (*Arithmétique*) un nombre *pairement* pair, est celui qu'un nombre pair mesure par un nombre pair; ainsi, 16 est un nombre *pairement* pair, parce que le nombre pair huit le mesure par le nombre pair deux, qui est aussi un nombre pair.

Au contraire, un nombre *pairement* impair, ou impairement pair, est celui qu'un nombre pair mesure par un nombre impair; tel est le nombre pair 18, que le nombre pair 2, mesure par le nombre impair 9. *Voyez* NOMBRE & PAIR.

Le nombre *pairement* pair est divisible exactement par quatre, c'est-à-dire, peut se diviser en quatre nombres entiers égaux; le nombre *pairement* impair, ou impairement pair ne l'est point, & n'est divisible exactement que par deux, c'est-à-dire, n'est divisible qu'en deux nombres entiers égaux. (*E*)

PALAEMON, nom de la constellation d'hercule.

PALE, s. f. (*Hydr.*) est une petite vanne qui sert à ouvrir & fermer la chaussée d'un moulin, ou d'un étang pour le mettre en cours. Quand on veut donner l'eau à la roue d'un moulin, on leve une *pale* qui est différente du déversoir d'un moulin. (*K*)

PALILICIUM, s. m. (*Astron.*) est le nom d'une étoile fixe de la première grandeur dans l'œil du taureau. On l'appelle plus souvent *aldebaran*.

Pline donne le nom de *palilicium* aux hyades, dont l'œil du taureau est en effet une partie.

PANEMUS, (*Calendrier*) nom donné chez les Grecs à des mois différens.

1.° *Panémus* étoit, chez les Corinthiens, un mois qui répondoit au mois attique Boëdromion, & selon Pétau, à notre mois de novembre.

2.° *Panémus* étoit, dans l'ancien calendrier macédonien, le premier, selon d'autres le neuvième mois de l'année : après la conquête de l'Arabie on donna ce nom au sixième mois.

3.° *Panémus* étoit le nom béotien du mois athénien, nommé *Métagitnion*, qui étoit le second de leur année, & qui répondoit en partie au mois de Juillet, & en partie au mois d'août. *Voyez* CALENDRIER.

PANIERS. (*anse de*) *V.* ANSE.

PANSELENE, s. m. signifie de l'*Astronomie* grecque & dans quelques anciens Astronomes la *pleine lune*; ce mot vient des mots grecs πᾶν, *tout*, & σελήνη, *lune*, parce que dans la pleine lune, on voit toute la partie de cette planète qui est tournée vers la terre. *V.* LUNE. (*O*)

PANTOGONIE, s. f. (*Géom.*) nom donné par M. Bernoulli, à une espèce de trajectoire réciproque, qui pour chaque différente position de son axe se coupe toujours elle-même sous un angle constant. *Voyez* TRAJECTOIRE, *voyez aussi les Œuvres* de Jean Bernoulli, *tom. II*, *pag.* 600. (*O*)

PANTOMETRE, s. m. (*Géom.*) instrument propre à mesurer toutes sortes d'angles, de longueur ou de hauteur. *V.* HOLOMETRE.

PAON, (*Astronomie*), *pavo*, constellation de l'hémisphère méridional, inconnue aux anciens, & qui n'est point visible dans nos contrées septentrionales; la principale étoile est de seconde grandeur, son ascension droite pour 1750 est de 301° 25′ 20″ & sa déclinaison 57° 30′ 26″ australe. (*D. L.*)

PAPIER, dans les figures de géométrie, est sujet à se retirer après l'impression, & il se retire inégalement. Hévélius s'en plaignoit à l'occasion de ses figures de la lune. Pour y remédier dans

ses cartes géographiques, Guillaume de l'Isle; premier géographe du roi, avoit eu l'attention d'altérer sur ses cuivres les dimensions des cartes, & de changer ses cercles en ovales, de la quantité dont le *papier* avoit coutume de se retrécir, en longueur plus qu'en largeur.

Diminution du *papier* grand-aigle de france, après l'impression mesurée sur plus de cinquante feuilles, par M. Méchain.

La planche de cuivre sur la longueur de l'enverjure, est à la longueur du *papier* imprimé comme 59 est à 58, ou : : 101723 : 100000.

La planche de cuivre sur la largeur, est à la largeur du *papier* imprimé, comme 83 est à 82, ou : : 101215 : 100000. D'où il suit, que la diminution du *papier* sur la longueur est à sa diminution sur la largeur, comme 199 est à 200. On a égard à cette dilatation dans les fuseaux de globes. (*D. L.*)

PAR

PARABOLA, s. f. (*Arith. Alg.*), est le nom que Diophante & quelques autres donnent au quotient d'une division : ce terme n'est plus en usage.

PARABOLE, s. f. *en Géométrie*; est une figure qui naît de la section du cône, quand il est coupé par un plan parallèle à un de ses côtés. *Voyez* SECTION & CONIQUE, *voyez aussi la fig.* 10 *des coniques.*

M. Wolf définit la *parabole*, une courbe dans laquelle $ax = y^2$, c'est-à-dire, dans laquelle le quarré de l'ordonnée est égal au rectangle de l'abscisse & d'une ligne droite donnée, qu'on appelle *paramètre de l'axe*, ou *latus rectum*. *Voyez* PARAMETRE.

Donc une *parabole* est une courbe du premier ordre, dans laquelle les abscisses croissant, les ordonnées, croissent pareillement, cela est évident par l'équation $ax = y^2$; conséquemment, cette courbe ne revient jamais sur elle-même.

Décrire une parabole. Le paramètre AB, (*Pl. con. fig.* 8) étant donné, continuez-le jusqu'en C, & de B laissez tomber une perpendiculaire BN; décrivez ensuite sur les diamètres A 1 A 2, A 3, *&c.* pris à volonté, les arcs de cercle I 1, II 2, III 3, *&c.* qui coupent la ligne droite BC en 1, 2, 3, 4, 5, *&c.* B 1, B 2, B 3, B 4, B 5, *&c.* représenteront les abscisses de la parabole, & B I, B II, B III, B IV, B V, *&c.* les ordonnées. C'est pourquoi si les lignes B 1, B 2, B 3, *&c.* sont transférées de la ligne BC, à la ligne BN, qu'on appelle l'axe de la parabole, & que sur les points 1, 2, 3, 4, *&c.* on éleve les perpendiculaires 1 I $=$ B I, 2 II $=$ B II, 3 III $=$ B III, *&c.* la courbe passant par les points I, II, III, *&c.* sera *parabole*, & BN son axe.

On peut aussi déterminer géométriquement chaque point de la *parabole* : par exemple, qu'on demande si le point M est dans la *parabole* ou non, tirez une perpendiculaire de M sur BN & décrivez un demi-cercle, dont le diamètre BN soit tel que PN soit égale au paramètre : si ce demi-cercle passe par M, le point M est dans la *parabole.*

Dans une *parabole*, la distance du foyer au sommet est égale au quart du paramètre & le quarré de la demi-ordonnée est quadruple du rectangle de la distance du foyer au sommet par l'abscisse. *V.* FOYER & CONIQUE.

Décrire une parabole par un mouvement continu. Prenant la ligne droite fD pour axe, *fig.* 9, soit $fA = AF = \frac{1}{4}a$. Fixez au point f une règle DB qui coupe l'axe fD à angles droits; à l'extrêmité C d'une autre règle EC attachez un fil fixé par son autre extrêmité au foyer; ensuite faites mouvoir la règle CEB le long de DE, en tenant toujours le fil FCM tendu par le moyen d'un stilet M; ce stilet décrira une *parabole.*

Propriétés de la parabole. Les quarrés des ordonnées sont entr'eux comme les abscisses; & les ordonnées sont en raison sous-doublée des abscisses.

Dans une *parabole*, la soutangente est double de l'abscisse, & la sous-perpendiculaire est sous-double du paramètre. *V.* SOUTANGENTE & SOUS-PERPENDICULAIRE.

Quadrature de la parabole. Voyez QUADRATURE.

Les *paraboles* d'un genre plus élevé sont des courbes algébriques déterminées par l'équation $a^{m-1}x = y^m$; par exemple, par $a^2x = y^3$, $a^3x = y^4$, $a^4x = y^5$, $a^5x = y^6$, *&c.* *V.* COURBE.

Quelques-uns les nomment *paraboloïdes* : si $a^2x = y^3$; ils appellent la *parabole*, *paraboloïde cubique*. Si $a^3x = y^4$, ils la nomment *paraboloïde biquadratique*, ou *paraboloïde sursolide*. *Voyez* CUBIQUE; & ils appellent la *parabole* de la première espèce, que nous avons déterminée ci-dessus, *parabole apollonienne*. *Voyez* APOLLONIEN.

On doit pareillement rapporter aux *paraboles* les courbes dans lesquelles $ax^{m-1} = y^m$, comme par exemple $ax^3 = y^4$ $ax^5 = y^6$, que quelques-uns appellent des *demi-paraboles*. On les comprend toutes sous la commune équation $a^m x^b = y^{m+b}$, qui s'étend aux autres *paraboles*, par exemple, à celles dans lesquelles $a^2x^3 = y^5$ $a^3x^4 = y^7$.

Dans les *paraboles* dont l'équation est $y^m = a^{m-1}x$, si toute autre ordonnée est appellée v, & les abscisses qui y correspondent z, nous aurons $v^m = a^{m-1}z$, & par conséquent $y^m : v^m : : a^{m-1}x : a^{m-1}z$, c'est-à-dire, : : $x : z$; donc c'est une propriété commune de ces *paraboles*, que les

puissances des ordonnées sont en raison des abscisses. Dans les demi-*paraboles* $y^m : v^m :: a x^{m-1} :: a z^{m-1} :: x^{m-1} : z^{m-1}$, c'est-à-dire, les puissances des ordonnées sont comme les puissances des abscisses d'un degré plus bas ; par exemple, dans les demi-*paraboles* cubiques les cubes des ordonnées y^3 & v^3, sont comme les quarrés des abscisses x^2, & z^2.

La *parabole* qui a pour équation $a^2 x = y^3$, s'appelle ordinairement *premiere parabole cubique*, & celle qui a pour équation $a x^2 = y^3$ *seconde parabole cubique* ; & en général toute *parabole* qui a pour équation $y^t = a^m x^n$, s'appelle une *parabole* du degré t. Par exemple, la *parabole* dont l'équation est $y^5 = a^2 x^3$, s'appelle *parabole du 5^e degré*, *&c.* Toutes ces *paraboles* ne peuvent avoir que trois figures différentes, qu'il est bon d'indiquer ici. Car, 1.° soit t un nombre pair, & n un nombre impair ; il est certain qu'à une même x positive, il répondra deux valeurs égales & réelles de y ; & qu'à une même x négative, il ne répondra que des valeurs imaginaires de y. Ainsi, la *parabole* aura la même figure $B A M$, *fig.* 10, *n.* 2, *sect. con.* que la *parabole* ordinaire ou apollonienne. *Voyez* APOLLONIEN. 2.° t étant un nombre impair, si n est aussi un nombre impair ; il ne répondra qu'une valeur réelle & positive de y à chaque valeur positive de x, & une valeur réelle & négative de y à chaque valeur négative de x, & la *parabole* aura la figure $B A M$, *fig.* 10, *n.* 3, 3.° t étant un nombre impair, & n un nombre pair, il ne répondra qu'une valeur réelle & positive de y à chaque valeur tant positive que négative de x, & la *parabole* aura la figure $B A M$, *figure* 10, *n.* 4. 4.° Enfin, si n & t sont tous deux des nombres pairs, en ce cas m en sera un aussi, & on pourra abaisser l'équation en cette sorte $a^{\frac{m}{2}} x^{\frac{n}{2}} = y^{\frac{t}{2}}$ ou $a^{\frac{m}{m}} x^{\frac{n}{4}} = y^{\frac{t}{4}}$, *&c.* jusqu'à ce qu'elle retombe dans un des trois cas précédens.

C'est une erreur que de regarder (comme l'ont fait quelques géometres) l'équation $a^m x^n = y^t$, comme l'équation d'une seule & unique *parabole*, lorsque n & t sont tous deux pairs. Car, par exemple, soit $y^4 = a^2 x^2$, cette équation se décompose en ces deux-ci $y^2 = a x$ & $y^2 = - a x$; ce qui donne le systême de deux *paraboles* apolloniennes, qui ont des directions opposées, & qui se touchent par leur sommet, en tournant leurs convexités l'une vers l'autre. En général, l'équation d'une courbe n'appartient proprement à une seule & même courbe que quand on ne peut pas la décomposer en deux ou plusieurs autres équations, sur quoi *voyez l'article* COURBE ; *voyez aussi* CONJUGUÉ.

La *parabole* ordinaire ou apollonienne n'est qu'une ellipse infiniment alongée ; car dans l'ellipse $y y = a x - \frac{a x x}{r}$; a étant le paramètre, & r l'axe ; si l'on suppose que l'ellipse s'alonge infiniment, a sera infiniment petit par rapport à r, & le terme $\frac{a x x}{r}$ pourra être regardé comme nul. Donc alors $y y = a x$, qui est l'équation de la *parabole*. Cette courbe a été appellée *parabole* d'un mot grec qui signifie *égaliser*, parce que dans cette courbe le quarré de l'ordonnée est égal au rectangle du paramètre par l'abscisse, au lieu que dans l'ellipse il est moindre, & plus grand dans l'hyperbole. *Voyez* ELLIPSE, *&c.* (*O*)

PARABOLIQUE, adj. (*Géométrie*) se dit en général de tout ce qui appartient à la parabole ; *conoïde parabolique*, est une figure solide engendrée par la rotation d'une parabole sur son axe. *Voyez* CONOÏDE.

Les cercles que l'on conçoit comme les élémens de cette figure sont comme les abscisses, & décroissent par conséquent en s'approchant du sommet.

Un conoïde *parabolique* est à un cylindre de même base & de même hauteur, comme 1 est à 2 ; & à un cône de la même hauteur & de même base, comme 1 $\frac{1}{2}$ est à 1.

On appelle *courbe de genre parabolique*, ou simplement *courbe parabolique*, une courbe dont l'équation est de cette forme, $y = a + b x + c x^2 + e x^3$, *&c.* en tel nombre de termes qu'on voudra ; la considération de ces courbes est souvent utile en Mathématique, on s'en sert entr'autres, 1.° dans la théorie des équations, *voyez* ÉQUATION & CAS ; 2.° dans la gradation approchée des courbes, car on peut toujours faire passer une courbe *parabolique* par tant de points qu'on voudra d'une courbe proposée, puisqu'il n'y a qu'à prendre autant de coëfficiens indéterminés a, b, c, *&c.* qu'il y a de points proposés, maintenant la courbure *parabolique* ainsi tracée différera peu de la courbe proposée, sur-tout si le nombre des points est assez grand, & si les points sont assez proches les uns des autres : or on peut toujours quarrer une courbe *parabolique*, puisque son élément $y d x = a d x + b x d x + c x^2 d x$, *&c.* dont l'intégrale est facile à trouver. *V.* INTÉGRAL & QUADRATURE. Donc cette quadrature donnera la quadrature approchée *de la courbe*.

Pyramidoïde parabolique, est une figure solide dont on peut facilement concevoir la génération en imaginant tous les quarrés des ordonnées d'une parabole placés d'une maniere que l'axe passe par tous leurs centres à angles droits : en ce cas la somme des quarrés formera le pyramidoïde *parabolique*.

On en a la solidité en multipliant la base par la moitié de la hauteur : la raison en est évidente, car les plans composans forment une suite ou progression arithmétique qui commence par 0, si

les abſciſſes ſont en progreſſion arithmétique, leur ſomme ſera donc égale aux extrêmes multipliés par la moitié du nombre des termes, c'eſt-à-dire, dans le cas préſent, égale à la baſe multipliée par la moitié de la hauteur.

Eſpace parabolique, c'eſt l'eſpace ou l'aire contenu entre une ordonnée entière quelconque, telle que *VV*. (*Pl. des coniq. fig.* 8.), & l'arc correſpondant *VBV* de la parabole. *Voyez* PARABOLE.

L'eſpace *parabolique* eſt au rectangle de la demi-ordonnée par l'abſciſſe, comme 4 eſt à 3; & à un triangle qui auroit l'abſciſſe pour hauteur & l'ordonnée pour baſe, comme 4 eſt à 3.

Le ſegment d'un eſpace *parabolique* eſt la portion de cet eſpace renfermée entre deux ordonnées. *Voyez* SEGMENT.

Miroir parabolique. Voyez MIROIR & ARDENT.

Fuſeau parabolique. Voyez PYRAMIDOÏDE. (*O*)

PARABOLOIDE, ſ. m. (*Géométrie*) c'eſt ainſi qu'on appelle quelquefois les paraboles de degrés ou de genres plus élevés que la parabole conique ou apollonienne. Quelques auteurs appellent auſſi *paraboloïde* le ſolide formé par la révolution de la parabole ordinaire autour de ſon axe. *Voyez* PARABOLIQUE. (*O*).

* PARABOLOIDE DEMI-CUBIQUE, eſt le nom que quelques géomètres ont donné à une courbe, dans laquelle les cubes des ordonnées ſont comme les quarrés des diamètres; on l'appelle plus ordinairement *ſeconde parabole cubique*.

PARACENTRIQUE, (*Iſochrone paracentrique*) eſt le nom que l'on donne dans la ſublime géométrie, à une courbe, telle que ſi un corps peſant deſcend librement le long de cette courbe, il s'éloigne ou s'approche également, en tems égaux, d'un centre ou point donné. *Voyez* ſur la nature de cette courbe, *les journaux de Leipſick de* 1689 *&* 1694, *& les mém. de l'acad. royale des Sciences de* 1699. *Voyez auſſi* ISOCHRONE.

Le problême de l'iſochrone *paracentrique*, eſt une généraliſation de celui de la courbe iſochrone, ou courbe aux approches égales, dans laquelle un corps peſant s'approche également, en tems égaux, de l'horizon, ou ce qui revient au même, d'un point infiniment éloigné. Ces deux problêmes furent propoſés par M. Leibnitz, comme une eſpèce de défi, aux partiſans de l'ancienne analyſe, qui n'en purent venir à bout. MM. Bernoulli les réſolurent l'un & l'autre, & M. Huyghens, peu de tems avant ſa mort, avoit réſolu celui de la courbe iſochrone ſimple. (*O*).

PARADIS, (*oiſeau de*). conſtellation. *Voyez* APUS.

PARALLACTIQUE, (*Aſtron.*) ſe dit de ce qui appartient aux *parallaxes*.

Angle parallactique eſt un angle qui ſert à calculer la parallaxe de longitude, de latitude, d'aſcenſion droite & de déclinaiſon, il eſt formé par le vertical & le cercle de latitude, ou par le vertical & le cercle de déclinaiſon. C'eſt par erreur que quelques écrivains ont appellé la parallaxe *angle parallactique*.

Triangle parallactique, eſt celui qui eſt formé par l'angle de la parallaxe, & par le rayon de la terre.

Règles parallactiques ou *parallatiques*; inſtrument dont Ptolémée ſe ſervit pour obſerver la parallaxe de la lune.

Machine parallactique ou *parallatique. Voyez* l'article ſuivant. (*D. L.*)

PARALLATIQUE, (*Aſtron.*) *machine parallatique*, ou *lunette parallatique*, eſt compoſée d'un axe dirigé vers le pôle du monde, & d'une lunette qui peut s'incliner ſur cet axe, & ſuivre le mouvement diurne d'un aſtre, ou le parallèle qu'il décrit. C'eſt peut-être de-là qu'eſt venu le nom de *parallatique*. Quelques aſtronomes, entr'autres Caſſini, ont écrit *parallactique*, ſoit qu'ils aient tiré le nom de ce que cet inſtrument peut ſervir à obſerver les parallaxes horaires par la méthode des aſcenſions droites, ſoit qu'ils aient employé le mot *parallactique*, déjà connu dans l'aſtronomie grecque de Ptolémée; mais le mot παραλλακτικον, a été traduit dans Regiomontanus, Copernic & Tycho par celui de *parallatique* & appliqué aux règles *parallatiques* de Ptolémée; ainſi, on peut laiſſer le nom de *parallactique* à la machine que nous allons décrire.

Le plus ancien inſtrument de cette eſpèce, dont il ſoit fait mention dans les livres d'Aſtronomie, eſt celui que le P. Scheiner appelle *inſtrumentum telioſcopicum*, & qu'il attribue au P. Gruenberger. Caſſini s'en ſervit de tout tems à l'obſervatoire royal, & ſon fils en donna une deſcription ſpéciale dans les *Mém. de l'acad.* 1721 à l'occaſion d'une éclipſe de vénus. Celle que l'on voit dans la *figure* 28 *des planches d'Aſtronomie*, eſt ſuffiſante pour porter une lunette acromatique de 3 à 4 pieds, & la plupart des aſtronomes n'en ont pas d'autres.

L'équatorial, *fig.* 216, que Short a décrit dans les *Tranſactions philoſophiques*, & que les ouvriers anglois ont exécuté pluſieurs fois de différentes manières, eſt auſſi une eſpèce d'inſtrument *parallatique* plus parfait, mais plus compliqué & plus cher. Nous allons décrire ici celui qui eſt à la portée de tout le monde. La règle ou le montant *A B*, *fig.* 214, qui ſe lève verticalement, a 2 pieds de haut, ſur 2 pouces de large, & 18 lignes d'épaiſſeur; il eſt aſſemblé avec une traverſe horizontale ſur laquelle il eſt maintenu par deux arcs-boutans *F E*, *F D* une autre; pièce horizontale *B K N* eſt encore aſſemblée à tenon & à mortoiſe dans la baſe horizontale *D E*, & maintenue par un autre arc-boutant, qui ne paroît pas dans la figure, mais qui va de *F* en *H*. Cet aſſemblage des trois pièces *A B*, *B K*,

D E, forme le pied de la machine, & la règle *B K N* eſt celle que l'on place le long de la méridienne. L'axe de cet inſtrument, *C Y S*, fait avec la baſe *B K N*, un angle égal à la hauteur de pôle, & il tourne en *C* & en *Y*, ſans ceſſer d'être dirigé vers le pôle du monde. Il importe que le frottement ſoit bien uniforme & que les pièces de cuivre qui embraſſent le collet de l'axe en *Y*, auſſi garni de cuivre, ſoient bien tournées. A l'extrêmité inférieure de l'axe, il y a une crapaudine *C* ou concavité hémiſphérique, pour recevoir le bout de l'axe, ou le pivot, qui ſe termine par une tétine ou petite boule de métal de timbre, ou autre matière dure qui tourne facilement, & qui s'uſe moins que le cuivre frottant contre le cuivre. Au-delà du collet *Y*, ſont deux platines de cuivre qui reçoivent un demi-cercle comme dans une charnière ou mâchoire : ce demi-cercle a 2 ½ pouces de rayon & ſert à marquer les déclinaiſons des aſtres de 5 en 5 minutes, ou les angles de la lunette *L L* avec l'axe. Ce demi-cercle peut être ſerré par la vis *S* du centre, quand on veut aſſujettir la lunette à une certaine déclinaiſon. Sur ſon diamètre *T V* eſt placée une goutière de cuivre de 8 pouces, ſur laquelle on viſſe la goutière de bois *L L*, & celle-ci porte le tuyau de la lunette. Cette lunette avec ſon axe & ſon pied eſt proprement ce qu'on appelle *lunette parallactique*. Le cercle *K O* qui eſt au bas de l'axe, & qui lui eſt perpendiculaire trouve le plan de l'équateur, & l'on y marque les angles horaires ou les diſtances au méridien. On y diſtingue 20 ſecondes des tems par le moyen d'un vernier, quoique le demi-cercle n'ait que trois pouces de rayon.

L'alidade *C* qui eſt fixée ſur l'axe *C Y* étant ſur le point *O* du cercle, la lunette *L L* eſt dans le plan du méridien. Si l'on fait faire un quart de tour à l'axe *C Y*, l'alidade *C O* aura parcouru le quart du cercle équatorial & marquera ſix heures ; il en eſt ainſi des autres angles horaires.

Les pièces de bois *E N*, *D N*, empêchent le déverſement de la machine. Les trois vis *N*, *N*, *N*, ſervent à la caler ou à la mettre droite dans les deux ſens par le moyen des niveaux à bulle d'air, *P* & *Q*. L'arc *B R* ſert à incliner la machine de quelques degrés, lorſque la latitude du lieu ſe trouve un peu plus grande ou plus petite que l'angle de l'axe *C Y* avec la règle horizontale & méridienne *B K*. Quand on ſe ſert de l'arc *B R*, le niveau *Q* devient inutile.

Si la lunette *L L* eſt perpendiculaire à l'axe *S Y C*, elle eſt néceſſairement dans le plan de l'équateur, & décrit l'équateur, tandis que l'axe tourne : ainſi, on peut avec cette lunette ſuivre le mouvement diurne d'un aſtre ſitué dans l'équateur, ſans autre ſoin que celui de pouſſer la lunette avec le doigt, auſſi-tôt que l'aſtre en quitte le champ. Cela ſeroit encore plus commode ſi l'axe étoit mis en mouvement par une horloge, comme dans *l'héliostate*. Si l'on veut ſuivre une étoile qui ait 30° de déclinaiſon boréale, il faut incliner la lunette juſqu'à ce que le demi-cercle *V Z T* marque vers *Z* 30° ; alors la lunette étant dirigée à 60° du pôle décrira le parallèle diurne qui environne le pôle à 60° de diſtance, ou à 30° de l'équateur, & le mouvement de l'axe ſuffira pour ſuivre également un aſtre qui décriroit ce parallèle par le mouvement diurne de la ſphère.

Par ce moyen l'on trouve facilement les aſtres pendant le jour ; car auſſi-tôt qu'on a mis le demi-cercle *V T* à la déclinaiſon de l'aſtre, par le moyen de la vis *I V* & qu'on a mis l'alidade *C O* ſur l'heure de la diſtance de l'aſtre au méridien en faiſant tourner l'axe, on eſt ſûr de voir l'aſtre dans la lunette, avec une lunette ordinaire de 3 pieds, on ne peut guère appercevoir de jour que vénus, ſirius & la lyre ; mais ſi la lunette eſt acromatique, on en peut voir beaucoup d'autres, ſur-tout lorſque ces aſtres ſont à une certaine hauteur.

Les aſtronomes ſe ſervent de cette machine pour obſerver les différences d'aſcenſions droites entre une planète & une étoile au moyen du réticule rhomboïde.

Les vérifications de cet inſtrument conſiſtent, 1.° à mettre exactement l'axe dans le plan du méridien : 2.° à donner à l'axe le degré convenable d'inclinaiſon : 3.° à conſtater la poſition des deux alidades. La première vérification ſe fait en dirigeant la lunette ou le centre des fils vers une étoile qui ſoit à 6 heures du méridien ou environ du côté de l'orient, & enſuite du côté de l'occident ; ſi l'étoile ne paſſe plus par le centre des fils, c'eſt une preuve que l'axe eſt un peu trop à l'orient ou à l'occident. La ſeconde vérification demande qu'on obſerve l'étoile 6 heures avant le paſſage au méridien, & enſuite dans le méridien même ; s'il paſſe dans ces deux poſitions au centre même de la lunette ou du réticule, c'eſt une preuve que l'axe eſt à la hauteur convenable, ſinon il faut élever ou abaiſſer le ſommet de l'axe, de la moitié de la différence, en faiſant jouer la vis *N* qui eſt vers le pied *R* de l'axe. Pour vérifier l'alidade des heures, on obſervera le paſſage du ſoleil au fil horaire de la lunette, l'alidade étant placée ſur *O* ou ſur midi, avec une horloge réglée par des hauteurs correſpondantes ; on verra ſi le ſoleil y a paſſé au moment du midi vrai : dans le cas où il y auroit une différence, on lâchera les vis qui ſerrent l'alidade *C O* autour de l'axe de la machine, & comme elles paſſent dans des trous ovales, on fixera aiſément cette alidade ſur le point du midi, en faiſant paſſer le ſoleil au milieu de la lunette au moment du midi qui ſera indiqué par l'horloge. On pourra faire cette vérification à toute autre heure que midi, par exemple, à trois heures, en mettant *C O* ſur trois heures, & examinant ſi le ſoleil eſt

fur trois heures au moment où l'horloge marque trois heures de tems vrai.

Il reste à vérifier la position du cercle horaire *VZT* où les déclinaisons sont marquées : pour cela, il suffit de diriger la lunette à une étoile dont la déclinaison soit boréale, & ensuite à une étoile méridionale. Si l'alidade n'est pas bien placée, il y en aura une qui sera trop grande, & l'autre trop petite. Je néglige ici l'effet des réfractions qui ne peut pas empêcher de retrouver un astre par le moyen de la lunette *parallatique ;* mais on peut y avoir égard dans les vérifications dont je viens de parler.

M. Megnié a fait, en 1774, un autre modèle de machine *parallatique* où l'on a plus de facilité pour observer jusqu'au tour du pôle, & pour vérifier le cercle des déclinaisons. Il place la lunette d'un côté de l'axe, & le cercle de déclinaison sur le côté opposé. Il en a exécuté une pour M. le président de Saron, & une en 1780, pour Franeker en Frise, elle est représentée dans la *figure* 217, dont on a vu l'explication au *mot équatorial.*

PARALLAXE, (*Astronom.*), c'est-à-dire, *diversité d'aspect* (παραλλάττω, *transmuto*), est la différence entre le lieu, où un astre paroît vu de la surface de la terre, & celui où il nous paroîtroit si nous étions au centre de la terre; on l'appelle quelquefois *parallaxe diurne*, pour le distinguer de la *parallaxe annuelle.*

Tout le monde sait que quand on est élevé, l'on voit les objets plus bas; ainsi, étant sur la surface de la terre, nous voyons les astres plus bas que si nous étions au centre de la terre. Les mouvemens célestes doivent se rapporter au centre de la terre, pour paroître réguliers; car les différents points de la surface de la terre, étant situés fort différemment les uns des autres, un astre doit leur paroître dans des aspects différens ; c'est au centre qu'il faut se transporter en idée, afin de voir tout à sa véritable place, & de trouver la véritable loi des mouvemens célestes. Ainsi, les astronomes sont obligés de calculer sans cesse la *parallaxe*, pour réduire le lieu d'une planète, observé à celui que l'on auroit vu, si l'on eût été au centre de la terre.

Soit *T* le centre de la terre. (*planches d'astronomie fig.* 47), *O* le point de la surface où est placé l'observateur. *TOZ*, la ligne verticale ou celle qui passe par le zénit *Z*, par le point *O* de l'observateur par le centre *T* de la terre, & par le nadir. Une planète *P* située dans la ligne du zénit répond toujours au même point du ciel, soit qu'on la regarde du centre *T*, soit qu'on l'observe du point *O ;* le lieu du ciel qui paroît à notre zénit marque également le lieu de l'astre dans les deux cas ; enfin *un astre qui paroît au zénit n'a point de parallaxe*, c'est le premier principe qu'il faut comprendre dans cette explication des *parallaxes.*

Si la planète au lieu d'être sur la ligne du zénit *TOPZ* paroît sur la ligne horizontale *ON*, perpendiculaire à la première, sa distance *TN* au centre de la terre étant la même que la distance *TP*, le lieu de la planète *N* vu du centre de la terre & sur la ligne *TN*; le lieu de la planète, vu du point *O*, est sur la ligne *ON*; ces deux lignes *TN* & *ON* ne répondent pas au même point du ciel, car au-delà du point *N* où elles se croisent, elles iront en s'éloignant l'une de l'autre, & dans la sphère des étoiles fixes, elles rencontreront deux points différens, & indiqueront pour l'astre situé en *N* deux situations différentes; cette différence est ce que nous appellons *parallaxe.*

Si l'astre étoit situé en *H*, à une distance double *OH*, *fig.* 48, il auroit une parallaxe plus petite de moitié, & mesurée par l'angle *H*. Comparons ces deux différentes situations de la planète, vue du point *T* & du point *O*, ou ces deux différens points, avec le point du zénit *Z*, ou le point du ciel, qui est sur la ligne *COZ* : l'angle *ZOH*, formé par la ligne verticale *OZ* & par la ligne *OH* sur laquelle paroît la planète *H*, est la distance apparente de l'astre au zénit; si nous étions au centre *T*, l'angle *ZTH* seroit la vraie distance de l'astre au zénit, ou la quantité de degrés dont la ligne *TH* menée à l'astre, différeroit de la ligne *TZ* menée au zénit; sa distance apparente *ZOH* est plus grande que la distance vraie *ZTH*; car dans le triangle rectangle *HTO*, dont le côté *TO* est prolongé en *Z*, l'angle extérieur *ZOH*, est égal aux deux intérieurs *T* & *H*; donc il est plus grand que l'angle *T* de la quantité de l'angle *H ;* ainsi, la distance apparente de l'astre *H* au zénit, est plus grande que la distance vraie *ZTH*, & la différence de ces deux distances est l'angle *OHT*, qui s'appelle la *parallaxe horizontale*, si la ligne *OH* est horizontale, comme nous l'avons supposé, c'est-à-dire, si le lieu apparent de l'astre qu'on observe, est sur l'horizon apparent *OH* ou sur la tangente menée par le point *O* de la surface terrestre. Dans le triangle *TOH* rectangle en *O*, on a cette proportion, en prenant l'unité pour rayon, ou sinus total : sin. *OTH* : : *TH* : *OT*. Donc le sinus de la *parallaxe* horizontale est égal à $\frac{OT}{TH}$, c'est-à-dire, que le rayon de la terre divisé par la distance de l'astre donne une fraction qui dans la table des sinus indiquera la *parallaxe.*

La parallaxe d'un astre est donc l'angle formé au centre de l'astre par deux rayons, dont l'un va au centre de la terre; & l'autre au point de la surface où est l'observateur; c'est l'inclinaison de deux lignes qui partent du centre & de la surface de la terre, pour aller se réunir au centre de la planète; enfin c'est aussi l'angle sous lequel paroît le rayon *TO* de la terre ou la distance de l'observateur *O* au centre *T* de la terre, lors-

que cette distance ou ces rayons sont supposés vus du centre *H* de la planète.

Si l'astre est élevé en *L*, la *parallaxe* est l'angle *O T L* plus petit que l'angle *O N T*, mais comme les côtés *T N* & *T L* sont égaux, & que le côté *T O* est le même, les sinus des angles opposés à ces côtés conservent le même rapport; ainsi, le sinus de l'angle droit *T O N*, ou le sinus total est au sinus de la *parallaxe* horizontale *N*, comme le sinus de l'angle *L O T*, ou de la distance au zénit *L O P* est au sinus de la *parallaxe* de hauteur *O L T*, en supposant que la distance de la planète *T N* ou *T L* au centre de la terre, soit la même dans les deux cas, & que la terre soit sphérique.

La *parallaxe* horizontale de la lune, qui est la plus grande de toutes les *parallaxes* des planètes ne va qu'à un degré environ; or, entre le sinus d'un degré & l'arc d'un degré, la différence est à peine d'un quart de seconde; ainsi, l'on peut prendre l'un pour l'autre ou l'angle pour son sinus, & dire en général que la *parallaxe de hauteur est égale à la parallaxe horizontale multipliée par le cosinus de la hauteur apparente.* C'est ainsi que les astronomes expriment la théorême général de la *parallaxe* de hauteur nommant *p* la *parallaxe* horizontale & *h* la hauteur apparente, on a toujours la *parallaxe* de hauteur $= p$ cos. h.

Lorsqu'on connoît la *parallaxe* horizontale d'un astre, il est aisé de connoître sa distance, en effet, dans le triangle rectangle *T H O*, l'on connoît le demi-diamètre de la terre *T O* qui est est 1432 $\frac{1}{2}$ lieues, chacune de 2283 toises, & l'angle *H O T*, qui est de 90, puisqu'on suppose la planète dans l'horizon, si donc on connoît encore l'angle *T H O* qui est la *parallaxe* horizontale, il sera aisé de résoudre le triangle *T H O* & de connoître la distance *T H*, c'est ainsi qu'on a trouvé les distances de toutes les planètes en lieues, rapportées au *mot* PLANÈTE.

La *parallaxe* servant à trouver la distance d'une planète à la terre, elle est par conséquent l'objet des recherches les plus curieuses des astronomes, & ils ont cherché dans tous les tems des méthodes pour parvenir à connoître exactement la *parallaxe.*

On a sur-tout employé pour la lune la méthode des plus grandes latitudes qui consiste à observer combien la latitude méridionale de la lune, quand elle passe au méridien, fort près de de l'horizon, surpasse la plus grande latitude boréale, quand la lune est fort haute; ces deux latitudes qui seroient égales, vues du centre de la terre, ne peuvent différer qu'à raison de la *parallaxe*, qui augmente la latitude australe, & qui diminue l'autre; ainsi, quand on a la différencee de ces deux latitudes observées, on peut en conclure la *parallaxe* qui a produit l'inégalité. Cette méthode fut autrefois celle de Ptolomée; Tycho & Flamstéed & M. le Monnier l'ont employée avec succès.

On a aussi employé la méthode des ascensions droites, dont Régiomontanus eut la première idée, il y a 300 ans; elle consiste à observer l'ascension droite d'une planète, lorsqu'elle est près de l'horizon à l'orient; &, quelques heures après, lorsqu'elle est du côté du couchant; l'ascension droite est augmentée par la *parallaxe* dans le premier cas, elle est diminuée dans le second, c'est-à-dire, quand l'astre est du côté du couchant; la différence des deux ascensions droites sert à trouver la *parallaxe* horizontale. Cette méthode a été principalement employée par Cassini & par Flamstéed pour trouver la *parallaxe* de mars, & par conséquent celle du soleil.

Soit *Z* le zénit (*fig.* 51) *P* le pole du monde *E Q* l'équateur, *L M N* le parallèle de l'astre *M* le lieu vrai, & *m* le lieu apparent qui est plus bas que le vrai lieu *M*, dans le vertical *Z M m T.* Si du pôle *P* l'on tire deux cercles de déclinaison *P M V* & *P m u*, l'un par le lieu vrai de l'astre *M*, l'autre par son lieu apparent *m*, la différence de ces deux cercles de déclinaison, l'angle *M P m* qu'ils font entre eux au pôle du monde, ou l'arc de l'équateur *V u* qui en est la mesure, sera la *parallaxe* d'ascension droite, or dans le triangle *P M m* si l'on connoît l'angle *P*, il ne sera pas difficile de trouver le côté opposé *M m*, c'est-à-dire, que de la *parallaxe* d'ascension droite, observée dans un tems ou dans un lieu quelconque, on déduira facilement la *parallaxe* de hauteur, & par conséquent la *parallaxe* horizontale.

La question se réduit donc à observer la *parallaxe* d'ascension droite, & cette observation est facile en comparant la planète avec une étoile qui en soit très-voisine.

La *parallaxe* d'ascension droite, est égale à la *parallaxe* horizontale, multipliée par le sinus de l'angle horaire apparent, & par le cosinus de la hauteur du pôle, & divisée par le cosinus de la déclinaison apparente de la planète.

La *parallaxe* de déclinaison, est égale à la *parallaxe* horizontale multipliée par sin. haut. du pôle. cos. déclin. appar. moins cos. haut. du pôle. cos. angle horaire apparent.

Pour les *parallaxes* de longitude & de latitude, *voyez* NONAGÉSIME.

Toutes ces formules & ces méthodes, sont expliquées fort au long dans mon *Astronomie.*

La troisième méthode qu'on a pratiquée avec succès pour déterminer la *parallaxe*, de la lune, est celle qui suppose deux observateurs très-éloignés l'un de l'autre, observant tout-à-la-fois la hauteur d'un astre dans le méridien; c'est la plus naturelle & la plus exacte; c'est celle que j'ai employée en 1751, lorsque l'abbé de la Caille étoit au cap de Bonne-Espérance, & que j'observois en même tems la lune à Berlin,

pour trouver la *parallaxe* de la lune, qui n'avoit jamais été déterminée par une méthode auſſi exacte.

Le cas le plus ſimple de cette méthode eſt celui où l'on auroit un obſervateur en *O* (*fig.* 47 *des planches d'Aſtron.*) & un autre en *D*, qui ſeroit éloigné du premier de la quantité *O D*, égale à-peu-près à un quart de la terre. Le premier étant en *O*, obſerveroit un aſtre *N* à l'horizon; le ſecond étant en *D* l'obſerveroit à ſon zénit; dans ce cas, l'angle *O N T*, qui eſt la *parallaxe* horizontale, ſeroit égal à l'angle *N T E*, c'eſt-à-dire, au complément de l'arc *O D*, qui eſt la diſtance des deux obſervateurs, ou la différence de leurs latitudes; car je les ſuppoſe placés ſous le même méridien.

Il eſt impoſſible que les circonſtances locales nous donnent dans la pratique un cas auſſi ſimple que celui-là; ainſi, nous allons voir ce qui arrive quand les deux obſervateurs ſont à une diſtance quelconque, & que l'aſtre leur paroît à des hauteurs quelconques.

Suppoſons, comme en 1751, un obſervateur *B*, (*fig.* 52.) ſitué à Berlin, & un autre en *C*, ou au cap de Bonne-Eſpérance; *L*, la lune que nous obſervions tous deux en même tems dans le méridien; (il n'importe pas que ce ſoit préciſément au même inſtant, pourvu qu'on ſache de combien a dû varier la hauteur méridienne pendant l'intervalle des deux paſſages); *C L T* eſt la *parallaxe* de hauteur pour le cap, *B L T* eſt la *parallaxe* de hauteur à Berlin, la ſomme de ces deux *parallaxes* eſt l'angle *C L B*, différence totale entre les déclinaiſons de la lune, vues par les deux obſervateurs, ou argument total de la *parallaxe* horizontale; ce ſeroit leur différence ſi les obſervateurs voyoient tous deux l'aſtre du côté du midi, ou tous deux au nord. Quand on a les *parallaxes* de hauteur pour un lieu quelconque, il eſt aiſé d'avoir la *parallaxe* horizontale, puiſqu'il ne faut que diviſer la *parallaxe* par le coſinus de la hauteur obſervée; il ne s'agit donc que de diviſer l'effet total *C L B* en deux parties, qui ſoient entre elles comme les coſinus des hauteurs, & de diviſer chacune de ces deux parties par le coſinus de la hauteur qui lui répond. C'eſt par cette méthode que j'ai trouvé la *parallaxe* de la lune, dans les moyennes diſtances de 58′ 3″; mais elle varie ſoit à cauſe de la figure elliptique de l'orbite lunaire, ſoit à cauſe de l'attraction du ſoleil & de la lune.

Suivant la formule de Mayer, la *parallaxe* équatoriale de la lune eſt 57′ 11″ avec toutes les équations ſuivantes: elles ſont placées dans l'ordre de leurs quantités; mais nous avons marqué à côté l'ordre des tables qui eſt le même que celui des équations de la lune, qu'on a choiſi pour la facilité du calcul. *Voyez* LUNE.

Table.		
XI.	57′ 11″ −	3′ 7″ 7 coſ. anom. ☾.
	+	10,0 coſ. 2 anomal.
	−	0,3 coſ. 3 anomal.
V.	−	37,3 coſ. arg. évection.
	+	0,3 coſ. 2 arg. évection.
XII.	+	26,0 coſ. 2 diſt. ☾ ☉.
	−	1,0 coſ. diſt. ☾ ☉.
	+	0,2 coſ. 4 diſt.
X.	+	2,0 coſ. 2 (apog. ☾ - ☉).
	+	0,2 coſ. 3 (apog. ☾ - ☉).
VI.	+	1,0 coſ. (arg. évect. + anom. ☉).
XIII.	+	0,8 coſ. (2 arg. lat. − anom. ☾ corrigée).
III.	−	0,8 coſ. (2 diſt. ☾ ☉ − anom. ☉).
II.	−	0,7 coſ. (2 diſt. ☾ ☉ + anom. ☉).
VII.	+	0,6 coſ. (arg. évect. − anom. moy. ☉).
IX.	+	0,4 coſ. 2 (☊ - ☉).
I.	+	0,3 coſ. anom. moy. ☉.
VIII.	+	0,2 coſ. (anom. moy. ☾ − anom. moy. ☉).
IV.	+	0,1 coſ. 2 (diſt. ☉ ☾ + anom. moy. ☾).

On voit, par cette formule, que la *parallaxe* peut aller de 53′ ½ juſqu'à 61′ ½ l'applatiſſement de la terre, fait qu'il y a 9″ de moins à Paris que ſous l'équateur; & 7″ de plus que ſous les pôles, en ſorte que la *parallaxe* équatoriale de la lune ſurpaſſe de 16″ la *parallaxe* polaire.

Parallaxe du ſoleil. La grande diſtance du ſoleil rend ſa *parallaxe* trop petite, pour être ſenſible par une obſervation immédiate, quelque délicate qu'elle puiſſe être. Il eſt vrai que, dans la vûe d'y parvenir, les anciens & les modernes ont fait pluſieurs tentatives, & inventé pluſieurs méthodes. La première, qui eſt celle d'Hipparque, ſuivie par Ptolémée, *&c.* étoit fondée ſur l'obſervation des éclipſes de lune. La ſeconde, étoit celle d'Ariſtarque, ſuivant laquelle on faiſoit uſage des quadratures de la lune, pour déterminer l'angle ſous-tendu par le demi-diamètre de l'orbite de la lune ou du ſoleil. Mais ces deux méthodes ayant été trouvées inſuffiſantes, les Aſtronomes ont été obligés d'avoir recours aux *parallaxes* des planètes plus voiſines de nous, telles que mars & vénus: de la connoiſſance de leurs *parallaxes*, on déduit aiſément celle du ſoleil, puiſque le rapport des diſtances eſt connu par la théorie des mouvemens de la terre & des planètes, & que les *parallaxes* horizontales ſont en raiſon réciproque de ces diſtances: connoiſſant donc la *parallaxe* d'une planète, on trouve par ſon moyen celle du ſoleil. Ainſi, mars, en oppoſition au ſoleil, eſt deux fois plus près de nous que cet aſtre. Sa *parallaxe* ſera donc 2 fois auſſi grande que celle

du soleil: & quand vénus est dans sa conjonction inférieure avec le soleil, elle est aussi plus près de nous que cet astre, sa *parallaxe* est donc plus grande à proportion.

Ainsi, par les *parallaxes* de mars & de vénus, Cassini trouva la *parallaxe* du soleil de 10 secondes; sa distance de 20626 demi-diamètres de la terre; mais les passages de vénus sur le soleil, observées en 1761 & 1769, nous ont fait voir qu'elle est plus petite, & après avoir discuté toutes les observations, j'ai trouvé 8″ 6 pour la *parallaxe* du soleil dans les moyennes distances & les moyennes latitudes. Il y a 13 centièmes de plus ou de moins dans le périgée & dans l'apogée du soleil, & deux centièmes de plus ou de moins sous l'équateur ou sous les pôles; mais on néglige ordinairement cette différence. On avoit cherché à calculer la *parallaxe* du soleil par son attraction sur la lune, & par les inégalités qu'il y cause; M. Steward ne trouvoit que 6″ 9, & Mayer 7″ 8.

On pourra quelque jour trouver aussi la *parallaxe* du soleil, par le moyen de celle de quelque comète qui aura passé fort près de la terre, & dont le mouvement aura été observé avec précision; mais, jusqu'à présent les passages de vénus sur le soleil, ont fourni le moyen le plus exact pour déterminer la *parallaxe* du soleil de 8″ & demie; d'où il suit que le soleil est 400 fois plus éloigné de nous que la lune, puisque sa *parallaxe* est 400 fois plus petite.

Parallaxe annuelle, ou *parallaxe* du grand orbe, est la différence entre le lieu d'une planète vû du soleil, & son lieu vû de la terre. On s'en sert pour calculer sa longitude géocentrique, par le moyen de sa longitude héliocentrique. *Voyez* Longitudes *des planètes*.

Parallaxe menstruelle. On a donné quelquefois ce nom à la petite inégalité que produit l'attraction de la lune sur la terre. *Voyez* M. Smeaton dans les *Transf. Philos.* de 1768, *p.* 156, & le P. Asclepi dans les mémoires de l'Académie de Siène. C'est une équation de 8 secondes qu'on emploie dans le calcul du lieu du soleil.

Parallaxe des étoiles, par rapport à l'orbite annuelle de la terre. Les étoiles n'ont point de *parallaxe* diurne, par rapport au demi-diamètre de la terre, néanmoins eu égard à son orbite annuelle, il sembleroit d'abord qu'elles doivent avoir quelque *parallaxe*, & qu'au bout de six mois la terre étant à 69 millions de lieues de l'endroit où elle étoit, nous devons voir les étoiles d'une manière un peu différente; on l'a cru assez long-tems, & c'est ce qu'on appelloit *parallaxe annuelle des étoiles fixes*. Quoiqu'il soit prouvé actuellement que cette parallaxe annuelle est insensible & comme nulle dans les *étoiles* fixes, j'ai cru qu'il étoit nécessaire d'en donner ici quelque explication, puisque la question a été agitée si souvent, & même en 1760; & que M. Herschel s'occupe encore actuellement de ces observations. Je démontrerai d'une manière plus simple qu'on ne l'avoit fait avant moi, la loi des variations qui devroient résulter de cette *parallaxe*. Soit S le soleil, (*pl. d'Astron. fig.* 128). AB le diamètre du grand orbe que la terre décrit chaque année, A le point où se trouve la terre au premier janvier, B le point où elle est au premier juillet, E une étoile qu'on apperçoit sur le rayon AE; la ligne ABC étant dans le plan de l'écliptique, & l'orbe de la terre étant conçu perpendiculaire au plan de la figure, en sorte qu'on ne le voie que sur son épaisseur; l'angle EAB est la latitude de l'étoile; mais quand la terre sera en B l'étoile étant en opposition par rapport au soleil, elle paroîtra sur le rayon BE, & sa latitude apparente sera l'angle EBC, cette latitude EBC est plus grande que la latitude EAB qui avoit lieu au tems de la conjonction, & la différence est l'angle AEB dont la moitié AES est la parallaxe annuelle de l'étoile E en latitude.

Si la distance SE de l'étoile fixe est deux cens mille fois plus grande que la distance SA du soleil à la terre, l'angle AES sera d'une seconde, & la latitude EAS d'une étoile en conjonction sera plus petite de 2″ que la latitude EBC de l'étoile observée dans son opposition; en supposant que la latitude de l'étoile soit à-peu-près de 90 dégrés. Copernic, en démontrant par plusieurs raisons, le mouvement de la terre, ne dissimula pas cette objection. Pour que la latitude des étoiles paroisse la même en tout tems de l'année, malgré le mouvement de la terre, il faut que la distance des étoiles soit si grande, que l'orbite de la terre n'y ait aucun rapport sensible, & que l'angle AES soit comme infiniment petit; mais, dit-il, je pense qu'on doit plutôt admettre cette grande distance des étoiles que la grande quantité de mouvemens qui auroient lieu si la terre étoit immobile; j'ai fait voir, dans le V^e livre de mon *Astronomie*, combien il faudroit admettre d'absurdités, avec l'immobilité de la terre; au lieu que la grande distance des étoiles est un fait que rien ne contredit, & qu'il est très-aisé de concevoir.

Si l'étoile, qui est éloignée du soleil de la quantité SE, étoit située au pôle P de l'écliptique, & à la même distance $SP = SE$, sa *parallaxe* absolue seroit SPA; appellons p cette *parallaxe* absolue, qui est la plus grande de toutes, & cherchons quel sera son effet dans d'autres positions.

L'étoile étant en E sur le plan $EABC$ d'un cercle de latitude perpendiculaire à l'écliptique, & la terre au point A, la *parallaxe* de latitude SEA est égale à p. sin. EAS, c'est-à-dire, égale à la *parallaxe* absolue multipliée par le sinus de la latitude de l'étoile; car elle est mesurée par la perpendiculaire SX, qui est le sinus de l'angle A; ainsi, la plus grande *parallaxe* en latitude, celle qui a pour base le rayon SA de l'orbite terrestre, est égale à p. sin. lat. Cette

parallaxe fait paroître l'étoile plus près de l'écliptique, & diminue sa latitude quand la terre est en *A* & que l'étoile *E* est en conjonction avec le soleil; au contraire, la latitude apparente est la plus grande au tems de l'opposition, soit pour les étoiles boréales, soit pour celles qui sont au midi de l'écliptique.

Si l'on conçoit la terre tourner dans son orbite *A T B*, dont *A B* est le diamètre, mais dont le plan est supposé relevé perpendiculairement au plan de la figure & au plan du triangle *EAB*, on concevra facilement que la terre étant en *T* à 90 des points *A* & *B*, elle répondra perpendiculairement sur le point *S*; l'angle *E A C* sera égal à *E S C*, c'est-à-dire, la latitude apparente égale à la vraie; ainsi, il n'y a point de *parallaxe* en latitude quand l'étoile *E* est en quadrature, c'est-à-dire, qu'elle répond à 90° du soleil le long de l'écliptique, trois mois après la conjonction ou l'opposition.

Dans toute autre situation de la terre, par exemple, lorsqu'elle sera en *D* & qu'elle répondra perpendiculairement sur le point *F*, la ligne *S F* sera le sinus de la distance de la terre au point de la quadrature, & *SF* sera la base d'un angle, égal à l'angle *S E F*, qui est la *parallaxe* de latitude, donc la *parallaxe* en latitude est proportionnelle au sinus de la distance à la quadrature, ou au cosinus de l'élongation de l'étoile au soleil. Si l'on appelle *L* la latitude de l'étoile, *E* son élongation, ou la longitude de l'étoile moins celle du soleil, on aura la parallaxe en latitude pour un moment donné, *p.* sin. *L.* cos. *E.*

La *parallaxe* de longitude se déterminera par les mêmes principes, & avec la même facilité. Nous considérerons d'abord une étoile *E*, *fig.* 129, située dans le plan même de l'écliptique ou de l'orbite de la terre *A F B G*; soit *A B C* la ligne d'où l'on compte les longitudes, l'angle *E S C* est la longitude de l'étoile *E* vue du soleil *S*; si la *parallaxe* annuelle *A E S* est de 10″, la longitude de l'étoile paroîtra plus petite de 10″ la terre étant en *A*, & plus grande de 10″, la terre étant en *B*. Si la *parallaxe A E S*, qui a pour base le sinus total *AS*, vient ensuite à avoir pour base le sinus *D H*, la terre étant en *H*, la *parallaxe* diminuera dans la même proportion; à 30° de l'opposition *F* le sinus *HD* étant la moitié de *S A*, la *parallaxe* ne sera plus que 5″, & en général elle croîtra comme le sinus de la distance à l'opposition, ou comme le sinus de l'élongation. Ainsi, la *parallaxe* en longitude sera *p.* sin. *E*; si donc on décrit un demi-cercle *H I K fig.* 131, dont le demi-diamètre *C K* soit de 10″, & qu'on prenne l'arc *I D* égal à l'élongation de l'étoile, le sinus *L D* ou la portion *C M* du rayon qui exprimera la *parallaxe* en longitude; cela suppose, comme je l'ai dit, que l'étoile *E* soit située dans le plan de l'écliptique.

Si l'étoile, au lieu d'être dans le plan de l'écliptique, étoit relevée au-dessus du plan, il n'y auroit qu'à abaisser de l'étoile une perpendiculaire sur le plan, & choisir le point *E* où tombe la perpendiculaire, on dira du point *E* la même chose, & l'étoile sera sujette aux mêmes apparences que le point *E*, quant à la longitude rapportée sur l'écliptique; mais si l'on veut considérer l'effet de la *parallaxe* dans la région de l'étoile, soit *O*, *fig.* 130, le vrai lieu de l'étoile qu'il faut concevoir relevé au-dessus de la figure ou du plan de l'écliptique, & répondant perpendiculairement sur le point *E* où tombe la perpendiculaire *O E*, la distance *S E* qui est la même que dans la *fig.* 129, est plus petite que la vraie distance absolue *S O* de l'étoile dans le rapport du cosinus de latitude ou de l'angle *E S O* au sinus total; ainsi, la *parallaxe* de l'étoile *O* prise de droite à gauche ou d'occident en orient, sera plus petite que la *parallaxe* du point *E*; mais elle suivra les mêmes proportions dans ses accroissemens: si donc on appelle *p* la *parallaxe* absolue de l'étoile située en *O*, on aura pour la *parallaxe* en longitude $\frac{p.\ \text{sin.}\ E}{\text{cos.}\ L.}$; quand l'étoile paroîtra en quadrature, sin. *E* sera égal au rayon que nous prenons toujours pour unité, & l'on aura la plus grande *parallaxe* en longitude $\frac{p}{\text{cos.}\ L.}$ ainsi, la *parallaxe* actuelle en longitude pour une situation donnée du soleil, est égale à la plus grande *parallaxe* multipliée par le sinus de l'élongation. Mais si cette *parallaxe* est considérée dans la région de l'étoile, elle sera simplement *p.* sin. *E* en arc de grand cercle.

Au moyen des deux formules précédentes, il est aisé de démontrer qu'une étoile paroîtra décrire une ellipse par l'effet de la *parallaxe*. Soit *C*, *fig.* 131, le vrai lieu de l'étoile, vu du centre du soleil. *C O* la plus grande *parallaxe* en latitude, *p.* sin. *L* qui a lieu dans les sizigies, *C H* ou *C K* la plus grande *parallaxe* en longitude mesurée sur un grand cercle, égale à la *parallaxe* absolue qui a lieu dans les quadratures; le point *H* qui est à l'orient répond à la première quadrature, puisque 3 mois après la conjonction la longitude de l'étoile est la plus grande. Dans les autres tems de l'année l'étoile paroîtra en un point *F*, sa *parallaxe* de longitude *C M* étant égale à *C K.* sin. *E*, & sa *parallaxe* de latitude *F M* ou *C G* égale à *C O* cos. *E*; de-là il suit que le point *F* est sur la circonférence d'une ellipse dont *C K* est le grand axe, & *C O* le petit axe; car la propriété de l'ellipse est que les abscisses *C M* étant les sinus de 15°, 30°, *&c.* pour le rayon *C K*, les ordonnées *M F* sont les cosinus des mêmes arcs pour le rayon *C O*.

Les deux ellipses que l'on voit dans la *fig.*

135 sont celles qu'arcturus & sirius doivent paroître décrire en vertu de la *parallaxe*, en supposant que la *parallaxe* absolue de chacune de ces *étoiles* soit égale au demi-axe de l'ellipse qui la représente, la ligne horizontale *S A* est parallèle à l'équateur, & ces ellipses sont disposées de manière à faire voir pour chaque mois de l'année dans quelle proportion la différence d'ascension droite & de déclinaison entre ces deux étoiles devroit changer par la *parallaxe*, suivant les divers tems de l'année, marqués en dedans des ellipses; les mois qui sont marqués en dehors, sont pour l'effet de l'aberration.

Si une étoile étoit située au pôle même de l'écliptique, la *parallaxe* de latitude seroit toujours égale à la *parallaxe* absolue où égale à l'angle *A P S*, *fig.* 128, & l'ellipse de la *parallaxe* deviendroit un cercle. Dans ce cas, la longitude apparente de l'étoile seroit toujours égale à la longitude du soleil; soit *P*, *fig.* 132 le pôle de l'écliptique, ou le pôle du cercle *A B C D* que la terre décrit, *P a* ou *P b* la valeur de la *parallaxe* absolue; la terre étant en *A*, verra l'étoile en *b*, le plus près du point *C* de l'écliptique où répond alors le soleil; puisque la latitude de l'étoile est toujours la plus petite quand elle est en conjonction; de même quand la terre sera en *B* ou en *G*, l'étoile paroîtra en *c* répondant toujours au point de l'écliptique opposé à celui où est la terre, & par ce moyen elle paroîtra décrire le petit cercle *a b c* autour du pôle de l'écliptique dans l'espace d'un an; c'est ainsi que les ellipses de la *fig.* 135, s'élargiroient & deviendroient des cercles, si les latitudes de sirius & d'arcturus augmentoient jusqu'à devenir de 90°.

Après avoir montré ce que devroit produire la *parallaxe* annuelle, voyons ce que les observations nous ont appris. Tycho-Brahé observa l'étoile polaire avec soin en divers tems de l'année, & n'y trouva aucune différence; il étoit prouvé par-là que la *parallaxe* annuelle de l'étoile polaire n'étoit pas d'une minute, sans quoi Tycho auroit dû l'appercevoir. Le P. Riccioli observa ensuite des hauteurs de sirius trois mois avant & trois mois après l'opposition, & il n'y remarqua aucune altération; mais quoiqu'il crût qu'une différence de 10″ devoit être sensible dans ses observations, il paroît qu'elles n'étoient pas aussi exactes qu'il le croyoit, car il y a au moins 26″ de différence entre les hauteurs de sirius au printems & en automne, par l'effet de l'aberration.

Picard dans son *Voyage d'Uranibourg*, en rapportant les observations de la hauteur du pôle qu'il y fit, en 1672, dit que hors le tems auquel on peut prendre les deux hauteurs méridiennes de l'étoile polaire il n'y a pas grande sûreté à s'en servir pour observer la hauteur du pôle, parce que d'une saison à l'autre cette étoile souffre certaines variations que Tycho n'avoit pas remarquées & que j'observe, dit-il, depuis environ dix ans, quoique l'étoile polaire s'approche du pôle de 20″ chaque année, il arrive néanmoins, suivant Picard, que vers le mois d'avril la hauteur méridienne & inférieure de cette étoile devient moindre de quelques secondes qu'elle n'avoit paru au solstice d'hiver précédent, au lieu qu'elle devroit être plus grande de 5″; qu'ensuite aux mois d'août & de septembre sa hauteur méridienne supérieure se trouve à-peu-près telle qu'elle avoit été observée en hiver, & même quelquefois plus grande, quoiqu'elle dût être diminuée de 10 à 15; mais qu'enfin vers la fin de l'année tout se trouve compensé.

Qu'il me soit permis de remarquer ici à l'honneur de Picard, que ces observations sont conformes, autant qu'elles pouvoient l'être, aux phénomènes de l'aberration découverte si long-tems après, & observée si scrupuleusement; car l'étoile polaire doit paroître plus basse de 19″ au commencement d'avril, lorsqu'elle passe au méridien dans la partie inférieure de son cercle, qu'au solstice d'hiver; & la hauteur supérieure de l'étoile polaire doit paroître de 29″ plus grande au commencement de septembre qu'au solstice d'hiver; ce qui s'accorde avec l'observation de Picard; ainsi, ce célèbre observateur a eu la gloire de faire la première découverte de l'astronomie moderne sur les étoiles fixes, & de jetter les fondemens de toutes celles que l'on a faites depuis.

Le docteur Hook, célèbre dans presque tous les genres de science & de littérature, voulut aussi avoir l'honneur de déterminer ces variations, comme on le voit dans un ouvrage intitulé: *An attempt to prove the motion of the earth from observations made by Robert Hook. London*, 1674. Il avoit placé au collège de Gresham une lunette de 36 pieds, avec laquelle il avoit observé les distances au zénit de γ du dragon; il trouva, dit-il, en 1669, cette étoile de 23″ plus au nord le 6 juillet que le 21 octobre, & Flamstéed en concluoit, aussi-bien que lui, la *parallaxe* annuelle; mais ces observations étoient ou mauvaises ou supposées.

Flamstéed, ayant observé l'étoile polaire avec son mural en 1689, & dans les années suivantes, trouva que la déclinaison étoit plus petite de 40″ au mois de juillet qu'au mois de décembre; ces observations étoient justes, mais elles ne prouvoient point la *parallaxe* annuelle, comme le fit voir Cassini, *Mém. de l'acad.* 1699. Au reste, quoique Flamstéed crut reconnoître l'effet de la *parallaxe* annuelle dans les différences qu'il avoit observées, il avoit quelques doutes sur ses observations, & il souhaitoit que quelqu'un voulût faire construire un instrment de 15 à 20 pieds de rayon sur un fondement inébranlable, pour éclaircir une question qui sans cela, disoit-il, pourroit être bien long-tems indécise. Cassini crut

trouver dans sirius une *parallaxe* de 6″, (*Mém. Acad.* 1717.).

Manfredi se proposa, en 1720, de donner les loix générales de cette variation : en 1722, il en fit un corps d'ouvrage qui parut en 1729; il y donne la manière de calculer la *parallaxe* annuelle, il rapporte les observations qu'il avoit faites des différences d'ascension droite entre arcturus & sirius, & il dit, qu'elles ne s'accordent point avec la *parallaxe*, & qu'il lui semble qu'on doit chercher ailleurs la cause des variations qu'il y avoit observées.

En effet, la découverte de l'*aberration* des étoiles faite par Bradley, a fait voir que les inégalités apperçues dans les étoiles ont une cause toute différente de la *parallaxe*, & cette cause satisfait si bien à toutes les observations, qu'elle exclut, pour ainsi dire, la *parallaxe* annuelle. Bradley pense que si elle eût été seulement de 1″, il l'auroit apperçue dans le grand nombre d'observations qu'il avoit faites, sur-tout de γ du dragon, observations qui s'accordent avec l'hypothèse de l'aberration sans tenir compte d'aucune chose pour la *parallaxe*, & cela aussi-bien dans ses conjonctions que dans ses oppositions au soleil.

Mais on pouvoit penser que des étoiles plus brillantes, étant plus proches de nous, pourroient avoir une *parallaxe* plus sensible : lorsque les observations de la Caille parurent, on crut s'appercevoir que les hauteurs méridiennes de sirius indiquoient une parallaxe annuelle ; en effet, on voit que les distances au zénit, observées au Cap avec un secteur de six pieds, étoient plus petites au mois de janvier d'environ 8″ qu'au mois de juillet ; mais ces observations de sirius ne vont que de l'été 1751 à l'hiver suivant; il peut y avoir eu quelque cause locale qui ait produit, dans ces observations, des différences du 8″; en effet, cet habile Observateur fit ensuite, en juin & juillet 1761, & au mois de janvier 1762, à Paris, un grand nombre d'observations de sirius, & je vois, dans son *Journal* manuscrit légué à l'académie, que la hauteur de sirius étoit 24° 44′ 15ᵈ en hiver, & 24° 44′ 12″ $\frac{1}{2}$ en été: la différence n'est que de 2″ $\frac{1}{2}$, & elle est contraire à l'effet de la parallaxe : aussi l'auteur a écrit en marge de ces observations, ces mots, *Il faudroit que les variations des réfractions fussent plus fortes que de* $\frac{1}{27}$; si l'on suppose en effet que la réfraction ait augmenté en hiver un peu plus que dans la table de la Caille, on trouvera la même hauteur de sirius en hiver & en été.

Les observations faites en Angleterre, sont également contraires à l'hypothèse de la parallaxe annuelle de sirius; Bevis m'a fait voir à Londres, au mois de mars 1763, une suite de 45 hauteurs méridiennes de sirius ; elles ne s'écartent jamais de plus de 3 ou 4 secondes de la moyenne ; & les petites différences qu'on y remarque, ne m'ont paru avoir aucun rapport avec la parallaxe annuelle. Si la plus brillante de toutes les *étoiles* n'a aucune parallaxe; il n'y a point d'apparence qu'on en découvre dans les autres *étoiles* qui sont vraisemblablement beaucoup plus éloignées.

Mais sirius pourroit avoir une ou deux secondes de parallaxe annuelle, sans qu'on pût la reconnoître en Europe, où sa hauteur trop petite l'expose à des réfractions trop inégales : c'est dans l'hémisphère austral qui faudroit aller faire ces observations.

La distance des étoiles se détermineroit par le moyen de leur parallaxe annuelle, si on la connoissoit: supposons qu'elle soit d'une seconde, la distance du soleil est de 34574800 lieues, en supposant la parallaxe de 8″ 6 : ainsi, l'on auroit, pour la distance des étoiles, 7086700 millions de lieues : telle est leur distance pour le moins, puisque leur parallaxe n'est pas, selon les apparences, d'une seule seconde. (*D. L.*)

PARALLÈLE, adj. *en Géométrie*, se dit des lignes & des surfaces qui sont par-tout à égale distance l'une de l'autre, ou qui, prolongées à l'infini, ne deviennent jamais ni plus proches, ni plus éloignées l'une de l'autre. *Voyez* EQUIDISTANT.

Ainsi, les lignes droites *parallèles* sont celles qui ne se rencontrent jamais, quoique prolongées à l'infini, & sont dans un même plan.

La ligne *O P* (*Pl. géom. fig.* 36), est *parallèle* à *Q R*.

Les lignes *parallèles* sont le contraire des lignes convergentes & divergentes. *Voyez* CONVERGENTE, *&c.*

Quelques-uns définissent les lignes convergentes, celles qui doivent se rencontrer l'une l'autre à une distance finie; & lignes *parallèles*, celles qui ne se rencontrent l'une l'autre qu'à une distance infinie.

Les lignes *parallèles* sont d'un très-grand usage en Géométrie, soit spéculative, soit pratique; en tirant des *parallèles* à des lignes données, on forme des triangles semblables qui servent merveilleusement à résoudre des problêmes de Géométrie: dans les arts, il est presque toujours question de *parallèles*, les bords opposés d'une table sont *parallèles*, ceux des carreaux de vitre, des portes, des plafonds, *&c.* le sont aussi.

Les Géomètres démontrent que deux lignes *parallèles* à une même troisieme ligne, sont aussi *parallèles* l'une à l'autre ; & que si deux *parallèles* *O P* & *Q R* sont coupées par une ligne transverse *S T* en *A* & *B*, 1.° les angles alternes & internes x, y sont égaux; 2.° l'angle externe u est égal à l'un des internes opposé y; 3.° que les deux internes opposés z & y sont égaux à la somme de deux angles droits.

Il est démontré par les principes d'optique, que

si un œil est placé entre deux lignes *parallèles*, elles paroîtront convergentes ; & si elles sont assez longues pour que la distance apparente de ces lignes ne soit plus qu'un point à l'œil, elles paroîtront se réunir totalement. *Voyez* PARALLÉLISME *des rangées d'arbres.*

On décrit des lignes *parallèles* en abaissant des perpendiculaires égales sur une même ligne, & en tirant des lignes par l'extrémité de ces perpendiculaires ; ou bien, en faisant glisser le long d'une ligne les deux pointes d'un compas, la tête de ce compas décrira une ligne droite *parallèle* à la ligne donnée.

Les plans *parallèles* sont ceux où toutes les perpendiculaires que l'on tire entr'eux sont égales. *Voy.* PLAN.

Les rayons *parallèles*, dans l'Optique, sont ceux qui sont à une égale distance les uns des autres, depuis l'objet visible jusqu'à l'œil, que l'on suppose pour cela infiniment éloigné de l'objet. *Voyez* RAYON.

Règles parallèles ; c'est un instrument composé de deux règles de bois, de cuivre, d'airain ou d'acier, *A B* & *C D* (*fig. 37.*) également larges par-tout, & jointes ensemble par les lames de traverse *E F* & *G H*, de manière qu'elles peuvent s'ouvrir à différens intervalles, s'approcher & s'éloigner, & rester néanmoins toujours *parallèles* entr'elles.

L'usage de cet instrument est bien sensible ; car l'une des règles étant appliquée sur *R S*, si on éloigne l'autre jusqu'au point donné *V*, une ligne droite *A B* tirée le long de son bord par le point *V*, est *parallèle* à la ligne *R S*.

PARALLÈLE, (*anti*) on appelle *lignes antiparallèles*, celles qui font avec deux autres lignes, des sections souscontraires. *Voyez* SOUSCONTRAIRE. Ainsi, (*fig.* 44, *géom.*) les lignes *A C*, *B D*, tellement placées, que les angles *V A C*, *V B D*, soient égaux, sont *antiparallèles*. (*O*)

Nous finirons cet *article* sur les *parallèles*, en remarquant que la théorie des *parallèles* est peut-être ce qu'il y a de plus difficile dans la Géométrie élémentaire à démontrer rigoureusement ; la vraie définition, ce me semble, & la plus nette qu'on puisse donner d'une parallèle, est de dire que c'est une ligne qui a deux de ses points également éloignés d'une autre ligne. Il suffit ici de deux points ; car deux points déterminent une ligne droite ; il faut ensuite démontrer (& c'est-là le plus difficile), que tous les autres points de cette seconde, seront également éloignés de la ligne droite donnée, & que par conséquent ces deux lignes ne se rencontreront jamais. Dire qu'une *parallèle* est celle qui a tous ses points également éloignés d'une autre, ou qui, prolongée, ne la rencontrera jamais, c'est supposer la question ; dire, avec de grands Géomètres, que deux *parallèles* sont deux lignes droites qui concourent à une distance infinie, ou vers un point infiniment éloigné ; c'est donner une définition bien métaphysique & bien abstraite d'une chose bien simple. *Voyez* GÉOMÉTRIE. (*O*)

PARALLÈLES, (*Astron.*) cercles parallèles à l'équateur, que l'on conçoit dans la sphère, comme décrits par les astres, dans leur révolution journalière ; on les appelle aussi parallèles de déclinaison. Dans la Géograpihe, ce sont des parallèles de latitude.

PARALLÈLES DE LATITUDE, sont de petits cercles de la sphère, *parallèles* à l'écliptique, que l'on imagine passer par chaque degré & minute des colures, & qui indiquent les différentes latitudes des astres.

PARALLÈLES DE HAUTEUR *ou* ALMICANTARATS, ce sont des cercles *parallèles* à l'horizon, que l'on imagine passer par chaque degré & minute du méridien entre l'horizon & le zénit, & qui ont leur pole au zénit.

Sphère parallèle ; c'est cette situation de la sphère, dans laquelle l'équateur est parallèle à l'horizon, ou se confond avec l'horizon & les poles, du moins avec le zénit & le nadir.

Dans cette sphère, tous les *parallèles* à l'équateur sont *parallèles* à l'horizon : & par conséquent les étoiles n'ont point de lever ni de coucher ; elles tournent toutes dans des cercles *parallèles* à l'horizon ; & quand le soleil est dans l'équateur, il tourne autour de l'horizon pendant tout le jour. Après l'équinoxe, cet astre, parvenu au-dessus de l'horizon, ne se couche plus pendant six mois ; & lorsqu'il est repassé de l'autre côté de la ligne, il est six mois sans se lever.

La sphère est *parallèle* pour ceux qui habitent sous les poles, en cas qu'il y ait quelques habitans. Le soleil ne s'élève jamais au-dessus de leur horizon que d'une quantité égale à l'obliquité de l'écliptique. *Voyez* SPHÈRE.

PARALLÉLIPIPÈDE, s. m. *Voyez* PARALLÉLÉPIPÈDE.

PARALLÉLÉPIPÈDE, s. m. *en Géométrie*, c'est un corps ou solide compris sous six parallélogrammes, dont les opposés sont semblables, parallèles & égaux, comme dans la *Pl. VI. de Géom. fig. 38.*

Quelques-uns définissent le *parallélépipède*, un prisme dont la base est un parallélogramme. *Voyez* PRISME.

Propriétés du parallélépipède. Tous les *parallélépipèdes*, prismes, cylindres, *&c.* dont les bases & les hauteurs sont égales, sont égaux entr'eux.

Un plan diagonal divise un *parallélépipède* en deux prismes triangulaires égaux ; c'est pourquoi un prisme triangulaire n'est que la moitié d'un *parallélépipède* de même base & de même hauteur.

Tous les *parallélépipèdes*, prismes, cylindres, *&c.* sont en raison composée de leur base & de leur hauteur ; c'est pourquoi, si leurs bases sont égales, ils sont en raison de leur hauteur ; & si les hauteurs sont égales,

ſont égales, ils ſont en raiſon de leurs baſes. *Voyez* MESURE.

Tous les *parallélépipèdes* ſemblables, c'eſt-à-dire, dont les côtés & les hauteurs ſont proportionnels, & dont les angles correſpondans ſont les mêmes, ſont en raiſon triplée de leur côté homologue, ils ſont auſſi en raiſon triplée de leur hauteur.

Dans les *parallélépipèdes*, priſmes, cylindres, &c. égaux en ſolidité, les baſes ſont en raiſon réciproque des hauteurs.

Meſurer la ſurface & la ſolidité d'un parallélépipède. Déterminez les aires des parallélogrammes $ILMK$, $LMON$, $OMKP$ (*voyez* PARALLÉLOGRAMME), faites-en une ſomme, & multipliez-la par 2; le produit ſera la ſurface du *parallélépipède*.

Enſuite ſi on multiplie la baſe $ILMK$ par la hauteur MO, le produit ſera la ſolidité; ſuppoſons, par exemple, $LM = 36$, $MK = 15$, $MO = 12$,

alors
$$ILMK = 36 \times 15 = 540,$$
$$LMON = 36 \times 12 = 432,$$
$$OMKP = 15 \times 12 = 180,$$

dont la ſomme eſt............1152, laquelle multipliée par 2, produit......2304 pour la ſurface du *parallélépipède* propoſé; & en multipliant par 12 la face $ILMK = 540$, l'on aura 6480 pour ſa ſolidité. *Voyez* MESURE.

Dans cet exemple, le *parallélépipède* eſt ſuppoſé rectangle, c'eſt-à-dire, que tous les parallélogrammes qui le compoſent, ſont ſuppoſés rectangles.

PARALLÈLISME, ſ. m. (*Géom.*) c'eſt la propriété ou l'état de deux lignes, deux ſurfaces, &c. également diſtantes l'une de l'autre. *Voy.* PARALLÈLE, PARALLÉLOGRAMME, &c.

PARALLÉLISME *des rangées d'arbres.* L'œil, placé au bout d'une allée bordée de deux rangées d'arbres, plantées en lignes parallèles, ne les voit jamais parallèles; mais elles lui paroiſſent toujours inclinées l'une vers l'autre, & s'approcher à l'extrémité oppoſée.

De-là les Mathématiciens ont pris occaſion de chercher ſur quelle ligne il faudroit diſpoſer les arbres, pour corriger cet effet de la perſpective & faire que les rangs paruſſent toujours parallèles. Il eſt évident que, pour qu'ils paroiſſent tels, il ne faut pas qu'ils ſoient parallèles, mais divergens, c'eſt-à-dire, plantés ſur des lignes qui aillent toujours en s'écartant. Mais ſuivant quelle loi réglera-t-on leur divergence? Il eſt évident que la ſolution de ce problème dépend d'une queſtion phyſique encore conteſtée ſur la grandeur apparente des objets. *Voyez* APPARENT & VISION. Si on ſavoit bien pour quelle raiſon deux allées d'arbres parallèles ſemblent divergentes, ou plutôt ſi on ſavoit quelle doit être la grandeur apparente des intervalles des deux ſuites d'arbres ou objets placés ſur deux lignes droites ou courbes quelconques, il ſeroit facile alors de trouver la ſolution cherchée: car on n'auroit qu'à planter les arbres ſur deux lignes, qui fuſſent celles que la grandeur apparente de l'intervalle entre les arbres fût toujours la même; mais la queſtion de grandeur apparente des objets, eſt une de celles ſur leſquelles les auteurs d'Optique ſont le moins d'accord. Tous ceux qui ont anciennement écrit de cette ſcience, prétendent que la grandeur apparente eſt toujours proportionnelle à l'angle viſuel; mais cette propoſition ainſi énoncée généralement, eſt évidemment fauſſe, comme le père Malebranche l'a remarqué, puiſqu'un homme de ſix piés, vu à ſix piés de diſtance, paroît beaucoup plus grand qu'un homme de deux piés, vu à deux piés de diſtance, quoique l'un & l'autre puiſſent être vus ſous des angles égaux. Cependant, malgré l'incertitude, ou plutôt la fauſſeté du principe des anciens ſur la grandeur apparente, il y a eu des auteurs qui ſe ſont ſervis de ce principe pour réſoudre le problême dont il s'agit ici. Il eſt évident que, dans cette hypothèſe, les deux rangs doivent être tels, que les intervalles des arbres oppoſés ou correſpondans, ſoient apperçus ſous des angles viſuels égaux.

Sur ce principe, le P. Fabri a aſſuré ſans le démontrer, & le P. Tacquet après lui, a démontré, par une ſynthèſe longue & embarraſſée, que les deux rangs d'arbres doivent être deux demi-hyperboles oppoſées.

Depuis, M. Varignon, dans les *Mémoires de l'Académie des Sciences*, en 1717, a trouvé la même ſolution par une analyſe ſimple & facile. Mais M. Varignon, connoiſſant le peu de ſûreté du principe, s'eſt contenté de dire que les intervalles ſeroient égaux en effet; c'eſt-à-dire, que ne pouvant réſoudre la queſtion d'Optique, il en a fait une pure queſtion de Géométrie, qui, au moyen de l'analyſe, devient fort facile à réſoudre. M. Varignon ne s'en tient pas là; il rend le problême beaucoup plus général, & exige non-ſeulement que les angles viſuels ſoient égaux, mais encore qu'ils croiſſent ou décroiſſent en quelque raiſon donnée, pourvu que le plus grand n'excède point un angle droit. Il ſuppoſe que l'œil ſoit placé à un point quelconque, ou préciſément au commencement des rangées, ou au-delà ou endeçà.

Cela poſé, il imagine que la première rangée ſoit en ligne droite, & cherche quelle ligne doit être l'autre qu'il appelle la *courbe de rangée*; il trouve que ce doit être l'hyperbole, pour que les angles viſuels ſoient égaux. La rangée droite & l'hyperbolique ſeront vues à l'infini ſous des angles égaux; &, ſi on ajoute la demi-hyperbole oppoſée, on aura trois rangées d'arbres, la droite dans le milieu, & toutes trois vues ſous des angles égaux.

Il n'eſt pas néceſſaire que la ſeconde hyperbole ſoit l'oppoſée de la première, c'eſt-à-dire, de la

même espèce, ou qu'elle ait le même axe transverse. Il suffit qu'elle ait le même centre, son sommet dans la même ligne droite, & le même axe conjugué. Ainsi, les deux hyperboles peuvent être de toutes les différentes espèces possibles, sans que l'effet soit différent. *Voyez* HYPERBOLE.

De plus, la rangée supposée droite comme ci-devant, si l'on demande que les arbres soient apperçus sous des angles décroissans, M. Varignon fait voir que si le décroissement est selon une certaine raison qu'il détermine, il faut que l'autre ligne soit une ligne droite parallèle.

Mais il va encore plus loin; &, supposant que la première rangée est une courbe quelconque, il cherche pour l'autre une ligne qui puisse donner aux deux rangées l'effet que l'on desire, c'est-à-dire, de pouvoir être vues sous des angles égaux, ou croissans, ou décroissans à volonté.

Nous avons vu, dans l'*article* ALLÉE, que M. Varignon, ayant supposé la grandeur apparente proportionnelle au produit de la distance *apperçue* par les sinus de l'angle visuel, hypothèse en apparence beaucoup plus vraisemblable que la première, & qui est celle du P. Malebranche, & des meilleurs opticiens modernes (*voyez* APPARENT), trouve que, dans cette hypothèse, les deux lignes, pour être vues parallèles, doivent être convergentes; &, comme cette conséquence est absurde, M. Varignon en conclut qu'il faut rejetter le principe du P. Malebranche. Mais cette conclusion est trop précipitée. En effet, 1.° dans le principe du P. Malebranche, il s'agit de la distance *apperçue*, & non de la distance *réelle* qui est beaucoup plus grande. *V.* DISTANCE, VISION, *&c.* Or M. Varignon, dans ses calculs, fait entrer la distance *réelle*. 2.° Si, au lieu de prendre pour la distance, comme le fait M. Varignon, la ligne menée de l'œil perpendiculairement à l'allée droite, on prenoit la ligne menée du même œil à l'allée courbe, alors on trouveroit, pour la ligne cherchée, une droite parallèle à la première; ce qu'il est aisé de prouver. Pour corriger donc l'hypothèse de M. Varignon, en prenant les distances telles qu'il les prend, il faut supposer que les grandeurs apparentes sont proportionnelles aux produits des tangentes & des angles visuels par les distances *apperçues*, dont on ignore la loi.

Voilà tout ce qui a été fait jusqu'à présent sur la question proposée, & on voit que la solution n'en est pas encore fort avancée; il paroît que l'expérience est le seul moyen pour la décider. Cependant, s'il nous est permis de hasarder ici nos conjectures là-dessus, nous croyons que les deux rangées d'arbres dont il s'agit, doivent être deux lignes droites divergentes. Voici les raisons qui nous portent à le penser. Quand on regarde une allée d'arbres plantés sur deux lignes parallèles, ces deux allées paroissent se rapprocher & tendre à s'unir, mais chacune des deux rangés conserve toujours l'apparence de ligne droite. Les intervalles entre les arbres opposés paroissent décroissans, non pas précisément parce qu'ils sont vus sous des angles décroissans, mais parce que les piés des arbres éloignés sont jugés plus proches qu'ils ne sont en effet. Ainsi, (*fig. 16. Perspect.*) l'intervalle *C D* paroît plus petit que l'intervalle *A B*, parce que l'intervalle *A B*, étant fort proche de l'œil *O*, est vu à-peu-près à la place où il est, au lieu que l'intervalle *C D* étant fort éloigné, les points *C* & *D* sont jugés plus proches qu'ils ne sont réellement, par exemple, sont jugés en *c* & en *d*, de sorte que l'intervalle *C D* ne paroît plus que de la grandeur *c d* qui est plus petite; d'où il s'ensuit que l'allée est vue, non dans le plan véritable *A B C D* où elle est, mais dans une autre surface *A B d c* sur laquelle on rapporte les intervalles apparens: or, les lignes *A c*, *B d*, qui terminent cette surface, sont des lignes convergentes que l'œil juge droites; d'où il s'ensuit que la surface *A B d c*, sur laquelle on rapporte les intervalles apparens, est une surface plane. Cette conséquence peut se confirmer par une autre expérience. Il n'y a personne qui n'ait remarqué que, dans une galerie longue & étroite, les côtés, le plat-fond & le plancher, paroissent se rapprocher, mais qu'ils paroissent toujours être des surfaces planes, si en effet ils en sont. Ne peut-on pas conclure de-là, que la surface sur laquelle on rapporte les intervalles des arbres plantés sur deux rangées quelconques, droites ou courbes, parallèles ou non, est une surface plane? si cela est, la question n'est plus difficile à résoudre. Car la moindre connoissance des principes de la Géométrie fera voir aisément, que pour que les lignes *A B*, *c d*, soient égales, & que pour que les lignes *A c*, *B d*, soient des lignes droites parallèles, il faut que les lignes *A C*, *B D*, soient deux lignes droites divergentes. A l'égard de la quantité de leur divergence, c'est-à-dire, de la quantité dont elles s'écartent l'une de l'autre, cette quantité dépend de la grandeur de l'angle *d B D* que le plan apparent *C A B d* fait avec le plan réel *A B C D*, & c'est à l'expérience à faire connoître cet angle; cependant, sans s'embarrasser de le chercher, ou pourroit découvrir la position des lignes *A C*, *B D*, d'une autre manière, qui consisteroit à attacher en *A* & en *B* les extrémités de deux cordes longues & d'une couleur fort remarquable, & à écarter ces cordes l'une de l'autre, en augmentant on en diminuant successivement leur divergence, jusqu'à ce que l'œil placé en *O* les jugeât parallèles.

Ayant la divergence des lignes *A C*, *B D*, on auroit réciproquement l'angle *d B D* du plan apparent & du plan réel; mais on peut avoir directement cet angle d'une autre manière, par le moyen de deux rangées d'arbres parallèles: on mettra au pié d'un des arbres les plus éloignés, par exemple, en *D*, une corde de couleur très-remarquable, & on tendra cette corde sur le terrein, en l'approchant de l'œil *O*, jusqu'à ce

qu'elle paroisse dans une situation parallèle à la rangée *A C*; ce qu'il sera facile de juger pour peu qu'on ait de justesse & d'habitude; or, si cette corde coupe l'intervalle *A B* au point *V*, par exemple, on aura *A V* pour la grandeur apparente de l'intervalle *CD*, car les lignes *D V* & *C A* paroissant parallèles, par l'hypothèse, les lignes *A V*, *C D*, paroîtront égales; on aura donc *A V* égal à *cd* par conséquent on aura le rapport de *c d* à *A B*. Or ce rapport donne l'élévation du plan *A B d c*, car le rapport de *A B* à *c d* est égal à celui de *CD* à *c d*, c'est-à-dire à celui de *O D* à *O d*, on connoîtra donc le rapport de *O D* à *O d*; ainsi, puisque *O D* est connu, on connoîtra *O d*, & par conséquent la position de la ligne *B d*.

Au reste, pour peu qu'on y fasse d'attention, on verra qu'en supposant même tout ce que nous avons dit ci-dessus, exactement démontré, la quantité de la divergence des lignes *A C*, *B D*, dépend de la grandeur de l'intervalle *A B*, & de la hauteur de l'œil au-dessus du plan de l'allée. C'est pourquoi une allée d'arbres, qui seroit parallèle à un certain point de vue, ne le seroit plus à un autre. Quoi qu'il en soit, nous souhaitons que les nouvelles vues que nous venons de donner pour la solution de cette question, excitent les Physiciens à faire des expériences pour vérifier notre principe, & pour donner à cet égard un nouveau degré d'accroissement à la théorie de la vision.

J'avois fini cet *article* depuis plusieurs années, comme il me seroit aisé de le prouver, lorsque M. Bouguer lut à l'académie des Sciences un écrit sur le même sujet, qui contient au fond les mêmes principes; & je dis pour lors de vive-voix à l'académie, sans prétendre rien ôter à M. Bouguer, que j'avois trouvé comme lui & par les mêmes raisons, que les lignes cherchées devoient être deux lignes droites divergentes. Le Mémoire de M. Bouguer n'est point encore imprimé au moment où j'ajoute ces dernières lignes au présent *article*, c'est-à-dire, en Décembre 1750. (*O*)

PARALLÉLISME *de l'axe de la terre*, (*Astron.*) c'est la situation constante de l'axe de la terre, qui produit le changement des saisons: la terre fait sa révolution dans son orbite, de manière que si l'on tire une ligne parallèle à son axe, dans une de ses positions quelconques, l'axe, dans toutes ses autres positions, sera toujours parallèle à cette même ligne; il ne changera jamais la première inclinaison au plan de l'écliptique; mais il paroîtra constamment dirigé vers le même point du ciel. C'est le parallélisme joint avec l'inclinaison de l'axe de rotation sur l'orbite de la terre ou sur l'écliptique, qui produit l'inégalité des saisons, comme nous l'expliquerons en parlant du SYSTÊME DE COPERNIC.

PARALLÉLISME *de la lunette*, dans les instrumens d'astronomie, est une précaution essentielle, qui souvent a été négligée, mais dont Bouguer a fait voir l'importance dans son ouvrage sur la *Figure de la terre*; les mémoires faits ensuite par Bouguer & la Condamine, pour la justification de leur travail & de leurs prétentions réciproques, ont mis cette matière dans le plus grand jour. La lunette d'un mural ou d'un grand secteur étant appliquée sur le limbe, est éloignée nécessairement de quelques pouces du plan qui passe par le centre & par les divisions; si cette lunette n'est pas exactement parallèle à ce plan, elle ne sera pas dans le même vertical que ce plan, & le point qu'elle marquera sur le limbe ne sera pas celui de la hauteur de l'astre vers lequel la lunette est dirigée. L'erreur sera considérable aux environs du zénit, sur-tout si, au lieu de mettre le plan de l'instrument dans le méridien, on se contentoit d'y mettre la lunette, en calculant le tems où l'astre doit passer au méridien. Pour rendre la lunette parallèle au plan, on se sert de la lunette d'épreuve, *fig.* 236, que l'on place sur le centre & sur le plan du quart de cercle, de manière qu'on voie le même objet dans la lunette d'épreuve & dans la lunette du quart de cercle placé horizontalement.

On peut aussi vérifier le parallélisme, en observant plusieurs jours de suite le passage d'un astre par la lunette de l'instrument, en plaçant successivement le limbe à l'orient & à l'occident verticalement sur la même méridienne; si les intervalles sont toujours les mêmes, c'est une preuve de *parallélisme*. (*D. L.*)

PARALLÉLOGRAMME, s. m. *en Géométrie*, c'est une figure rectiligne de quatre côtés, dont les côtés opposés sont parallèles & égaux. *Voyez* QUADRILATÈRE.

Le *parallélogramme* est formé, ou peut être supposé formé par le mouvement uniforme d'une ligne droite toujours parallèle à elle-même.

Quand le *parallélogramme* a tous ses angles droits, & seulement ses côtés opposés égaux, on le nomme *rectangle* ou *quarré-long*. *Voyez* RECTANGLE.

Quand les angles sont tous droits, & les côtés égaux, il s'appelle *quarré*. *Voyez* QUARRÉ.

Si tous les côtés sont égaux, & les angles inégaux, on l'appelle *rhombe* ou *losange*. *Voyez* RHOMBE & LOSANGE.

S'il n'y a que les côtés opposés qui soient égaux, & les angles opposés aussi égaux, mais non droits, c'est un *rhomboïde*. *Voyez* RHOMBOÏDE.

Tout autre quadrilatère, dont les côtés opposés ne sont ni parallèles ni égaux, s'appelle un *trapèze*. *Voyez* TRAPÉZE.

Propriétés du parallélogramme. Dans tout *parallélogramme*, de quelque espèce qu'il soit, par exemple, dans celui-ci *ABCD* (*Planche Géomet. fig.* 41), la diagonale *D A* le divise en deux parties égales; les angles diagonalement opposés *B, C* & *A, D* sont égaux; les angles opposés au même côté *C,D* & *A, B* sont ensemble égaux à deux angles droits; & deux côtés pris ensemble sont plus grands que la diagonale.

Deux *parallélogrammes*, $ABCD$ & $ECDF$, sur la même ou sur une égale base, & de la même hauteur AC, ou entre les mêmes parallèles AF, CD, sont égaux; d'où il suit que deux triangles CAD & CDA, sur la même base & de la même hauteur, sont aussi égaux.

Il s'ensuit aussi que tout triangle CFD est moitié du *parallélogramme* $ACDB$, sur la même ou sur une égale base CD, & de la même hauteur ou entre les mêmes parallèles; & qu'un triangle est égal à un *parallélogramme* qui a la même base & la moitié de la hauteur, ou moitié de la base & la même hauteur. *Voyez* TRIANGLE.

Les *parallélogrammes* sont en raison composée de leur base & de leur hauteur. Si donc les hauteurs sont égales, ils sont comme les bases, & réciproquement.

Dans les *parallélogrammes* & les triangles semblables, les hauteurs sont proportionnelles aux côtés homologues. De-là les *parallélogrammes* & les triangles semblables sont en raison doublée de leurs côtés homologues, aussi-bien que de leurs hauteurs & de leurs bases; ils sont donc comme les quarrés des côtés, des hauteurs & des bases.

Dans tout *parallélogramme*, la somme des quarrés des deux diagonales est égale à la somme des quarrés des quatre côtés.

M. de Lagny regarde cette proposition comme une des plus importantes de toute la Géométrie: il la met au même rang que la fameuse *XLVII.*^e^ d'Euclide, & que celle de la similitude des triangles; & il ajoute que le premier livre entier d'Euclide n'est qu'un cas particulier de celle-ci. Car si ce *parallélogramme* est rectangle, il s'ensuit que les deux diagonales sont égales, & par conséquent que le quarré de la diagonale, ou, ce qui revient au même, le quarré de l'hypoténuse de l'angle droit, est égal aux quarrés des côtés.

Si le *parallélogramme* n'est pas rectangle, & par conséquent si les deux diagonales ne sont pas égales, ce qui est le cas le plus général, la proposition devient d'une vaste étendue; elle peut servir, par exemple, dans toute la théorie des mouvemens composés, &c.

Il y a trois manières de démontrer ce théorème: la première, par la Trigonométrie, ce qui demande vingt-une opérations; la seconde, géométrique & analytique, en demande quinze: M. de Lagny en donne une plus courte dans les *mémoires de l'académie*, elle n'en exige que sept. *Voyez* DIAGONALE.

Mais en supposant la fameuse *XLVII.*^e^ dont la démonstration est d'un assez petit détail, celle-ci se démontre avec une extrême facilité: car soit $AC = D$ (*Pl. de Géom. fig.* 65), $DB = d$, $AB = CD = B$, $BC = AD = C$, $BF = AE = y$, $CF = DE = x$, alors DF sera $= B + x$, & $CF = B - x$; on voit bien que AE & BF sont les perpendiculaires. Ceci supposé, il faut démontrer que $DD + dd = 2BB + 2CC$.

Démonst. par la *XLVII.*^e^ $DD = y^2 + BB - 2Bx + xx$ & $CC = yy + xx$. Mettant donc CC en la place de $y + xx$, dans l'équation précédente, on aura $DD = BB + CC - 2Bx$.

Pareillement $dd = yy + BB + Bx + 2xx = BB + CC + 2Bx$, par conséquent $DD + dd = BB + CC + 2Bx + BB + CC - 2Bx$, & réduisant ce dernier membre à sa plus simple expression, on a $DD + dd = 2BB + 2CC$. (*C. Q. F. D.*)

Trouver l'aire du *parallélogramme* rectangle $ABCD$ (*fig.* 41); trouvez la longueur des côtés AB & AC multipliez AB par AC; le produit sera l'aire du *parallélogramme*. Supposez, par exemple, AB, 343; AC, 333: l'aire sera 14219.

On trouve l'aire des autres *parallélogrammes* qui ne sont pas rectangles, en multipliant la base DC, *fig.* 25) par la hauteur BF.

Complément du parallélogramme. Voyez COMPLÉMENT.

Centre de gravité du parallélogramme. V. CENTRE DE GRAVITÉ & MÉTHODE CENTROBARIQUE. (*E*)

Quand les Géomètres disent qu'un *parallélogramme* est le produit de la base par sa hauteur, ils ne veulent pas dire par-là, comme quelques-uns se l'imaginent, qu'une surface est le produit de deux lignes droites; car on ne multiplie point une ligne droite par une ligne droite, parce qu'on ne multiplie jamais deux concrets l'un par l'autre (*voyez* CONCRET); ce langage des Géomètres est une façon de parler abrégée, qui est expliquée à la fin de l'*art.* ÉQUATION. (*O*)

Règle du parallélogramme. On appelle ainsi une règle imaginée par M. Newton, & dont voici l'usage: supposons qu'on ait une équation algébrique ordonnée en x & en y, on demande la valeur de y en x, lorsque $x = o$, & lorsque $x = \infty$. Pour cela on dispose en cette sorte dans un *parallélogramme* tous les termes de l'équation, &c. on remplit par des * les termes qui devroient se trou-

hx^5					
gx^4					
fx^3					
ex^2	*	*			
bx^1	nxy	*			
a	cy	ly^2	my^3	&c.	

ver dans l'équation & qui ne s'y trouvent pas ; & par le moyen d'une règle qu'on applique à ce *parallélogramme*, en sorte qu'elle passe par deux ou plusieurs termes qui sont en ligne droite, & qu'elle laisse tous les autres termes au-dessus ou au-dessous, ou à gauche ou à droite, on trouve la solution du problême. Par exemple, dans le cas présent, si $x = o$, les termes de dessous a, cy, ly^2, &c. tous couverts par la règle, donnent la valeur de y, en faisant $a + cy + ly^2 + \&c. = o$. Si le terme a manquoit, on auroit à-la-fois $bx + cy = o$, & $cy + ly^2 + my^3 = o$. Si $x = \infty$, les termes supérieurs $hx^5 + my^3 = o$, couverts par la règle, & au-dessous desquels tombent tous les autres, donnent $y^3 = \frac{hx^5}{m}$. On peut voir dans les *usages de l'analyse de Descartes* de M. l'abbé de Gua, & dans l'*introduction à l'analyse des lignes courbes* de M. Cramer, la démonstration, les différens usages, & les applications de cette règle, suivant les cas qui peuvent se présenter, il suffit ici d'en donner l'esprit. Il est bon d'observer que MM. de Gua & Cramer transforment le *parallélogramme* en un triangle qu'ils appellent *analytique*, ce qui ne change rien au fond.

En général, la règle appliquée dans les parties supérieures donnent les valeurs de y qui répondent à b infinie ; & la règle appliquée aux parties inférieures donnent les valeurs de y qui répondent à $x = o$. Cela est fondé, 1.° sur ce que tous les termes inférieurs à la règle, sont d'un ordre moins élevé que ceux par où la règle passe ; & qu'au contraire tous les termes supérieurs à la règle, sont en général d'un ordre moins élevé. 2.° Sur ce que dans tous les termes par où passe la règle, les exposans de x & ceux de y sont en progression arithmétique.

Pour se servir commodément de cette règle, il faut, 1.° supposer toutes les cases semblables & d'une égale surface, soit quarrées, soit rectangles. 2.° Imaginer que chaque terme de l'équation soit au centre de la case, & remplir ces centres par des étoiles ou par quelque autre marque, & les termes vuides par des points. C'est ainsi qu'en a usé M. Cramer, *ch. vij.* de son ouvrage auquel nous renvoyons.

Si on vouloit savoir les valeurs de x qui répondent à $y = o$, à $y = \infty$, il faudroit coucher le triangle sur la bande sans y, c'est-à-dire, supposer la bande $a + bx + cx^2$, &c. horizontale, & suivre la même méthode.

Ainsi, on n'a qu'à faire passer autant de règles qu'il sera possible par deux ou plusieurs termes qui soient en ligne droite, & supposer que tous les termes soient renfermés au-dedans de ces règles, tous les termes enfilés par chaque règle donneront une équation séparée ; & si le triangle est supposé couché sur la bande des y, les règles supérieures donneront les valeurs de y répondantes à $x = \infty$, & les inférieures les valeurs de y répondantes à $x = o$: mais si le triangle est couché sur la bande des x, alors les règles supérieures donneront les valeurs de x qui répondent à $y = \infty$, & les règles inférieures donneront les valeurs de x qui répondent à $y = o$. *Voyez les articles* SERIE & SUITE. (*O*)

PARALOGISME, s. m. *Logique*, c'est un raisonnement faux, ou une erreur commise dans la démonstration, quand la conséquence est tirée de principes qui sont faux ou qui ne sont pas prouvés ; ou bien quand on glisse sur une proposition qu'on auroit dû prouver. *Voyez* ERREUR, RAISONNEMENT, DÉMONSTRATION, &c.

Le *paralogisme* diffère du sophisme, en ce que le sophisme se fait à dessein & par subtilité, & le *paralogisme* par erreur & par défaut de lumière suffisante & d'application. *Voyez* SOPHISME.

Cependant MM. de Port-Royal semblent ne mettre aucune différence entre l'un & l'autre. Tous ceux qui ont cherché la quadrature du cercle, ont fait des *paralogismes*. *Voyez* QUADRATURE.

PARAMETRE, s. m. *en Géométrie*, est une ligne droite constante dans chacune des trois sections coniques : on l'appelle autrement, en latin, *latus rectum*. *Voyez* LATUS RECTUM.

Dans la parabole, le rectangle du *paramètre* & de l'abscisse, est égal au quarré de l'ordonnée correspondante. *Voyez* PARABOLE.

Dans l'ellipse & l'hyperbole, le *paramètre* est une troisième proportionnelle à un diamètre & à son conjugé. *Voyez* ELLIPSE & HYPERBOLE.

On appelle en général *paramètre*, la constante qui se trouve dans l'équation d'une courbe ; ainsi, dans la courbe dont l'équation $y^3 = axy + 4x^3$, a est le *paramètre*, & représente une ligne donnée, on appelle aussi quelquefois cette ligne le *paramètre* de l'équation. (*O*)

PARAPEGME, (*Astronom. anc.*) machine astronomique en usage chez les Syriens & les Phéniciens, pour montrer les levers & les couchers des astres. *Vitruve*, l. 9, c. 7.

PARASANGE, s. f. (*Mesure itinéraire*). La *parasange* ou *parasangue* étoit une mesure fort en usage chez les Perses. Cette mesure étoit originairement la moitié du *schoène*, c'est-à-dire, de *trente stades*, dont chacun est de 600 piés grecs. Mais Pline se plaint que les auteurs ne s'accordent pas sur l'étendue que doit avoir la *parasange*. Les uns, dit Strabon, la fixent à 30 stades, d'autres lui en donnent 40, & d'autres 60. Le savant Dodwel remarque qu'avec le tems, on transporta le nom de *schoène* à la *parasange*. En effet, puisqu'il y avoit des schoènes de 30 stades, qui sont la mesure de la *parasange* dans son origine, il y eut des *parasanges* de 60 stades, qui sont la mesure originelle du schoène. Casaubon cite un fragment de Julien l'architecte, qui dit que la mesure la plus ordinaire des *parasanges* de son tems, étoit de 40 stades. Il est bien apparent qu'on ne fixa la *parasange* à 40 stades, qu'après

que les Romains se furent introduits dans l'Orient. On la préféra sans doute pour la facilité d'évaluer leurs milles en *parasanges*, & pour éviter les fractions; car un *parasange* de 40 stades (en supposant que, par le stade, on entend 125 pas géométriques), répond précisément à 5 mille pas romains: or des *parasanges* de 25, de 30, de 60 stades, font nécessairement des fractions toujours incommodes dans les calculs. Enfin, comme c'est l'estimation des peuples qui règle la valeur des mesures de distance, elles ne peuvent manquer de varier sans cesse. Quand les Macédoniens règnèrent en Perse, ils abolirent toutes les anciennes mesures, & y substituèrent les leurs. (*D. J.*)

PARFAIT, NOMBRE, (*Arithmétique*,) les Arithméticiens appellent *nombre parfait*, celui dont les parties aliquotes ajoutées ensemble, font le même nombre dont elles sont les parties: ainsi, 6 ou 28 sont des *nombres parfaits*, parce que 1, 2 & 3, qui sont les parties aliquotes du premier, font 6, & que 1, 2, 4, 7 & 14, qui sont celles de 28, font aussi 28.

PARI, s. m. *Jeux*. Lorsque deux joueurs *A*, *B*, jouent l'un contre l'autre, & que l'espérance du joueur *A* est à celle du joueur *B*, en raison de *m* à *n*; le *pari* pour le joueur *A* est aussi au *pari* pour le joueur *B* en raison de *m* à *n*; or le nombre *m* n'est autre chose que le nombre des cas qui peuvent faire gagner le joueur *A*, & *n* est le nombre des cas qui peuvent faire gagner *B*. Par exemple, si un joueur *A* veut amener 12 avec deux dés, ou a $m=1$, & $n=35$, parce qu'il n'y a qu'un cas qui puisse amener 12, & 35 qui amèneront autre chose. *Voyez* DÉ. Ainsi, pour parier but-à-but, c'est-à-dire, avec un avantage égal, suivant les régles ordinaires des jeux, il faut que la mise du joueur *B* soit à celle du joueur *A*, comme 35 est à 1.

De même, si l'on parie d'amener en six coups un doublet avec deux dés, il est clair que le nombre des coups possibles est $(36)^6$, & que le nombre des coups où il n'y a point de doublets est $(30)^6$; d'où il s'ensuit que le *pari* doit être comme $36^6 - (30)^6$ est à $(30)^6$, c'est-à-dire, comme $(\frac{6}{5})-1$ est à 1.

Au reste, ces règles doivent être modifiées dans certains cas, où la probabilité de gagner est fort petite, & celle de perdre fort grande. *Voyez* JEU. (*O*)

PARODIQUE, (*Géométr.*) *degrés parodiques*; dans une équation, c'est le nom que quelques anciens auteurs d'algèbre donnent aux différens termes qui se suivent sans interruption dans une équation ordonnée, du second, du troisième, du quatrième degré, *&c.* & dont les exposans croissent & décroissent en progression arithmétique. *Voyez* EQUATION.

Ainsi, $x^3 + ax^2 + bx + c = o$, est une équation du troisième degré, où il ne manque point de termes, qui a tous ses degrés *parodiques*, & où les exposans descendent sans interruption, en progression arithmétique, 3. 2. 1. Au lieu de se servir de cette expression, pour indiquer de pareilles équations, on dit ordinairement que l'équation a tous ses termes. *Voyez* TERME. (*O*)

PAROI (*Hyd.*) se dit de tous les côtés intérieurs ou bord d'un tuyau ou d'un vase.

PARRHASIS, nom de la grande ours.

PARTAGE, s. m. (*Hyd.*) c'est le lieu le plus élevé d'où l'on puisse faire couler les eaux, & d'où on les distribue par le moyen des canaux, ruisseaux, *&c.* en différens endroits.

On appelle point de partage, le repaire où la jonction des eaux se fait.

PARTIELLES, *équations aux différences partielles*. (*Calcul intégral*). On appelle ainsi des équations qui, contenant trois ou plusieurs variables x, y... $z' z$, contiennent des différences de z, z' prises en ne faisant varier que y, ou bien des différences prises en faisant tout varier, & des différences prises en ne faisant varier que x ou y.

La différence de z, prise en ne faisant varier que y, s'écrit $\frac{dz}{dy}dy$; la différence de $\frac{dz}{dy}$, en ne faisant varier que x, s'écrit $\frac{ddz}{dx\,dy}\,dx$, &c. ou bien, si dz exprime ou la différence totale de z, ou sa différence prise par rapport à x, on désigne par dz la différence de z prise en ne faisant varier que y, & alors ddz est la différence de dz prise en ne faisant varier que y, & ainsi de suite.

M. d'Alembert est l'inventeur de cette branche de l'analyse, sans laquelle on ne pouvoit résoudre, d'une manière rigoureuse & générale, les problêmes où il s'agit de corps fluides ou flexibles. Cette découverte, aussi importante & peut-être plus difficile que celle du calcul intégral, n'a été moins éclatante que parce que son auteur a exprimé une chose toute nouvelle par des mots & des signes déjà connus.

Le premier problême de cette nature qui ait été résolu, est celui dont l'équation est $\frac{ddz}{dx^2} = \frac{a\,ddz}{dy^2}$, a étant un coëfficient constant, le problême se réduit à trouver z lorsqu'on sait que $az\,dx + z'\,dy$, & $z'\,dx + z\,dy$, sont toutes deux des différentielles exactes; en effet, on a alors $a\frac{dz}{dy} = \frac{dz'}{dx}$, & $\frac{dz'}{dy} = \frac{dz}{dx}$, d'où $a\,\frac{ddz}{dy^2} = \frac{ddz}{dx^2}$. Pour satisfaire à ces deux conditions, on multiplie une de ces fonctions par un coëfficient b; &, puisqu'elles sont toutes deux des différentielles exactes, leur somme & leur différence seront aussi des différences exactes: j'aurai donc

$$az\,dx + z'\,dy + bz'\,dx + bz\,dy,$$
$$az\,dx + z'\,dy - bz'\,dx - bz\,dy,$$

ou bien,

$$(a\,dx+b\,dy)z+(b\,dx+dy)z'$$
$$(a\,dx-b\,dy)z-(b\,dx-dy)z',$$

ou enfin,

$$(a\,dx+b\,dy)z+\left(a\,dx+\tfrac{a}{b}dy\right)\tfrac{b}{a}z'$$
$$(a\,dx-b\,dy)z+\left(a\,dx-\tfrac{a}{b}dy\right)-\tfrac{b}{a}z',$$

qui sont des différentielles exactes; donc si $b=\frac{a}{b}$, on aura $z+\frac{b}{a}z'$, $a\,dx+b\,dy$, & $z-\frac{b}{a}z'$, $a\,dx-b\,dy$, qui seront des différentielles exactes; donc $z+\frac{b}{a}z'=\varphi(ax+by)\,z-\frac{b}{a}z'=\varphi'(ax-by)$; donc $z=\frac{\varphi(ax+by)+\varphi'(ax-by)}{2}$.

Cette méthode a été appliquée, par son auteur, à des cas plus compliqués, où z & z' sont multipliés par des fonctions de x, & à ceux qui s'y rappellent par des substitutions. Elle conduit directement à trouver les fonctions arbitraires φ & φ'; &, avant elle, on ignoroit qu'il dût entrer de pareilles quantités dans les intégrales de ces équations.

M. Euler a depuis intégré plusieurs de ces équations par une méthode qui lui est particulière; elle consiste à supposer que $z=a\,\varphi(y+X)+b.\frac{d\varphi(y+X)}{dy}+c\frac{dd\varphi(y+X)}{dy^2}$, &c. X, a, b, c, &c. étant des fonctions de x; lorsque la proposée est linéaire & ne contient pas y, on trouve toujours, par ce moyen, une solution de la proposée du moins en une suite infinie.

M. de la Grange résout les mêmes équations, en supposant que l'équation multipliée par X, fonction de x, & intégrée par rapport à x seulement, devienne une différentielle exacte, il restera alors, sous le signe, une fonction qui ne contient que z, $\frac{dz}{dy}$, $\frac{ddz}{dy^2}$, on fera $\int z=s$, & on aura s par une équation linéaire aux différences prises par rapport à y, & p par une équation aux différences ordinaires prises par rapport à x; ces équations étant résolues, on verra, en examinant la valeur de s, que, pour ne pas la limiter, & laisser aux arbitraires qui y sont l'étendue qu'elles doivent avoir, on sera obligé d'introduire des fonctions arbitraires dans la valeur de z.

Voici maintenant des remarques générales sur la nature de ces équations; elles indiqueront la méthode qu'on pourroit prendre pour en trouver la solution en général.

1.° Soit Z l'intégrale d'une équation aux différences *partielles*, il est clair que si cette équation est du premier ordre elle pourra être supposée de la forme.

$$A\,dZ+B\,dZ+CZ=o,$$

A, B, C ne devenant pas infinis lorsque $Z=o$; que si elle est du second ordre, on pourra la supposer de la forme $A\,d^2Z+B\,ddZ+C\,ddZ+D\,dZ+E\,dZ+FZ=o$, & ainsi de suite; que par conséquent on pourra supposer que $A\,dZ+B\,dZ+CZ$ soit mis sous la forme $d.\,A'Z+Q\,d.\,A'Z$, mais qu'on ne pourra point supposer que l'équation du second ordre soit en général susceptible de la forme

$$d.(A'dZ+B'dZ+C'Z)+Q.$$
$$(d.(A'dZ+B'dZ+C'Z))=o.$$

En effet, il n'y a, dans cette dernière forme, que quatre coëfficiens indéterminés, & pour qu'elle convienne avec la forme générale, il y a cinq équations de comparaison.

La même chose aura lieu, à plus forte raison, pour les ordres plus élevés; ainsi, on ne peut pas trouver en général une équation d'un ordre moindre d'une unité dont la différentielle par rapport à d, combinée avec la différentielle par rapport à d, puisse produire la proposée.

2.° La proposée du second ordre est produite par la combinaison des six équations $Z=o$, $dZ=o$, $dZ=o$, $ddZ=ddZ=o$, $ddZ=o$, & celle de l'ordre n par $\frac{n.n+1}{2}$, équations semblables; donc pour le second ordre, on peut faire disparoître cinq constantes arbitraires, & $\frac{n+1.n+2-1}{2}$ pour l'ordre n.

3.° La comparaison de deux équations d'ordres différens ne peut faire évanouir des fonctions arbitraires de variables, parce que l'une contient une différence de ces fonctions plus élevée que celle qui se trouve dans l'autre; mais la comparaison d'équations du même ordre peut en faire disparoître. Ainsi, la combinaison de deux équations du premier ordre peut en faire disparoître une, la combinaison des trois équations du second ordre peut en faire disparoître deux, & celle des $n+1$ équations de l'ordre n, on peut faire disparoître n. Soit $m<n$ & que la comparaison des $m+1$ équations de l'ordre m, a fait disparoître m de ces fonctions; la combinaison des équations plus élevées n'en pourra faire évanouir plus de $n-m$, parce qu'alors l'équation de l'ordre m dont les fonctions arbitraires ont été éliminées, sera une intégrale qui ayant été différentiée un nombre $n-m$ de fois, produira la proposée.

4.° Il pourra y avoir dans l'intégrale finie un nombre $\frac{n+1.n+2-1}{2}$ de fonctions transcendantes formées les unes des autres comme celles qui entrent dans les intégrales des équations aux différences ordinaires, & toutes celles de ces fonctions qui ne seront pas une fonction logarithmique, ajoutée à une fonction arbitraire φA, ou une fonction qui entre dans A sans se trouver dans dA ou dans $\frac{dA}{A}$, pourra être éliminée après φA, & on en aura une valeur qui

ne contiendra pas φA. Il y a aussi des cas où il peut disparoître un nombre indéfini de transcendantes; soit en effet par exemple φA une fonction arbitraire, l'intégrale pourra contenir $VA' + V'A'' + V''A'''$, &c. $+ \varphi A . A'$, A'', A''', &c. étant des fonctions algébriques de A & V, V' V'', &c. des fonctions dont les différences sont algébriques. En effet, il est aisé de voir que dans ce cas toutes les transcendantes contenues dans cette fonction, doivent s'éliminer en même-tems que φA. Il y aura des formules semblables dont les transcendantes disparoîtront avec les arbitraires, mais par un plus grand nombre de différentiations.

5.° Si on a une fonction φA que la comparaison de deux équations ait fait disparoître, les coëfficiens des variables pourront être dans l'intégrale des fonctions de A, φA, $\frac{d\varphi A}{dA}$, &c. données par des équations différentielles indéfinies entre ces fonctions & A, φA, $\frac{d\varphi A}{dA}$, &c. Mais comme φ. A est tout ce qu'on veut, on peut toujours regarder ces coëfficiens comme des fonctions algébriques de A φ A, $\frac{d\varphi A}{dA}$, &c. l'ordre des différences de φA étant indéfini. Ces fonctions ne disparoissent que parce qu'on a toujours $\frac{d\varphi A}{dA} = \frac{d\varphi A}{dA}$.

Chacune des fonctions arbitraires qui entrent dans la proposée, peut être supposée s'évanouir après toutes les autres, à moins que la fonction qui disparoît par la comparaison des deux équations ne soit de la forme $\frac{dd\varphi A}{dA^2}$, $\frac{dd\varphi A}{dA^2}$, ou d'une forme semblable, parce qu'alors on peut ajouter à φA une fonction $\varphi' A'$ pourvu que $dA^2 = dA^2$ & $dA'^2 = dA^2$, &c. équations plus étendues que $A = A'$.

6.° Lorsqu'on a une intégrale de la proposée, on peut toujours s'assurer si elle est complette ou non; en effet, faisant disparoître les arbitraires ou fonctions arbitraires qui s'y trouvent par des différentiations successives; en sorte qu'on soit sûr que l'intégrale de l'équation ainsi produite, n'en contient pas d'autres que celles qui se trouvent dans l'intégrale donnée; on mettra dans celle-ci pour $d^n z$ & ses différences, leurs valeurs tirées de la proposée, & l'intégrale ne sera complette que lorsque tout se détruira après cette substitution.

7.° Si on a quatre variables x, y, u & z, & une équation entre ces variables qui contienne des différences premières de z, prises par rapport à x à y & à u, il est clair que si $T = o$, est l'intégrale de cette équation, & que Z contienne une fonction arbitraire de A & B que j'appelle φ, dZ contiendra $\frac{d\varphi}{dA}$, $dA + \frac{d\varphi}{dB} dB$, dZ contiendra $\frac{d\varphi}{dA} dA + \frac{d\varphi}{dB} dB$, & $d'Z$, $\frac{d\varphi}{dA} d'A + \frac{d\varphi}{dB} d'B$; donc à l'aide de $Z = o$, des trois équations $dZ = o$, $d'Z = o$, $d'Z = o$, on peut faire évanouir une de ces fonctions. Le reste se trouvera par analogie comme pour les autres équations ci-dessus. V. *Mém. de l'acad.* 1770 & 1772.

La solution générale des équations aux différences *partielles* renfermant par sa nature des fonctions arbitraires des variables, demande, pour être appliquée à des problêmes déterminés tels que ceux de la nature, qu'on ait une méthode aussi générale de déterminer la valeur de ces fonctions arbitraires, pour que l'intégrale trouvée par le calcul, donne l'équation du problême particulier.

Je n'entrerai point ici dans le détail de cette méthode, je me contenterai de faire sentir par un exemple, comment dans tous les cas on peut rappeller cette détermination à l'intégration d'une équation, partie aux différences finies, partie aux différences infiniment petites, ou seulement d'une équation aux différences finies.

Soit une équation en x, y, z, qui contienne deux fonctions Z & Z' de deux fonctions déterminées A & B de x, y, z, je suppose que faisant $z = a$ j'aie y égale à une fonction donnée de x, j'aurai A & B égaux à des fonctions de x, & une équation en Z, Z' & x. Je suppose ensuite que $z = b$, & que j'aie y égale à une autre fonction de x, substituant dans la proposée, A & B seront d'autres fonctions de x que j'appelle A' & E' & Z, Z^{1} seront Z_{1}, Z^{1}, Z_{1}, étant composé de A' comme Z l'est de A & Z, de B' comme Z' de B; j'aurai donc une nouvelle équation en x, Z, & Z'. Je suppose que dans cette équation qui doit être identique, je mette à la place de x, $x + z$, il est clair que l'équation aura encore lieu; je détermine z par la condition que A'', B'' étant ce que deviennent A', B' en mettant pour x, $x + z$, $A'' = A$, par conséquent $Z = Z$, éliminant donc Z à l'aide des deux équations, j'en aurai une en x, Z' & $Z'_{''}$; $Z'_{''}$ étant une fonction composée de B'' comme Z' est composée de B.

Je suppose ensuite que $Z'_{''} = Z' + \Delta Z'$ d'où je tire $B'' = B + \Delta B$; donc éliminant x des deux équations en Z' & x, en $B + \Delta B$ & x, j'en aurai une en B & ΔB, & une en Z', $\Delta Z'$ & x, ou B, d'où éliminant x ou B, j'aurai une équation en z', $\Delta Z'$ Δ^2; intégrant cette équation, elle contiendra x', quantité dont la différence finie est constante: L'équation en B & ΔB contiendra la même variable dans son intégrale; donc éliminant x', j'aurai Z' en B; donc, &c.

Par la même raison, si j'avois $\varphi(x + ay) - \varphi(x - ay) = b$, & $\frac{-2ay^2}{x^2 - a^2y^2} = c$, soit $x - ay = z$, & $\Delta z = 2ay$, j'aurai, 1.° $\varphi \overline{z + \Delta z} - \varphi z = b$, & faisant $\varphi z = Z$ $\Delta Z = b$, $Z = \frac{bx'}{\Delta x'}$, $+ Fe^{ax'}$, F désignant une fonction arbitraire assujettie aux conditions qui ont été développées dans l'*article* DIFFÉRENCES FINIES.

L'équation $\frac{-2a^2y^2}{x^2 - a^2y^2} = c$ devient, après la même substitution, $\frac{-a\Delta z}{z^2 + z\Delta z} = Cn$, dont l'intégrale est

$\frac{z + a}{z}$

$\frac{\zeta+a}{\zeta} = cx' + P'e^{ax'}$; éliminant x, j'aurai Z en ζ, & par conséquent la maniere dont ζ entre dans $\varphi\,\zeta$.

Si toutes les fonctions sont algébriques, les éliminations dont je viens de parler seront possibles immédiatement, & l'on aura l'équation définitive en Z, ΔZ, $\Delta\Delta Z$. Mais si elles ne sont pas algébriques, il faudra différentier par rapport aux différences infiniment petites. Alors l'équation définitive contiendra de plus dZ, $d\Delta\zeta$, &c. & sera aux différences finies & infiniment petites. *Voyez cet article.*

Nous observerons ici que les fonctions arbitraires des variables ne sont pas assujetties par elles-mêmes à la loi de la continuité, c'est-à-dire, à être semblablement formées de leur fonction génératrice pour toutes les valeurs des variables, mais seulement à ce qu'elles disparoissent toujours des équations; en sorte que soit F une de ces fonctions, il faut au moment où elle deviendroit F', que $d^n F = d^n F'$, ou $\Delta^n F = \Delta^n F''$, si c'est $d^n F$ ou $\Delta^n F$, que la comparaison des différentielles a fait disparoître; ce qui assujettit ces fonctions, non à la continuité analytique, mais à une continuité réelle ou de description. Voyez les *Mémoires de l'académie, année* 1771. (*o*)

PARTIES, *différentier par parties.* (*Calc. intégr.*) On différentie par *parties*, lorsqu'ayant une fonction de x, y, ζ; par exemple, on la différentie en regardant x, y comme constant, & ζ comme variable, ou x, ζ comme constant, & y comme variable. Si on appelle V cette fonction, on en exprime la différence prise en ne faisant varier que y par $\frac{dV}{dy}dy$, & la même différence prise en ne faisant varier que ζ par $\frac{dV}{d\zeta}d\zeta$, en sorte que la différence totale $dV = \frac{dV}{d\zeta}d\zeta + \frac{dV}{dy}dy + \frac{dV}{dx}dx$.

Leibnitz a employé le premier ces différences par *parties*, & a démontré que la différence de V fonction de x, y, prise deux fois d'abord par rapport à x & ensuite par rapport à y, est la même chose que la différence de V, prise d'abord par rapport à y & ensuite par rapport à x, ou que $\frac{d.\frac{dV}{dx}}{dy} = \frac{d\frac{dV}{dy}}{dx}$.

En effet, soit V' ce que devient V en y faisant $x = x + dx$, V'', ce qui devient la même fonction en faisant $y = y + dy$, & V''' ce qu'elle devient après les deux substitutions, on a $\frac{dV}{dx}dx = V' - V$, $\frac{dV}{dy}dy = V'' - V$; donc en faisant varier y dans la premiere fonction, on a

$$\frac{d.\frac{dV}{dx}dx}{dy}dy = V''' - V' - V'' + V,$$ & par la même raison,

$$\frac{d.\frac{dV}{dy}dy}{dx}dx - V''' - V'' - V' + V;$$ donc, &c.

donc, si $A\,dx + B\,dy = dV = \frac{dV}{dx}dx + \frac{dV}{dx}dy$, on a $A = \frac{dV}{dx}$, $B = \frac{dV}{dy}$ & $\frac{dA}{dy} = \frac{dB}{dx}$, ce qui est le théoréme de M. Fontaine pour les équations de condition. *Voyez* l'*art.* POSSIBLE.

Si on différentie V deux fois par rapport à x, en divisant toujours par dx, on écrira $\frac{ddV}{dx^2}$; si on différentie par rapport à dx, puis par rapport à dy, en divisant toujours par dx & dy, on écrira $\frac{ddV}{dydx}$; enfin si V contient, outre x & y, la différence dy, & qu'on ne différentie V qu'en faisant varier dy, on écrira $\frac{dV}{ddy}ddy$, & ainsi de suite. (*M. D. C.*)

PAS, (*Arpentage*) mesure dont on se sert pour arpenter les terres; le *pas* d'arpentage à la Martinique est de trois piés & demi de la mesure de Paris; à la Guadeloupe & aux autres îles Antilles françoises, il n'est que trois piés.

PAS DE VIS, est la distance qui se trouve entre deux cordons ou trois immédiatement consécutifs de la spirale qui forme la circonférence de la vis. Cette distance se mesure non par la perpendiculaire menée sur les deux tours ou cordons voisins, mais elle s'estime suivant la longueur de la vis. *Voyez* VIS. (*O*)

PAS

PASSAGES *sur le soleil*, (*Astron.*) Les planètes inférieures, mercure & vénus, lorsqu'elles passent précisément entre le soleil & la terre, forment un phénomène très-remarquable & très-important pour l'astronomie; on les voit comme une tache noire qui traverse, dans l'espace de quelques heures, le disque du soleil; c'est ce qu'on appelle *passages sur le soleil.*

Averrhoës crut avoir apperçu mercure sur le soleil, mais Albategnius & Copernic ne pensoient pas qu'il fût possible de le voir sur le soleil, & ils avoient raison. Képler crut aussi avoir apperçu mercure sur le soleil à la vue simple; mais il reconnut ensuite que ce ne pouvoit être qu'une tache du soleil; il s'en trouve en effet d'assez grosses pour qu'on puisse les entrevoir sans lunette. Galilée assuroit en avoir vu & les avoir montrés à d'autres à la vue simple, & nous en citerons des exemples au *mot* TACHE. Mais à l'égard de mercure, qui n'a que douze secondes de diametre, il est impossible qu'on l'ait jamais apperçu sur le soleil; c'est tout ce que l'on pouvoit faire, en 1761 & 1769, que d'y entrevoir vénus, qui avoit 58″ de diametre.

Képler fut le premier qui, en 1627, après

avoir dreſſé ſur les obſervations de Tycho ſes tables Rudolphines des planètes, oſa marquer les tems où vénus & mercure paſſeroient devant le ſoleil ; il annonça même un *paſſage* de mercure pour 1631, & deux *paſſages* de vénus, l'un pour 1631, & l'autre pour 1761, dans un avertiſſement aux aſtronomes, publié à Léipſic en 1629.

Képler n'avoit pas pu donner à ſes tables un degré de perfection aſſez grand, pour annoncer, d'une manière exacte & infaillible, ces phénomènes, qui tiennent à des quantités fort petites & fort difficiles à bien déterminer ; le *paſſage* qu'il annonçoit pour 1631 n'eut pas lieu, ou du moins Gaſſendi, qui s'y étoit rendu fort attentif à Paris, ne l'avoit point apperçu ; mais auſſi il y eut, en 1639, un *paſſage* de vénus que Képler n'avoit point annoncé, & qui fut obſervé en Angleterre. Képler mourut, en 1631, quelques jours avant le *paſſage* de vénus, qu'il avoit annoncé pour 1631 ; mais celui de mercure fut obſervé, comme il l'avoit prédit, le 7 Nov. 1631, par Gaſſendi.

Shakerley, aſtronome anglois, alla exprès à Surate, en 1651, pour y obſerver un ſecond *paſſage* de Mercure ſur le ſoleil, qui ne devoit arriver que de nuit en Europe. On en a obſervé d'autres en 1661, 1677, 1690, 1697, 1723, 1736, 1740, 1743, 1753, 1756, 1769, & 1782.

Tous ces *paſſages* de mercure ſur le diſque du ſoleil, tombent dans le commencement de Mai ou de Novembre, temps où le ſoleil eſt dans les nœuds de mercure. Ces retours ont différentes périodes de ſix à ſept ans, de 13, 46, 263, & ils reviennent les mêmes après un certain nombre d'années, conformément à la théorie de Halley, le premier qui ait approfondi cette matière dans les Tranſactions philoſophiques de 1691.

Avant que de ſuivre le détail de ces ſortes de phénomènes, examinons d'abord pourquoi les *paſſages* de mercure, & ſur-tout ceux de vénus ſur le ſoleil, ſont ſi rares. Vénus revient toujours à ſa conjonction inférieure au bout d'un an & 219 jours ; il ſembleroit donc qu'à chaque conjonction vénus devroit paroître ſur le ſoleil, étant placée entre le ſoleil & nous ; mais il en eſt de ces éclipſes comme des éclipſes de ſoleil & de lune ; il ne ſuffit pas que vénus ſoit en conjonction avec le ſoleil, il faut qu'elle ſoit dans l'écliptique ou vers ſon nœud, & que ſa latitude, vue de la terre, n'excède pas le demi-diamètre du ſoleil, c'eſt-à-dire, environ 16′. Soit *C* le centre du ſoleil (*planches d'Aſtron. fig.* 100), *NCD* l'écliptique, *NMVE* l'orbite de vénus ; *V* vénus en conjonction, c'eſt-à-dire, au moment où elle répond perpendiculairement au point *C* de l'écliptique où eſt le ſoleil ; *CV* la latitude géocentrique de vénus ; ſi cette latitude eſt plus petite que le rayon *CO* du ſoleil, il eſt évident que vénus paroîtra ſur le diſque *ASOED* du ſoleil ; il en eſt de même de mercure.

Lorſqu'on connoît la révolution ſynodique moyenne de mercure, ou le retour de ſes conjonctions au ſoleil, qui eſt de 115 jours 21 heures 3′ 22″, on peut trouver, pour un intervalle quelconque, toutes les conjonctions inférieures de mercure au ſoleil ; on choiſit celles qui arrivent quand le ſoleil eſt près du nœud, c'eſt-à-dire, vers le commencement de mai & de novembre, ſi c'eſt un *paſſage* de mercure ; vers le commencement de juin ou de décembre, ſi c'eſt pour vénus ; & en les calculant avec plus de ſoin, l'on voit bientôt ſi la latitude géocentrique, au moment de la conjonction vraie, n'excède pas le demi-diamètre du ſoleil ; les périodes de 13 ans, de 46, de 217 & 263, ramènent aſſez exactement ces *paſſages* de mercure.

Halley calcula, en 1691, pluſieurs *paſſages* de mercure ſur le ſoleil, qui ſont rapportés dans les *Tranſactions Philoſophiques* & dans les Leçons d'Aſtronomie de Whiſton (*Prælectiones Aſtronomiæ*, 1708) ; on y trouve les calculs que Halley avoit faits de 29 *paſſages*, tant pour le dernier ſiécle que pour celui-ci. Il calcula auſſi les *paſſages* de vénus ſur le ſoleil ; mais il y en a pluſieurs, ſoit pour mercure, ſoit pour vénus, dans la liſte de Halley, qui ne pourront avoir lieu, parce que la latitude ſera plus grande qu'il n'avoit cru. M. Trébuchet, Aſtronome d'Auxerre, en avoit fait la remarque à l'occaſion des *paſſages* de vénus : il a vérifié les calculs de Halley, & les a étendus juſqu'à la fin du ſiécle prochain, en ſe ſervant de mes tables, plus exactes que celles de cet auteur ; & j'ai publié ſes calculs ; M. de Lambre les a refaits avec un nouveau ſoin ; voici ſa nouvelle table pour les *paſſages* de mercure ; elle s'étend juſqu'à la fin du 19^e^ ſiécle, & contient 40 *paſſages*. On y voit le tems moyen de la conjonction vraie de mercure au ſoleil, & la latitude vraie de mercure en conjonction boréale ou auſtrale ; la plus courte diſtance entre mercure & le centre du ſoleil, avec le milieu du *paſſage* & la demi-durée qui ſert à trouver l'entrée & la ſortie vues du centre de la terre en tems vrai.

PASSAGES DE MERCURE SUR LE SOLEIL, CALCULÉS POUR TROIS SIÉCLES.

Par M. de Lambre.

Passages dans le nœud descendant au mois de Mai.

Années.	Tems moyen de la conjonction vraie à Paris.		Longitude géocentrique vraie.	Latitude géoc. vr. de Mercure.	Plus courte distance des centres.	Milieu du passage. Tems vrai.	Demi-durée du passage du centre.
		H. M. S.	Sig. D. M. S.	M. S.	M. S.	H. M. S.	H. M. S.
1615	3 Mai	1 24 28	1 12 34 19	6 34 B	6 28	1 45 49	3 36 11
1628	5	9 20 17	1 15 38 58	10 57 A	10 46	8 54 11	2 54 32
1661	3	7 4 45	1 13 38 42	3 40 B	3 37	7 18 6	3 50 40
1674	6	15 1 45	1 16 43 24	13 59 A	13 45	14 27 19	1 57 47
1707	5	12 45 0	1 14 43 5	0 37 B	0 36	12 50 20	3 56 53
1740	2	10 48 13	1 12 43 25	14 54 B	14 40	11 31 35	1 28 46
1753	5	18 25 18	1 15 47 27	2 28 A	2 25	18 22 18	3 54 26
1786	3	16 26 54	1 13 47 45	11 57 B	11 45	17 22 25	2 37 50
1799	7	0 5 42	1 16 51 52	5 21 A	5 16	23 54 54	3 43 42
1832	4	22 5 59	1 13 52 7	8 59 B	8 50	22 23 57	3 15 31
1845	8	5 45 56	1 17 56 15	8 20 A	8 12	5 27 0	3 22 57
1878	6	3 45 44	1 15 56 29	6 2 B	5 57	4 5 31	3 38 33
1891	9	11 26 42	1 19 0 39	11 20 A	11 9	10 59 33	2 48 26

Passages dans le nœud ascendant au mois de Novembre.

Années.		H. M. S.	Sig. D. M. S.	M. S.	M. S.	H. M. S.	H. M. S.
1605	1 Nov.	7 57 47	7 9 29 20	13 58 A	13 49	8 34 34	1 24 48
1618	4	1 49 35	7 12 5 32	5 31 A	5 27	2 13 44	2 34 14
1631	6	19 37 15	7 14 41 45	2 48 B	2 46	19 49 0	2 41 20
1644	8	13 21 23	7 17 17 57	11 4 B	10 57	13 21 0	1 59 48
1651	2	12 47 30	7 10 32 9	12 20 B	12 12	13 21 55	1 47 27
1664	4	6 39 0	7 13 8 22	3 56 A	3 53	7 0 50	1 39 2
1677	7	0 26 38	7 15 44 35	4 24 B	4 21	0 36 3	2 37 18
1690	9	18 10 38	1 18 20 48	12 40 B	12 32	18 7 43	1 42 49
1697	2	17 37 28	7 11 35 2	10 46 A	10 39	17 53 34	2 3 24
1710	6	11 28 40	7 14 11 13	2 16 A	2 14	11 48 1	2 42 14
1723	9	5 15 58	7 16 47 26	6 0 B	5 56	5 23 0	2 31 53
1736	10	22 59 50	7 19 23 38	14 16 B	14 7	22 54 30	1 19 14
1743	4	22 27 0	7 12 37 48	9 5 A	9 0	22 56 40	2 16 25
1756	6	16 18 15	7 15 14 3	0 43 A	0 42	16 35 9	2 43 45
1769	9	10 5 22	7 17 50 17	7 37 B	7 32	10 10 0	2 24 26
1776	2	9 21 28	7 11 4 23	15 55 A	15 45	10 1 28	0 35 22
1782	12	3 48 48	7 20 26 31	15 52 B	15 42	3 41 10	0 38 43
1789	5	3 16 50	7 13 40 40	7 27 A	7 22	3 44 5	2 26 9
1802	8	21 7 16	7 16 16 53	0 55 B	0 54	21 21 56	2 43 29
1815	11	14 54 26	7 18 53 7	9 15 B	9 7	14 56 39	2 14 43
1822	4	14 11 38	7 12 7 15	14 17 A	14 8	14 49 13	1 19 25
1835	7	8 6 2	7 14 43 30	5 50 A	5 46	8 30 53	2 33 24
1848	9	1 56 48	7 17 19 43	2 32 B	2 30	2 9 4	2 41 45
1861	11	19 43 31	7 19 55 57	10 51 B	10 44	19 43 13	2 2 28
1868	4	19 1 28	7 13 10 4	12 40 A	12 31	19 36 39	1 43 49
1881	7	12 56 10	7 15 46 20	4 13 A	4 10	13 18 37	2 38 38
1894	10	6 46 40	7 18 22 35	4 8 B	4 6	6 56 30	2 38 20

Pour calculer le passage de vénus sur le soleil, on emploie des périodes de huit ans, de 235, de 243 & de 251. Halley avoit calculé 17 passages dans les transactions philosophiques de 1691 & de 1716; mais il en avoit omis plusieurs, & il en avoit indiqué six qui ne doivent pas avoir lieu: voici un Catalogue plus ample & plus exact de tous ler passages de vénus pendant 2100 ans, calculés avec soin par M. *de Lambre*. Il y en a 35 dont trois au moins peuvent être douteux; celui de 1040 où le bord de vénus a dû être à 31″ hors du soleil, celui de 2490, où vénus doit mordre de 9″ sur le bord du soleil, & celui de 2733, où le bord de vénus doit être à 2′ hors du soleil, mais qui auroit effectivement lieu, si le mouvement séculaire de vénus se trouvoit plus fort de 1′ que celui qu'on a employé dans ces calculs. Les tables de vénus, que j'ai données, en 1781, dans le quatrième volume de mon *Astronomie*, quoique les plus exactes qu'on ait faites, ne sont pas encore telles qu'on puisse éviter une petite erreur au bout de plusieurs siécles. Il y a peut-être une minute d'erreur sur la longitude en un siécle, & 15″ sur la latitude; on peut juger par-là de l'incertitude qui reste dans ces calculs: quoi qu'il en soit, voici la table la plus exacte & la plus complète qu'il fût possible de faire quant à présent. M. de Lambre a négligé les petites équations du soleil, si ce n'est pour les passages de 1761 & 1769, & il n'a donné même, pour les trois passages qui ont été observés, que le résultat de mes tables, afin que la marche du calcul fût uniforme: il y a 2′ de différence pour la longitude de 1639. M. de Lambre a reconnu que la période de 243 ans & celle de 8 ans, ajoutée ou retranchée, suffisent pour calculer tous les passages au même nœud; quand on va d'un nœud à l'autre, la période est de 121 ans 183 jours; mais celle-ci indiqueroit des passages qui n'ont pas lieu: ainsi, on ne doit s'en servir que pour reconnoître la liaison entre les passages du printems dans le nœud descendant, & ceux de novembre ou décembre qui arrivent vers le nœud ascendant.

Dans la table suivante, on a marqué d'une étoile les passages qui sont douteux, à raison de l'incertitude qui reste sur les élémens des tables.

TABLE

Des 35 Passages de Vénus sur le soleil pendant 2100 ans, Calculée par M. DE LAMBRE.

	Années.	Tems moyen de la conjonction à Paris.		Longitude géocentrique vraie en conjonction.	Latitude géocent. en conjonction.	Plus courte distance des centres.	Milieu du passage. Tems vrai.	Demi-durée du passage du centre.
			H. M. S.	Sig. D. M. S.	M. S.	M. S.	H. M. S.	H. M. S.
Vieux style *	902	25 Nov.	12 37 52	8 8 40 56	14 53 B	14 42	12 12 31	1 40 23
	910	23 Nov.	0 53 59	8 6 12 19	9 44 A	9 36	1 26 1	3 7 6
	1032	24 Mai	5 38 39	2 8 35 7	2 55 A	2 53	5 36 41	3 50 53
*	1040	21 Mai	22 5 16	2 6 26 34	16 54 B	16 43	22 47 15	....
*	1145	25 Nov.	13 58 30	8 10 46 10	14 50 B	14 39	13 37 18	1 41 31
	1153	23 Nov.	2 14 40	8 8 17 40	9 47 A	9 41	2 46 25	3 9 27
	1275	25 Mai	9 38 10	2 10 55 24	5 7 A	5 4	9 30 42	3 42 20
	1283	23 Mai	1 59 22	2 8 46 21	14 45 B	14 36	2 35 49	1 27 3
	1388	25 Nov.	15 19 0	8 12 51 25	14 48 B	14 37	14 53 7	1 42 52
	1396	23 Nov.	3 33 17	8 10 24 4	9 49 A	9 41	4 5 1	3 9 17
	1518	25 Mai	13 40 18	2 13 15 41	7 19 A	7 14	13 26 57	3 29 16
	1526	23 Mai	6 10 9	2 11 10 52	12 33 B	12 24	6 40 56	2 24 31
Nouv. style *	1631	6 Déc.	16 34 24	8 14 56 31	14 43 B	14 32	16 8 40	1 45 5
	1639	4 Déc.	4 46 29	8 12 28 2	9 55 A	9 47	5 18 13	3 7 51
	1761	5 Juin	17 53 29	0 15 36 21	9 35 A	9 29	17 34 11	3 7 58
	1769	3 Juin	10 17 15	2 13 27 38	10 17 B	10 10	10 42 12	2 59 53
	1874	8 Déc.	17 45 45	8 17 1 33	14 40 B	14 29	17 16 9	1 46 18
	1882	6 Déc.	5 57 47	8 14 33 8	9 59 A	9 52	6 29 21	3 7 13
	2004	7 Juin	21 54 47	2 17 56 33	11 44 A	11 36	21 29 44	2 39 8
	2012	5 Juin	14 25 59	2 15 47 43	7 59 B	7 54	14 44 57	3 23 48
	2117	10 Déc.	18 54 39	8 19 6 32	14 34 B	14 23	18 28 23	1 48 45
	2125	8 Déc.	7 5 21	8 16 38 10	10 4 A	9 57	7 36 27	3 6 23
	2247	11 Juin	2 8 35	2 20 17 10	13 58 A	13 49	1 37 36	1 52 51
	2255	8 Juin	18 37 50	2 18 8 9	5 51 B	5 47	18 50 59	3 39 2
	2360	12 Déc.	19 58 0	8 21 11 32	14 27 B	14 17	19 31 40	1 51 54
	2368	10 Déc.	8 5 22	8 18 42 53	10 13 A	10 4	8 36 43	3 4 47
*	2490	12 Juin	6 22 53	2 22 37 43	16 15 A	16 4	5 45 44	....
	2498	9 Juin	22 55 28	2 20 28 46	3 36 B	3 34	23 2 41	3 44 9
	2603	15 Déc.	21 0 28	8 23 16 14	14 21 B	14 10	20 33 33	1 54 58
	2611	13 Déc.	8 54 30	8 20 47 23	10 23 A	10 15	9 26 3	3 3 30
*	2733	15 Juin	10 41 11	2 24 58 21	18 27 A	18 15	9 58 17	....
	2741	13 Juin	3 10 45	2 22 49 12	1 24 B	1 23	3 12 5	3 54 22
	2846	16 Déc.	21 55 57	8 25 20 57	14 13 B	14 2	21 28 54	1 55 31
	2854	14 Déc.	10 2 42	8 22 52 44	12 3 A	11 54	10 37 37	2 40 59
	2984	14 Juin	7 35 50	2 25 9 54	0 52 A	0 51	7 28 13	3 56 8

Pour calculer les phaſes d'un *paſſage* de mercure ou de vénus, vu du centre de la terre, lorſqu'on connoît l'heure de la conjonction en *V*, *fig.* 100, & la latitude pour ce tems-là, le procédé eſt le même que pour les éclipſes de lune. On cherche le mouvement horaire relatif ſur l'orbite composée, vu de la terre, l'inclinaiſon de l'orbite relative, égale à l'angle *MNC*, la plus courte diſtance *CM*, & le côté *MV* qui, converti en tems, donne le milieu du *paſſage* en *M*. Dans le triangle *CME*, on connoît *CE* égal au demi-diamètre du ſoleil, ſi l'on veut avoir l'entrée du centre de vénus, égal à la ſomme ou à la différence des demi-diamètres de ſoleil & de vénus, ſi l'on veut avoir un contact extérieur ou intérieur. Avec *CE* & la plus courte diſtance *CM*, on trouvera le côté *ME* : le tems correſpondant ſera la demi-durée du *paſſage* qui fera trouver l'entrée & la ſortie, ou le commencement & la fin.

L'inégalité du mouvement de mercure doit auſſi entrer dans le calcul, ſi l'on veut être aſſuré du réſultat, à quelqnes ſecondes près : dans le *paſſage* de 1756, le mouvement héliocentrique de mercure ſur ſon orbite relative, dans la première demi-durée du *paſſage*, étoit de 34′ 21″, 1.; & dans la ſeconde demi-durée, il étoit de 34′ 26″, 07, c'eſt-à-dire, plus grand, en tems égal de 4″, 89. La moitié de cette inégalité vaut 11″ $\frac{1}{2}$ de tems, dont le vrai milieu du *paſſage* eſt différent du milieu pris entre l'entrée & la ſortie, obſervées en *E* & en *S*, en ſorte que la ſeconde demi-durée, à compter du point *M*, étoit plus courte de 23″ que la première demi-durée *EM*.

On peut abréger le calcul, en ſe ſervant des mouvemens héliocentriques : ſoit *ASB* le ſoleil, *fig.* 101. *T* la terre, *CD* une portion de l'orbite de mercure, parcourue pendant la durée du paſſage, l'angle *CSV* eſt celui ſous lequel paroît, vu du ſoleil, le demi-diamètre de la ſection du cône *ATB*; on emploie cette quantité pour former le rayon *CD*, *fig.* 100, & calculant l'orbite *ES*, vue du ſoleil, on trouve l'entrée & la ſortie de mercure pour cette ſection du cône *ATB*, qui ſont les mêmes que l'entrée & la ſortie, vue de la terre, pour le diſque du ſoleil. Lorſqu'on a calculé le *paſſage* pour le centre de la terre, il faut avoir l'effet de la parallaxe pour chaque endroit & pour chaque inſtant; c'eſt-là le plus difficile de ces ſortes de calculs : quand on ne veut l'avoir qu'à-peu-près, il ſuffit d'une opération graphique fort courte & fort commode, que j'ai expliquée dans mon *Aſtronomie* ; mais quand on veut calculer des obſervations exactes, & en tirer des conſéquences pour la parallaxe du ſoleil, on ne ſauroit y mettre trop de ſoin : je vais donner une idée de la méthode ; je prendrai pour exemple le *paſſage* de vénus obſervé en 1769; & je ſuppoſerai dans la *fig.* 102, qu'on calcule un des cas où l'entrée de vénus ſe faiſoit le ſoir, dans un pays ſeptentrional; mais j'aurai ſoin de marquer les exceptions pour les autres cas; elles ſont indiquées dans les figures 103 & ſuivantes.

La circonférence du diſque ſolaire eſt repréſentée par *SOG*, *fig.* 102, le centre du ſoleil eſt en *C*, la ligne *NMV* eſt l'orbite relative de vénus, vue du centre de la terre; *ZVDA* eſt le vertical de vénus; *CE* une ligne parallèle à *ZV*, & tirée par le centre du ſoleil; *CM* la plus courte diſtance des centres ou la perpendiculaire à l'orbite relative de vénus; *PFC* une petite portion du cercle de déclinaiſon qui paſſe par le ſoleil, ou plus exactement une ligne parallèle à l'arc de cercle de déclinaiſon qui paſſeroit par le vrai lieu *V* de vénus; le point où ſe trouve vénus ſur ſon orbite, dans le moment du contact intérieur des bords, étant ſuppoſé en *V*, ſon lieu apparent ſera en *D* dans le vertical *ZVD*; la diſtance apparente *CD* au centre du ſoleil, eſt de 15′ 15″, différence des demi-diamètres du ſoleil & de vénus; la diſtance vraie *CV* eſt ce qu'il s'agit principalement de trouver, pour avoir l'effet de la parallaxe au moment de ce contact.

On ſuppoſe dans les premiers calculs qu'on connoiſſe, du moins à-peu-près, le milieu du *paſſage* en *M*, & la plus courte diſtance *CM*; nous ſavons actuellement que le milieu eſt arrivé le 3 juin 1769 à 10 heures 35′ 40″ au méridien de Paris, & que la perpendiculaire *CM* étoit de 10′ 8″ : on connoît le tems de l'obſervation; on le réduit au méridien de Paris, & l'on a l'intervalle de tems qui répond à *VM*: on le convertit en degrés, à raiſon de 4′ 0″ 115 par heure, & l'on a le côté *MV*. On dit alors *CM* : *MV* : : 1 : tang. *MCV*, & coſinus *MCV* : *CM* : : : *CV*, c'eſt la vraie diſtance de vénus au centre du ſoleil pour le moment de l'obſervation, trouvée à-peu-près, & ſeulement pour les opérations préliminaires.

L'angle *MCF*, formé par la perpendiculaire *CM* à l'orbite, & par le cercle de déclinaiſon qui paſſe par vénus, eſt la ſomme de l'inclinaiſon de l'orbite relative, 8^d 28′ 59″, & de l'angle de poſition qui, à 7 heures 30′, étoit de 7^d 1′ 34″ pour le centre de vénus. Cette ſomme qui donne l'angle *MCF*, ſe retranche de l'angle *MCV*, quand il s'agit de l'entrée de vénus, on les ajoute pour la ſortie. Ce ſeroit le contraire pour le *paſſage* de 1761, où vénus s'éloignoit du ſoleil par ſon mouvement en déclinaiſon, parce qu'elle étoit au midi du ſoleil & qu'elle alloit vers le midi. Cette règle eſt générale pour les pays ſeptentrionaux ou méridionaux pour le matin & pour le ſoir : elle donne l'angle *VCF* du cercle de déclinaiſon, & du rayon mené par le vrai lieu de vénus.

Quand on a, par cette opération l'angle *VCF*, on multiplie la diſtance vraie *CV* par le coſinus de cet angle, & l'on a la différence de déclinaiſon *CF* entre vénus & le ſoleil; on l'ajoute à la déclinaiſon du ſoleil, parce que vénus étoit en 1769, au nord du ſoleil, & l'on a la déclinaiſon vraie de

vénus : elle étoit à 7 heures 30′ de 22^d 38′ 50″, & à 13 heures 30′ de 22^d 34′ 7″ ; quelques secondes ne font ici d'aucune importance, par 10″ ne font pas ordinairement un millieme de secondes sur la parallaxe de hauteur.

On multiplie aussi le rayon *C V* par le sinus de l'angle *V C F*; on divise le produit ou la valeur de *V F* par le cosinus de la déclinaison de vénus, pour la réduire à l'équateur ; & l'on a la différence d'ascension droite entre vénus & le soleil, qu'on ôte de l'angle horaire du soleil ou de sa distance au méridien comptée en degrés, si la sortie arrive le matin ou l'entrée le soir ; & qu'on ajoute dans les autres cas. Cette différence étoit pour 7 heures ½ de 10′ 4″, & elle augmentoit en 6 heures de 25′ 9″ ; on a par cette opération l'angle horaire de vénus, ou sa vraie distance au méridien.

Par le moyen de la déclinaison de vénus & de son angle horaire, on calcule sa hauteur vraie & l'angle du vertical avec le cercle de déclinaison ou l'angle *E C F*, la parallaxe horizontale de vénus seule 29″ 4 multipliée par le cosinus de sa hauteur vraie, donne la parallaxe de hauteur qu'il faut ôter de la hauteur vraie pour avoir la hauteur apparente de vénus, de laquelle dépend la parallaxe.

La différence des parallaxes de vénus & du soleil 21″ 052 multipliée par le cosinus de la hauteur apparente de vénus, donne la différence des parallaxes de hauteur, ou la petite ligne *V D*. Cette opération est aussi rigoureuse que si l'on calculoit séparément la parallaxe du soleil en hauteur, & celle de vénus, pour en prendre la différence ; puisque l'une & l'autre dépendent de la hauteur apparente du point *D* du disque solaire où se trouve le centre de vénus.

L'angle parallactique *E C F* & l'angle *F C V* employés ci-dessus, s'ajoutent pour les pays septentrionaux, si c'est l'entrée qui arrive le matin, ou la sortie le soir. Dans les deux autres cas, on prend leur différence, & l'on a l'angle *E C V* ou *C V D*. Dans les pays méridionaux, comme l'île de Taïti, c'est le contraire. Dans le passage de 1761, c'étoit aussi le contraire, parce que vénus étoit au midi du soleil.

Pour 1769, où vénus étoit au nord du soleil, on juge que l'entrée & la sortie de vénus se sont faites au-dessus du centre, lorsque l'angle *E C V* étoit aigu pour les pays septentrionaux, ou obtus pour les pays méridionaux. C'est le contraire pour le *passage* de 1761.

Lorsque vénus est au-dessous du diamètre horizontal *C G* du soleil, la parallaxe fait paroître l'entrée plus tard, & la sortie plutôt qu'on ne la verroit du centre de la terre ; mais si le lieu apparent *D* étoit au-dessous du diamètre horizontal, & le lieu vrai *V* au-dessus & de la même quantité, l'effet de la parallaxe seroit totalement nul. L'observation de la sortie à la baie d'Hudson & de Californie, sont les seules en 1769 où j'aie trouvé l'angle *E C V* obtus ; & la sortie y a paru plutôt en vertu de la parallaxe.

Dans le triangle *C V D* l'on connoît *C D*, *D V*, & l'angle *V* : on fait cette proportion *C D* : sin. *V* : : *D V* : sin. *C D V*. On cherche ce petit angle avec la précision des dixièmes de secondes, ou même des centièmes : on l'ajoute à l'angle *C V D* ou à son supplément, si vénus est plus élevée que le centre du soleil ; & l'on a l'angle *C D V* ou son supplément. Si, par l'addition de ces deux angles, qui tous deux sont nécessairement moindres que 90^d, on trouvoit une somme plus grande que 90^d, on en prendroit le supplément ; ce seroit seulement une preuve que le point *V* seroit au-dessus du diamètre horizontal, & le point *D* au-dessous.

Il ne reste plus que cette proportion à faire : sin. *C V D* : *C D* : ; sin. *C D V* : *C V*. C'est la distance vraie qui répond à l'observation : elle doit être calculée avec la précision des millièmes de secondes ; car une seule seconde sur la valeur de *C V*, produit 19″ 8 sur le tems ; en sorte qu'un centième de seconde feroit deux dixièmes de secondes sur le tems que l'on cherche.

Connoissant *C M* & *C V*, on trouve *M V* : la méthode la plus facile consiste à prendre la demi-somme des logarithmes de la somme & de la différence de *C M* & de *M V*, on a le logarithme de *M V*, on le convertit en tems, & l'on a la vraie distance de vénus au milieu du *passage*, pour le moment de l'observation, on la réduit en heures, minutes, secondes & dixièmes de secondes. Cet intervalle de tems est la distance au milieu pour le lieu de l'observation, la distance au milieu pour le centre de la terre, se trouve par une opération semblable avec *C M* & *C X* qui est égale à *C D*, c'est-à-dire, la différence ou la somme des demi-diamètres ; car le vrai contact de vénus, vu du centre de la terre, a lieu quand vénus arrive au point *X* de son orbite. Cette distance *M X* en tems, est de 2 heures 50′ 54″, quand on suppose *C M* de 10′ 8″ ; & en diminuant *C M* d'une seconde, on augmente le tems de 7″ 1 ; la valeur de *M X*, est l'effet de la parallaxe pour le lieu de l'observation. Si l'on trouve le tems par *M X*, vu du centre de la terre, plus grand que le tems par *M V* vu de la surface, c'est une preuve qu'il faut ajouter à la sortie observée, ou ôter de l'entrée, pour avoir le même contact réduit au centre de la terre.

Quand on a fait ces calculs quatre fois, c'est-à-dire, pour l'entrée & la sortie observées en deux lieux très-éloignés l'un de l'autre, on a quatre observations, ou deux durées du *passage*, réduites au centre de la terre. Si ces deux durées sont parfaitement égales, il est évident que la parallaxe qu'on a supposée pour faire ces réductions de la durée apparente à la durée véritable, satisfait exactement aux quatre observations ; cette parallaxe est trouvée par-là-même, autant que les deux durées la peuvent donner. Le grand nombre

d'observations que j'ai calculées par cette méthode, m'a donné 8″ 55, comme on le peut voir dans les *Mémoires de l'académie*, 1771, & dans le quatrième volume de mon *Astronomie*. M. Lexell, qui s'en est occupé comme moi avec beaucoup de soin, a trouvé 8″ 63; ainsi, l'on ne peut s'écarter beaucoup de la vérité, en supposant la parallaxe moyenne du soleil de 8″ 6. Elle varie de l'hiver à l'été de trois dixièmes de seconde, mais c'est ici celle qui convient à la moyenne distance du soleil, ou le premier avril & le premier octobre. M. Pingré & le Père Hell portent cette parallaxe jusqu'à 8″ 8, mais je crois être bien fondé à ne supposer la parallaxe du soleil que 8″ 6: c'est ainsi que je l'ai employée dans les calculs de distances que l'on trouvera au *mot* PLANETE.

Le contact de vénus avec le bord du soleil, est accompagné d'un phénomène assez remarquable, & qui rend cette observation très-exacte: on voit un point noir ou une espèce de ligament noir alongé, qui unit en un instant les deux bords de vénus & du soleil, lors même que leurs circonférences paroissoient encore séparées. Il me semble que cela vient de l'irradiation qui environne le bord du soleil, & qui disparoît nécessoirement dans un point, aussi-tôt que les bords réels se touchent; en effet, l'expansion de lumière ne sauroit avoir lieu, quand la cause primitive de cette lumière, c'est-à-dire, le bord effectif du soleil ne nous envoie plus de rayons: il doit y avoir dans cette partie du bord apparent du soleil, une cessation & une interruption, qui n'a pas lieu dans les parties voisines du point de contact; c'est pourquoi il paroît dans ce point-là une gibbosité ou un ligament noir, que plusieurs observateurs ont remarqué, comme je l'ai dit plus au long dans les *Mémoires de l'acad. pour* 1769. En conséquence de cette explication, j'ai diminué le diamètre du soleil dans les calculs importans du diamètre réel & de la masse du soleil.

Le lieu du nœud de vénus est une conclusion importante que l'on tire naturellement & exactement de l'observation du passage. En effet, lorsqu'on a la plus courte distance *CM*, *fig.* 100), & l'inclinaison *N* égale à *MCV* de l'orbite relative de vénus sur l'écliptique, il est aisé, par la résolution du triangle rectiligne *MCV*, de trouver la latitude *CV* au moment de la conjonction: cette latitude géocentrique observée, étant réduite au soleil par le rapport des distances de vénus à la terre & au soleil, on a latitude héliocentrique: cette latitude, avec l'angle de l'inclinaison vraie de l'orbite 3^d 23′ 20″, donnera, par la résolution d'un triangle, l'arc de l'écliptique compris entre le point *C* de la conjonction & le nœud *N* de vénus. C'est ainsi que j'ai déterminé, avec une très-grande précision, le mouvement des nœuds de mercure & de vénus. *Voyez* NŒUDS. (*D. L.*)

PASSAGE *au méridien*, *culmination*, tems où un astre est le plus élevé, & à distances égales de l'orient & de l'occident. Les Astronomes observent ou calculent sans cesse les passages des astres au méridien; pour déterminer leurs ascensions droites, & c'est le fondement de toute l'astronomie. On se sert pour cet effet, ou d'un quart de cercle mural, ou d'une lunette méridienne, appellée aussi *instrument des passages*.

Quand on n'a aucun de ces deux instrumens, ou que l'on n'est pas assuré de l'exactitude de leur position, l'on emploie les *hauteurs correspondantes*, qui étant corrigées par l'équation des hauteurs, s'il s'agit du soleil ou d'une planète, donnent le moment du passage au méridien.

On calcule aussi continuellement le passage des astres par le méridien, lorsqu'on connoît leur ascension droite & celle du soleil. Si un astre a 30^d d'ascension droite de plus que le soleil, il doit passer au méridien à deux heures précises; mais c'est au moment que l'astre est dans le méridien, qu'il faut que la différence soit de 30^d: ainsi, quand on ne sait pas à-peu-près l'heure où il doit passer, en commence par une supposition; on prend la différence des ascensions droites de l'astre & du soleil pour ce jour-là à midi; on la convertit en tems, à raison de 15^d par heure, & l'on a à-peu-près le passage. On calcule de nouveau la différence des ascensions droites pour l'heure trouvée; on la convertit en tems, & l'on a plus exactement le *passage* cherché.

Exemple. Le 22 avril, jour auquel l'on a 30^d ou 2^h de temps pour l'ascension droite du soleil à midi. Je suppose que l'ascension droite de la lune ait été trouvée par le calcul de 14^h 0′ à midi, j'en ôte le complément de 24^h, que l'on appelle *distance de l'équinoxe au soleil*, je trouve 12^h pour la différence d'ascension droite à midi: ce seroit aussi l'heure du passage de la lune au méridien, si cette différence devoit persévérer invariablement depuis midi jusqu'au temps du passage; mais, comme la lune avance d'une heure par jour en ascension droite plus ou moins (je supposerai une heure juste pour la facilité du calcul.) Il s'ensuit qu'à 12^h 0′ la différence d'ascension droite en temps, au lieu d'être 12^h 0′ comme elle l'étoit à midi, sera devenue 12^h 30′; ainsi, 12^h 30′ indiquent plus exactement l'heure du passage; c'est donc à 12^h 30′ qu'il faut avoir la différence d'ascension droite, & non pas à 12^h, mais en 30′ de tems la différence d'ascension droite augmente encore de 1′ 15″, donc 12^h 31′ 15″ sera la différence d'ascension droite à 12^h 30′, & par conséquent l'heure du passage à très-peu de chose près. Si l'on cherche encore le mouvement par 1′ 15″, on trouvera 3″; ainsi, la différence d'ascension droite sera 12^h 31′ 18″ à 12^h 31′ 15″ de temps, qui approche extrêmement de l'heure du passage; donc le temps vrai du passage de la lune au méridien dans ce cas-là, sera exactement 12^h 31′ 18″. Les corrections que nous avons successivement employées, forment une progression géométrique descendante

descendante à l'infini ; mais on y supplée au moyen d'une table que j'ai donnée dans la *Connoissance des temps de* 1782. Comme l'on n'a jamais besoin d'une si grande précision pour le passage des astres au méridien, qu'on met dans les Ephémérides, on se contente d'ajouter l'ascension droite de l'astre en temps, avec la distance de l'équinoxe au soleil ou le passage du premier point du bélier par le méridien ; il n'y a que la lune qui ait besoin d'une correction.

PASSAGES, *instrument des passages*, *lunette méridienne*, est une lunette qui tourne sur un axe, & qui sert à observer les ascensions droites des astres par le moyen de leurs passages au méridien. Elle peut servir aussi pour régler les pendules, en observant l'instant auquel le soleil passe au méridien. Roemer fut le premier qui, en 1689, fit construire à Copenhague un pareil instrument. Louville & Halley s'en servirent pour observer les *passages* des planètes & des étoiles fixes par le méridien ; mais il y manquoit dans ce tems-là beaucoup de choses ; l'on peut dire que ce n'est que depuis 1735 que Short a donné à cet instrument une entière perfection. M. le Monnier en a donné la description dans son *Histoire céleste*, en 1741.

L'instrument des passages, *fig.* 212, des planches d'astronomie, est composé principalement d'une lunette *a b* fixée à angles droits sur un axe horizontal *A D* très-solide, avec lequel elle tourne dans le plan du méridien, & quelquefois d'un autre axe vertical *O G*, sur lequel les supports du premier sont solidement adaptés. Ainsi, l'on voit qu'au moyen de ces deux axes, on peut observer les astres dans toutes sortes de verticaux & à toutes sortes de hauteurs ; mais, comme c'est leur *passage* par le méridien qui est le plus important, on renonce souvent au mouvement.

La *fig.* 213 représente séparément la lunette *AB*, d'environ 2 piés, dont le tuyau cylindrique entre exactement & peut tourner en même-tems dans un autre cylindre creux *a b*, perpendiculaire à l'axe *MN*. Toutes ces pièces sont de cuivre bien écroui, principalement les deux cônes tronqués *G H I K*, *E F O L*, que l'on a fait creux en-dedans, afin de les rendre plus légers. Les extrémités cylindriques de cet axe sont solides & d'une matière dure qui peut exactement s'arrondir au tour. C'est de la perfection à laquelle on peut parvenir en travaillant ces deux pivots cylindriques de l'axe, que dépend toute la justesse de l'instrument. Au foyer commun *X* de l'objectif & de l'oculaire, est placé le réticule, *n.os* 2 & 6, ce qui se pratique par le moyen d'un petit tube, *n.°* 3, que l'on fait entrer dans le tuyau de la lunette, où il demeure arrêté lorsque le réticule est parvenu en *X*, c'est-à-dire, au foyer du verre objectif. Ce petit tube est construit de manière que la pièce qui porte le réticule, & dont le *n.°* 5 représente le profil, puisse couler librement à droite ou à gauche : mais, comme il est nécessaire d'assujettir cette pièce afin de centrer la lunette, on se sert, pour cet effet d'une vis, dont la tête en forme de chappe, est retenu par un trou cylindrique pratiquée en *Z*, au tuyau de la lunette. Cette chappe est recouverte d'une platine percée d'un petit trou par où l'on introduit la clé ou tourne-vis quarré *V*, n.° 4. Comme cette vis ainsi contretenue, ne peut avancer ni reculer son écrou, & par conséquent le réticule dont l'écrou fait partie, doit se mouvoir toutes les fois que l'on tournera la clé. De cette manière le réticule a la liberté de parcourir tout l'espace ombré que l'on apperçoit dans le *n.°* 2, c'est-à-dire, l'espace que lui laisse l'épaisseur de l'anneau applati, qui est soudé à l'extrémité du petit tube, *n.°* 3. Comme il est nécessaire qu'il y ait au foyer de la lunette au moins deux fils qui soient arrêtés, l'un dans une situation verticale, & l'autre dans une situation horizontale, on voit d'abord qu'il est facile d'y parvenir en tournant la lunette *A B* dans le cylindre creux *a b*, jusqu'à ce qu'un même objet, que je suppose que l'on appercevra à l'horizon sous le filet vertical, paroisse suivre exactement ce filet lorsqu'on roulera peu-à-peu la lunette autour de son axe horizontal *M N* : on arrêtera pour lors cette lunette dans le cylindre creux *a b*, par le moyen de deux viroles ou anneaux brisés *C C*, *D D*, qui, faisant ressort, peuvent s'ouvrir ou se resserrer à volonté chacun par le moyen d'une petite vis. Il faut aussi remarquer que ce cylindre creux *a b* est fendu vers ses extrémités en deux endroits diamétralement opposés ; de sorte qu'on le resserre peu-à-peu à mesure qu'on tourne la petite vis de chaque anneau *C C*, *D D*. Du côté de l'objectif, on a pratiqué à l'extrémité du tuyau, la coulisse *g g*, où l'on fait entrer l'extrémité de la pièce, *R*, *n.°* 7, laquelle sert à éclairer par réflexion, les fils de la lunette pendant la nuit. On a renversé la *fig.* 213, afin de la faire voir par-dessous, & que par conséquent on y puisse mieux distinguer toutes les parties de la lunette, comme aussi la manière dont le demi-cercle de la *fig.* 212 y est attaché. Ce demi-cercle, qui sert à pointer la lunette, en plein jour, aux planètes & aux étoiles fixes dont la hauteur est connue, n'est représenté, dans cette figure 213, que par son épaisseur ou comme une simple règle de cuivre attaché avec deux vis de part & d'autre proche les deux viroles *C C*, *D D*.

Il nous reste maintenant à expliquer comment on place cet instrument, en sorte que son axe soit horizontal, & que sa lunette puisse rouler dans un plan vertical ou perpendiculaire à l'horizon, & comment on peut le faire mouvoir successivement dans tous les azimuths, sans que son axe & sa lunette souffrent aucune inclinaison.

La *figure* 212, représente l'instrument en entier, attaché avec quatre vis contre l'appui d'une fenêtre destinée aux observations que l'on fait chaque

jour du passage des astres par le méridien. Il est beaucoup plus avantageux, principalement lorsqu'on veut observer dans les verticaux, d'attacher cet instrument à une barre de fer verticale terminée par trois empatemens soudés en plomb sur un plancher voûté ou sur une terrasse; mais, de quelque manière qu'il soit arrêté, soit contre une pièce de bois, soit contre un mur, on peut toujours s'en servir, en le vérifiant à chaque observation, si c'est en plein jour, ou bien en prenant les passages des étoiles voisines de la lune ou des autres planètes que l'on observera pendant la nuit. On apperçoit dans la *figure* 212, la manière dont l'axe *A D* est placé sur les deux coussinets qui sont à l'extrémité supérieure des deux montans *A B*, *C D*, attachés à une même pièce de laiton *B C*. L'arbre de fer *E O G* est aussi attaché à angles droits à la pièce *B C*; ainsi, les quatre pièces *A B*, *B C*, *E O G*, *C D*, ne forment qu'un même corps solide supporté en *G* par la pièce *O P Q a b c d*, & retenu par le collet *K I L*. Les deux montans *A B*, *C D*, sont inclinés vers l'œil de l'observateur, en sorte qu'ils s'écartent d'environ 30.° de la ligne verticale, ce qui fait qu'on peut observer tous les passages des astres depuis l'horizon jusqu'au zénit.

L'axe *A D* doit toujours être dans une situation parfaitement horizontale; l'on y parvient au moyen d'un des coussinets qui peut hausser ou baisser autant qu'il est nécessaire, ce que l'on détermine par le secours d'un niveau d'esprit-de-vin à bulle d'air, suspendu librement sur les tourillons qui sont aux deux extrémités de l'axe. Le *n.*° 9 représente la construction particulière du coussinet mobile, sur lequel on voit le bout de l'axe *t t*. L'écrou *x* est immobile, le mouvement de la vis, qui a la liberté de hausser ou de baisser, fait monter ou descendre le coussinet entier *a b c d y*. Il y a à l'extrémité supérieure du montant *W* une rainure pratiquée de façon que la pièce *a b y c d* puisse y glisser exactement.

Le niveau à esprit-de-vin, enchâssé de la manière qui est représentée, *n.*° 13, se peut mettre parallèle à l'axe horizontal par le moyen de la vis *R T*; mais cela n'est pas absolument nécessaire d'abord, on saura bien le reconnoître, en mettant l'axe parfaitement horizontal par la pratique suivante. Il faut premièrement mettre le niveau sur les tourillons de cet axe, comme dans la *figure* 112, & hausser ou baisser le coussinet mobile jusqu'à ce que les extrémités *ab* de la bulle d'air du niveau répondent à des traits déliés marqués sur le tuyau; ensuite on changera le niveau bout par bout, en sorte que celui des crochets qui portoit, par exemple, à droite sur l'un des tourillons de l'axe, soit pour lors à gauche sur l'autre tourillon; si alors la bulle d'air revient au même endroit du tuyau marqué par l'*index*, l'on sera assuré que l'axe est parfaitement horizontal; si elle n'y revient pas, on haussera ou baissera le coussinet mobile, jusqu'à ce que la bulle d'air ait parcouru la moitié de l'espace compris entre les différens points où elle s'étoit arrêtée sur le tuyau dans les deux positions différentes pendant la vérification, & alors l'instrument sera rectifié quant à la position de l'axe horizontal. La raison de cette methode de vérification que nous venons de donner, est trop évidente pour qu'il soit nécessaire de s'y arrêter: cependant Smith, dans son *traité d'Optique*, en donne une longue démonstration; mais il est clair, 1.° qu'un niveau à bulle d'air, qui ne seroit pas monté de façon que la bulle fût au milieu lorsqu'il seroit sur un plan horizontal, auroit toujours cette propriété que la bulle s'arrêteroit au même point lorsque ce niveau seroit sur ce plan, & par conséquent qu'en retournant bout par bout le niveau sur l'axe des tourillons, & observant si la bulle revient au même point, on est sûr de reconnoître si cet axe est horizontal; car cette pratique revient à retourner le niveau sur un plan horizontal; 2.° qu'en supposant le tube qui contient l'esprit-de-vin courbé, quoique fort peu, en portion de cercle (ce que l'on pratique ordinairement), le milieu de la distance entre le point le plus haut & le point le plus bas où se trouve la bulle dans les différentes positions du niveau, est celui où elle doit s'arrêter lorsque l'axe sera horizontal.

Quand l'axe *A D* de rotation, *fig.* 212, est une fois horizontal, il est sûr que l'axe de la lunette parcourt un cercle vertical, si ces deux axes sont exactement perpendiculaires l'un à l'autre; autrement la lunette ne décriroit plus un grand cercle de la sphère; mais on s'en assure en retournant la lunette & mettant sur le coussinet de la droite le pivot qui étoit à gauche; si le même objet terrestre paroît dans les deux cas au même point de la lunette, on est assuré qu'elle est perpendiculaire à l'axe.

Nous avons déja expliqué la manière dont on peut faire mouvoir le réticule qui est au foyer de la lunette, c'est pourquoi lorsqu'il y aura quelque erreur, c'est-à-dire, lorsque ces deux axes seront inclinés l'un à l'autre, l'on corrigera cette erreur en faisant mouvoir le réticule de la moitié de la différence observée dans la lunette pointée à l'horizon, avant & après le retournement que je suppose que l'on aura fait. Si, par exemple, l'instrument étant dans sa situation ordinaire & sa lunette pointée au midi, l'axe de cette lunette est incliné à l'orient: en retournant bout pour bout les extrémités de l'axe de rotation, de manière que celui qui porte sur le coussinet de la droite, se trouve à la place de celui qui étoit à gauche, l'axe de la lunette paroîtra pour lors incliné vers l'occident; ce qui fera connoître par conséquent le double de l'erreur qui lui convient: en un mot, l'axe de rotation & l'axe de la lunette seront exactement à angles droits, lorsqu'avant & après le retournement, le

fil de la lunette paroîtra répondre au même objet de l'horizon.

Il n'est pas moins évident que cet instrument doit parcourir les verticaux; si l'on met l'arbre *E O G* dans une situation verticale; mais il faut faire en sorte que cet arbre soit bien rond vers ses deux extrémités, c'est-à-dire, à son collet & à sa pointe; car, supposons qu'il soit dirigé vers quelque objet à l'horizon; par exemple, à celui que l'on aura reconnu dans le méridien du côté du sud, en faisant parcourir à la pièce *ABGCD* un demi-cercle, en sorte que de la lunette pointée du côté du nord, on reconnoîtra facilement si l'arbre ne panche pas du côté de l'orient ou du côté de l'occident, puisque, dans ce mouvement, le niveau qui est resté suspendu sur les tourillons, fera connoître le double de l'erreur ou de l'inclination de l'arbre *E G*; c'est pourquoi faisant mouvoir les vis *HM*, *n.*° 11, c'est-à-dire, on fera glisser la pièce βθδζ, & changer peu-à-peu la situation de l'arbre, jusqu'à ce qu'il ne panche plus à l'orient ni à l'occident. L'on voit encore, dans cette même *figure*, *n.*° 11, une autre vis μ qui sert à avancer la pièce λ afin de retrécir le trou cylindrique de la pièce βθδζ par où passe l'arbre vertical, qui ne porte par conséquent qu'en trois endroits de ce trou cylindrique.

Lorsqu'on est une fois assuré que l'arbre vertical n'incline plus à l'orient ou à l'occident, il faut aussi s'assurer s'il ne panche pas vers le septentrion ou vers le midi, ce qui se pratique en dirigeant successivement la lunette à l'orient & à l'occident: car si la bulle d'air du niveau paroît changer de position, on corrige l'erreur ou l'inclinaison, de l'arbre, en faisant parcourir à cette bulle la moitié de l'espace ou de la différence observée, puisqu'en tournant la vis, *fig.* 221, on peut reculer ou avancer la pièce *G*, & par conséquent rectifier l'inclinaison de l'arbre *E O G.* Cette pièce *G* se voit dans un plus grand détail, *n.*° 12, où la vis *M* étant contenue fait mouvoir lorsqu'on la tourne, son écrou, & par conséquent la pièce γ qui soutient la partie inférieure de l'arbre vertical.

Si, après toutes ces vérifications, l'on fait enfin parcourir à la lunette le tour de l'horizon, & que la bulle d'air du niveau paroisse fixe, c'est-à-dire, précisément au même endroit du tube, l'arbre vertical, de même que l'axe horizontal, n'auront pour lors aucune inclinaison: c'est pourquoi l'instrument étant en cet état, si l'on élève la lunette de plusieurs degrés au-dessus de l'horizon, & que, par le moyen de quelque vis, on l'arrête immobile à cette hauteur, tous les astres qui passeront par le fil horizontal du côté de l'orient, seront précisément à même hauteur lorsqu'ils paroîtront passer au même endroit du fil du côté de l'occident; l'on pourra prendre ainsi des hauteurs correspondantes, qui donneront à la pendule l'heure du vrai *passage* au méridien, & par conséquent leurs différences en ascension droite, ce que l'on pourra vérifier un grand nombre de fois par rapport aux étoiles fixes. Il suffit d'observer un astre, dont la déclinaison est septentrionale, deux heures avant & après son *passage* au méridien pour en déduire le tems de son arrivée au plan de ce cercle; ainsi, ayant une fois la différence en ascension droite de deux étoiles fixes éloignées d'environ soixante degrés ou quatre heures, si l'on observe encore la première de ces deux étoiles à l'orient & à l'occident, pour connoître l'heure vraie de son *passage* au méridien, l'on en déduira fort exactement l'heure à laquelle la seconde étoile doit passer au méridien le même jour, & par ce moyen l'on fixera dans ce plan la lunette de l'instrument des *passages.* On fixe cette lunette dans le plan du méridien en serrant les vis *Z* & *Y*, *fig.* 212 de la pièce *XTQ*; car l'instrument ne sauroit alors parcourir les azimuts, ni s'écarter du midi à l'orient ou à l'occident, à moins qu'on ne tourne peu-à-peu les vis *RS*. Quand donc on aura arrêté cette lunette dans le plan du méridien, & qu'on aura reconnu le point de l'horizon qui lui répond, s'il arrivoit quelques changemens à la direction de l'instrument, causés par le chaud ou le froid, ou par le mouvement du mur contre lequel il est attaché; on pourra le rétablir facilement en dirigeant la lunette à l'horizon, & faisant mouvoir les vis *RS*, jusqu'à ce que l'objet reconnu pour être dans le méridien, paroisse coupé en deux également par le fil vertical qui est au centre de la lunette. Il faut bien remarquer qu'on ne doit serrer les vis *Z Y*, que lorsqu'on a presque entièrement interrompu le mouvement autour de l'arbre vertical par le moyen de la vis *N*. Il est encore nécessaire que ce même arbre soit arrondi à l'endroit du cylindre creux *X T*, & même il peut y être taillé tout autour en *X*, afin que l'extrémité cylindrique de la petite vis *X* y soit retenue, qu'elle soutienne la pièce *YXTZQ*, & l'empêche de retomber sur la branche horizontale *O P* à laquelle elle doit demeurer parallèle: le *n.*° 11 représente cette pièce plus en grand & avec tout le détail nécessaire. *Voyez* l'*optique de* Smith, l'*histoire céleste de* M. le Monnier & le second volume de l'astronomie de M. de Lalande.

PATIN, s. m. (*Hyd.*) ce sont des pièces de bois qu'on couche sur les pieux dans les fondations où le terrein n'est pas solide, & sur lesquels on assure les plates-formes, pour fonder dans l'eau.

PED

PEDOMÈTRE, *ou* COMPTE-PAS, s. m. (*Arpent.*) instrument de méchanique fait en forme de montre, composé de plusieurs roues qui s'engrainent l'une dans dans l'autre, & qui sont dans

un même plan, lesquelles, par le moyen d'une chaîne ou courroie, attachée au pié d'un homme ou à la roue d'un carrosse, avancent d'un cran à chaque pas ou tour de roue; de sorteque par le moyen de cet instrument, on peut savoir combien on a fait de pas, ou mesurer la distance d'un endroit à un autre. *Voyez* ODOMETRE. (*E*)

PÉGASE, (*Astron.*) ou *le cheval aîlé de Bellerophon.* Constellation boréale, qui contient 89 étoiles dans le Catalogue Britannique : elle est appellée *pegasus, equus ales, equus gorgonius, Bellerophon, sagmarius caballus, menalippe*, ou plutôt *melanippe*; en Arabe, *alpharès.* On attribue ordinairement à Bellerophon l'origine de cette constellation. Ce prince dompta la chimère, monté sur un cheval aîlé, qui est le symbole de la Renommée. Suivant Lucien, ce prince étoit un philosophe célèbre; le cheval aîlé représente la vivacité & l'étendue de son génie & de ses connoissances.

Nunc fruitur cœlo, quod pennis ante petebat,
Et nitidis stellis quinque decemque micat.
OVID. *fast. III*, 457.

Il est inutile de s'arrêter aux différentes explications qu'on a données de ces fables; j'observerai seulement que Pégase a reçu l'épithète de *Sagmarius* ou *Ephippiatus*, parce qu'anciennement on le peignoit avec une selle au lieu d'aîles. Son lever qui accompagne toujours celui du vaisseau, donna lieu, suivant M. Dupuis, à l'allégorie qui suppose que ce cheval fit jaillir une fontaine d'un coup de pied. (*D. L.*)

PELECOIDE, s. m. *en Géométrie*, se dit d'une figure en forme de hache, d'où vient la dénomination; car le mot grec est πελεκοειδὴς, qui vient de πέλεκυς, hache.

Telle est la *figure BCDA, Pl. de Géom. fig.* 45, contenue sous les deux quarts de cercle renversés *AB, AD*; & le demi-cercle *BCD.*

L'aire du *pélécoïde* est égale au quarré *AC*, & celui-ci au rectangle *EB*, ce qui se voit à l'œil; car le *pélécoïde* est égal au quarré *AC*, parce qu'il lui manque les deux segmens inférieurs *AB, AD*, lesquels segmens sont égaux aux deux segmens *BC, CD*, que le *pélécoïde* a de plus que le quarré dans sa partie supérieure; & le rectangle *BFED*, contient quatre triangles rectangles, comme *BAF*, dont chacun est le quart du quarré *BCDA.*

On peut trouver encore d'autres espaces circulaires quarrables. *Voyez* LUNULE. (*O*)

PEN

PENDULE, s. m. (*Méchanique*) est un corps pesant, suspendu de manière à pouvoir faire des vibrations, en allant & venant autour d'un point fixe par la force de la pesanteur. *Voyez* VIBRATION.

La pesanteur est l'unique cause des vibrations du *pendule.* Si le corps étoit absolument libre & abandonné à lui-même, il descendroit vers la terre par la force de sa gravité, autant qu'il lui seroit possible, mais étant attaché par un fil, il ne peut obéir qu'en partie à l'effort de sa gravité, & il est contraint de décrire un arc de cercle.

Les vibrations, c'est-à-dire, les descentes & les remontées alternatives du *pendule* s'appellent aussi *oscillations. Voyez* OSCILLATION.

Le point autour duquel le *pendule* fait ses vibrations, est appellé *centre de suspension* ou *de mouvement. Voyez* CENTRE. Une ligne droite qui passe par le centre parallèlement à l'horizon apparent, & perpendiculairement au plan dans lequel le *pendule* oscille, est appellé *axe d'oscillation. Voyez* AXE.

Galilée fut le premier qui imagina de suspendre un corps grave à un fil, & de mesurer le tems dans les observations astronomiques, & dans les expériences de physique par ses vibrations; à cet égard, on peut le regarder comme l'inventeur des *pendules.* Mais ce fut M. Huyghens, qui le fit servir le premier à la construction des horloges. Avant ce philosophe, les mesures du tems étoient très-fautives & très-pénibles; mais les horloges qu'il construisit avec des *pendules*, donnent une mesure du tems infiniment plus exacte que celle qu'on peut tirer du cours du soleil.

Les vibrations d'un *pendule* sont toutes sensiblement isochrones, c'est-à-dire, qu'elles se font dans des espaces de tems sensiblement égaux, pourvu que la distance initiale du *pendule* à la verticale soit très-petite. *Voyez* ISOCHRONE.

C'est ce qui fait que le *pendule* est le plus exact chronomètre, ou l'instrument le plus parfait pour la mesure du tems. *Voyez* TEMS & CHRONOMETRE.

C'est pour cela aussi qu'on propose les différentes longueurs du *pendule*, comme une mesure invariable & universelle des longueurs, pour les contrées & les siécles les plus éloignés. *Voyez* MESURE.

Ainsi, ayant une fois trouvé un *pendule* dont une vibration est précisément égale à une seconde de tems, prise sur le mouvement moyen du soleil, si le pié horaire (ainsi que M. Huyghens appelle la troisième partie de son *pendule* à seconde) comparé au pié qui sert, par exemple, d'étalon en Angleterre, est comme 392 à 360; il sera aisé, par le calcul, de réduire à ces piés toutes les autres mesures du monde; les longueurs des *pendules*, comptées du point de suspension jusqu'au centre de sa boule, étant les unes aux autres, comme les quarrés des tems pendant lesquels se font les différentes oscillations : elles sont donc réciproquement comme les quarrés des nombres d'oscillations qui se font dans le même tems.

C'eſt ſur ce principe que M. Mouton, chanoine de Lyon, a compoſé un traité *de menſura poſteris tranſmittenda*.

Peut être même ſeroit-il à ſouhaiter que tous les nations vouluſſent s'accorder à avoir une meſure commune, qui ſeroit, par exemple, celle du *pendule* à ſeconde; par-là on éviteroit l'embarras & la difficulté de réduire les unes aux autres les meſures des différentes nations; & ſi les anciens avoient ſuivi cette méthode, on connoîtroit plus exactement qu'on ne fait aujourd'hui les diverſes meſures dont ils ſe ſervoient.

Cependant quelques ſavans croient que cette méthode a des inconvéniens. Selon eux, pour réuſſir à la rendre univerſelle, il faudroit que la peſanteur fût la même à tous les points de la ſurface de la terre. En effet, la peſanteur étant la ſeule cauſe de l'oſcillation du *pendule*, & cette cauſe étant ſuppoſée reſter la même, il eſt certain que la longueur du *pendule* qui bat les ſecondes, devroit être invariable, puiſque la durée des vibrations dépend de cette longueur, & de la force avec laquelle les corps tombent vers la terre. Par conſéquent, la meſure qui en réſulte ſeroit univerſelle pour tous les pays & pour tous les tems; car nous n'avons aucune obſervation qui nous porte à croire que l'action de la gravité ſoit différente dans les mêmes lieux en différens tems.

Mais des obſervations inconteſtables ont fait connoître que l'action de la peſanteur eſt différente dans différens climats, & qu'il faut toujours alonger le *pendule* vers le pole, & le raccourcir vers l'équateur. Ainſi, on ne ſauroit eſpérer de meſure univerſelle que pour les pays ſitués dans une même latitude.

Comme la longueur du *pendule* qui bat les ſecondes à Paris, a été déterminée avec beaucoup d'exactitude, on pourroit y rapporter toutes les autres longueurs. Pour rendre la meſure univerſelle il faudroit avoir, par l'expérience, des tables des différences des longueurs du *pendule* qui battroit les ſecondes, dans les différentes latitudes. Mais il n'eſt nullement aiſé de déterminer ces longueurs par l'expérience avec la préciſion néceſſaire pour en bien connoître les différences, qui dépendent quelquefois de moins que d'un quart de ligne. Pour connoître la quantité de l'action de la peſanteur dans un certain lieu, il ne ſuffit pas d'avoir une horloge à *pendule*, qui batte les ſecondes avec juſteſſe dans ce lieu; car ce n'eſt pas la ſeule peſanteur qui meut le *pendule* d'une horloge; mais l'action du reſſort, & en général tout l'aſſemblage de la machine agit ſur lui, & ſe mêle à l'action de la gravité pour le mouvement. Il n'eſt queſtion que de trouver la quantité de l'action de la ſeule peſanteur; &, pour y parvenir, on ſe ſert d'un corps grave ſuſpendu à un fil, lequel étant tiré de ſon point de repos, fait les oſcillations dans de petits arcs de cercle, par la ſeule action de la peſanteur. Afin de ſavoir combien ce *pendule* fait d'oſcillations dans un tems donné, on ſe ſert d'une horloge à *pendule* bien réglée pour le tems moyen, & l'on compte le nombre d'oſcillations que le *pendule* d'expérience, c'eſt-à-dire, celui ſur qui la peſanteur agit, a fait, pendant que le *pendule* de l'horloge a battu un certain nombre de ſecondes. Les quarrés du nombre des oſcillations que le *pendule* de l'horloge & le *pendule* d'expérience font en un tems égal, donnent le rapport entre la longueur du *pendule* d'expérience, & celle du *pendule* ſimple qui feroit ſes oſcillations par la ſeule force de la peſanteur, & qui ſeroit iſochrone au *pendule* compoſé de l'horloge, & qui par conſéquent battroit les ſecondes dans la latitude où l'on fait l'expérience, & cette longueur eſt celle du *pendule* que l'on cherche. M. *Formey*.

Voilà un précis de ce que quelques ſavans ont penſé ſur cette meſure univerſelle tirée du *pendule*; on pourroit y répondre, qu'à la vérité la longueur du *pendule* n'eſt pas exactement la même dans tous les lieux de la terre; mais, outre que la différence en eſt aſſez petite, on ne peut diſconvenir, comme ils l'avouent eux-mêmes, que la longueur du *pendule* ne demeure toujours la même dans un même endroit; ainſi, les meſures d'un pays ne ſeroient au moins ſujettes à aucune variation, & on auroit toujours un moyen de les comparer aux meſures d'un autre pays avec exactitude & avec préciſion. On peut voir ſur ce ſujet les réflexions de de M. de la Condamine dans les *mémoires de l'Académie*, *année* 1747.

M. Huyghens détermine la longueur du *pendule* qui bat les ſecondes à trois piés, trois pouces, & trois dixiemes d'un pouce d'Angleterre, ſuivant la réduction de M. Moor: à Paris MM. Varin, Des Hayes & de Glos ont trouvé la longueur du *pendule* à ſecondes de 440 lignes $\frac{5}{9}$; M. Godin de 440 lignes $\frac{5}{9}$; M. Picard de 440 & $\frac{1}{2}$, & il trouva la même dans l'île de Huene, à Lyon, à Bayonne & à Sette. M. de Mairan ayant répété l'expérience en 1735 avec beaucoup de ſoin, l'a trouvée de 440 lignes $\frac{17}{30}$, qui ne differe de la longueur de M. Picard, que de $\frac{1}{90}$ de ligne. Ainſi, on peut s'en tenir à l'une ou l'autre de ces meſures pour la longueur exacte du *pendule* à ſecondes à Paris. Remarquez que les longueurs des *pendules* ſe meſurent ordinairement du centre de mouvement juſqu'au centre de la boule ou du corps qui oſcille.

Sturmius nous apprend que Riccioli fut le premier qui obſerva l'iſochroniſme des *pendules*, propriété ſi admirable, & qu'il en fit uſage pour la meſure du tems: après lui, Ticho, Langrenus, Werdelin, Merſene, Kircher & d'autres, ont trouvé la même choſe; mais Huyghens, comme nous l'avons déja dit, eſt le premier qui ait appliqué le *pendule* aux horloges. *Voyez* HORLOGE.

Il y a des *pendules* ſimples & compoſés.

Le *pendule* simple consiste en un seul poids, tel que *A C*, considéré comme un point, & en une ligne droite inflexible, comme *C A*, regardée comme si elle n'avoit aucune pesanteur, & suspendue au centre *C*, autour duquel elle peut aisément tourner. *Pl. de Méchanique, fig. 36.*

Le *pendule* composé consiste en plusieurs poids, fixés de manière à conserver la même distance, tant les uns des autres, que du centre autour duquel ils font leurs vibrations. *Voyez* COMPOSÉ & OSCILLATION.

Théorie du mouvement des pendules. 1.° Un *pendule* élevé en *B*, retombera par l'arc de cercle *A B*, & s'élevera encore en décrivant un arc *A D* de même grandeur, jusqu'à un point *D*, aussi haut que le premier; de-là il retombera en *A*, & se relevera *B*, & continuera ainsi de monter & de descendre.

Car, supposons que *H I* soit une ligne horizontale, & que *B D* lui soit parallèle, si le corps *A*, que l'on considere ici comme un point, est élevé en *B*; la ligne de direction *B H*, étant une perpendiculaire tirée du centre de pesanteur *B* sur la ligne horizontale *H I*, ne passe pas par le point *C*, & par conséquent l'action de la pesanteur n'est point détruite par la résistance de la verge *B C*, comme elle l'est lorsque la verge est dans une situation verticale *C A*, le corps ne sauroit donc rester en *B*, il faut qu'il descende. *Voyez* DESCENTE.

Mais ne pouvant, à cause du fil qui le retient, tomber perpendiculairement par *B H*, il sera forcé de décrire l'arc *A B*: de plus, quand il arrive en *A*, il tend à se mouvoir suivant la tangente *A I*, avec la vitesse qu'il a acquise en tombant le long de l'arc *B A*, & cette vitesse est égale à celle qu'il auroit acquise en tombant de la hauteur *B H* ou *F A*; ce qu'on prouvera dans la suite de cet article; & comme le corps ne peut se mouvoir suivant *A I*, à cause du fil qui le retient, il est obligé de se mouvoir sur l'arc *A D*. Or, en montant le long de cet arc, la pesanteur lui ôte à chaque instant autant de degrés de vitesse qu'elle lui en avoit donnés lorsqu'il descendoit le long de l'arc *B A*; d'où il s'ensuit que lorsqu'il sera arrivé en *D*, il aura perdu par l'action successive & répétée de la pesanteur, toute la vitesse qu'il avoit au point *A*: donc quand il sera arrivé en *M*, il cessera de monter, & redescendra par l'arc *E A* pour remonter jusqu'en *B*, & ainsi de suite. *Voyez* ACCÉLÉRATION & PESANTEUR.

Ce théorème est confirmé à-peu-près par l'expérience dans un nombre peu considérable d'oscillations: mais si on les supposoit continuées pendant long-tems, on appercevroit enfin quelque différence: car la résistance de l'air, & le frottement autour du centre *C*, détruira une partie de la force acquise en tombant: ainsi, le corps ne remontera pas précisément au même point. Aussi le théorème n'est-il vrai rigoureusement que dans un milieu non résistant.

C'est pourquoi la hauteur à laquelle le *pendule* remonte diminuant considérablement, les oscillations cesseront enfin, & le *pendule* demeurera en repos dans la direction perpendiculaire à l'horizon, qui est sa direction naturelle. On fait cependant abstraction de la résistance de l'air & du frottement que le *pendule* éprouve à son point de suspension lorsqu'on traite des oscillations des *pendules*, parce qu'on ne les considere que dans un tems très-court; & que, dans un petit espace de tems ces deux obstacles ne font pas un effet sensible sur le *pendule*. Ainsi, les vibrations du même *pendule*, dans de petits arcs de cercles inégaux, s'achèvent dans des tems sensiblement égaux, quoiqu'ils ne le soient pas géométriquement, & que diverses circonstances puissent les augmenter ou les diminuer.

Les oscillations dans de plus grands arcs se font toujours dans un tems un peu plus long; & ces petites différences, qui sont très-peu de chose dans un tems très-court & dans de très-petits arcs, deviennent sensibles lorsqu'elles sont accumulées dans un tems plus considérable, ou que les arcs different sensiblement. Or mille accidens, soit du froid, soit du chaud, soit de quelque saleté qui peuvent se glisser dans les roues de l'horloge, peuvent faire que les arcs décrits par le même *pendule*, ne soient pas toujours égaux, & par conséquent les tems marqués par l'aiguille de l'horloge, dont les vibrations du *pendule* sont la mesure, seroient ou plns courts ou plus longs. L'expérience s'est trouvée conforme à ce raisonnement; car M. Derham ayant fait osciller dans la machine pneumatique un *pendule*, qui faisoit ses vibrations dans un cercle, il trouva que lorsque l'air étoit pompé de la machine, les arcs que son *pendule* décrivoit, étoient d'un cinquième de pouce plus grand de chaque côté que dans l'air, & que ses oscillations étoient plus lentes de deux secondes par heure. Les vibrations du *pendule* étoient plus lentes de 6 secondes par heure dans l'air, lorsqu'on ajustoit le *pendule* de façon que les arcs qu'il décrivoit fussent augmentés de cette même quantité d'un cinquième de pouce de chaque côté *Transf. phil. n.°* 294; car l'air retarde d'autant plus le mouvement des *pendules*, que les arcs qu'ils décrivent sont plus grands; le *pendule* parcourt de plus grands arcs dans le vuide par la même raison, qui fait que les corps y tombent plus vite, c'est-à-dire, parce que la résistance de l'air n'a pas lieu dans ce vuide. Enfin M. Derham remarque que les arcs décrits par son *pendule*, étoient un peu plus grands, lorsqu'il avoit nouvellement nettoyé le mouvement qui le faisoit aller.

C'est pour remédier à l'inégalité du mouvement des *pendules*, que M. Huyghens imagina de faire osciller les *pendules* dans des arcs de

cycloïde, au lieu de leur faire décrire des arcs de cercle. *Voyez* RÉSISTANCE & FROTTEMENT.

2.° Si le *pendule* simple est suspendu entre deux demi-cycloïdes *CB* & *CD* (*Pl. Méchan. fig.* 37.) dont les cercles générateurs aient leur diamètre égal à la moitié de la longueur du fil *CA*, de manière que le fil, en oscillant, s'applique ou se roule autour des demi-cycloïdes; toutes les oscillations, quelque soit la différence ou l'inégalité de leur grandeur, seront isochrones, c'est-à-dire, se feront en des tems égaux dans le vuide.

Car, puisque le fil du *pendule CE* est roulé autour de la demi-cycloïde *BC*; le centre de pesanteur de la boule *E*, que l'on y considere comme un point, décrira, par son développement, une cycloïde *BEAD*, comme on le démontre par la théorie de cette courbe: or toutes les ascensions & descentes dans une cycloïde sont isochrones, ou se font en tems égaux: c'est pourquoi les oscillations du *pendule* sont aussi isochrones. *Voyez* CYCLOÏDE, & la suite de cet article.

Imaginons présentement, qu'avec la longueur du *pendule CA*, on décrit un cercle du centre *C*: il est certain qu'une portion très-petite de la cycloïde, proche le sommet *A*, est presque décrite par le même mouvement; car si le fil *CA* ne décrit qu'une très-petite portion de la cycloïde, comme *AL*, il ne s'enveloppera autour des cycloides *CB*, *CD*, que par une petite partie de son extrémité vers *C*, & les points *A*, *L* seront sensiblement à la même distance du point *C*; c'est pourquoi un petit arc de cercle se confondra presque entièrement avec la cycloïde.

Ainsi, dans les petits arcs de cercle, les oscillations des *pendules* seront sensiblement isochrones, quoique inégales entr'elles; & le rapport au tems de la descente perpendiculaire par la moitié de la longueur du *pendule*, est le même que celui de la circonférence d'un cercle à son diamètre, comme M. Huyghens l'a démontré pour la cycloïde.

D'où il suit que plus les *pendules* qui oscillent dans des arcs de cercle sont longs, plus les oscillations sont isochrones, ce qui s'accorde avec l'expérience; car dans deux grands *pendules* d'égale longueur, mais qui oscillent dans des arcs inégaux, pourvu néanmoins que l'un de ces arcs ne soit pas trop grand, à peine appercevra-t-on quelque inégalité ou différence dans le nombre de cent oscillations.

D'où il suit encore que l'on a une méthode de terminer l'espace que parcourt en un tems donné un corps pesant qui tombe perpendiculairement. Car ayant le rapport du tems d'une oscillation au tems de la chûte par la moitié de la longueur du *pendule*, on a le tems de la chûte par la moitié de la longueur du *pendule*; d'où l'on peut déduire l'espace qui sera parcouru dans tout autre tems donné quelconque: tout cela doit s'entendre dans un milieu non résistant.

C'est au célèbre M. Huyghens que nous sommes redevables de toute la théorie des *pendules* qui oscillent entre deux demi-cycloïdes, tant par rapport à la théorie qu'à la pratique: il la publia d'abord dans son *horologium oscillatorium, sive demonstrationes de motu pendulorum*, &c.

Depuis ce tems on a démontré en beaucoup de manières différentes tout ce qui regarde le mouvement des *pendules*, & le célèbre M. Newton nous a donné, dans ses *principes*, une belle théorie sur ce sujet, dans laquelle il a étendu aux épicycloïdes les propriétés que M. Huyghens avoit démontrées pour la cycloïde.

3.° L'action de la pesanteur est moindre dans les parties de la terre où les oscillations du même *pendule* sont plus lentes, & elle est plus grande où elles sont plus promptes.

Car le tems d'une oscillation dans la cycloïde est au tems de la descente perpendiculaire par le diamètre du cercle générateur, comme la circonference du cercle est au diamètre. Par conséquent, si les oscillations du même *pendule* sont plus lentes, la descente perpendiculaire des corps pesans est aussi plus lente, c'est-à-dire, que le mouvement est moins accéléré, ou que la force de la pesanteur est moindre, & réciproquement.

Ainsi, comme l'on trouve par expérience que les oscillations du même *pendule* sont plus lentes, près de l'équateur que dans les endroits moins éloignés du pole, la force de la pesanteur est moindre vers l'équateur que vers les poles; & de-là on a conclu que la figure de la terre n'est pas précisément une sphère, mais un sphéroïde. *Voyez* FIGURE DE LA TERRE.

Ainsi, M. Richer trouva, par une expérience faite en l'île de Cayenne, vers le quatrième degré de latitude qu'un *pendule* qui bat les secondes à Paris, devoit être raccourci d'une ligne & un quart, pour réduire ses vibrations au tems d'une seconde.

M. Deshayes, dans un voyage qu'il fit en Amérique, confirma l'observation de M. Richer; mais il ajoute que la diminution établie par cet auteur, paroît trop petite.

M. Couplet le jeune, à son retour d'un voyage en Brésil & en Portugal, se réunit à M. Deshayes, quant à la nécessité de raccourcir la *pendule* vers l'équateur, plus que n'avoit fait M. Richer. Il observa que même à Lisbonne, le pendule à secondes doit être deux lignes plus court qu'à Paris; ce qui est une plus grande diminution que celle de Cayenne, telle que M. Richer l'a déterminée, quoique Cayenne ait 24 degrés de moins en latitude que Lisbonne. Mais les observations de M. Couplet n'ont pas paru assez exactes à M. Newton pour qu'on pût s'y fier: *crassioribus*, dit-il, *hujus observationibus minus fidendum est. Prop. xx. liv. III.* de ses principes.

D'autres auteurs ont prétendu que la diminution du *pendule* ne se faisoit point régulièrement, MM. Picard & de la Hire ont trouvé la longueur du *pendule* à secondes exactement la même à Bayonne, à Paris & à Uranienbourg en Dannemark; quoique la premiere ville soit à 43 degrés $\frac{1}{2}$ de latitude, & la derniere à 53° 3'.

C'est pourquoi M. de la Hire présuma que la diminution n'est qu'apparente, que la verge de fer avec laquelle M. Richer mesura son *pendule*, peut s'être alongée par les grandes chaleurs de l'île de Cayenne; & qu'ainsi, en s'approchant de la ligne, le *pendule* ne devroit pas proprement être raccourci, abstraction faite de la chaleur. Mais, en premier lieu, on pourroit répondre, que, suivant la table donnée par M. Newton, de la longueur du *pendule* aux différentes latitudes, la différence des longueurs du *pendule* à 43 degrés & demi & à 53 degrés, est assez petite pour avoir été difficile à appercevoir; car cette différence n'est que d'environ $\frac{3}{10}$ de lignes; à plus forte raison la différence à Babylone & à Paris sera-t-elle encore plus insensible. A l'égard de l'observation de M. de la Hire sur l'accourcissement des verges du *pendule* par le froid, & leur dilatation par la chaleur, M. Newton répond que dans l'expérience que M. de la Hire rapporte, la chaleur de la verge étoit plus grande que celle du corps humain, parce que les métaux s'échauffent beaucoup au soleil, au lieu que la verge d'un *pendule* n'est jamais exposée à la chaleur directe du soleil, & ne reçoit jamais un degré de chaleur égal à celui du corps humain; d'où il conclut qu'une verge de *pendule* longue d'environ 3 piés, peut être, à la vérité, un peu plus longue en été qu'en hiver & à l'équateur que dans nos climats, si on a égard à la chaleur, mais que son alongement ne doit pas être assez grand pour produire toute la différence que l'on observe dans la longueur du *pendule*. M. Newton ajoute, qu'on ne peut point attribuer non plus cette différence aux erreurs des Astronomes françois; car quoique leurs observations ne s'accordent pas parfaitement entr'elles, cependant la différence en est si petite, qu'elle peut être négligée. En comparant entr'elles ces différentes observations, M. Newton croit qu'on peut prendre deux lignes pour la quantité dont le *pendule* à secondes doit être augmenté sous l'équateur.

M. de Maupertuis, à la fin de son traité de *la parallaxe de la lune*, nous a donné un précis des principales opérations qui ont été faites pour la mesure du *pendule* dans les différens endroits de la terre par les plus habiles observateurs, & il y joint les observations qui ont été faites par lui-même & par Messieurs Clairaut, Camus, le Monnier, *&c.* à Pello pour y déterminer la longueur du *pendule*. Il déduit ensuite de ces observations, les rapports de la pesanteur en différens lieux, dont il a formé une table; il trouva, par exemple, qu'un poids de 100000 livres à Paris pesoit à Pello 100137, & à Londres 100018. *Voyez* FIGURE DE LA TERRE. *Voyez* aussi les ouvrages de MM. *Bouguer, la Condamine*, *Boscowich*, *&c.* sur cet important sujet.

4.° Si deux *pendules* font leurs vibrations dans des arcs semblables, les tems de leurs oscillations sont en raison sous-doublée de leurs longueurs.

D'où il suit que les longueurs des *pendules*, qui font leurs vibrations dans des arcs semblables, sont en raison doublée des tems que durent les oscillations.

5.° Les nombres des oscillations isochrones faites dans le même tems par deux *pendules*, sont réciproquement comme les tems employés aux différentes vibrations.

Ainsi, les longueurs des *pendules*, qui font leurs vibrations par des petits arcs semblables, sont en raison doublée réciproque des nombres d'oscillations faites dans le même tems.

6.° Les longueurs des *pendules* suspendus entre deux cycloïdes, sont en raison doublée des tems, pendant lesquels se font les différentes oscillations.

D'où il suit qu'elles sont en raison doublée réciproque des nombres d'oscillations faites dans le même tems; & que les tems des oscillations faites en différentes cycloïdes, sont en raison sous-doublée des longueurs des *pendules*.

7.° Trouver la longueur d'un *pendule*, qui fasse un certain nombre de vibrations en un tems donné quelconque.

Supposons que l'on demande 50 vibrations dans le tems d'une minute, & que l'on demande la longueur de la verge, en comptant du point de suspension jusqu'au centre d'oscillation ou de la boule qui est au bout: c'est une règle constante que les longueurs des *pendules* sont l'une à l'autre réciproquement comme les quarrés de leurs vibrations. Maintenant supposons qu'un *pendule* à secondes, c'est-à-dire, qui fait 60 vibrations dans une minute, est de 39 pouces & $\frac{2}{10}$; dites donc, le quarré de 50, qui est de 2500, est au quarré de 60, qui est de 3600, comme 39 $\frac{2}{10}$ est à la longueur du *pendule* cherché, & l'on trouvera de 56 pouces $\frac{4}{10}$.

Remarque pratique. Puisque le produit des termes moyens de la proportion sera toujours 121120, c'est-à-dire, $3600 \times 39\ \frac{2}{10}$, il n'y a seulement qu'à diviser ce nombre par le quarré du nombre des vibrations assigné; & le quotient donnera la longueur d'un *pendule*, qui fera précisément autant de vibrations dans une minute.

8.° La longueur d'un *pendule* étant connu, trouver le nombre de vibrations qu'il fera dans un tems donné.

Cette question est l'inverse de la première: dites la longueur donnée 56 $\frac{4}{10}$ est à la longueur du *pendule* à secondes, qui sert de modèle, c'est-à-dire ici, est à

eſt à 39 $\frac{2}{10}$, comme le quarré des vibrations de ce dernier *pendule* dans un tems donné; par exemple, c'eſt-à-dire, 56 $\frac{4}{19}$ 39 $\frac{2}{18}$: : 3600. 2500, & la racine quarrée de 2500 ou 50 ſera le nombre des vibrations que l'on demande.

Mais, dans la pratique, il faut agir ici comme dans le premier problème, vous n'aurez ſeulement qu'à diviſer 1411200 par la longueur, vous aurez le quarré du nombre des vibrations; de même que l'on diviſe ce nombre par le quarré des vibrations pour trouver la longueur.

Sur ces principes, M. Derham a conſtruit une table des vibrations des *pendules* des différentes longueurs dans l'eſpace d'une minute.

Longueur du pendule en pouces.	*Vibrations en une minute.*	*Longueur du pendule en pouces.*	*Vibrations en une minute.*
1	375 7	30	68 6
2	265 6	39 2	68 0
3	216 9	40	59 5
4	187 8	50	53 1
5	168 0	60	48 5
6	153 3	70	44 9
7	142 0	80	42 0
8	132 8	90	39 6
9	125 2	100	37 5
10	118 8		
20	84 0		

Remarquez que ces loix du mouvement des *pendules* ne s'obſerveront pas à la rigueur, parce que le fil qui ſoutient la boule n'eſt pas ſans peſanteur, & que cette peſanteur n'eſt point réunie en un ſeul point.

C'eſt pourquoi il faut ſe ſervir, dans la pratique, d'un fil très-fin & d'une petite boule, mais d'une matière fort peſante; ſans cela le *pendule*, de ſimple qu'on le ſuppoſe, deviendroit compoſé, & ce ſeroit preſque la même choſe, que ſi différens poids étoient appliqués à différens endroits de la même verge inflexible.

L'uſage des *pendules*, pour meſurer le tems dans les obſervations aſtronomiques, & dans les occaſions où l'on a beſoin d'un grand degré de préciſion, eſt trop évident pour qu'il ſoit beſoin d'en parler ici.

On peut régler la longueur du *pendule* avant ſon application, & la faire pour battre un tems demandé, par exemple, les ſecondes, les demi-ſecondes, &c. par l'*art*. 4; ou bien on peut la prendre à volonté, & déterminer enſuite les tems des vibrations ſuivant l'*art*. 8.

Quant à l'uſage des *pendules* pour la meſure des diſtances inacceſſibles, fort éloignées, par le moyen du ſon, *voyez* SON, *Chambers*, *Wolf*, &c. (*O*)

Méthode générale pour trouver le mouvement d'un pendule. Soit a le rayon du cercle que décrit le *pendule*, ou la longueur du *pendule*; b, l'abſciſſe totale qui répond à l'arc du cercle, en prenant cette abſciſſe depuis le point le plus bas; x, l'abſciſſe d'une portion quelconque de cet arc; p, la peſanteur; u, la vîteſſe en un point quelconque, on aura, $uu = 2p(b-x)$. *Voyez* les articles FORCE ACCÉLÉRATRICE & PLAN INCLINÉ;); & le tems employé à parcourir un arc quelconque infiniment petit, ſera $\frac{-adx}{u\sqrt{2ax-xx}} = \frac{-adx}{\sqrt{2ax-xx}} \times \frac{1}{\sqrt{2p}\sqrt{b-x}}$. Or, lorſque l'arc deſcendu n'a pas beaucoup d'amplitude, x eſt petit par rapport à a; & on peut, au lieu de $\frac{1}{\sqrt{2ax-xx}}$, ou de $\frac{1}{\sqrt{x}(2ax-x)^{\frac{1}{2}}}$, écrire $\frac{1}{\sqrt{x}} + \left(\frac{1}{\sqrt{2a}} + \frac{x}{4a\sqrt{2a}}\right)$, (*V.* BINOME, APPROXIMATION & EXPOSANT); de manière que l'élément du tems ſera à-peu-près $\frac{-a}{\sqrt{2p}}\left(\frac{dx}{\sqrt{2a}\sqrt{bx-xx}} + \frac{xdx}{4a\sqrt{2a}\sqrt{bx-xx}}\right)$, &c. quantité qui étant intégrée par les règles connues, donnera à-peu-près le tems d'une demi-vibration du *pendule*. On peut même, lorſque l'arc deſcendu eſt fort petit, négliger entièrement le terme $\frac{+xdx}{4a\sqrt{2a}\sqrt{bx-xx}}$; & alors le tems de la deſcente du *pendule* ſera ſenſiblement le même que celui de la deſcente dans une cycloïde qui auroit le rayon oſculateur à ſon ſommet égal au rayon du *pendule*.

On voit auſſi que le tems de la deſcente par un arc de cercle, eſt en général un peu plus grand que celui de la deſcente par un tel arc de cycloïde: de plus il eſt aiſé de comparer le tems d'une vibration avec le tems de la deſcente verticale d'un corps le long d'un eſpace quelconque h. Car la vîteſſe, à la fin de cet eſpace, eſt $\sqrt{2ph}$, & l'élément du tems eſt $\frac{dh}{\sqrt{2ph}}$, dont l'intégrale eſt $\frac{\sqrt{2h}}{\sqrt{p}}$. Or le tems de la demi-vibration eſt égal à l'intégrale de $\frac{-adx}{\sqrt{2a}\sqrt{2p}\sqrt{bx-xx}}$, ou de $\frac{-dx}{\sqrt{bx-x^2}} \times \frac{a}{\sqrt{2a}\sqrt{2p}}$, c'eſt-à-dire, (en nommant c la circonférence du rayon a), à $\frac{c}{2a} \times \frac{a}{\sqrt{2a}\sqrt{2p}}$. Donc les deux tems ſont entr'eux comme $\frac{4\sqrt{a}}{c}$ à $\sqrt{2h}$. D'où il eſt aiſé de tirer tous les théorêmes ſur les *pendules*.

Dans ces théorèmes on a fait abſtraction de la réſiſtance de l'air; cependant il eſt bon d'y avoir égard, & pluſieurs géomètres s'y ſont appliqués. *Voyez* les *Mém. de Péterſbourg, tom. III & V.* *Voyez* auſſi mon

Essai sur la résistance des fluides, art. xcv. xcvj. & suiv. (O)

Pendule. (*réciprocation du*) On appelle ainsi un petit mouvement presque insensible de vibration ou d'oscillation que doit avoir, suivant quelques philosophes, un long *pendule* attaché fixement à un plancher, & qu'on y laisse en repos.

Il est certain que le centre de gravité de la terre change continuellement de place, ne fût-ce que par le mouvement du flux & reflux. *Voyez* Flux et reflux. Or ce mouvement dans le centre de gravité, doit produire une altération dans la direction & le mouvement des graves. Reste à savoir si cette altération est sensible. Pour cela il faut suspendre à un plancher un long *pendule*, & voir si ce *pendule* est dans un parfait repos. Un gentilhomme de Dauphiné, nommé Galignon de Peirins, ami de Gassendi, ayant fait cette expérience sur un *pendule* du trente piés, prétendit y avoir observé du mouvement; ce qui occasionna entre les Savans une dispute dont on peut voir le détail dans l'histoire de l'académie de 1742: depuis ce tems, d'autres savans ont entrepris de répéter la même expérience, & ont trouvé des résultats différens, les uns tenant pour le balancement, les autres le niant. Enfin M. Bouguer, dans les *Mémoires de l'académie de* 1754, a traité cette matière avec beaucoup de soin; & il en résulte que la réciprocation du *pendule*, lorsqu'il y en a, tient à une cause prochaine & irrégulière, & ne peut être mise au rang des phénomènes généraux qui dépendent du système du monde. (O)

Pendule simple: on appelle ainsi la longueur de 3 piés & quelques lignes, qu'il faudroit donner à un *pendule* pour qu'il fît chaque oscillation en une seconde de tems, en supposant que tout le poids fût réuni en un seul point.

D'après cette définition, on voit que le *pendule* simple n'a jamais lieu dans les expériences, parce qu'on ne peut avoir un poids qui soit infiniment petit, ni un fil qui soit sans pesanteur; mais on y supplée par le calcul, & l'on trouve facilement dans un *pendule* composé d'une manière quelconque, la distance du centre d'oscillation au point de suspension; c'est ce qui fait la longueur du *pendule* simple. Tout cela tient à la théorie qui fut donnée par Huygens en 1673, dans son traité *de Horologio oscillatorio*.

Quand on veut déterminer par observation la longueur du *pendule* simple, on suspend une boule à un fil, & l'on cherche combien la longueur du *pendule* simple doit être moindre que celle du *pendule* composé; en faisant cette proportion, la distance du centre de suspension au centre de la boule est au rayon de la boule, comme les deux cinquièmes de ce rayon est à un quatrième terme qui sera la distance du centre de gravité au centre d'oscillation; il est toujours au-dessus du centre de gravité ou du centre de figure de la boule.

De-là il suit, que si l'on diminue de moitié le diamètre de la boule, la distance ne sera plus que le quart de ce qu'elle étoit, c'est-à-dire, que la distance du centre de gravité au centre d'oscillation, diminuera comme le quarré du diamètre de la boule.

On cherche aussi quel est le centre d'oscillation de la même sphère, si l'on suppose que le fil ou la ligne de suspension, quoique fort mince, ait une certaine pesanteur supposée connue: voici la règle que l'on doit suivre.

Ajoutez un tiers de poids de la ligne avec deux cinquièmes du poids de la boule, & multipliez le tout par le quarré du rayon ou demi-diamètre de la boule; multipliez ensuite un sixième du poids de la ligne, par la distance du centre de gravité au centre de suspension; & par la distance du point de suspension à l'extrémité inférieure de la boule; ôtez ce second produit du premier, & la distance sera un dividende que vous mettrez à part; pour avoir le diviseur, il faut ajouter la moitié du poids de la ligne avec le poids de la boule: multipliez la somme par la distance du centre de gravité au centre de suspension; multipliez aussi la moitié du poids de la ligne par le demi-damètre de la boule, & ôtez ce produit du précédent, ce qui donnera le diviseur; enfin le dividende étant divisé par le diviseur, le quotient sera la quantité cherchée.

On emploie sur-tout cette règle dans les cas où il s'agit de déterminer la longueur du *pendule* simple qui bat les secondes, comme Mairan l'a fait pour Paris, dans les *Mémoires de l'académie, annee* 1735, où l'on peut voir le détail des précautions qu'exigent ces sortes d'expériences.

Pour les faire avec la plus grande exactitude, on suspend la boule de métal à un fil de pite fort délié; ce fil se tire des fibres d'une espèce d'aloës, & il a la propriété de n'être point sujet à s'étendre ou à se raccourcir par l'humidité & la sécheresse.

On suspend ce fil avec beaucoup de soin, afin de pouvoir mesurer jusqu'à la précision d'un dixième de ligne, la longueur du *pendule*, depuis la suspension jusqu'au-dessous de la boule dont on soustrait la partie trouvée par les méthodes précédentes pour le *pendule* simple, à raison de la grosseur de la boule ou de la pesanteur du fil, qui est à-peu-près de quatre grains pour 10 toises.

On règle avec soin une horloge à secondes, par le moyen du soleil ou des étoiles fixes; on fait faire au *pendule* d'expérience de petites oscillations de deux pouces, par exemple, & l'on voit si elles sont toutes isochrones à celle du *pendule* de l'horloge; si cela est, on est sûr que ce *pendule* d'expérience, c'est-à-dire, la distance de la suspension au centre d'oscillation est véritablement la longueur du *pendule* simple à secondes

qui est à Paris de 36 pouces 8 lignes ; 57 ou 55, suivant les expériences de la Caille.

Après avoir trouvé la longueur du *pendule* simple, il y a plusieurs réductions à y faire, comme l'a observé Bouguer, dans l'ouvrage qui a pour titre *la figure de la terre*, 1.° à raison de la hauteur du lieu où l'on observe au-dessus de la surface de la terre ; 2.° à cause de la pesanteur plus ou moins grande de l'air à cette hauteur ; 3.° eu égard à la hauteur du lieu ; 4.° par l'effet de la résistance de l'air qui diminue la vîtesse du *pendule* ; 5.° j'y ajouterai encore une réduction qui dépend de la grandeur des arcs que l'on fait décrire au *pendule* d'expérience.

Dans un lieu plus élevé & par conséquent plus éloigné du centre de la terre, la force accélératrice diminue autant que le quarré de la distance augmente ; ainsi, le même *pendule* ayant moins de gravité, fera des oscillations moins promptes, le *pendule* à secondes y sera donc plus court qu'ailleurs, parce qu'il faudra le raccourcir pour accélérer ses vibrations qui étoient ralenties par l'éloignement de la terre.

Ainsi, Bouguer, en 1737, ayant observé sur le sommet du Pichincha, c'est-à-dire, 2434 toises au-dessus du niveau de la mer, la longueur du *pendule*, 36 pouces 6 lignes 7, il en a conclu qu'au niveau de la mer il auroit été 36 pouces 7 lignes 07, c'est-à-dire, plus long de $\frac{37}{100}$ de ligne, ce que l'expérience a confirmé à peu de chose près.

La pesanteur de l'air diminue la pesanteur des autres corps, c'est-à-dire, leur tendance & leur effort vers le centre de la terre, en en soutenant une partie de la même manière que l'eau soutient les corps qui nagent à sa surface ; ainsi, un *pendule* qui oscille dans l'air, est plus léger que s'il oscilloit dans le fluide, par conséquent il fait moins de vibrations, & il les fait plus lentement ; il faudroit donc alonger le *pendule* qui bat les secondes dans l'air, si on le transportoit dans le vide, parce que les vibrations y seroient trop promptes ; dans le cas précédent, le *pendule* perdroit $\frac{1}{11000}$ de sa pesanteur à cause du poids de l'air, d'où on conclut, suivant les principes établis ci-dessus, qu'il a fallu y ajouter $\frac{4}{100}$ de ligne.

Quant à la chaleur du lieu, on sait qu'une barre de fer de 3 piés s'alonge d'environ $\frac{2}{100}$ de ligne pour 3 degrés de chaleur sur le thermomètre de Réaumur ; ainsi, pour pouvoir comparer des résultats, il faut réduire toutes les expériences que l'on fait à une température moyenne, comme celle de 10 degrés : or, sur le Pichincha, le froid étant plus grand, la règle de fer qui servoit à mesurer le *pendule*, s'étoit raccourcie d'un $\frac{5}{100}$ ou 0,05 lig. elle faisoit donc paroître le *pendule* à secondes trop long de la même quantité, & il faut en ôter cette quantité pour le réduire à ce qu'on auroit trouvé si le thermomètre eût été à 10 degrés.

La correction, qui dépend de la résistance de l'air, est insensible suivant les calculs de Bouguer ; ainsi nous n'en parlerons pas ici.

Reste enfin la correction qui dépend de l'étendue des arcs, que l'on fait décrire au *pendule* d'expérience ; personne que je sache, n'a fait entrer cette considération dans le calcul des longueurs du *pendule* simple : cependant il est sûr qu'un *pendule*, quoiqu'il fasse 3600 vibrations par heure, s'il décrit des arcs seulement de deux pouces, n'est pas le véritable *pendule* à secondes (dont les arcs devroient être infiniment petits ;) mais qu'il retarde par jour de $4\frac{1}{2}$ secondes, par conséquent, si l'on diminuoit l'étendue de ses arcs, il avanceroit de $4\frac{1}{2}$ secondes par jour ; il est donc trop court de $\frac{45}{1000}$ de lignes ; si les arcs étoient de 4 pouces, il faudroit augmenter la longueur du *pendule* de 0 lig. 16, ou $\frac{16}{100}$ de ligne : ce calcul est fondé sur ce que le tems ou la durée d'une oscillation augmente par l'étendue des arcs de la huitième partie multipliée par le sinus verse ou hauteur de l'arc, (*Euleri mecanica*, *T.* 2, *art.* 161, 164.)

Si la pesanteur ou la gravité change, la durée d'une oscillation est en raison inverse de la racine quarrée de la force accélératrice ou, si l'on veut, les pesanteurs sont en raison inverse des carrés des tems que durent les oscillations, c'est-à-dire, que si la force accélératrice devenoit quadruple, la durée des oscillations deviendroit seulement deux fois moindre.

Si la durée des oscillations de différens *pendules* est la même, leurs longueurs seront dans le même rapport que les gravités.

Si les longueurs sont égales, les tems sont en raison inverse des racines de forces accélératrices, & les nombres des oscillations faites en même tems, sont dans le rapport des racines des forces accélératrices.

Si on a un *pendule* invariable, quelle que soit sa longueur, le quarré du nombre des oscillations qu'il fera en différens lieux, sera comme la longueur du *pendule* simple ; si la longueur du *pendule* augmente, le nombre des oscillations diminue en raison inverse du carré des longueurs.

On trouvera dans le *Traité d'horlogerie* de M. Lepaute, une table fort étendue des longueurs de *pendule*, & qui donnent des nombres quelconques de vibrations. Cette table a été calculée par Madame Lepaute.

La force centrifuge qui naît de la rotation diurne de la terre, diminue la pesanteur sous l'équateur & fait que le *pendule* à secondes y est plus court d'une ligne & $\frac{53}{100}$ que sous les poles, cette quantité diminue comme le carré du cosinus de la latitude ; en sorte qu'elle n'est plus que de 0, 67 à Paris.

L'aplatissement de la terre produit une autre augmentation dans la longueur du *pendule*, en sorte que sous le pole le *pendule* doit être de 36 pou-

ces 9 lignes & demie. L'obſervation de M. Lyons faite en 1773, au Spitzberg, lors du voyage du Capitaine Phips, donne 36 pouces 9 lignes, 37 ou 40 à 79° 50′ de latitude; c'eſt le *pendule* le plus long que l'on ait jamais obſervé. Le plus court qu'on ait obſervé eſt de 36 pouces 4 lignes 7 ſous l'équateur à 2434 toiſes d'élévation au-deſſus du niveau de la mer; on trouvera toutes les autres obſervations dans mon Aſtronomie & dans le *Recueil des Tables* de l'académie de Berlin.

La longueur du *pendule* peut donc ſervir à trouver le degré d'aplatiſſement de la terre; en employant ces obſervations, on trouve environ $\frac{1}{185}$ d'aplatiſſement, tandis que la meſure des degrés donne beaucoup moins. M. Clairaut a tâché de concilier ces différences (*fig. de la terre* 1743, *p.* 251,) il en réſulte qu'on peut ſuppoſer l'aplatiſſement de $\frac{1}{230}$ comme dans la théorie de Newton.

La longueur du *pendule* ſimple a été propoſée comme meſure univerſelle & invariable, par Mouton, Picard, Huyghens, Bouguer, la Condamine (*Mém. de l'acad.* 1747), notre toiſe deviendroit plus longue de 14 lignes $\frac{42}{100}$ & le degré de-là vers Paris, au lieu d'être de 57069 toiſes, ſeroit de 56132. Il ſeroit à ſouhaiter qu'une pareille convention pût s'établir au moins parmi les nations ſavantes.

M. Deliſle, qui avoit fait faire en Angleterre un inſtrument très-commode pour ſes expériences de *pendule*, en a fait préſent à l'académie des ſciences, qui le conſerve dans ſon cabinet de phyſique. M. de la Condamine y a dépoſé de même un *pendule* invariable qui a ſervi à faire des expériences en Afrique, en Amérique & en Laponie, comme on peut le voir dans mon *Aſtronomie*. Ce *pendule* a été même aux terres auſtrales, où MM. Merſais & Dagelet furent chargés de faire les mêmes expériences. Ce *pendule* faiſoit 98891 oſcillations à Paris, & 98964 à Ponoï, à 67° de latitude, tandis qu'à Quito il n'en faiſoit que 98708, ſuivant M. de la Condamine.

Je finirai par une table des longueurs du *pendule* ſur toute la ſurface de la terre, qui eſt aſſujettie aux obſervations. Pour conſtruire cette table, il faut commencer, 1.° par réduire au niveau de la mer toutes les obſervations; 2.° trouver, par chacune de ces obſervations, l'alongement total ſous le pôle, en employant la proportion des carrés des ſinus des latitudes, & ſuppoſant le *pendule* équatorial, de 36 pouces 7 lignes, 21; comme on le trouve en ajoutant 0, 065 pour le poids de l'air; 3.° prendre un milieu entre tous les alongemens polaires ainſi trouvés; 4.° faire la table entière pour toutes les latitudes, ſur cet alongement moyen, par la proportion ordinaire; 5.° mettre à côté toutes les latitudes où l'on a fait des obſervations du *pendule*, la différence entre le calcul & l'obſervation; 6.° diſtribuer ces différences proportionnellement dans les autres nombres intermédiaires de la table où l'on manque d'obſervations. On trouve une table du *pendule* dans le III^e livre de Neuton, une dans les *Tranſactions philoſophiques* de 1734, par Bradley, & une dans Maupertuis (*fig. de la terre*); mais elles ne ſont établies que ſur la ſimple théorie. J'ai calculé la table ſuivante ſur les obſervations pour M. Trudaine, qui avoit formé, en 1765, le projet d'établir dans le royaume une meſure univerſelle; tirée de la longueur du *pendule*, & je l'ai aſſujettie par approximation aux obſervations faites au Pérou, au cap de Bonne-Eſpérance, à Paris & en Laponie; ce qui étoit néceſſaire à cauſe de petites inégalités que la ſituation des lieux, & peut-être l'inégale denſité de la terre, produiſent dans les obſervations; mais celle de M. Lyons au Spitzberg donneroit un cinquième de ligne de moins que la table ſuivante.

Latitudes.	*Alongement.*		*Longueur abſolue.*		
0 deg.	0 lig.	00 centièmes.	36 pouc.	7 lig.	21 cent.
5	0	03	36	7	24
10	0	09	36	7	30
15	0	19	36	7	40
20	0	33	36	7	54
25	0	50	36	7	71
30	0	69	36	7	90
35	0	89	36	8	10
40	1	10	36	8	31
45	1	30	36	8	51
46	1	34	36	8	55
47	1	38	36	8	59
48	1	42	36	8	63
49	1	46	36	8	67
50	1	51	36	8	72
51	1	55	36	8	76
52	1	58	36	8	79
55	1	69	36	8	90
60	1	87	36	9	08
65	2	02	36	9	23
70	2	15	36	9	36
75	2	27	36	9	48
80	2	36	36	9	57
85	2	42	36	9	63
90	2	44	36	9	65

Il y a une autre table faite par M. Bonne, d'après les observations, & que j'ai insérées dans le quatrième volume de mon *Astronomie* ; mais quand on aura un plus grand nombre d'observations du *pendule*, cette table pourra être encore perfectionnée, on pourra même trouver avec plus d'exactitude la longueur absolue du *pendule* simple à Paris, quand on aura opéré avec de nouvelles précautions pour lever l'incertitude d'un dixième de ligne qui peut se trouver encore dans cette détermination. C'est ce que feu M. Turgot, Contrôleur général, avoit résolu de nous procurer. Le *pendule* simple, déterminé avec une extrême précision, suffiroit pour nous faire connoître la distance de la lune à la terre, comme je l'ai expliqué dans mon *Astronomie*. (*D. L.*)

PENOMBRE, (*Astron.*) signifie cette *ombre foible* qu'on observe dans les éclipses avant l'obscurcissement total, & avant la lumière totale. Ce mot vient des mots latins *pene*, presque & *umbra*, ombre.

La *penombre* est principalement sensible dans les éclipses de lune ; car on voit cette planète s'obscurcir par degrés à mesure qu'elle avance vers la partie la plus épaisse de l'ombre de la terre. Il n'y a point, à proprement parler, de *penombre* dans les éclipses du soleil, car les parties du soleil qui se cachent à nos yeux, s'obscurcissent tout-d'un-coup & sans dégradation. Cependant on peut dire que les endroits de la terre où une éclipse de soleil n'est pas totale, sont dans la *penombre*.

La *penombre* vient de la grandeur du disque du soleil ; car si cet astre n'étoit qu'un point lumineux, il n'y auroit qu'une ombre parfaite, sans *penombre* ; mais comme le soleil a un diamètre d'une certaine grandeur, il arrive que dans les éclipses certains endroits reçoivent la lumière d'une partie de son disque, sans être éclairé par le disque entier.

Ainsi, supposons que *S* soit le soleil (*Pl. astron. fig.* 55.) que *T* soit la lune, & que l'ombre de cette dernière planète soit projetté sur un plan ; l'ombre vraie & propre de la lune *T*, savoir *G*, sera environnée d'une ombre imparfaite ou *penombre* *GL* & *GE*, dont chaque portion est éclairée par quelque partie du disque du soleil.

Le degré de lumière ou d'obscurité est différent dans les différentes parties de la *penombre*, selon que ces parties sont éclairées par une partie plus ou moins grande du soleil. Ainsi de *G* en *L* & en *E*, la lumière diminue continuellement, & dans les confins de *G*, la *penombre* se perd & se confond avec l'ombre même, comme elle se confond avec la lumière parfaite dans les confins *E* & *L*.

Il doit y avoir de la *penombre* dans toutes les éclipses, soit de soleil, soit de lune, soit d'autres planètes, premières ou secondaires ; mais l'effet de la *penombre* est principalement remarquable dans les éclipses de soleil, pour les raisons que nous allons rapporter. Dans les éclipses de lune, la terre à la vérité est entourée de la *penombre*, mais la *penombre* ne nous est sensible que proche de l'ombre totale : elle rend cette ombre mal terminée, mais cette cause est bien moindre que celle de l'atmosphère de la terre, qui disperse les rayons en les rompant, comme on le voit sur le rayon *CH*, & c'est ce qui produit la plus forte *penombre*. Aussi rien n'est plus difficile que de déterminer dans les éclipses le moment où la lune entre dans la *penombre*, ce moment est nécessairement incertain, & par conséquent différent pour chaque observateur. Une autre difficulté qui empêche de reconnoître l'instant de l'entrée de la *penombre*, c'est que la face de la lune, même lorsqu'elle est entrée tout-à-fait dans l'ombre, n'est pas entièrement obscurcie, & est couverte d'une lumière rougeâtre qui empêche ordinairement qu'on ne la perde entièrement de vue ; des Physiciens ont cru que la lune étoit phosphorique ; mais on peut croire aussi que la dispersion des rayons dans l'atmosphère de la terre est la cause de cette lumière.

Un astronome qui seroit placé sur la lune dans le tems d'une éclipse de lune, verroit le soleil éclipsé, & commenceroit à voir une petite partie de son disque couverte sitôt qu'il entreroit dans la *penombre* proprement dite, ou dans cet espace *GL* qui n'est éclairé que par une partie du soleil ; ainsi, il détermineroit beaucoup plus exactement l'instant de l'entrée de la lune dans la *penombre*, que ne peut faire un observateur placé sur la terre.

Ainsi, l'œil placé en *I* ou *F* verroit seulement le demi-diamètre du soleil, le reste étant caché par la lune. Si l'œil avançoit de *I* vers *G*, il verroit continuellement une moindre partie du soleil, jusqu'à ce qu'enfin arrivé dans l'ombre parfaite *G*, il cesseroit totalement de voir cet astre.

C'est pour une semblable raison que nous avons des éclipses de soleil, quoique l'ombre de la lune ne touche pas la terre, pourvu que la penombre seulement l'atteigne ; & c'est de-là que vient la différence que l'on observe dans les éclipses de soleil, selon que la partie cachée par la *penombre* est plus ou moins grande, au lieu que les éclipses de lune paroissent les mêmes dans tous les endroits où elles sont visibles.

Quand l'ombre totale parvient jusqu'à la terre, on dit alors que l'éclipse de soleil est totale ; quand il n'y a que la *penombre* qui touche la terre, l'éclipse est partiale.

La *penombre* s'étend à l'infini en longueur, parce qu'à chaque point du diamètre du soleil, il répond à un espace infini en longueur, & qui est privé de la lumière de ce point, mais non de la lumière de tous les autres. Les deux extrêmités ou tranchans de la *penombre*, sont formés

par deux rayons tirés par les deux extrêmités *O* & *C* du diamètre de la terre, & qui sont divergens : par conséquent, la *penombre* augmente continuellement en largeur, & est aussi infinie en ce sens. Tout cet espace infini est la *penombre*, si on en excepte le triangle d'ombre *C G O*, qu'elle renferme.

Cet espace a la figure d'un trapèse, dont un des côtés est le diamètre de la terre ; le côté opposé parallèle au diamètre de la terre, est une ligne infinie, c'est-à-dire, la largeur de la *penombre* projettée à l'infini, & les deux autres côtés sont deux rayons tirés des extrêmités du diamètre de la terre, aux extrêmités du diamètre du soleil, & qui, avant que d'arriver au soleil, se croisent en un point, où ils sont un angle égal au diamètre apparent du soleil ; cet angle peut être appellé *angle de la penombre*.

La *penombre* est d'autant plus grande que cet angle, c'est-à-dire, que le diamètre apparent de l'astre est plus grand, la planète demeurant la même ; &, si le diamètre de la planète augmente, l'astre demeurant le même, la *penombre* augmente dans les éclipses de lune, elle est égale au diamètre du soleil multiplié par le rapport des parallaxes, ce qui ne donne qu'environ cinq secondes.

La Hire a examiné les différens degrés d'obscurité de la *penombre*, & les a représentés géométriquement par les ordonnées d'une courbe qui sont entr'elles comme les parties du disque du soleil qui éclairent un corps placé dans la *penombre*.

Cette théorie de la *penombre* peut s'appliquer non-seulement aux planètes éclairées par le soleil, mais à tout corps opaque éclairé par un corps lumineux. Au reste, il est bon de remarquer que l'expérience diffère ici de la théorie à beaucoup d'égards : les ombres d'un corps & leur *penombre*, telles qu'on les observe, ne suivent point les lois qu'elles paroîtroient devoir suivre en considérant la chose mathématiquement. M. Maraldi, dans les *Mém. de l'Ac. de* 1733, nous a donné un recueil d'expériences sur ce sujet, & un détail des bizarreries singulières auxquelles l'ombre & la *penombre* des corps sont sujettes ; & M. du Séjour, dans les *Mém. de l'Acad.* pour 1777, a traité géométriquement des différens degrés de lumière de l'ombre dans les éclipses de lune.

PENTÉ-DÉCAGONE. *Voyez* QUINDÉCAGONE.

PENTAGONE, s. m. *en Géometrie*, figure qui a cinq côtés & cinq angles. *Voyez* FIGURE.

Ce mot est composé de πέντε, *cinq*, & γωνία, *angle*. *Voyez* POLYGONE.

Si les cinq côtés sont égaux, & que les angles le soient aussi, la figure s'appelle *pentagone régulier*, (tel que *fig.* 47. *Géom.*) la plupart des citadelles sont des *pentagones* réguliers. *Voyez* CITADELLE.

La propriété la plus considérable d'un *pentagone* régulier, c'est que le quarré du côté *D E* est égal à la somme des quarrés des lignes *D a* & *D b*, *D a* étant le rayon du cercle circonscrit & *D b* le côté du décagone régulier inscrit dans ce cercle. *Voyez* EXAGONE & DÉCAGONE.

La surface du dodécaèdre, qui est le quatrième corps régulier, est composée de douze *pentagones*. *Voyez* DODÉCAEDRE. (*E*)

Le côté du décagone étant trouvé (*art.* DÉCAGONE) on peut trouver aisément le côté du *pentagone* ; puisqu'il n'y a qu'à doubler l'angle au centre du décagone, & prendre la corde de l'arc qui soutient cet angle. On peut aussi le trouver, mais moins commodément par la proportion ci-dessus, en cherchant l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont le rayon & le côté du décagone soient les deux côtés. *Voy.* HYPOTÉNUSE.

PENTAPARTE, s. m. (*Méchaniq.*) machine à cinq poulies, dont trois sont à la partie supérieure, & deux à la partie inférieure.

PER

PERCHE, s. f. (*Arpent.*) longue mesure dont on se sert dans l'arpentage, ou la mesure des terreins. *Voyez* MESURE.

Chez les anciens Romains, la *perche*, *pertica*, étoit de 10 piés ; & encore aujourd'hui beaucoup de géomètres lui donnent cette même longueur ; on l'appelle autrement, *catena*, *funis* & *decempeda*.

En Angleterre, la *perche* d'ordonnance, ou établie par la loi, est de 16 piés & demi, & pour le bois taillis, *&c.* elle est de 18 piés ; 40 perches quarrées font une vergée ou un quart d'arpent, & 160 font un arpent. *Voyez* ARPENT.

En France, la *perche* ordinaire varie suivant les différentes provinces, ou les différentes coutumes ; c'est à celui qui va faire des arpentages dans un pays, d'en prendre connoissance chez le juge du lieu : à Paris, la *perche* contient trois toises ou 18 piés ; pour les travaux royaux, elle a 22 piés. Ainsi, la *perche* quarré, mesure de Paris, est un quarré qui a trois toises de long sur trois de large. L'arpent contient 100 *perches* quarrées, c'est-à-dire, en le considérant comme un quarré, qu'il contient 10 *perches* de longueur sur 10 *perches* de largeur. *Chambers.* (*E*)

PERCHE d'*Arpenteur*, s. f. (*Arpent.*) instrument composé de deux règles qui peuvent s'étendre jusqu'à 10 piés. Ces règles divisées en piés & en pouces, sont accompagnées d'une pinnule mobile ; & sur leurs bords on marque les chaînons de la chaîne dont on fait usage. Cet instrument, qui n'est guère en usage qu'en Angleterre, sert dans l'arpentage à prendre aisément les distances. (*D. J.*)

PERCHE, s. f. On appelle ainsi dans le *nivellement*

des bâtons bien droits, équarris par en haut, & armés d'un carton coupé à l'équerre. On nomme encore *perche* une mesure employée dans l'arpentage des terres, & dont la longueur vaut 20, 42 piés courans en plusieurs jurisdictions, & 18 seulement dans le Parisis. (K)

PERCUSSION, s. f. *Méchanique*, est l'impression qu'un corps fait sur un autre qu'il rencontre & qu'il choque; ou le choc & la collision de deux corps qui se meuvent, & qui, en se frappant l'un l'autre, altèrent mutuellement leur mouvement. *Voyez* MOUVEMENT, COMMUNICATION, CHOC, COLLISION, *&c.*

La *percussion* est ou directe ou oblique.

La *percussion* directe est celle où l'impulsion se fait suivant une ligne perpendiculaire à l'endroit du contact, & qui de plus passe par le centre de gravité commun des deux corps qui se choquent.

Ainsi, dans les sphères, la *percussion* est directe, quand la ligne de direction de la *percussion* passe par le centre des deux sphères, parce qu'alors elle est aussi perpendiculaire à l'endroit du contact.

La *percussion* oblique, est celle où l'impulsion se fait suivant une ligne oblique à l'endroit du contact, ou suivant une ligne perpendiculaire à l'endroit du contact, qui ne passe point par le centre de gravité des deux corps. *Voyez* OBLIQUE.

C'est une grande question en mathématique & en physique, que de savoir quel est le rapport de la force de la pesanteur à celle de la *percussion.* Il est certain que cette dernière paroît beaucoup plus grande: car, par exemple, un clou qu'on fait entrer dans une table avec des coups de marteau assez peu forts, ne peut être enfoncé dans la même table par un poids immense qu'on mettroit dessus. On sentira aisément la raison de cette différence, si on fait attention à la nature de la pesanteur. Tout corps qui tombe, s'accélere en tombant, mais sa vîtesse, au commencement de la chûte, est infiniment petite, de façon que, s'il ne tombe pas réellement, mais qu'il soit soutenu par quelque chose, l'effet de la pesanteur ne tend qu'à lui donner, au premier instant, une vîtesse infiniment petite. Ainsi, un poids appuyé sur un clou, ne tend à descendre qu'avec une vîtesse infiniment petite; &, comme la force de ce corps est le produit de sa masse par la vîtesse avec laquelle il tend à se mouvoir, il s'ensuit qu'il tend à pousser le clou avec une force très-petite. Au contraire, un marteau avec lequel on frappe le clou, a une vîtesse & une masse fixées & par conséquent sa force est plus grande que celle du poids. Si on ne vouloit pas admettre que la vîtesse actuelle avec laquelle le poids tend à se mouvoir, est infiniment petite, on ne pourroit au moins s'empêcher de convenir qu'elle est fort petite, & alors l'explication que nous venons de donner demeureroit la même. *V.* sur cette question, *l'article* FORCE ACCÉLÉRATRICE.

On agite encore une autre question qui n'est pas moins importante. On demande si les loix de la *percussion* des corps, telles que nous les observons, sont des loix nécessaires, c'est-à-dire, s'il n'eût pas pu y en avoir d'autres; par exemple, s'il est nécessaire qu'un corps qui vient en frapper un autre de même masse, lui communique du mouvement, & s'il ne pourroit pas se faire que les deux corps restassent en repos après le choc. Nous croyons, & nous avons prouvé aux *articles* DYNAMIQUE & MÉCHANIQUE, que cette question se réduit à savoir si les loix de l'équilibre sont nécessaires; car, dans la *percussion* mutuelle de deux corps, de quelque façon qu'on la considere, il y a toujours des mouvemens qui se détruisent mutuellement. Or, si les mouvemens ne peuvent se détruire que quand ils ont un certain rapport; par exemple, quand les masses sont en raison inverse de vîtesses, il n'y aura qu'une loi possible d'équilibre, & par conséquent qu'une manière de déterminer les loix de la *percussion.* Car supposons, par exemple, que deux corps M, m, se viennent choquer directement en sens contraire avec des vîtesses A, a & que V, v, soient les vîtesses qu'ils doivent avoir après le choc, il est certain que les vîtesses A, a, peuvent être regardées comme composées de vîtesses V & $A-V$, & u, $a-u$. Or, 1.° les vîtesses V, u, qui sont celles que les corps gardent, doivent être telles qu'elles ne se nuisent point l'une à l'autre; donc elles doivent être égales & en même sens, donc $V=u$, 2.° de plus, il faut que les vîtesses $A-V$, $a-u$ se détruisent mutuellement, c'est-à-dire, que la masse M multipliée par la vîtesse $A-V$ doit être égale à la masse m multipliée par la vîtesse $a-u$, ou $a+u$ (parce que la vîtesse $-u$, qui est égale à V, est en sens contraire de la vîtesse a, & qu'ainsi $a-u$ est réellement $a+u$); on aura donc $MA-MV=ma+mV$; donc $V=\frac{MA-ma}{M+m}$; d'où l'on voit que l'on détermine facilement la vîtesse V, & qu'elle ne peut avoir que cette valeur. Mais, s'il y avoit une autre loi d'équilibre, on auroit une autre équation que $MA-MV=ma+mV$, & par conséquent une autre valeur de V. Ainsi, la question dont il s'agit se réduit à savoir s'il peut y avoir d'autres loix de l'équilibre que celles qui nous sont connues par le raisonnement & par l'expérience; c'est-à-dire, s'il est nécessaire que les masses soient précisément en raison inverse des vîtesses pour être en équilibre. Cette question métaphysique est fort difficile à résoudre; cependant on peut au moins y jeter quelque jour par la réflexion suivante. Il est certain que la loi d'équilibre, lorsque les masses sont en raison inverse des vîtesses, est une loi nécessaire, c'est-à-dire, qu'il y a nécessairement équilibre lorsque les masses

de deux corps, qui se choquent directement, sont entr'elles dans ce rapport. Ainsi, quelques puissent être les loix générales des *percussions*, il est incontestable que deux corps égaux & parfaitement durs, qui se choquent directement avec des vîtesses égales, resteront en repos; & si l'un de ces corps étoit double de l'autre, & qu'il n'eût qu'une vîtesse sous-double, ils resteroient aussi nécessairement en repos l'un & l'autre. Or, si la loi de l'équilibre dont on doit se servir pour trouver les loix du choc, étoit différente de cette première loi, il paroîtroit difficile de réduire à un principe général tout ce qui regarde les *percussions*. Supposons, par exemple, que la loi d'équilibre, que les corps observent dans le choc, soit telle que les masses doivent être en raison directe des vitesses, au lieu d'être en raison réciproque, on trouveroit dans l'exemple précédent $V = \frac{Ma + mA}{M + m}$; d'où l'on voit que si les masses M & m étoient en raison inverse des vîtesses A, a, on trouveroit que les corps M & m devroient se mouvoir après le choc, & qu'ainsi il n'y auroit point d'équilibre, quoiqu'il soit démontré qu'il doit y avoir équilibre alors; ainsi, la formule précédente seroit fautive, au moins pour ce cas-là; & par conséquent il faudroit différentes formules pour les différentes hypothèses de *percussions*: cet inconvénient n'auroit pas lieu en suivant notre première formule $V = \frac{MA - mv}{M + m}$; & il faut avouer qu'elle paroît en cela beaucoup plus conforme à la simplicité & à l'uniformité de la nature. Quoi qu'il en soit, nous nous attacherons à cette dernière formule, comme étant la plus conforme à l'expérience, & suivie aujourd'hui par tous les philosophes modernes. *Voyez*, sur la nécessité ou la contingence des loix du mouvement, la préface de la nouvelle édition de mon *Traité de Dynamique*, 1759.

Descartes paroît être le premier qui ait pensé qu'il y avoit des loix de *percussion*, c'est-à-dire, des loix suivant lesquelles les corps se communiquoient du mouvement: mais ce grand homme n'a pas tiré d'une idée si belle & si féconde, tout le parti qu'il auroit pu. Il se trompa sur la plupart de ces loix, & les plus zélés des sectateurs qui lui restent, l'abandonnent aujourd'hui sur ce point. MM. Huyghens, Wren & Wallis sont les premiers qui les aient données d'une manière exacte, & ils ont été suivis ou copiés depuis par une multitude d'auteurs.

On peut distinguer, au moins dans la spéculation, trois sortes de corps, des corps parfaitement durs, des corps parfaitement mous, & des corps parfaitement élastiques.

Dans les corps sans ressorts, soit parfaitement durs, soit parfaitement mous, il est facile de déterminer les loix de la *percussion*; mais comme les corps, même les plus durs, ont une certaine élasticité, & que les loix du choc des corps à ressort sont différentes des loix du choc des corps sans ressort; nous allons donner séparément les unes & les autres.

Nous ne devons pas cependant négliger de remarquer que le célèbre M. Jean Bernoulli, dans son *Discours sur les loix de la communication du mouvement*, a prétendu qu'il étoit absurde de donner les loix du choc des corps parfaitement durs; la raison qu'il en apporte, est que rien ne se fait par *saut* dans la nature, *natura non operatur per saltum*, tous les changemens qui arrivent s'y font par des degrés insensibles; ainsi, dit-il, un corps qui perd son mouvement, ne le perd que peu-à-peu & par des degrés infiniment petits, & il ne sauroit, en un instant & sans gradation, passer d'un certain degré de vîtesse ou de mouvement, à un autre degré qui en differe considérablement: c'est cependant ce qui devroit arriver dans le choc des corps parfaitement durs; donc, conclut cet auteur, il est absurde d'en vouloir donner les loix, & il n'y a point dans la nature de corps de cette espèce.

On peut répondre à cette objection, 1.° qu'il n'y a point à la vérité de corps parfaitement durs dans la nature, mais qu'il y en a d'extrêmement durs, & que le changement qui arrive dans le mouvement de ces corps, quoiqu'il puisse se faire par des degrés insensibles, se fait cependant en un tems si court, qu'on peut regarder ce tems comme nul; de sorte que les loix du choc des corps parfaitement durs sont presque exactement applicables à ces corps; 2.° qu'il est toujours utile, dans la spéculation, de considérer ce qui doit arriver dans le choc des corps parfaitement durs, pour s'assurer de la différence qu'il y auroit entre les chocs mutuels de ces corps & ceux des corps que nous connoissons; 3.° que le principe d'où part M. Bernoulli, que *la nature n'opere jamais par saut*, n'est peut-être pas aussi général & aussi peu susceptible d'exception qu'il le prétend. Les loix du choc peuvent en fournir un exemple. Imaginons deux boules parfaitement égales & élastiques qui viennent se choquer avec des vîtesses égales en sens contraire, il est certain qu'à l'instant du choc le point de contact commun perd tout-d'un-coup toute sa vîtesse; & comme on ne peut pas supposer la matière actuellement divisée à l'infini, il est impossible que ce point perde toute sa vîtesse, sans qu'une petite partie qui lui sera voisine dans chaque sphère, ne perde aussi la sienne; voilà donc deux corps qui perdent tout-d'un-coup leur mouvement, sans que cette perte se fasse par des degrés insensibles.

Quoi qu'il en soit, nous allons exposer les loix du choc des corps durs & celles des corps mous, telles que l'expérience & le raisonnement les confirment. Ces loix sont les mêmes, quant au résultat; mais la manière dont se fait la communication

munication du mouvement entre les corps durs & les corps mons, eſt différente. Ceux-ci changent de figure par le choc, & ne la reprennent plus, de façon que leur mouvement change auſſi par degrés. Les corps durs au contraire ne changent point de figure & ſe communiquent leur mouvement dans un inſtant.

Pour trouver le mouvement que doivent avoir, après le choc, deux maſſes qui ſe frappent, en ſens contraire, avec des viteſſes connues, on ſe ſervira de la formule ci-deſſus. $V = \frac{MA - ma}{M + m}$.

Si l'une des maſſes, comme m, étoit en repos, alors la vîteſſe a ſeroit égale à zéro, & l'on auroit $V = \frac{MA}{m + M}$ pour la vîteſſe commune des deux maſſes après le choc.

Enfin ſi cette maſſe m, au lieu de ſe mouvoir dans une direction oppoſée à celle de la maſſe M, ſe mouvoit dans le même ſens avec une vîteſſe a, (qui fut moindre que la vîteſſe A, afin que la maſſe M pût l'attrapper); en ce cas, il faudroit changer le ſigne du terme où a ſe trouve dans la formule ci-deſſus, & on auroit $V = \frac{MA + ma}{M + m}$ pour la vîteſſe que doivent avoir, après le choc, deux maſſes M, m, qui alloient du même côté avant le choc. La vîteſſe, après le choc, étant connue, il ſera aiſé de trouver la quantité de mouvement de chacun des corps après le choc, car ces quantités de mouvement ſeront MV & mV, ou $\frac{M^2A + Mma}{M + m}$ & $\frac{mMA + mma}{M + m}$; par conſéquent, retranchant ces quantités de mouvement des quantités de mouvement que les corps avoient avant le choc, on aura ce qu'ils ont perdu ou gagné de quantité de mouvement; perdu, ſi la différence eſt poſitive, & gagné, ſi elle eſt négative; on aura ainſi $MA - MV = \frac{mMA \pm Mma}{M + m}$, & $\mp ma - mV = \mp \frac{mMa - mMA}{M + m}$; or, de ces différentes formules, on tirera aiſément les loix ſuivantes, que nous nous contenterons d'expoſer.

Loix de la percuſſion *dans les corps ſans reſſort.* Si un corps en mouvement, comme *A. Planche méch. fig.* 40. choque directement un autre corps B en repos, le premier perdra une quantité de mouvement préciſément égale à celle qu'il communiquera au ſecond; de ſorte que les deux corps iront enſemble après le choc, avec une égale vîteſſe, comme s'ils ne faiſoient qu'une ſeule maſſe. Si A eſt triple de B, il perdra un quart de ſon mouvement; de ſorte que s'il parcouroit avant le choc 24 piés en une minute, il ne parcourra plus après le choc que 18 piés, &c.

2.° Si un corps en mouvement A en rencontre un autre B, qui ſoit lui-même déja en mouvement, le premier augmentera la vîteſſe du ſecond; mais il perdra moins de ſon mouvement que ſi le ſecond corps étoit en repos, puiſque pour faire aller les deux corps enſemble après le choc, comme cela eſt néceſſaire, le corps A a moins de vîteſſe à donner au ſecond corps, que quand ce ſecond corps étoit en repos.

Suppoſons, par exemple, que le corps A ait douze degrés de mouvement, & qu'il vienne à choquer un autre corps B, moindre de la moitié & en repos, le corps A donnera au corps B quatre degrés de mouvement & en retiendra huit pour lui; mais ſi le corps choqué B a déja trois degrés du mouvement lorſque le corps A le choque, le corps A ne lui donnera que deux degrés de mouvement; car A étant double de B, celui-ci n'a beſoin que de la moitié du mouvement A pour aller avec une vîteſſe égale à celle de A.

3.° Si un corps A en mouvement, choque un autre corps B qui ſoit en repos, ou qui ſe meuvent plus lentement, ſoit dans la même direction, ſoit dans une direction contraire, la ſomme des quantités de mouvement, (c'eſt-à-dire, des produits des maſſes par les vîteſſes) ſi les corps ſe meuvent du même côté, ou leur différence s'ils ſe meuvent en ſens contraire, ſera la même avant & après le choc.

4.° Si deux corps égaux A & B viennent ſe choquer l'un l'autre, ſuivant des directions contraires, avec des vîteſſes égales, ils reſteront tous deux en repos après le choc.

Pluſieurs philoſophes, entr'autres Deſcartes, ont ſoutenu le contraire de cette loi, & ont prétendu que deux corps égaux & durs venant ſe choquer avec des vîteſſes égales & contraires, ne devoient pas reſter en repos. Leur principale raiſon eſt, qu'il ne doit point y avoir de mouvement perdu dans la nature. Mais, en premier lieu, il eſt queſtion ici de corps parfaitement durs, tels qu'il ne s'en trouve point dans l'univers; & par conſéquent, quand la prétendue loi de la conſervation auroit lieu, elle pourroit n'être pas appliquable ici. 2.° Le choc des corps élaſtiques dont les loix ſont confirmées par l'expérience, nous fait voir que la quantité de mouvement n'eſt pas toujours la même avant & après le choc, mais qu'elle eſt quelquefois plus grande & quelquefois moindre après le choc qu'avant le choc. 3.° On peut démontrer directement la fauſſeté de l'opinion cartéſienne de la manière ſuivante. Toutes les fois qu'un corps change ſon mouvement en un autre, le mouvement primitif peut être regardé comme compoſé du nouveau mouvement qu'il prend, & d'un autre qui eſt détruit. Suppoſons donc que les corps M, M, égaux, qui viennent en ſens contraire ſe choquer avec les vîteſſes A, A, réjailliſſent après le choc avec ces

mêmes vîtesses A, A, en sens contraire, comme le veulent les Cartésiens, c'est-à-dire, avec les vîtesses—A—A, il est certain que la vîtesse A de l'un des corps avant le choc, est composée de la vîtesse—A & de la vîtesse 2 A, & qu'ainsi c'est la vîtesse 2 A qui doit être détruite, c'est-à-dire, que les corps M, M, animés en sens contraire des vîtesses 2 A, 2 A, se font équilibre. Or, cela posé, ils doivent se faire équilibre aussi étant animés des vîtesses simples A, A en sens contraire; car il n'y a point de raison de disparité: donc les deux corps dont il s'agit doivent rester en repos après le choc.

5.° Si le corps A choque directement un autre corps B en repos, sa vîtesse après le choc sera à sa vîtesse avant le choc, comme la masse de A est à la somme des masses A & B; par conséquent si les masses A & B sont égales, la vîtesse après le choc sera la moitié de la vîtesse avant le choc.

6.° Si un corps en mouvement A, choque directement un autre corps qui se meuve avec moins de vitesse, & dans la même direction, la vîtesse après le choc sera égale à la somme des quantités de mouvement divisé par la somme des masses.

7.° Si deux corps égaux, mus avec des vîtesses différentes, se choquent directement l'un & l'autre en sens contraire, ils iront tous deux ensemble après le choc, avec une vîtesse commune, égale à la moitié de la différence de leurs vitesses avant le choc.

7.° Si deux corps A & B se choquent directement en sens contraire avec des vîtesses qui soient en raison inverse de leurs masses, ils demeureront tous deux en repos après le choc.

9.° Si deux corps A & B se choquent directement en sens contraire avec des vîtesses égales, ils iront ensemble après le choc avec une vîtesse commune, qui sera à la vîtesse de chacun des corps avant le choc, comme la différence des masses est à leur somme.

10.° La force du choc direct ou perpendiculaire, est à celle du choc oblique, toutes choses d'ailleurs égales, comme le sinus total est au sinus de l'obliquité. *Voyez* DÉCOMPOSITION.

Loix de la percussion *pour les corps élastiques.*

11.° Dans les corps à ressort parfait, la force de l'élasticité est égale à la force avec laquelle ces corps sont comprimés, c'est-à-dire, que la collision des deux corps l'un contre l'autre, est équivalente à la quantité de mouvement que l'un ou l'autre des deux acquéreroit ou perdroit, si les corps étoient parfaitement durs & sans ressort. Or, comme la force du ressort s'exerce en sens contraire, il faut retrancher le mouvement qu'elle produit du mouvement du corps choquant, & l'ajouter à celui du corps choqué; on aura de cette manière les vîtesses après la percussion. *Voyez* ELASTIQUE.

12.° Si un corps vient frapper directement un obstacle immobile, le corps & l'obstacle étant tous deux élastiques, ou l'un des deux seulement, le corps sera réfléchi dans la même ligne suivant laquelle il étoit venu, & avec la même vîtesse. Car s'il n'y avoit de ressort ni dans le corps, ni dans l'obstacle, toute la force du choc seroit employée à surmonter la résistance de l'obstacle, & par conséquent, le mouvement seroit entièrement perdu: or cette force du choc est employée ici à bander le ressort d'un des corps ou de tous les deux; de sorte que quand le ressort est entièrement bandé, il se débande avec cette même force, & par conséquent repousse le corps choquant avec une force égale à celle qu'il avoit, & fait retourner ce corps en arrière avec la vîtesse qu'il avoit avant le choc. De plus, le ressort se débande dans la même ligne suivant laquelle il a été bandé, puisqu'on suppose que le choc est direct; d'où il s'ensuit qu'il doit repousser le corps choquant dans la même ligne droite suivant laquelle ce corps est venu.

13.° Si un corps élastique vient frapper obliquement un obstacle immobile, il se réfléchira de manière que l'angle de réflexion sera égal à l'angle d'incidence. *Voyez* RÉFLEXION & MIROIR.

14.° Si un corps élastique A, choque directement un autre corps B en repos, qui lui soit égal; après le choc, A demeurera en repos, & B ira en avant avec la même vîtesse, & suivant la même direction que le corps A avoit avant le choc.

Car, si les corps n'étoient point élastiques, chacun auroit, après le choc, la même direction, & une vîtesse commune, égale à la moitié de la vîtesse du corps A; mais comme le ressort agit en sens contraire, avec une force égale à celle de la compression, il doit repousser A avec la moitié de la vîtesse, & par conséquent arrêter son mouvement; au contraire, il doit pousser en avant avec cette même moitié de vîtesse le corps B, dont la vîtesse totale sera par conséquent égale à celle du corps A avant le choc.

Donc, puisque A (*Pl. Méch. fig.* 41) transfere toute sa force à B, B, la transférera de même à C, C, à D, & D à E. Donc, si on a plusieurs corps élastiques égaux qui se touchent l'un l'autre, que A vienne choquer B, tous les corps intermédiaires resteront en repos, & le dernier seul E s'en ira avec une vîtesse égale à celle avec laquelle le corps A a choqué B.

15.° Si deux corps élastiques égaux A, B, se choquent directement en sens contraire avec des vîtesses égales, ils se réfléchiront après le choc, chacun avec la vîtesse qu'il avoit & dans la même ligne. Car, mettant à part le ressort, il est certain que ces deux corps resteroient en repos: or, toute la force du choc est employée à la compression du ressort, & le ressort se débande en sens contraire, avec la même force par laquelle il a été bandé; donc il doit rendre à chacun de

ces corps leurs vîteſſes, puiſqu'il agit également ſur chacune.

16.° Si deux corps à reſſort égaux A & B ſe choquent directement en ſens contraire avec des vîteſſes inégales, après le choc ils ſe réfléchiront en faiſant échange de leurs vîteſſes.

Car ſuppoſons que les corps ſe choquent avec les vîteſſes $C+c$ & C; s'ils ſe choquoient avec la même vîteſſe C, ils devroient, après le choc, ſe réfléchir avec cette même vîteſſe. Si B étoit en repos, & que A le choquât avec la vîteſſe c, B, prendroit la vîteſſe c après le choc, & A demeureroit en repos. Donc l'excès c de la vîteſſe de A ſur celle de B, eſt transféré entièrement au corps B; ainſi, A ſe meut après le choc avec la vîteſſe C, & B avec la vîteſſe $C+c$.

Donc les deux corps s'éloignent l'un de l'autre après le choc avec une vîteſſe égale à celle avec laquelle ils s'approchoient avant le choc.

17.° Si un corps élaſtique A, choque un autre corps B qui lui ſoit égal, & qui ait un moindre degré de mouvement ſuivant la même direction, ces deux corps iront après le choc ſuivant la même direction, & feront échange de leurs vîteſſes.

Car, ſi A eſt ſuppoſé choquer avec la vîteſſe $C+c$, le corps B qui n'ait que la vîteſſe C; il eſt évident que des vîteſſes égales C & C, il ne peut réſulter aucun choc; ainſi, tout ſe paſſe de la même manière que ſi le corps A choquoit le corps B en repos, avec la ſeule vîteſſe c. Or, dans ce cas, A reſteroit en repos après le choc, & donneroit à B la vîteſſe entière c. Donc après le choc B aura la vîteſſe $C+c$ & A ne gardera que la vîteſſe C; & chacun de ces deux corps conſervera la même direction.

18.° Si un corps en mouvement A choque un autre B auſſi en mouvement, le choc ſera le même que ſi le corps A venoit à choquer le corps B en repos avec la différence des vîteſſes.

Donc, puiſque la force élaſtique eſt égale à la *percuſſion*, il s'enſuit que cette force agit ſur les corps A & B avec la différence des vîteſſes qu'ils avoient avant de ſe rencontrer.

19.° On propoſe de déterminer les vîteſſes que doivent avoir, après le choc, deux corps élaſtiques quelconques, qui ſe rencontrent & ſe frappent directement avec des vîteſſes quelconques. Si un corps à reſſort A, choque un autre corps à reſſort B qui ſoit en repos, ou qui ſe meuve moins vîte que A, voici comment on trouvera la vîteſſe de l'un des corps; par exemple, de A après la percuſſion. On fera comme la ſomme des deux maſſes eſt au double de l'un des deux corps qui dans ce cas-ci, eſt B; ainſi, la différence des vîteſſes avant le choc eſt à une autre vîteſſe qui étant ſouſtraite de la vîteſſe du corps A avant le choc, & dans d'autres cas lui étant ajoutée, donnera la vîteſſe que lui reſte après le choc

Pour déterminer cette loi générale du choc des corps élaſtiques, on n'a beſoin que du principe ſuivant; ſi deux corps élaſtiques ſe viennent choquer directement avec des quantités de mouvement égales, c'eſt-à-dire, avec des vîteſſes en raiſon inverſe de leurs maſſes, ils retourneront après le choc en arrière, chacun avec la vîteſſe qu'il avoit avant le choc. En effet, ſi les corps dont il s'agit étoient parfaitement durs, nous avons vu qu'ils reſteroient en repos, & qu'ils ſe feroient équilibre, parce que leurs mouvemens ſeroient détruits. Or l'effet du reſſort parfait, tel qu'on le ſuppoſe ici, eſt de rendre à chaque corps en ſens contraire le mouvement qu'il a perdu; donc les deux corps rejailliront avec leurs vîteſſes primitives.

Or nous avons vu que dans le choc de deux corps durs, il y a toujours deux quantités de mouvement égales & contraires qui ſe détruiſent; c'eſt pourquoi ces quantités de mouvement doivent être rendues à chacun des corps en ſens contraire, pour avoir leur quantité de mouvement après le choc, & par conſéquent leurs vîteſſes. Par exemple, dans le cas où les deux corps M, m, vont du même côté avant le choc avec des vîteſſes A, a, nous avons vu que leur vîteſſe commune V après le choc ſeroit $\frac{MA+ma}{M+m}$, en les conſidérant comme des corps durs; d'où il s'enſuit que la quantité de mouvement que le corps A a perdu, c'eſt-à-dire, $MA - MV$, & qui a dû être détruite dans le choc, eſt $\frac{mMA - mMa}{M+m}$; ajoutant cette quantité de mouvement en ſens contraire à la quantité de mouvement MV, c'eſt-à-dire, l'en retranchant, on aura pour la quantité de mouvement du corps M après le choc, en le ſuppoſant à reſſort, $\frac{MMA - mMA + 2Mma}{M+m}$; & ajoutant cette même quantité de mouvement à mV, on aura pour la quantité du corps m après le choc $\frac{2MA + mma - mMa}{M+m}$. Par le moyen de ces deux formules, on déterminera aiſément la loi dont il s'agit & les ſuivantes.

20.° Si un corps à reſſort A choque directement un autre corps en repos B, la vîteſſe de A après le choc, ſera à ſa vîteſſe avant le choc, comme la différence des maſſes eſt à leur ſomme; & la vîteſſe de B après le choc, ſera à la vîteſſe de A avant le choc, comme le double de la maſſe de A eſt à la ſomme des maſſes.

Ainſi, la vîteſſe de A après le choc, eſt à la vîteſſe B, comme la différence des maſſes eſt au double de la maſſe A.

21.° Si deux corps à reſſort A & B, ſe choquent directement en ſens contraire avec des vîteſſes qui ſoient en raiſon inverſe de leurs maſſes, ils rejailliront après le choc chacun de ſon côté,

avec la même vîtesse & suivant la même direction qu'ils avoient avant le choc.

22.° Dans le choc direct des corps, la vîtesse respective demeure toujours la même avant & après le choc, c'est-à-dire, que quand les corps vont tous deux du même côté, la différence des vîtesses est la même avant & après le choc, & que quand ils se choquent en sens contraire, la différence ou la somme des vîtesses après le choc, est la même que leur somme avant le choc; savoir, la différence si les corps se meuvent dans le même sens après le choc, & la somme s'ils s'éloignent l'un de l'autre après le choc suivant des directions contraires.

Ainsi, les deux corps s'éloignent l'un de l'autre après le choc, avec la même vîtesse avec laquelle ils s'approchoient l'un de l'autre avant le choc.

23.° Dans le choc des corps à ressort, la quantité de mouvement n'est pas toujours la même avant & après le choc; mais elle augmente quelquefois par le choc, & quelquefois elle diminue.

Ainsi, Descartes & ses sectateurs se trompent, lorsqu'ils soutiennent que la même quantité de mouvement subsiste toujours dans l'univers.

14.° Si deux corps à ressort A & B se choquent, la somme des produits des masses par les quarrés des vîtesses, est toujours la même avant & après le choc.

C'est le célèbre M. Huyghens qui a le premier découvert cette loi, & ceux qui soutiennent que les forces vives des corps, c'est-à-dire, les forces des corps en mouvement, sont les produits des masses par les carrés de leurs vîtesses, s'en servent pour prouver leur opinion; car ces philosophes font voir que non-seulement dans le choc des corps, mais aussi dans toutes les questions de dynamique, la somme des masses par les carrés des vîtesses, fait toujours une quantité constante. Or, comme il est naturel de penser, selon eux, que la force des corps en mouvement demeure toujours la même, de quelque manière qu'ils agissent les uns sur les autres, ces auteurs en concluent que cette force est donc le produit de la masse par le quarré de la vîtesse, & non par la vîtesse simple. *Voyez* FORCES VIVES.

25.° Pour déterminer le mouvement de deux corps A & B, (*fig* 42) qui se choquent obliquement, soit que ces corps aient du ressort ou n'en aient point; le mouvement du corps A suivant AC, peut se décomposer en deux autres, dans les directions AE & AD; & le mouvement du corps B suivant BC, peut aussi se décomposer en deux autres suivant BF & BG; & les vîtesses suivant AD & BF seront aux vîtesses suivant AC & BC, comme les lignes droites AD, BF, AC, & BC: or, comme les droites AE & BG sont parallèles, les forces qui agissent suivant ces directions, ne sont opposées en rien, & par conséquent on ne doit point y avoir égard pour déterminer le mouvement que les deux corps se communiquent par le choc; mais comme les lignes AD & BF, ou, ce qui revient au même, EC & GC, composent une même ligne perpendiculaire à DC, il s'ensuit que le choc est le même que si les corps A & B se choquoient directement avec des vîtesses qui fussent entr'elles comme EC & GC. Tout se réduit donc à trouver la vîtesse de A & B, suivant les règles données ci-dessus. Supposons, par exemple, que la vîtesse du corps A, après le choc dans la perpendiculaire EC, soit représentée par CH; comme le mouvement suivant AE n'est point changé par le choc, on fera $CK = AE$, & on achevera le parallélogramme $HCKI$; la diagonale CI représentera le mouvement de A après le choc; car, après le choc, le corps se mouvra suivant la direction CI, & avec une vîtesse qui sera comme CI. On trouvera de la même manière, que le corps B se réfléchira suivant la diagonale du parallélogramme CM, dans lequel $LM = BG$, en supposant que la vîtesse BF se change après le choc en CL; ainsi, les vîtesses après le choc seront entr'elles comme CI à CM.

Centre de *percussion* est le point dans lequel le choc ou l'impulsion d'un corps qui en frappe un autre, est le plus grand qu'il est possible. *Voy.* CENTRE.

Le centre de *percussion* est le même que le centre d'oscillation, lorsque le corps choquant se meut autour d'un axe fixe. *Voyez* OSCILLATION.

Si toutes les parties du corps choquant se meuvent d'un mouvement parallèle & avec la même vîtesse, le centre de *percussion* est le même que le centre de gravité. *Voyez* GRAVITÉ & CENTRE.

Sur les loix de la *percussion* des corps irréguliers, élastiques ou non, *voyez* mon *traité de Dynamique*.

J'y ai déterminé, *art.* 169, de la seconde édition, les loix de cette *percussion* par une méthode fort simple. Cette méthode suppose, en général, que le mouvement d'un corps après le choc, est toujours composé d'un mouvement du centre de gravité en ligne droite, & d'un mouvement de rotation autour de ce centre, lequel mouvement est $= 0$ dans le cas de la *percussion* directe. On peut voir sur cela un plus grand détail dans l'article cité de mon *traité de Dynamique*. (*O*)

PERCUSSION *des fluides*. *Voyez* RÉSISTANCE.

PÉRIGÉE, (*Astron.*) signifie le point de l'orbite, du soleil ou de la lune, où ces planètes sont le plus près de la terre, ou, en général, le point de la plus petite distance d'une planète à la terre. *Périgée* est opposé à *Apogée*.

PERIHELIE, (*Astron.*) c'est le point de l'orbite

d'une planète, dans lequel cette planète est à sa plus petite distance du soleil. *Voyez* APHELIE.

La terre est dans son *périhélie*, & par conséquent le soleil dans son périgée, au commencement de janvier, le diamètre du soleil nous paroît alors le plus grand.

PERIMETRE, s. m. *terme de Géométrie*, c'est le contour ou l'étendue qui termine une figure ou un corps. *Voyez* FIGURE.

Ce mot est formé des mots grecs περὶ, *autour* & μέτρον, *mesure*. Les *périmètres* des surfaces ou figures, sont des lignes; ceux des corps sont des surfaces. *Voyez* SURFACES.

Dans les figures circulaires, *&c.* le *périmetre* est appellé *périphérie* ou circonférence. *Voyez* PÉRIPHÉRIE. (*E*)

PÉRIODE, (*Astron.*) est le tems qu'une planète met à faire sa révolution, ou la durée de son cours, depuis qu'elle part d'un certain point des cieux jusqu'à ce qu'elle retourne à ce même point. *V.* RÉVOLUTION, PLANÈTE.

PÉRIODES *du calendrier*, *V.* CYCLES dans le Dictionnaire d'Histoire & de Chronologie, & dans ce Dictionnaire ci, *p.* 475.

Période dionysienne ou *victorienne*, est un intervalle de 532 ans, formé par le produit de 19 & de 28, ou du cycle lunaire par le cycle solaire. On l'a appellée *le grand cycle pascal*, parce que Victorinus ou Victorius l'avoit proposée dans le 5.ᵉ siécle, comme ramenant les nouvelles lunes & la fête de pâque au même jour de l'année julienne. Denys le Petit s'en est servi l'an 526. Voyez *Janus*, *Historia cycli Dionysiani*. Mais, depuis la réformation du calendrier, on n'en fait plus d'usage. *V.* CYCLE PASCHAL.

PÉRIODE JULIENNE, est le produit des trois cycles, solaire, lunaire & d'indiction, ou de 28, 19 & 15, c'est-à-dire, un espace de 7980 ans, dans lequel il ne peut y avoir deux années qui aient les mêmes nombres pour les trois cycles; au bout de ce tems, les trois cycles reviennent ensemble dans le même ordre. Pour savoir combien de tems il y a que cette période a commencé, il ne faut qu'ajouter 4713 à l'année de l'ère chrétienne, & l'on a l'année de la période julienne, qui répond à l'année courante où l'on est.

La *période* julienne a été proposée, en 1583, par Joseph Scaliger, comme une mesure universelle en chronologie; le nom de julienne lui fut donné à cause du calendrier julien, dont Scaliger faisoit usage. Képler & Boulliaud en ont fait usage dans leurs tables astronomiques, & surtout *Mercator*, dans son Astronomie, imprimée en 1676.

Les époques des mouvemens célestes sont rapportées à la première année de la *période* julienne, dans Muller, & celles de la chronologie, dans le grand ouvrage du P. Pétau, *de Doctrina temporum*. Par exemple, suivant Scaliger, la création du soleil répond au 22 octobre 764 de cette *période*, ou à l'an 730, suivant le calcul du P. Pétau.

Lorsque, pour une année dont on connoît le cycle solaire, le nombre d'or & d'indiction, on cherche la *période* julienne, c'est la matière d'un problême indéterminé arithmétiquement, mais déterminé chronologiquement, dont on trouve la solution dans presque tous les livres d'algèbre; il se réduit à chercher un nombre qui, divisé par trois nombres donnés, produise trois restes donnés (*Inst. Astron.* de M. le Monnier, *p.* 620. M. Euler, *Mémoire de Péterʃbourg*, p. 46. *Astronomie*, livre VIII.)

PÉRIODE *caldéenne* de 18 ans ou 223 lunaisons; *période* très-intéressante dans l'astronomie, parce qu'elle ramène la lune à la même position, par rapport au soleil à l'apogée & au nœud.

Les anciens astronomes, long-tems avant Hipparque, avoient apperçu le retour constant des éclipses au bout de 223 mois lunaires, c'est-à-dire, de 18 ans & dix jours, ou 11 jours, s'il n'y a que 4 bissextiles.

Pline le Naturaliste dit aussi qu'il est certain que les éclipses retournent dans le même ordre dans l'espace de 223 mois (L. II, *cap.* 13); c'est pourquoi Halley l'appelle *période* de Pline (*Philos. Trans.* 1692; *Acta erudit.* 1692). Si Thalès a prédit une éclipse 603 ans avant Jesus-Christ, ce ne pouvoit être que par le moyen de cette *période*.

Les éclipses ne pouvoient revenir dans le même ordre, malgré les inégalités de la lune, à moins que ces inégalités ne suivissent aussi la même *période*; d'où Halley conclut que les inégalités & les erreurs des tables de la lune, quoiqu'imparfaitement connues, devoient cependant revenir les mêmes au bout de 223 lunaisons; en sorte qu'une erreur observée devoit suffire pour annoncer celle qui auroit lieu 18 ans après, malgré l'imperfection des tables de la lune. C'est cette *période* que M. Halley appelle aussi *saros*, ou *période* caldaïque; mais, au sujet du saros, il y a plus d'incertitude.

Halley, dès l'année 1684, avoit fait usage de la *période* de 18 ans pour prédire les éclipses: on avoit observé, le 22 juin 1666 (*V.* STYLE), une éclipse de soleil, à Londres & à Dantzick; il s'en servit pour prédire celle du 2 juillet 1684, en y employant la même erreur qu'il avoit reconnue dans les tables pour le 2 juillet 1666, & sa prédiction se trouva vérifiée à la minute; enfin il se trouva que, même hors des syzygies, les erreurs des tables se trouvoient presque les mêmes; il en conclut que les défauts de la théorie avoient une régularité, &, pour le connoître parfaitement, il forma dès-lors le dessein d'observer la lune, sans interruption, pendant une *période* entière de 18 ans, ce qu'il exécuta; & M. le Monnier a continué pendant deux *périodes*.

On trouve, dans les tables de Halley, un ca-

talogue des éclipses de lune & de soleil, arrivées depuis 1701 jusqu'en 1718; il donna pour chaque le tems moyen du milieu de l'éclipse, l'anomalie moyenne du soleil, l'argument annuel & la latitude de la lune. Pour que cette table pût servir à trouver les éclipses dans toutes les autres périodes, il y joignit deux autres tables pour corriger la *période*, parce qu'en effet le retour n'est pas assez exact pour qu'on puisse en tirer des conclusions certaines. Bouillaud en avoit fait la remarque long-tems avant Halley; l'éclipse de lune du 31 janvier 1580 avoit été totale; celle du 10 février ne fut que de 11 ½ doigts; celle du 14 mars 1634 ne fut que de 11 doigts; celle du 27 avril 1706 de 5 ½; celle du 29 mai 1760 de trois cinquièmes de doigt; enfin, le 10 juin 1778, après dix *périodes* accomplies, il n'y aura plus d'éclipse, parce que la *période* ne ramène pas la lune exactement à une même distance du nœud (M. le Gentil, *Mém. Acad.* 1756). Par la même raison, les erreurs des tables doivent devenir différentes, après quelques *périodes*, le 18 octobre 1641. Celle des tables de Flamsteed étoit, suivant M. le Gentil, de 2′ 6″ en excès; mais, le 23 décembre 1749, elle étoit de 1′ 11″ en défaut: l'erreur des tables a donc varié de 3′ 18″ dans l'espace de 6 *périodes*, ce qui fait 33″ de changement pour chacune; de même l'éclipse du 20 janvier 1647, comparée avec celle du 27 mars 1755, donne 45″ pour la différence de l'erreur des tables de Flamsteed à la fin de chaque *période*. Ainsi, quoique cette manière de connoître & de prédire l'erreur des tables fût bonne dans le tems où l'on craignoit, de la part des tables, plusieurs minutes d'erreur, elle est peu nécessaire actuellement, que nous avons des tables dont l'erreur ne passe pas une minute. M. Toaldo trouve que la même *période* de 18 ans ramène aussi les années sèches ou pluvieuses, chaudes ou froides (*della vera influenza degli astri, saggio meteorologico.* Padoue, 1781, *p.* 117. Journal de Physique, *t. XXI*, *p.* 176.

La *période* de 600 ans est aussi remarquable pour le retour des nouvelles lunes, puisqu'elle ramène le soleil & la lune en conjonction au même point du ciel, du moins à un jour près. Josephe, dans ses Antiquités judaïques, *l.* 1, *c.* 4, dit que les patriarches n'auroient pu perfectionner l'astronomie, s'ils avoient vécu moins de 600 ans, parce que ce n'est qu'après cette révolution que s'accomplit la grande année, aussi l'a-t-on appellé *la grande année des patriarches.* Cassini, *de l'origine de l'Astronomie*, p. 4. *Règles de l'Astronomie Indienne*, p. 56. M. de Mairan, *Lettres au P. Parennin*, 1770, p. 83 & 125. M. Goguet, tom. III, p. 221, *in*-4.° M. le Gentil, *Mémoires de l'Acad.* 1756, p. 64. M. Bailly, *Hist. de l'Astr. anc.* p. 66 & 309.

Les 600 années solaires de 365ʲ 5ʰ 48′ 48″ font 18934156800″, les 7421 mois lunaires à 29ʲ 12ʰ 44′ 2″ 8921, font 18934257702″, la différence est de 28 heures 1′ 4″; ainsi, la lune rencontrera le soleil un jour plus tard, le cycle lunaire, répété 14 fois, ne produit en 266 ans que 29 heures d'erreur; ainsi, je ne trouve pas que la *période* de 600 ans soit fort importante pour l'astronomie ni pour le calendrier.

La *période lunisolaire de Louis-le-Grand*, proposée par M. Cassini, est de 11600 ans; elle ramène les nouvelles lunes au même jour & presqu'à la même heure de l'année grégorienne. *Règles de l'Astronomie Indienne.*

PÉRIODE *caniculaire, cynique* ou *sothiaque*, ou *cycle caniculaire*, est un espace de 1460 ans, au bout desquels l'année solaire naturelle se trouvoit recommencer avec l'année civile & vague des Egyptiens, qui n'avoit que 365 jours. *Censorinus*, cap. 6, 8 & 18. *Geminus*, Elém. Astr. *Petavius*, Var. differt. l. 2, c. 4. *Riccioli*, Chronol. réform. p. 31. *M. Dupuy*, Mém. de l'Acad. des Inscr. tom. 29, p. 114.

Il paroît que cette *période* ne fut pas bien connue que vers le tems d'Eratosthène; & ceux qui la font remonter à l'an 1322 avant Jesus-Christ, ne l'ont fait qu'à l'aide du calcul, & non pas d'après l'histoire & la chronologie. Les anciens étoient en erreur de plusieurs années relativement à ce cycle, parce qu'ils ne connoissoient point l'année sydérale ou astrale qui devoit régler le cycle sothiaque; ils croyoient que 1460 années solaires étoient égales à 1461 années vagues ou civiles; mais, comme il y a quelque chose de moins pour l'année tropique, & quelque chose de plus pour l'année sydérale, la période n'étoit point exactement de 1460 ans; au bout de ces 1460, l'année civile ou vague ne concourroit réellement, ni avec l'année tropique, ni avec l'année sydérale. En supposant l'année sydérale de 365ʲ 6ʰ 9′ 11″, il ne faut que 1424 années sydérales, pour faire 1425 années égyptiennes, vagues ou communes, l'une & l'autre formant le nombre de 520125 jours; en supposant l'année tropique de 365ʲ 5ʰ 48′ 48″, il falloit 1507 années tropiques, ou 1508 années communes pour ramener les saisons au même jour de l'année, après un intervalle de 550420 jours: ainsi, la *période* de 1460 ans ne ramenoit point au même jour les levers des étoiles, qui n'exigeoient que 1425 ans, ni les saisons qui en exigeoient 1508.

Il y a encore plusieurs autres *périodes* qui ont eu de la célébrité, celle de 8 ans, employée par Cléostrate & Harpalus; celle de 59 ans, proposée par Philolaus & Œnopides, & celle de Calippus-Cyzicenus, astronome grec, qui vivoit 330 ans avant Jesus-Christ. Il proposa le premier la *période* de 76 ans quadruple du cycle lunaire de Méton, parce qu'en ôtant un jour de 4 cycles, il le rendoit plus exact. Voyez *Censorinus*, c. 18. *Ptolomée*, V, 3; on prétend qu'il reconnut l'erreur du cycle de Méton dans une éclipse de lune arrivée 6 ans

avant la mort d'Alexandre. Ce cycle ou cette *période* de Calippus commence à l'automne de l'année de la *période* julienne 4383 ou 330 ans avant Jesus-Christ. Il en est parlé quelquefois dans l'Almageste de Ptolomée, III, 2, VII, 2 & 3, & dans plusieurs auteurs, tels que Scaliger, *de Emend. temp.* p. 84, 421; Pétau, *de Doctrina temporum II*, 16 & suivans.

Les anciens parlent encore de la période de 82 ans, proposée par Démocrite, de celle de 247 ans, par Gamaliel; de celle de 304 ans, employée par Hipparque pour les années civiles (Riccioli, *Almag. I*, 243. *Dodwell de veteribus græcorum romanorumque cyclis*, *oxonii*, 1701). (*D. L.*)

PÉRIŒCIENS, sont les habitans du même parallèle terrestre qui sont opposés en longitude, mais qui ont une même latitude.

PÉRIPHÉRIE, s. f. *en géométrie*, est la circonférence ou la ligne qui termine un cercle, une ellipse, une parabole, ou une autre figure curviligne. *V.* CIRCONFÉRENCE, CERCLE, *&c.*

Ce mot est formé de περὶ, *autour*, & de φέρω, *je porte*.

La *périphérie* de chaque cercle est supposée divisée en 360 degrés, qui se subdivisent encore chacun en 60 minutes, les minutes en 60 secondes chacune, *&c.* *Voyez* DEGRÉ, MINUTE, *&c.*

Les géomètres démontrent que l'aire ou surface du cercle est égale à celle d'un triangle, dont la base est égale à la *périphérie*, & la hauteur au rayon. *Voyez* TRIANGLE.

Il suit de-là que les cercles sont en raison composée de leurs *périphéries* & de leurs rayons. Or, en tant que figures semblables, ils sont aussi en raison doublée de leurs rayons : donc les *périphéries* des cercles sont entr'elles comme leurs rayons, & par conséquent aussi comme leurs diamètres. Ce mot est maintenant peu usité. (*E*)

PÉRISCIENS, sont les habitans des zones glaciales, pour qui les ombres font tout le tour de l'horizon.

PERMUTATION, s. f. (*Analyse*); on entend, par ce mot, la transposition qu'on fait des parties d'un même tout, pour en tirer les divers arrangemens dont elles sont susceptibles entr'elles. Comme si l'on cherchoit en combien de façons différentes on peut disposer les lettres d'un mot, les chiffres qui expriment un nombre, les personnes qui composent une assemblée, *&c.*

Il ne faut donc pas confondre la *permutation* avec la combinaison. Dans celle-ci, le tout est en quelque sorte démembré, & l'on en prend les différentes parties 1 à 1, 2 à 2, *&c.* Dans celle-là, le tout conserve toujours son intégrité, & l'on ne fait que faire changer d'ordre aux différentes parties qui le constituent.

Pour trouver toutes les permutations possibles d'un nombre quelconque de termes, il ne s'agit que d'un procédé très-simple & très-facile, lequel porte avec soi sa démonstration.

Il est clair qu'un seul terme *a* ne peut avoir qu'*un* arrangement.

Si l'on ajoute un second *b*, on le peut mettre devant ou après *a*; ce qui donne deux arrangemens $\left\{\begin{matrix} ba \\ ab \end{matrix}\right.$: c'est-à-dire 1 (qu'on avoit déjà pour le premier cas) $\times$ 2 (quantième du nouveau terme).

Si l'on prend un 3[e] terme *c*, il peut occuper trois places dans *ba*, & autant dans *ab*, ce qui donne deux fois 3 ou six arrangemens $\left\{\begin{matrix} cba & cab \\ bca & acb \\ bac & abc \end{matrix}\right.$; c'est-à-dire 2 (résultat du cas précédent) $\times$ 3 (quantième du nouveau terme).

Un quatrième terme *d* pourra occuper quatre places dans chacun de ces six derniers arrangemens; ce qui en donnera 4 fois six, ou 24 nouveaux, c'est-à-dire 6 (résultat du cas précédent) $\times$ 4 (quantième du nouveau terme).

On voit, sans qu'il soit besoin de pousser plus loin l'induction, qu'un cinquième terme *e* donneroit $\overline{24.5}$ ou 120 arrangemens, & ainsi de suite à l'infini.

En général, le nombre des *permutations* pour *n* termes n'étant que celui de $\overline{n-1}$ termes, $\times n$, comme celui de $\overline{n-1}$ termes est celui de $\overline{n-2}$ termes $\times \overline{n-1}$, & ainsi de suite en remontant jusqu'à 1; il résulte que, pour trouver de combien de *permutations* est susceptible un nombre quelconque *n* de termes, il faut faire le produit continu des termes de la progression naturelle, depuis & y compris 1 jusqu'à ce terme *n* inclusivement. $1 \times 2 \times 3 \times 4 \ldots\ldots \times n$.

On a supposé jusqu'ici qu'aucun des termes dont on cherche les *permutations* n'étoit répété, ou, ce qui est la même chose, qu'ils n'avoient tous qu'une seule dimension, & que leur exposant commun étoit l'unité. Si la chose étoit autrement, supposons que *a* représente l'exposant du premier terme, *b* celui du second, *c* celui du troisième, & ainsi de suite jusqu'au dernier.

D'abord *n*, dans la formule ci-dessus, ne sera plus simplement le nombre des termes, mais la *somme de leurs exposans*.

De plus, cette forme ne doit être considérée que comme le numérateur d'une fraction, à laquelle on donnera pour dénominateur le produit continu d'autant de produits particuliers qu'il y a d'exposans ou de termes; & chacun de ces produits particuliers sera le produit continu des nombres naturels poussé jusqu'à celui inclusivement qui exprime l'exposant du terme correspondant, en sorte que la formule absolument générale sera,

$$\frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \ldots\ldots\ldots \times \overline{a + b + c, \&c.}}{1.2\ldots.a \times \overline{1.2\ldots.b} \times \overline{1.2\ldots\ldots c} \times .\&c.}$$

Quand tous les expoſans ſont 1, alors leur ſomme ne diffère point du nombre même des termes, & $a \times b \times c$ &c. (dans le numérateur) $=n$... d'ailleurs, dans le dénominateur, tous les produits particuliers étant 1, le produit général eſt auſſi 1, qui peut être négligé; & la ſeconde formule ſe change en la première.

Un exemple va donner une idée de l'effet des *permutations*.

Il y a 32 cartes dans un jeu de piquet; comme c'eſt un jeu fort répandu, & qu'on mêle les cartes à chaque coup, il s'eſt dû, depuis le tems qu'on y joue, former bien des arrangemens différens de ces 32 cartes; ſuppoſant qu'aucun ne ſe ſoit jamais trouvé répété, en ſorte que chaque fois qu'on a mêlé les cartes en ait fait un nouveau: on demande ſi le nombre de tous les arrangemens poſſibles ne devroit pas déſormais être épuiſé... bien des gens peut-être ne balanceroient pas à ſe décider pour l'affirmative; on va voir combien ils ſe trouveroient loin de leur compte.

Suppoſant tous les individus de l'eſpèce humaine répandus ſur la ſurface de la terre, ſans diſtinction d'âge ni de ſexe, devenus joueurs de piquet, & appariés deux à deux, en ſorte que chaque couple jouât 400 coups par jour *ſous la condition poſée* : il faudra à tous ces joueurs réunis plus de 18 *mille milliards* de *millions de ſiécles*, pour épuiſer tous les changemens d'ordre poſſibles des 32 cartes, & la démonſtration en eſt facile; 400 coups *par jour*, en ſont *par an* 146000, *par ſiécle* 14600.00, *par millions de ſiécles* 14600000.00000.

D'un autre côté, ſuppoſant deux milliards ou deux mille millions d'hommes ſur la terre, ce ſera 1.000.000.000 couples de joueurs qu'il faut multiplier par le dernier nombre ci-deſſus, on aura 14.600.000.000.000.000.000.000. (A)

Maintenant le nombre des *permutations* compètent à 32 termes, ſe trouve 263.130.836.933.693.530.167.218.012.160.000.000. (B)

Si donc on diviſe le nombre B par le nombre A, le quotient indiquera combien de *millions de ſiécles* il faudroit à tous ces joueurs, pour parvenir au but propoſé. Or le nombre B ayant 36 chiffres, tandis que le nombre A n'en a que 23, dont le premier plus petit que le premier du nombre B; le quotient en aura $36-23 \times 1$, ou 13, dont les deux premiers feront 18. Ce quotient excédera donc 18 mille milliards; & il ne faut pas d'ailleurs perdre de vue que les unités auxquelles ſe rapportent ces 18 mille milliards, ſont non des années, mais des *millions de ſiécles*.

Dans le tems que les anagrammes étoient en honneur & faiſoient partie du bel eſprit, on voit que, ſans nul génie, mais avec beaucoup de loiſir & autant de patience, il étoit aiſé de ſe faire, à cet égard, une réputation; en effet, en ſuivant avec quelqu'attention le procédé expliqué plus haut, on étoit aſſuré de trouver par ordre tous les arrangemens poſſibles des lettres d'un ou de pluſieurs mots, ſans qu'il en pût échapper un ſeul, après quoi il ne reſteroit plus qu'à choiſir ceux qui formoient un ſens convenable au but qu'on ſe propoſoit.

Mais l'uſage des permutations ne ſe borne pas aux ſeules anagrammes, elles partagent, avec les combinaiſons l'honneur de la ſolution de pluſieurs problêmes curieux, de ceux en particulier où il s'agit d'eſtimer les haſards. *V.* Combinaison, Alternation, &c. *Cet article eſt de M.* Rallier des Ourmes.

PERPENDICULAIRE, ſ. ſ. *terme de Géométrie*, eſt une ligne qui tombe directement ſur une autre ligne, de façon qu'elle ne panche pas plus d'un côté que de l'autre, & fait par conſéquent de part & d'autre des angles égaux. On l'appelle auſſi *ligne normale. V.* Ligne.

Ainſi, la ligne *IG* (*pl. géom. fig.* 57) eſt perpendiculaire à la ligne *KH*, c'eſt-à-dire, qu'elle fait, avec cette ligne *KH*, des angles droits & égaux.

De cette définition de la *perpendiculaire*, il s'enſuit, 1.° que la perpendicularité eſt mutuelle & réciproque : c'eſt-à-dire, que, ſi une ligne *IG* eſt *perpendiculaire* à une autre ligne *KH*, cette ligne *K H* eſt auſſi *perpendiculaire* à la première *IG*.

2.° Que, d'un point donné, on ne peut tirer qu'une *perpendiculaire* à une ligne donnée.

3.° Que, ſi on prolonge une ligne *perpendiculaire* à une autre, de manière qu'elle paſſe de l'autre côté de cette ligne, la partie prolongée ſera auſſi *perpendiculaire* à cette même ligne.

4.° Que, ſi une ligne droite, qui en coupe une autre, a deux points qui ſoient chacun à égale diſtance des extrêmités de la ligne qu'elle coupe, elle ſera *perpendiculaire* à cette ligne.

5.° Qu'une ligne perpendiculaire à une autre ligne eſt auſſi *perpendiculaire* à toutes les parallèles qu'on peut tirer à cette ligne. *Voyez* Parallele.

6.° Que la *perpendiculaire* eſt la plus courte de toutes les lignes qu'on peut tirer d'un point donné à une ligne droite donnée.

Donc la diſtance du point à une ligne droite ſe meſure par la *perpendiculaire* menée de ce point ſur la ligne, & la hauteur d'une figure, par exemple, d'un triangle, eſt une *perpendiculaire* menée du ſommet de la figure ſur la baſe. *Voyez* Distance.

Pour élever une *perpendiculaire G I* ſur la ligne *ML*, à un point *G* pris dans cette ligne, on mettra une des pointes du compas en *G*, &, ouvrant le compas à volonté, on prendra, de chaque côté de ce point *G*, des intervalles égaux *G H* & *GK*;

GH & *GK*; des points *K*, *H*, & d'un intervalle plus grand que la moitié de *KH*, on décrira des arcs de cercle qui se coupent en *I*, & on fixera la ligne *GI*, qui sera *perpendiculaire* à *ML*.

Dans la pratique, la plus courte méthode pour tirer les *perpendiculaires*, est d'appliquer le côté d'un équerre sur la ligne proposée, & de tirer le long de l'autre côté une ligne, qui sera la *perpendiculaire* cherchée.

Pour élever une *perpendiculaire* à l'extrêmité d'une ligne donnée, par exemple, au point *P*, on ouvrira le compas d'une quantité arbitraire; &, mettant une des pointes en *P* & la pointe fixe en *C*, on décrira l'arc *RPS*; on placera une règle sur les points *S* & *C*, & on trouvera sur l'arc *RPS* le point *R*, duquel, tirant la ligne *PR*, elle sera *perpendiculaire* à *PM*.

Pour laisser tomber d'un point donné *L* hors d'une ligne *MP*, une *perpendiculaire* à cette ligne *MP* (*fig.* 58), on mettra une des pointes du compas en *L*, & on décrira à volonté un arc de cercle qui coupe la ligne *PM* en *M* & en *G*; ensuite, mettant la pointe du compas en *G* & en *M* successivement, on décrira deux autres arcs qui se coupent en *a*, &, par les points *L*, *a*, on tirera une ligne *La*, qui sera la *perpendiculaire* demandée.

On dit qu'une ligne est *perpendiculaire* à un plan, quand elle est *perpendiculaire* à toutes les lignes qu'elle rencontre dans ce même plan.

Un plan est dit *perpendiculaire* à un autre plan, quand une ligne, tirée dans un des plans perpendiculairement à leur commune section, est *perpendiculaire* à l'autre plan. *V.* PLAN.

Une *perpendiculaire* à une courbe est une ligne qui coupe la courbe dans un point où une autre ligne la touche, & qui est perpendiculaire à la ligne touchante. *V.* TANGENTE & SOUS-PERPENDICULAIRE. (*E*)

PERPENDICULE, s. m. ligne verticale & pendiculaire, qui mesure la hauteur d'un objet, par exemple, d'une montagne, d'un clocher, &c. l'on dit le *perpendicule* de cette tour est de cinquante toises. On appelle encore *perpendicule*, le fil qui, dans une équerre, est tendu par le plomb, & qui donne la perpendiculaire à l'horizon.

PERPÉTUEL, (*mouvement*) est un mouvement qui se conserve & se renouvelle continuellement de lui-même, sans le secours d'aucune cause extérieure; ou c'est une communication non interrompue du même degré de mouvement qui passe d'une partie de matière à l'autre, soit dans un cercle, soit dans un autre courbe rentrante en elle-même; de sorte que le même mouvement revienne au premier moteur, sans avoir été altéré. *V.* MOUVEMENT.

Trouver le mouvement *perpétuel*, ou construire une machine qui ait un tel mouvement, est un problême fameux, qui exerce les mathématiciens depuis 2000 ans.

Nous avons une infinité de desseins, de figures, de plans, de machines, de roues, *&c.* qui sont le fruit des efforts qu'on a faits pour résoudre ce problême. Il seroit inutile & déplacé d'en donner ici le détail; il n'y a aucun de ces projets qui mérite qu'on en fasse mention, puisque tous ont avorté. C'est aussi plutôt une insulte qu'un éloge, de dire de quelqu'un qu'il cherche le mouvement *perpétuel* : l'inutilité des efforts que l'on a faits jusqu'ici pour le trouver, donne une idée peu favorable de ceux qui s'y appliquent.

En effet, il paroît que nous ne devons guère espérer de le trouver. Parmi toutes les propriétés de la matière & du mouvement, nous n'en connoissons aucune qui paroisse pouvoir être le principe d'un tel effet.

On convient que l'action & la réaction doivent être égales, & qu'un corps qui donne du mouvement à un autre, doit perdre autant de mouvement qu'il en communique. Or, dans l'état présent des choses, la résistance de l'air, les frottemens, doivent nécessairement retarder sans cesse le mouvement. *V.* RÉSISTANCE.

Ainsi, pour qu'un mouvement quelconque pût subsister toujours, il faudroit, ou qu'il fût continuellement entretenu par une cause extérieure, & ce ne seroit plus alors ce qu'on demande dans le mouvement *perpétuel*; ou que toute résistance fût entièrement anéantie, ce qui est physiquement impossible. *V.* MATIERE & FROTTEMENT.

Par la seconde loi de la nature (*V.* NATURE), les changemens qui arrivent dans le mouvement des corps sont toujours proportionnels à la force motrice qui leur est imprimée, & sont dans la même direction que cette force : ainsi, une machine ne peut recevoir un plus grand mouvement que celui qui réside dans la force motrice qui lui a été imprimée.

Or, sur la terre que nous habitons, tous les mouvemens se font dans un fluide résistant, & par conséquent ils doivent nécessairement être retardés : donc le milieu doit absorber une partie considérable du mouvement. *V.* MILIEU.

De plus, il n'y a point de machine où on puisse éviter le frottement, parce qu'il n'y a point dans la nature de surfaces parfaitement unies, tant à cause de la manière dont les parties des corps sont adhérentes entr'elles, qu'à cause de la nature de ces parties, & du peu de proportion qu'il y a entre la matière propre que les corps renferment, & le volume qu'ils occupent. *V.* FROTTEMENT.

Ce frottement doit par conséquent diminuer peu-à-peu la force imprimée ou communiquée à la machine : de sorte que le mouvement *perpétuel* ne sauroit avoir lieu, à moins que la force communiquée ne soit beaucoup plus grande que la force génératrice, & qu'elle ne compense

la diminution que toutes les autres causes y produisent : mais comme *rien ne donne ce qu'il n'a pas*, la force génératrice ne peut donner à la machine un degré de mouvement plus grand que celui qu'elle a elle-même.

Ainsi, toute la question du mouvement *perpétuel*, en ce cas, se réduit à trouver un poids plus pesant que lui-même, ou une force élastique plus grande qu'elle-même.

Ou enfin, en troisième & dernier lieu, il faudroit trouver une méthode de regagner par la disposition & la combinaison des puissances méchaniques, une force équivalente à celle qui est perdue. C'est principalement à ce dernier point que s'attachent tous ceux qui veulent résoudre ce problême. Mais comment, ou par quels moyens, peut-on regagner une telle force?

Il est certain que la multiplication des forces ou des puissances ne sert de rien pour cela : car ce qu'on gagne en puissance, est perdu en temps; de sorte que la quantité de mouvement demeure toujours la même.

Jamais la méchanique ne sauroit faire qu'une petite puissance soit réellement égale à une plus grande, par exemple, que 25 livres soient équivalentes à 100. S'il nous paroît qu'une puissance moindre soit équivalente à une plus grande, c'est une erreur de nos sens. L'équilibre n'est pas véritablement entre 25 livres & 100 livres, mais entre 100 livres qui se meuvent ou tendent à se mouvoir avec une certaine vîtesse, & 25 livres qui tendent à se mouvoir avec quatre fois plus de vîtesse que les 100 livres.

Quand on considère le poids 25 & 100 comme fixes & immobiles, on peut croire d'abord que les 25 livres seules empêchent un poids beaucoup plus grand de s'élever; mais on se détrompera bientôt, si on considère l'un & l'autre poids en mouvement, car on verra que 25 livres ne peuvent élever les 100 livres qu'en parcourant dans le même temps un espace quatre fois plus grand. Ainsi, les quantités de mouvement virtuelles de ces deux poids seront les mêmes, & par conséquent il n'y aura plus rien de surprenant dans leur équilibre.

Une puissance de 10 livres étant donc mûe, ou tendant à se mouvoir avec dix fois plus de vîtesse qu'une puissance de 100 livres, peut faire équilibre à cette dernière puissance; & on en peut dire autant de tous les produits égaux à 100. Enfin le produit de part & d'autre doit toujours être de 100, de quelque manière qu'on s'y prenne; si on diminue la masse, il faut augmenter la vîtesse en même raison.

Cette loi inviolable de la nature, ne laisse autre chose à faire à l'art que de choisir entre les différentes combinaisons qui peuvent produire le même effet *V.* LOIX DE LA NATURE, *au mot* NATURE. *(O)*

M. de Maupertuis, dans une de ses lettres sur différens sujets de philosophie, fait les réflexions suivantes sur le mouvement *perpétuel*. Ceux qui cherchent ce mouvement excluent des forces qui doivent le produire, non seulement l'air & l'eau, mais encore quelques autres agens naturels qu'on y pourroit employer. Ainsi, ils ne regardent pas comme mouvement *perpétuel* celui qui seroit produit par les vicissitudes de l'athmosphère, ou par celles du froid & du chaud.

Ils se bornent à deux agens, la force d'inertie; *V.* INERTIE, & la pesanteur, *V.* PESANTEUR; & ils réduisent la question à savoir si on peut prolonger la vîtesse du mouvement, ou par le premier de ces moyens, c'est-à-dire, en transmettant le mouvement par des chocs d'un corps à un autre; ou, par le second, en faisant remonter des corps par la descente d'autres corps, qui ensuite remonteront eux-mêmes pendant que les autres descendront. Dans ce second cas, il est démontré que la somme des corps multipliés chacun par la hauteur d'où il peut descendre, est égale à la somme de ces mêmes corps, multipliés chacun par la hauteur où il pourra remonter. Il faudroit donc, pour parvenir au mouvement *perpétuel* par ce moyen, que les corps, qui tombent & s'élèvent, conservassent absolument tout le mouvement que la pesanteur peut leur donner, & n'en perdissent rien par le frottement ou par la resistance de l'air, ce qui est impossible.

Si on veut employer la force d'inertie, on remarquera, 1.° que le mouvement se perd dans le choc des corps durs; 2.° que, si les corps sont élastiques, la force vive à la vérité se conserve (*V.* CONSERVATION *des forces vives*); mais, outre qu'il n'y a point de corps parfaitement élastiques, il faut encore faire abstraction ici des frottemens & de la résistance de l'air : d'où M. de Maupertuis conclut qu'on ne peut espérer de trouver le mouvement *perpétuel* par la force d'inertie, non plus que par la pesanteur, & qu'ainsi ce mouvement est impossible. *Lettre XXII.*

PERSEA, (*Astr.*) nom de la constellation d'Andromède.

PERSÉE, (*Astronomie*) constellation boréale; composée de 59 étoiles dans le catalogue de Flamsteed, appellée, dans quelques auteurs, *Pinnipes, Inachides, Abantiades*, (petit-fils d'Abas) *Acrisioniades, Cyllenius* (ou Mercure) *Victor Gorgonei monstri*, suivant les poëtes. Persée étoit fils de Jupiter & de Danaé : ayant été jeté dans la mer avec sa mere, & sauvé par Polydecte, roi des Seriphes, il fut chargé de couper la tête à Méduse, tandis qu'elle dormoit, & tous les dieux l'armèrent à cet effet : Méduse étoit l'une des Gorgones, monstres ainsi nommés, parce que leur aspect étoit terrible & causoit même la mort. La tête de Méduse forme une partie de la cons-

tellation de Persée. C'est par le moyen des étoiles de Persée, que M. Dupuis explique l'histoire de Mercure Cyllenius, fils de Maia, & celle de Saturne qui mutile son pere ; allégorie purement astronomique. Cette constellation a été regardée comme un des symboles, ou une expression de la force de la nature ou du retour de la végétation, parce qu'elle est près du taureau, qui étoit le signe équinoxial ; c'est le saturne des Phéniciens, le chien des Egyptiens, le mercure des Grecs & des Romains, le dieu des Perses, celui dont ils prirent le nom, dont ils reçurent leur religion, qui avoit apporté le feu sur la terre : on lui attribuoit la même fonction & la même place qu'à Mithras. (*Astronom. tom. IV, p.* 469.) *D. L.*

PERSPECTIVE, s. f. (*Ordre Encycl. Entend. Raison Philos. ou Science, Science de la nature, Mathématiques, Mathématiques mixtes, Optique, Perspective.*) c'est l'art de représenter sur une surface plane les objets visibles tels qu'ils paroissent à une distance ou à une hauteur donnée à travers un plan transparent, placé perpendiculairement à l'horizon entre l'œil & l'objet. La *Perspective* est ou *spéculative* ou *pratique.*

La *spéculative* est la théorie des différentes apparences ou représentations de certains objets, suivant les differentes positions de l'œil qui les regarde.

La *pratique* est la méthode de représenter ce qui paroît à nos yeux ou ce que notre imagination conçoit, & de le représenter sous une forme semblable aux objets que nous voyons.

La *Perspective*, soit spéculative, soit pratique, a deux parties, l'Ichnographie, qui est la représentation des surfaces, & la Scénographie qui est celle des solides. *Voyez* ICHNOGRAPHIE & SCÉNOGRAPHIE.

Nous trouvons dans quelques ouvrages des anciens, & principalement dans Vitruve, des traces des connoissances qu'ils avoient de la *Perspective*, mais il ne nous reste d'eux aucun écrit en forme, sur ce sujet. Ainsi, si cette science a été, pour ainsi dire, recréée par les modernes, Alber Durer & Pietro del Borgo en ont les premiers donné les régles ; Balthasar Perruzzi les a perfectionnées; GuidoUbaldi, en 1600, étendit & simplifia la théorie de cette science; après lui une foule d'auteurs y ont travaillé, entre lesquels nous nommerons le P. Deschales, le P. Lamy, & sur-tout l'essai de *Perspective* de M. s'Gravesande, & celui du savant Taylor, les deux meilleurs ouvrages que nous ayons sur cette matière. *Voyez l'hist. des Mathémat. de* M. Montucla, *tome I, p.* 632.

La *perspective* s'appelle plus particulièrement *perspective linéaire*, à cause qu'elle considere la position, la grandeur, la forme, *&c* des différentes lignes, ou des contours des objets ; elle est une branche des Mathématiques ; quelques-uns en font une partie de l'Optique, & les autres en font simplement une science dérivée de l'Optique ; ses opérations sont toutes géométriques. *Voyez* OPTIQUE.

Pour en donner une idée plus précise, supposons un plan transparent *HI. Pl. perspect. fig.* 1, élevé perpendiculairement sur un plan horizontal, & que le spectateur *S* dirige son œil *O* au triangle *ABC*; si l'on conçoit présentement que les rayons *AO*, *OB*, *OC*, *&c.* en passant par le tableau *HI* laissent des traces de leur passage aux points *a b c* sur le plan, on aura sur ce plan l'apparence du triangle *a b c*, laquelle venant à l'œil par les mêmes rayons *a o*, *b o*, *c o*, qui apportent à ce même œil l'apparence du triangle *ABC*, fera voir la véritable apparence de ce triangle sur le tableau, quand même on supprimeroit l'objet, en conservant néanmoins la même distance & la même hauteur de l'œil. *Voy.* VISION. *&c.*

On enseigne donc, dans la *perspective*, des règles sûres & infaillibles, pour trouver géométriquement les points *a*, *b*, *c*, *&c.* & par conséquent l'on y donne la méthode de dessiner très-exactement un objet quelconque, puisqu'il ne s'agit pour dessiner un objet que d'en tracer exactement le contour. *Voyez* DESSEIN.

Avant que d'entrer dans un plus grand détail, il est à propos de savoir qu'on appelle *plan géométral* un plan parallèle à l'horizon, sur lequel est situé l'objet qu'on veut mettre en *perspective* ; *plan horizontal*, un plan aussi parallèle à l'horizon, & passant par l'œil ; *ligne de terre* ou *fondamentale*, *la section* du plan géométral & du tableau ; *ligne horizontale*, la section du plan horizontal & du tableau ; *point de vue* ou *point principal*, le point du tableau sur lequel tombe une perpendiculaire menée de l'œil ; *ligne distante*, la distance de l'œil à ce point, *&c.*

Par cette seule idée que nous venons de donner de la *perspective* linéaire, il est aisé de juger combien elle est nécessaire à la Peinture, & combien par conséquent il est essentiel de savoir les règles de la *perspective* pour exceller dans le dessein. Un tableau n'est autre chose que la *perspective* d'une multitude d'objets revêtus de leurs couleurs naturelles. On ne sauroit donc trop recommander aux Peintres de s'appliquer à la *perspective* ; car les fautes grossières qu'on remarque souvent dans des tableaux d'ailleurs très-beaux sont souvent la suite de l'ignorance où étoit l'artiste sur les règles de la *perspective.* Le P. Bernard Lamy, de l'Oratoire, auteur des différens ouvrages élémentaires de Mathématique, a fait un traité de *Perspective*, où il s'étend beaucoup sur la nécessité indispensable d'en connoître les règles pour exceller dans l'art de la Peinture. De plus, en apprenant ces règles, le peintre ne doit pas se borner à une pratique aveugle, il est bon qu'il en apprenne aussi les démonstrations, & qu'il se les rende familières pour être en état de se

guider sûrement lorsqu'il aura ces *perspectives* singulières à représenter.

1.° L'apparence d'une ligne droite est toujours une ligne droite; ainsi, les deux extrémités de l'apparence de cette ligne étant données, l'apparence de toute la ligne est donnée. 2.° Si une ligne *FG*, placée dans le tableau qu'on suppose vertical, *fig.* 12, est perpendiculaire à quelque ligne droite *NI*, tirée sur le plan horizontal, elle sera perpendiculaire à toute autre ligne droite tirée par le même point sur le même plan. 3.° La hauteur du point apparent sur le plan est à la hauteur de l'œil, comme la distance du point objectif au plan, est à la somme de cette distance & de la distance de l'œil au tableau.

Lois de la projection des figures planes ou l'Ichnographie perspective. Représenter l'apparence *perspective h* d'un point objectif *H*, *fig.* 2. du point donné, tirez *HI* perpendiculairement à la ligne fondamentale *DE*, c'est-à-dire, à la ligne de base du tableau; de la ligne fondamentale *DE*, retranchez $IK = IH$: par le point de vue *F*, c'est-à-dire, par le point où tombe la perpendiculaire menée de l'œil *O* au tableau, tirez une ligne horizontale *FP*; faites *FP* égale à la distance *SL* de l'œil; enfin du point *I* au point de vue *F*, tirez F*I*, & du point *K* au point de distance *P* la ligne *PK*. L'intersection *h* est l'apparence du point objectif.

En effet, 1.° il est facile de voir que l'apparence du point *H* doit être dans la ligne F*I*, puisque cette ligne *FI* est la section du plan *OHI*, avec le plan du tableau. 2.° Si on tire par les points *NS* & *H* la ligne *HMS*, on aura à cause des triangles semblables, *FP* ou *SL* est à *KI* ou *HI*, comme *Nh* est à *hM*; par conséquent *SM* est à *MH*, comme *Nh* est à *hM*; d'où il s'ensuit que *SH* est à *MH*, comme la somme de *Nh* & de *hM*, c'est-à-dire, *NM* est à *hM*, donc $VH : IH :: FI : hI$; d'où l'on voit que les points *O*, *h*, *H*, sont dans la même ligne, & qu'ainsi *h* est l'apparence ou l'image de l'objet *H*.

C'est pourquoi, 1.° puisque l'apparence des extrémités d'une ligne droite étant donnée, l'apparence de toute la ligne est donnée, on peut avoir, par cette méthode, la projection ichnographique d'une figure quelconque rectiligne. 2.° Puisque l'on peut avoir par ce moyen la projection d'un nombre quelconque des points d'une courbe sur le plan du tableau, on peut avoir pareillement la projection de lignes courbes, en suivant la même méthode. 3.° Ainsi, cette méthode s'étend aux figures mixtilignes; elle est par conséquent universelle. A la vérité, d'autres auteurs ont donné d'autres méthodes, mais celle-ci est la plus usitée; pour en concevoir tout l'avantage, il est bon de l'éclaircir par quelques exemples.

Trouver l'apparence *perspective* d'un triangle *ABC* *fig.* 3, *n.* 2, dont la base *AB* est parallèle à la ligne fondamentale *DE*.

A la ligne fondamentale *DE* tirez une parallèle *HR* à un intervalle égal à la hauteur de l'œil. Prenez le point de vue ou un point principal *V*; portez la distance de l'œil du point *V* au point *K*: des différens angles du triangle *ACB* abaissez les perpendiculaires *A* 1, *C* 2, *B* 3; transportez ces perpendiculaires sur la ligne de la terre ou fondamentale *DE* de l'autre côté du point de distance *K*. Des points 1, 2, 3, tirez des lignes droites au point fondamental ou principal *V* 1, *V* 2, *V* 3. Des points *A*, *B*, *C*, de la ligne fondamentale *DE*, tirez au point de distance les autres lignes droites *AK*, *BK*, *CK*.

Par la construction précédente les points *a*, *b*, *c*, sont les apparences des points *A*, *B*, *C*, donc ayant tiré les lignes droites *ca*, *ab*, *bc*, *acb* sera l'apparence du triangle *ABC*.

On fait de même la projection d'un triangle sur un plan, quand le sommet *C* est opposé à l'œil, il n'est besoin que de changer de situation du triangle sur le plan géométral, & de tourner le sommet *C* vers la ligne de terre *ED*.

Représenter l'apparence *perspective* d'un quarré *ABDC* vu obliquement (*figure* 4.) & dont un des côtés *AB* est sur la ligne de terre *DE*, puisque le quarré est vu obliquement; prenez dans la ligne horizontale *HR* le point principal *V*, de manière qu'une perpendiculaire à la ligne de terre puisse tomber au-dehors du côté du quarré *AB*, ou qu'au moins elle ne le coupe pas en deux parties égales; & soit *VK* la distance de l'œil au tableau; transportez les perpendiculaires *AC* & *BD* sur la ligne de terre *DE*; & tirez les lignes droites *KB*, *KD*, comme aussi *AV*, *VC*; alors les points *A* & *B* seront eux-mêmes leurs propres apparences; *c* & *d* les apparences des points *C* & *D*; par conséquent *AcdB* est l'apparence du quarré *ABCD*.

Si le quarré *ACDB* étoit à quelque distance de la ligne de terre *DE*, il faudroit aussi transporter sur la ligne de terre les distances des angles *A* & *B*, ainsi qu'il est évident par le problème précédent.

Comme le cas des objets vus obliquement n'est pas fort commun, nous supposerons toujours dans la suite que la figure est dans une situation directement opposée à l'œil, à moins que nous n'avertissions expressément du contraire.

Représenter l'apparence d'un quarré *ABCD*, (*fig.* 5.) dont la diagonale *AB* est perpendiculaire à la ligne de terre.

Prolongez les côtés *DC* & *DB* jusqu'à ce qu'ils rencontrent la ligne de terre aux points 1, 2; du point principal *V*, transportez la distance de l'œil en *K* & en *L*. De *K* aux points *A* & 1, tirez les droites *KA* & *K* 1; & de *L* aux points *A* & 2, lignes droites *LA*. *L* 2. Les intersections de ces lignes représenteront l'apparence du quarré *ABCD* vu par l'angle.

Représentez l'apparence d'un quarré *ABCD*;

(*fig. 6.*) dans lequel on en a inscrit un autre *IMGH* le côté le plus grand *AB* étant sur la ligne de terre, & la diagonale du plus petit perpendiculaire à cette même ligne. Du point principal *V*, transportez de part & d'autre, sur la ligne horizontale *HR*, les distances *VL* & *VK*; tirez *VA* & *VB*, *KA* & *LB*; alors *AcdB* sera l'apparence du quarré *ACDB*. Prolongez le côté du quarré inscrit *IH*, jusqu'à ce qu'il rencontre la ligne de terre au point *I*, & tirez les lignes droites *KI* & *KM*, alors *ihgm* sera la représentation du quarré inscrit *IHGM*; d'où l'on conçoit aisément la projection de toutes sortes de figures inscrites dans d'autres figures.

Mettre en *perspective* un plancher fait de pierres quarrées vues directement. Divisez le côté *AB*, (*fig. 7.*) transportez sur la ligne de terre *DE* en autant de parties égales, qu'il y a de pierres dans un rang du quarré; des différens points de division tirez des lignes droites au point principal *V*; de *A* au point de distance *K*, tirez une ligne droite *AK*; & de *B* à l'autre point de distance *L*, tirez une autre ligne *LB*. Par les points des intersections des lignes correspondantes, tirez des lignes droites parallèles à *AB*, que vous prolongerez jusqu'aux lignes droites *AV* & *BV*; alors *AfgB* sera l'apparence du plancher *AFGB*.

Mettre en *perspective* un cercle; si le cercle est petit, circonscrivez-lui un quarré. Après avoir tiré les diagonales du quarré, & avoir mené outre cela dans le cercle des diamètres *ha* & *de* (*fig.* 8), qui s'entrecoupent à angles droits, tracez les lignes droites *fg* & *be* parallèles au diamètre *de* par les points *b* & *f*, de même que par les points *c* & *g*; tirez des lignes droites qui rencontrent la ligne de terre *DE* aux points 3 & 4. Au point principal *V*, tirez les lignes droites *V*1; *V*3, *V*4, *V*2, & aux points de distance *L* & *K* menez les lignes droites *L*2 & *K*1: enfin joignez les points d'intersection *a*, *b*, *d*, *f*, *h*, *g*, *e*, *c*, par les arcs *ab*, *bd*, *df*; de cette manière *abdfhgeca* sera l'apparence du cercle.

Si le cercle est considérable, sur le milieu de la ligne de terre *AB* (*fig. 9.*) décrivez un demi-cercle, & de différens points de la circonférence *C*, *F*, *G*, *H*, *I*, *&c.* que vous prendrez en assez grand nombre, abaissez sur la ligne de terre les perpendiculaires *C*1, *F*2, *G*3, *H*4, *I*5, *&c.* Des points *A*, 1, 2, 3, 5, *&c.* tirez des lignes droites au point principal *V*; tirez-en aussi une de *B* au point de distance *L*, & une autre de *A* au point de distance *K*; par les points d'intersection communs, tracez des lignes droites comme dans le problême précédent; par-là vous aurez les points *a*, *c*, *f*, *g*, *h*, *i*, qui sont les représentations des points *A*, *C*, *F*, *G*, *H*, *I*, & en les joignant comme ci-dessus, ils donneront la projection du cercle.

Il est à remarquer qu'on peut se tromper en joignant par des arcs les points trouvés suivant la méthode que nous venons d'enseigner; car ces arcs ne sont point des arcs de cercle, mais des arcs d'une autre courbe, connue par les Géomètres sous le nom d'*ellipse*, & dont la description géométrique n'est pas fort facile, sur-tout lorsqu'il est question de la faire passer par plusieurs points: c'est pourquoi il est presque impossible que la *perspective* du cercle soit parfaitement juste, en la traçant suivant les règles que nous venons d'enseigner, mais ces règles suffisent dans la pratique.

La raison pour laquelle la *perspective* d'un cercle est une ellipse, au moins presque toujours, c'est que la *perspective* d'un cercle est la section du plan du tableau avec le cône qui a l'œil pour sommet, & pour base le cercle. Or la section d'un cône par un plan qui coupe tous ses côtés, est presque toujours une ellipse. *Voyez* SECTIONS CONIQUES.

Au reste, la méthode que nous venons de proposer pour mettre un cercle en *perspective*, a cela de commode, qu'elle peut être employée également pour mettre en *perspective* une courbe ou une figure curviligne quelconque; car il n'y a qu'à inscrire & circonscrire à cette figure des quarrés ou des rectangles, si la figure n'est pas fort grande, ou si elle l'est, mettre en *perspective* plusieurs de ses points, que l'on joindra ensuite par des lignes courbes: on peut se servir de la même méthode pour mettre un plancher en *perspective*, quelle que soit la figure des pierres dont il est composé.

On voit de quel usage le quarré peut être dans la *perspective*, de même dans le second cas où l'on s'est contenté de tracer la *perspective* du cercle par plusieurs points, on fait réellement usage d'un quarré, divisé en un certain nombre d'aréoles, & circonscrit au cercle, quoiqu'il ne soit pas tracé sur le plan géométral dans la figure que l'on s'est proposée.

Représenter en *perspective* un pentagone régulier ayant un bord ou limbe fort large & terminé par des lignes parallèles? 1.° des différens angles du pentagone extérieur *B*, *C*, *D*, *E*, (*fig.* 10.) abaissez sur la ligne de terre *TS* les perpendiculaires *B*1, *C*2, *D*3, *E*4, que vous transporterez comme ci-dessus, sur la ligne de terre, après quoi des points 1, 2, 3, 4, tirant des lignes au point principal *V*, & de ces mêmes points tirant d'autres lignes au point de distance *K*, les communes intersections de ces lignes représenteront l'apparence du pentagone extérieur. Maintenant si des angles intérieurs *G*, *H*, *L*, *I*, vous abaissez pareillement les perpendiculaires *G*0, *H*5, *K*6, *I*7, *L*8, & que vous acheviez le reste comme dans le premier cas, vous aurez la représentation du pentagone intérieur: ainsi, le pentagone *ABCDE* sera représenté en *perspective* avec son bord.

On a mis ici ce problême, afin que l'on eût un

exemple d'une figure en *perspective*, terminée par un bord large.

Il faut observer ici, que si les grandeurs des différentes parties d'un objet étoient données en nombres avec la hauteur & la distance de l'œil, on doit premièrement en construire la figure avec une échelle géométrique, & y déterminer, par le même moyen, le point fondamental & le point de distance.

Il n'est pas toujours nécessaire que l'objet soit tracé sous la ligne de terre, quand on fait la projection des quarrés & des planchers, il est mieux de s'en passer; mais, quand cela est nécessaire & que l'espace manque, on le trace en particulier, &, après avoir trouvé les divisions dont on a besoin, on les transporte sur la ligne de terre qui est dans le tableau.

Si l'on attache des fils au point principal & au point de distance, & qu'on les étende au point de division sur la ligne de terre, la commune section de ces fils donnera très-distinctement la projection des différens points, & cette méthode peut souvent être employée avec succès, car il est fort difficile d'éviter la confusion quand on est obligé de tracer un grand nombre de lignes.

La *perspective* scénographique, ou la projection des corps sur un plan, est la représentation d'un corps sur un plan avec toutes ses dimensions, tel qu'il paroît aux yeux. *Voyez l'article* SCÉNOGRAPHIE.

Toute la difficulté se réduit au problême suivant : sur un point donné *C* (*fig.* 2, N.° 1), élever une hauteur *perspective* correspondante à la hauteur objective *P Q* donnée.

Sur la ligne de terre, élevez une perpendiculaire *P Q*, égale à la hauteur objective donnée. Des points *P* & *Q*, menez à un point quelconque, tel que *T*, les lignes droites *P T* & *Q T*. Du point donné *C*, tirez une ligne *C K* parallèle à la ligne de terre *D E*, & qui rencontre en *K* la ligne droite *Q T* : au point *K*, élevez une perpendiculaire *I K* sur *K C*; cette ligne *I K*, ou son égale *C B*, est la hauteur scénographique que l'on demandoit.

De la perspective d'un bâtiment. Dans la pratique de cette *perspective*, on considère deux choses, le plan & l'élévation du bâtiment : le plan est ce qu'on appelle autrement *ichnographie. Voyez* ICHNOGRAPHIE. On trace ce plan de manière que les parties les plus éloignées soient plus petites, suivant la proportion qu'on y veut mettre & qui dépend de la position du point de vue, & on élève ensuite, sur ce point, les perpendiculaires qui marquent les hauteurs correspondantes des différentes parties du bâtiment; après quoi on ajoute à la figure de la carcasse du bâtiment les ornemens des différentes parties. Ainsi, on voit que le problême, qui consiste à mettre un bâtiment en *perspective*, se réduit à mettre en *perspective* des surfaces ou des solides placés à des distances connues.

PERSPECTIVE A VUE D'OISEAU, est la représentation que l'on fait d'un objet, en supposant l'œil fort élevé au-dessus du plan où cet objet est représenté, en sorte que l'œil en apperçoive un très-grand nombre de dimensions à-la-fois : par exemple, le plan d'une ville avec ses rues & ses maisons, est un plan à vue d'oiseau; tel est le plan en grand de Paris qui a été fait il y a quelques années par ordre de la ville. (*E*)

PERSPECTIVE AÉRIENNE, est celle qui représente les corps diminués & dans un moindre jour à proportion de leur éloignement.

La *perspective aérienne* dépend sur-tout de la teinte des objets que l'on fait plus ou moins forte, ou plus ou moins claire, selon qu'on veut représenter l'objet plus ou moins proche. *Voyez* COULEUR & CLAIR-OBSCUR. Cette méthode est fondée sur ce que plus est longue la colonne d'air à travers laquelle on voit l'objet, plus est foible le rayon visuel que l'objet envoie à l'œil. *Voyez* VISION.

PERSPECTIVE se dit aussi d'une espèce de peinture que l'on voit ordinairement dans les jardins, ou au fond des galeries, qui est faite exprès pour tromper la vue, en représentant la continuation d'une allée, d'un bâtiment, d'un paysage, d'un lointain, ou de quelque chose semblable.

PERTE, s. f. (*Hyd.*) est bien différente d'une faute dans une conduite d'eau; elle arrive quand on ne connoît point sur la superficie de la terre les endroits où l'eau se perd : alors on est obligé de découvrir entièrement une conduite, pour l'examiner d'un bout à l'autre, & remédier aux fautes & fraîcheurs que l'on apperçoit le long des tuyaux.

PERTUIS, s. m. (*Hyd.*) c'est un passage étroit pratiqué dans une rivière aux endroits où elle est basse, pour en augmenter l'eau de quelques piés, afin de faciliter ainsi la navigation des bateaux qui montent ou qui descendent. Cela se fait en laissant entre deux batardeaux une ouverture qu'on ferme avec des ailes, comme sur la rivière d'Yonne, ou avec des planches en travers, comme sur la rivière de Loing, ou enfin avec des portes à vannes, ainsi qu'au pertuis de Nogent-sur-Seine. *Voyez* ECLUSE.

On entend aussi, par pertuis, le trou par lequel l'eau passe d'une écluse dans un coursier pour faire mouvoir une roue.

PERTURBATIONS, (*Astron.*) ce sont les troubles & les dérangemens que les planètes se causent réciproquement par leur attraction en tous sens. Si chaque planète, en tournant autour d'un centre, n'éprouvoit d'autre force que celle qui la porte vers ce centre, elle décriroit un cercle ou une ellipse, dont les aires seroient propor-

tionnelles aux tems ; mais chaque planète étant attirée par toutes les autres, dans des directions différentes & avec des forces qui varient sans cesse, il en résulte des inégalités & des *perturbations* continuelles. C'est le calcul de ces dérangemens qui occupe depuis long-tems les géomètres & les astronomes. Neuton commença par celles de la lune ; Euler, Clairaut, d'Alembert, M. de la Grange, ont perfectionné cette théorie. Le plus grand ouvrage qu'on ait fait sur la lune, est celui qui a pour titre : *Theoria motuum lunæ*, 1772. Euler a calculé les inégalités de saturne, dans une pièce qui a remporté le prix de l'académie, en 1748. Euler, Clairaut & d'Alembert, ont calculé celles de la terre. (*Mém. de Pétersb.* 1747, *Mém. de l'acad.* 1754. *Recherches*, *Tom.* 2 & 3. J'ai examiné moi-même celles de mars & de vénus. (*Mém. acad.* 1758, 1768 & 1761), qui se sont trouvées assez considérables pour mériter d'être dans les calculs astronomiques, & celles de mercure, dans les *Mém. de* 1771. Les inégalités de jupiter ont été calculées par Euler, dans la pièce qui fut couronnée en 1752, (*Recueil des pièces qui ont remporté les prix*, *T. VII*), & ensuite par Tobie Mayer. M. Wargentin en a fait usage dans les tables de jupiter, qui par-là se sont trouvées beaucoup plus exactes, de même que celles des satellites. Les *perturbations* des satellites de jupiter ont été discutées par M. de la Grange, dans une pièce qui a remporté le prix de l'académie, en 1766, & par M. Bailly, dans un ouvrage particulier ; *Essai sur la théorie des satellites*, 1766. Les *perturbations* des comètes ont été discutées par Clairaut, d'Alembert, *&c.* mais tous ces calculs pourront être refaits encore avec plus de détail & plus de précision, lorsqu'on aura perfectionné davantage, & les données sur lesquelles le calcul est fondé, & les méthodes analytiques par lesquelles on parvient au résultat. On trouvera les principes élémentaires du calcul des *perturbations*, dans mon *Astronomie*, & les applications plus détaillées dans tous les ouvrages que j'ai cités. (*D. L.*)

PES

PESANTEUR, s. f. (*Méchan.*), est cette force en vertu de laquelle tous les corps que nous connoissons tombent, & s'approchent du centre de la terre, lorsqu'ils ne sont pas soutenus. Il est certain que cette propriété a une cause, & on auroit tort de croire qu'un corps qui tombe, ne tombe point par une autre raison, que parce qu'il n'est pas soutenu. Car, qu'on mette un corps pesant sur une table horizontale, rien n'empêche ce corps de se mouvoir sur la table horizontalement & en tout sens. Cependant il reste en repos : or il est évident qu'un corps, considéré en lui-même, n'a pas plus de penchant à se mouvoir dans un sens que dans un autre, & cela, parce qu'il est indifférent au mouvement ou au repos. Donc, puisqu'un corps se meut toujours de haut en bas, quand rien ne l'empêche, & qu'il ne se meut jamais dans un autre sens, à moins qu'il n'y soit forcé par une cause visible, il s'ensuit qu'il y a nécessairement une cause qui détermine, pour ainsi dire, les corps pesans à tomber vers le centre de la terre. Mais il n'est pas facile de connoître cette cause. On peut voir aux *articles* GRAVITÉ & GRAVITATION, ce que les différentes sectes de philosophes ont pensé là-dessus. Nous rapporterons seulement ici les loix de la pesanteur, telles que l'expérience les a fait découvrir.

Cette même force, qui fait tomber les corps lorsqu'ils ne sont point soutenus, leur fait presser les obstacles qui les retiennent & qui les empêchent de tomber : ainsi, une pierre pèse sur la main qui la soutient, & tombe selon une ligne perpendiculaire à l'horizon, si cette main vient à l'abandonner.

Quand les corps sont retenus par un obstacle invincible, la gravité, qui leur fait presser cet obstacle, produit alors une force morte, car elle ne produit aucun effet. Mais, quand rien ne retient le corps, alors la gravité produit une force vive dans ces corps, puisqu'elle les fait tomber vers la surface de la terre. *V.* FORCE VIVE.

On s'est apperçu, dans tous les tems, que de certains corps tomboient vers la terre, lorsque rien ne les soutenoit, & qu'ils pressoient la main qui les empêchoient de tomber ; mais, comme il y en a quelques-uns dont le poids paroît insensible, & qui remontent, soit sur la surface de l'eau, soit sur celle de l'air, comme la plume, le bois très-léger, la flamme, les exhalaisons, *&c.* tandis que d'autres vont au fond, comme les pierres, la terre, les métaux, *&c.* Aristote, le père de la philosophie & de l'erreur, imagina deux appétits dans les corps. Les corps pesans avoient, selon lui, un appétit pour arriver au centre de la terre, qu'il croyoit être celui de l'univers ; & les corps légers avoient un appétit tout contraire qui les éloignoit de ce centre, & qui les portoit en haut. Mais on reconnut bientôt combien ces appétits des corps étoient chimériques.

Galilée, qui nous a donné les véritables loix de la *pesanteur*, combattit d'abord l'erreur d'Aristote, qui croyoit que les différens corps tomboient dans le même milieu avec des vîtesses proportionnelles à leur masse. Galilée osa assurer, contre l'autorité d'Aristote (unique preuve que l'on connût alors), que la résistance des milieux dans lesquels les corps tombent, étoit la seule cause des différences qui se trouvent dans le tems de leur chûte vers la terre, & que, dans un milieu qui ne résisteroit point du tout, tous les corps, de quelque nature qu'ils fussent, tomberoient également vîte. Les différences que Galilée trouva dans le tems de la chûte de plu-

ſieurs mobiles qu'il fit tomber dans l'air de la hauteur de cent coudées, le portèrent à cette aſſertion, parce qu'il trouva que ces différences étoient trop peu conſidérables pour être attribuées aux différens poids des corps. Ayant de plus fait tomber les mêmes mobiles dans l'eau & dans l'air, il trouva que les différences de leurs chûtes reſpectives, dans les différens milieux, répondoient à-peu-près à la denſité de ces milieux, & non à la maſſe des corps : donc, conclut Galilée, la réſiſtance des milieux, & la grandeur, & l'aſpérité de la ſurface des différens corps, ſont les ſeules cauſes qui rendent la chûte des uns plus prompte que celle des autres. Lucrèce lui-même, tout mauvais phyſicien qu'il étoit d'ailleurs, avoit entrevu cette vérité, & l'a exprimée dans ſon deuxième livre par ces deux vers :

Omnia quapropter debent per inane quietum
Æquè ponderibus non æquis concita ferri.

Une vérité découverte en amène preſque toujours une autre. Galilée ayant encore remarqué que les vîteſſes des mêmes mobiles étoient plus grandes dans le même milieu, quand ils y tomboient d'une hauteur plus grande, il en conclut que, puiſque le poids du corps & la denſité du milieu reſtant les mêmes, la différente hauteur apportoit des changemens dans les vîteſſes acquiſes en tombant, il falloit que les corps euſſent naturellement un mouvement accéléré vers le centre de la terre. Ce fut cette obſervation qui le porta à rechercher les loix que ſuivroit un corps qui tomberoit vers la terre d'un mouvement également accéléré. Il ſuppoſa donc que la cauſe, quelle qu'elle ſoit, qui fait la *peſanteur*, agit également à chaque inſtant indiviſible, & qu'elle imprime aux corps qu'elle fait tomber vers la terre, un mouvement également accéléré en tems égaux, en ſorte que les vîteſſes qu'ils acquièrent en tombant, ſont comme les tems de leur chûte. C'eſt de cette ſeule ſuppoſition ſi ſimple, que ce philoſophe a tiré toute ſa théorie de la chûte des corps. *V.* ACCÉLÉRATION & DESCENTE.

Riccioli & Grimaldi cherchèrent à s'aſſurer d'une vérité que Galilée avoit avancée d'après ſes propres expériences : c'eſt que les corps, en tombant vers la terre par leur ſeule *peſanteur*, parcourent des eſpaces qui ſont entr'eux comme les quarrés des tems. Pour cet effet, ils firent tomber des poids du haut de pluſieurs tours différemment élevées, & ils meſurèrent le tems de la chûte de ces corps à ces différentes hauteurs par les vibrations d'un pendule, de la juſteſſe duquel Grimaldi s'étoit aſſuré, en comptant le nombre de ſes vibrations depuis un paſſage de l'étoile de la *queue du lion* par le méridien juſqu'à l'autre. Ces deux ſavans jéſuites trouvèrent, par le réſultat de leurs expériences, que ces différentes hauteurs étoient exactement comme les quarrés des tems des chûtes. Cette découverte de Galilée eſt devenue, par les expériences, le fait de phyſique dont on eſt le plus aſſuré ; & tous les philoſophes, malgré la diverſité de leurs opinions ſur preſque tout le reſte, conviennent aujourd'hui que les corps, en tombant vers la terre, parcourent des eſpaces qui ſont comme les quarrés des tems de leur chûte, ou comme les quarrés des vîteſſes acquiſes en tombant. Le père Sébaſtien, ce géomètre des ſens, avoit imaginé une machine compoſée de quatre paraboles égales, qui ſe coupoient à leur ſommet ; & au moyen de cette machine, dont on trouve la deſcription & la figure dans les *Mémoires de l'Acad. des Scienc. 1699*, il démontroit aux yeux du corps, du témoignage deſquels les yeux de l'eſprit ont preſque toujours beſoin, que la chûte des corps vers la terre s'opère ſelon la progreſſion découverte par Galilée.

Il eſt donc certain aujourd'hui, 1.° que la force qui fait tomber les corps eſt toujours uniforme, & qu'elle agit également ſur eux à chaque inſtant. 2.° Que les corps tombent vers la terre d'un mouvement uniformément accéléré. 3.° Que leurs vîteſſes ſont comme les tems de leur mouvement. 4.° Que les eſpaces qu'ils parcourent ſont comme les quarrés des tems, ou comme les quarrés des vîteſſes ; & que par conſéquent les vîteſſes & les les tems ſont en raiſon ſous-doublée des eſpaces. 5.° Que l'eſpace que le corps parcourt en tombant pendant un tems quelconque, eſt la moitié de celui qu'il parcourroit pendant le même tems d'un mouvement uniforme avec la vîteſſe acquiſe ; & que par conſéquent cet eſpace eſt égal à celui que le corps parcourroit d'un mouvement uniforme avec la moitié de cette vîteſſe. 6.° Que la force qui fait tomber les corps vers la terre, eſt la ſeule cauſe de leur poids, car, puiſqu'elle agit à chaque inſtant, elle doit agir ſur les corps, ſoit qu'ils ſoient en repos, ſoit qu'ils ſoient en mouvement ; & c'eſt par les efforts que ces corps font ſans ceſſe pour obéir à cette force, qu'ils pèſent ſur les obſtacles qui les retiennent. Cependant, comme la réſiſtance de l'air ſe mêle toujours ici-bas à l'action de la gravité dans la chûte des corps, il étoit impoſſible de connoître avec préciſion, par les expériences que Galilée avoit faites dans l'air, en quelle proportion cette force, qui anime tous les corps à tomber vers la terre, agit ſur ces corps. Il fallut donc imaginer de nouvelles expériences.

On en fit une dans la machine du vide, qui confirma ce que Galilée avoit plutôt deviné que prouvé. De l'or, des flocons de laine, des plumes, du plomb, tous les corps enfin abandonnés à eux-mêmes, tombèrent en même tems de la même hauteur au fond d'un long récipient purgé d'air. Cette expérience paroiſſoit déciſive ; mais cependant, comme le mouvement des corps qui tomboient dans cette machine étoit très-rapide, & que les yeux ne pouvoient pas s'appercevoir des

petites

petites différences du tems de leur chûte, supposé qu'il y en eût, on pouvoit encore douter si les corps sensibles possèdent la faculté de peser à raison de leur masse, ou bien si le poids des différens corps suit quelqu'autre raison que celle de leur masse. Voici comment Neuton leva cette difficulté.

Il suspendit des boules de bois creuses & égales à des fils d'égale longueur, & mit dans ces boules des quantités égales en poids, d'or, de bois, de verre, de sel, *&c.* en faisant ensuite osciller librement ces pendules, il examina si le nombre de leurs oscillations seroit égal en tems égal; car la *pesanteur* cause seule l'oscillation des pendules, &, dans ces oscillations, les plus petites différences deviennent sensibles. Neuton trouva, par cette expérience, que tous les différens pendules faisoient leurs oscillations en tems égal. Or le poids de ces corps étant égal, ce fut une démonstration que la quantité de matière propre des corps est directement proportionnelle à leur poids en faisant abstraction de la résistance de l'air, qui étoit la même dans toutes les expériences), & que par conséquent la *pesanteur* agit sur tous les corps sensibles, à raison de leur masse.

De ces expériences, il s'ensuit, 1.° que la force qui fait tomber les corps vers la terre est proportionnelle aux masses, en sorte qu'elle agit comme 100 sur un corps qui a 100 de masse, & comme 1 sur un corps qui ne contient que 1 de matière propre. 2.° Que cette force agit également sur tous les corps, quelles que soient leur contexture, leur forme, leur volume, *&c.* 3.° Que tous les corps tomberoient également vîte ici-bas vers la terre, sans la résistance que l'air leur oppose, laquelle est plus sensible sur les corps qui ont plus de volume & moins de masse; & que par conséquent la résistance de l'air est la seule cause pour laquelle certains corps tombent plus vîte que les autres, comme l'avoit assuré Galilée.

Que, quelque changement qui arrive à un corps par rapport à la forme, son poids, dans le vuide, reste toujours le même, si la masse n'est point changée. A cette occasion, il est important de remarquer qu'il faut distinguer avec soin la *pesanteur* des corps de leur poids. La *pesanteur*, c'est-à-dire, cette force qui anime les corps vers la terre, agit de même sur tous les corps, quelle que soit leur masse; mais il n'en est pas ainsi de leur poids : car le poids d'un corps est le produit de la *pesanteur* par la masse de ce corps. Ainsi, quoique la *pesanteur* fasse tomber également vîte dans la machine du vuide, les corps de masse inégale, leur poids n'est cependant pas égal. Le différent poids des corps d'un volume égal dans le vuide, sert à connoître la quantité relative de matière propre & de pores qu'ils contiennent; & c'est ce qu'on appelle *la pesanteur spécifique des corps. V.* Spécifique.

C'est donc la résistance de l'air qui retarde la chûte de tous les corps; son effet presque insensible sur les pendules, à cause de leur poids & des petites hauteurs dont ils tombent, devient très-considérable sur des mobiles qui tombent de très-haut, & il est d'autant plus sensible, que les corps qui tombent ont plus de volume & moins de masse.

M. Désaguliers a fait là-dessus des expériences que leur justesse & les témoins, devant qui elles ont été faites, ont rendu très-fameuses. Il fit tomber de la lanterne qui est au haut de la coupole de Saint-Paul de Londres, qui a 272 piés de hauteur, en présence de MM. Neuton, Halley, Derham, & de plusieurs autres savars du premier ordre, des mobiles de toutes espèces, depuis des sphères de plomb de deux pouces de diamètre, jusqu'à des sphères formées avec des vessies de cochons très-desséchées & enflées d'air d'environ cinq pouces de diamètre. Le plomb mit $4\frac{1}{2}$ secondes à parcourir les 272 piés, & les sphères faites avec des vessies $18\frac{1}{2}$ secondes. Il résulta du calcul fait selon la théorie de Galilée, que l'air avoit retardé la chûte des sphères de plomb, de 17 piés environ en $4\frac{1}{2}$ secondes. *Transact. philos. n.° 362. Voyez aussi les expériences de* M. Mariotte, *dans son Traité de la percussion, pag.* 116.

Comme l'air résiste au mouvement des corps, il en résulte que les corps qui le traversent en tombant, ne doivent pas accélérer sans cesse leur mouvement : car l'air, comme tous les fluides, résistant d'autant plus qu'il est fendu avec plus de vîtesse, sa résistance doit à la fin compenser l'accélération de la gravité quand les corps tombent de haut. Les corps descendent donc dans l'air d'un mouvement uniforme, après avoir acquis un certain degré de vîtesse, que l'on appelle *leur vîtesse complète*, & cette vîtesse est d'autant plus grande à hauteur égale, que les corps ont plus de masse sous un même volume. Le tems après lequel le mouvement accéléré d'un mobile se change en un mouvement uniforme en tombant dans l'air, est différent selon la surface & le poids du mobile, & selon la hauteur dont il tombe; ainsi, ce tems ne sauroit être déterminé en général.

On a calculé qu'une goutte d'eau, qui seroit la 10.000.000.000. partie d'un pouce cube d'eau, tomberoit dans l'air parfaitement calme de 3 pouces $\frac{7}{10}$ par secondes d'un mouvement uniforme, & que par conséquant elle y feroit 235 toises par heure. On voit, par cet exemple, que les corps légers qui tombent du haut de notre atmosphère sur la terre, n'y tombent pas d'un mouvement accéléré, comme ils tomberoient dans le vuide par la force de la *pesanteur*, mais que l'accélération qu'elle leur imprime est bientôt compensée par la résistance de l'air; sans cela, la plus petite pluie feroit de grands ravages, &,

loin de fertiliser la terre, elle détruiroit les fleurs & les fruits.

Les corps abandonnés à eux-mêmes tombent vers la terre suivant une ligne perpendiculaire à l'horizon; il est constant, par l'expérience, que la ligne de direction des graves est perpendiculaire à la surface de l'eau. Or la terre étant démontrée sphérique par toutes les observations géographiques & astronomiques, le point de l'horizon vers lequel les graves sont dirigés dans leur chûte, peut toujours être considéré comme l'extrêmité d'un des rayons de cette sphère. Ainsi, si la ligne selon laquelle les corps tombent vers la terre, étoit prolongée, elle passeroit par son centre, supposé que la terre fût parfaitement sphérique. Mais, si l'on s'en rapporte aux opérations faites par l'académie au pole & à l'équateur, la terre est un sphéroïde applati vers les poles, & alors la ligne de direction des graves n'étant point précisément au centre de la terre, leur lieu de tendance occupe un certain espace autour de ce centre. *Voyez* TERRE & ANTIPODE. *Voyez aussi* GRAVITÉ. *Cet article est de M.* FORMEY, qui l'a tiré en partie des *Inst. de Phys. de Madame du Châtelet.* Voyez le *Dictionnaire de Physique.*

PESANTEUR *dans chaque planète.* (*Phys. Astron.*) elle est mesurée par la vitesse des corps graves à la surface de la planète, ou par l'espace que les corps y décrivent en une seconde de tems. Connoissant la masse & le diamètre d'une planète, il est aisé de trouver l'effet de la *pesanteur* à sa surface, c'est-à-dire, la force accélératrice des graves dans la planète; car cette force est en raison de la masse, & en raison inverse du carré du rayon. C'est ainsi que j'ai calculé la table qui contient la vîtesse des graves dans chaque planète en piés & centièmes de piés; *Voyez* PLANETE. Ce n'est autre chose que la vîtesse des corps terrestres sous l'équateur ou sous la ligne; savoir; 15 piés, 1038 dix millièmes, multipliés par la masse de chaque planète, & divisés par le carré du rayon, en prenant pour unité la masse & le rayon de la terre. Par exemple, la masse de jupiter est 330 fois plus considérable que celle de la terre; ainsi, les corps graves y seroient attirés de 330 fois 15 piés, si le rayon de jupiter n'étoit environ 11 fois plus grand que celui de la terre & le carré de la distance du centre à la surface 116 fois plus grand, ce qui rend la *pesanteur* 116 fois moindre. Or 330 diminués 116 fois, ou divisés par 116, donnent un peu moins de $2\frac{1}{2}$; ainsi, la *pesanteur* des corps situés à sa surface, est presque deux & demie celle des corps terrestres; au lieu de décrire 15 piés par seconde, ils en décrivert 42. Suivant Newton, la *pesanteur* n'étoit guère que double dans jupiter, mais cela vient de ce qu'il faisoit la parallaxe du soleil trop grande, il rendoit le diamètre de jupiter seulement septule de celui de la terre, tandis que, suivant mes calculs, il faut près de onze diamètres terrestres pour faire le diamètre de jupiter. Je fais abstraction de la force centrifuge produite par la rotation de jupiter & des autres planètes; car la *pesanteur* effective de la terre, telle qu'on l'observe ou qu'on la détermine par la longueur du pendule à secondes, est de 15 pieds 0515; mais, sans la force centrifuge, les graves parcouroient 15, 1038 pieds par seconde. On trouvera au mot PLANETE, quelle est cette vîtesse à la surface de chaque planète, en pieds & en fractions décimales de pieds, en supposant que le mouvement de rotation de la planète & la force centrifuge n'y causent aucune diminution. La *pesanteur* diminue sur les montagnes, *V.* BOUGUER, fig. de la terre. *D. L.*

PESE-LIQUEUR, s. m. (*Hyd.*) instrument de physique: on l'appelle aussi *aréomètre*, *hygrobaroscope*, *barillon*, *hydromètre* ou *hygromètre*. Le mot *hygromètre* s'applique plus souvent à l'instrument qui sert à mesurer l'humidité. Voyez le *journal de physique* de M. l'abbé Rozier, 1775. Quant au mot *aréomètre*, qui est fort usité, il vient du mot Ἀραιος, *rarus*, *tenuis*, parce que cet instrument sert à mesurer la densité des fluides.

On lit dans Synésius; que l'aréomètre fut inventé vers la fin du IV. siècle, par Hypacie, fille de l'astronome Théon, & qui étoit célèbre elle-même par ses connoissances, qui lui coûtèrent la vie. Chez les Romains, ceux qui mesuroient les poids des eaux étoient appellés *barylistes* ou *baryniles.* Voyez Muschenbroëck.

1. Le *pese-liqueur* sert à connoître les pesanteurs spécifiques des fluides; il y en a de plusieurs sortes: les plus en usage sont ceux qu'on plonge dans les liqueurs dont on veut connoître les pesanteurs spécifiques; alors ils doivent avoir la forme la plus convenable pour diviser facilement le fluide & se maintenir dans une situation verticale. Celui de Fahrenheit a ces propriétés. Voyez les *transactions philosoph.* de 1724, n.° 384, art. 5; ou *Acta eruditorum*, Lipsf. 1730, *p.* 405.

Il est composé d'un long tube cylindrique CD (*planche Hydraul. fig.* 200), d'un godet D fait pour recevoir différens poids, & de deux boules creuses A, B; la plus basse B, qui est la plus petite, contient du mercure, ou quelqu'autre matière pesante qui sert de lest à l'instrument; l'autre boule A, toujours submergée, élève le centre de volume de la partie de l'aréomètre qui est plongée dans le fluide, ce qui augmente sa stabilité. Pour connoître les pesanteurs spécifiques des fluides par le moyen de cet instrument, on le fait enfoncer à même profondeur dans les fluides qu'on veut comparer, en le chargeant de différens poids qu'on met dans le godet D. Supposons, par exemple, que l'aréomètre s'enfonce jusqu'au même point M dans deux fluides différens; soient $P+q$ & $P+q'$ les poids absolus qu'il doit avoir pour cela (P désigne les poids de l'aréomètre), ϖ & ϖ'

les pesanteurs spécifiques des deux fluides, on aura $\frac{\varpi}{\varpi'} = \frac{P+q}{P+q}$.

2. On emploie quelquefois cet instrument d'une manière différente : elle consiste à l'abandonner à lui-même dans les fluides qu'on veut comparer, sans le charger de poids étrangers; alors il s'enfoncera à différentes profondeurs : soient KAB & MAB les volumes occupés, nommons ces ces volumes H, G, on aura $\frac{\varpi}{\varpi'} = \frac{G}{H}$; si l'aréomètre étoit d'une figure régulière, on pourroit reconnoître les volumes H & G par la géométrie; mais il l'est rarement : ainsi, il sera plus simple d'employer la méthode suivante. Elle consiste à le diviser aux points K, M, V, &c. de manière que les volumes correspondans forment une progression arithmétique, dont la différence soit un très-petit volume donné F, & le premier terme le volume H, occupé par l'aréomètre dans le plus pesant des fluides qu'on se propose de comparer, dans l'eau, par exemple. Pour faire ces divisions par le moyen de ce seul fluide, il suffit de trouver le poids q, dont il faut charger l'aréomètre pour que le volume enfoncé soit $H + nF$: or, en supposant qu'un pié cube d'eau pèse 70 livres, & nommant R le volume de ce pié cube, on a $q = \frac{nF}{R}$ 70 livres; chargeant donc l'aréomètre de ce poids, le point M où il coupera la surface de l'eau, sera un des points de division. Il convient de faire cet aréomètre de verre, s'il doit être plongé souvent dans les liqueurs corrosives.

3. Si les fluides à comparer étoient si différens, qu'un aréomètre donné ne pût servir, parce qu'il s'enfonceroit trop dans un fluide, & trop peu dans l'autre, alors on pourroit prendre l'aréomètre X, *fig.* 201, composé d'une tige AB, d'une boule X & d'un fil de métal CD, terminé par une vis D, faite pour recevoir différens poids E; soient donc E, E' les poids qui font enfoncer l'aréomètre dans les fluides, dont les pesanteurs spécifiques π, π' doivent être comparées, K & K' les volumes plongés, P le poids de l'aréomètre, on aura $\frac{\Pi}{\Pi'} = \frac{K'}{K} \cdot \frac{P+E}{P+E}$. Cet aréomètre est dû à M. Clarke.

4. Ces aréomètres ne feront connoître les pesanteurs spécifiques qu'à-peu-près, tant à cause du frottement, que parce que tous les fluides ont une adhérence ou une tenacité par laquelle leurs parties résistent à la séparation mutuelle : ainsi, si l'aréomètre entre dans le fluide verticalement avec une vîtesse finie, il ne se mettra en équilibre qu'après plusieurs oscillations verticales, & indiquera une pesanteur spécifique trop grande, si la dernière oscillation est ascendante & trop petite, au contraire, si elle est descendante.

5. Dans le cas où l'on voudroit une plus grande précision, on peut se servir de la balance Y, *fig.* 202, qui porte, au lieu de bassins, deux vases cylindriques A & B égaux en tout; on versera dans le cylindre A, jusqu'à la hauteur arbitraire CD, du fluide dont la pesanteur spécifique est π', & l'on versera, dans le cylindre B, du fluide dont la pesanteur spécifique est π', jusqu'à ce que A & B soient en équilibre; soit T le point où parvient le dernier fluide, on aura $\frac{\varpi}{\varpi'} = \frac{TR}{CD}$.

6. Cette dernière méthode fournit un moyen d'estimer la somme de la tenacité & du frottement dans un fluide, considérée comme force résistante: ayant déterminé rigoureusement la pesanteur spécifique d'un fluide, on trouvera par le calcul, de quelle quantité l'aréomètre devroit s'enfoncer dans ce fluide; cherchant ensuite par expérience la quantité qui s'y enfonce réellement, le poids de la différence sera la force cherchée.

7. Si une liqueur est composée de deux autres dont les pesanteurs spécifiques p, π, soient données, on pourra trouver les parties du mélange par l'aréomètre; car on pourra déterminer, par les méthodes précédentes, la pesanteur spécifique π' du mélange; cela posé, la fraction $g\frac{\varpi' - \varpi}{p - \varpi}$ exprimera la portion du premier fluide, qui entre dans un volume g du mélange, & la fraction $g\frac{p - \varpi'}{p - \varpi}$ la portion du second, pourvu toutefois que l'opération & le mélange soient faits à même température.

8. Si cela n'est pas, il faut connoître la courbe tf, *fig.* 199, telle que les abscisses AP représentant la température de l'air en un tems donné, les ordonnées fP représentent les pesanteurs spécifiques correspondantes du premier fluide, & une courbe pareille $\theta\,\phi$ pour le second; cela posé, si la vérification est faite à la température d'air AP, il faut, dans les fractions précédentes, mettre, au lieu de p & ϖ, les ordonnées fP & $P\phi$. Ces courbes peuvent se déterminer par induction pour chaque fluide d'une manière très-approchée. Pour cela, on observera plusieurs pesanteurs spécifiques fP de ce fluide, correspondantes à autant de températures AP, qui seront toujours données par le thermomètre de M. Réaumur; ensuite on fera passer, par tous les points observés f, une courbe du genre parabolique, dont l'équation soit en général $tf = a + b.\ AP + c.\ AP^2 + d.\ AP^3 +$, &c. On prendra autant de termes a, $b.\ AP$, &c. qu'on aura fait d'observations, pour déterminer les coëfficiens a, b, c, &c. Cette courbe approchera d'autant plus de la courbe des pesanteurs spécifiques, que les observations auront été faites plus près les unes des autres.

9. Ceci suppose que les liqueurs varient en pesanteur spécifique, mêlées comme si elles étoient isolées; ce qui est à-peu-près vrai. Cependant, s'il en est autrement, alors la pesanteur spécifique de

chaque fluide doit être donnée en fonction du rapport des parties du mêlange de la pesanteur spécifique de ces fluides & de la température; qu'on exprime cette fonction par $\varphi\left(\frac{x}{g-x}, p, m,\right)$ pour le premier fluide, & par $\Delta\left(\frac{x}{g-x}, \varpi, m,\right)$ pour le second (x désigne le volume du premier fluide dans le mêlange, & m la température, on aura l'équation $x\varphi\left(\frac{x}{g-x}, p, m,\right) + (g-x)$ $\Delta\left(\frac{x}{g-x}, \varpi, m,\right) = g\varpi'$, d'où l'on tirera x, si la nature des fonctions le permet : sinon il faut construire la courbe TM, *fig.* 204, telle que les abscisses AP étant x, les ordonnées MP soient le premier membre de cette équation, en suppléant convenablement les homogènes, par l'origine A des coordonnées, mener la perpendiculaire $AB = g\varpi'$, par le point B la parallèle BV à l'axe qui coupe la courbe en V; cette ligne BV sera la valeur de x cherchée.

10. Dans les deux articles précédens, j'ai supposé que le volume d'un mêlange de deux liqueurs étoit égal à la somme des volumes des liqueurs mêlées; cette loi souffre exception pour quelques fluides, comme M. de Réaumur l'a remarqué : il a mêlé cinquante mesures de bon esprit-de-vin, avec cinquante mesures d'eau, & il n'a trouvé le mêlange que de quatre-vingt-dix-huit mesures pareilles; cette différence vient d'une pénétration mutuelle des deux liqueurs. Dans ce cas, la diminution du volume doit être une fonction de ce volume, du rapport des parties mêlées, & de la température. Soit u ce volume, & $\Gamma\left(\frac{x}{u-x}, u, m,\right)$ la fonction, on aura $u - \Gamma\left(\frac{x}{u-x}, u, m,\right) = g$, & l'équation de l'article 9, en mettant, au lieu de $g-x$, $g + \Gamma\left(\frac{x}{u-x}, u, m,\right) - x$, d'où on tirera x & u, si la nature des fonctions le permet, sinon on construira deux surfaces courbes, dont les équations soient $v = u - \Gamma\left(\frac{x}{u-x}, u, m,\right)$, & $v' =$ le premier membre de l'équation de l'article 9, après y avoir fait les changemens convenables; x & u sont deux coordonnées perpendiculaires entr'elles, communes aux deux courbes, & v, v' deux autres coordonnées perpendiculaires au plan des premières, v pour la première surface, & v' pour la seconde; cela fait, par des points quelconques du plan de x & u, l'on élévera perpendiculairement à ce plan des lignes g & $g\varpi'$; on menera par leurs extrémités des plans parallèles au plan des x & u; le premier coupera la première surface, & le second la seconde, suivant deux lignes dont les projections orthographiques, sur le plan des x & u, se couperont au moins en un point; on menera, par ce point d'intersection, une perpendiculaire sur la ligne des x. Cette perpendiculaire & la valeur de x correspondante, seront les valeurs cherchées de u & x.

11. Il faut remarquer que les u & les x, qui viennent d'être déterminées par cette solution, représentent les volumes qu'auroient ces liqueurs mêlées sous la température m qui entre dans le calcul; ainsi, si on veut avoir les quantités telles qu'elles étoient quand elles ont été mêlées sous une autre température, il faut les corriger par le moyen des courbes tf & $\theta\varphi$, *fig.* 8. On doit faire une remarque semblable pour les articles 8 & 9. Cette correction devient inutile quand les liqueurs sont également dilatables.

12. Je me suis proposé, en expliquant ces méthodes, de donner une idée de la manière dont ce sujet peut être traité géométriquement; mais il faut avouer qu'elles ne sont pas toujours applicables, soit parce qu'on n'a pas encore déterminé généralement les fonctions que j'introduis dans le calcul, soit parce que les constructions à faire, quand ces fonctions sont inexplicables, sont très-pénibles. Ainsi, comme cette question de connoître les parties de l'alliage de deux liqueurs, est très-importante dans le commerce, sur-tout pour connoître le degré de force des eaux-de-vie, je vais exposer briévement les moyens proposés par d'habiles physiciens pour remplir cet objet.

13. M. Baumé publia, dans l'*Avant-Coureur* de 1768, un aréomètre pour connoître la force des eaux-de-vie, dont voici la description. On prend un *pèse-liqueur* de verre de forme ordinaire; on le leste en mercure pour le faire plonger dans l'eau salée, jusqu'à la naissance de la boule; on marque ce terme zéro : l'eau salée doit être composée de dix parties de sel marin très-pur, & de quatre-vingt-dix parties d'eau; ensuite on plonge le *pèse-liqueur* dans l'eau distillée; on marque 10 à la section de cette eau; on divise l'espace compris entre les deux termes, en dix parties égales; ensuite on prend au-dessus de 10 un espace terminé par le nombre 20, égal à la distance de 0 à 10, qu'on divise de nouveau en dix parties égales marquées par les nombres 11, 12, 13, &c. On peut procéder ainsi de suite jusqu'à 50. Ce nombre est suffisant, parce qu'on ne peut pas avoir d'esprit-de-vin assez rectifié pour passer ce terme. Pour faire usage de cet aréomètre, il faut avoir recours à une table faite par M. Baumé, qu'on trouve dans ses *Elémens de Pharmacie*. Il a composé quinze espèces différentes d'eau-de-vie, en substituant successivement dans deux livres d'esprit-de-vin, au lieu de 2, 4, 6, &c. onces d'esprit-de-vin, un même nombre d'onces d'eau : ensuite il a remarqué à quel degré s'enfonçoit son *pèse-liqueur* dans ces différens

mélanges, pour dix degrés différens de température; savoir, depuis quinze degrés au-dessous de la glace, jusqu'à trente au-dessus de ce terme, de cinq en cinq degrés. C'est d'après ces expériences que M. Baumé a construit sa table. Dans une première colonne, vers la gauche, sont écrites les différentes espèces d'eau-de-vie; dix autres expriment les degrés que ces mélanges donnent au *pèse-liqueur* pour les différens degrés de température. Il résulte des expériences de M. Baumé, que plus l'esprit-de-vin est aqueux, moins il est sujet aux variations de l'air, & réciproquement.

14. Dans les *Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris, ann.* 1768, M. de Montigny a proposé un *pèse-liqueur* pour l'esprit-de-vin & les eaux-de-vie: sa construction revient à ceci. On prendra un esprit-de-vin bien déflegmé; on déterminera le rapport de sa pesanteur spécifique à celle de l'eau distillée dans un lieu où le thermomètre de M. Réaumur marquera dix degrés. Avec ces deux liqueurs, on en formera neuf autres: l'une sera composée d'esprit-de-vin & d'eau, en parties égales; les autres, d'un nombre k de parties d'esprit-de-vin, & d'un nombre $9-k$ de parties d'eau, en prenant pour k tous les nombres, depuis l'unité jusqu'à 7 inclusivement: on gardera ces liqueurs dans des bouteilles fermées au moins pendant vingt-quatre heures: on prendra un vase cylindrique d'un diamètre suffisant, pour que l'aréomètre y puisse monter & descendre librement: on mettra successivement dans le vase de la même hauteur l'esprit-de-vin, l'eau & les neuf autres liqueurs dont il a été parlé ci-dessus: on marquera les différentes hauteurs de l'instrument sur une règle verticale adaptée à la surface extérieure du vase; on aura de cette manière dix intervalles. On fera, sur ce modèle, une échelle de papier qu'on introduira dans la tige de l'aréomètre; on pourra marquer 0 au point de l'échelle qui est à la surface du fluide quand l'aréomètre est plongé dans l'eau, & 100 au point qui est à cette surface, quand l'aréomètre est plongé dans l'esprit-de-vin. On subdivisera chacun de ces dix intervalles en dix parties égales, qui feront connoître, à très-peu-près, les parties du mélange, quand l'eau-de-vie répondra à quelques-unes de ces subdivisions. Par ce moyen, on ne connoîtra les proportions du mélange qu'à une même température. Pour éviter cet inconvénient, il faut construire des échelles à des températures différentes de cinq en cinq degrés (M. de Montigny a reconnu, par expérience, que l'erreur correspondante à un changement de cinq degrés dans la température, est tout au plus d'une pinte sur quatre-vingt-dix). Ensuite, quand on voudra vérifier une eau-de-vie, on se servira de l'échelle faite pour la température actuelle de l'air, ou la plus approchante.

15. Les *Mémoires de l'Académie* de l'année suivante 1769, en contiennent un de M. Brisson, dans lequel, entr'autres choses, il donne un moyen de connoître la force de l'eau-de-vie: il divise en 16 parties égales un volume qui peseroit 1000 en eau de Seine filtrée en sable, & 837 en esprit-de-vin bien rectifié; il forme 15 mélanges de ces liqueurs, en mettant successivement dans le volume commun, une, deux, trois, *&c.* parties d'esprit-de-vin, au lieu de même nombre de parties d'eau; il en a déterminé les pesanteurs spécifiques dont il a formé une table; cela posé, il faut prendre, par le moyen d'un *pèse-liqueur*, le poids d'un volume d'eau & d'un égal volume d'eau-de-vie; & dire, le poids de l'eau est au poids de l'eau-de-vie, comme 1000 est à un nombre qui fera connoître, par le moyen de la table, combien, sur 16 parties, il y en a d'esprit-de-vin. L'eau & l'eau-de-vie qu'on comparera doivent être à même température.

16. Dans les *Mémoires de l'Académie de* 1770, on en lit un de M. le Roi, qui contient plusieurs réflexions sur les aréomètres; & en particulier sur les moyens d'en faire de comparables. L'auteur entend, par aréomètres comparables, ces aréomètres dans lesquels les volumes indiqués par les divisions correspondantes de leur échelle, sont entr'eux comme les poids de ces aréomètres; cela posé, il indique un moyen facile d'en faire de comparables, c'est de les plonger d'abord dans une liqueur assez pesante pour qu'ils ne s'y enfoncent qu'un peu au-dessus du flotteur ou premier terme de l'échelle; puis dans une liqueur beaucoup plus légère, pour qu'ils s'y enfoncent jusqu'à l'autre extrémité, & ensuite diviser ces échelles en un même nombre de parties égales pour chaque aréomètre. Par cette construction, les volumes répondans aux mêmes divisions, seront toujours comme le poids. Au reste, on peut se dispenser de recourir à une seconde liqueur pour avoir le dernier terme de l'échelle; il suffit à cet effet de les faire enfoncer dans la liqueur la plus pesante, en les chargeant de poids qui soient entr'eux comme les poids de ces aréomètres. Lorsque M. le Roi lut son *Mémoire* à l'académie, il présenta en même tems deux aréomètres gradués selon ces principes, qui s'accordèrent parfaitement dans différentes liqueurs où on les plongea. Les termes extrêmes de leur échelle avoient été déterminés par le moyen d'une eau-de-vie très-affoiblie, & d'un esprit-de-vin bien rectifié. Ces aréomètres étoient d'argent, formés par deux conoïdes, appliqués par leur base, qui avoient la figure d'un solide de révolution, engendré par un arc de chaînette: c'est à-peu-près la figure que M. le Roi croit être la plus convenable, pour qu'ils puissent se mouvoir librement.

17. M. de Machy a publié, en 1774, un *Recueil de dissertations physico-chymiques*, dans lequel il donne la construction d'un aréomètre destiné pour comparer les liqueurs qui ne sont pas plus pesantes que l'eau, ni plus légères que l'esprit-

de-vin. D'abord il détermine les pesanteurs spécifiques de ces liqueurs extrêmes par la méthode de l'*article* 5; il trouve en conséquence que le pouce cube d'eau pèse 574 grains, & le pouce cube d'esprit-de-vin 508. Ensuite M. de Machy fait construire un aréomètre dont le poids soit de 574 grains, il le plonge dans l'eau dont la surface le coupe en un certain point, ensuite dans l'esprit-de-vin, dont la surface le coupe aussi en un point; il divise l'intervalle de ces deux points en 66 parties égales, différence entre le poids du pouce cube d'eau, & celui du pouce cube d'esprit-de-vin; cela posé, quand on le plongera dans quelques liqueurs intermédiaires entre celles-ci, leur point de section indiquera à-peu-près de combien de grains le pouce cube de cette liqueur surpasse en poids le pouce cube d'esprit-de-vin. L'auteur propose quelques moyens pour donner plus de précision à son instrument; mais il nous suffit d'avoir donné une idée de son *mémoire* : nous renvoyons ceux qui desirerons plus de détail, à l'ouvrage de M. de Machy, déjà cité.

La perception des droits imposés à Paris sur les eaux-de-vie, à raison de leur degré de force, a été l'occasion de divers mémoires sur les aréomètres, imprimés depuis quelques années; mais il en a paru un en 1776, dans lequel on propose de n'admettre que deux degrés de force dans les liqueurs spiritueuses, l'eau-de-vie quelconque & l'esprit-de-vin, afin qu'il n'y ait qu'un seul droit sur l'eau-de-vie, au lieu de le faire varier suivant les différens degrés d'un aréomètre, connu sous le nom d'*aréomètre de Cartier*, qu'on emploie depuis 1772, & qui marque 29 à 31 degrés pour les eaux-de-vie que les commerçans font entrer à Paris. Les inconvéniens de l'aréomètre pour la perception des droits, ont été développés dans un mémoire présenté à la cour des aides par le corps de l'épicerie de Paris, intervenant dans un procès que la ferme avoit intenté au sieur Hatry, marchand épicier.

PESON, s. m. *en Méchanique*, est une sorte de balance appellée autrement *statera romana*, ou *balance romaine*, au moyen de laquelle on trouve la pesanteur des différens corps, en se servant d'un seul & même poids qu'on leur compare. *Voyez* BALANCE.

Construction du peson. Il est composé d'un rayon de fer AB (*Planche de Méchanique*, *fig.* 35.), sur lequel on prend un point à discrétion, comme C, d'où on élève la perpendiculaire CD. A la branche la plus courte AC, est suspendu un plateau G pour recevoir le corps qu'on veut peser; le poids I peut parcourir les différens points de la branche CB, & on l'éloigne du point C, jusqu'à ce qu'il soit en équilibre avec le poids qu'on a mis dans le plateau G. On connoît quel est le poids mis dans ce plateau, par l'endroit où le poids I se trouve sur le bras CB; par exemple, si le poids I est d'une livre, & qu'il se trouve au point de division 6 en équilibre avec le poids qui est dans le plateau, on en conclut que le dernier poids est de six livres, & ainsi du reste. *Voyez* LEVIER & PUISSANCES MÉCHANIQUES.

Par la construction du *peson*, on voit aisément quelle est la manière de s'en servir : & on peut remarquer que le *peson* est d'un usage commode, en ce que, n'ayant besoin que d'un seul poids qui n'est pas considérable, il est très-portatif en petit; &, quand on l'emploie en grand sur des masses qui sont très-pesantes, & qu'on ne peut pas diviser, on est dispensé d'avoir un grand nombre de poids difficiles à rassembler, & le point fixe en est beaucoup moins chargé; mais il faut observer aussi que cet instrument ne peut pas servir à peser exactement de petites quantités, parce qu'il n'est point assez mobile, ce qui vient principalement de ce qu'un de ses bras est fort court. Ajoutez encore que, quand le contre-poids est considérable & fort éloigné du point d'appui, la grande branche est exposée à plier. *Voyez* ROMAINE.

PESON A RESSORT, s. m. (*Méchan.*) sorte de machine assez ingénieuse, dont on se sert pour peser certaines espèces de marchandises, comme le foin, la paille, le fil, la filasse, la viande, *&c.*

Ce sont les petits marchands qui vont aux foires, les étapiers, les fourriers & les vivandiers d'armée, qui se servent plus ordinairement du *peson à ressort*.

Il y en a de différentes grandeurs pour peser, depuis une livre jusqu'à cinquante. Les premiers qui parurent à Paris, furent apportés de Besançon; ce qui a donné lieu à quelques-uns de croire, que c'est à cette ville que l'on a l'obligation de l'invention de cette machine. Cependant bien des gens veulent qu'elle vienne d'Allemagne.

Le *peson à ressort* est composé de plusieurs pièces.

1.° D'un anneau qui sert à le suspendre en l'air.

2.° D'une branche presque carrée, ordinairement de cuivre, & quelquefois de fer ou de buis, sur l'une des faces de laquelle sont marquées les différentes divisions des poids; c'est au haut de cette branche que l'anneau est attaché par une S.

3.° D'un ressort de fil d'acier en forme de tireboure, arrêté au bas de la branche par un écrou, la branche passant du haut en en-bas au travers du ressort.

4.° D'une boëte ou canon de figure cylindrique, qui renferme la branche & le ressort.

Enfin d'un crochet attaché par un S au bas de la boëte, qui sert à accrocher la marchandise que l'on veut peser.

Pour se servir de *peson à ressort*, il faut le tenir par l'anneau suspendu en l'air perpendi-

culairement ; ce qui fait que le poids de la marchandiſe tirant le crochet en en bas, reſſerre le reſſort : de ſorte que la branche ſortant par le haut de la boëte, à proportion du poids, l'on découvre les diviſions qui y ſont marquées par des rayes & des chiffres, ce qui dénote la peſanteur de la marchandiſe.

Ce *peſon*, quoiqu'aſſez induſtrieuſement fait, & aſſez commode en apparence, n'eſt cependant pas ſi juſte que le *peſon* à contre-poids ou romaine. Le défaut de juſteſſe provient de ce que le reſſort eſt ſujet à ſe relâcher & à s'affoiblir par ſon trop grand uſage.

Les Chinois ſe ſervent auſſi d'une eſpèce de *peſon*, qui reſſemble aſſez à la balance romaine.

Peson à tiers-point, eſt compoſé, 1.° d'un reſſort d'acier rond à reſſort à chien : 2.° de deux tirans cintrés ſur-le-champ, dont l'un a un anneau pour paſſer le pouce & le tenir, qui paſſe par l'ouverture de l'extrêmité du reſſort, & qui eſt arrêté ſur l'autre extrêmité : 3.° Le ſecond ſur lequel ſont gravés les chiffres qui marquent le poids, eſt arrêté à la partie ſupérieure du reſſort, & paſſe au travers de l'inférieur : 4.° au bout eſt le crochet.

P H A

PHAETON, (*Aſtron.*) nom de la conſtellation du Cocher.

PHARAON, ſ. m. (*Jeu de haſard.*) Les principales règles de ce jeu ſont,

Que le banquier taille avec un jeu entier compoſé de cinquante-deux cartes.

Qu'il tire toutes les cartes de ſuite, mettant les unes à ſa droite, & les autres à ſa gauche.

Qu'à chaque main on taille, c'eſt-à-dire, de deux en deux cartes : le ponte a la liberté de prendre une ou pluſieurs cartes, & de haſarder deſſus une certaine ſomme.

Que le banquier gagne la miſe du ponte, lorſque la carte du ponte arrive à la main gauche, dans un rang impair, & qu'il perd, lorſque la carte du ponte tombe à la main gauche & dans un rang pair.

Que le banquier prend la moitié de ce que le ponte a mis ſur la carte, lorſque dans une même taille, la carte du ponte vient deux fois ; ce qui fait une partie de l'avantage du banquier.

Et enfin que la dernière carte qui devroit être pour le ponte, n'eſt ni pour lui ni pour le banquier ; ce qui eſt encore un avantage pour le banquier.

D'où l'on voit, 1.° que la carte du ponte n'étant plus qu'une fois dans le talon, la différence du ſort du banquier & de ponte eſt fondée ſur ce qu'entre tous les divers arrangemens poſſibles des cartes du banquier, il y en a un plus grand nombre qui le font gagner, qu'il n'y en a qui le font perdre, la dernière carte étant conſidérée comme nulle ; 2.° que l'avantage du banquier augmente à meſure que le nombre des cartes du banquier diminue ; 3.° que la carte du ponte étant deux fois dans le talon, l'avantage du banquier ſe tire de la probabilité qu'il y a que la carte de la ponte viendra deux fois dans une même taille ; car alors le banquier gagne la moitié de la miſe du ponte, excepté le ſeul cas où la carte du ponte viendroit en doublet dans la dernière taille, ce qui donneroit au banquier la miſe entière du ponte ; 4.° que la carte du ponte étant trois ou quatre fois dans la main du banquier, l'avantage du banquier eſt fondé ſur la poſſibilité qu'il y a que la carte du ponte ſe trouve deux fois dans une même taille, avant qu'elle ſoit venue en pur gain ou en pure perte pour le banquier. Or cette poſſibilité augmente ou diminue, ſelon qu'il y a plus ou moins de cartes dans la main du banquier, & ſelon que la carte du ponte s'y trouve plus ou moins de fois.

D'où l'on conclut encore, que pour connoître l'avantage du banquier, par rapport aux pontes, dans toutes les différentes circonſtances du jeu, il faut découvrir dans tous les différens arrangemens poſſibles des cartes que tient le banquier, & dans la ſuppoſition que la carte s'y trouve ou une, ou deux, ou trois, ou quatre fois, quels ſont ceux qui le font gagner, quels ſont ceux qui lui donnent la moitié de la miſe du ponte, quels ſont ceux qui le font perdre, & quels ſont ceux enfin qui ne le font ni perdre ni gagner.

On peut former deux tables de tous ces différens haſards. Pour en connoître l'uſage, dans la première, le chiffre renfermé dans la cellule □ exprimeroit le nombre des cartes que tient le banquier ; & le nombre qui ſuit, ou la cellule dans la première colonne, ou deux points dans les autres colonnes, exprimeroient le nombre de fois que la carte du ponte eſt ſuppoſée ſe trouver dans la main du banquier.

L'uſage de la ſeconde table ſeroit de donner des expreſſions, à la vérité moins exactes, mais plus ſimples & plus intelligibles aux joueurs : pour entendre cette table, il faut ſavoir que ce ſigne $>$ marque excès, & que celui-ci $<$ marque défaut ; en ſorte que $> \frac{1}{4} < \frac{1}{3}$ ſignifie plus grand que $\frac{1}{4}$, & plus petit que $\frac{1}{3}$.

En examinant ces tables, on verroit dans la première colonne, que l'avantage du banquier eſt exprimé dans la première colonne par une fraction, dont le numérateur étant toujours l'unité, le dénominateur eſt le nombre des cartes que tient le banquier.

Dans la ſeconde colonne, que cet avantage eſt exprimé par une fraction dont le numérateur étant ſelon la ſuite des nombres naturels 1, 2, 3, 4, *&c.* le dénominateur a pour différence entre ces ter-

mes, les nombres 8, 26, 34, 42, 50, 58, dont la différence est 8.

Que dans la troisième colonne, le numérateur étant toujours 3, la différence qui règne dans le dénominateur est 8.

Que dans la quatrième colonne, la différence étant toujours 4 dans le numérateur, le dénominateur a pour différence entre ses termes les nombres 24, 40, 56, 72, 88, dont la différence est 16.

Qu'une autre uniformité assez singuliere entre les derniers chiffres du dénominateur de chaque terme d'une colonne, c'est que dans la première, les derniers chiffres du dénominateur sont, selon cet ordre, 4, 6, 8, 0, 2, | 4, 4, 6, 8, 0, 2; & dans la seconde, selon cet ordre, 2, 0, 6, 0, 2, | 2, 0, 6, 0, 2, | 2, 0, 6, 0, 2; & dans la troisième, selon cet ordre,
2, 0, 8, 6, 4, | 2, 0, 8, 6, 4; & dans la quatrième, selon cet ordre, 6, 0, 0. 6, 8, | 6, 0, 0, 6, 8, *&c.*

On pourroit, par le moyen de ces tables, trouver tout-d'un-coup combien un banquier a d'avantage sur chaque carte, combien chaque taille complete aura dû, à fortune égale, apporter de profit au banquier, si l'on se souvient du nombre de cartes prises par les pontes, des diverses circonstances dans lesquelles on les a mises au jeu, & enfin de la quantité d'argent hasardée sur ces cartes.

On donneroit de justes bornes à cet avantage, en établissant que les doublets fussent indifférens pour le banquier & pour le ponte, ou du moins qu'ils valussent seulement au banquier le tiers ou le quart de la mise du ponte.

Afin que le ponte, prenant une carte, ait le moins de désavantage possible, il faut qu'il en choisisse une qui ait passé deux fois; il y auroit plus de désavantage pour lui, s'il prenoit une carte qui eût passé une fois, plus encore sur une carte qui auroit passé trois fois, & le plus mauvais choix seroit d'une carte qui n'auroit point encore passé.

Ainsi, en supposant $A =$ une pistole, l'avantage du banquier qui seroit 19 sous 2 deniers, dans la supposition que la carte du ponte fût quatre fois dans douze cartes, deviendra 16 sous 8 deniers, si elle n'y est qu'une fois; 13 sous 7 deniers, si elle y est trois fois & 10 sous 7 deniers, si elle n'y est que deux fois.

Les personnes qui n'ont pas examiné le fond du jeu, demanderont pourquoi on n'a rien dit des masses, des parolis, de la paix, & des sept & le *va*: c'est que tout cela ne signifie rien, qu'on risque plus ou moins, & puis c'est tout; les chances ne changent point.

L'avantage du banquier augmente à proportion que le nombre de ses cartes diminue.

L'avantage du banquier sur une carte qui n'a point passé, est presque double de celui qu'il a sur une carte qui a passé deux fois; son avantage sur une carte qui a passé trois fois est à son avantage sur une carte qui a passé deux fois dans un plus grand rapport que de trois à deux.

L'avantage du banquier, qui ne seroit qu'environ 24 sous, si le ponte mettoit six pistoles ou à la première taille du jeu, ou sur une carte qui auroit passé deux fois, lorsqu'il n'en resteroit plus que vingt-huit dans la main du banquier (car ces deux cas reviennent à-peu-près à la même chose) sera 7 liv. 2 sous, si la ponte met six pistoles sur une carte qui n'ait point encore passé, le talon n'étant composé que de dix cartes.

L'avantage du banquier seroit précisément de six livres, si la carte du ponte, dans ce dernier cas, passe trois fois.

Ainsi, toute la science du *pharaon* se réduit, pour les pontes, à l'observation des deux règles suivantes.

Ne prendre des cartes que dans les premières tailles, & hasarder sur le jeu d'autant moins, qu'il y a un plus grand nombre de tailles passées.

Regarder comme les plus mauvaises cartes, celles qui n'ont point encore passé, ou qui ont passé trois fois, & préférer à toutes, celles qui ont passé deux fois.

C'est ainsi que le ponte rendra son désavantage le moindre possible.

PHASES, s. f. *en Astronomie*, se dit des diverses apparences de la lune, de vénus, de mercure & des autres planètes, ou des différentes manières dont elles paroissent éclairées par le soleil. Ce mot est formé du grec, φαίνω, *je parois, je brille.*

La variété des *phases* de la lune est fort remarquable; nous en avons donné l'explication au *mot* LUNE.

Pour celles de vénus, on n'y découvre aucune diversité à la vue simple, mais on y en remarque avec le télescope: Copernic prédit que dans les siécles à venir, on découvriroit que vénus éprouvoit les mêmes changemens que la lune: Galilée fut le premier qui accomplit cette prédiction, en dirigeant son télescope sur vénus: il observa que les *phases* de cette planète étoient semblables à celles de la lune, que tantôt elle étoit pleine, tantôt en croissant; & il en conclut la démonstration du mouvement de vénus autour du soleil.

Mercure fait voir les mêmes apparences, mais elles sont difficiles à observer, à cause de sa petitesse; la seule différence entre celles-ci & celles de la lune, est que quand ces planètes sont pleines, le soleil est entr'elle & nous, au lieu que quand la lune est pleine, nous sommes entr'elle & le soleil.

Saturne a embarrassé long-tems les Astronomes par son étrange diversité de *phases*: nous les avons expliquées au *mot* ANNEAU.

On observe aussi beaucoup de changemens sur le disque de jupiter. *Voyez* BANDES.

Les *phases* de la lune prouvent que la surface de cette planète est sensiblement sphérique; car, en la

en la supposant sphérique, on trouve que la plus grande largeur de la *phase* doit être à-peu-près comme le sinus verse de l'élongation au soleil : or, suivant les observations d'Hévelius, les largeurs des *phases* suivent à-peu-près ce rapport. *Voyez* mes *Recherches sur le système du monde, II.e partie.* (O)

PHÉNOMÈNES, s. m. (*sciences physico-mathématiques.* (Les philosophes appellent de ce nom tous les effets qu'on observe dans la nature, ou plutôt tout ce que nous découvrons dans les corps à l'aide des sens. Ce sont des phénomènes bien vérifiés qui servent de fondement aux sciences physiques & physico-mathématiques : tels sont ceux sur lesquels Neuton a établi le système de la gravitation universelle *Voyez* PHYSICO-MATHÉMATIQUES, *& le dictionnaire de Physique.*

PHILOSOPHIE NATURELLE, (*Principes de la*) c'est le titre que Neuton a donné à l'ouvrage immortel dans lequel il expose les loix de la gravitation universelle : la dernière édition de cet ouvrage est de 1726; mais il y a un commentaire important du P. le Seur & du P. Jacquier, imprimé à Genève en 1739 & 1742, en 3 volumes *in*-4.°, & une édition françoise de Madame la marquise du Châtelet. *Paris*, 1756.

PHO

PHOCA, veau marin, que les Arabes peignent dans la constellation d'Andromède.

PHŒNICE, (*Astron.*) nom de la petite ourse.

PHŒNIX; (*Astronomie.*) constellation méridionale, située entre l'éridan & le poisson austral : elle contient 72 étoiles dans le catalogue de M. de la Caille; la principale est une étoile de seconde grandeur, dont l'ascension droite étoit en 1750, de 3^d 28′, 2″; & la déclinaison de 43^d, 39′, 52″ du côté du midi : cette constellation n'avoit que 13 étoiles dans l'ancien catalogue; elle ne fait que raser l'horizon en Europe à minuit, vers la fin du mois de septembre. (*D. L.*)

PHOMAHANT. *Voyez* FOMALHAUT.

PHONIQUE, s. f., est la doctrine ou la science des sons, que l'on appelle autrement & plus communément *acoustique.* *V.* ACOUSTIQUE.

Ce mot est dérivé du grec φωνή, *voix*, *son*; la *phonique* peut se considérer comme une science analogue à l'optique. Quelques auteurs, en faisant allusion aux trois parties de l'optique, savoir, l'optique proprement dite, la catoptrique & la dioptrique, (*voyez ces mots*) appellent les branches ou parties de l'acoustique, *phoniques*, *diaphoniques* & *cataphoniques.*

On peut cultiver ou perfectionner la *phonique* par rapport à l'objet, au milieu & à l'organe.

L'objet, qui est le son, peut être perfectionné quant à la génération & à la propagation des sons.

La génération des sons peut se perfectionner en perfectionnant toutes les manières de produire des sons; car toutes les manières de produire le son, soit par la parole, soit par le chant, soit par les instrumens, &c. font des arts qui ont leur méthode.

La propagation des sons peut devenir plus parfaite par la position des corps sonores.

Quant au milieu, la *phonique* peut acquérir de nouveaux degrés de perfection par la ténuité ou le repos des parties du milieu, & par le corps sonore, lorsqu'il est situé proche d'une muraille fort unie, plane ou voûtée, particulièrement en forme de parabole ou d'ellipse; & c'est là-dessus qu'est fondée la construction des voûtes ou cabinets secrets. *Voy.* CABINETS SECRETS.

C'est aussi de-là que vient la théorie des instrumens qui augmentent considérablement le son, comme les corps-de-chasse, les trompettes, &c.

En plaçant le corps sonore près de la surface de l'eau, le son en devient plus doux, & si on le place sur une surface plane & bien unie, le son sera porté à une distance beaucoup plus grande que si le corps sonore posoit sur un terrein inégal ou raboteux, &c. *Voy.* SON.

Pour l'organe du son, qui est l'oreille, on les rend de meilleur service, en employant des instrumens qui augmentent la force du son, & qui aident les oreilles foibles, comme les lunettes aident les yeux, tels que les cornets acoustiques, le porte-voix. *Voyez* PORTE-VOIX & CORNETS, *voyez aussi* LUNETTE & OREILLE.

La cataphonique, ou l'ouie considérée par rapport aux sons réfléchis, peut être perfectionnée par différentes espèces d'échos artificiels. *V.* ECHO. *Chambers.* (O)

PHORONOMIE, s. f. (*Méchanique.*) La *Phoronomie* est la science des loix de l'équilibre, du mouvement des solides & de fluides. Ce mot est composé de φόρα, *mouvement*, & de νόμος, *loi.* Nous avons un excellent ouvrage sur cette matière, de Jacques Herman, célèbre mathématicien de ce siécle. Cet ouvrage intitulé: *Phoronomia, sive de viribus & motibus corporum solidorum & fluidorum*, a paru à Amsterdam, en 1715, *in*-4.°

PHORBAS. *V.* Serpentaire.

PHOSPHORUS, se dit, *en Astronomie*, de l'étoile du matin, c'est-à-dire, de la planète de vénus, quand elle précède le soleil. Ce mot vient de φῶς, lumière, & de φέρω, je porte. Ce nom est employé dans Martial, VIII, 21, *de adventu Domitiani: Phosphore redde diem, quid gaudia nostra moraris.*

Les Latins appellent aussi vénus *Lucifer*; le peuple, en France, la nomme l'*étoile du berger.*

PHOTOSCIATERIQUE, adj. terme dont quelques auteurs se servent pour désigner la Gno-

monique. *Voyez* Gnomonique. Ce nom vient de ce que la Gnomonique apprend à déterminer les heures, non-seulement par l'ombre du gnomon, ce qui l'a fait nommer *sciatérique*, mais quelquefois par la lumière du soleil, comme dans les cadrans qui marquent l'heure par un point lumineux, à travers lequel passent les rayons du soleil. Ce mot vient de φῶς, *lumière*, & de σκιὰ, *ombre*. *Voyez* Cadran; le mot de *photosciatérique* ne s'emploie plus aujourd'hui. *Chambers*. (*O*)

PHYSICO-MATHÉMATIQUES. *Sciences*. On appelle ainsi les parties de la physique, dans lesquelles on réunit l'observation & l'expérience au calcul mathématique, & où l'on applique ce calcul aux phénomènes de la nature. Nous avons déja vu au *mot* Application, les abus que l'on peut faire du calcul dans la physique; nous ajouterons ici les réflexions suivantes.

Il est aisé de voir que les différens sujets de physique ne sont pas également susceptibles de l'application de la géométrie. Si les observations qui servent de base au calcul sont en petit nombre, si elles sont simples & lumineuses, le géomètre sait alors en tirer les plus grands avantages, & en déduire les connoissances physiques les plus capables de satisfaire l'esprit; des observations moins parfaites servent souvent à le conduire dans ses recherches & à donner à ses découvertes un nouveau degré de certitude; quelquefois même les raisonnemes mathématiques peuvent l'instruire & l'éclairer, quand l'expérience est muette, ou ne parle que d'une manière confuse. Enfin, si les matières qu'il se propose de traiter, ne laissoient aucune prise à ses calculs, il se rendroit alors aux simples faits dont les observations l'instruisent: incapable de se contenter de fausses lueurs, quand la lumière lui manque, il n'a point recours à des raisonnemens vagues & obscurs, au défaut de démonstrations rigoureuses.

C'est principalement la méthode qu'il doit suivre par rapport à ces phénomènes, sur la cause desquels le raisonnement ne peut nous aider, dont nous n'appercevons point la chaîne ou dont nous ne voyons du moins la liaison que très-imparfaitement, comme les phénomènes de l'aimant, de l'électricité & une infinité d'autres semblables, *&c.* *Voyez* Expérimental.

Les sciences *physico mathématiques* sont en aussi grand nombre qu'il y a de branches dans les *mathématiques* mixtes. *Voyez* Mathématiques.

On peut donc mettre au nombre des sciences *physico-mathématiques*, la méchanique, la statique, l'hydrostatique, l'hydrodynamique ou hydraulique, l'optique, la catoptrique, la dioptrique, l'aërométrie, la musique, l'acoustique, *&c.* *Voyez ces mots*.

Une des branches les plus brillantes & les plus utiles des sciences *physico-mathématiques*, est l'astronomie physique, *voy.* Astronomie; j'entends ici, par astronomie physique, non la chimere des tourbillons, mais l'explication des phénomènes astronomiques par l'admirable théorie de la gravitation. *Voyez* Gravitation, Attraction, Neutonianisme. Si l'astronomie est une des sciences qui font le plus d'honneur à l'esprit humain, l'astronomie physique neutonienne est une de celles qui en font le plus à la philosophie moderne. La recherche des causes des phénomènes célestes, dans laquelle on fait aujourd'hui tant de progrès, n'est pas d'ailleurs une spéculation stérile & dont le mérite se borne à la grandeur de son objet & à la difficulté de le saisir. Cette recherche doit contribuer encore à l'avancement rapide de l'astronomie proprement dite. Car on ne pourra se flatter d'avoir trouvé les véritables causes des mouvemens des planètes, que lorsqu'on pourra assigner, par le calcul, les effets que peuvent produire ces causes, & faire voir que ces effets s'accordent avec ceux que l'observation nous a dévoilés. Or la combinaison de ces effets est assez considérable pour qu'il en reste beaucoup à découvrir; par conséquent dès qu'une fois on en connoîtra bien le principe, les conclusions géométriques que l'on en déduira, feront en peu de tems appercevoir & prédire même des phénomènes cachés & fugitifs, qui auroient peut-être eu besoin d'un long travail pour être connus, démêlés & fixés par l'observation seule.

Parmi les différentes suppositions que nous pouvons imaginer pour expliquer un effet, les seules dignes de notre examen, sont celles qui par leur nature nous fournissent des moyens infaillibles de nous assurer si elles sont vraies. Le systême de la gravitation est de ce nombre, & mériteroit pour cela seul l'attention des philosophes. On n'a point à craindre ici cet abus de calcul & de la géométrie, dans lequel les physiciens ne sont que trop souvent tombés pour défendre ou pour combattre des hypothèses. Les planètes étant supposées se mouvoir, ou dans le vuide ou au moins dans un espace très-peu résistant, & les forces par lesquelles elles agissent les unes sur les autres étant connues; c'est un problème purement mathématique, que de déterminer les phénomènes qui en doivent naître; on a donc le rare avantage de pouvoir juger irrévocablement le systême neutonien, & cet avantage ne sauroit être saisi avec trop d'empressement; il seroit à souhaiter que toutes les questions de la physique pussent être aussi incontestablement décidées. Ainsi, on ne pourra regarder comme vrai le systême de la gravitation, qu'après s'être assuré, par des calculs précis, qu'il répond exactement aux phénomènes; autrement l'hypothèse neutonienne ne mériteroit aucune préférence sur celle des tourbillons, par laquelle on explique, à la vérité, bien des circonstances du mouvement des planètes, mais d'une manière si incomplète & pour

ainsi dire si lâche, que si les phénomènes étoient tous autres qu'ils ne sont, on les expliqueroit toujours de même, très-souvent aussi-bien, & quelquefois mieux. Le système de la gravitation ne nous permet aucune illusion de cette espèce; un seul article où l'observation démentiroit le calcul, feroit écrouler l'édifice, & relégueroit la théorie dans la classe de tant d'autres que l'imagination a enfantées, & que l'analyse a détruites. Mais l'accord qu'on a remarqué entre les phénomènes célestes & les calculs fondés sur le système de la gravitation, accord qui se vérifie tous les jours de plus en plus, semble avoir pleinement décidé les philosophes en faveur de ce système. *Voy. les articles cités.*

A l'égard des autres sciences *physico-mathématiques*, consultez les *articles* de chacune. (*O*)

P I C

PICA. *V.* Toucan.

PICOTIN, (*Arpentage*); c'est une mesure qui sert à l'arpentage dans quelques lieux de la Guyenne. Il faut 12 escaits pour faire le *picotin*, chaque escait de 12 piés, mesure d'Agen, qui est environ de trois lignes plus grande que le pié-de-roi. *Savari.*

PIÉ, (*Arp. Géom.*), est une mesure convenue dans chaque royaume ou état gouverné par ses propres loix, pour évaluer ou déterminer des longueurs; le *pié* françois contient douze pouces. *V.* Toise & Mesure, & sur-tout la *Métrologie* de *M.* Paućton. *Paris*, 1780, *in*-4.°

Les géomètres divisent le *pié* en dix doigts, le doigt en dix lignes, &c.

Les Anglois divisent leur *pié* comme nous, en douze pouces, mais le pouce se divise en dix parties. *Voyez* Ligne.

Un *pié* quarré est une surface rectangulaire, dont la longueur & la largeur sont égales à un *pié*; ce *pié* contient 144 pouces quarrés. *Voyez* Quarré.

Le *pié cube ou cubique* a ses trois dimensions égales chacune à un *pié*; il contient 1728 pouces cubes. *V.* Cube & Cubique.

Pié, (*mesure de longueur*), mesure prise sur la longueur du *pié* humain, qui est différent selon les lieux. On appelle aussi *pié* un instrument en forme de petite règle, qui a la longueur de cette mesure, & sur laquelle ses parties sont gravées.

On considère les *piés* comme antiques ou comme modernes, & c'est cette division que nous allons suivre en rapportant les *piés* usités selon qu'ils ont été déterminés par Snellius, Riccioli, Scammozzi, Petit, Picard, &c. Les uns & les autres sont réduits au *pié*-de-roi, qui est une mesure établie à Paris & en quelques autres villes de France; elle contient 144 lignes. Ce *pié* est divisé en douze pouces, le pouce en douze lignes, & la ligne en douze points. Ainsi, ce *pié* est divisé en 1718 parties. Six de ces *piés* font la toise. On se sert de palmes & de brasses, au lieu de *piés*, en quelques villes d'Italie. Toutes ces mesures sont principalement utiles pour l'intelligence des livres, des dessins, & des ouvrages d'architecture de divers lieux.

Piés antiques par rapport au pié-de-roi.

Pié d'Alexandrie, 13 pouces 2 lignes 2 points.

Pié d'Antioche, 14 pouces 11 lignes 2 points.

Pié arabique, 12 pouces 4 lignes.

Pié babylonien, 12 pouces 1 ligne & 6 points. Selon Capellus, 14 pouces 8 lignes & demie; & selon M. Petit, 12 pouces 10 lignes & 6 points.

Pié grec, 11 pouces 5 lignes 6 points; & selon M. Perrault, 11 pouces 3 lignes.

Pié hébreu, 13 pouces 3 lignes.

Pié romain. Selon Vilalpande & Riccioli, ce *pié* a 11 pouces 1 ligne 8 points; selon Lucas-Pœtus, au rapport de M. Perrault; & selon M. Picard, 10 pouces 10 lignes 6 points, qui est la longueur du *pié* qu'on voit au Capitole, & qui apparemment est la mesure la plus certaine du *pié* romain. Malgré ce témoignage, M. Petit pense que ce *pié* doit être de 11 pouces. On en a trouvé une autre en fouillant les ruines d'Herculanum; on dit que c'est une verge pliante de bronze, dans laquelle le *pié* romain est partagé en pouces & en lignes; de cette manière on saura définitivement l'étendue du *pié* romain.

Piés modernes par rapport au pié-de-roi.

Pié d'Amsterdam, 10 pouces 5 lignes 3 points.

Pié d'Anvers, 10 pouces 6 lignes.

Pié d'Avignon & d'Aix en Provence, 9 pouces 9 lignes.

Pié d'Ausbourg en Allemagne, 10 pouces 11 lignes 3 points.

Pié de Bavière en Allemagne, 10 pouces 8 lignes.

Pié de Besançon en Franche-Comté, 11 pouces 5 lignes 2 points.

Pié ou brasse de Bologne en Italie, 14 pouces selon Scammozzi, & 14 pouces 1 ligne suivant M. Picard.

Pié de Bresse, 17 pouces 7 lignes & 6 points, selon Scammozzi; & 17 pouces 5 lignes 4 points, selon M. Petit.

Pié ou dérab du Caire en Egypte, 20 pouces 6 lignes.

Pié de Cologne, 10 pouces 2 lignes.

Pié de Franche-Comté & Dole, 13 pouces 2 lignes 3 points.

Pié ou pic de Conſtantinople, 24 pouces 5 lignes.

Pié de Copenhague en Danemarck, 10 pouces 9 lignes 6 points.

Pié de Cracovie en Pologne, 10 pouces 2 lignes.

Pié de Dantzick en Pologne, 10 pouces 4 lignes 6 points, ſelon M. Petit; & 10 pouces 7 lignes, ſelon M. Picard.

Pié de Dijon en Bourgogne, 11 pouces 7 lignes 2 points.

Pié de Florence, 20 pouces 8 lignes 6 points, ſelon Maggi; 21 pouces 4 lignes 6 points, ſelon Lorini; 22 pouces 8 lignes, ſelon Scammozzi, & 21 pouces 4 lignes, ſelon M. Picard.

Pié de Gênes, 9 pouces 9 points.

Pié de Genève, 18 pouces 4 points.

Pié de Grenoble en Dauphiné, 12 pouces 7 lignes 2 points.

Pié de Heidelberg en Allemagne, 10 pouces 2 lignes, ſelon M. Petit; & 10 pouces 3 lignes 6 points, ſuivant une meſure originale.

Pié de Léipſick en Allemagne, 11 pouces 7 lignes 7 points.

Pié de Leyden, *pié* du Rhin, ou *pié* rhenan, 11 pouces 7 lignes & $\frac{183}{1000}$. Ce *pié* ſert de meſure à tout le ſeptentrion; ſa proportion, avec le *pié* romain, eſt comme de 950 & 1000. *Voyez* Caſimir, qui, dans ſa pyrotechnie a fait ſa réduction au *pié* rhenan, de tous les autres *piés* des plus fameuſes villes de l'europe.

Il eſt de 11 pouces 5 lignes 3 points, ſelon Snellius & Riccioli; 11 pouces 6 lignes 7 points, ſelon M. Petit; 11 pouces 7 lignes, ſelon M. Picard, & 11 pouces 7 lignes & demie, ſuivant une autre meſure.

Pié de Liège, 10 pouces 7 lignes 6 points.

Pié de Liſbonne en Portugal, 11 pouces 7 lignes 7 points, ſelon Snellius.

Pié de Londres & de toute l'Angleterre, 11 pouces 3 lignes, ou 11 pouces 2 lignes 6 points, ſelon M. Picard; & ſuivant une meſure originale, 11 pouces 4 lignes 6 points. Le pouce d'Angleterre ſe diviſe en dix parties ou lignes.

Pié de Lorraine, 10 pouces 9 lignes 2 points.

Pié de Lyon, 12 pouces 7 lignes 2 points, ſelon M. Petit; & 12 pouces 7 lignes 6 points, ſelon une meſure originale. Sept piés & demi font la toiſe de Lyon.

Pié de Manheim dans le Palatinat du Rhin, 10 pouces 8 lignes 7 points, ſelon une meſure originale.

Pié de Mantoue en Italie, 17 pouces 4 lignes, ſuivant Scammozzi.

Pié de Mâcon en Bourgogne, 12 pouces 4 lignes 3 points. Il en faut ſept & demi pour la toiſe.

Pié de Mayence en Allemagne, 11 pouces 1 ligne 6 points.

Pié de Middelbourg en Zélande, 11 pouces 1 ligne.

Pié de Milan ou braſſe, 22 pouces.

Pié de Naples, eſt une palme de 8 pouces 7 lignes, ſelon Riccioli.

Pié de Padoue en Italie, 13 pouces 1 ligne, ſelon Scammozzi.

Pié de Palerme en Sicile, 8 pouces 5 lignes.

Pié de Parme en Italie, 20 pouces 4 lignes.

Pié de Prague en Bohême, 11 pouces 1 ligne 8 points.

Pié du Rhin. *Voyez Pié de Leyde.*

Pié de Rouen, ſemblable au *pié*-de-roi.

Pié de Savoie, 10 pouces.

Pié de Sédan, 10 pouces 3 lignes.

Pié de Sienne en Italie, 21 pouces 8 lignes 4 points.

Pié de Stockolm en Suède, 12 pouces 1 ligne.

Pié de Straſbourg, 10 pouces 3 lignes 6 points.

Pié de Tolède, ou *pié* caſtillan, 11 pouces 2 lignes 2 points, ſelon M. Riccioli; & 10 pouces 3 lignes 7 points, ſelon M. Petit.

Pié Tréviſan dans l'état de Veniſe, 14 pouces 6 points, ſelon Scammozzi.

Pié de Turin ou de Piémont, 16 pouces, ſelon Scammozzi.

Pié de Veniſe, 12 pouces 10 lignes, ſelon Scammozzi & Lorini; 12 pouces 8 lignes, ſelon M. Petit; & 11 pouces 11 lignes, ſuivant M. Picard.

Pié de Véronne, égal à celui de Veniſe.

Pié de Vicenſe en Italie, 13 pouces 2 lignes, ſelon Scammozzi.

Pié de Vienne en Autriche, 11 pouces 8 lignes & un dixième.

Pié de Vienne en Dauphiné, 11 pouces 11 lignes.

Pié d'Urbin & de Pezaro en Italie, 13 pouces 1 ligne, ſelon Scammozzi.

Pié ſelon ſes dimenſions.

Pié courant; c'eſt le *pié* qui eſt meſuré ſuivant ſa longueur.

Pié quarré; c'eſt un *pié* qui eſt compoſé de la multiplication de deux piés. Ainſi, un *pié* étant de douze pouces, un *pié* quarré eſt de 144 pouces, nombre qui provient de 12 multiplié par 12.

Pié cube; c'eſt un *pié* qui contient 1728 pouces cubes, nombre qui eſt formé du produit du *pié* quarré par le *pié* ſimple.

Comme nous écrivons pour tous les peuples, & qu'il pourroit y avoir des étrangers qui ignoreroient le rapport & la différence du *pié* qui eſt en uſage chez eux, au *pié*-de-roi, que nous avons pris ici pour règle, il convient d'ajouter encore une table qui puiſſe aider tout le monde à évaluer les différens *piés* à celui de Paris. Nous avons dit qu'il ſe diviſoit en douze pouces, & chaque

pouce en douze lignes. Si donc on suppose chaque ligne divisée en dix parties, on aura :

	parties.
Le *pié* de Paris, de.	1440.
Le *pié* de Bologne, de.	1686.
Le *pié* de Danemarck, de.	1404.
Le *pié* de Rhin ou de Leyde, de. .	1392.
Le *pié* de Londres, de.	1351.
Le *pié* de Suède, de.	1317.
Le *pié* romain du Capitole, de. . . .	1306.
Le *pié* de Dantzick, de.	1272.
Le *pié* d'Amsterdam, de.	1258.
Le palme de Naples, de.	1169.
Le palme de Gênes, de.	1113.
Le palme de Palerme, de.	1073.
Le palme romain, de.	990.
La brasse de Bologne, de.	2640.
La brasse de Florence *da panno* . . .	2585.
La brasse de Parme & de Plaisance,	2423.
La brasse de Reggio, de.	2348.
La brasse de Milan *braccio da legno*.	2639.
La brasse de Bresse, de.	2075.
La brasse de Mantoue, de.	2062.
Le *pié* de Rome, de.	1320.
Voyez le *Voyage d'un François en Italie*.	
Le *pié* de Venise.	1540.
Le *pié* de Constantinople, de.	3140.
Le *pié* de Strasbourg, de.	1282 $\frac{3}{4}$.
Le *pié* de Nuremberg, de.	1346 $\frac{3}{4}$.
Le *pié* de Halle en Saxe, de.	1320.
Le *pié* de Leipsick, de.	1397.
Le *pié* de Cologne, de.	1220.
Le *pié* de Bavière, de.	1280.
Le *pié* d'Ausbourg, de.	1313.
Le *pié* de Lisbonne, de.	1397.
Le *pié* de Vienne en Autriche, de	1401.
Le *pié* de Prague, de.	1338.
Le *pié* de Cracovie, de.	1580.
Le *pié* de Savoie, de.	1440.
Le *pié* de Genève, de.	2592.
Ancien *pié* des Hébreux, de. . .	1590.
Ancien *pié* des Grecs, de.	1350.
Ancien *pié* des Romains, de. . .	1306.

Quand les Allemands n'expriment point la sorte de *pié* dont ils se servent, il faut l'entendre du *pié* rhinlandique ou *pié* du Rhin. (*D. J.*)

PIÉ DU STYLE, *terme de Gnomonique*, c'est le point du plan sur lequel tombe une ligne abaissée du bout du style, perpendiculairement sur le plan du cadran.

PIÉCE D'EAU, (*Hydr.*) c'est un grand bassin qui renferme de l'eau, comme, par exemple, la pièce d'eau, appellée *des Suisses*, devant l'Orangerie; celle de l'Isle royale dans le petit parc, & celle de Neptune devant la fontaine du Dragon, à Versailles. *Voyez* BASSIN.

PIECES PERDUES, (*Hyd.*) ce sont des bassins renfoncés & relevés de gazon, au milieu desquels il y a des jets, dont l'eau se perd à mesure qu'elle vient; tels sont les fontaines à Veaux-le-Villars, & trois pièces à S. Cloud, dont deux sont dans le tapis de gazon, au bas de la grande cascade, & l'autre en face du nouvel amphithéâtre, au bout de la grande allée le long de la rivière.

PIERRÉE, s. f. (*Hydr.*) est à-peu-près la même chose que chatière; c'est une grande longueur de maçonnerie dans les terres, pour conduire les eaux d'une source dans un réservoir ou regard de prise; elles se construisent ainsi: on leur donne d'ouverture depuis un pié jusqu'à 18 pouces, si la source est abondante, on élève de chaque côté un petit mur d'un pié d'épaisseur & de dix-huit pouces de haut, bâti de rocailles & de pierres sèches: afin que les filtrations des terres se jettent plus aisément dedans la pierrée; on la couvre en forme de chatières avec des pierres plates, appellées *dalles* ou *couvertures*. Quand le fond de la terre n'est pas assez ferme pour y faire rouler l'eau sans se perdre, on y étend un lit de glaise que l'on bat, & l'on y pose dessus les moëllons des murs des côtés; on les peut encore paver ou cimenter pour plus grande sûreté.

PIEUX, s. m. pl. (*Hydraulique*), pièce de bois de chêne, qu'on emploie dans leur grosseur, pour faire les palées des ponts de bois, ou qu'on équarrit pour les files des *pieux* (*voyez les art. suivans.*) qui retiennent les berges de terre, les digues, *&c.* qui servent à construire les batardeaux. Les *pieux* sont pointus & ferrés comme les pilots; ce qui en fait pourtant la différence, c'est que les *pieux* ne sont jamais tout-à-fait enfoncés dans la terre, & que ce qui en paroît au-dehors est souvent équarri. *V.* PILOTS.

Pieux de garde. Ce sont des *pieux* qui sont au-devant d'un pilotis, plus peuplés & plus hauts que les autres, & recouverts d'un chapeau. On en met ordinairement devant la pile d'un pont, & au pié d'un mur de quai ou de rempart, pour le garantir du heurt des bateaux & des glaçons, & pour empêcher le dégravoiement. *Daviler.* (*D. J.*)

PIEUX, (*fil de*) *Hydr.* c'est un rang de *pieux* équarris, & couronnés d'un chapeau arrêté à tenons & mortaises, ou attaché avec des chevilles de fer, pour retenir les berges d'une rivière, d'un étang, ou pour conserver les turetes & chaussées des grands chemins. (*K*)

PIEUX, PILOTS *ou* PILOTIS. Les *pieux* sont le plus communément employés à porter un édifice construit au-dessus des hautes eaux, tels que sont les ponts de charpente, les moulins, *&c.*

On se sert des *pilots* ou *pilotis* pour porter un édifice de maçonnerie que l'on veut fonder sous les basses eaux, comme sont les ponts, les murs de quai, de certains bâtimens & autres ouvrages.

Les *dimensions*, *positions*, *espacemens* & le *battage* des *pieux* & des *pilots* ou *pilotis*, forment

quatre objets distincts que l'on va examiner séparément.

Dimensions. Un *pieu* qui doit être exposé à l'eau & à l'injure du tems, doit être formé de la pièce la plus forte que l'on puisse tirer d'un arbre, & ce sera l'arbre même, sur-tout s'il est d'un droit fil & sain : tout équarrissage ou redressement trancheroit les fibres, & tronqueroit par segmens les corps ligneux, annulaires, dont la contexture plus serrée que des insertions qui se trouvent de l'un à l'autre de ces corps ligneux, pour mieux résister, étant conservés en leur entier ; on doit se contenter d'abattre les nodosités, d'équarrir & former en pointe pyramidale le bout destiné à la fiche. On se contente quelquefois de le durcir au feu, quand le *pieu* est destiné pour un terrein qui n'est pas ferme, sinon il doit être armé d'une lardoire, ou sabot de fer à trois ou quatre branches, ou d'équarrir aussi le bout vers la tête, lorsqu'il est trop gros & qu'il pourroit excéder la largeur des sommiers que l'on pose & assemble horizontalement à tenons & mortaises sur la tête des *pieux*.

On a le même intérêt de conserver les bois dans toute leur force pour les *pilots*, ils doivent pour cet effet être également ronds, de droits fils & sans nœuds excédens.

La grosseur des *pieux* dépend donc de celle des arbres que l'on peut avoir dans chaque endroit ; l'on se propose communément de leur donner environ 10 pouces de grosseur mesurés au milieu de leur longueur pour 15 & 18 piés, & deux pouces de plus pour chaque toise excédente cette première longueur ; ainsi, un *pieu* de 33 à 36 piés, par exemple, devroit avoir environ 16 pouces de grosseur réduite sans l'écorce.

Les *pilots* d'une certaine longueur n'ont pas besoin d'être si gros à proportion que les *pieux* étant presque toujours enfoncés entièrement dans le terrein, & moins exposés, par cette raison, à plier sous le fardeau & à être usés par le frottement de l'eau & des corps qu'elle charrie ; on doit pour cette raison choisir les arbres les plus jeunes & les plus menus.

Il suffit que ces *pilots* aient environ 9 pouces de grosseur, jusqu'à 10 ou 12 piés de long, & un pouce de plus pour chaque toise excédente cette première longueur. Ainsi, un *pilot* de 28 à 30 piés de long, auroit un pié de grosseur réduite, mesurée aussi sans l'écorce : ce qui donneroit à-peu-près 10 pouces à la pointe & 14 à la tête.

Lorsque l'on n'a pas des arbres assez longs, ou que les *pieux* ou *pilots* ayant pris plus de fiche que l'on ne l'avoit compté, se trouvent trop courts, on peut les enter & assembler exactement en X sur 2 & 3 piés de longueur, après quoi on doit les lier fermement avec deux bonnes frettées de fer, observant pour les *pieux* de disposer ces entes, de façon qu'elles puissent être recouvertes par les moises qui les doivent embrasser & en liaison alternativement de l'une à l'autre moise.

Il sera parlé de ces moises par la suite.

On trouve, dans le traité de charpente de Mathurin Jousse, par M. de la Delahire, que les *pilotis* doivent être équarris ; on donne à ceux de 12 piés, 10 à 12 pouces de grosseur ; & à ceux de 30 piés, 16 à 21 pouces, au lieu de 9 pouces & de 12 red. de grosseur que l'on a proposé ci-devant, & qui suffisent d'après ce qui se pratique avec succès sur les plus grands travaux pour ces différentes longueurs.

Mathurin Jousse, en proposant d'équarrir les *pilots* & de donner des *dimensions* inégales pour leur grosseur, avoit suivi ce qui se pratique pour les bâtimens, où cela est nécessaire, & où il convient de donner plus de hauteur que de largeur aux pièces que l'on pose horizontalement : c'est ce que M. Parent a fait aussi connoître dans les Mémoires de l'académie des Sciences de 1708, où il est démontré que la pièce la plus forte que l'on puisse tirer d'un arbre, pour porter, étant placée dans ce sens, doit être telle que le quarré de l'un de ses côtés soit double de celui de l'autre côté : ce qui revient à-peu-près au rapport de 7 à 5.

Il n'en est pas de même pour les *pieux* qui sont destinés à porter debout. Quant à l'équarrissement & à l'inégalité de leurs côtés, c'est ce que l'on croit avoir assez expliqué précédemment ; mais on ne pouvoit se dispenser d'exposer ce qu'ont adopté à-la-fois un bon charpentier & un mathématicien habile sur le sujet que l'on vient de discuter, afin que l'on pût connoître mieux ce qui doit être préféré.

Ces réflexions ne doivent cependant pas empêcher d'employer des *pieux* équarris dans de certaines circonstances ; on place quelquefois, par exemple, des *pilots* de cette espèce au pourtour extérieur des fondations, pour que les palplanches que l'on chasse entre ces *pilots* puissent leur être plus adhérentes.

On doit ôter l'écorce en entier, & laisser l'aubier aux *pieux* & aux *pilots* pour les parties qui se trouvent sous l'eau.

L'écorce ne donne point de force au bois ; elle augmente beaucoup le frottement par son épaisseur & son aspérité, lors du battage des *pieux* ou *pilots*, & empêche qu'ils ne prennent autant de fiche sous la même percussion.

L'aubier n'est point vicieux sous l'eau, il s'y conserve comme l'on sait que le fait le bois lorsqu'il est continuellement submergé, sur-tout le chêne que l'on emploie par préférence aux ouvrages construits dans l'eau ; il a d'ailleurs de la force lorsque la sève en est retiré, comme on peut en juger par les expériences de M. de Buffon, (*Mémoires de l'académie, année* 1741, *pag.* 296) suivant lesquelles il a reconnu que la force de l'aubier étoit seulement de $\frac{1}{51}$ ou environ, moins

dre que celle du bois pris au cœur du même chêne : ce qui se trouvoit être à-peu-près dans le rapport des densités de l'un & de l'autre bois & aubier. Les circonstances sur la longueur, grosseur & sur la façon de charger les bois & aubier, étoient d'ailleurs les mêmes; ainsi, il paroît que l'on peut laisser l'aubier aux *pilots* sans inconvénient.

Lorsque l'écorce recouvre l'aubier, elle garantit l'œuf que la mouche y a déposé, & le ver qui en provient jusqu'à ce qu'il ait acquis assez de force pour abandonner l'aubier, dont la substance, lorsqu'elle est encore abreuvée de la sève, peut mieux convenir à la délicatesse du premier âge, que le bois où il ne pourroit s'introduire d'abord ni y vivre. C'est ainsi qu'en use la nature par rapport aux insectes : en général, le degré de chaleur qui fait éclore le ver à soie, développe aussi la feuille du murier pour lui présenter une substance délicate ; elle acquiert chaque jour une consistance plus forte, qui se trouve, par ce moyen, toujours analogue à celle du ver qui croît & se fortifie en même-tems. L'arbre étant dépouillé sur pié de son écorce pendant le fort de la sève, & laissé ensuite sur pié au moins six mois, on a reconnu que le bois durcissoit & que l'aubier en devenoit presque aussi fort que le bois. *Voyez* les expériences de M. de Buffon, *Mém. de l'acad. de* 1738, *p.* 169.

L'écorce étant ôtée lorsque l'on coupe l'arbre, le ver sera tué par les mauvais tems & la gelée, avant qu'il ait acquis assez de force pour s'introduire dans le bois ; c'est au moins à quoi l'on pense devoir attribuer ce que l'on a remarqué sur la conservation des bois exposés au - dehors, & auxquels l'on avoit usé de cette précaution.

Il n'en sera pas de même des bois employés à couvert ; la mouche déposera son œuf dans le peu d'aubier que l'on y aura laissé, & le bois sera ensuite attaqué du ver qui en proviendra ; on croit, pour cette raison, qu'il n'est pas toujours nécessaire d'ôter l'aubier des *pieux* dans la partie qui se trouve au-dessus de l'eau. On a même remarqué à plusieurs ponts qu'il s'étoit durci & avoit acquis une consistance capable de fortifier ces *pieux* & de les conserver plus long-temps, sur-tout lorsque l'on avoit eu l'attention de laisser le bois dans l'eau pendant quelques mois, avant de les employer ; précaution dont on use pareillement avec succès pour la latte que l'on fait quelquefois avec l'aubier. Cependant chacun doit en user pour ce qui se trouvera au-dessus de l'eau, comme il jugera le plus convenable, vu que la suppression de l'aubier ne sauroit d'ailleurs être préjudiciable dans cette partie, si l'on a attention d'y suppléer en donnant un peu plus de grosseur aux *pieux*.

Indépendamment de la vermoulure à laquelle le bois est exposé, la fermentation de la sève sur-tout dans les parties renfermées & leur exposition alternative à l'air & à l'eau, sont également des causes principales de destruction assez connues, & sur lesquelles nous ne nous arrêterons point, pour ne pas trop nous écarter de notre projet principal.

Position. Les *pieux* & *pilotis* battus dans les rivières, doivent toujours être placées dans le sens du cours de l'eau ; ils doivent être posés d'équerre entr'eux, autant que cela se peut, & à-plomb, excepté le cas dont on va parler.

Une file de *pieux* battus pour porter un pont de charpente, se nomme *palée ;* & une même palée est quelquefois composée de plusieurs files de *pieux* posés parallèlement, & à-peu-près suivant le plan des piles des ponts de maçonnerie.

Les deux ou trois *pieux* du milieu de ces palées doivent être battus à-plomb, & les autres de chaque côté obliquement ; on en décharge en sens opposé sur la longueur des palées, pour empêcher le deversement de l'édifice construit sur ces *pieux*.

On bat quelquefois des *pieux* plus petits de part & d'autre des palées pour les affermir à la hauteur des basses eaux, lorsque les principaux *pieux* ont beaucoup de longueur au - dessous de ces eaux au fond du lit de la rivière, ou bien aussi pour les préserver contre le choc latéral des glaces ; on les nomme *pieux de basses palées*, ils doivent être battus à-plomb à quelques piés des grands *pieux* que l'on nomme aussi *pieux d'étape*, & au droit du vuide ou intervalle d'entre ces *pieux*, on les coëffe de chapeaux qui sont retenus entr'eux & contre les *pieux* d'étape avec des blochets moisés & assemblés à queue d'aronde sur les chapeaux.

Les *pilots* des batardeaux & ceux des crêches que l'on place quelquefois au pourtour des piles au-devant des culées & murs pour plus de sûreté contre les affouillemens, doivent aussi être battus à-plomb.

On est pareillement dans l'usage de battre les *pilots* de fondation à-plomb ; cependant lorsque le terrein est de peu de consistance, il est à propos d'incliner un peu ceux du pourtour des paremens extérieurs vers le massif de la fondation ; par ce moyen on peut empêcher le deversement des *pilotis*, qui ne pourroit avoir lieu sans le redressement de ceux qui seroient inclinés, à quoi le poids de la maçonnerie du dessus doit s'opposer ; ce sont les *pilots* des culées & murs de quai qui sont les plus exposés au deversement par la poussée des terres du derrière.

Les *pilots* sont ordinairement présentés & posés par le petit bout ; ils entrent, dit-on, plus aisément dans ce sens, & sont mieux battus au refus, ce qui est le but essentiel que l'on doit se proposer pour les ouvrages de maçonnerie à fonder, à cause de leur poids beaucoup plus considérable pour l'ordinaire que des édifices que l'on établit sur des *pieux* au-dessus des grandes eaux : cependant des expériences faites avec soin, nous

ont fait connoître que les *pilots* ferrés & battus le gros bout en bas, comparés avec ceux de même longueur & grosseur battus de sens contraire dans le même terrein, & avec le même équipage, étoient d'abord entrés avec plus de difficulté, mais toujours assez également; & qu'ils sont parvenus plutôt d'environ un quart de tems au refus du mouton de 510 livres de pesanteur à la même profondeur de 19 & 20 piés; ce qui paroît devoir provenir de ce que le frottement qu'éprouvent ces derniers *pilots*, est à-peu-près égal, lorsqu'ils augmentent toujours, à ceux qui sont chassés le petit bout en bas.

On croit cependant qu'il convient de s'en tenir à l'usage ordinaire de battre les *pilots* le petit bout en bas; cette disposition, en plaçant la tête directement sous le fardeau, doit les rendre plus forts & moins vacillans.

A l'égard des *pieux*, le bout par lequel il convient de les mettre en fiche dépend de la hauteur à laquelle les basses eaux & les glaces doivent arriver contre ces *pieux*.

Lorsque le milieu de la longueur du *pieu* devra sensiblement se trouver au-dessous des basses eaux, il conviendra de les mettre en fiche par le petit bout, comme les *pilots*; parce que sa partie la plus forte se trouvera au-dessus des basses eaux, où est celle qui sèche & mouille alternativement, & qui est pour cette raison la plus exposée à être endommagée. C'est aussi dans cette partie supérieure que se fait le choc des glaces, toutes causes de destruction plus importantes que celles que les *pieux* peuvent éprouver dans leur partie inférieure par le frottement seul de l'eau.

Si le milieu de la longueur des *pieux* devoit se trouver élevé à la hauteur des eaux moyennes, au lieu de celle des basses eaux, comme cela arrive assez ordinairement aux grands ponts de charpente, il conviendroit, pour la raison que l'on vient d'expliquer ci-devant, de les battre le gros bout en bas.

Les *pieux* des grands ponts fournissent, à raison de leur longueur, un motif de plus pour les battre le gros bout en bas; ils se trouvent pour lors comme l'arbre dans la position la plus naturelle & la plus forte près la racine, pour résister aux ébranlemens auxquels ils sont plus exposés par leur longueur.

On ne doit d'ailleurs point avoir égard à ce qui peut concerner une certaine situation que quelques physiciens prétendent devoir être préférable pour la conservation des bois, relativement à leur opinion sur la circulation de la sève. On renvoie aux expériences de M. Hales pour en juger. *Statique des végetaux*, *pag.* 135.

Espacemens. L'espacement des *pieux* & celui des *pilots* dépend de leur grosseur, leur longueur & du fardeau qu'ils doivent porter, en les supposant d'ailleurs d'une même espèce & même qualité de bois.

Suivant les expériences de Musschenbroëck; *Essais de physique*, *pag.* 356, les forces des pièces de bois rondes ou quarrées, & chargées sur leur bout, sont entr'elles comme les cubes de leur diamètre en grosseur pris directement, & le quarré de leur longueur pris réciproquement.

(*a*) En comptant le pié rhenant dont s'est servi Musschenbroëck pour 11 pouces 7 lignes du pié-de-roi, & la livre pour 14 onces poids de marc, qu'il paroît par d'autres expériences avoir employés, on peut conclure qu'une pièce de 6 pouces de gros en quarré & 6 piés de long, portera 23418 livres, le tout étant réduit aux mesures de Paris.

Cette résistance est pour le cas de l'équilibre; comme il ne faut pas même que les bois soient exposés à plier sensiblement, on conçoit qu'il convient, dans le calcul que l'on en feroit, évaluer cette résistance au-dessous du résultat précédent.

On peut voir, par les expériences de M. de Buffon, citées dans les *Mémoires de l'académie des sciences de* 1741, sur la résistance des bois posés horizontalement, que plusieurs pièces de 14 piés de long, & 5 pouces de gros qui ont été cassés sous un poids réduit de 5283 livres, après avoir baissé de 10 pouces, avoient déja plié de 12 à 15 lignes au deuxième millier de la charge; ce qui fait connoître que la résistance des pièces ainsi chargées ne doit être évaluée qu'au quart ou au tiers au plus de leur résistance absolue.

Nous manquons de pareilles expériences en grand pour les pièces qui sont posées debout; mais, comme elles sont bien moins sujettes à plier sous le fardeau dans ce sens, on croit qu'en réduisant à moitié leur résistance, ou le poids dont on peut les charger pour les rompre, elles ne seront pas exposées à plier sensiblement.

Dans ces expériences & remarques, on trouvera l'espacement qu'il faudra donner aux *pieux* & aux *pilots*, en divisant le poids ont ils devront être chargés par la forme de l'un de ceux que les circonstances pourront permettre d'employer.

On connoîtra, en faisant le calcul, qu'un *pieu* de 36 piés de longueur de 16 pouces de grosseur réduite, qui auroit 27 piés au-dessus de la fiche & seroit moisé de 9 en 9 piés, pourroit porter 73485 livres, ayant réduit à moitié la force résultante du calcul par les raisons expliquées ci-devant.

La travée du pont de charpente qui auroit 36 piés de long ou d'ouverture d'une palée à l'autre, & ce seroit une des plus grandes travées que

(*a*) Pour appliquer l'expérience de Musschenbroëk à des pièces rondes, on a réduit, dans les calculs qui suivent, le bois rond en bois quarré, de même base en superficie.

l'on fait

l'on fait dans l'ufage de conftruire ; peferoit pour une partie de 4 piés & demi de largeur qu'auroit à porter un *pieu* d'entre ceux qui feroient efpacés à cette diftance, à-peu-près 41 milliers, compris le pavé & le fable du deffus ; il refteroit à ce pieu une force excédente de 32458 livres, pour réfifter à une voiture chargée, dans le cas même où leurs aiffieux viendroient à fe caffer, & pour compenfer d'autre part la diminution de force fur les *pieux* qui auront été chaffés obliquement ; car on fait que la force des pièces ainfi inclinées, eft à celle des *pieux* qui font pofés debout, comme les co-finus de l'angle que forme la direction de la charge avec la pièce inclinée, eft au finus total.

Il eft bon de remarquer que les nœuds & de certains vices inévitables fur la qualité des bois, doivent en diminuer encore la force ; mais cela pourra fe trouver compenfé en rapprochant les liernes & les moifes jufqu'à fix piés de diftance entr'elles, ainfi que l'on eft affez dans l'ufage de le faire au-deffus des baffes eaux ; car, pour ce calcul, on ne doit compter la longueur des *pieux* que par la diftance qui fe trouve d'une moife à l'autre. Un pilot de 12 piés 9 pouces de gros que l'on fuppofera excéder de 3 piés le deffus du terrein, pourroit porter 111018 livres ou environ moitié plus que le précédent, ce qui devient affez bien proportionné à caufe du plus grand fardeau que les pilots font deftinés à porter ; on n'a pareillement fait le calcul du pilot que pour 3 piés de longueur ; la partie qui a pris fiche & qui eft entretenue par le terrein, ne pouvant plier, elle ne doit pas entrer en confidération fur la diminution de force qu'occafionne la longueur des pièces.

En fuppofant les pilots efpacés de 4 piés de milieu en milieu, & la maçonnerie du poids de 160 livres le pié cube, ils pourroient porter un mur de près de 47 piés de hauteur, ce qui viendroit affez bien à ce que donne l'expérience par rapport à la conftruction des ponts de maçonnerie de moyenne grandeur.

Si l'on vouloit faire porter un plus grand fardeau fans changer un certain efpacement convenu pour les *pieux* ou les pilots, il faudroit augmenter leur groffeur en raifon fous-triplée des poids ; ainfi, pour une charge octuple, par exemple, il fuffiroit de doubler leur diamètre, & ce au lieu d'augmenter leur fuperficie dans la raifon du poids dont ils devront être chargés, comme il fembleroit, à la première infpection, que cela devroit être pratiqué.

Cette règle que donne l'expérience, eft auffi conforme à ce qui arrive pour les bois inclinés pofés horizontalement, leur réfiftance étant en raifon du quarré de leur hauteur ; ainfi, dans l'un & l'autre cas, on voit que pour des pièces qui auroient même longueur, & dont la groffeur de l'une feroit double de celle de l'autre, la quantité de bois employé dans la plus groffe pièce ne feroit que quadruple, lorfque fa force pour porter un fardeau de toute forte de fens, feroit octuple ; d'où il fuit qu'il y aura de l'économie à employer par préférence de groffes pièces, lorfque leur prix augmente en moindre raifon que la fuperficie de ces pièces prifes dans le fens de leur groffeur.

On n'a parlé jufqu'à préfent que des *pieux* ou des pilots de chêne ; mais on peut employer d'autres bois plus ou moins forts ; c'eft à quoi il faudra avoir égard dans le calcul. Pour cet effet, on va donner le rapport de la force de différentes efpèces de bois, d'aprés les expériences qui en ont été faites pour les rompre, ces *pieux* étant chargés fur leur bout :

Le chêne......	12... $\frac{3}{5}$	Saule........	9.... $\frac{3}{5}$
Sapin.........	9... $\frac{2}{5}$	Frêne........	7.... $\frac{3}{5}$
Peuplier......	7... $\frac{2}{5}$	L'aune......	7....

Effais de Phyfique de Muffchenbroëk, *p.* 357.

On voit, par ces expériences, que le bois de chêne eft le plus fort ; que le fapin l'eft moins, quoique pour porter, étant chargé dans une pofition horizontale, il foit plus fort à-peu-près d'un cinquième que le chêne, fuivant l'expérience de M. Parent, *Mémoire de* 1707 ; le frêne qui eft auffi plus dur que le fapin, & qui pourroit porter un plus grand poids que l'on y fufpendroit étant placé horizontalement, fe trouve cependant moins fort pour porter dans la pofition verticale : cela peut provenir de ce que le fil du bois de frêne eft moins droit que celui du bois de fapin.

Les calculs que je viens de donner fur la force des *pieux* & des pilots pour déterminer leur efpacement entr'eux, paroiffent affez bien convenir aux applications qu'on en a fait ; mais l'on ne doit pas toujours s'en rapporter au calcul dans un genre comme celui-ci où l'on manque d'expériences faites affez en grand fur la force des bois chargés debout, & où de certaines confidérations phyfiques & encore peu connues, pourroient induire en erreur ; il faut donc confulter en même-tems, comme on voit, l'expérience de ce qui fe pratique avec le plus de fuccès.

On eft dans l'ufage d'efpacer les *pieux* des ponts de bois depuis 4 jufqu'à 5 piés, & les pilots de fondation depuis 3 jufqu'à 4 piés, & quelquefois quatre & demi, le tout de milieu en milieu. M. Bullet, dans fon *traité d'Architecture*, eft d'avis que l'on doit efpacer les pilots, tant pleins que vuides, c'eft-à-dire, de deux piés en deux piés, lorfqu'ils auront un pié de gros ; ainfi, il en entreroit 16 dans une toife quarrée ifolée, & ce nombre fe trouvera réduit à 9, lorfque les pilots de bordage feront rendus communs avec les parties environnantes.

On trouve dans d'autres auteurs, *traité des Ponts par* M. Gautier, *pag.* 68, qui avoit acquis de la réputation pour ce genre de conftruction qu'il

faut mettre environ 18 à 20 pilots dans la toise quarrée des fondations.

Ce qui se pratique dans les plus grands ouvrages, fait connoître qu'il suffit d'espacer ces pilots à 3 piés pour le plus près de milieu en milieu; il n'en entrera pour lors que 9 dans le premier cas ci-devant cité, & seulement 4 dans le second, ce qui est bien suffisant, au lieu de 18 ou 20 proposés ci-dessus.

Bottage ou enfoncement des pieux. Les *pieux* & les pilots sur-tout doivent être enfoncés jusqu'au soc ou tuf, ou autre terrein assez ferme & solide pour porter le fardeau dont on aura à les charger, sans jamais pouvoir s'enfoncer davantage sous ce fardeau; il faut par conséquent pénétrer les sables & les terres de peu de consistance, & qui seroient d'ailleurs susceptibles d'être affouillés par le courant de l'eau.

On doit pour cet effet commencer par reconnoître les différentes couches de terrein & leur épaisseur, au moyen d'une sonde de fer d'environ deux pouces de grosseur, battue & chassée au refus jusque sur le roc ou terrein solide, afin de savoir la longueur & grosseur qu'on aura à donner aux *pieux* ou aux pilots pour chaque endroit où il conviendra d'en battre.

On se sert, pour battre les pilots, d'une machine que Vitruve, Philander, Baldus & Perrault ont nommée *mouton.* Ce nom se donne plus particulièrement à la pièce de bois ou de fonte qui sert à battre le pilot; & l'équipage employé pour faire mouvoir le mouton, se nomme le plus ordinairement *sonnette.*

On fait les moutons plus ou moins pesans, suivant la force des *pieux*, la fiche que l'on doit leur donner & la nature du terrein. Cela varie depuis 400 jusqu'à 1200 livres & plus: on emploie ordinairement un mouton de 6 à 700 liv. pour les pilotis; il est tiré par la force de 24 ou 28 hommes qui l'élèvent 25 ou 30 fois de suite en une minute jusqu'à quatre piés & demi de hauteur, ces hommes se reposent après autant de tems alternativement.

Les moutons de 1200 livres sont tirés par la force de 48 hommes; on s'en sert pour le fort pilotis ou les *pieux* ordinaires; mais les plus gros *pieux* exigent un mouton plus pesant.

On emploie pour lors une machine différente de la sonnette, six ou huit hommes sont appliqués avec des bras de leviers à mouvoir un treuil horizontal, sur lequel est placée la corde qui porte le mouton, étant élevé au sommet de la machine; un crochet à bascule ou un déclic font lâcher le mouton, où descend la corde en déroulant le treuil pour le reprendre, ou bien plus commodément & par un échappement que M. Vaulhoue, horloger Anglois, a imaginé; la corde redescend immédiatement après le mouton, qu'elle reprend par une espèce de tenaille de fer qui lui est attachée, & cette corde qui est placée sur une lanterne dont l'axe est vertical, le dévide seul en lâchant un déclic, sans être obligé de retourner le treuil comme dans le premier cas, ce qui est bien plus commode & expéditif; ces deux façons de battre les *pieux* se nomment également *battre au déclic*: on s'en sert souvent aussi pour les moutons qui pèsent au-dessous de 1200 livres depuis 6 ou 700 livres, tant à cause de la difficulté d'avoir assez d'hommes dans de certaines circonstances pour équipper les grandes sonnettes, que parce qu'ils se nuisent, & qu'en tirant obliquement par les vingtaines ou petites cordes qui sont attachées à la corde principale, comme cela est inévitable, quoique ces petites cordes soient quelquefois attachées autour d'un cercle placé horizontalement pour diminuer l'obliquité, il y a toujours une partie assez considérable de la force qui se trouve perdue.

Il est vrai, d'un autre côté, que le déclic est moins expéditif, puisque le mouton est moins grand; ainsi, supposé que pour lever un mouton de 1200 livres, on se serve de huit hommes appliqués à la sonnette à déclic de M. Vaulhoue, au lieu de 48 qu'il faudroit à la sonnette ordinaire sans déclic, on emploiera six fois plus de tems, le reste étant supposé d'ailleurs égal. On pourra donc préférer, pour le battage des *pieux* ou des pilots, celle de ces deux machines qui pourra le mieux convenir pour le lieu & la circonstance, sans devoir se flatter que ce choix puisse épargner la dépense, & c'est-là le résultat de toutes les machines simples, telles qu'elles soient.

Un pilotis ne doit être considéré avoir été battu suffisamment, & à ce que l'on appelle *au refus du mouton*, que lorsque l'on est parvenu à ne le plus faire entrer que d'une ou deux lignes par volée de 25 à 30 coups, & pendant un certain nombre de volées de suite; à l'égard des *pieux*, comme ils doivent être moins chargés, on peut se contenter d'un refus de six lignes, ou même d'un pouce par volée, suivant les circonstances.

Lorsque les *pieux* ou pilots sont ferrés, il faut avoir l'attention d'en couper le bout quarrément sur 2 à 3 pouces, & de faire réserver au fond du sabot, autant que cela se peut, afin que le choc du mouton puisse se transmettre immédiatement sur le fond de ce sabot, & non pas sur les clous dont chaque branche est attachée; ce qui feroit cesser ce sabot & nuiroit à l'enfoncement des *pieux.*

La tête doit aussi être coupée quarrément sur la longueur du *pieu* un peu en chanfrein au pourtour, ensuite fretté de fer, quelques pouces plus bas, s'il est besoin, pour empêcher qu'elle ne s'écrase ou se fende.

Le choc du mouton, aidé de la pesanteur du pilot, le fait d'abord entrer sensiblement; le terrein qui se réserve pour lui faire place, forme ensuite une plus grande résistance.

Ce terrein eſt auſſi ébranlé par la ſecouſſe & la réaction des fibres du pilot juſqu'à une certaine diſtance circulairement & de plus en plus, à meſure que le pilot s'enfonce. On conçoit qu'il doit ſe trouver un terme auquel ces réſiſtances & pertes de force employées pour mettre en mouvement le terrein qui environne le pilot, pourront le mettre équilibre avec la percuſſion, le pilot n'entrera plus, & au lieu d'un refus abſolu, on n'aura qu'un refus apparent.

Si on vient à rebattre ce pilot au bout de pluſieurs jours, il pourra encore entrer; le terrein qui le preſſoit latéralement, comprime & repouſſe de proche en proche chaque portion circulaire de terre qui l'environne, la réſiſtance ſe trouvera diminuée, & la même percuſſion employée de nouveau, ſera capable d'un même effet; c'eſt auſſi ce qui ſe trouve confirmé par l'expérience.

On a grand intérêt de reconnoître le refus abſolu pour cet effet; indépendamment de l'expédient précédent & de ce que l'on pourroit employer un mouton plus peſant en ſeconde repriſe, le moyen le plus certain ſera de faire préliminairement les ſondes qui ont été propoſées ci-devant, puiſqu'elles feront connoître d'avance la profondeur & la nature du fond ſur lequel les pilots devront s'arrêter.

L'expérience donne auſſi quelquefois à connoître ce refus abſolu, dans un terrein gras, lorſque le pilot eſt arrivé au refus apparent ou de frottement, l'élaſticité de ce terrein fait remonter le pilot autant qu'il a pu entrer par le choc: ſi le pilot eſt au contraire parvenu au roc ou terrein ferme, le coup ſera plus ſec & le mouton ſera renvoyé avec plus de roideur par l'élaſticité même de la réaction des fibres comprimées du pilot.

C'eſt à raiſon de l'élaſticité, de la part d'un terrein gras & compacte, que l'on ne ſauroit y enfoncer qu'un certain nombre de pilots, paſſé lequel ceux qui ont été premièrement chaſſés reſſortent à meſure que l'on en bat de nouveaux; & cela doit toujours arriver lorſqu'il s'eſt fait équilibre entre la percuſſion & la denſité nouvellement acquiſe du terrein par la compreſſion des pilots.

Le terrein pourroit auſſi avoir naturellement cette denſité & élaſticité dont on vient de parler, pour lors le premier *pilot* même n'y entrera qu'à une certaine profondeur, & qu'autant que la ſurface du terrein pourra s'élever pour lui faire place: cela arrive auſſi dans la glaiſe pure & verte, lorſqu'elle eſt un peu ferme.

On pourroit faire que les *pilots* que l'on auroit pu chaſſer dans un terrein un peu gras & élaſtique, n'en ſortiroient point par la chaſſe d'un nouveau *pilot*; mais celui-ci n'y entreroit que comme le pourroit faire celui du dernier article, il ſuffiroit pour cela de battre les *pilots* le gros bout en bas: en voici la raiſon.

Lorſque les *pilots* ſont chaſſés le petit bout en bas, leur ſurface conique ſe trouvant chargée de toute part, à cauſe de l'élaſticité ſuppoſée dans ce terrein, (quand on vient à chaſſer un *pilot* aux environs) les chocs qui ſe font perpendiculairement à la ſurface du cône, ſe décompoſent en deux autres; les uns qui ſont dans le ſens horizontal ſe détruiſent, & les autres qui ſont ſuivant la direction de l'axe, ſoulèvent le *pilot*, & le font reſſortir en partie: il doit arriver le contraire, pour la même raiſon, lorſque le *pilot* eſt chaſſé le gros bout en bas; ainſi, loin de pouvoir ſortir, les chocs qu'il éprouve à ſa ſurface ne tendent qu'à le faire enfoncer ſuivant ſon axe, s'il y a moyen.

Lorſque l'on ſe propoſe de battre plus d'une ou deux files de *pieux* ou *pilots*, comme quand il eſt queſtion de fonder la pile ou la culée d'un pont, il faut commencer par ceux du milieu, nommés *pilotis de remplage*, s'éloignant ſucceſſivement du milieu, & finiſſant par ceux du pourtour extérieur, que l'on nomme *pilotis de bordage*: on donne, par ce moyen, au terrein la facilité de ſe porter de proche en proche vers le dehors de l'enceinte que l'on a à piloter, & on peut les enfoncer plus avant que ſi l'on ſuivoit une marche contraire, car ce terrein ſe trouveroit pour lors de plus en plus ſerré vers le milieu de la fondation, & les *pilotis* y entreroient beaucoup moins.

On pourroit alléguer, contre cette opinion, que les *pilots* de bordage étant battus les premiers, pourront auſſi être chaſſés plus avant, ce qui ſera avantageux dans les terreins ſableux, à cauſe des affouillemens auxquels le pié des *pilots* ſe trouveroit moins expoſé, ſi on a ſoin de les chaſſer tous au refus, ils ſeront également propres au fardeau que la percuſſion du mouton leur aura donné la faculté de porter.

Cette percuſſion, comme on va le voir, feroit bien ſuffiſante, pour que l'on n'eût rien à appréhender de la part du taſſement des *pilots* dans les premiers tems; mais, comme on l'a fait remarquer précédemment, le terrein trop comprimé dans l'intérieur de la fondation, tendra peu-à-peu à s'en écarter. La réſiſtance occaſionnée par le frottement diminuera, & les *pilots* pourront s'affaiſſer par cette première raiſon.

L'écartement du terrein pouſſera auſſi les *pilots* avec d'autant plus d'avantage, que la force ſera continuelle & lente, ſuivant les principes de la méchanique; on peut remarquer que le fardeau qui agira ſur la tête des *pilots*, ſuivant une direction perpendiculaire à celle de la pouſſée de ces ſables, ne pourra en arrêter ou diminuer en aucune ſorte l'effet: les *pilots* pourront donc aiſément s'écarter par leur bout, n'étant d'ailleurs point engagés dans un terrein aſſez ſolide, ainſi qu'on le ſuppoſe, ce qui formera une cauſe puiſſante d'affaiſſement & de deſtruction: d'où il ſuit

que la première méthode que l'on vient d'expliquer est préférable à tous égards.

Il est présentement question d'examiner quelle est la force de la percussion du mouton que l'on emploie à chasser les *pieux*, afin de connoître jusqu'à quel point il faudra les battre, pour être en état de porter une certaine charge déterminée, indépendamment de la résistance du terrein solide, lorsqu'ils y seront parvenus; on aura pour lors une sûreté de plus, vu l'incertitude où l'on peut quelquefois se trouver, d'avoir atteint le roc, ou autre terrein ferme.

Suivant des expériences de M. de Camus, gentilhomme Lorrain (*a*), & autres faites sur le battage des pilots dans les travaux des ponts & chaussées, il paroît que la force du choc du mouton est proportionnée à la hauteur de sa chûte, laquelle hauteur est comme le quarré de la vîtesse acquise à la fin de cette chûte.

Le tems employé par les hommes pour lever le mouton, est en effet proportionné à son élévation, & on a lieu d'en attendre une quantité de mouvement qui soit proportionnée à la hauteur de la chûte : ces expériences sont aussi conformes à celles faites sur la chûte des corps dans la cire & la glaise où ils se sont enfoncés, en proportion de la hauteur des chûtes. Voyez *l'Histoire de l'Académie des Sciences, pour l'année* 1728, *pag.* 73 *& suiv.*

On voit, suivant ces expériences, que la force d'un seul coup de mouton sera équivalente à celle de plusieurs autres dont la somme des chûtes lui seroit égale; ainsi, deux coups d'un même mouton, par exemple, tombant chacun de deux piés de hauteur, ou dont l'un viendroit de trois piés, & l'autre d'un pié, seront, pour l'effet, égaux à un seul coup dont le mouton seroit élevé de quatre piés de hauteur.

Ce principe mérite cependant une exception dans la pratique, à cause de la perte occasionnée par le branlement du terrein, & autres causes physiques mentionnées au présent mémoire, qui pourroient rendre la percussion de nul effet, si le mouton étoit plus élevé; aussi est-on dans l'usage de donner quatre piés & plus d'élévation ou de chûte au mouton : ce que l'on vient de dire à l'article précédent, n'aura donc lieu que pour le plus grand effet que l'on doive attendre de la percussion dans le battage des *pilots*, & il en résultera toujours que le déclic, qui donne la facilité d'élever le mouton beaucoup plus haut que la sonnette, n'éprouvera que peu d'avantage à cet égard; & que ce sera de la pesanteur seule du mouton que l'on aura lieu d'attendre le plus d'effet pour battre les gros *pieux*; aussi voit-on que l'on a été obligé quelquefois d'avoir recours à des moutons de quatre mille livres, pour des *pieux* de quarante-cinq à cinquante piés de long, & de vingt à vingt-quatre pouces de grosseur à la tête, telles que les pièces de palées du pont de bois actuel de Saumur.

La force d'un mouton ordinaire de douze cens livres de pesanteur suffit à peine sur un tel *pieu* pour en ébranler la masse; il y a une perte inévitable d'une partie considérable de la force, celle qui est employée à la compression des fibres, & à résister à leur élasticité ou réaction, avant qu'elle puisse arriver à la pointe du *pieu*, & percer le terrein. Cette perte se trouve encore augmentée en raison de la longueur du *pieu*, & du plus ou moins de rectitude, par la difficulté de placer la percussion verticalement dans la direction de son axe; l'obliquité, presqu'inévitable de cette percussion, occasionne un balancement nommé *dardement*, qui augmente son élasticité, & diminue d'autant l'effet du choc.

(*a*) On voit, par l'expérience de M. Mariotte, que le choc d'un corps de deux livres deux onces tombant de sept pouces de hauteur, est équivalent à la pression qu'occasionneroit un poids de quatre cens livres; ainsi, la force d'un même poids de deux livres deux onces, tombant de quatre piés de hauteur, qui est celle à laquelle on élève communément le mouton, sera, en raison de ces hauteurs, de deux mille sept cens quarante-deux livres $\frac{6}{7}$, & pour un mouton de six cens livres, de plus de sept cens soixante-treize milliers pour le cas du refus; car, lorsque le *pilot* entre encore, il échappe en partie à l'effet de la percussion.

En matière de construction, il convient de rendre la résistance toujours supérieure; ainsi, en la faisant double, il paroît que l'on pourroit charger un *pieu* chassé de la sorte, d'un poids de plus de trois cens quatre-vingt milliers, supposé

(*a*) *Traité des forces mouvantes, p.* 164. Expériences faites, en 1744, par M. Soyer, à la fondation du pont de la Boirie, près la Flèche, les pilots étant battus au declic.

(*a*) Suivant M. de Camus, *Traité des forces mouvantes, p.* 170, un poids d'une livre un quart, tombant de huit pouces de hauteur, occasionne un choc ou une percussion équivalente à la pression d'un poids de 200 livres, ce qui reviendra d'autant mieux à l'expérience de M. Mariotte, que l'on croit qu'il y a erreur dans la hauteur de la chûte de l'expérience de M. de Camus; & que, suivant la proportion qu'il indique, elle doit être de 7 pouces, au lieu de 8 pouces.

On n'ignore pas combien il est difficile, ou peut-être même impossible d'établir mathématiquement aucun rapport entre les forces mortes & les forces vives, telles que la pression simple & la percussion; & on ne l'a entrepris ici que physiquement & d'après l'expérience, pour faire connoître à-peu-près à quoi on peut l'évaluer : cependant on n'en conclura rien qui puisse intéresser la solidité, si les pilots sont chassés au refus jusqu'au terrein ferme, comme on le recommande, & que le poids dont on les devra charger, ne puisse pas excéder la moitié de ce qu'ils pourroient porter.

qu'il soit assez fort par lui-même pour le porter.

On a vu ci-devant qu'un *pilot* de neuf pouces de grosseur, excédant de trois piés, par sa tête, le terrein dans lequel il est chassé, ne doit être chargé que d'un poids d'environ cent onze milliers; un *pilot* d'un pié de grosseur réd.[e] qui est un des plus forts que l'on emploie, porteroit, dans la raison du cube de son diamètre comparé à celui du diamètre du *pilot* précédent, environ deux cens soixante-quatre milliers; ainsi, la percussion d'un mouton de six cens livres pourroit donner plus de force qu'il n'est nécessaire pour le poids que doit porter un tel *pilot*.

Les petits *pilots* sont battus à la sonnette; il convient de chasser les gros *pilots*, ainsi que les *pieux* au déclic; la hauteur de l'élévation du mouton, dans le premier cas, est d'environ quatre piés, & celle pour le déclic, depuis quatre piés jusqu'à douze ou environ, ce qui donne huit piés de hauteur réduite.

Si l'on veut présentement savoir quel sera le poids du mouton, & la hauteur nécessaire à sa chûte pour donner à un *pieu* ou à un *pilot* chassé au refus, une percussion équivalente au double du poids qu'il pourra porter.

En supposant le mouton seulement d'une livre de pesanteur, sa force de percussion sera pour élévation à la sonnette, suivant l'expérience de M. Mariotte que l'on a rapportée ci-devant, de mille deux cens quatre-vingt-dix livres; & celle pour le déclic, de deux mille cinq cens quatre-vingt livres: cette connoissance rend le calcul, que l'on se propose, fort facile; il suffit pour cela de diviser le poids qu'un *pilot* de moyenne grosseur peut porter, dans le cas de l'équilibre, par mille deux cens quatre-vingt-dix livres, lorsqu'il s'agira d'un gros *pilot* & d'un *pieu* qui devra être chassé au déclic, afin de conserver la résistance double dans tous les cas.

On vient de voir, par exemple, qu'un *pilot* de douze pouces de grosseur peut porter deux cens soixante-quatre milliers; divisant le double de ces poids, mille deux cens quatre-vingt-dix livres, il viendra pour le poids du mouton, qu'il faudra employer avec la sonnette seulement quatre cens neuf livres; mais, à cause des frottemens & de la perte d'une partie de la force occasionnée par le mouvement que ce *pilot* communique sur une certaine étendue du terrein qui l'environne, il convient de donner au moins six cens livres de pesanteur au mouton.

En suivant ce que donne le calcul précédent, on auroit aussi un mouton trop foible pour chasser les *pieux* au déclic par la raison précédente, & de plus, pour celle de la masse du *pieu* à mettre en mouvement, de l'obliquité du choc, & de l'élasticité & dardement dont il a été parlé ci-devant: toutes causes physiques qui ne sauroient être bien appréciées; ainsi, il faut, dans ce cas, employer des moutons de mille deux cens livres & plus, suivant que les circonstances locales & les expériences l'indiqueront (*Article de M. Perronet.*)

PIGNON, *terme de Méchanique;* c'est, en général, la plus petite de deux roues qui engrènent l'une dans l'autre; cependant on donne ce nom plus particulièrement à la roue qui est menée; c'est dans ce dernier sens que nous le prenons dans tous les articles où nous parlons de *pignons*, & sur-tout dans *l'article* DENT, où tout ce que nous disons de la forme des dents des roues & des ailes de *pignons*, doit s'entendre de ces dents & de ces ailes, en tant que la roue mène & que le *pignon* est mené.

On emploie dans les machines deux sortes de *pignons*; dans les grandes, ce sont ordinairement des *pignons* à lanterne, dans les petites, des *pignons* dont les dents ou ailes sont disposées & formées à-peu-près de la même façon que celles des roues; tels sont ceux des montres, des pendules, *&c.*

Les fuseaux de *pignons* à lanterne, sont ordinairement cylindriques. Plusieurs artistes ont renouvellé dernièrement une ancienne pratique, qui est de faire tourner ces fuseaux sur leurs axes, entr'autres à Londres, M. Harisson, dans sa première pendule pour les longitudes; leur but étoit de diminuer par-là le frottement des dents de la roue sur les fuseaux; mais, quoique ce frottement soit assez de conséquence pour qu'on doive y faire attention, cependant ce n'est pas la chose essentielle dans un engrenage; c'est l'uniformité de l'action de la dent de la roue sur le fuseau ou sur l'aile du *pignon*, comme on l'a vu à *l'article* DENT, uniformité qu'on a de la peine à se procurer lorsque l'on fait tourner les fuseaux sur leurs axes, parce qu'étant obligé de les faire d'une certaine grosseur, sans quoi l'avantage ne seroit presque rien, il est difficile de donner alors à la dent la forme requise pour qu'elle mène le fuseau toujours uniformément.

Mais comme, dans les grandes horloges, les lanternes doivent être assez grosses, on sent qu'alors on peut se servir avec avantage des fuseaux mobiles; aussi M. Lepaute les a-t-il employé avec succès, pour les sonneries, dans l'horloge qu'il a construit pour l'hôtel-de-ville de Paris en 1781; cette horloge donne le tems vrai, & est peut-être une des plus belles pièces, dans ce genre, qui ait encore été faite.

M. de la Hire, dans son *traité des épicycloïdes*, a démontré que, pour qu'une dent mène toujours le fuseau uniformément, en supposant qu'il soit infiniment délié, il faut que sa face soit formée par la portion d'une épicycloïde engendrée par un cercle générateur, ayant pour diamètre celui du *pignon*, & roulant sur la circonférence de la roue. Mais comme un tel fuseau n'existe point, & que tous ont une certaine grandeur, il ajoute:

que, pour y suppléer, l'épicycloïde dont nous venons de parler étant une fois décrite, il faut de tous ses points décrire du côté de sa concavité des petits arcs de cercle dont le rayon soit égal à celui du fuseau, & que l'interfection de tous ces petits arcs formera une nouvelle courbe, qui sera la courbe requise.

Quant aux *pignons* ordinaires, dont on fait usage dans les montres & dans les pendules, la face de leurs ailes ou dents doit être terminée par une ligne droite tendante au centre, comme on l'a vu à l'*art.* DENT. En général, la figure des ailes d'un *pignon* doit être toujours conditionnelle à celle des dents de la roue; mais, comme il y a telle forme de dent pour laquelle il seroit impossible de trouver une figure pour les ailes du *pignon*, telle qu'il en résulte un mouvement uniforme de ce *pignon*, & que de plus il seroit souvent impraticable de donner aux faces de ces ailes certaines formes requises, on a choisi la ligne droite comme étant la plus simple & la plus facile à exécuter.

P I L

PILE, (*Géom.*), amas de corps placés les uns sur les autres.

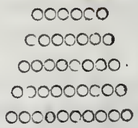
Ainsi, une *pile* de boulets, de bombes, &c. sont des boulets ou des bombes arrangées les unes sur les autres.

Les *piles* de boulets ont ordinairement pour base un triangle équilatéral, un quarré & un rectangle ou quarré long. Il y a des méthodes ou des tables particulières pour trouver le nombre des boulets que contient chacune de ces *piles*; on peut voir, sur ce sujet, les *Mémoires d'Artillerie* de Saint-Remy; le *Cours de Mathématiques* de M. Bélidor; la deuxième édition de notre *Traité d'Artillerie*, &c. (*Q*)

Problême sur les corps sphériques rangés en piles. *Trouver le nombre des corps sphériques rangés en* piles.

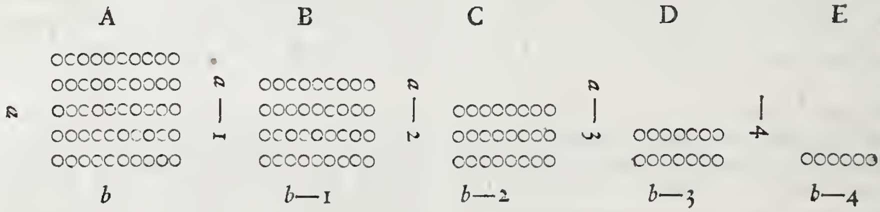
Résolution. Ce problême se distingue en deux différens cas: car ou la *pile* est quadrangulaire, lorsque sa base ou son premier étage a quatre côtés; ou triangulaire, lorsqu'elle n'en a que trois. Pour la

pile quadrangulaire.



Ayant supposé le plus petit nombre de sphères, ou le plus petit côté de la base $= a$, le plus grand $= b$; l'expression ou la formule générale de toutes les sphères contenues dans la *pile* sera $\frac{3a^2 b - a^3 + 3ab + a}{6}$,

Démonstration.



Si l'on fait attention à la manière dont cette *pile* est arrangée, on s'appercevra qu'elle est composée d'un certain nombre d'étages quadrangulaires mis les uns sur les autres; chaque étage des rangs, chaque rang dans le même étage pris du même sens d'un égal nombre de sphères: que les rangs d'un étage supérieur ont une sphère de moins que ceux de l'étage immédiatement plus bas; ce qui est visible par l'inspection des figures A, B, C, D, E, qui représentent ces étages. Si on les conçoit mis les uns sur les autres, & que chaque sphère supérieure posant sur quatre autres inférieures, chaque rang d'un étage supérieur se trouve entre les deux rangs de l'étage inférieur. Ainsi, le premier étage.

$= ab \qquad = ab$

II. $= \overline{a - 1} \times \overline{b - 1} = ab - 1 \times \overline{a + b} + 1$

III. $= \overline{o - 2} \times \overline{b - 2} = ab - 2 \times \overline{a + b} + 4$

IV. $= \overline{a - 3} \times \overline{b - 3} = ab - 3 \times \overline{a + b} + 6$

V. $= \overline{a - 4} \times \overline{b - 4} = ab - 4 \times \overline{a + b} + 16.$

Le nombre d'étages est toujours égal au plus petit nombre $= a$, car si, dans cet exemple, $a = 5$, on aura $a - 5 = 0$; ainsi, les étages finissent dans le cinquième $\overline{a - 4} \times \overline{b - 4}$. Puisque donc chaque étage contient le rectangle (ab), il y aura autant de ces rectangles que d'étages. Par conséquent, pour avoir la somme de tous ces

rectangles, il faut multiplier ($a b$) par le plus petit nombre (a) : ainſi, dans tous les cas poſſibles, on aura la ſomme des premiers termes de tous les étages $= a^2 b$.

Les coëfficiens des ſeconds termes $-1 \times \overline{a+b}$, $-2 \times \overline{a+b}$, $-3 \times \overline{a+b}$, $-4 \times \overline{a+b}$, &c. ſont une progreſſion arithmétique des nombres naturels 1, 2, 3, 4, &c. Le plus petit terme de cette progreſſion eſt $= 1$, le plus grand $= a - 1$, puiſque, dans le premier étage, il n'y en a point: ainſi, la ſomme de cette progreſſion ou des coëfficiens des ſeconds termes eſt $= \frac{a^2 - a}{2}$: changeant les ſignes, puiſque ces coëfficiens ſont négatifs vient pour la ſomme des coëfficiens $- \frac{a^2 + a}{2}$, laquelle, multipliée par ($a + b$), donne la ſomme des ſeconds termes $= \frac{-a^2 + a}{2} \times \overline{a+b} = \frac{-a^3 - a^2 b + a^2 + a b}{2}$.

Les derniers termes 1, 4, 9, 16, &c. ſont les quarrés de la progreſſion des nombres naturels 1, 2, 3, 4, &c. dont le premier terme $= 1$, le dernier $= a - 1$, puiſque, dans le premier étage, il n'y en a point : ainſi, la ſomme de ces quarrés (ſelon ce qu'on enſeigne dans l'analyſe), eſt auſſi la ſomme des derniers termes $= \frac{2 a^3 - 3 a^2 + a}{6}$.

On a donc trouvé, dans tous les cas poſſibles, la ſomme des premiers termes $= a^2 b$; ſeconds, $= \frac{-a^3 - a^2 b + a^2 + a b}{2}$; troiſièmes, $= \frac{2 a^3 - 2 a^2 + a}{6}$.

Leſquelles ſommes, ajoutées & réduites au même dénominateur, donnent pour la formule générale de la ſomme de toutes les ſphères contenues dans la *pile* quadrangulaire $\frac{3 a^2 b - a^3 + 3 a b + a}{6}$. Ce qu'il falloit démontrer.

Corollaire. Si $a = b$, la formule devient $\frac{2 a^3 + 3 a^2 + a}{6}$: alors la *pile* ſe préſente ſous la figure d'une *pyramide quadrangulaire*

o
oo
ooo
oooo
ooooo

dont la baſe eſt un quarré de même que tous ſes autres étages; dont le dernier, ou le plus haut, n'a qu'une ſphère : ce qui fait que j'ai renfermé dans un ſeul cas la réſolution de ces deux *piles*, quoiqu'elles paroiſſent très-différentes, puiſque la première eſt comme une eſpèce de priſme, & que la dernière n'eſt qu'une pyramide.

Pour trouver le nombre des corps ſphériques contenus dans une *pile triangulaire*

o
oo
ooo
oooo
ooooo

Ayant ſuppoſé le côté de la baſe $= a$, la formule de toutes les ſphères contenues dans cette *pile* ſera $\frac{a^3 + 3 a^2 + 2 a}{6}$.

Démonſtration. Cette *pile* eſt compoſée d'un certain nombre d'étages équilatéraux mis les uns ſur les autres; chaque étage des rangs des ſphères font une progreſſion arithmétique des nombres naturels : ainſi, chaque étage eſt la ſomme de cette progreſſion, dont le plus petit terme $= 1$; le plus grand eſt le nombre des ſphères contenues dans le plus grand rang ou côté de cet étage. Le plus grand rang d'un étage ſupérieur a une ſphère de moins que le plus grand rang de l'étage immédiatement plus bas. Tout cela s'apperçoit facilement par l'inſpection des figures A, B, C, D, E, qui repréſentent ces étages, ſi on les conçoit mis les uns ſur les autres.

A	B	C	D	E
o oo ooo oooo ooooo	o oo ooo oooo	o oo ooo	o oo	o
a,	$a-1$,	$a-2$,	$a-3$,	$a-4$.

Cela poſé, puiſque le plus grand rang du plus bas étage, ou le plus grand terme de la progreſſion arithmétique contenue dans cet étage eſt $= a$, le plus petit $= 1$; on a la ſomme de cette progreſſion, ou la valeur du plus bas étage $= \frac{a^2 + a}{2}$. Le plus grand rang du ſecond étage étant $= a - 1$, du troiſième $= a - 2$, du quatrième $= a - 3$, &c. en ſubſtituant ſucceſſivement pour chaque étage, à la place de (a), ces quantités dans la valeur du plus bas étage, on aura ces étages ainſi qu'on les voit rangés ici; ſavoir, le

premier, $= \frac{a^2 + a}{2}$,

ſecond, $= \frac{a^2 - a}{2}$,

troiſième, $= \frac{a^2 - 3 a + 2}{2}$,

quatrième, $= \frac{a^2 - 5 a + 6}{2}$,

cinquième, $= \frac{a^2 - 7 a + 12}{2}$.

Ce nombre d'étages eſt toujours $= a$; car le plus grand rang du plus bas étage étant $= a$, du ſecond $= a - 1$, du troiſième $= a - 2$, du quatrième $= a - 3$, &c. Si, dans cet exemple, $a = 5$, on aura $a - 5 = 0$. Ainſi, la *pile* finit dans l'étage

où il y a $a-4$, qui eſt le cinquième étage où il n'y a qu'une ſphère. Puiſque donc chaque étage contient le quarré (a^2), il y aura autant de ces quarrés que d'étages. Par conſéquent, pour avoir la ſomme de tous ces quarrés, il faut multiplier (a^2) par le nombre d'étages (a) : ainſi, dans tous les cas poſſibles, on aura la ſomme des premiers termes $= \frac{a^3}{2}$.

Tous les coëfficiens des numérateurs des ſeconds termes négatifs $-\frac{a}{2} - \frac{3a}{2} - \frac{5a}{2} - \frac{7a}{2}$, &c. faiſant une progreſſion des nombres impairs 1, 3, 5, 7, &c. dont le nombre des termes $= a-1$, puiſque, dans le premier étage, il n'y a point de coëfficient négatif; cette ſomme eſt $= \overline{a-1}^{\,2} = a^2 - 2a + 1$: ou changeant les ſignes, à cauſe que ces coëfficiens ſont négatifs, multipliant par (a), & diviſant par (2), la ſomme de tous les ſeconds termes négatifs eſt $= \frac{-a^2+2a-1}{2} \times a$: à laquelle, ajoutant auſſi le terme poſitif $\frac{a}{2}$, vient $\frac{-a^2+2a-1}{2} \times a + \frac{a}{2}$. On a donc la ſomme des ſeconds termes $= \frac{-a^3+2a^2}{2}$.

Les derniers termes $\frac{2}{2}$, $\frac{6}{2}$, $\frac{12}{2}$, &c. ou 1, 3, 6, &c. ſont une progreſſion des nombres triangulaires, dont le nombre de termes $= a-2$: car, dans les deux premiers étages, il n'y en a point. Ainſi, la ſomme des troiſièmes ou derniers termes $= \frac{a^3-3a^2+2a}{6}$.

On a donc trouvé que, dans tous les cas poſſibles, la ſomme des premiers termes $= \frac{a^3}{2}$.

ſeconds, $= \frac{-a^3+2a^2}{2}$,

troiſièmes, $= \frac{a^3-3a^2+2a}{6}$:

leſquelles, ajoutées & réduites au même dénominateur, donnent pour la formule de la ſomme de toutes les ſphères contenues dans la *pile* triangulaire $\frac{a^3+3a^2+2a}{6}$. Ce qu'il falloit démontrer.

Uſage. Dans les places de guerre, on a beſoin de ſavoir le nombre des boulets de canon rangés en *piles;* ce qu'on obtiendra avec une très-grande facilité au moyen des formules que je donne; puiſque, pour la *pile* quadrangulaire oblongue, il ne faut connoître que les deux côtés contigus quelconques de la baſe. Dans les pyramides quarrées & triangulaires, qu'un ſeul, & ſubſtituer leurs valeurs dans les formules reſpectives. (*Article de M. Kurdwanſwski, de l'Académie Royale des Sciences de Pruſſe, & correſpondant de celle de Paris.*)

PILOTER, v. act. (*Hydraul.*), c'eſt enfoncer des pieux ou des pilots, pour ſoutenir & pour affermir les fondemens d'un édifice qu'on bâtit dans l'eau, ou ſur un terrein de mauvaiſe conſiſtance. On ferre ordinairement le bout des pilots, ou on le brûle, pour empêcher qu'il ne pourriſſe, & on l'enfonce avec la ſonnette ou l'engin, juſqu'au refus du mouton ou de la hie.

PINULES, ſ. f. pl. (*Géom.*) On appelle ainſi deux petites pièces de cuivre, aſſez minces, & à-peu-près quarrées, élevées perpendiculairement aux deux extrémités de l'alidade d'un demi-cercle, d'un graphomètre, d'une équerre d'arpenteur, ou de tout autre inſtrument ſemblable, dont chacune eſt percée, dans le milieu, d'une fente qui règne de haut en bas. Quand on prend des diſtances, que l'on meſure des angles ſur le terrein, ou que l'on fait toute autre obſervation; c'eſt par ces fentes, qui ſont dans un même plan avec la ligne qu'on appelle *ligne de foi*, & qui eſt tracée ſur l'alidade (*voyez* ALIDADE) que paſſent les rayons viſuels qui viennent des objets à l'œil. On voit donc que les *pinules* ſervent à mettre l'alidade dans la direction de l'objet qu'on ſe propoſe d'obſerver, & que les fentes ſervent à en faire diſcerner quelques parties d'une manière bien déterminée; c'eſt pourquoi ces fentes, ayant un peu de largeur, pour laiſſer voir plus facilement les objets, portent un cheveu qui en occupe le milieu depuis le haut juſqu'en bas : ce cheveu couvrant une petite partie de l'objet, le détermine plus préciſément; &, quand on veut avoir encore quelque choſe de plus exact, on tend un autre cheveu dans une ſeconde fente qui coupe horizontalement la première, alors l'interſection des deux cheveux détermine ſur l'objet le point que cette interſection couvre.

Remarquez qu'au lieu d'un cheveu, d'un fil de ſoie très-délié, &c. que nous ſuppoſons ici, les faiſeurs d'inſtrumens de Mathématiques laiſſent entre les fentes un filet de la même matière que les *pinules*, quand il s'agit d'inſtrumens où il n'eſt pas beſoin d'une exactitude bien rigoureuſe, tel que le bâton ou l'équerre d'arpenteur, &c.

On met quelquefois des verres aux fentes de ces *pinules*, &, en ce cas, elles font l'office de téleſcopes.

MM. Flamſteed & Hook condamnent abſolument l'uſage des *pinules* ſans verre dans les *obſervations aſtronomiques*. Selon Flamſteed, les erreurs dans leſquelles Tycho-Brahé eſt tombé, par rapport aux latitudes des étoiles, ne doivent être attribuées qu'aux *pinules* de cette eſpèce. *Voyez* TÉLESCOPE.

Ce que nous venons de dire de la *pinule* ſuffit pour en avoir une juſte idée; mais il ne ſera pas inutile d'ajouter quelques particularités ſur l'invention, l'uſage & l'abandon de cette fente de laiton, ou de ce petit rectangle que nous avons

avons décrit plus haut, & qui, au lieu de porter le nom de *pinules*, s'appelloit autrefois *visière*. Une alidade est, comme nous l'avons dit, ordinairement garnie de deux *pinules* à ses extrémités, de sorte qu'en regardant un objet à travers de ces deux *pinules*, on la met parfaitement dans la direction du rayon visuel.

Autrefois tous les instrumens de Mathématiques & d'Astronomie, qui servent à prendre des angles ou des hauteurs, étoient garnis de *pinules*. Mais 50 ans ou environ, après la découverte du télescope, quelques savans ayant pensé à le substituer aux *pinules*, la chose réussit si-bien que, depuis ce tems-là, on n'en a fait aucun usage, & qu'on leur a substitué par-tout le télescope : si ce n'est dans le graphomètre & dans quelques autres instrumens de cette espèce.

C'est aux environs de l'année 1660 qu'on commença à faire ce changement aux instrumens. Il y eut à ce sujet de grandes contestations entre le docteur Hook & le fameux Hévélius. Le premier sachant toutes les peines que se donnoit Hévelius, & les grandes dépenses qu'il faisoit pour avoir des instrumens plus parfaits que ceux de ses prédécesseurs en Astronomie, & particulièrement Tycho-Brahé, l'engagea fortement à faire usage de cette découverte, & à employer le télescope au lieu des *pinules*. Les principales raisons sur lesquelles il se fondoit, étoient, 1.° que l'œil ne pouvant distinguer un objet dont les rayons visuels forment un angle au-dessous d'une demi-minute, il étoit impossible avec des *pinules* de faire aucune observation qu'on pût assurer exempte au moins de cette erreur; 2.° que, par le secours du télescope, l'œil étant capable de distinguer jusqu'aux plus petites parties d'un objet, & même jusqu'aux secondes, les observations faites avec cet instrument seroient beaucoup plus exactes que celles que l'on pourroit faire avec les *pinules*; & enfin que toutes les parties d'un instrument, devant également concourir à la justesse des observations, il étoit inutile de prendre une peine infinie pour diminuer ou corriger les erreurs de telle ou telle partie, comme par exemple de la division du limbe, tandis que d'autres parties donneroient lieu à des erreurs beaucoup plus considérables. Il est bon même de faire attention que cette remarque du docteur Hook est très-judicieuse, & qu'il faut bien prendre garde, dans la construction d'un instrument, que toutes ses parties concourent également à sa perfection. Nonobstant la force de ces raisons, Hévélius persista toujours dans l'usage des *pinules*, prétendant que les verres des télescopes étoient sujets à se casser de même que les fils placés à leur foyer, & qu'enfin on étoit obligé de vérifier l'instrument; vérification qui devoit nécessairement, selon lui, emporter un tems considérable.

Flamsteed étoit aussi du sentiment du docteur Hook; car il attribuoit entièrement à l'usage des *pinules* les erreurs de Tycho-Brahé sur la grandeur des planètes, & il pensoit que la même cause feroit tomber Hévélius dans un erreur pareille.

Tel étoit le sentiment des plus habiles astronomes de ce tems-là; car ils abandonnèrent les *pinules* pour faire usage du télescope. M. Picard fut des premiers qui l'employa avec succès, ayant adapté un télescope, en place de *pinules*, au quart de cercle, dont il se servit pour sa fameuse mesure de la terre : depuis ce tems-là, on a absolument abandonné l'usage des *pinules*, comme nous l'avons dit plushaut.

PIQUET, f. m. (*Géom. prat.*) On nomme *piquets* ou *fiches*, *de petites baguettes de fer*, longues de deux piés, qui se terminent en pointe d'un côté, & de l'autre par un anneau. On s'en sert, en mesurant une ligne droite, sur le terrein, pour marquer le point où aboutit une chaîne bien tendue, & pour indiquer ensuite, par leur nombre, la quantité de fois que cette chaîne a été appliquée sur la direction parcourue. (*J. I. G. M.*)

PIRITHOUS. *Voyez* GEMEAUX.

PISTON, f. m. (*Hydraul.*), est un cylindre de bois, quelquefois de métal, qui, étant levé & baissé par les tringles d'une manivelle dans l'intérieur d'un corps de pompe, aspire ou pousse l'eau en l'air; & souvent la comprime & la refoule. Ce *piston* doit être garni d'un fort cuir en forme d'un manchon par le bas, pour entrer avec force dans le corps de pompe; il est souvent ouvert dans le milieu & garni d'un clapet de cuir. *Voyez* CLAPET, POMPE.

P L A

PLAN, f. m. *en Géométrie*, signifie une surface à laquelle une ligne droite se peut appliquer en tout sens, de manière qu'elle coincide toujours avec cette surface. *Voyez* SURFACE.

Comme la ligne droite est la distance la plus courte qu'il y ait d'un point à un autre, le *plan* est aussi la plus courte surface qu'il puisse y avoir entre deux lignes. *Voyez* COURBE.

En Géométrie, en Astronomie, *&c.* on se sert fort souvent de *plans* pour faire concevoir des surfaces imaginaires, qui sont supposées couper ou passer à travers des corps solides; & c'est de-là que dépend toute la doctrine de la sphère & la formation des courbes appellées *sections coniques* ou *sections du cône*.

Quand un *plan* coupe un cône parallèlement à l'un de ses côtés, la section est une parabole; s'il la coupe parallèlement à sa base, c'est un cercle. *Voyez* CONIQUES.

Toute la sphère s'explique par des *plans* que l'on imagine passer par les corps célestes, *&c.* *Voyez* SPHÈRE & CERCLE.

Plan, en méchanique. Un *plan* horizontal est un *plan* de niveau, ou parallèle à l'horizon. *Voyez* HORIZON & HORIZONTAL.

Tout l'art du nivellement consiste à déterminer de combien un *plan* donné s'éloigne du *plan* horizontal. *Voyez* NIVELLEMENT.

Plan incliné, en méchanique, est un *plan* qui fait un angle oblique avec un *plan* horizontal. *Voyez* OBLIQUE & INCLINÉ.

La théorie du mouvement des corps sur des *plans* inclinés, est un des points principaux de la méchanique.

Le P. Sebastien a trouvé une machine pour mesurer l'accélération d'un corps qui tombe sur un *plan* incliné, & pour la comparer avec celle que l'on découvre dans la chûte des corps qui tombent en liberté. On en voit la description dans les *mémoires de l'académie royale des Sciences*, 1699, *pag.* 343. Voyez *aussi* PESANTEUR.

Loix de la descente des corps sur des plans *inclinés.* 1.° Si un corps est placé sur un *plan* incliné, sa pesanteur absolue sera à sa pesanteur relative, comme la longueur du *plan* AC est à sa hauteur AB. *Pl. méch. fig.* 58.

En effet, un corps qui est sur un *plan* incliné, tend, en vertu de la pesanteur, à tomber suivant la verticale QF; mais il ne peut tomber dans cette direction à cause du *plan* qui s'y oppose. Or, l'action de la pesanteur, suivant QF, est composée de deux actions; l'une suivant QG, perpendiculaire à AC; l'autre suivant QE, dans la direction AC: l'effort suivant QG, étant perpendiculaire à AC, est détruit & soutenu par le *plan*, & il ne reste plus que l'effort suivant QE, avec lequel le corps tend à tomber ou à glisser le long du *plan*, & glisseroit effectivement, si quelque puissance ne le retenoit pas. Or l'effort QE avec lequel le corps tend à tomber, est plus petit que l'effort absolu de la pesanteur suivant QF, parce que l'hypothénuse QF du triangle rectangle QFE est plus grande que le côté QE; ainsi, on voit que le corps D tend à glisser sur le *plan* avec une force moindre que sa pesanteur, & que le *plan* en soutient une partie. De plus, les triangles QEF, ACB sont semblables; car les angles en B & en E sont droits, & l'angle EQF est égal à l'angle A; d'où il s'ensuit que QE est à QF, comme AB est à AC, donc l'effort du poids pour glisser est à son poids absolu, comme la hauteur du plan est à sa longueur; donc la puissance nécessaire pour vaincre la tendance du poids à glisser, est au poids D dans le même rapport de la hauteur du *plan* à sa longueur.

D'où il s'ensuit 1.° que le corps D ne pesant sur le *plan* incliné qu'avec sa pesanteur respective ou relative, le poids L appliqué dans une direction verticale, le retiendra ou le soutiendra, pourvu que sa pesanteur soit à celle du corps D comme la hauteur du *plan* BA est à sa longueur AC.

2.° Si l'on prend pour sinus total la longueur du *plan* CA, AB sera le sinus de l'angle d'inclinaison ACB; c'est pourquoi la pesanteur absolue du corps est à sa pesanteur respective, suivant le plan incliné, & le poids D est aussi au poids L, agissant suivant la direction LA ou AD sur le poids D qu'il soutient, comme le sinus total est au sinus de l'angle d'inclinaison.

3.° Les pesanteurs respectives du même corps sur différens *plans* inclinés, sont l'une à l'autre comme les sinus des angles d'inclinaison.

4.° Plus l'angle d'inclinaison est grand, plus aussi est grande la pesanteur respective.

5.° Ainsi, dans un *plan* vertical où l'angle d'inclinaison est le plus grand, puisqu'il est formé par une perpendiculaire, la pesanteur respective est égale à la pesanteur absolue; &, dans un plan horzontal, où il n'y a aucune inlinaison, la pesanteur respective s'anéantit totalement.

II. Pour trouver le sinus de l'angle d'inclinaison que doit avoir un *plan*, afin qu'une puissance donnée y puisse soutenir un poids donné, dites: le poids donné est à la puissance donnée, comme le sinus total est au sinus de l'angle d'inclinaison du *plan*: ainsi, supposant qu'un poids de 1000 livres doive être soutenu par une puissance de 50, on trouvera que l'angle d'inclinaison doit être de 1° 52′.

Au reste, nous supposons dans toute cette théorie, que la puissance tire parallèlement à AC, c'est-à-dire, à la longueur du *plan*; & c'est la manière la plus avantageuse dont elle puisse être appliquée. Mais si elle tire dans toute autre direction, il ne sera pas fort difficile de déterminer le rapport de la puissance au poids. Pour cela, on menera par le point de concours de la direction verticale du poids, & de la direction de la puissance, une perpendiculaire au *plan* AC: or, pour qu'il y ait équilibre, il faut 1.° que cette perpendiculaire tombe sur la base du corps, & non au-delà ou en-deçà, car autrement le corps glisseroit: 2.° qu'elle soit la direction de la force résultante de l'action du poids & de celle de la puissance; car il faut que la force résultante de ces deux actions soit détruite par la résistance du *plan*, & elle ne peut être détruite à moins qu'elle ne soit perpendiculaire au *plan*; on fera donc un parallélogramme dont la diagonale sera cette perpendiculaire, & dont les côtés seront pris sur les directions de la puissance & du poids, & le rapport des côtés de ce parallélogramme sera celui de la puissance & du poids. Ceux qui voudront voir cette matière plus approfondie, peuvent consulter la *Méchanique* de M. l'abbé Bossut.

III. Si le poids L descend selon la direction perpendiculaire AB, en élevant le poids D dans

une direction parallèle au *plan* incliné, la quantité de l'élévation du poids *D* sera à celle de la descente du poids *L*, comme le sinus de l'angle d'inclinaison *C* est au sinus total.

D'où il s'ensuit 1.° que la quantité de la descente du poids *L* est à la quantité de l'élévation du poids *D* réciproquement, comme le poids *D* est au poids équivalent *L*.

2.° Que des puissances sont égales lorsqu'elles élèvent des poids à des hauteurs qui sont réciproquement proportionnelles à ces poids, & c'est ce que Descartes prend comme un principe par lequel il démontre les forces des machines.

On voit aussi la raison pourquoi il est beaucoup plus difficile de tirer un chariot chargé sur un *plan* incliné, que sur un *plan* horizontal, parce qu'on a à vaincre une partie du poids qui est à la pesanteur totale dans le rapport de la hauteur du *plan* à sa longueur.

IV. Les poids *E*, *F*, *fig.* 53; *n.°* 2. qui pèsent également sur des *plans* inclinés *A C*, *C B*, de même hauteur *C D*, sont l'un à l'autre comme les longueurs des *plans* *A C*, *B C*. Ce théorême est évident d'après ce qui précède.

Stevin en a donné une espèce de démonstration expérimentale : nous l'ajouterons ici à cause qu'elle est facile & assez ingénieuse. Sur un triangle *G I H* mettons une chaîne, dont les parties ou chaînons soient tous uniformes & également pesans, *fig.* 59, il est évident que les parties *G K*, *K H* se balanceront l'une l'autre. *K* est le milieu de *G H*. Si donc *I H* ne balançoit pas *G I*, la partie plus pesante l'emporteroit, & par conséséquent il s'ensuivroit un mouvement perpétuel de la chaîne autour du triangle *G I H*; mais comme cela est impossible, il est clair que les parties de la chaîne *I H*, *G I*, & par conséquent tous les autres corps qui sont comme les longueurs des *plans* *I H* & *I G* se balanceront l'un l'autre.

V. Un corps pesant descend sur un *plan* incliné avec un mouvement uniformément accéléré. En effet, il doit descendre suivant la même loi que les corps graves qui tombent verticalement, avec cette seule différence qu'il descend avec une pesanteur moindre. *Voyez* MOUVEMENT & ACCÉLÉRATION.

D'où il s'ensuit, 1.° que les espaces de la descente sont en raison doublée des tems de même qu'en raison doublée des vîtesses, c'est pourquoi les espaces parcourus en tems égaux croissent comme les nombres impairs, 1, 3, 5, 7, 9, &c.

2.° L'espace parcouru par un corps pesant qui descend sur un *plan* incliné, est sousdouble de celui qu'il parcourroit dans le même tems avec la vîtesse acquise à la fin de sa chûte.

3.° Ainsi, en général les corps pesans en descendant sur des *plans* inclinés, suivent les mêmes loix que s'ils tomboient perpendiculairement. Cette raison détermina Galilée, qui vouloit découvrir les loix du mouvement des corps dont la chûte est perpendiculaire, à faire ses expériences sur des *plans* inclinés, à cause que le mouvement y est plus lent. Les théorêmes suivans vont nous apprendre celles qu'il y découvrit.

VI. Si un corps pesant descend sur un *plan* incliné, sa vîtesse à la fin d'un tems donné quelconque, est à la vîtesse qu'il acquerroit en tombant perpendiculairement dans le même tems, comme la hauteur du *plan* incliné est à sa longueur.

VII. L'espace parcouru par un corps pesant sur un *plan* incliné *A D*, *fig.* 60, est à l'espace *A B* qu'il parcourroit en même-tems dans un *plan* perpendiculaire, comme la vîtesse du corps sur le *plan* incliné au bout d'un tems quelconque, est à la vîtesse que ce même corps auroit acquise en tombant perpendiculairement durant le même tems.

D'où il s'ensuit, 1.° que l'espace parcouru sur le *plan* incliné, est à l'espace qui seroit parcouru en tems égal dans un *plan* perpendiculaire, comme la hauteur du *plan* *A B* est à sa longueur *A C*, & par conséquent comme le sinus de l'angle d'inclinaison *C D* est au sinus total.

2.° Or si de l'angle droit *B* l'on abaisse une perpendiculaire sur *A C*, l'on aura *AC*, *A B* : : *A B*, *A D*, donc un corps descendant sur un *plan* incliné viendroit du point *A* en *D*, dans le même tems qu'il tomberoit en ligne perpendiculaire du point *A* au point *B*.

3.° C'est pourquoi étant donné la quantité de la descente perpendiculaire le long de la hauteur du *plan* *A B*; si on fait tomber une perpendiculaire du point *B* sur *A C*, l'on a l'espace *A D* qui doit être parcouru dans le même tems sur le *plan* incliné.

4.° Pareillement étant donné l'espace *A D* parcouru sur le *plan* incliné, l'on a l'espace *A B* qui seroit parcouru perpendiculairement dans le même tems, en élevant une perpendiculaire qui rencontre le *plan* vertical en *B*.

5.° D'où il s'ensuit que dans le demi-cercle *C D E P*, *fig.* 61, un corps descendra en un tems égal par tous les *plans* *AD*, *AE*, *AF*, *A C* c'est-à-dire, dans le même tems qu'il tomberoit par le diamètre *A B*, en le supposant perpendiculaire au *plan* horizontal *E M*.

VIII. L'espace *A D*, *fig.* 60, parcouru sur un *plan* incliné *A C* étant donné, déterminer l'espace qui seroit parcouru dans le même tems sur un autre *plan* incliné. Du point *D* élevez une perpendiculaire *D B* qui rencontre la verticale *A B* au point *B*, la longueur *A B* sera l'espace que le corps parcourt pendant ce tems en tombant perpendiculairement : c'est pourquoi si du point *B* l'on abaisse une perpendiculaire *B E* sur le *plan* *A F*, *A E* sera la partie de ce *plan* incliné que le corps parcourra dans le même tems qu'il

tomberoit perpendiculairement du point A au point B, & par conséquent dans le même tems qu'il parcouroit la partie AD sur l'autre *plan* incliné AC.

Ainsi, puisque AB est à AD comme le sinus total est au sinus de l'angle d'inclinaison C, & que AB est à AE comme le sinus total est au sinus de l'angle d'inclinaison F; les espaces AD, AE, que le corps parcourt dans le même tems sur différens *plans* inclinés, seront comme les sinus des angles d'inclinaison $C F$, ou comme les pesanteurs respectives sur les mêmes *plans*, & par conséquent aussi, réciproquement comme les longueurs des *plans* d'égale hauteur AC, AF: d'où l'on voit que le problème peut être résolu de différentes manières par le calcul.

IX. Les vîtesses acquises dans le même tems sur différens *plans* inclinés, sont comme les espaces parcourus dans le même tems. Il s'ensuit delà qu'elles sont aussi comme le sinus des angles d'inclinaison C, F, ou comme les pesanteurs respectives sur les mêmes *plans*, & réciproquement comme les longueurs des *plans* AC, AF, d'égale hauteur.

X. Quand un corps qui descend sur un *plan* incliné AC arrive à la ligne horizontale CB il a acquis la même vîtesse qu'il auroit acquise en descendant verticalement jusqu'à la même ligne horizontale CB.

Car soit u, V, V' les vîtesses du corps quand il est en B, C, D, on a, par l'article IX $u = V' \frac{AC}{AB}$, & par l'article V, $V^2 = V'^2 \frac{AC}{AD}$; or, à cause des triangles rectangles, on a $AD = \frac{AB^2}{AC}$; donc $V^2 = V'^2 \frac{AC^2}{AB^2}$; donc $V = V' \frac{AC}{AB} = u$.

Il suit de-là 1.° qu'un corps pesant qui descend par différens *plans* inclinés AC, AG, AF, a acquis la même vîtesse quand il est arrivé à la même ligne horizontale CF.

XI. Le tems de la descente le long d'un *plan* incliné AC est au tems de la descente perpendiculaire par AB, comme la longueur du *plan* AC est à sa hauteur AB; & les tems de la descente par différens *plans* inclinés d'égale hauteur AC, AG, sont comme les longueurs des *plans*: car dans le mouvement uniformément accéléré, lorsque les vîtesses finales sont égales, les tems sont entr'eux comme les espaces parcourus. C'est une suite des principes posés au *mot* ACCÉLÉRATION.

XII. Si le diamètre d'un cercle AB, *fig. 61*, est perpendiculaire à la ligne horizontale LM, un corps descendra d'un point quelconque de la circonférence DE le long des *plans* inclinés DB, EB, CB, *&c.* dans le même tems qu'il descendroit par le diamètre AB; cela se déduit aisément des proportions précédentes.

Toutes ces propositions sur les *plans* inclinés peuvent se démontrer aisément par la méthode suivante; soit p la pesanteur, h le sinus d'inclinaison du *plan*, 1 étant le sinus total, ph sera la partie de la pesanteur qui agit pour mouvoir le corps le long du *plan*; & si on nomme x la longueur d'une partie quelconque du *plan*, à commencer du point d'où le corps est parti, & u la vîtesse du corps, on aura par le principe des forces accélératrices. (*Voyez* FORCES ACCÉLÉRATRICES), $p h dx = u du$, & $uu = 2phx$, de plus, le tems dt sera $= \frac{dx}{u} = \sqrt{\frac{dx}{2phx}}$: donc $t = \frac{\sqrt{2x}}{\sqrt{ph}}$. On remarquera de plus que, si un corps tomboit de la hauteur x perpendiculairement, on auroit sa vîtesse $= \sqrt{2px}$, & le tems $= \frac{\sqrt{2x}}{\sqrt{p}}$. En voilà assez pour démontrer aisément toutes les propositions précédentes sur les *plans* inclinés.

Loix de l'ascension des corps sur des plans inclinés. I. Si un corps monte dans un milieu qui ne résiste point, suivant une direction quelconque perpendiculairement, ou le long d'un *plan* incliné, son mouvement sera uniformément retardé.

D'où il suit, 1.° qu'un corps qui monte perpendiculairement ou obliquement dans un milieu de cette nature, parcourt un espace sousdouble de celui qu'il parcouroit dans le même tems: sur un *plan* horizontal avec une vîtesse uniforme égale à celle qu'il a au commencement de son mouvement.

2.° Les espaces parcourus en tems égaux par un corps qui remonte ainsi, décroissent dans un ordre renversé, comme les nombres impairs 7, 5, 3, 1; & quand la force imprimée est épuisée, le corps redescend par la force de la pesanteur.

3.° C'est pourquoi ces espaces sont dans un ordre renversé, comme les espaces parcourus en tems égaux, par un corps qui descend le long de la même hauteur. Car supposons le tems divisé en quatre parties, dans le premier moment, le corps A descend par l'espace 1, & B monte par 7; dans le second A descend par 3, & B monte par 5, *&c.*

4.° D'où il suit qu'un corps qui s'élève avec une certaine vîtesse, monte à une hauteur égale à celle d'où il faut qu'il tombe pour acquérir à sa chûte la vitesse initiale avec laquelle il a monté.

5.° Donc réciproquement un corps qui tombe acquiert, par sa chûte, une force propre à le faire remonter à la hauteur d'où il est tombé. *Voyez* PENDULE.

II. Etant donné le tems qu'un corps emploie

à monter à une hauteur donnée, déterminer l'espace parcouru à chaque instant; supposez que le corps descende de cette même hauteur dans le même tems, & trouvez l'espace parcouru à chaque instant. *Voyez* MOUVEMENT & DESCENTE. En prenant ces espaces dans un ordre renversé, ils seront les mêmes que ceux que l'on cherche.

Supposez, par exemple, qu'un corps jetté perpendiculairement monte à une hauteur de 240 piés pendant le tems de quatre secondes, & que l'on demande les espaces qui sont parcourus dans les différens tems de cette ascension; si le corps étoit descendu, l'espace parcouru dans la première minute auroit été 15 piés, dans la seconde 45, dans la troisième 75, dans la quatrième 105, &c. par conséquent l'espace parcouru en remontant dans la première minute sera 105, dans la seconde 75, &c.

III. Si un corps descend perpendiculairement par *A D*, *fig.* 62, ou dans toute autre surface *F E D*, & qu'avec la vitesse qu'il y a acquise, il remonte le long d'une autre surface *C D* à des points d'égale hauteur; par exemple, en *G*, il aura la même vitesse. Cette proportion est encore une suite des précédentes sur les *plans* inclinés.

Lorsqu'un corps se meut sur un *plan* & qu'il rencontre un autre *plan*, il est facile de voir par le principe de la décomposition des forces, que sa vitesse le long du nouveau *plan* est à sa vitesse le long du premier *plan*, comme le cosinus de l'angle des *plans* est au sinus total: donc la vitesse perdue est comme le sinus verse de l'angle des *plans*; or si cet angle est infiniment petit, le sinus verse est infiniment petit du second ordre. Ainsi, lorsqu'un corps se meut sur une courbe, la perte de vitesse qu'il fait à chaque instant est infiniment petite du second ordre, & par conséquent infiniment petite du premier ordre ou nulle dans un tems fini.

Le *plan* de gravité ou de gravitation, est un *plan* que l'on suppose passer par le centre de gravité d'un corps & dans la direction de sa tendance, c'est-à-dire, perpendiculaire à l'horizon. *Voy.* GRAVITÉ & CENTRE.

Plan de réflexion, *en Catoptrique*, c'est un *plan* qui passe par le rayon de réflexion, & qui est perpendiculaire au *plan* du miroir ou à la surface du corps réfléchissant. *Voyez* RÉFLEXION.

Plan de réfraction, est un *plan* qui passe par le rayon incident & le rayon réfracté & rompu. *Voyez* RÉFRACTION.

Plan du tableau, *en Perspective*, c'est une surface plane qu'on imagine comme transparente, ordinairement perpendiculaire à l'horizon, & placé entre l'œil du spectateur & l'objet qu'il voit, on suppose que les rayons optiques qui viennent des différens points de l'objet jusqu'à l'œil passent à travers cette surface; & qu'ils laissent dans leur passage des marques qui les représentent sur le *plan*. *Voyez* PERSPECTIVE.

Tel est le *plan H I*, *Pl. Perspect. fig.* 1, que l'on appelle *plan du tableau*; parce que l'on suppose que la figure de l'objet est tracée sur ce *plan*.

Plan géométral, *en Perspective*, est un *plan* parallèle à l'horizon, sur lequel on suppose placé l'objet que l'on se propose de mettre en perspective. Tel est le *plan L M*, *Perspect. fig.* 1; ce *plan* coupe ordinairement à angles droits le *plan* du tableau.

Plan horizontal, *en Perspective*, est un *plan* qui passe par l'œil du spectateur parallèlement à l'horizon, coupant à angles droits le *plan* du tableau quand celui-ci est perpendiculaire au *plan* géométral.

Plan vertical, *en Perspective*, c'est un *plan* qui passe par l'œil du spectateur perpendiculairement au *plan* géométral, & ordinairement parallèle au *plan* du tableau. *Voyez* VERTICAL.

Plan de projection, dans la projection stéréographique de la sphère, est le *plan* sur lequel on suppose que les points de la sphère sont projettés, & que la sphère est représentée. *Voyez* PROJECTION.

Plan d'un cadran, c'est la surface sur laquelle un cadran est tracé. *Voyez* CADRAN.

Déclinaison d'un *plan*. *Voyez l'article* DÉCLINAISON. (*O*)

PLAN, pris substantivement, signifie aussi, *en Géométrie*, la *représentation* que l'on fait sur le papier de la figure & des différentes parties d'un champ, d'une maison ou de quelqu'autre chose semblable. *Voyez l'article suivant.*

PLAN, (LEVER UN), *chez les Arpenteurs*, c'est l'art de décrire sur le papier les différens angles & les différentes lignes d'un terrein dont on a pris les mesures avec un graphomètre, ou un instrument semblable, & avec une chaîne. *Voy.* ARPENTAGE.

Quand on lève un terrein avec la planchette, on n'a point besoin d'en faire le plan, il est tout fait; cet instrument donnant sur-le-champ les différens angles & les différences en même-tems qu'on les prend sur le terrein. *Voyez* PLANCHETTE.

Mais, en travaillant avec le Graphomètre, on le demi-cercle, on prend les angles en degrés, & les distances en chaînes & en chaînons. *Voyez* GRAPHOMÈTRE, DEMI-CERCLE, PLANCHETTE RONDE, EQUERRE D'ARPENTEUR, &c. En sorte qu'il reste à faire une autre opération pour réduire ces nombres en lignes, & lever le *plan* ou la carte. *Voyez* CARTE.

Cela s'exécute par le moyen de deux instrumens, le rapporteur & l'échelle. Par le moyen du rapporteur, les différens angles que l'on a observés sur le terrein avec le graphomètre ou ins-

trument femblable , & dont a écrit les degrés fur un regiftre, font tracés fur le papier dans leur jufte grandeur. *Voyez* RAPPORTEUR.

L'échelle fert à donner les véritables proportions aux différentes diftances mefurées avec la chaîne, quand il s'agit de les tracer fur une carte. *Voyez* ECHELLE.

Sur ces deux articles, on trouve féparément l'ufage de ces inftrumens refpectifs, pour prendre des angles & des diftances ; nous les donnerons ici conjointement ; en expofant la maniere de faire le plan d'un terrein ou d'un champ, que l'on a levé avec la planchette ronde, ou avec le graphometre, l'un & l'autre garnis d'une bouffole.

Méthode de faire un plan *quand on a fait ufage fur le terrein de la planchette ronde.* Suppofons que l'on ait levé le terrein *A B C D E G H X* (*Pl. d'Arpent. fig.* 21), que l'on ait pris les différens angles avec la planchette ronde, en tournant tout autour, que l'on en ait mefuré les différentes longueurs avec une chaîne, & que l'on ait écrit fur un regiftre la grandeur des angles & des diftances, tel que la table fuivante le repréfente.

	degrés.	minut.	chaînes.	chaînons.
A,	191	00	10	75
B,	297	11	6	83
C,	216	30	7	82
D,	325	00	6	96
E,	12	24	9	71
F,	324	30	7	54
G,	98	30	7	54
H,	71	00	7	78
K,	161	30	8	22

1.° Sur un papier ou fur une carte, dont les dimenfions foient convenables, tel que *L M M O* (*fig.* 21), tirez un certain nombre de lignes paralleles à égale diftance, qui repréfentent des méridiens exprimés par les lignes ponctuées.

L'ufage de ces lignes eft de diriger la pofition du rapporteur, dont le diametre doit toujours être placé fur l'une de ces lignes ou parallèlement à l'une d'elles.

Après avoir ainfi préparé la carte ou le papier, prenez un point fur quelque méridien, comme *A*, placez-y le centre du rapporteur, & couchez fon diametre le long de ce méridien. *Voyez* après cela fur le mémoire ou le devis de votre terrein quelle eft la grandeur du premier angle, c'eft-à-dire, quel eft le nombre de degrés coupés par l'aiguille aimantée de l'inftrument au point *A*, que la table vous donne de 191 degrés.

Préfentement, puifque 191 degrés font plus grands qu'un demi-cercle ou que 180 degrés, il faut mettre en bas le demi-cercle du rapport, & l'arrêtant avec un ftile au point où eft placé fon centre, faites une marque vis-à-vis de 191 du point *A*, tirez par cette marque la ligne indéfinie *A b*.

Le premier angle ainfi tracé, confultez encore votre mémoire, pour favoir quelle eft la longueur de la premiere ligne *A B*, vous y trouverez 10 chaînes 75 chaînons ; c'eft pourquoi d'une échelle convenable, conftruite fur l'échelle d'arpenteur, prenez l'étendue de 10 chaînes, 75 chaînons, avec un compas ordinaire, & mettant une de fes pointes au point *A*, marquez l'endroit où l'autre point tombe fur la ligne *A b*, fuppofons que ce foit en *B*, tirez par conféquent la ligne pleine *A B*, pour le premier côté de votre terrein.

Procédez enfuite au fecond angle, & mettant le centre du rapport au point *B*, avec le diametre difpofé comme ci-deffus, faites une marque, telle que *c*, vis-à-vis de 297, qui exprime les degrés coupés au point *B*, & tirez la ligne indéfinie *Bc*. Sur cette ligne prenez, comme ci-deffus, avec l'échelle d'arpenteur, la longueur de votre feconde ligne, c'eft-à-dire, 6 chaînes, 83 chaînons, laquelle s'étendant de *B* en *C*, tirez la ligne *E C* pour le fecond côté.

Procédez maintenant au troifieme angle ou à la troifieme ftation : mettez donc, comme ci-deffus, le centre du rapporteur au point *C* ; faites une marque, telle que *d*, vis-à-vis le nombre des degrés coupés au point *C*, c'eft-à-dire, vis-à-vis 226 ; tirez la ligne indéfinie *C d*, & prenez deffus la troifieme diftance ou 7 chaînes, 82 chaînons, laquelle fe terminant par exemple en *D*, tirez la ligne pleine *CD*, pour troifieme côté.

Procédez à préfent au quatrieme angle *D* ; & mettant le centre du rapporteur fur la pointe *D*, vis-à-vis 325 degrés coupés par l'aiguille aimantée, faites une marque *e*, tirez la ligne *D e* au crayon, & prenez fur elle la diftance 6 chaînes, 96 chaînons, laquelle fe terminant en *E*, tirez *DE* pour la quatrieme ligne, & allez au cinquieme angle, c'eft-à-dire, au point *E*.

Les degrés qui font coupés par l'aiguille aimantée étant marqués 10° 24', (ce qui eft plus petit qu'un demi-cercle) il faut placer le centre du rapporteur au point *E*, & le diametre fur le méridien, le limbe demi-circulaire tourne en-deffus. Dans cette fituation, faites une marque comme ci-deffus, vis-à-vis le nombre des degrés coupé par l'index au point *B*, c'eft-à-dire, vis-à-vis 28° 24' tirez la ligne *Ff*, fur laquelle vous n'avez qu'à prendre la cinquieme diftance, c'eft-à-dire, 9 chaînes, 71 chaînons, laquelle s'étendant de *E* en *F*, tirez la ligne pleine *E F* pour le cinquieme côté de votre terrein.

Procédant de la même maniere & par ordre aux angles F, *G*, *H*, *K*, en plaçant le rapporteur, faites des marques vis-à-vis les degrés refpectifs, tirez des lignes au crayon, indéfinies, fur lefquelles vous n'avez qu'à prendre, comme ci-deffus, les

diſtances reſpectives, vous aurez le *plan* de tout le terrein *A B C*, *&c.*

Telle eſt la méthode générale de conſtruire un *plan* dont le terrein a été levé avec la planchette ronde. Mais il faut obſerver qu'en procédant de cette façon les lignes de ſtation, c'eſt-à-dire, les lignes où l'on a placé l'inſtrument pour prendre les angles, & ſur leſquelles on a fait courir la chaîne pour meſurer les diſtances ou les longueurs; il faut obſerver, dis-je, que ce ſont proprement ces lignes dont on a tracé le *plan*; c'eſt pourquoi lorſque dans un arpentage les lignes de ſtation ſont à quelques diſtances des haies ou des limites du terrein, *&c.* on reprend les parties négligées, c'eſt-à-dire, qu'à chaque ſtation on meſure la diſtance de la haie à la ligne de ſtation, & même, s'il ſe rencontre dans les intervalles quelques enfoncemens conſidérables, on doit y avoir égard.

C'eſt pourquoi après avoir tracé les lignes de ſtation, comme ci-deſſus, il faut décrire ſur le papier les bandes ou les parties du terrein qui règnent depuis ces lignes juſqu'aux limites du champ, c'eſt-à-dire, qui en marquent les véritables longueurs depuis les lignes de ſtation. Si l'on joint par des lignes les extrémités de ces perpendiculaires, elles donneront le *plan* tel qu'il doit être.

Si, au lieu de tourner autour du champ, on a pris tous les angles & les diſtances par une ſeule ſtation, l'exemple ci-deſſus montre évidemment le procédé que l'on doit tenir pour lever le *plan*, puiſqu'il ſuffit en ce cas de tracer, ſuivant la manière que l'on a déja décrite, les différens angles & les différentes diſtances que l'on a priſe ſur le terrein au même point de ſtation, de les tracer, dis-je, ſur le papier, en les faiſant partir du même point ou centre. En joignant par des lignes les extrémités de ces lignes ainſi déterminées, on aura le *plan* requis.

Si le terrein a été levé par deux ſtations, on doit d'abord, comme ci-deſſus, tracer la ligne de ſtation, prendre enſuite les angles & les diſtances de chaque point de ſtation ſur le terrein, & les rapporter ſur le *plan* aux points reſpectifs.

La méthode de lever des *plans*, quand on a pris les angles avec le graphomètre, eſt un peu différente. *Voyez* GRAPHOMÈTRE.

On ne fait point uſage dans cette méthode de lignes parallèles, & au lieu de mettre conſtamment le rapporteur ſur les méridiens ou ſur des lignes parallèles aux méridiens, ſa direction varie à chaque angle. La pratique en eſt telle, qu'on peut la voir dans la deſcription ſuivante.

Suppoſons qu'on ait levé le terrein ci-deſſus avec le graphomètre, & que l'on ait trouvé la quantité de chaque angle, ſoit tirée à volonté une ligne indéfinie, comme *A K*, *fig.* 31. & que l'on ait pris ſur cette ligne la diſtance meſurée; par exemple, 8 chaînes, 22 chaînons, ainſi qu'on l'a exécuté dans le premier exemple.

Maintenant, ſi la quantité de l'angle *A* a été trouvée de 140 degrés, on doit placer ſur la ligne *A K* le diamètre du rapporteur, ſon centre ſur *A*; & vis-à-vis le nombre des degrés, c'eſt-à-dire, vis-à-vis 140 faire une marque; tirer parlà au crayon une ligne indéterminée, & porter ſur cette ligne avec l'échelle la longueur de la ligne *A B*.

On va de même au point *B*, ſur lequel poſant le centre du rapporteur, ſon diamètre le long de la ligne *AB*, on rapporte l'angle *B*, en faiſant une marque vis-à-vis le nombre de ſes degrés, en tirant une ligne au crayon, & prenant ſur cette ligne la diſtance *A B*, comme ci-deſſus.

L'on procède enſuite au point *C*, en mettant le diamètre du rapporteur ſur *B C*, ſon centre ſur *C*, rapportez l'angle *C*, & tirez la ligne *CD*; en procédant ainſi par ordre à tous les angles & à tous les côtés, vous aurez le *plan* de tout le terrein *A B C*, *&c.* comme ci-deſſus. (*E*)

PLAN, ſe prend auſſi adjectivement: *figure plane, en Géométrie*, c'eſt une figure décrite ſur un plan, ou qu'on peut ſuppoſer avoir été décrite ſur un plan, c'eſt-à-dire, une figure telle que tous les points de ſa ſurface ſont dans un même *plan*. *V.* FIGURE, PLAN.

L'angle *plan* eſt l'angle formé par deux *plans* qui ſe coupent. Cet angle eſt le même que l'angle rectiligne formé par deux perpendiculaires à un même point de la ſection commune, dirigées, l'une dans un *plan*, l'autre dans l'autre.

On l'appelle ainſi, pour le diſtinguer d'un angle ſolide, qui eſt formé par pluſieurs *plans*; tel eſt l'angle formé au ſommet d'une pyramide par ſes faces.

Un triangle *plan*, eſt un triangle renfermé entre trois lignes droites; on l'appelle ainſi par oppoſition au triangle ſphérique, qui eſt renfermé par des arcs de cercle, & dont tous les points ne ſont pas dans le même *plan*. *Voyez* TRIANGLE.

La Trigonométrie plane eſt la théorie des triangles *plans*, de leurs meſures, de leurs proportions, *&c. Voyez* TRIGONOMÉTRIE.

Verre ou miroir, *plan, en Optique*, c'eſt un verre ou un miroir dont la ſurface eſt plate ou unie. *Voyez* les phénomènes & les loix des miroirs *plans* à l'*article* MIROIR.

Les miroirs *plans* ſont appellés vulgairement *miroirs* tout court.

Carte *plane*, *en Navigation*, c'eſt une carte marine où les méridiens & les parallèles ſont repréſentés par des lignes droites parallèles, & où par conſéquent les degrés de longitude ſont les

mêmes dans tous les parallèles de latitude. *Voyez* CARTE RÉDUITE, CARTE DE MERCATOR, *&c.* & NAVIGATION.

Navigation *plane*; c'est l'art de calculer par le moyen d'une carte *plane*, ou bien de représenter sur une pareille carte les différens cas & les différentes circonstances du mouvement d'un vaisseau. *Voyez* CARTE PLANE.

La navigation *plane* est fondée sur la supposition que la terre est plate : quoique cette supposition soit manifestement fausse, néanmoins en plaçant sur une carte les lieux conformément à cette idée, si l'on divise un long voyage en un grand nombre de petits, on pourra, avec une pareille carte, naviguer assez juste. *Voyez* NAVIGATION. (*E*)

Nombre *plan* est celui qui peut résulter de la multiplication de deux nombres l'un par l'autre; ainsi, 20 est un nombre *plan*, produit par la multiplication de 5 par 4. *Voyez* NOMBRE.

Un *lieu plan*, *en Géométrie*, est un terme dont se servoient les anciens géomètres pour exprimer un lieu géométrique, à la ligne droite ou au cercle par opposition à un *lieu solide*, qui étoit une parabole, une ellipse ou une hyperbole. *Voyez* LIEU.

Problème *plan*, *en Mathématiques*, c'est un problème qui ne peut être résolu géométriquement que par l'intersection d'une ligne droite & d'un cercle, ou par l'intersection des circonférences des deux cercles. *Voyez* PROBLÈME, EQUATION & CONSTRUCTION. (*E*)

PLAN CONCAVE & PLAN CONVEXE, *terme de Dioptrique*, verre *plan* concave est celui dont une des surfaces est *plane*, & l'autre concave. *V.* VERRE & CONCAVE.

On suppose ici que la concavité soit sphérique, à moins que l'on ne dise expressément le contraire. Sur le foyer des verres *plans* concaves, *voyez* VERRE.

Plan convexe, verre *plan* convexe, est celui dont une des surfaces est convexe, & l'autre *plane*. *V.* CONVEXE.

La convexité est supposée sphérique, à moins qu'on ne dise expressément le contraire. Sur le foyer de ces verres, *voyez* VERRE, *&c.*

Le verre *plan* convexe ou *plan* concave, a sa surface *plane* tournée vers l'objet, & sa surface convexe ou concave vers l'œil; & le verre convexe *plan* ou concave *plan*, a la surface *plane* tournée vers l'œil, & la surface convexe ou concave vers l'objet. (*O*)

PLAN, s. m. (*Géom. prat.*); c'est la représentation de la base horizontale d'une campagne, d'une ville, d'une maison particulière ou de tout autre local, tracé en petit sur le papier, d'après une échelle quelconque, au moyen des mesures réelles prises sur le terrein. (*V.* LEVÉE DES PLANS.) (*J. I. G. M.*)

PLANCHETTE, s. f. *en Géométrie*, c'est un instrument dont on se sert dans l'arpentage des terres, & avec lequel on a, sur le terrein même, le plan que l'on demande, sans être obligé de le construire à part. *V.* ARPENTAGE, LEVER UN PLAN, *&c.*

La *planchette* représentée (*pl. d'Arp. fig.* 31, *n.°* 2), consiste en un parallélogramme de bois, long d'environ quinze pouces, & large de douze, entouré d'un chassis de buis, par le moyen duquel on attache une feuille de papier bien étendue, & pour ainsi dire bien collée sur la *planchette*, de sorte que l'on peut tirer exactement dessus toutes les lignes dont on a besoin.

Sur chaque côté du chassis, & vers le bord intérieur, il y a des échelles de pouces subdivisés; outre cela, on a projetté sur un côté les 360 degrés d'un cercle, en partant d'un centre de cuivre, qui est au milieu de la planchette; chaque degré est coupé en deux parties égales, & à chaque dixième degré sont marqués deux nombres, dont l'un exprime le degré, & l'autre son complément à 360°, afin de n'être pas obligé de faire la soustraction : sur l'autre côté sont projettés les 180 degrés d'un demi-cercle, en partant d'un centre de cuivre qui est au milieu de la longueur de la table, & à un quart de sa largeur : chaque degré est divisé en deux, & l'on a marqué deux nombres à chaque dixième degré, c'est-à-dire, le degré avec son complément, à 180°.

D'un côté de la *planchette*, est une boussole qui sert à placer l'instrument : le tout est attaché à un genou par un bâton à trois branches, pour le soutenir; on le fait tourner, ou bien on le fixe par le moyen d'une vis, suivant le besoin. Enfin la *planchette* est accompagnée d'un index; c'est une règle longue de seize pouces au moins, & large de deux, sur laquelle il y a ordinairement des échelles, *&c.* elle est accompagnée de deux pinules placées perpendiculairement sur ses extrêmités. *V.* PINULES, *&c.*

Usage de la planchette. Prendre un angle avec la *planchette*, ou bien trouver la distance de deux endroits accessibles par une seule & même station.

Supposons que *D A*, *D B* (*pl. d'Arp. fig.* 32, *n.* 2), soient les côtés de l'angle cherché, ou bien que *A B* soit la distance que l'on souhaite de connoître; placez l'instrument horizontalement, le plus près de l'angle qu'il est possible, & prenez un point dans le papier ou la carte qui est sur la *planchette*, par exemple, le point *c*; appliquez-y le bord de l'index, en le faisant tourner jusqu'à ce que vous apperceviez le point *B* par les pinules : la règle étant dans cette situation, tirez le long de son bord la ligne *c e* indéfinie. Faites tourner de la même manière l'index sur le même point, jusqu'à ce que vous apperceviez le point *A* à travers les pinules, & tirez la ligne droite *c d* indéfiniment; on a, par cette méthode, la quantité de l'angle tracé sur le papier.

Mesurez

Mesurez avec une chaîne les lignes *DA*, *DB* (*voyez* CHAÎNE), & prenant ces mêmes mesures sur une échelle (*voyez* ECHELLE), portez-les sur les côtés respectifs de l'angle tracé sur le papier; supposons qu'elles s'étendent de *c* en *b*, & de *c* en *a*, de cette manière, *c b* & *c a* seront proportionnels aux côtés *D B* & *D A* sur le terrein.

Portez la distance *a b* sur la même échelle, & voyez quelle est sa largeur; l'étendue que vous trouverez sera sa longueur ou la distance de la ligne *A B* que l'on cherchoit.

2.° Trouver avec la *planchette* la distance de deux endroits, dont l'un est inaccessible. Supposons que *A B* soit la distance cherchée (*fig.* 33), & que *A* soit le point accessible. 1.° Placez la *planchette* en *c*, regardez par les pinules jusqu'à ce que vous apperceviez *A* & *B*, & tirez *a c*, *c b*. Mesurez la distance de votre point de station au point *A*, & la prenant sur l'échelle, portez-la sur *c a*. Transportez la *planchette* au point *A* où elle doit être placée, de telle sorte que le point *A* représente *a*, & que, l'index étant mis le long de la ligne *a c*, vous apperceviez la première station *c* en sens contraire.

3.° Après avoir arrêté l'instrument, tournez les pinules vers *B*, & tirez la ligne *a b*.

4.° Mesurez sur l'échelle l'intervalle *a b*, il sera la distance des points *A*, *B* que l'on demande.

5.° Trouver avec la *planchette* la distance de deux endroits inaccessibles. Supposons que l'on veuille connoître la distance *AB* (*pl. d'Arpent. fig.* 34); 1.° après avoir choisi deux stations en *C* & en *D*, placez la *planchette* à la première station *C*, par les pinules visez aux points *D*, *B*, *A*, & tirez le long du bord de l'index les lignes *c d*, *c b*, *c a*; 2.° mesurez la distance des stations *C D*, & la prenant sur une échelle, portez-la sur *c d*; 3.° ôtant la *planchette* du point *C*, fixez-la en *D*, de manière que le point *d* réponde directement au-dessus de l'endroit *D*, & que, mettant ensuite l'index le long de la ligne *c d*, vous apperceviez, par les pinules, la première station *C*. L'instrument étant ainsi fixé, dirigez les pinules aux points *A*, *B*, & tirez les lignes droites *d a*, *d b*; enfin trouvez sur l'échelle la longueur *a b*, elle marquera la distance *A B* que l'on demande.

On peut trouver de la même manière, par deux stations, la distance d'un nombre quelconque de lieux proposés, & par ce moyen lever le plan d'un champ, ou même d'une partie de pays, &c.

4.° Usage de la *planchette* pour lever le plan d'un champ par une seule station, d'où l'on puisse voir tous les angles. En plaçant l'instrument au lieu de station, prenez un point dans le papier, pour représenter le point *O*, par exemple (*fig.* 21), &, mettant le bord de l'index à ce point; dirigez-le aux différens angles du champ *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, &c. & tirez le long de son bord des lignes indéfinies, dirigées à chaque angle, c'est-à-dire, les lignes *C a*, *Cb*, *Cc*, &c. Mesurez la distance de chaque angle au point de station, c'est-à-dire, mesurez les lignes *O A*, *O B*, *O C*, *O D*, &c. & après les avoir prises sur une échelle, portez-les sur les lignes de la carte qui leur répondent: les extrémités de ces lignes donneront des points, lesquels, étant joints par d'autres lignes *a b*, *b c*, &c. représenteront le champ proposé.

5.° Usage de la *planchette* pour lever le plan d'un champ, d'un bois, &c. en allant tout autour. Placez l'instrument horizontalement au premier angle, par exemple, en *A*; prenez un point sur le papier pour représenter le point *A*, & mettez-y l'index que vous dirigerez jusqu'à ce que, par les pinules, vous apperceviez une marque placée à l'angle *B*. Le long de cet index, tirez une ligne indéfinie; mesurez la distance de *A* en *B*, &, après l'avoir prise sur une échelle, portez-la sur la ligne indéfinie que vous venez de trouver; l'extrémité de cette distance représentera le point *B*. Transportez l'instrument au point *B*, où vous le disposerez de manière que l'index étant vu le long de la dernière ligne, vous appercevez la première station *A* à travers les pinules: fixez-le dans cette station, mettez l'index au point *B*, & faites-le tourner jusqu'à ce que vous apperceviez, par les pinules, l'angle suivant *C*: tirez alors une ligne comme ci-dessus, mesurez la distance *B C*, prenez-la sur une échelle, & portez-la sur cette dernière ligne de la carte. Transportez l'instrument au point *C*, & continuez de même.

Ayant tourné de cette manière tout autour du champ, vous aurez exactement le plan de tout son contour sur la *planchette*: on peut alors le toiser, ou en faire le calcul & en déterminer l'aire.

Manière de changer le papier qui est sur la *planchette*. Quand on trouve que, dans de grandes pièces de terrein, le plan excède les dimensions de la *planchette*, & qu'il s'étend au-delà du papier, il faut ôter la feuille de dessus la *planchette* & en mettre une nouvelle: voici la manière de faire ce changement. Supposons que *H*, *K*, *M*, *Z* (*fig.* 35), soient les limites de la *planchette*, de manière qu'ayant tracé le champ de *A* en *B*, & de-là en *C* jusqu'en *D*, la place vienne à manquer, la ligne *DE* s'étendant au-delà du papier, tirez la partie de la ligne *DE* que le papier pourra contenir; par exemple, la partie *DO*, & au moyen des divisions qui sont sur le bord du chassis; tirez par le point *O* la ligne *P Q* parallèle au bord de la *planchette HM*; & par le même point *O*, tirez *ON* parallèle à *MZ*. Après cela, ôtez le chassis, & en la place de la feuille de papier qui est sur la

planchette, appliquez-en une nouvelle (*fig.* 36), tirez sur cette feuille une ligne *RS* proche l'autre bord, auquel elle soit parallèle : placez ensuite la première feuille sur la *planchette*, de manière que la ligne *PQ* soit exactement couchée sur la ligne *RS*, afin que l'opération se fasse le plus avantageusement qu'il est possible, comme en *O*; enfin tirez sur la nouvelle feuille la partie de la ligne *OD* que la *planchette* pourra contenir ; & du point *O* prolongez le reste de la ligne *OD* jusqu'en *E* : du point *E*, continuez l'ouvrage comme ci-dessus aux points *F*, *G*, *A*.

Usage de la *planchette* quand on veut s'en servir comme d'un graphomètre ou d'un demi-cercle. Le grand inconvénient de la *planchette* est que le papier rend cet instrument impraticable dans un tems humide ou pluvieux, on s'apperçoit même que la rosée du matin ou du soir enfle ou gonfle considérablement le papier, & par conséquent qu'elle déjette l'ouvrage. Pour éviter cet inconvénient & rendre cet instrument d'un usage sûr, quelque soit la température de l'air, on supprimera le papier en élevant au centre un stile ; il en naîtra un graphomètre, un demi-cercle ou un cercle entier, qui aura les mêmes usages que tous ces instrumens.

La *planchette*, dépouillée de son papier, devient donc un graphomètre ou un demi-cercle. Si l'on veut que la *planchette* serve de cercle entier, l'index doit constamment tourner autour du centre de cuivre percé au milieu de la *planchette*. Si l'on veut qu'elle serve de demi-cercle, il faut qu'il tourne sur l'autre centre de cuivre qui y est percé; ce qui se fait dans l'un & l'autre cas par le moyen d'un stile planté dans les trous. Quand la *planchette* doit servir d'équerre d'arpenteur, on visse la boussole à l'index, &c.

Prendre un angle avec la *planchette* considérée comme un cercle entier. Supposons que l'on demande la quantité de l'angle *E K G* (*figure* 20), placez l'instrument en *K*, en mettant l'index sur le diamètre : faites tourner tout l'instrument, l'index demeurant toujours sur le diamètre jusqu'à ce que vous observiez le point *E* à travers les pinules.

L'instrument étant dans cette situation, arrêtez-le bien ferme, & tournez l'index sur son centre jusqu'à ce que vous apperceviez le point *G* par les pinules ; alors le degré que l'index coupe sur le chassis, est la quantité de l'angle cherché; on peut le tracer sur le papier, selon la méthode commune de rapporter des angles. *Voyez* Rapporteur.

Prendre un angle avec une *planchette* considérée comme un demi-cercle. Il faut agir avec cet instrument, considéré comme un demi-cercle, de la même manière qu'on le fait en le considérant comme un graphomètre, où il n'y a seulement qu'à faire tourner l'index sur l'autre centre percé sur le milieu de la longueur, & à un quart environ de la largeur de la *planchette*.

Prenez un angle avec la *planchette*, considérée comme un équerre d'arpenteur, garnie d'une boussole, ou comme une *planchette* ronde ; placez l'instrument en *K*, la fleur-de-lys tournée de votre côté, dirigez les pinules au point *E*, & observez le degré coupé par l'extrêmité méridionale de l'aiguille; supposons que ce soit 296, tournez l'instrument, la fleur-de-lys toujours de votre côté, & dirigez les pinules au point *G*, & remarquez le degré que coupe l'autre extrêmité de l'aiguille, que nous supposons ici être 128^{d}: ôtez le plus petit du plus grand, le reste 114^{d}. est la quantité de l'angle cherché. S'il arrive que le reste soit plus grand que 180^{d}. on doit alors le soustraire encore de 360, ce second reste sera l'angle cherché, que l'on peut rapporter sur le papier, ainsi qu'il est enseigné à l'*article* Rapporteur.

L'on peut, de cette manière, faire avec la *planchette* tout ce que l'on exécute avec l'équerre d'arpenteur ordinaire ou *planchette* ronde. *Voyez* Planchette ronde. (*E*)

Planchette ronde, c'est un instrument de Mathématiques, dont les Arpenteurs font un grand usage pour prendre des angles, des distances, des hauteurs, &c.

Cet instrument se fait de plusieurs manières, différens auteurs ayant inventé différens moyens de le rendre plus simple, plus portatif, plus exact, plus expéditif. Celui dont nous allons rendre compte, ne le cède en rien à aucun de ceux que nous avons vus. Il est composé d'un cercle de cuivre d'environ un pié de diamètre, ainsi qu'on le voit, *fig.* 25, *Pl. d'Arpentage.* Son limbe est divisé en 360 degrés, & chaque degré est sous-divisé en minutes.

Par-dessous, en *c*, *e* sont attachés deux petits piliers *b*, *b*, *fig.* 25, *n.* 2, qui portent un axe sur lequel il y a un télescope à deux verres, renfermé dans un tube de cuivre, afin d'appercevoir les objets éloignés.

Au centre du cercle se meut l'index ou l'alidade *C*; c'est un plan circulaire qui a une boussole dans le milieu, dont la ligne méridienne répond à la ligne de foi *a a* : en *a a* sont attachés des pilliers pour soutenir un axe qui porte un télescope semblable au premier, dont la ligne de collimation, ou ligne suivant laquelle on vise, répond à la ligne de foi *a a*. A chaque extrêmité de l'un & l'autre télescope est attachée une pinule. *Voyez* Pinule.

Les extrêmités de l'index, ou de l'alidade *a a*, sont coupées circulairement pour s'ajuster aux divisions du limbe *B*, & la ligne de foi montre les dégrés & les minutes sur le limbe. Tout l'instrument est monté sur un genou soutenu par un support à trois branches.

La plupart des *planchettes rondes* n'ont point

de télescopes, mais seulement quatre pinules; il y en a deux attachées sur le limbe, & les deux autres aux extrêmités de l'index ou de l'alidade.

L'usage de cet instrument est aisé à connoître par celui du demi-cercle, qui en est la moitié. *Voyez* DEMI-CERCLE, de même que par celui de la *planchette* simple, dont on se sert dans l'occasion, comme d'une *planchette ronde* ou graphomètre. *Voyez* PLANCHETTE. (*E*)

PLANCHETTE, s. f. (*Géom. prat.*); instrument dont on se sert pour lever un plan. (*Voyez* LEVÉE DES PLANS).

Ses principaux avantages sont de présenter tout de suite, sur le papier, la figure réduite des parties de terrein qu'on l'emploie à lever, & de vérifier, à chaque station faite en pays découvert, la justesse de ses opérations.

Comme la *planchette* n'est autre chose qu'une petite table à dessiner, dont il faut que la surface se conserve parfaitement plane, il est essentiel de la construire avec du bois qui ne se déjette point au soleil. La meilleure manière de l'empêcher de se courber, est de la composer de sept ou huit petites planches de sapin ou de tilleul bien secs, qui se contiennent les unes les autres, au moyen de rainures & de languettes, & d'en renfermer l'assemblage dans un cadre à onglets.

Une planchette est formée en quarré parfait, ou en quarré long, suivant l'objet que l'on se propose. La plus grande longueur de ses côtés ne passe pas ordinairement 24 pouces; lorsqu'elle n'a qu'un pied en quarré, on peut faire son cadre d'un bois plus compact, & le rendre mobile pour l'employer en forme de chassis à fixer le papier que l'on place sur l'instrument; mais, dès qu'elle est plus grande, il vaut mieux qu'il ne fasse qu'un même corps avec elle, & l'on établit alors son papier dessus, en le mouillant légérement dans son entier, & le collant tout de suite sur les bords avec de la colle à bouche.

On couvre ordinairement la planchette d'un papier verd qui s'étend sur toutes les parties où l'on ne travaille point, de manière que les yeux soient garantis de la trop vive réflexion de lumière que produiroit la blancheur du papier en se trouvant exposée aux rayons du soleil. *Par M. J. Ing. Géog. M.*

PLANETAIRE, adj. (*Astr.*) se dit en général de tout ce qui a rapport aux planètes.

Systême planétaire, est le systême ou l'assemblage des planètes, tant premières que secondaires, qui se meuvent chacune dans leur orbite autour du soleil, comme centre commun. *Voyez* SYSTÊME.

Heures planétaires, antiques ou judaïques, sont les heures inégales, dont 12 étoient pour le jour & 12 pour la nuit.

Jours planétaires. Chez les anciens, la semaine étoit partagée entre les sept planètes, & chaque planète avoit un jour; c'est ce que nous apprennent Dion Cassius & Plutarque; *sympos. l. IV. q.* 7. Hérodote ajoute que les Egyptiens avoient les premiers découvert quel dieu, c'est-à-dire, quelle planète devoit présider à chaque jour; car, chez ces peuples, les planètes présidoient à tout. C'est pour cela que, dans plusieurs langues modernes, les jours de la semaine portent encore des noms tirés de ceux des planètes, comme *dies Lunæ*, *dies Martis*, *Mercurii*, &c. & en françois, lundi, mardi, mercredi, *&c. Voyez* SEMAINE.

Années planétaires sont les périodes de tems que les planètes emploient à faire leurs révolutions autour du soleil ou de la terre.

Comme l'année solaire est le tems que la terre met à tourner autour du soleil, de même le tems que les différentes planètes mettent à tourner autour du soleil, fait l'année de chacune; par exemple, l'année de Saturne est d'environ 30 de nos années.

Quarrés planétaires sont les quarrés magiques des sept nombres depuis trois jusqu'à 9. *Voy.* QUARRÉ MAGIQUE.

Cornélius Agrippa, dans son fameux livre de magie, a donné la construction de 7 quarrés *planétaires.* Poignard, chanoine de Bruxelles, dans son traité des quarrés sublimes, a donné (selon qu'il est rapporté dans l'hist. acad. 1707) une méthode nouvelle, facile & générale, pour faire les 7 quarrés *planétaires* & tous autres à l'infini par des nombres qui suivent toutes sortes de progressions. *Chambers.* (*O*)

PLANÉTAIRE, s. m. instrument qui représente les mouvemens des planètes, soit par des cercles, comme dans les sphères mouvantes, soit par des aiguilles & des cadrans; les plus connus sont ceux de Huyghens, dont on trouve la description dans ses œuvres; celui de Romer, dans les œuvres d'Horrebow, *tome III*, & celui qu'on appelle *Orrery*, dans les leçons de Physique de l'Abbé Nollet, *tome VI.* Le docteur Desaguillers, qui faisoit construire des *planétaires*, les nommoit *orrerys*, parce que milord Orrery étoit le premier qui en eût fait faire en Angleterre, & qui en eût accrédité l'usage. On peut encore donner ce nom aux machines destinées à représenter le mouvement de la terre autour du soleil, le parallélisme de son axe, & le changement des saisons qui en est une suite. On en trouve à Paris, chez M. Grenet & chez Fortin; ces instrumens sont plus ou moins composés.

On peut mettre aussi au nombre des *planétaires*, les sphères mouvantes & les pendules où sont représentées les révolutions des planètes; on a vu, sur-tout à Paris, celles de Pigeon d'Osangis, de Passement & de M. Castel. On trouve les nombres des engrenages propres à ces sortes de pendules, dans le Traité général des horloges du P. Alexandre (*Paris*, 1734, *in*-8.) &

dans celui de M. le Paute (1757, *in-4.°*) on y voit l'indication des auteurs qui ont parlé de ces sortes d'ouvrages.

On trouve des *planétaires* dans tous les cabinets de physique ; mais cela est si peu important pour l'astronomie, que nous croyons inutile d'en donner ici la figure. La seule machine de cette espèce qui ait quelque utilité, est la machine qui sert à représenter les inégalités des saisons par le parallélisme de l'axe de la terre. *Voyez* GÉOCYCLIQUE & LOXOCOSME. (*D. L.*)

PLANETE, s. f. *en Astronomie*, c'est un corps céleste qui fait sa révolution autour du ciel, & change continuellement de position par rapport aux autres étoiles. Ce nom vient de πλανήτης *errant*, par opposition aux étoiles fixes ; aussi les *planètes* s'appellent-elles quelquefois *étoiles errantes*.

Les *planètes* se distinguent ordinairement en principales & secondaires.

Les *planètes* principales ou premières, auxquelles on donne le simple nom de *planètes*, sont celles qui tournent autour du soleil, telles sont les planètes de mercure, venus, mars, jupiter, saturne & la planète de Herschel, sans compter les comètes.

Nous mettons la terre au nombre des *planètes*, en suivant le système de Copernic, généralement adopté & parfaitement démontré.

Toutes les *planètes* se meuvent dans leurs orbites autour du soleil, à-peu-près dans le même plan ; leurs mouvemens se font tous d'occident en orient. Quand nous disons néanmoins que leurs orbites sont à-peu-près dans un même plan, c'est qu'elles sont fort peu inclinées l'une à l'autre, & que la ligne où se coupent les plans de ces orbites, passe toujours par le centre du soleil. Or il suit de-là qu'un observateur placé à ce centre, seroit toujours dans le vrai plan de l'orbite de chaque *planète* ; il leur verroit faire leurs révolutions périodiques dans le plan d'un grand cercle de la surface sphérique concave du ciel ; mais il ne pourroit, à la vue simple, juger de leur plus grande ou de leur plus petite distance au soleil. C'est pourquoi, afin de mieux reconnoître les différentes distances des *planètes* au soleil, aussi-bien que les principales inégalités apparentes de leurs mouvemens, il est à propos de transporter hors du soleil l'œil de l'observateur. On peut donc le supposer élevé au-dessus du plan des orbites des *planètes*, ou plutôt dans la ligne perpendiculaire à l'orbite de la terre, qui passe par le centre du soleil, & de plus à la même distance à ce centre que la terre. L'observateur, placé en cet endroit du ciel, pourra juger facilement des différentes distances des *planètes* au soleil, & des tems de leurs révolutions.

Les *planètes* secondaires sont celles qui tournent autour de quelque *planète* principale, comme centre, de la même manière que les *planètes* principales tournent autour du soleil, telles sont la lune, qui tourne autour de notre terre, & ces autres *planètes* qui tournent autour de saturne & de jupiter, & que l'on appelle *satellites*.

Les *planètes* principales se distinguent encore en supérieures & inférieures.

Les *planètes* supérieures sont celles qui sont plus éloignées du soleil que notre terre ; telles sont mars, jupiter, saturne & Herschel.

Les *planètes* inférieures sont celles qui sont plus proches du soleil que notre terre, & situées entre la terre & le soleil ; comme vénus & mercure. *Voyez* l'ordre & la position des *planètes* dans les *Pl. d'Astron. fig.* 16. Cette figure représente la disposition des *planètes* dans le système de Copernic. *Voyez* SYSTÈME. Les caractères par lesquels on représente les *planètes*, sont relatifs aux noms de divinités qu'on leur a donnés. Scaliger, dans ses notes sur Manilius, dit qu'on les voit sur plusieurs pierres très-anciennes. Pour le soleil, c'est un cercle qui exprime le centre de l'union ○ ; pour la lune, c'est un croissant, ☾. On a représenté les *planètes* avec les caractères dont se servent les chimistes pour désigner les métaux, à cause de quelque analogie ou rapport que l'on supposoit autrefois entre ces corps célestes & les métaux. Le soleil est l'or, & la lune l'argent.

Saturne est marqué par le caractère ♄, qui représente une saulx, & en chimie exprime le plomb. Cette *planète* ne paroît à la vuë simple, que d'une lumière foible, à cause de sa grande distance. Elle achève sa révolution autour du soleil, dans l'espace d'environ trente années.

Jupiter, marqué par le signe ♃ la première lettre du nom qu'il porte en grec Ζεύς avec une interfection. Ce caractère exprime l'étain ; jupiter est une *planète* brillante, qui fait sa révolution autour du soleil, dans l'espace d'environ douze ans.

Mars, caractérisé par le signe ♂, une flèche & un bouclier qui, en chimie, représente le fer, est une *planète* d'une couleur rougeâtre, qui fait sa révolution en deux ans environ.

Vénus, marquée ♀, ou un miroir avec son manche, qui, en chimie représente le cuivre, est la plus brillante de toutes les *planètes* ; elle accompagne constamment le soleil & n'en est jamais éloignée de plus de 48 degrés ; elle acheve sa révolution en sept mois & demi. Quand elle précède le soleil, on l'appelle *Phosphorus* & *Lucifer*, & quand elle le suit, on lui donne le nom d'*Hesperus*.

Mercure, caractérisé par le signe ☿, ou caducée, qui, en chimie, représente ce qu'on appelle aussi *mercure* ou *vif-argent*, est une petite *planète* brillante qui accompagne constamment le soleil ; sa distance du soleil n'est jamais de plus de 28 degrés, c'est pourquoi elle est ordinairement cachée dans les rayons de cet astre. Elle achève son cours en trois mois environ.

Au nombre de ces *planètes*, on peut mettre à présent la terre marquée ♁, faisant sa révolution autour du soleil, entre mars & vénus, dans l'espace d'une année.

La *planète* de Herschel, découverte en 1781, se représente par un globe couronné d'une *H*, ♅, afin de rappeller le nom de celui à qui nous avons l'obligation de cette découverte. Au sujet des caractères qui expriment les planètes, on peut voir la *dissertation de M. Goguet, dans son livre de l'origine des loix, Tome II, in*-4.°. Il y traite aussi de l'origine des noms des *planètes*.

Vénus étant la plus brillante, fut aussi (après la lune) la première *planète* qu'on remarqua. C'est la seule dont il soit parlé dans Hésiode & dans Homère, comme dans l'Ecriture Sainte. Démocrite soupçonnoit qu'il y avoit plusieurs étoiles errantes, mais il n'avoit pas osé en déterminer le nombre (*Sen. Quæst. nat. liv. VII, cap.* 3); & les Grecs ne connoissoient point encore les mouvemens des *planètes*, lorsqu'Eudoxe en rapporta d'Egypte la première connoissance 380 ans avant Jesus-Christ. Les Grecs, en voyant vénus briller tantôt le soir & tantôt le matin, en avoient fait deux *planètes* différentes, esperos & eosphoros, vesper & lucifer. On prétend que Pythagore fut le premier qui fit connoître aux Grecs que ces deux astres n'en faisoient qu'un (Stob. *Ecl. phys. liv. I.* Plin. *liv. II. c.* 8. Diog. Laer. *liv. VIII. sec.* 14). Phavorinus faisoit honneur de cette découverte à Parménide, qui vivoit environ 50 ans plus tard que Pythagore (Diog. Laër. à la fin de Parmenide). Mais les Orientaux possédoient alors ces connoissances depuis long-tems.

Il est facile de distinguer les *planètes* des étoiles fixes; car, comme il n'y a dans le zodiaque, où se trouvent toujours les *planètes*, que quatre étoiles de la première grandeur, *aldébaran, regulus, l'épi de la vierge* & *antarès;* lorsqu'on a appris à les connoître, comme nous l'avons expliqué au *mot* Etoile, & que l'on connoît à-peu-près la direction ou le contour du zodiaque, on distingue facilement une *planète*; dès qu'on voit un astre qui est à-peu-près de la même lumière, & qui n'est pas une des quatre étoiles que nous venons d'indiquer, on est sûr que c'est une *planète;* mais il est difficile de distinguer une *planète* d'une autre. Si, lorsque le soleil couché, on voit une *planète* plus près de l'orient que de l'occident, on peut d'abord conclure que ce n'est ni mercure ni vénus, & l'on peut déterminer par la différence de couleur & de lumière, si c'est saturne, jupiter ou mars: on distinguera, par le même moyen, vénus de mercure.

Mais le moyen le plus sûr est de calculer la situation des *planètes*, ou de consulter les almanacs astronomiques, ou éphémérides, dans lesquels on trouve les positions pour tous les jours.

Nature des planètes. En observant les différentes phases & les différentes apparences des *planètes*, on trouve qu'elles sont toutes parfaitement semblables à la lune, que l'on a démontré à l'*article* Lune, avoir beaucoup de ressemblance avec notre terre; d'où il suit que les *planètes* sont aussi des corps opaques, sphériques, &c. de même que la terre.

L'opacité des *planètes* se prouve de plusieurs manières: 1.° vénus observée avec le télescope, paroît rarement pleine; on lui trouve des phases variables, semblables à celles de la lune; sa partie éclairée est toujours tournée vers le soleil, c'est-à-dire, vers l'orient, quand elle précède le soleil, & vers l'occident quand elle le suit. On observe la même chose par rapport à mars & à mercure.

2.° Gassendi le premier, & d'autres après lui, ont observé mercure sur la surface du soleil, qu'il paroissoit traverser, semblable à une tache noire & ronde. *Voyez* Passage. Horroccius, en 1639, observa aussi vénus sur le soleil, où elle fit voir les mêmes apparences que mercure.

3° Cassini, la Hire & Bianchini ont observé des taches sur vénus & sur mars, & plusieurs à-la-fois sur jupiter; par l'observation de ces taches, on a trouvé que ces *planètes* tournoient autour de leur axe; on a même déterminé la vîtesse de cette rotation ou de la période dans l'espace de laquelle cette rotation s'achève. Par exemple, celle de jupiter se fait en 9 heures 54′, & celle de mars en 24 heures 39′. *Voyez* Taches. Et puisque l'on trouve que le soleil, la lune, jupiter, mars, vénus & la terre tournent autour de leur axe, c'est-à-dire, une rotation diurne, il ne faut pas douter que mercure & saturne n'aient un semblable mouvement, quoique la grande proximité de mercure au soleil, & la grande distance de saturne empêchent que l'on n'y puisse observer des taches, qui serviroient à démontrer cette rotation.

4.° On observe dans jupiter des bandes ou espèces de zones plus brillantes que le reste de son disque, & qui sont mobiles; on les voit quelquefois d'un côté & quelquefois d'un autre, tantôt plus larges & tantôt plus étroites. *Voyez* Bandes.

5.° En 1610, Galilée observa le premier quatre petites étoiles ou petites lunes, faisant leur révolution autour de jupiter; on remarque à présent que ces petites étoiles disparoissent, quoique le ciel soit très-clair & très-net, quand jupiter se trouve placé diamétralement entr'elles & le soleil; d'où il paroît qu'elles perdent leur lumière, lorsque les rayons du soleil, interceptés par jupiter, ne peuvent pas arriver en lignes droites jusqu'à ces étoiles, & qu'ainsi ce sont, comme la lune, des corps opaques éclairés par le soleil; & puisque jupiter n'éclaire point ses satellites, quand ils sont derrière lui, il s'ensuit

encore que jupiter lui-même est privé de lumière dans la partie de son globe qui ne regarde pas le soleil.

6.° Quand les lunes ou les satellites de jupiter sont placés diamétralement entre jupiter & le soleil, on apperçoit sur le disque de jupiter une tache ronde; il paroît de-là que les satellites sont des corps opaques éclairés par le soleil, qu'ils jettent une ombre sur jupiter, & que les taches rondes observées sur cette *planète* sont les ombres des satellites; & comme l'on trouve que la figure de cette ombre projettée sur le disque de jupiter est un cercle, il s'ensuit aussi que cette ombre doit être conique, c'est pourquoi les satellites ont une figure sphérique, au moins sensiblement.

Maintenant pour résumer ces différentes preuves, on peut dire: 1.° puisque dans vénus, mercure & mars, on ne voit briller que cette partie de leur disque, qui est éclairée par le soleil, & que de plus vénus & mercure paroissent sur le disque du soleil, comme des taches obscures, quand ils sont entre la terre & le soleil; il est prouvé que mars, jupiter & mercure sont des corps éclairés par une lumière empruntée du soleil, & que l'on doit dire la même chose de jupiter, à cause qu'il est privé de lumière dans cette partie de son disque, sur laquelle s'étend l'ombre des satellites, aussi-bien que dans cette partie qui n'est pas tournée vers le soleil; il est donc suffisamment prouvé que les satellites sont des corps opaques, & qu'ils réfléchissent la lumière du soleil.

C'est pourquoi, puisque saturne avec son anneau & ses satellites, ne donne qu'une foible lumière, & considérablement plus foible que celle des étoiles fixes (quoique infiniment plus éloignées) & que celles de toutes les autres *planètes*, il est encore hors de doute que saturne & ses satellites sont des corps opaques.

2.° Puisque vénus & mercure ne transmettent pas la lumière du soleil, lorsque ces *planètes* sont placées vis-à-vis de cet astre, il est évident que ce sont des corps denses, opaques: il en est de même de jupiter, qui cache les satellites dans son ombre; ainsi, par analogie, on peut conclure la même chose de saturne.

Quant à la lune, qui est aussi un corps dense & opaque, comme les éclipses de lune & de soleil le démontrent, si elle jette une si grande lumière en comparaison de celle de toutes les autres planètes, & si elle nous paroît d'une grandeur à-peu-près égale à celle du soleil, cela vient uniquement de ce qu'elle est fort proche de la terre; car si on l'observoit du soleil, elle ne paroîtroit pas sous un angle sensible, de sorte qu'à peine seroit-elle visible. Ce seroit donc la même chose si elle étoit aussi éloignée de la terre qu'est le soleil; on ne l'appercevroit guère avec la lunette d'approche que comme un petit point lumineux.

3.° Les taches variables qui paroissent sur jupiter, semblent prouver que cette *planète* a une atmosphère changeante; ainsi, en raisonnant toujours par analogie, on peut conclure la même chose des autres *planètes*. Cependant nous ne voyons pas d'indice d'atmosphère dans la lune qui est la plus facile à observer, ni dans les autres *planètes* dont les taches sont plus difficiles à voir que celles de jupiter.

4.° Pareillement on peut conclure des montagnes observées sur la lune, qu'il y en a de semblables dans les autres *planètes*.

5.° Puisque saturne, jupiter & leurs satellites, mars, vénus & mercure sont des corps opaques qui reçoivent leur lumière du soleil, qui sont couverts de montagnes, & environnés d'une atmosphère changeante, il paroît s'ensuivre que ces *planètes* sont des corps semblables à la lune & par conséquent à la terre. Aussi, selon plusieurs philosophes, rien n'empêche de croire que les *planètes* sont habitées. *Voyez* MONDE, *pluralité des mondes*.

Nous ne parlerons pas de la nature des *planètes* relativement aux traditions astrologiques. On distinguoit les *planètes* bienfaisantes, jupiter & vénus, on attribuoit à chacune de l'influence sur les choses de la vie. Voyez *le dictionnaire de Mathématiques d'Ozanam*, où ces détails occupent une page que nous ne daignons pas transcrire dans celui-ci.

Mouvement des planètes. Il est prouvé par une infinité de phénomènes, que les *planètes* tournent autour du soleil, comme centre & non autour de la terre.

1.° L'orbite dans laquelle vénus se meut environne certainement le soleil, & par conséquent cette *planète* tourne autour du soleil en décrivant cet orbite. En effet, vénus est quelquefois au-dessus du soleil, quelquefois au-dessous, quelquefois derrière, & quelquefois du même côté, ce qui est évident par les différentes circonstances de ses phases. Elle passe derrière le soleil lorsque vers le tems de sa conjonction supérieure, quand elle nous paroît fort proche de ce corps lumineux, on l'apperçoit très-petite, parfaitement ronde, sa lumière étant également vive de toutes parts. Comme cette *planète* ne reçoit d'autre lumière que celle du soleil qui l'éclaire d'un côté, pendant que son hémisphère opposé au soleil demeure dans les ténèbres, il est évident que toutes les fois que cette *planète* nous paroît pleine ou parfaitement ronde, la surface ou la moitié de cette *planète* que nous appercevons, est précisément la même qui est tournée vers le soleil, & qu'ainsi vénus est pour lors à notre égard au-delà du soleil. Au contraire, lorsque dans ses conjonctions inférieures avec le soleil, on la voit sur le soleil, ou qu'elle disparoît tout-à-fait, ou qu'on ne la voit que comme un croissant fort mince, on en doit conclure que

cette *planète* est alors entre la terre & le soleil. *Voyez* VÉNUS.

Il n'est pas moins certain qu'elle ne tourne pas autour de la terre, mais autour du soleil, parce qu'on l'observe toujours dans le même quart de cercle avec le soleil, & qu'elle ne s'en éloigne jamais au-delà de 48^d. Elle n'est donc jamais en opposition avec le soleil, ni même en quadrature; ce qui arriveroit pourtant, si cette *planète* se mouvoit autour de la terre.

On peut donc se convaincre de même, que mercure tourne autour du soleil, par les phases de cette *planète*, qui ressemblent à celles de vénus & de la lune, & par le voisinage de cette *planète* au soleil, dont elle s'éloigne encore moins que vénus. De-là il suit que mercure doit avoir une orbite beaucoup plus petite, & que cette orbite renferme le soleil : c'est la même preuve que pour vénus, avec cette différence que l'orbite de mercure doit être renfermée dans celle de vénus, parce qu'elle est plus petite; mais le soleil demeure constamment au milieu de l'une & de l'autre orbite. Une autre preuve que mercure est plus proche du soleil, c'est que sa lumière est très-vive & bien plus éclatante que celle de vénus & des autres *planètes*.

3.° Il est certain que l'orbite de mars renferme le soleil, puisque mars s'observe en conjonction & en opposition avec le soleil, & que dans l'un & l'autre cas, sa face entière est éclairée. Il est vrai que, par ces mêmes circonstances, l'orbite de mars paroît aussi renfermer la terre; mais comme le diamètre de mars paroît cinq fois aussi gros dans l'opposition que dans la conjonction, il s'ensuit que, dans l'opposition, cette planète est cinq fois plus proche de la terre que dans la conjonction. Ainsi, il s'en faut beaucoup que la terre ne soit le centre du mouvement de mars, au lieu que mars est toujours presque à la même distance du soleil. De plus, mars vu de la terre, paroît se mouvoir fort irrégulièrement; il semble quelquefois aller fort vîte, quelquefois plus lentement, quelquefois aller en avant, & quelquefois retrograder. *Voyez* RÉTROGRADATION. Mais cette *planète* vue du soleil paroîtroit se mouvoir à-peu-près avec une égale vîtesse; d'où il faut conclure que c'est le soleil & non la terre qui est le centre de son mouvement. Quand mars se trouve éloigné du soleil environ de 90 degrés, alors sa rondeur est un peu altérée, parce que son hémisphère éclairé, n'est pas entièrement tourné vers nous, & c'est le seul tems où l'on observe cette phase; par-tout ailleurs il paroît assez exactement rond, comme il doit en effet le paroître.

4.° Les mêmes phénomènes qui prouvent que mars tournent autour du soleil, & non autour de la terre, prouvent aussi que jupiter & saturne tourne autour du soleil. Il n'y a de différence que dans la quantité dont les diamètres apparens de ces *planètes*, & par conséquent leurs distances à la terre varient, dans le cours de chaque année; car l'inégalité des diamètres ou des distances est beaucoup moins considérable dans jupiter que dans mars, & beaucoup moins dans saturne que dans jupiter. Mais il suit néanmoins de ces variétés de diamètres & de distances, que l'une & l'autre *planètes* font leurs révolutions autour du soleil dans des orbites qui sont fort au-delà de l'orbite de mars. De plus, lorsqu'on observe de la terre les mouvemens de ces deux *planètes*, ils nous paroissent inégaux & irréguliers, ainsi que ceux de mars.

Enfin il est évident que la terre tourne autour du soleil, comme centre, tant par la place qu'elle occupe entre les orbites de mars & de vénus, que par les phénomènes des *planètes* supérieures vues de la terre : si la terre étoit en repos, on ne verroit les *planètes*, ni stationnaires, ni retrogrades. La terre se meut donc : or nous avons fait voir qu'elle doit se trouver entre les orbites de mars & de vénus : donc le soleil est à-peu-près le centre : donc la terre tourne autour du soleil. Nous en verrons d'autres preuves au *mot* SYSTÊME.

Ainsi, nous connoissons la disposition des orbites planétaires; il s'agit d'expliquer la manière de trouver les dimensions de ces orbites, les mouvemens & les distances des *planètes*.

La première chose que l'on demande au sujet des *planètes*, c'est la durée de leurs révolutions; on en trouvera la table à la fin de cet article, la manière de l'observer sera expliquée au *mot* RÉVOLUTION. *Voyez aussi* ÉQUATION SÉCULAIRE.

La connoissance des révolutions conduit à celle des distances, puisqu'il est prouvé que les carrés des tems sont comme les cubes des distances. *Voyez* LOIX DE KÉPLER.

Inégalités des planètes. Dès qu'on eut déterminé les révolutions planétaires, les astronomes remarquèrent que ces révolutions n'étoient pas égales & uniformes; mais ce ne fut qu'environ 200 ans avant J. C. qu'on s'apperçut de ces inégalités; celles du soleil furent probablement les premières qu'on observa, parce que les équinoxes & les solstices en fournissoient une indication manifeste. Hipparque trouva que le soleil employoit 187 jours à aller de l'équinoxe du printems à l'équinoxe d'automne, c'est-à-dire, à parcourir la première moitié de son cercle, & seulement 178 jours à parcourir l'autre moitié, 94 $\frac{1}{2}$ depuis l'équinoxe du printems jusqu'au solstice, & 92 $\frac{1}{2}$ jusqu'à l'équinoxe d'automne. La première idée que l'on dut avoir de la cause de cette inégalité, fut qu'elle étoit seulement apparente. Le soleil, disoient les premiers philosophes, doit décrire un cercle, puisque c'est la plus parfaite de toutes les figures, & doit le décrire uniformément, puisque le mouvement uniforme est le plus parfait de tous. Mais si la terre, où nous

ſommes placés, n'eſt pas le centre de ce cercle, dès-lors les parties du cercle les plus éloignées de nous paroîtront plus petites que les portions les plus voiſines, & le mouvement du ſoleil nous paroîtra plus lent dans les parties les plus éloignées. Soit *D* (*fig.* 92) le centre du cercle *FKML* que décrit le ſoleil chaque année, & *T* un autre point où la terre ſoit ſuppoſée être placée; le ſoleil étant en *F*, ſera plus éloigné de nous que lorſqu'il ſera en *M*, & l'eſpace qu'il parcourt chaque jour nous paroîtra plus petit; le mouvement ſera uniforme autour du centre *D*, & cependant il paroîtra inégal vu de la terre *T*.

Voici la manière dont on cherchoit la ſituation du centre de l'orbite par rapport au centre de la terre. Soit *C* (*fig.* 114) le centre du cercle que décrit le ſoleil, *EB* un arc égal au mouvement moyen en 94 jours & demi, *BD* un arc égal au mouvement en 92 $\frac{1}{2}$, on tirera la corde *ED*, & la perpendiculaire *BT*, & le point *T* ſera le lieu de la terre, *TC* l'excentricité; car il faut que la terre ſoit en un point d'où elle voie le ſolſtice à 90° des équinoxes. Prenant la moitié de l'arc *EBD*, c'eſt-à-dire *EH*, & qu'on ôte *HG* de 90°, on aura *BH* & *EG*, & les valeurs de *CL* & *TL*, qui feront trouver l'excentricité *TC*, & l'angle *LTC* égal à la longitude de l'apogée *A*, par rapport à l'équinoxe *E*, pour l'époque où l'on ſuppoſe les intervalles de tems rapportés ci-devant.

Il y eut auſſi des aſtronomes qui ſuppoſèrent le mouvement uniforme autour d'un point *E*, *fig.* 92, différent du centre *D*; ce point d'égalité s'appelloit, dans l'ancienne aſtronomie, *punctum æquantis*, & le cercle *RKOL*, décrit du centre *E*, ſur un rayon égal à celui de l'excentrique *FKML*, s'appelloit l'*équant*. Ce que nous venons d'expliquer par un cercle excentrique, peut s'expliquer de même par un cercle homocentrique, c'eſt-à-dire, dont le centre réponde au centre même de la terre, en y ajoutant un épicycle. Si l'on ſuppoſe la terre au centre *D* de l'orbite du ſoleil, mais qu'au lieu de parcourir le cercle *FKM*, le ſoleil parcoure l'épicycle *AGP*, tandis que le centre *F* de l'épicycle parcourt le cercle *FKM*, le mouvement du ſoleil, dans la partie ſupérieure de l'épicycle en *A*, détruiſant une partie du mouvement de l'épicycle de *F* en *I*, le ſoleil paroîtra aller plus lentement, de la même manière que, s'il parcouroit réellement l'arc *FI*, la terre étant plus éloignée de lui, c'eſt-à-dire, en *T*. Ainſi, l'on pouvoit repréſenter l'inégalité d'une planète par un excentrique, ou par un épicycle; & quand il y avoit deux inégalités à repréſenter, on mettoit un épicycle ſur un excentrique, ou deux épicycles l'un ſur l'autre.

Or l'on avoit en effet obſervé, dans les planètes, une ſeconde inégalité qui produiſoit des ſtations & des rétrogradations dans leurs mouvemens, & qui recommençoit toutes les fois qu'elles étoient à la même ſituation par rapport au ſoleil. Cette ſeconde inégalité s'exprimoit par un épicycle porté ſur un excentrique, mais Képler reconnut, ainſi que Copernic, que cette ſeconde inégalité étoit une apparence produite par le mouvement de la terre, comme nous l'expliquerons au *mot* SYSTÊME; il ne reſtoit donc plus qu'à repréſenter le première inégalité par le moyen d'un excentrique : c'eſt en faiſant des efforts pour y parvenir exactement, que Képler reconnut l'inſuffiſance des cercles, du moins pour l'orbite de mars, comme nous allons l'expliquer.

Képler découvrit en effet la véritable figure des orbites & les véritables loix des mouvemens planétaires; juſqu'alors on avoit ſuppoſé les orbites circulaires & excentriques, & les mouvemens uniformes, ou autour du centre *D*, ou autour d'un point *E*, qu'on appelloit le *centre d'égalité*. Tycho avoit formé une hypothèſe qui repréſentoit, à quelques minutes près, toutes les obſervations de mars, au moyen d'un excentrique, en plaçant le point *E* & le point *T*, à des diſtances différentes par rapport au centre *D*; Képler ſavoit déjà que l'excentrique pouvoit s'accorder, à cinq minutes près, avec les obſervations, & malgré cela l'hypothèſe lui paroiſſoit peu vraiſemblable; il s'occupa à diſcuter les obſervations de mars faites par Tycho, pour en tirer, s'il étoit poſſible, quelque choſe de plus exact; ce fut alors que commencèrent les recherches qui ſe trouvent détaillées dans ſon grand ouvrage, intitulé: *Aſtronomia Nova* Αἰτιολογήτος, *ſeu phyſica cœleſtis; tradita commentariis de motibus ſtellæ martis ex obſervationibus C. V. Tychonis-brahe*; Pragæ, 1609, *in-fol.* C'eſt dans ce livre célèbre que l'on peut voir la marche de l'inventeur.

Le premier pas qu'il falloit faire dans cette carrière, étoit de trouver les diſtances de la terre au ſoleil, qui ſervent d'échelle & de terme de comparaiſon, pour toutes les autres diſtances que l'on meſure dans le ciel. Pour avoir les diſtances de la terre en divers temps de l'année, il falloit trouver l'excentricité *SB* de l'orbite terreſtre *ADGE*, *fig.* 78. Képler reconnut que le point d'égalité n'étoit pas au centre *B*, mais en un autre point *C*. Voici ſa méthode. Soit *M* le lieu de mars dans ſon orbite, obſervé deux fois lorſque la terre étoit en *D* & en *E*, & mars au même point *M*, c'eſt-à-dire, après la durée d'une révolution ou de pluſieurs; le point *M* étoit choiſi de manière que les angles *MCD* & *MCE* étoient des angles droits; le point *C* étant celui autour duquel la terre, vue du ſoleil *S*, devoit paroître ſe mouvoir uniformément. Tycho, à l'exemple de Ptolemée, ſuppoſoit que les mouvemens moyens du ſoleil décidoient ſeuls de la ſeconde inégalité, qu'elle ne diſparoiſſoit que quand la planète étoit oppoſée au lieu moyen du ſoleil,

soleil, & qu'elle étoit égale à égale distance entre la planète & le lieu moyen du soleil; *CD* & *CE* étant égales, comme Tycho le pensoit, & les angles *C* étant droits, les angles *DMC*, *CME* (que nous appellons les *parallaxes annuelles de mars*), devoient être les mêmes; mais, comme *CE* étoit véritablement plus grande que *CD*, parce que le point d'égalité n'est point en *B*, mais en *C*, l'angle *CME* se trouvoit être plus grand que l'angle *CMD*, & celui qui s'obstinoit à supposer toujours que le rayon *BD* du cercle annuel de la terre étoit la base de cet angle là, étoit réduit à dire que le rayon du cercle décrit par la terre, n'étoit pas toujours de la même grandeur; c'est ce que Tycho écrivoit à Képler. Celui-ci soupçonna d'abord que cette variation, dans la grandeur du rayon de l'excentrique de la terre, introduite par Tycho, provenoit de ce que le point d'égalité *C*, autour duquel on comptoit les angles de commutation, ne devoit pas être le centre du cercle. Pour s'en assurer, il choisit deux observations faites dans les jours où la longitude héliocentrique de mars étoit la même, la terre étant en *T* & en *R*, & où les angles de commutation *MCT* & *MCR* étoient égaux; ainsi, les parallaxes annuelles *CMT* & *CMR* étoient faciles à trouver par l'observation; elles se trouvèrent différentes de 1° 15′, quoique les angles, qu'il appelloit *anomalies de commutation* *MCT* & *MCR* fussent égaux; cela prouvoit que la ligne *CR* étoit plus grande que *CT*, & par conséquent *CE* plus grande que *CD*; ainsi, le point d'égalité autour duquel les mouvemens de la terre sont sensiblement uniformes, & auquel se rapportoient les commutations égales *MCE*, *MCD*, suivant la méthode de Tycho, n'étoit pas le centre *B* de l'orbite terrestre, mais un point *C*, placé de l'autre côté du centre.

C'étoit une découverte importante que d'avoir démontré ainsi la bissection de l'excentricité pour la terre, tandis que les anciens ne l'admettoient que pour les planètes supérieures. Sans cette découverte, on ne pouvoit déterminer exactement les distances de la terre au soleil en différens tems de l'année, fondement essentiel de toutes les recherches suivantes.

Après avoir déterminé la position du centre d'égalité (*puncti æquantis*) pour l'orbite de la terre, Képler songea à le déterminer aussi pour l'orbite de mars, c'est-à-dire, à déterminer son excentricité: voici la méthode qu'il employoit. Soit *B*, *fig.* 79, le centre de l'excentrique de mars, *HBAI* la ligne des apsides; soit *A* le centre du soleil, & *C* le point autour duquel les mouvemens de la planète seroient uniformes; *F*, *G*, *D*, *E*, quatre longitudes de mars observées, lorsque cette planète étoit en opposition, & que la seconde inégalité étoit nulle; Képler se propose le problême suivant: trouver les angles *FAH*, *FCH*, tels que les quatre points *F*, *G*, *D*, *E* soient dans un cercle, & que le centre *B* de ce cercle soit entre les points *C* & *A*, c'est-à-dire, l'angle *BAD* égal à l'angle *CAD*; Képler ne résolvoit le problême que par de fausses positions: il supposoit d'abord qu'on connût la distance *CA* avec les angles *FCH* & *FAH*; il calculoit, par la trigonométrie, toutes les autres parties de la figure, pour savoir si, à la fin du calcul, les quatre angles formés en *A* se trouvoient égaux à 360°, & les trois points *A*, *B*, *C* sur une même ligne; dans ce cas, tout étoit connu; sinon il ne s'agissoit que de recommencer le calcul avec d'autres suppositions. Après avoir fait plus de soixante & dix fois de semblables calculs pendant l'espace de cinq ans, il trouva un cercle qui représentoit les oppositions de mars à une ou deux minutes près, mais l'erreur alloit quelquefois à 8 minutes hors des oppositions. Cela lui persuadoit que les distances de mars au soleil étoient défectueuses; il songea donc à s'en assurer par la méthode suivante.

Soit *S* (*fig.* 80) le centre du soleil, *M* celui de mars, *B* & *C* deux points de l'orbite terrestre où se soit trouvée la terre, lorsque mars étoit au même point *M* de son orbite, & par conséquent à la même distance *SM* du soleil; on connoît les deux positions de la terre, c'est-à-dire, ses longitudes & ses distances au soleil; il s'agit de trouver *SM*; dans le triangle rectangle *BSC*, l'on connoît les deux côtés *BS*, *SC*, & l'angle *BSC*, différence entre les deux longitudes de la terre en *B* & en *C*; l'on trouvera les angles *BCS*, *CBS*, & le côté *BC*; l'angle *MBS* est la différence entre la longitude observée de mars & celle du soleil, au tems de l'observation faite en *B*; si l'on en retranche l'angle *CBS* que nous venons de trouver, on aura l'angle *MBC*; si l'on ôte aussi l'angle *BCS* de l'angle *MCS*, on aura l'angle *MCB*; ainsi, dans le triangle *MCB*, l'on connoît deux angles & le côté compris, on trouvera aisément *MB* & *MC*; enfin, dans le triangle *MBS*, on connoît deux côtés *MB*, *BS*, avec l'angle compris *MBS*; on trouvera sa distance *MS*, avec l'angle *MSB*, qui, étant ôté de la longitude de la terre, lorsqu'elle étoit en *B*, donnera la longitude héliocentrique de mars, dans chacune des deux observations.

Cette méthode servit à trouver les distances de toutes les *planètes* au soleil en parties de celle de la terre au soleil; on en trouvera la table ci-après.

Pour avoir ces distances en mesure absolue, par exemple, en lieues, il faut connoître la *parallaxe*. On trouvera aussi, à la fin de cet article, les distances de toutes les *planètes* au soleil & à la terre, en supposant la parallaxe du soleil de huit secondes & six dixièmes.

La méthode par laquelle Képler trouvoit les distances de mars au soleil, lui donnoit un moyen de trouver aussi l'excentricité de mars: ayant

déterminé deux distances de mars, l'une aux environs de son aphélie, l'autre aux environs du périhélie, la différence étoit le double de l'excentricité.

Képler détermina ainsi, par plusieurs observations, trois distances de mars au soleil, *AF*, *AE*, *AD*, *fig.* 79, indépendantes de toute supposition sur la théorie de mars; il trouva aussi l'excentricité *AB*, par la comparaison des deux distances de mars *AH*, *AI*, prises dans l'aphélie & dans le périhélie, indépendamment de toute hypothèse; enfin il avoit déterminé la position de la ligne des apsides *HI*. Supposant donc l'orbite circulaire, il étoit facile de calculer ces trois distances; il les trouva toutes plus grandes que les distances observées, & cela d'autant plus qu'elles approchoient des côtés *G* & *E* de la figure. Cela prouvoit donc nécessairement que l'orbite étoit applatie, ou rentrante par les côtés, c'est-à-dire, ovale; d'où suivoit la conclusion importante & fameuse que Képler en tira, & qui fut la première loi de Képler; savoir, que les orbites planétaires étoient des ellipses, car l'ellipse est de toutes les courbes alongées, ou ovales, la plus simple, & celle qui se présente la première; cela fut confirmé par l'examen des lieux de mars observés dans toutes ses positions, qui se trouvèrent d'accord aussi-bien que ses distances, avec les calculs faits dans l'ellipse ordinaire. Cette conclusion, que Képler étendit ensuite à toutes les planètes dans ses tables rudolphines, parut toujours également exacte; elle s'est trouvée dans la suite être une conséquence de l'attraction universelle.

C'est ainsi qu'il a été prouvé que les planètes décrivoient des ellipses dont le soleil occupe le foyer. Nous avons expliqué la manière de trouver le lieu de *l'aphélie* & *l'excentricité*.

Ainsi, le principal problême de l'astronomie se réduit à déterminer la grandeur, la figure & la situation d'une ellipse, par le moyen de trois observations; j'ai donné, dans mon *Astronomie*, toutes les méthodes que l'on peut employer pour cet effet, &, dans les *Mémoires* de 1775, une méthode qui n'exige pas une heure de tems & une page de calcul, pour trouver l'alphélie, l'excentricité & la longitude moyenne d'une planète par trois observations.

L'on a vu à différens articles de ce Dictionnaire, les méthodes particulières qui servent à déterminer tous les élémens d'une *planète*, la distance moyenne, l'aphélie, l'excentricité, l'inclinaison, le nœud, la révolution & le mouvement moyen, l'équation de l'orbite, le rayon vecteur ou la vraie distance au soleil, & l'époque de sa longitude moyenne pour un tems donné.

On a vu au *mot Anomalie*, la manière de calculer le lieu d'une planète dans son ellipse, dès qu'on connoît la durée de sa révolution, & le tems du passage par l'aphélie; ainsi, il ne manque rien pour assigner en tout tems le lieu d'une planète vue du soleil, ou sa longitude héliocentrique, de même que son rayon vecteur, ou sa distance au soleil.

Lorsqu'on connoît la longitude héliocentrique & la distance au soleil, on trouve la longitude héliocentrique par la résolution d'un triangle, comme on l'a vu au *mot* LONGITUDE.

L'INCLINAISON de l'orbite d'une planète, & la situation de ses NŒUDS, doivent entrer dans les calculs: nous avons expliqué la manière de les déterminer.

Cause physique du mouvement des planètes. Pour expliquer le mouvement des *planètes* autour du soleil, il ne faut que supposer qu'elles ont d'abord reçu un mouvement de projection uniforme en ligne droite, & qu'elles ont une force de gravitation ou d'attraction, telle que nous l'observons dans tous les grands corps de notre système: car un corps *P*, (*fig.* 82), qui tend à avancer uniformément le long d'une ligne *PQ*, doit, par la force d'un corps *S* qui l'attire, être détourné à chaque moment de son chemin rectiligne, & obligé de prendre un mouvement curviligne *PQR*, selon les loix des forces centrales. *Voyez* FORCE.

Si le mouvement de projection est perpendiculaire à la ligne *SP* tirée du corps attirant *S*, & que la vîtesse de ce mouvement soit tellement proportionnée à la force d'attraction du corps *S*, que les forces centrale & centrifuge soient égales, c'est-à-dire, que l'effort pour tomber vers le corps central *S* en ligne droite, & l'effort pour avancer dans la direction de la tangente *PQ* se contrebalancent l'un l'autre, le corps *P* doit faire sa révolution dans un orbite circulaire.

Si le mouvement de projection de la *planète* ne contrebalance pas parfaitement l'attraction du soleil, la *planète* décrira une ellipse; si le mouvement de la *planète* est trop prompt, l'orbite sera plus grande qu'un cercle, & le foyer le plus proche sera dans le corps central même: si le mouvement est trop lent, l'orbite sera moindre qu'un cercle, & le corps central occupera le foyer le plus éloigné.

Mais la forme des orbites planétaires ne dépend pas seulement de la proportion entre le mouvement de projection, & la force attractive, elle dépend aussi de la direction suivant laquelle ce mouvement peut avoir été imprimé. Si la direction étoit suivant la tangente, comme nous l'avons supposé jusqu'ici, & que les forces centrales se contrebalançassent exactement, les orbites seroient circulaires; mais, si la direction étoit oblique, l'orbite de la *planète* seroit toujours une ellipse; quelque rapport qu'il y eût d'ailleurs entre l'attraction & le mouvement de projection.

Les mouvemens des *planètes* dans leurs orbites elliptiques, ne sont pas uniformes, parce que le soleil n'occupe pas le centre de ces orbites, mais leur foyer. Les *planètes* se meuvent donc tantôt

plus vîte, tantôt plus lentement, selon qu'elles sont plus proches ou plus éloignées du soleil; mais ces irrégularités sont elles-mêmes réglées de maniere que les aires sont égales en tems égaux. *Voyez* AIRES.

A l'égard du mouvement que toutes les *planètes* ont dans le même sens d'occident en orient, de leur mouvement de rotation autour de leurs axes, & de l'inclinaison de leurs orbites au plan de l'écliptique, ces phénomenes ne sont pas si faciles à expliquer dans le systême neutonien, que le mouvement autour du soleil.

Descartes s'étant apperçu que les *planètes* alloient toutes dans le même sens, imagina de les faire nager dans un fluide très-subtil qui tournoit en tourbillon autour du soleil, & qui emportoit toutes les *planètes* dans la même direction. Neuton ne paroît point donner d'autre raison de ce mouvement commun, que la volonté du Créateur. Il en est de même du mouvement de rotation & de l'inclinaison des orbites des *planètes* au plan de l'écliptique. Tous ces mouvemens, dit-il, n'ont point de cause méchanique : *Hi motus originem non habent ex causis mechanicis.* La raison qu'il en apporte, c'est que les cometes se meuvent autour du soleil dans des orbites fort excentriques, & vont indifféremment en tous sens, les unes d'orient à l'occident, d'autres du midi au nord, *&c.* Il est certain que si le mouvement commun de toutes les *planètes* d'occident en orient étoit causé par un tourbillon dont les couches les entraînassent, les cometes qui descendent fort loin dans ce tourbillon, devroient aussi se mouvoir toutes dans le même sens; or c'est ce qui n'arrive pas.

A l'égard de la rotation des *planètes* autour de leurs axes, dans le même sens qu'elles tournent autour du soleil, c'est un phénomène que Descarte a tenté d'expliquer aussi par les tourbillons; mais la plupart de ses partisans l'ont abandonné là-dessus. On lui a objecté qu'en vertu de ses tourbillons, les *planètes* devroient tourner sur elles-mêmes en sens contraire, c'est-à-dire, d'orient en occident; & il ne paroît pas que jusqu'à présent l'hypothèse des tourbillons ait pu satisfaire à cette partie du systême général du monde.

Jean Bernoulli, dans le *tome IV. de ses œuvres, in-4.°*, imprimées à Lausanne en 1743, explique le mouvement de rotation des *planètes* dans le systême de Neuton, d'une maniere assez ingénieuse. Cet auteur remarque que tout corps à qui on imprime un mouvement de projection suivant une direction qui ne passe pas par son centre de gravité, doit tourner autour de ce centre de gravité, tandis que ce centre va en avant, suivant une direction parallele à celle de la force qui a imprimé le coup. Il suffit donc, pour imprimer la rotation des *planètes*, de supposer que le mouvement de projection, qui leur a été imprimé d'abord suivant l'idée de Neuton, avoit une direction qui ne passoit point par leur centre de gravité.

Les Cartésiens font, sur le mouvement des *planètes*, une objection qu'ils croient victorieuse, contre le Neutonianisme. Si le soleil, disent-ils, attiroit les *planètes*, elles devroient s'en approcher sans cesse, au lieu que tantôt elles s'en approchent, tantôt elles s'en éloignent. Il est vrai que les *planètes* tendent à s'approcher du soleil par leur gravitation vers cet astre, mais elles tendent à s'en éloigner par leur mouvement de projection, qui les feroit aller en ligne droite : or, si le mouvement de projection est tel, que les *planètes*, en vertu de ce mouvement, s'éloignent plus du soleil que la gravitation ne les en approche, elles s'éloignent du soleil nonobstant la gravitation, mais moins à la vérité que si la gravitation étoit nulle. C'est en effet ce qui arrive, comme le calcul le fait voir, quand les *planètes* sont arrivées à leur périhélie, où leur vîtesse de projection est la plus grande, & où par conséquent elles tendent à s'éloigner le plus du soleil en vertu de cette vîtesse. Il est vrai que le soleil les attire aussi davantage dans ce même point; mais, comme le calcul le prouve, il ne les attire pas autant que leur vîtesse de projection les éloigne. La force centrifuge augmente plus par la vîtesse, que l'attraction n'augmente par le rapprochement de la *planète* au soleil : c'est ce que j'ai prouvé en détail dans le livre XXII de mon *Astronomie.*

Le mouvement diurne, ou la *rotation* d'une planète autour de son axe s'observe par le moyen de ses *taches*; nous expliquerons la maniere de déterminer la vîtesse & la direction de ce mouvement au *mot* ROTATION.

Les *planètes* éprouvent aussi des inégalités ou des perturbations, qui devroient entrer dans les tables astronomiques, mais qui sont trop petites & trop peu connues jusqu'ici, pour être employées dans les calculs ordinaires; il n'y a que le soleil & jupiter, dont les perturbations aient été employées dans nos tables, quoiqu'on ait calculé aussi celles des autres planètes. *V.* PERTURBATIONS & ÉQUATIONS *séculaires.*

Les phénomènes des *planètes* inférieures sont leurs CONJONCTIONS, ÉLONGATIONS, STATIONS, RÉTROGRADATIONS, PHASES & ECLIPSES. Les phénomènes des *planetes* supérieures, sont les mêmes que ceux des *planetes* inférieures, en ajoutant l'OPPOSITION.

A l'égard des phénomènes particuliers de chaque *planète*, on les trouvera au articles de chacune. *Voyez* MARS, *&c.*

La formation des *planètes* détachées de la masse du soleil par le choc d'une comete, est une hypothèse de physique digne d'être lue dans l'ouvrage de M. le comte de Buffon sur l'histoire naturelle. On trouvera dans les supplémens du

même auteur, un volume des époques de la nature, qui contient de nouvelles preuves & de nouvelles conséquences de cette théorie de la terre & des *planètes*, & même le calcul du tems où ces *planètes* ont dû commencer à être habitées, & où elles devroient cesser de l'être par le refroidissement qui se fait peu-à-peu. *Voyez* MONDES.

LES TABLES des *planètes* sont le résultat de toutes les observations, de toutes les recherches, de tous les calculs des astronomes; & sans les tables, on ne pourroit prédire les éclipses ou autres phénomènes, & se préparer à les observer sans faire à chaque fois des calculs d'une longueur rebutante; aussi les astronomes se sont-ils presque tous occupés à faire de bonnes tables des mouvemens planétaires.

Les tables les plus familières aux astronomes, sont celles qui servent à calculer le lieu d'une *planète* pour un tems quelconque, & qui renferment cinq articles principaux, ou cinq espèces de tables différentes; 1.° les longitudes moyennes de chaque *planète*, vues du soleil pour le commencement de chaque année; c'est la table des *époques* ou des racines des moyens mouvemens: on y joint la longitude de l'aphélie & celle du nœud; tout cela pour le premier janvier à midi, dans les années bissextiles, ou pour le 31 décembre précédent, si l'année est commune; on trouvera ci-après les époques pour 1780.

2.° Les moyens mouvemens de la *planète* pour les années, les mois, les jours, les heures, minutes & secondes, & les mouvemens de l'aphélie & du nœud.

3.° L'équation de l'orbite ou l'équation du centre pour chaque degré d'anomalie ou de distance à l'aphélie. Cette équation appliquée à la longitude moyenne, donne la longitude vraie de la *planète* dans son orbite. On ajoute à la table d'équation, celle de la distance du soleil, ou du rayon vecteur de la *planète*.

4.° La réduction à l'écliptique, ou la différence entre la longitude dans l'orbite & la longitude réduite à l'écliptique dont on a coutume de se servir; cette réduction dépend de la distance entre la *planète* & son nœud; la latitude de la *planète*, ou la distance à l'écliptique vue du soleil. Les fondemens de toutes ces tables ont été expliqués à leur place.

Telle est la forme des tables des *planètes* usitées depuis long-tems. M. de Fouchy en avoit proposé dans les mémoires de 1731, d'une forme nouvelle; mais l'ancienne est consacrée par les tables les plus célèbres, qui ont été celles de Ptolemée, les tables Alfonsines, les tables de Copernic, les tables Rudolphines de Képler, celles de Halley, & celles de Cassini. Les dernières tables sont les miennes, qui ont paru dans la seconde édition de mon *Astronomie* en 1771, & qui sont le résultat des observations & des calculs les plus récens & les plus exacts.

Explication de la Table des révolutions & des élémens des planètes.

Pour rapprocher tous les résultats de l'astronomie planétaire, j'ai dressé la table suivante qui contient l'abrégé de toutes les recherches faites jusqu'à ce jour, & des tables dont les astronomes se servent; j'ai ajouté la nouvelle planète de *Herschel*, aux sept autres planètes anciennement connues.

Les révolutions des *planètes* y sont exprimées en années communes de 365 jours, & en jours, heures, minutes & secondes, d'après les dernières observations dont je me suis servi pour mes tables. D'abord les révolutions tropiques, ou par rapport aux points équinoxiaux, ensuite les révolutions sidérales, ou par rapport aux étoiles, enfin les révolutions synodiques, ou le retour de leurs conjonctions & de leurs oppositions au soleil: on peut voir aux *mots* ANNÉE & RÉVOLUTION, la manière de calculer ces différentes sortes de périodes.

Les révolutions que l'on trouve dans cette table, comme dans tous les livres d'astronomie, sont des révolutions moyennes ou uniformes, dans lesquelles on fait abstraction de toutes les inégalités que les *planètes* éprouvent dans la durée de chaque révolution. Ces périodes sont constantes à très-peu-près. *Voyez* EQUATIONS SÉCULAIRES.

Les longitudes moyennes sont pour le 1 janvier 1780, à midi moyen au méridien de Paris; celles du soleil & de la lune sont des longitudes vues de la terre, les autres sont des longitudes héliocentriques.

Le mouvement annuel de chaque planète pour 365 jours, est exprimé en signes, degrés, minutes & secondes; j'ai même ajouté des décimales de secondes pour les mouvemens des apsides & des nœuds.

Quoiqu'il n'y ait que douze signes dans un cercle, j'ai mis pour le mouvement de la lune 148 signes, parce que la lune fait douze révolutions entières & 4 signes de plus, ce qui fait en tout 148 signes par an.

Le lieu de l'apside supérieure, qui est dans la colonne suivante, est pour l'apogée du soleil & de la lune; mais c'est pour l'aphélie des six autres planètes.

Les distances des *planètes* sont des distances au soleil, excepté la première qui est la distance à la terre; elles sont toutes en parties de la distance du soleil à la terre, supposée de cent mille parties; c'est sous cette forme qu'on les emploie dans les tables astronomiques.

L'excentricité est exprimée en parties sembla-

b'es, excepté pour la lune où elle est en décimales de sa distance moyenne à la terre.

La vîtesse de chaque *planète* en une minute de tems, est une vîtesse moyenne, exprimée en lieues de 2283 toises; je n'y ai pas mis la vîtesse du mouvement diurne de la terre; elle est de 238 toises en une seconde de tems, à-peu-près comme celle d'un boulet de canon au commencement de son mouvement.

Les diamètres apparens des *planètes* se mesurent avec les *micromètres*, en minutes & en secondes; ils varient suivant les distances, mais on les trouve dans la table suivante, tels qu'ils paroîtroient s'ils étoient tous à la distance du soleil à la terre.

Quand on connoît la distance absolue & l'angle du diamètre apparent, il suffit de multiplier la distance par le sinus de l'angle, pour avoir le diamètre en lieues.

Le diamètre du soleil est ici plus petit de quelques secondes, que celui que j'ai déterminé par les plus exactes observations; mais il m'a paru, par les durées des éclipses du soleil & des passages de vénus sur le soleil, que le véritable diamètre du soleil est amplifié par l'irradiation de sa lumière, & qu'ainsi il faut ôter quelque chose du diamètre observé. Les chiffres qui sont après les virgules, indiquent des décimales; par exemple, le diamètre de la lune est de 4″, 696, c'est-à-dire, 4 secondes, 6 dixièmes, 9 centièmes & 6 millièmes de secondes, ou 696 millièmes: c'est le diamètre que nous appercevrions, si la lune étoit aussi éloignée de nous que le soleil.

Les masses des *planètes* ne dépendent pas seulement de leurs grosseurs, mais encore de leurs densités; il faut donc chercher les masses par une méthode particulière; c'est ce qu'a fait Neuton, en partant du principe que l'attraction est proportionnelle à la masse qui attire, & en comparant les distances des satellites des différentes *planètes* avec les vîtesses de ces mêmes satellites, qui sont d'autant plus grandes à pareilles distances que la masse attractive qui les retient, est plus considérable. Cette densité est inconnue pour les *planètes* qui n'ont point de satellites; mais je l'ai supposée dans le rapport des racines des moyens mouvemens. *Voy*. DENSITÉ.

Quand on connoît la masse, il est aisé de trouver l'effet de la pesanteur à la surface de chaque *planète*, ou la vîtesse des corps graves qu'on y laisseroit tomber. La vîtesse des graves à la surface de la terre, est de 15 piés & 1038 dix-millièmes de piés; j'ai ajouté à la vîtesse qui s'observe en effet sous l'équateur à la surface de la terre (déduite de la longueur du pendule à secondes), la quantité dont la force centrifuge la diminue, afin d'avoir la véritable vîtesse qui auroit lieu, si la terre étoit immobile. Voyez *pesanteur à la surface des planètes.*

En calculant la densité de saturne, j'ai pris un milieu entre les masses qui résultent des distances des cinq satellites observées par Cassini; d'autres astronomes se contentent de la distance du quatrième satellite qui est la mieux connue; j'ai aussi négligé la masse de l'anneau, & je l'ai supposée réunie au globe de saturne, parce que son épaisseur est fort petite; d'ailleurs sa masse étant absolument inconnue, cet élément ne pouvoit entrer dans le calcul.

Avec les distances moyennes qui sont à la fin de cette table, on peut avoir la plus grande & la plus petite distance de chaque *planète* à la terre: par exemple, pour mercure, qui est éloigné du soleil de 13 millions de lieues, le soleil étant éloigné de la terre de 34, la somme 47 est la plus grande distance de mercure à la terre; la différence 21 est la plus petite. Pour saturne, la somme de 34 & de 328 millions, nous apprend que sa plus grande distance à terre est de 362 millions de lieues; la différence 293 est la plus petite distance, du moins en négligeant l'excentricité des orbites.

L'incertitude qu'il peut y avoir sur la distance du soleil & des autres *planètes* à la terre, est d'une cinquantième partie du total, peut-être même de 6 à cent mille lieues pour le soleil; mais la distance de la lune est beaucoup mieux connue: il n'y a pas 50 lieues d'incertitude sur les 86 mille lieues de sa distance à la terre. Les distances moyennes de mercure & de vénus sont les mêmes que la distance du soleil à la terre; car ces deux *planètes* vont autant au-delà qu'en-deçà du soleil. Les élémens des *satellites* & *des comètes*, se trouveront dans leurs articles respectifs. (*D. L*)

TABLE DES PLANÈTES,

Contenant leurs Révolutions, les Elémens de leurs orbites, leurs Diſtances, leurs Diamètres apparens à la diſtance moyenne du ſoleil à la terre, leurs Diamètres vrais, en ſuppoſant la parallaxe du ſoleil de $8'' 6$, avec leurs volumes, leurs denſités & leurs maſſes.

Planètes.	Révolution tropique. Ans.	J.	H.	M.	S.	Déc.	Révolution ſidérale. Ans.	J.	H.	M.	S.	Déc.	Révolut. ſynodique. J.	H.	M.	Sec.
Le Soleil,	1	0	5	48	48	0	1	0	6	9	10	4				
La Lune,	0	27	7	43	4	6	0	27	7	43	11	5	29	12	44	3
Mercure,	0	87	23	14	25	9	0	87	23	15	37	0	115	21	3	22
Vénus,	0	224	16	41	32	4	0	224	16	49	12	7	583	22	7	6
Mars,	1	321	22	18	27	3	1	321	23	30	43	3	779	22	28	26
Jupiter,	11	315	8	58	27	3	11	317	8	51	25	6	398	21	15	45
Saturne,	28	164	7	21	50	0	29	176	14	36	52	5	378	2	8	8
Herſchel	83	52	4	10	27	0	83	150	18	0	0	0	369	15	53	59

Planètes.	*Longitude moyenne en 1780.* Sig. D. M. S.	*Mouvem. annuel.* Sig. D. M. S.	*Apſide, apogée ou aphélie.* Sig. D. M. S.	*Mouvement annuel de l'apſide.* D. M. S.	*Equation de l'orbite.* D. M. S.	*Diſtance.*
Le Soleil,	9 10 44 4	11 29 45 40 5	3 9 10 49	1 5 5	1 55 31 6	100000
La Lune,	7 5 14 41	148 9 23 5	10 11 44 34	40 39 50 0	6 18 32	
Mercure,	3 7 28 15	49 23 43 8	8 14 8 20	1 10 6	23 40 49	38709
Vénus,	10 22 53 55	19 14 47 29	10 8 30 0	1 39 0	0 47 20	72333
Mars,	0 4 45 39	6 11 17 10	5 2 1 54	1 7 0	10 40 20	152369
Jupiter,	6 15 2 1	1 0 20 38	6 10 53 31	1 2 0	5 34 1	520097
Saturne,	7 27 38 4	0 12 13 26	9 0 39 30	1 30 0	6 23 19	953936
Herſchel,	2 27 49 19	0 4 19 47 3	11 25 9 49	0 50 25	5 33 0	1904596

	Excentricité.	*Nœud aſcendant en 1780.*	*Mouvement annuel du Nœud.*	*Inclinaiſon.*	*Vîteſſe par minute en lieues.*	
Le Soleil,	1680				415	
La Lune,	0,0550348	$10^s\, 11^\circ\, 44'\, 34''$	$19^\circ\, 19'\, 43'',0$	$5^\circ\, 8'\, 46''$	14	
Mercure,	7960	1 15 43 45	0 45, 0	7 0 0	667	
Vénus,	498	2 14 41 18	0 31, 54	3 23 20	488	
Mars,	14211	1 17 56 24	0 39, 8	1 51 0	337	
Jupiter,	25277	3 8 46 0	1 0, 0	1 19 10	182	
Saturne,	53210	3 21 46 17	0 30, 17	2 30 20	134	
Herſchel,	90805	2 12 50 19	50 25, 0	46 25	95	

TABLE DES PLANÈTES.

PLANÈTES.	*Diam. observés*	*Diamètres à la distance du soleil à la terre.*	*Diamètres en lieues de 25 au degré*	Diamètres par rapport à la terre.	
Le Soleil,	3236″	31′ 57″ 0	319314	111, 45	Cent & onze fois le diamètre de la terre.
La Terre,		17, 2	2865	1,	
La Lune,	3337	4, 696	782	0, 2731	Trois onzièmes du diamètre de la terre.
Mercure,	12	6, 9	1166	0, 4012	Deux cinquiemes.
Vénus,	57	16, 547	2748	0, 9593	Plus petit d'un vingt-cinquième.
Mars,	27	8, 943	1490	0, 5199	Moitié du diamètre de la terre.
Jupiter,	40	3 6, 82	31118	10, 862	Onze fois aussi grand.
Saturne,	18	2 51, 71	28601	9, 9830	Dix fois aussi grand.
Son anneau	42	6 40, 65	66737	23, 294	Vingt-trois fois aussi grand.
Herschel,	4	1 16, 2	12760	4, 454	Quatre fois aussi grand.

	Grosseurs par rapport à la terre.		*Densités par rapport à la terre.*
Le Soleil,	1384462	Quatorze cens mille fois plus gros que la terre.	0, 25484
La Lune,	0, 02036	La quarante-neuvième partie de la terre.	0, 74200
Mercure,	0, 064558	La quinzième partie de la terre.	2, 0377 dout.
Vénus,	0, 89025	Plus petite d'un neuvième.	1, 2750 dout.
Mars,	0, 1405	Un septième.	0, 7292 dout.
Jupiter,	1281	Treize cens fois aussi gros.	0, 25800
Saturne,	995	Mille fois aussi gros.	0, 10448
Herschel,	88, 46	Quatre-vingt-huit fois aussi gros.	0, 06224 dout.

	Masses par rapport à la terre.	*Vitesses des graves à la surface de chaque planète.*	Distances à la terre en lieues de 2283 toises.		
			La plus petite.	La moyenne.	La plus grande.
Le Soleil,	352813	428 pi. 99	33780210	34357480	34934726
La Terre,	1	15, 1038	....	....	....
La Lune,	0, 015107	3, 060	80187	86324	91397
Mercure,	0, 13155 d.	12, 346 d.	21057738	34357480	47657222
Vénus,	1, 1350 d.	18, 525 d.	9505595	34357480	59209365
Mars,	0, 1025 d.	5, 860 d.	17992760	52350240	86707720
Jupiter,	330, 60	42, 344	144335070	178692550	213050030
Saturne,	103, 95	15, 754	293391240	327748720	362106200
Herschel,	5, 50 d.	4, 193 d.	621245120	655602600	689960080

PLANIMÉTRIE, f. (*Géom.*) c'eſt la partie de la Géométrie, qui conſidere les lignes & les figures planes. *Voyez* GÉOMÉTRIE ; *voyez auſſi* LIGNE & FIGURE.

La *Planimétrie* eſt particulièrement bornée à la meſure des plans ou ſurfaces ; elle eſt oppoſée à la *Stéréométrie*, ou meſure des ſolides. *Voy.* STÉRÉOMÉTRIE.

La *Planimétrie*, ou l'art de meſurer les ſurfaces planes, s'exécute par le moyen de quarrés plus ou moins grands, comme piés quarrés, pouces quarrés, toiſes quarrées, perches quarrées, *&c.* c'eſt-à-dire, par des quarrés dont les côtés ſont un pié, un pouce, une toiſe, une perche, *&c.* Ainſi, on connoît la valeur d'une ſurface propoſée, quand on ſait combien elle contient de piés quarrés, ou de pouces quarrés, ou de toiſes quarrées, ou de perches quarrées, *&c.* *Voyez* AIRE, SURFACE, FIGURE, QUARRÉ, MESURER. (*E*)

PLANISPHERE, f. m. (*Aſtron.*) eſt une projection de la ſphère & de ſes différens cercles ſur une ſurface plane, comme ſur du papier, *&c.*

Dans ce ſens les cartes céleſtes & terreſtres, où ſont repréſentés les méridiens & les autres cercles de la ſphère, ſont appellées *planiſpheres. V.* CARTE. Dans les projections ordinaires, le plan du tableau eſt un plan de projection ſitué entre l'œil & l'objet, de ſorte que la projection ſe fait par le moyen des points où les différens rayons menés de l'œil à l'objet coupent ce plan. *V.* PLAN PERSPECTIVE *ou* PLAN DU TABLEAU. Dans les *planiſpheres*, on ſuppoſe que l'œil eſt un point qui voit tous les cercles de la ſphère, & qui les rapporte au plan de projection ſur lequel la maſſe de la ſphère eſt pour ainſi dire applatie.

Les cartes céleſtes où ſont repréſentées les conſtellations, ſont des eſpèces de *planiſpheres ;* mais on appelle auſſi *planiſphere* la repréſentation des cercles ou orbites que les planètes décrivent, faite ſur un plan, ſoit en deſſin, ſoit en cartons concentriques ou appliqués les uns ſur les autres ; les cartes marines ſont auſſi appellées *planiſpheres nautiques. Voyez* CARTE MARINE.

Planiſphere ſe diſoit autrefois d'un aſtrolabe, inſtrument aſtronomique, dont on ſe ſervoit pour obſerver les hauteurs & les mouvemens des corps céleſtes, & pour réſoudre les problèmes de la ſphère. *Voyez* ASTROLABE.

Planiſphere ſe dit ſur-tout des cartes céleſtes qui repréſentent les conſtellations de tout le ciel, projettées ſur le plan de l'écliptique, ou ſur le plan de l'équateur. Tels ſont ceux de Senex, gravés en Angleterre, & en France, ceux de la Hire, de Robert de Vaugondy, du Pere Chriſoſtome, de M. Flechie. *V.* CARTES CÉLESTES, (*D. L.*)

PLATONIQUE, adj. (*Géom.*) Les corps *platoniques* ſont ceux que l'on appelle autrement & plus communément *corps réguliers. Voyez* RÉGULIER. On les appelle ainſi, parce qu'on croit que la première découverte des propriétés de ces corps eſt dûe à l'école de Platon, à qui la Géométrie a d'ailleurs tant d'autres obligations. *Voyez* GÉOMÉTRIE. (*O*)

PLEIADES, (*Aſtronom.*) nom que l'on donne à un amas d'étoiles ſituées ſur le dos du taureau, ou, ſuivant les anciens, ſur la queue de cette conſtellation, leur nom vient de πλεῖν, qui ſignifie *naviguer*, parce qu'au printems & vers le tems de leur lever Héliaque, on commençoit les grandes navigations. Les poëtes diſent que les Pleïades étoient filles d'Heſperis & d'Atlas ; c'eſt pourquoi on les appelle auſſi *Heſpérides* ou *Atlantides ;* c'eſt une allégorie qui vient de ce que la conſtellation du bouvier par ſon coucher fait lever les pléïades ; il paroît en effet par Théon, (*ad Arati phenomena*, p. 132.), que cette génération étoit regardée par les anciens comme une fable coſmique. On diſoit auſſi que Jupiter les ayant aimées, & les voyant attaquées par Orion, les plaça dans le ciel, pour les ſouſtraire aux pourſuites de ſon rival ; parce que la conſtellation d'Orion ſe lève peu après les *pleiades.* Les noms des *pleiades* ſont Alcyone, Electra, Cæleno, Taygeta, Maia, Mérope & Aſterope ; les modernes ont ajouté Atlas & Pleione parmi les noms de ces étoiles.

Ovide les renferme ſous le nom de *Taïgete*, dans ces vers :

Taygetemque, Hyadeſque oculis, Arctonque notavi.
Met. III, 596.

Et il rapporte leurs noms en détail dans le *IV^e^ liv. des Faſtes*, V. 167. Suivant Servius, on les appelle auſſi *Vergiliæ*, parce que leur coucher annonçoit le printems. Les payſans appellent les pleiades *pouſſiniere*, par comparaiſon à une poule entourée de ſes pouſſins.

On ne diſtingue, à la vue ſimple, que ſix étoiles dans les *pleiades ;* il y a apparence qu'il y en a une qui a diminué ; car les anciens en comptoient ſept ; peut-être auſſi étoit-ce une erreur de leur part. Il eſt certain que du tems d'Ovide, on n'en comptoit que ſix ; témoin ces vers :

Quæ ſeptem dici, ſex tamen eſſe ſolent.

Mais il y en a un plus grand nombre que l'on obſerve avec les lunettes ; on en trouve la carte dans les *Mémoires de l'académie* pour 1693, 1708 & 1779, & dans le zodiaque de M. le Monnier, gravé par d'Heulland. Ces étoiles ſont ſouvent éclipſées par la lune, & fourniſſent alors des obſervations intéreſſantes. (*D. L.*)

PLEINE-LUNE, c'eſt cette phaſe ou état de la lune, dans lequel elle nous préſente toute une moitié éclairée. La terre eſt alors entre le ſoleil & la lune, & celle-ci eſt en oppoſition ; elle eſt dans le ſigne du zodiaque, directement oppoſé à celui qu'occupe

qu'occupe le soleil, c'est-à-dire, que le soleil, par exemple, est au premier degré du bélier, la lune est au premier degré de la balance. Les éclipses de lune n'arrivent que dans les *pleines lunes*, lorsque la lune se trouve précisément en ligne droite avec la terre & le soleil; de sorte que la terre empêche le soleil de l'éclairer.

PLEIONE, (*Astr.*) nom d'une des *pleiades*.

PLETHRON (*Arpentage des anc.*) πλέθρον, espace de terrein chez les Grecs, qui contenoit cent piés en quarré, ou un quarré dont le côté étoit de cent piés. Le *jugerum* des Latins contenoit deux cent piés, c'est-à-dire, l'espace renfermé dans un parallélogramme de deux cens piés de long sur cent de hauteur, de sorte que vingt πλεθρα, des Grecs ne sont que dix *jugera*, ou arpens des Romains. Pline a commis perpétuellement cette faute dans les passages qu'il a tirés de Théophraste. Il n'a pas songé que son *jugerum* étoit une mesure double du πλέθρον.

PLOMB, (*Géom.*) *ligne à plomb*, est la même chose que ligne *verticale* ou perpendiculaire à l'horizon. *Voyez* VERTICALE & HORIZON, *voy. aussi* NIVEAU & NIVELER. (*O*)

PLURALITÉ des mondes, *voyez* MONDE.

PLUS, prép. (*Géom.*) on se sert de ce mot en algèbre pour signifier l'*addition*. Son caractère est +. *Voyez* CARACTERE. Ainsi, l'expression algébrique $4 + 10 = 14$, signifie que quatre, plus dix, sont égaux à quatorze. *Voyez* ADDITION.

Toute quantité qui n'a point de signe & qui commence une phrase algébrique est censée avoir le signe +. L'opposé de ce signe est *moins*. *Voyez* MOINS, *voyez aussi* POSITIF & NÉGATIF. (*O*)

POD

PODOMETRE, s. m. conte-pas, machine à rouage, qu'on attache dans une voiture; par sa correspondance avec les roues de la voiture, son aiguille fait un pas à chaque tour de roue, & & la route se trouve mesurée. *Voyez* ODOMETRE.

POIDS, (*Méch.*) Un corps sollicité par la pesanteur, est capable de faire équilibre à un certain obstacle qui s'opposeroit à son mouvement, soit qu'il agisse sur cet obstacle par la percussion, soit qu'il agisse par la simple pression. Le corps, considéré sous ce point-de-vue, est appellé *poids*. Les puissances des corps pour vaincre les obstacles, sont sous même latitude proportionelle aux masses: les *poids* sont donc entr'eux comme les masses, dans la même hypothèse. *Voy.* PESANTEUR.

POINT, s. m. (*Géom.*) terme dont on se sert continuellement en géométrie, & qui n'en est pas pour cela plus facile à bien définir; car nous ne saurions dire avec Euclide, que *le point est une quantité qui n'a point de parties ou qui est indivisible*, ni avec Wolf, que *le point se termine soi-même de tous côtés*, *ou n'a d'autres limites que soi-même*. Ces définitions nous paroissent aussi obscures que la chose même qu'il falloit définir: nous aimerions mieux dire avec M. d'Alembert, que le point, la ligne, la surface, n'existent que par une abstraction de l'esprit, parce qu'il n'y a réellement ni points, ni lignes, ni surfaces, tout ce qui existe ayant trois dimensions; cependant cette explication ne fait pas une définition, il vaut mieux dire que le point est l'extrémité de la ligne, comme la ligne est la surface, comme la surface est l'extrémité du solide: ainsi, le point pourra être regardé comme le lieu où une ligne droite ou courbe cesse d'être continuée.

POINT DE PARTAGE, (*Hyd.*) est le bassin où l'eau s'étant rendue, se distribue par plusieurs conduits en différens endroits, tels que sont les châteaux d'eaux ou bassins de distribution. (*K*)

POINT DE SUJÉTION, (*Hyd.*) est le point déterminé d'où part un nivellement, & celui où il doit finir dans un nivellement en pente douce; dans un autre nivellement, le point de sujétion, est la hauteur déterminée d'où l'on part, ou la hauteur du lieu où doit se rendre l'eau. (*K*)

POINT, *dans la Perspective*, est un mot dont on fait usage pour marquer les différentes parties ou les différens endroits qui ont rapport au plan du tableau. *Voyez* PLAN *du tableau*.

Le *point-de-vue* est un *point*, où le plan du tableau est coupé par une ligne droite tirée de l'œil perpendiculairement au plan.

Ce *point* est dans l'interfection du plan horizontal avec le plan vertical. *Voyez* PLAN.

Quelques auteurs appellent ce *point* le *point principal*, & ils donnent le nom de *point-de-vue* ou *de division* au *point* où l'œil est actuellement placé, & où tous les rayons se terminent.

POINT ACCIDENTEL, *Opt. Voyez* ACCIDENTEL.

POINT, *dans la Catoptrique & la Dioptrique*, le *point* de concours est celui où les rayons convergens se rencontrent, appellé plus ordinairement le *foyer*. *Voyez* FOYER.

POINT D'INCIDENCE, (*Opt.*) est un *point* sur la surface d'un miroir ou d'un autre corps où tombe un rayon. *Voyez* INCIDENCE.

Point de dispersion est celui d'où les rayons commencent à être divergens; on l'appelle ordinairement le *foyer virtuel*.

Ainsi, si des rayons tombent d'un *point* sur un verre convexe, ils vont se réunir en un autre *point* au-delà du verre qu'on appelle *point de réunion* ou *foyer réel*; mais, si les rayons tombent sur un miroir convexe, leur prolongement va se réunir en un *point*, qui est le *point* de dispersion ou le foyer virtuel.

Point objectif, c'est un *point* sur le plan géomé

tral dont on demande la représentation sur le plan du tableau.

Point rayonnant ou *radieux* est le *point* qui envoie ou duquel partent les rayons.

Point de réfraction, est le *point* où un rayon se rompt sur la surface d'un verre, ou sur toute autre surface refringente. *V.* Réfraction.

Point de réflexion, est le *point* d'où un rayon est réfléchi sur la surface d'un miroir ou de tout autre corps.

Point *simple d'une courbe*, est un *point* tel que, quelque direction qu'on donne à l'ordonnée, elle n'aura jamais en ce point qu'une seule valeur, à moins qu'elle ne soit tangente, auquel cas elle aura deux valeurs seulement. *Voyez* Tangente.

Point singulier, est un *point* où l'ordonnée étant supposée touchante, peut avoir plus de deux valeurs. Tels sont les *points* d'inflexion, de serpentement, de rebroussement, &c. *Voyez ces mots.*

Point double, triple, quadruple, &c. en général *point multiple*, se dit du *point* commun, ou deux, trois, quatre, &c. &, en général, plusieurs branches d'une courbe se coupent. Il est d'abord évident que, dans un pareil *point*, l'ordonnée a plusieurs valeurs égales; savoir, deux si le *point* est double, trois s'il est triple, &c. cependant il n'en faut pas toujours conclure qne si l'ordonnée a plusieurs valeurs égales, le *point* est un *point* multiple; car si l'ordonnée touche la courbe en un point simple, elle y aura deux valeurs égales, si elle touche la courbe en un *point* d'inflexion, elle aura trois valeurs égales, &c.

Le caractère du *point* multiple est qu'en ce *point* $\frac{dy}{dx}$ ait différentes valeurs représentées par une équation de cette forme, $\frac{dy^m}{dx^m} + \frac{Ady^{m-2}}{dx^{m-1}} + \frac{Bdy^{m-2}}{dy^{m-2}} + \&c. \ldots\ldots\ldots + D = o$, car alors $\frac{dy}{dx}$ donne, par les différentes valeurs, la direction des différentes branches de la courbe. C'est là-dessus qu'est fondée toute la théorie des *points* multiples. La nature de cet ouvrage ne nous permet pas de nous étendre davantage sur ce sujet. Il nous suffit d'avoir donné le principe; on trouvera tout ce qu'on peut desirer sur ce sujet dans l'*introduction à l'analyse des lignes courbes*, par M. Cramer, *chap. x & xiij.*

Dans le cas où le *point* est multiple, si on différencie l'équation de la courbe à la manière ordinaire, on trouvera $\frac{dy}{dx} = \frac{o}{o}$, expression que nous avons appris à déterminer au *mot* Indéterminées (*fonctions*). Il faudra différencier une fois, si le point double, deux s'il est triple, & ainsi de suite. (*O*)

Point, *en Astronomie*, se dit principalement des *points* cardinaux; des équinoxes, *points* équinoxiaux; des solstices, *points* solsticiaux; des apsides, *point* de la plus grande & de la plus petite distance; du *point* de l'écliptique, situé dans le méridien, qu'on appelle *point* culminant; du *point* qui se lève, *point* ascendant; du *point* d'égalité ou du foyer supérieur d'une ellipse pour lequel le mouvement d'une planète est sensiblement uniforme, *punctum equantis & equant.*

On distingue aussi les points des *stations.* (*D. L.*)

POISSONS, (*Astron.*) dernière constellation du zodiaque, composée de 113 étoiles dans le catalogue de Flamsteed. Les *poissons* ont été appellés *pisces*, *dei syri*, *proles dercia*, *derces*, *dione veneris mater*, *venus syria cum cupidine*, *venus cum adone.* Cette constellation marque, suivant quelques-uns, le tems humide de l'hiver. M. Dupuis développe l'origine des trois derniers signes, dans son Mémoire sur le Zodiaque, & les rapporte aux trois mois du débordement en Egypte, (*Mémoire sur l'origine des constellations*, qui se trouve dans le quatrième volume de mon astronomie). Les poëtes disent que vénus ayant apperçu Typhon sur les bords de l'Euphrate, se jetta avec son fils dans le fleuve, & se transforma avec lui en poisson. (*Manil. astron. IV.* 177.): de-là venoit la vénération que l'on avoit en Syrie pour les poissons. Dercis & Atergatis étoient deux déesses que l'on a confondues avec vénus; mais il est inutile de s'arrêter à toutes les fables que l'on a débitées sur ce sujet.

Ovide rapporte au 3 de mars le coucher d'un des poissons, dans les vers suivans:

> *Tertia nox emersa suos ubi moverit ignes,*
> *Conditus è geminis piscibus alter erit;*
> *Nam duo sunt, austris hic est aquilonibus ille*
> *Proximus à vento nomen uterque tenet.*
>
> Fast. III, 399.

Le 8.[e] travail d'Hercule, qui répond à ce signe, avoit pour objet les chevaux de Diomède, parce que les constellations de pégase & du petit cheval se levoient héliaquement dans cette saison.

Poisson austral, constellation méridionale appellée aussi *poisson* solitaire, *piscis notius*, *magnus*, *solitarius*, *piscis capricorni*, en Arabe, *alhaut.* Cette constellation, dans le catalogue anglois, renferme 14 étoiles; la plus-belle est une étoile de la première grandeur, appellée *bouche du poisson*; en Arabe, *fomahand*, *fumahant*, *fumalhant*, *fontabant*, *fomahaut*, suivant Tycho, *Fomahant,* suivant Flamsteed, *fomalhaut*, suivant Schikardus, *fomalcuti.* M. Hyde écrit pham-al-hût. Ce poisson est représenté dans les plus anciennes cartes, comme buvant l'eau que répand le verseau. On ne trouve rien dans les

anciens auteurs sur l'origine de cette constellation, si ce n'est un passage d'Iginus, qui dit que les peuples de Syrie adorent un poisson comme leur dieu domestique, & en ont placé l'image dans le ciel. M. Dupuis prouve qu'il est le dieu Dagon des Syriens, le phagre & l'oxyrinque qui est adoré en Egypte, où il annonçoit le solstice & le débordement du Nil. (*Astr. T. IV, p.* 335.) ce qui occasionna le culte du poisson.

POISSON VOLANT, *piscis volans*, petite constellation de l'hémisphère méridional, inconnue aux anciens, & qui n'est pas visible dans nos contrées.

La principale étoile, marquée α dans le catalogue de la Caille, est de la cinquième grandeur; elle avoit, en 1750, 144° 36′ 47″ d'ascension droite, & 65° 24′ 9″ de déclinaison australe. *D. L.*

POL

POLAIRE, adj. (*Astron.*) se dit en général de tout ce qui a rapport aux poles du monde. *Voyez* POLE.

Les cercles *polaires* sont deux petits cercles de la sphère, parallèles à l'équateur, éloignés de 23 degrés 28′ de chaque pole; on en fait usage pour marquer le commencement des zones froides.

Les cercles *polaires* sont ainsi nommés à cause du voisinage des poles. Les habitans de ces cercles *polaires* ont un jour dans l'année de 24 heures, où le soleil ne se couche point, & une nuit de 24 heures, où le soleil ne se lève point. Le jour de 24 heures est celui de notre solstice d'été, pour les habitans du cercle *polaire* arctique ou septentrional. La nuit de 24 heures est pour ces peuples, le jour de notre solstice d'hiver, & pour les autres, le jour de notre solstice d'été.

Cadrans polaires, ce sont ceux dont les plans sont parallèles à quelque grand cercle qui passe par les poles, ou à quelqu'un des cercles horaires, en sorte que le pole est dans le plan de ce cadran. Le cadran *polaire* n'a point de centre, l'axe de la terre lui étant parallèle, & par conséquent les lignes horaires y sont aussi parallèles. *Voy.* CADRAN.

ETOILE POLAIRE, est l'étoile qui est la dernière de la queue de la petite ourse, & fut ainsi nommée par ceux qui l'observèrent les premiers, parce qu'étant très-peu éloignée du pole, ou du point sur lequel tout le ciel paroît tourner, elle décrit autour du pole un cercle si petit, qu'il est presque insensible, en sorte qu'on la voit toujours vers le même point du ciel; cependant la distance de l'étoile *polaire* au pole change annuellement de 19″ ½, elle étoit en 1750, à 2° 1′ 58″ du pole.

Ce mouvement ne sera pas toujours de la même quantité, il diminuera à mesure que l'étoile *polaire* approchera du colure des solstices dont elle étoit éloignée en 1750 de 4° 56′, alors le changement de distance au pole sera insensible pendant plusieurs années. La distance de l'étoile *polaire* au pole, diminuera encore jusqu'à l'an 2100, qu'elle se trouvera sur le colure; alors elle sera le plus près du pole qu'elle puisse être. Si elle n'étoit pas plus éloignée du pole de l'écliptique que l'est le pole du monde, elle seroit alors au pole même du monde, ainsi que quelques astronomes anciens ont cru que cela devoit arriver; mais comme elle sera éloignée du pole de l'équateur de 27′, en supposant que la distance entre ces deux poles & la latitude de l'étoile ne changent point. Si Scaliger avoit été un peu au fait de l'astronomie, il n'auroit pas nié si hardiment le mouvement de l'étoile *polaire* & des autres étoiles fixes vers le pole du monde, ni insulté à tous les astronomes qui le soutiennent. Il est tombé dans cette erreur, parce qu'il étoit persuadé que cette étoile, qui est à l'extrémité de la queue de la petite ourse, qui est présentement la *polaire*, comme la plus proche du monde, avoit toujours été la plus boréale de cette constellation. Le P. Petau, qui a réfuté l'erreur de Scaliger, a fait voir que la dernière étoile de la queue de la petite ourse, qui est présentement la *polaire*, étoit, du tems d'Eudoxe, la plus éloignée du pole, & que la plus proche étoit l'étoile β de l'épaule, la plus belle des deux gardes de la petite ourse, qu'il appelle *superior præcedentium in laterculo*.

M. Dupuis observe que la lyre étoit autrefois l'étoile *polaire*; voilà pourquoi elle a pris le nom de tortue. (*Astron.* T. IV, p. 406.)

On peut voir, sur l'étoile *polaire* & les constellations voisines, M. Bernoulli, *mém. de Berlin*, 1778.

Il n'y a pas au pole méridional ou antarctique, d'étoile remarquable qui soit aussi près du pole, il n'y en a qu'à 8 degrés de distance, suivant Halley. *D. L.*

POLE, (*Astronomie*) se dit de chacune des extrémités de l'axe sur lequel la sphère du monde est censée faire sa révolution. *Voyez* SPHÈRE, *fig.* 1. des planches d'astronomie. Ce mot vient du grec πολεῖν, *vertere*, tourner.

Ces deux *poles*, éloignés de l'équateur de 90 degrés chacun, sont les *poles du monde*; celui des deux qui est visible pour nous, c'est-à-dire, qui est élevé sur notre horizon, s'appelle le *pole arctique* ou *septentrional*, & celui qui lui est opposé, est appellé *antarctique* ou *septentrional*.

Ceux qui habitent sous les *poles*, ont six mois de jour & six mois de nuit.

Halley prétend que le jour du solstice, sous le *pole*, est aussi chaud que sous la ligne, quand le soleil est au zénit. A toutes les heures de ce

jour, sous le *pole*, les rayons du soleil sont inclinés à l'horizon, avec lequel ils font un angle de 23 degrés & demi ; au lieu que sous la ligne, quoiqu'il soit vertical, il n'éclaire pas plus de 12 heures, & il est absent autant ; outre que pendant 3 heures 8 minutes de ces 12 heures qu'il est sur l'horizon de la ligne, il n'est pas autant élevé que sous le *pole*.

La hauteur ou l'élévation du *pole* est un arc du méridien intercepté entre le *pole* & l'horizon. *Voyez* HAUTEUR du *pole*. Elle est indiquée par les hauteurs de l'étoile polaire ; elle s'élève à Paris de 51 degrés dans le méridien à la partie supérieure de son cercle, elle descend à 47 dans la partie inférieure, le milieu 49 donne la hauteur du *pole* à Paris.

On se sert aussi de la hauteur méridienne du soleil dans les deux solstices, pour trouver la hauteur du *pole* ; par exemple, à Paris, la hauteur du soleil en été est de 65, en hiver de 18, le milieu est 41 ; c'est la hauteur de l'équateur, dont le complément 49 est la hauteur du *pole ;* je néglige ici les minutes & les secondes.

Mais en employant dans le calcul la précision des secondes, & tenant compte de la réfraction, on trouve que la hauteur du *pole* a la face méridionale de l'observatoire royal de Paris est 48° 50′ 14″ ou 18″ au plus.

Dominique Maria, Petit, Hook, Manfredi, & quelques autres, crurent que la hauteur du *pole* & la position des principaux cercles dans le ciel, avoient changé ; mais Cassini fit voir que cette conjecture n'étoit pas fondée ; toute la différence que l'on trouve dans les latitudes des lieux de la terre, par rapport aux anciennes géographies, vient de l'inexactitude des anciennes observations, *mémoires de l'académie*, 1693.

Pole, dans les sphériques, est un point également éloigné de toutes les parties de la circonférence d'un grand cercle de la sphère ; il est éloigné de 90 degrés du plan du cercle, & il est dans une ligne qui passe perpendiculairement par le centre, appellée *axe*.

Le zénit & le nadir sont les *poles* de l'horizon. Les *poles* de l'équateur sont les mêmes que ceux de la sphère & du globe.

Poles de l'écliptique sont deux points sur la surface de la sphère, éloignés des *poles* du monde de 23° 28′, & de 90 degrés de tous les points de l'ecliptique. Sur la manière de les reconnoître dans le ciel. *V.* CONSTELLATION.

POLES, *dans l'aimant*, ce sont deux points de l'aimant qui correspondent aux *poles* du monde, dont l'un regarde le nord, & l'autre le sud. *Voy.* AIMANT, dans le *Diction. de physique.*

POLE, (*Géom.*) Quelques auteurs ont nommé ainsi le point fixe, d'où partent les ordonnées d'une courbe, parce qu'on peut la concevoir décrite par le mouvement d'un point qui glisse le long de l'ordonnée, tandis que l'ordonnée tourne autour du *pole*.

POLEMOSCOPE, c'est un instrument qui a deux réflexions & deux réfractions, *Hevelii selenographia*, pag. 28 ; il sert à observer les objets situés derrière l'observateur, ou de côté. On en applique quelquefois à des instrumens d'astronomie pour observer au zénit d'une manière plus commode, comme on emploie des miroirs plans dans le quartier de réflexion des marins, pour faire toucher en apparence les images des deux objets dont on observe la distance.

On fait aussi des lentilles ou oculaires prismatiques avec lesquels on peut voir de côté. *D. L.*

POLLUX, (*Astronomie*) c'est la partie postérieure de la constellation des gémeaux ou *gemini ;* c'est aussi le nom propre de l'étoile de seconde ou troisième grandeur, qui est dans la même constellation ; elle est placée dans la tête suivante des gémeaux ou tête de *pollux*.

POLYGONE, s. m. *en terme de Géométrie*, se dit d'une figure de plusieurs côtés, ou d'une figure dont le contour ou le périmètre a plus que quatre côtés & quatre angles. Ce mot est formé du grec πολὺ, *plusieurs*, & γωνια, *angle*.

Si les côtés & les angles sont égaux, la figure est appellée *polygone régulier*. *Voy.* RÉGULIER. Sur les *polygones* semblables, *voyez* SEMBLABLE.

On distingue les *polygones* suivant le nombre de leurs côtés ; ceux qui en ont cinq s'appellent *pentagones ;* les *hexagones* en ont six, les *heptagones* sept, les *octogones* huit, *&c.* Sur les propriétés particulières de chaque *polygone*, consultez les *articles* PENTAGONE, HEXAGONE, *&c.*

Propriétés générales des polygones. Euclide démontre les propriétés suivantes : 1.° que tout *polygone* peut être divisé en autant de triangles qu'il a de côtés. *Voy.* TRIANGLE.

Ce qui se fait en prenant un point comme *F*, (*Géom. fig.* 211), en quelqu'endroit que ce soit au-dedans du *polygone* ; d'où l'on tire les lignes à chaque angle, *Fa*, *Fb*, *Fc*, *Fd*, *&c.*

2.° Que les angles d'un *polygone* quelconque, pris ensemble, font deux fois autant d'angles droits moins quatre, que la figure a de côtés ; ce qui est aisé à démontrer ; car tous les triangles font deux fois autant d'angles droits que la figure a de côtés ; & il faut retrancher de cette somme les angles autour du point *F*, qui valent quatre angles droits.

Par conséquent si le *polygone* a cinq côtés, en doublant on a dix, d'où ôtant quatre, il reste six angles droits.

3.° Tout *polygone* circonscrit à un cercle, est égal à un triangle rectangle, dont un des côtés est le rayon du cercle, & l'autre est le périmètre ou la somme de tous les côtés du *polygone*.

D'où il suit que tout *polygone* régulier est égal à un triangle rectangle, dont un des côtés est le pé-

rimètre du *polygone*, & l'autre côté une perpendiculaire tirée du centre ſur l'un des côtés du *polygone*. *Voyez* TRIANGLE.

Tout *polygone* circonſcrit à un cercle, eſt plus grand que le cercle, & tout *polygone* inſcrit eſt plus petit que le cercle.

Il ſuit encore que le périmètre de tout *polygone* circonſcrit à un cercle, eſt plus grand que la circonférence de ce cercle, & que le périmètre de tout *polygone* inſcrit à un cercle, eſt plus petit que la circonférence de ce cercle; d'où il ſuit qu'un cercle eſt égal à un triangle rectangle, dont la baſe eſt la circonférence du cercle, & la hauteur eſt le rayon, puiſque ce triangle eſt plus petit qu'un *polygone* quelconque circonſcrit & plus grand qu'un inſcrit.

C'eſt pourquoi il n'eſt beſoin pour la quadrature du cercle que de trouver une ligne égale à la circonférence d'un cercle. *Voyez* CERCLE, QUADRATURE.

Pour trouver l'aire d'un *polygone* régulier, multipliez un côté du *polygone* comme *A B*, par la moitié du nombre des côtés, par exemple, le côté d'un hexagone par 3, multipliez encore le produit par une perpendiculaire abaiſſée du centre du cercle circonſcrit ſur le côté *A B*, le produit eſt l'aire que l'on demande. *V.* AIRE.

Ainſi, ſuppoſons $AB = 54$, & la moitié du nombre des côtés $= 2\frac{1}{2}$, le produit ou le demi-périmètre $= 135$; ſuppoſant alors que la perpendiculaire ſoit 29, le produit 3915 de ces deux nombres eſt l'aire du pentagone cherché.

Pour trouver l'aire d'un *polygone* irrégulier, réſolvez-le en triangles; déterminez les différentes aires de ces triangles (*voyez* TRIANGLE) la ſomme de ces aires eſt l'aire du *polygone* propoſé.

Pour trouver la ſomme de tous les angles d'un *polygone* quelconque, multipliez le nombre des côtés par 180^d; ôtez de ce produit le nombre 360, le reſte eſt la ſomme cherchée.

Ainſi, dans un pentagone, 180 multipliés par 5, donne 900, d'où ſouſtrayant 360, il reſte 540, qui eſt la ſomme des angles d'un pentagone; d'où il ſuit que ſi l'on diviſe la ſomme trouvée par le nombre des côtés, le quotient ſera l'angle du *polygone* régulier.

On trouve la ſomme des angles d'une manière plus expéditive, comme il ſuit: multipliez 180, par un nombre plus petit de deux que le nombre des côtés du *polygone*, le produit eſt la quantité des angles cherchés: ainſi, 180 multipliés par 3 qui eſt nombre plus petit de deux que le nombre des côtés, donne le produit 540 pour la quantité des angles, ainſi que ci-deſſus.

La table ſuivante repréſente la ſomme des angles de toutes les figures rectilignes, depuis le triangle juſqu'au dodécagone; & elle eſt utile tant pour la deſcription des figures régulières que pour vérifier ſi l'on a trouvé exactement ou non la quantité des angles que l'on a pris avec un inſtrument.

Nombre des côtés.	*Somme des angles.*	*Angles des fig. rég.*	*Nombre des côtés.*	*Nombre des angles.*	*Angle des fig. rég.*
III.	180.°	60.	VIII.	1080.°	135.
IV.	360.	90.	IX.	1260.	140.
V.	540.	108.	X.	1440.	144.
VI.	720.	120.	XI.	1620.	$147\frac{3}{11}$.
VII.	900.	$128\frac{4}{7}$.	XII.	1800.	150.

Pour inſcrire un *polygone* régulier dans un cercle, diviſez 360 par le nombre des côtés du *polygone* propoſé, afin d'avoir la quantité de l'angle *E F D*, prenez cet angle *E F D* au centre, & portez-en la corde *E D* ſur la circonférence autant de fois qu'elle pourra y aller; de cette manière vous aurez le *polygone* inſcrit au cercle.

Quoique la réſolution de ce problème ſoit méchanique, on ne doit pas la mépriſer, à cauſe qu'elle eſt aiſée & générale. Euclide à la vérité nous donne la conſtruction du pentagone, du décagone & du pentadécagone; & d'autres auteurs donnent celles de l'heptagone, de l'ennéagone, de l'endécagone; mais ces dernières conſtructions s'éloignent trop de la rigueur géométrique, & celles d'Euclide, qui ſont fondées ſur la deſcription du pentagone, ſont moins commodes qu'une deſcription méchanique faite avec un bon rapporteur. *Voyez* RAPPORTEUR.

Pour circonſcrire un cercle à un *polygone* régulier, coupez deux des angles du *polygone* donné, comme *A* & *E*, en deux également, par les lignes droites *A F* & *E F*, qui concourent en *F*; & du point de concours avec le rayon *E F*, décrivez un cercle.

Pour circonſcrire un *polygone* à un cercle, diviſez 360 par le nombre des côtés requis, afin d'avoir l'angle *C E D*; formez cet angle au centre *F*, & tirez la ligne *F g*, qui rencontre la circonférence en *g*, tirez enſuite la tangente *e g a*, & ſur cette ligne conſtruiſez un *polygone*, ainſi qu'on l'enſeigne dans le problème ſuivant.

Sur une ligne donnée *E D*, conſtruire un *polygone* régulier quelconque donné. Cherchez dans la table l'angle de ce *polygone*, & conſtruiſez un angle qui lui ſoit égal, en traçant $EA = ED$. Par les trois points *A*, *E*, *D*, décrivez un cercle, (*voyez* CERCLE), appliquez-y la ligne droite donnée autant de fois qu'elle pourra y aller, par ce moyen on aura décrit la figure requiſe.

Pour inſcrire trigonométriquement un *polygone* régulier, trouvez le ſinus de l'arc, qui vient en

divisant la demi-circonférence 180 par le nombre des côtés du *polygone* ; le double de ce sinus est la corde de l'arc double, & par conséquent le côté *A E* qui doit être inscrit au cercle ; c'est pourquoi avec le rayon donné, décrivez ce cercle & portez sur la circonférence de ce cercle le côté du *polygone* autant de fois que vous le pourrez ; vous aurez de cette manière un *polygone* inscrit au cercle.

Afin d'éviter l'embarras de trouver, par les tables des sinus, le rapport d'un côté du *polygone* à son rayon, nous ajouterons une table qui exprime les côtés des *polygones* en parties, dont le rayon en contient 10,000,000. Dans la pratique, on retranche autant de figures de la droite que l'on en juge de superflues par les circonstances du cas proposé.

Nombre des cotés.	*Quantié du côté.*	*Nombre des côtés.*	*Quantité du côté.*
III.	17320508.	VIII.	7653668.
IV.	14142135.	IX.	6840402.
V.	11755705.	X.	6180339.
VI.	10000000.	XI.	5634651.
VII.	8677674.	XII.	5176380

Pour décrire trigonométriquement un *polygone* régulier sur une ligne droite donnée, & pour circonscrire un cercle autour d'un *polygone* donné, en prenant dans la table le rapport d'un côté au rayon, déterminez le rayon sur la même échelle que le côté donné ; or ayant un côté & le rayon, on peut décrire un *polygone* par le dernier problême : donc si, avec l'intervalle du rayon & des extrémités de la ligne donnée, on trace deux arcs qui se coupent, le point d'intersection sera le centre du cercle circonscrit.

Ligne des polygones ; c'est une ligne sur le compas de proportion, qui contient les côtés des neuf premiers *polygones* réguliers inscrits au même cercle, c'est-à-dire, depuis le triangle équilatéral jusqu'au dodécagone. *Voyez* COMPAS DE PROPORTION.

Nombre polygone en algèbre, c'est la somme d'une rangée de nombres en proportion arithmétique, qui commencent depuis l'unité. On les appelle ainsi, à cause que les unités dont ils sont composés, peuvent être disposées de manière à former une figure de plusieurs côtés & de plusieurs angles égaux. *Voyez l'article* FIGURÉ où cela est expliqué.

On divise les nombres *polygones*, eu égard au nombre de leurs termes, en triangulaires, dont la différence des termes est 1 ; en quadrangulaires ou quarrés, dont la différence est 2 ; en pentagones, où la différence est 3 ; en exagones, où elle est 4 ; en heptagones, où elle est 5 ; en octogone, où elle est 6, &c.

Les exemples suivans peuvent faire concevoir la génération de plusieurs espèces de nombres *polygones* formés par plusieurs progressions arithmétiques.

Progress. arithmét.	1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8.
Nombres triangul.	1,	3,	6,	10,	15,	21,	28,	36.
Progress. arithmét.	1,	3,	5,	7,	9,	11,	13,	15.
Nombres quarrés,	1,	4,	9,	16	25,	36,	49,	64.
Progress. arithmét.	1,	4,	7,	10,	13,	16,	19,	22.
Nombres pentagon.	1,	5,	12,	22,	35,	51,	70,	92.
Progress. arithmet.	1,	5,	9,	13,	17,	21,	25,	29.
Nombres exagon.	1,	6,	15,	28,	45,	66,	91,	120.

Le côté d'un nombre *polygone* est le nombre de termes de la progression arithmétique qui le compose ; & le nombre des autres est ce qui fait connoître combien cette figure a d'angles, & c'est de-là que le nombre *polygone* a pris son nom.

C'est pourquoi il y a trois angles dans les nombres triangulaires, quatre dans les tétragones ou les quadragulaires, cinq dans les pentagonaux, &c. par conséquent le nombre des angles surpasse de deux la différence commune des termes.

Pour trouver un nombre *polygone*, le côté & le nombre de ses angles étant donné, voici la règle. Le nombre *polygone* est la demi-différence des produits du quarré du côté par le nombre des angles, moins deux unités ; & du même côté par le nombre des angles, moins quatre unités.

En effet, un terme quelconque d'une des progressions arithmétiques ci-dessus, est évidemment $1 + (n - 1)(m - 2)$ en nommant n le nombre des termes, & m l'exposant du nombre *polygone*, (*voyez* PROGRESSION) ; de plus, la somme de tant de termes qu'on voudroit de cette progression est égale à la somme de deux termes extrêmes multipliés par la moitié du nombre des termes, c'est-à-dire, par $\frac{n}{2}$; donc la somme cherchée, ou le nombre *polygone*, est $= \frac{n}{2} (2 + \overline{n - 1} \times \overline{m - 2}) = \frac{nn(m-2) - n(m-4)}{2}$; ce qui revient à l'énoncé de la règle.

Les sommes des nombres *polygones* rassemblées de la même manière que les nombres *polygones* eux-mêmes, pris des progressions arithmétiques, sont apellées *nombres pyramidaux*. *V.* PYRAMIDAL & FIGURÉ. (*O*)

POLYGRAMME, s. m. (*Géom.*) mot employé par les anciens géomètres, & qui n'est plus en usage pour désigner une figure géométrique composée de plusieurs côtés. (*E*)

POLYHÉDRE, s. m. *en terme de Géométrie*, est un corps compris sous plusieurs faces ou plans rectilignes. *Voyez* CORPS & SOLIDES. Ce

mot est formé du grec πολὺ, *plusieurs* & ἕδρα, *siége* ou *face.*

Si les faces du *polyhèdre* sont des polygones réguliers, tous semblables & égaux, le *polyhèdre* est un corps régulier, qui peut être inscrit dans une sphère, c'est-à-dire, que l'on peut lui circonscrire une sphère, dont la surface touche tous les angles solides de ce corps. *Voyez* CORPS RÉGULIERS, *&c.* Il n'y a que cinq corps réguliers *polyhèdres*; savoir, le tétrahèdre, l'exahèdre ou le cube, l'octahèdre, le dodécahèdre & l'icosahèdre. *Voyez ces mots.*

Le *polyhèdre gnomonique*, est une pierre à plusieurs faces, sur lesquelles on a fait la projection de différentes espèces de cadrans. *Voyez* CADRAN.

Tel étoit celui de cet endroit de Londres que les Anglois appellent *privy garden*, qui a été détruit, & qui étoit autrefois le plus beau qu'il y eût en Europe.

POLYHÈDRE *ou* POLYSCOPE, *ou* verre à facettes, *en terme d'Optique*, est un verre dont la surface est composée de plusieurs surfaces plates, faisant entr'elles différens angles.

Phénomènes de Polyhèdre. Si plusieurs rayons tels que *E F*, *A B*, *C D*, (*Pl. Op. fig.* 81), tombent parallèlement sur des surfaces d'un *polyhèdre*, ils continueront d'être parallèles après la réfraction. *Voyez* RAYON & RÉFRACTION.

Si l'on suppose donc que le *polyhèdre* est régulier, les lignes *KH*, *HI*, *IM*, seront comme des tangentes à une des lentilles convexes sphériques en *F*, *B* & *D*; par conséquent, les rayons qui tombent sur le point de contact, coupent l'axe, c'est pourquoi, puisque tous les autres rayons leur sont parallèles, ils s'entrecoupent; les rayons rompus par les différentes faces, s'entrecouperont mutuellement en *G*.

D'où il suit, que si l'œil est placé à l'endroit où les rayons parallèles se croisent, les rayons du même objet seront réunis en autant de différens points de la rétine *a*, *b*, *c*, que le verre a de faces.

Par conséquent l'œil, à travers un *polyhèdre*, voit les objets répétés autant de fois qu'il a de faces; & ainsi, puisque les rayons qui viennent des objets éloignés sont parallèles, on voit à travers un *polyhèdre*, un objet éloigné aussi souvent répété, que le *polyhèdre* a de faces.

2. Si les rayons *AB*, *AC*, *AD*, (*fig.* 82), qui viennent d'un point rayonnant *A*, tombent sur différentes faces d'un *polyhèdre* régulier, après la réfraction ils se croiseront en *G*.

D'où il suit que si l'œil est placé à l'endroit où les rayons, qui viennent de différens plans, se croisent, les rayons seront réunis en autant de différens points de la rétine *a*, *b*, *c*, que le verre a de faces, par conséquent l'œil étant placé au foyer *G*, verra un même objet proche à travers le *polyhèdre*, autant de fois répété que le *polyhèdre* a de faces.

Ainsi, l'on peut multiplier les images des objets dans une chambre obscure, en plaçant un *polyhèdre* à son ouverture, & en y ajoutant une lentille convexe à une distance convenable. *V.* CHAMBRE OBSCURE.

Pour faire une anamorphose, c'est-à-dire, une image défigurée, qui paroisse régulière & bien faite à travers un *polyhèdre* ou un verre qui multiplie les objets, à une extrêmité d'une table horizontale, élevez en une autre à angles droits, où l'on puisse dessiner une figure; & sur l'autre extrêmité élevez-en une seconde, qui serve comme d'appui ou de support, & qui soit mobile sur la table horizontale : appliquez à la table, qui sert de support, un *polyhèdre* plan convexe, consistant, par exemple, en 24 triangles plans; ajustez le *polyhèdre* dans un tube qui se tire, c'est-à-dire, qui peut s'alonger & se raccourcir, l'extrêmité tournée vers l'œil ne doit avoir qu'une très-petite ouverture, & être un peu plus éloignée que le foyer. Eloignez la table d'appui de l'autre table perpendiculaire, jusqu'à ce qu'elle soit hors de la distance du foyer, & cela d'autant plus que l'image doit être plus grande; & sur le plan vertical ou sur du papier que l'on y appliquera, mettez au trait avec du noir de plomb les aréoles lumineuses qui viennent des faces du *polyhèdre*.

Dans ces différentes aréoles, dessinez les différentes parties d'une image, de manière qu'étant jointes ensemble elles fassent un tout, ayant soin de regarder de tems-en-tems à travers le tube, pour guider & corriger les couleurs, & pour voir si les différentes parties se répondent ou s'assortissent bien exactement.

Remplissez les espaces intermédiaires de toutes sortes de figures ou de dessins à volonté que vous imaginerez, de manière qu'à l'œil nud le tout fasse voir une apparence fort différente de celle que l'on se propose de représenter avec le *polypèdre.*

Si l'on se remet à regarder par la petite ouverture du tube, on verra les différentes parties ou les différens membres qui sont dispersés dans ses aréoles, représenter une image continue, parce que tous les objets intermédiaires disparoissent totalement. *Voy.* ANAMORPHOSE. *Wolf & Chambers.* (*O*)

POLYOPTRE, s. m. *terme d'Optique*, qui se dit d'un verre, à travers lequel les objets paroissent multipliés, mais plus petits; ce mot est formé du grec πολὺ *beaucoup*, & de ὀπτομαι, *je vois.*

Le *polyoptre*, tant dans sa structure que dans ses phénomènes, differe des verres ordinaires, qui multiplient les objets, & que l'on appelle *polyhèdre*. *Voyez* POLYHÈDRE.

Construction du polyoptre. Prenez un verre *AB* plan des deux côtés, dont le diamètre soit d'en-

viron trois pouces (*Pl. d'Opt. fig.* 83.) , faites dans ſon épaiſſeur des ſegmens ſphériques, dont la largeur ait à peine la cinquième partie d'un doigt.

Alors ſi vous éloignez le verre de votre œil, juſqu'à ce que vous puiſſiez embraſſer toutes les concavités d'un ſeul coup-d'œil, vous verrez le même objet comme à travers autant de verres concaves qu'il y a de concavités ; mais cet objet paroîtra fort petit.

Ajuſtez ce verre de la même manière qu'un verre objectif, à un tube *A B C D*, dont l'ouverture *A B* ſoit égale au diamètre du verre , & l'autre ouverture *C D* ſoit égale à celle d'un verre oculaire *a* , *d* , d'environ la largeur d'un pouce.

La longueur du tube *A C*, doit être égale à la diſtance que l'on trouvera par expérience entre le verre objectif & le verre oculaire.

Ajuſtez en *D* un verre oculaire convexe, ou en la place un méniſque, dont la diſtance du foyer principal ſoit un peu plus grande que la longueur du tube, afin que le point d'où les rayons commencent à être divergens après leur réfraction dans le verre objectif, puiſſe être au foyer de l'oculaire. Alors ſi l'on approche l'œil du verre oculaire, on verra un ſeul objet répété autant de fois qu'il y a de concavités dans le verre objectif, mais il ſera fort diminué. *Wolf & Chambers.*

POLYSCOPE, ſ. m. (*Optiq.*) verre qui multiplie les objets, c'eſt-à-dire, qui repréſente un objet aux yeux comme s'il y en avoit pluſieurs. Il eſt auſſi appellé *verre à facettes* & *Polyhedre. Voyez* POLYHÈDRE.

Ce mot vient des mots grecs σκέπτομαι *je vois*, & πολύ, *beaucoup. Voyez auſſi* POLYOPTRE. *Chambers.*

POLYSPASTON, ſ. m. (*Méch.*) eſt le nom que Vitruve a donné à une machine compoſée de pluſieurs poulies : on l'appelle aujourd'hui *poulie multiple* ou *mouffle. Voyez* POULIE & MOUFFLE. Ce mot eſt formé des deux mots grecs πολύ, *beaucoup*, & σπάω, *je tire*, parce que la poulie ſert à tirer, & que le *polyſpaſton* eſt un aſſemblage de pluſieurs poulies.

Au reſte, on appelle ainſi une machine compoſée de plus de quatre poulies ; car celles qui ont trois poulies s'appellent *tripaſton*, celle de quatre *tetrapaſton*, &c. (*O*)

P O M

POMPE, ſ. f. (*Hyd.*) c'eſt une machine qui ſert à élever l'eau, & dans laquelle la preſſion de l'atmoſphère eſt un des principaux agens. Il y en a de trois eſpèces principales : la pompe aſpirante, la pompe foulante & la pompe qui eſt tout-à-la-fois aſpirante & foulante.

La pompe *aſpirante* eſt compoſée de deux tuyaux verticaux *A K B C*, *C B D Q*, qui s'uniſſent enſemble en *C B*, *Pl. Hyd. fig.* 205. Le premier qui trempe dans l'eau *M N*, s'appelle *tuyau d'aſpiration* ; le ſecond ſe nomme *corps de pompe.* A l'endroit de la jonction de ces deux tuyaux, on place ordinairement la ſoupape *E* qui s'ouvre de bas en haut. Je dis *ordinairement*, car cette ſoupape ſe met quelquefois plus bas ; cela eſt indifférent pour le moment. Dans le corps de pompe, monte & deſcend alternativement un piſton dont la tige Z eſt mue par un lévier, ou de toute autre manière qu'on voudra. La tête de ce piſton eſt percée dans la direction de ſon axe, d'un trou *t* recouvert par-deſſus d'une ſoupape *F* qui s'ouvre de bas en haut. Il parcourt dans ſon jeu un certain eſpace, dont je ſuppoſe que *I T* eſt la hauteur, c'eſt-à-dire, que quand le piſton eſt baiſſé, ſa baſe inférieure eſt dans le plan horizontal *I H*, & quand il eſt hauſſé, cette même baſe eſt dans le plan horizontal *T S*.

Il eſt aiſé de concevoir l'effet de cette machine. Suppoſons qu'au premier inſtant, la baſe du piſton ſoit en *I H*, & que l'air contenu dans la pompe ſoit le même que l'air extérieur. Les deux ſoupapes *E* & *F* ſont fermées. Maintenant qu'on élève le piſton en *T S*, la ſoupape *F* demeure fermée par ſon poids & par la preſſion de l'atmoſphère qui agit par-deſſus ; l'air contenu d'abord dans l'eſpace *A C I H B K* ſe dilate par ſon reſſort, force la ſoupape *E* à s'ouvrir, & ſe répand dans l'eſpace *A C T S B K*, en même-tems la preſſion de l'atmoſphère ſur la ſurface *M N* du réſervoir pouſſe l'eau & la force de monter d'une certaine quantité *A a* dans le tuyau d'aſpiration où cet eau trouve un air plus dilaté, & par conſéquent moins réſiſtant que l'air extérieur. Qu'on abaiſſe le piſton, la ſoupape *F* s'ouvre par la compreſſion de l'air contenu dans la pompe, entre la ſurface de l'eau & le bas du piſton ; la ſoupape *E* ſe ferme par ſon poids & par la compreſſion de l'air ſupérieur ; & l'air contenu dans l'eſpace *C I H B*, acquiert la même denſité que l'air extérieur. Elevant de nouveau le piſton, la ſoupape *F* ſe ferme, l'air déja raréfié & contenu dans l'eſpace *a C B k* ſe dilate & force la ſoupape *E* à s'ouvrir ; en ſorte que cet air & celui qui reſtoit dans l'eſpace *C I H B*, ſe répand maintenant dans l'eſpace *a C T S B k*. Par conſéquent l'eau doit monter encore d'une certaine quantité *a a'*, dans le tuyau d'aſpiration, en vertu de la preſſion de l'atmoſphère ſur la ſurface du réſervoir. En continuant ainſi à faire jouer le piſton, l'eau continuera de monter ; elle parviendra enfin à toucher le piſton, elle paſſera par le trou *t*, & s'élèvera au-deſſus du piſton. Alors il n'y aura plus d'air dans la pompe au-deſſous du piſton qui foulera & refoulera l'eau ; les mouvemens des ſoupapes ſeront les mêmes qu'auparavant, & l'eau ira ſortir par un dégorgeoir. *O.*

On doit remarquer qu'en supposant même qu'on pût parvenir à vuider parfaitement d'air l'intérieur de la pompe, la hauteur LM du bas IH du piston au-dessus de la surface MN du réservoir ne pourroit être tout au plus que de 32 pieds, autrement l'eau ne pourroit pas atteindre IH, ni, à plus forte raison, s'élever au-dessus. Mais, dans la pratique, on fait LM moindre que 32 pieds, parce qu'il n'est jamais possible d'évacuer entièrement l'air, & que d'ailleurs le poids de la soupape inférieure E est un obstacle qui s'oppose à l'expulsion de l'air intérieur ou à l'ascension de l'eau, & qui ne peut être vaincu que par la pression de l'atmosphère.

Du reste, je suppose toujours que la pression de l'atmosphère peut faire équilibre à une colonne d'eau de 32 pieds de hauteur, ou que le baromètre, dans l'endroit où la pompe est placée, se tient à la hauteur de près de 28 pouces; mais si le baromètre se tenoit plus ou moins haut, il faudroit rectifier la hauteur de la colonne d'eau proposée convenablement, & mettre sa valeur exacte par-tout où j'ai mis 32 pieds.

La machine étant supposée bien construite, l'évacuation plus ou moins complette de l'air intérieur dépend de la position plus ou moins avantageuse de la soupape E. Or l'usage est de placer cette soupape ou en AK un peu au-dessous du niveau MN du réservoir, ou plus ordinairement à la jonction du tuyau d'aspiration avec le corps de pompe, comme la figure le représente. Voyons quelle est la meilleure position. L'examen de ces deux cas fera connoître ce qu'on doit penser des positions intermédiaires.

Je suppose d'abord que la soupape E soit placée en AK, & pour plus de simplicité, je néglige son poids. Dans les premiers instans, lorsqu'on élève le piston de I en T, l'eau du réservoir, poussée par la pression de l'atmosphère, monte facilement dans le tuyau d'aspiration; mais si la hauteur LM, quoique au-dessous de 32 pieds, est un peu considérable, il pourra arriver que l'eau étant parvenue à une certaine hauteur VA dans le tuyau d'aspiration, & le piston à sa plus grande hauteur TS, il pourra se faire, dis-je, que la force élastique de l'air contenu dans l'espace $VCTSBP$, jointe au poids de la colonne d'eau VK, contrebalance la pression de l'atmosphère. Alors l'eau s'arrêtera, quoique l'on continue de faire jouer le piston. En effet, lorsque le piston est en IH, l'air contenu dans l'espace $VCIHBP$ est le même que l'air extérieur; & quand on élève le piston en TS, cet air se répand dans l'espace $VCTSBP$. Ainsi, en nommant h la hauteur d'une colonne d'eau équivalente à la pression de l'atmosphère, ou, ce qui revient au même, à la force élastique de l'air naturel, on voit que la force élastique de l'air répandu dans l'espace $VCTSBP$ est égale au poids d'une colonne d'eau dont la hauteur est $h \times \frac{VCIHBP}{VCTSBP}$. Ajoutant à cette hauteur la hauteur AV de l'eau contenue dans le tuyau d'aspiration, la somme doit être égale à h, pour que l'eau s'arrête en VP. L'équation de cet équilibre est donc;

$$h = AV + h \times \frac{VCIHBP}{VCTSBP}.$$

Soient:

- Le rayon du corps de pompe ... $= R$
- Celui du tuyau d'aspiration ..... $= r$
- Le rapport de la circonférence au diamètre ..... $= \pi$
- AC ..... $= a$
- CI ..... $= n$
- Le jeu IT du piston ..... $= p$
- AV ..... $= x$

Il est clair que le cylindre $VB = \pi r^2 (a - x)$; le cylindre $CH = \pi R^2 n$; le cylindre $CS = \pi R^2 (p + n)$, & que par conséquent le solide $VCIHBP = \pi r^2 (a - x) + \pi R^2 n$; le solide $VCTSBP = \pi r^2 (a - x) + \pi R^2 (p + n)$. Donc l'équation précédente devient,

$$h = x + \frac{h(r^2(a - x) + R^2 n)}{r^2(a - x) + R^2(p + n)},$$

d'où l'on tire (après avoir fait $\frac{R^2}{r^2} = k$),

$$x = \frac{a + k(p + n) \pm \sqrt{[(a + k(p + n))^2 - 4khp]}}{2}.$$

Or toutes les fois que la valeur x sera réelle & moindre que a, l'eau s'arrêtera réellement dans le tuyau d'aspiration, comme on l'a supposé dans le calcul. Elle ne continuera donc de monter que quand il sera absurde de supposer qu'elle s'arrête, c'est-à-dire, que quand les racines de notre équation seront imaginaires. Or pour que ces racines soient imaginaires, il faut que l'on ait $4khp\, V\, (a + k(p + n))^2$. Ainsi, lorsque cette condition aura lieu, l'eau montera, sinon elle ne montera point. Appliquons cela à des exemples.

Exemple I.

Soient $h = 32$ pieds; $k = 1$, ou le rayon du tuyau d'aspiration égal à celui du corps de pompe; $a = 20$ pieds; $n = 2$ pieds; $p = 2$ pieds. On aura $4 \times 32 \times 2 < (20 + 4)^2$. Donc l'eau s'arrêtera, & la pompe doit être rejettée.

Exemple II.

Soient $h = 32$ pieds; $k = 4$; $a = 25$ pieds; $n = 0$; $p = 2$ pieds. On aura $4 \times 32 \times 4 \times 2 < (25 + 8)^2$. Donc l'eau s'arrêtera encore, & la pompe doit être rejettée. Mais si tout étant d'ailleurs le même, on fait $k = 6$, l'eau montera & la pompe pourra être admise.

On s'assurera, par la même méthode, si, en supposant l'eau arrivée dans le corps de pompe, elle ne s'y arrêtera pas entre les points C & I. Il ne fau-

dra, pour adapter la formule précédente à ce cas, qu'y faire $k = 1$.

Tous ces calculs montrent unanimement, qu'en plaçant ainsi la soupape *E* en *A K*, la hauteur du piston au-dessus de l'eau du réservoir, devra toujours être au-dessous de 32 pieds, à moins qu'on ne donne un très-grand jeu au piston, ou qu'on ne fasse le diamètre du tuyau d'aspiration fort petit par rapport à celui du corps de pompe. Ces deux moyens ont leurs inconvéniens. Le dernier, sur-tout, peut diminuer le produit de la pompe, en faisant consumer à l'agent une partie de sa vîtesse en pure perte. Car la vîtesse de l'agent doit être tellement réglée, que, quand la machine joue bien, il monte précisément autant d'eau par le tuyau d'aspiration, que le piston en soulève en montant dans le corps de pompe ; de manière qu'il ne reste jamais de vuide entre la tête du piston & l'eau qui la suit.

Supposons, en second lieu, que la soupape *E* soit placée à la jonction des deux tuyaux, comme la figure le représente. Il paroît au premier coup-d'œil, que cette seconde disposition a l'avantage de procurer une évacuation presque complette de l'air intérieur. Car en faisant descendre le piston le plus près qu'il est possible de *C B*, il ne restera de l'air que dans le petit espace *C I H B* & dans la petite cavité *t*. La hauteur *L M* peut donc alors être de près de 32 pieds. Mais cela suppose que les soupapes joignent bien contre les parois des trous qu'elles doivent boucher, & qu'elles ne donnent, quand il faut, aucune issue ni à l'eau ni à l'air. Or cette perfection ne se renconte jamais dans la pratique. D'ailleurs quand même les soupapes seroient d'abord parfaitement fidèles ; si la machine demeure quelque tems dans l'inaction, les cuirs se sèchent & les soupapes se corrompent. Cet inconvénient qui affecte la soupape *E* quand elle est placée en *C B*, n'a pas lieu lorsqu'elle est en *A K* où elle demeure toujours plongée dans l'eau. Cependant, tout considéré, il vaut mieux mettre la soupape *E* en *CB* qu'en *A K*. Mais il faut toujours tenir *L M* sensiblement au-dessous de 32 pieds.

Après avoir ainsi pris toutes les précautions convenables pour que l'eau s'élève dans la pompe, passe par le trou *t* & aille se dégorger en *O*, cherchons l'expression de la force qu'il faut appliquer au piston lorsqu'il monte.

Supposons que la machine étant bien en train, & l'eau étant parvenue à sa plus grande hauteur *Q D* dans le corps de pompe, le piston soit placé au premier instant en *I H*, qui est le terme le plus bas de sa course. Il est clair qu'en ce moment il soutient, 1.° le poids de la colonne d'eau *I H D Q*. 2.° En considérant que la densité de l'atmosphère peut être censée la même sur la hauteur qui répond à la pompe : on voit que la pression de l'air sur *QD* peut faire équilibre à la pression de l'air sur *M N*, qui force l'eau à monter dans la pompe ; alors ces deux pressions sont évidemment proportionnelles aux bases sur lesquelles elles s'exercent. De plus, on voit que la pression de l'air sur une base quelconque, est égale au poids d'une colonne d'eau de même base, & de 32 pieds de hauteur. Soient les verticales égales *X Y* ; *Y M*, chacune de 32 pieds, les hauteurs des deux colonnes d'eau équivalentes aux pressions de l'atmosphère sur *Q D* & sur *M N*. Maintenant il est clair qu'en vertu de la pression sur *Q D*, le piston supporte une force exprimée par $IH \times XY$, & qu'en vertu de la pression de l'atmosphère sur *M N*, la colonne d'eau *A C I H B K* presse de bas en haut la tête *I H* du piston avec une force exprimée par $IH \times MY$, tandis que cette même force est diminuée par la pesanteur de la colonne *A C I H B K*, de la quantité $IH \times LM$; ce qui donne $IH \times LY$ pour la force qui pousse la tête *I H* du piston de bas en haut. Retranchant $IH \times LY$ de $IH \times XY$, la force restante $IH \times LM$ est celle que supporte la tête du piston, & qu'il faut joindre au poids de la colonne *I H Q D*. Ainsi en tout, le piston est chargé du poids d'une colonne d'eau qui a *I H* pour base, & pour hauteur la distance verticale de la base *Q D* au niveau de l'eau du réservoir. Il en est de même pour toute autre position du piston. Il porte toujours (quelle que soient la figure & les dimensions du corps de pompe & du tuyau d'aspiration) le poids d'une colonne d'eau, de même base que lui, & qui a pour hauteur la distance verticale du point où il faut élever l'eau au niveau du réservoir. Ajoutant à ce poids celui du piston même, la somme sera la force qu'on doit appliquer au piston dans le simple état d'équilibre ; mais pour mettre la machine en mouvement, il faut augmenter cette force d'une certaine quantité, tant pour produire le mouvement que pour surmonter la résistance du frottement & des autres obstacles qui peuvent naître des imperfections de la machine. Il est inutile de dire que le piston descend par sa pesanteur, & que par conséquent la force motrice n'a pas d'effort à soutenir pendant cette partie du tems.

Lorsqu'on voudra appliquer cette théorie à la pratique, on doit savoir que le pied cube d'eau douce pèse environ 70 livres, comme nous l'avons déja remarqué, *le pied cylindrique* d'eau c'est-à-dire, un cylindre qui a 1 pied de hauteur & 1 pied de diamètre) pèse environ 55 livres, &c. Ordinairement on augmente la force motrice, calculée pour l'état d'équilibre, du tiers de sa valeur pour passer à l'état de mouvement ; mais cette détermination n'a rien de fixe, elle dépend de la nature du frottement & de la vîtesse qu'on veut imprimer au fardeau enlevé.

Supposons que la pompe soit parvenue à un mouvement uniforme & permanent, ce qui est

l'état qu'on cherche à lui procurer. Il est aisé de trouver son produit, quand on connoît la vîtesse avec laquelle le piston est mu. Soient e l'espace qu'il parcourt en une seconde en montant; R le rayon de sa base ou du corps de pompe; π le rapport de la circonférence au diamètre, le piston soulèvera, & par conséquent la pompe produira, en une seconde, un nombre de pouces cubes exprimé par $\pi R^2 e$.

L'application de ces principes généraux à des exemples particuliers, n'aura jamais de difficulté. Mais on doit faire une attention expresse à la réflexion que j'ai proposée à la fin de l'article 128. Dans le cas où la hauteur XL est fort petite, & où par conséquent l'eau monte avec un peu de vîtesse dans le corps de pompe, il faut tellement modérer la vîtesse & le jeu du piston, qu'il ne se forme pas de vuide entre sa tête & l'eau qui le suit; autrement il y auroit du tems perdu dans la manœuvre de la pompe. On pêche quelquefois contre cette règle, & on est ensuite tout étonné qu'une pompe mue très-vîte, ne produise pas sensiblement plus d'eau que quand elle marche avec lenteur. Il est donc à propos de combiner les dimensions de la pompe avec la vîtesse & le jeu du piston, de manière que l'agent emploie sans cesse utilement toute la force qu'on est en droit d'attendre de lui.

La figure 206 représente une pompe *foulante*. On voit que le corps de pompe $ACBK$ trempe dans l'eau MN, le piston entre par en bas & soulève ou *foule* l'eau; sa tige Z est solidement attachée à la traverse $b\,c$ du chassis mobile $a\,b\,c\,d$ qu'on fait monter & descendre alternativement par le moyen d'un lévier, ou de toute autre manière qu'on voudra; sa tête est percée d'un trou recouvert par une soupape F qui s'ouvre de bas en haut. En VP, un peu au-dessous de la surface de l'eau, est un diaphragme percé d'un trou recouvert par une soupape E qui s'ouvre de bas en haut. Le corps de pompe s'unit en CB avec le tuyau montant $CBOQ$ qui porte l'eau à l'endroit où l'on veut l'élever.

Pour expliquer le jeu de cette pompe, supposons qu'au premier instant le piston soit placé au point le plus bas de sa course. Alors l'eau du réservoir tend, par sa propre pesanteur, à soulever le deux soupapes F, E & à monter dans le corps de pompe jusqu'au niveau MN. Quand elle y est arrivée, ou que du moins la partie du corps de pompe, comprise entre les deux soupapes, est remplie d'eau, les soupapes se ferment par le poids qui leur reste dans le fluide. Maintenant, qu'on élève le piston, la soupape inférieure F demeure fermée, la soupape E s'ouvre, & l'eau contenue dans le corps de pompe, entre les deux soupapes, est forcée de s'élever au-dessus du niveau MN. Abaissant le piston, la soupape E se ferme & empêche l'eau qui est au-dessus de descendre; la soupape F s'ouvre, & la partie du corps de pompe, comprises entre les deux soupapes, se remplit d'eau. Elevant une seconde fois le piston, la soupape F se ferme, la soupape E s'ouvre, & l'eau continue de monter dans le tuyau $CBOQ$. Ainsi de suite. On voit que par le jeu réitéré du piston, l'eau s'élève de plus en plus dans le tuyau $CBOQ$, & finit par arriver à la hauteur desirée.

Il est évident que par le moyen de cette pompe, on peut élever l'eau à telle hauteur qu'on voudra, pourvu que l'on ait une force motrice suffisante. Cette force se calcule ici comme pour la pompe aspirante. Dans le simple état d'équilibre, il soutient toujours en montant (outre le poids du piston & celui du chassis $a\,b\,c\,d$) le poids d'une colonne d'eau qui a pour base le cercle de la tête du piston & pour hauteur la distance verticale du point où l'eau est élevée, à un point horizontal qui rase la surface de l'eau du réservoir. Quand le piston descend, l'agent n'a pas à soutenir le poids dont on vient de parler; il n'a, pendant ce tems, d'autre fonction que d'accélérer, s'il le faut, la chûte du piston. Le produit de la pompe se détermine, comme ci-dessus, lorsque la vîtesse du piston est donnée.

La pompe *aspirante* & *foulante*, *fig.* 207, est composée d'un tuyau d'aspiration $ACBK$, qui trempe dans l'eau MN, d'un corps de pompe $CTSB$ & d'un tuyau montant $HLOQ$. En CB & VP sont deux soupapes E, F qui s'ouvrent de bas en haut. Le piston est massif & sa tête n'est pas percée, comme ci-devant. Il joue dans le corps de pompe, sans descendre jamais plus bas que HY, pour ne pas boucher l'entrée HL du tuyau montant. On voit qu'en faisant monter & descendre alternativement le piston, l'eau monte d'abord dans le tuyau d'aspiration & dans le corps de pompe précisément de la même manière que dans la pompe aspirante ordinaire. Les mouvemens alternatifs de deux soupapes E, F sont absolument les mêmes dans les deux cas. L'eau arrive, après quelques coups de piston, dans l'espace vuide que ce même piston en s'élevant occasionne dans le corps de pompe. Ensuite le piston en descendant la foule & la fait passer dans le tuyau montant $HLOQ$. Elevant le piston il aspire de nouvelle eau qu'il foule en descendant. Ainsi de suite. On trouve sans peine la valeur de la force motrice dans cette pompe, toujours pour le simple état d'équilibre. Car, 1.° en supposant que par l'aspiration, l'eau s'élève en $t\,s$, il est évident qu'alors la soupape F étant fermée, la puissance appliquée au piston soutient, outre le poids de ce même piston, une partie du poids de l'atmosphère, égale au poids d'une colonne d'eau, qui a pour hauteur la distance verticale de $t\,s$ au niveau MN de l'eau du réservoir. 2.° Pendant le refoulement, la soupape E étant fermée, le piston soutient le poids d'une colonne d'eau qui a même base que lui, & pour hauteur

la diſtance verticale de cette baſe au plan horizontal qui paſſe par le point O où l'eau s'élève. On voit que le piſton en deſcendant, aide de ſon poids la puiſſance.

Quelquefois on diſpoſe la pompe aſpirante & foulante, de manière que le piſton, au lieu d'aſpirer en montant & de fouler en deſcendant, comme dans la *figure* 207, aſpire en deſcendant, & foule en montant, comme dans la *fig.* 208. Mais la force motrice ſe calcule de même dans les deux cas, en ayant égard convenablement au poids du piſton.

Telles ſont les trois eſpèces primordiales de pompe. Toutes celles qu'on pourra conſtruire ou imaginer, n'en ſeront jamais que des combinaiſons plus ou moins ſimples. On ne peut donc eſpérer de perfectionner réellement ces machines, qu'en diminuant le plus qu'il eſt poſſible le frottement, en employant de bons piſtons, des ſoupapes fidèles, pour bien tenir l'eau & pour empêcher, lorſqu'il le faut, toute entrée à l'air extérieur. Il reſte encore en ce genre un vaſte champ à l'induſtrie des Artiſtes. Les meilleures ſoupapes connues, ſont celles à *coquille* & les *clapets.* Dans la *fig.* 206, E & F ſont des ſoupapes à coquille; dans les *fig.* 205, 207, 208, E & F ſont des clapets. On croit communément que la première machine de ce genre eſt dûe à Cteſibius. (*L. B.*)

PONT-LEVIS. C'eſt un pont fait en manière de plancher, qui ſe hauſſe & ſe baiſſe devant la porte d'une ville ou d'un château, par le moyen de chaînes, de flèches & de baſcules. Une des conditions à laquelle on doit tâcher de ſatisfaire dans la conſtruction d'un *pont-levis ;* c'eſt qu'il ſoit en équilibre dans une quelconque des différentes ſituations qu'il doit prendre dans ſon mouvement, de manière que la force motrice n'ait qu'à vaincre les réſiſtances.

M. l'abbé Boſſut réſout cette queſtion, dans ſon traité de Méchanique, à-peu-près de la manière ſuivante. La *figure* 230 (*pl. Méch.*) repréſente le profil d'un *pont-levis*, coupé par un plan vertical qui paſſe par ſon milieu, & qui le diviſe en deux parties parfaitement égales & ſemblables. Cette machine eſt compoſée d'un tablier exprimé par la droite AE, lequel eſt mobile autour de deux tourillons A, placés à ſes extrêmités; de deux longues pièces de bois, marquées au profil par la même ligne GM, leſquelles tournent autour de deux tourillons K, & dont les parties antérieures KG ſe nomment *flèches*, les parties poſtérieures KM ſe nomment *baſcules.* Il y a des traverſes de bois qui lient enſemble les deux baſcules, & tout l'aſſemblage eſt cenſé ne faire qu'un ſeul & même corps. Deux chaînes repréſentées par GE joignent les flèches au tablier; elles le font monter quand la baſcule baiſſe, & réciproquement, quand le tablier s'abaiſſe, la baſcule monte.

Imaginons que le *pont-levis* ſoit parvenu dans une poſition quelconque; que T exprime le poids du tablier, F celui du ſyſtême des deux flèches, B celui du ſyſtême des deux baſcules, & ſuppoſons, pour plus de ſimplicité, que le poids des chaînes, d'ailleurs parfaitement flexibles, peut ſe négliger, comparé aux autres poids qui entrent dans le ſyſtême. Conſidérons les deux chaînes comme réunies en une ſeule, répréſentée par la ligne GE; cette ligne ſera droite, puiſqu'on n'a pas égard au poids des chaînes. Des points d'appui A & K, ſoient menées les perpendiculaires Ab, Kd ſur la ligne GE; les perpend. At, Kg, Ke ſur les directions des poids T, F, B. Soit de plus ϕ la tenſion de la chaîne.

Cela poſé, il eſt clair que AE peut être conſidéré comme un levier iſolé, auquel ſont appliquées les deux puiſſances T, ϕ en équilibre, & par conſéquent on aura l'équation $T.At = \phi.Ab$.

De même on peut conſidérer GKM comme un levier iſolé, auquel ſont appliquées les trois forces ϕ, F, B en équilibre. Ainſi, on aura $\phi.Kd + F.Kg = B.Kn$; donc, égalant entre elles les deux valeurs de ϕ tirées de chacune de ces équations, on aura $\frac{T \cdot At}{Ab} = \frac{B \cdot Ke - F \cdot Kg}{Kd}$.
Mais, en nommant 1 le ſinus total, on a $At = AH.\ \text{ſin.}\ AHT$, $Ab = AE.\ \text{ſin.}\ AEb$; $Kd = KG.\ \text{ſin.}\ KGd$; $Kg = KI.\ \text{ſin.}\ KIF$; $Ke = KL.\ \text{ſin.}\ KLB$; donc $\frac{T \cdot AH \cdot \text{ſin.}\ AHT}{AE \cdot \text{ſin.}\ AEb} = \frac{B \cdot KL\ \text{ſin.}\ KLB - F \cdot KI \cdot \text{ſin.}\ KIF}{KG \cdot \text{ſin.}\ KGd}$.

On voit, par cette équation, que les ſinus des angles qu'elle renferme, variant d'une poſition du *pont-levis* à l'autre, ſuivant une loi qui dépend de l'eſpèce particulière du quadrilatère $AEGK$, cette eſpèce ne peut pas être arbitraire, ſi l'on veut que les poids T, F, B, demeurant les mêmes, comme ils demeurent en effet, l'équilibre ait lieu dans toutes les ſituations poſſibles du *pont-levis.* Mais, en ſuppoſant que les côtés oppoſés du quadrilatère ſoient égaux deux à deux, c'eſt-à-dire, qu'on ait $AE = KG$; $AK = EG$, & que par conſéquent le quadrilatère conſerve la figure parallélogrammique dans toutes les ſituations poſſibles, l'équilibre en queſtion aura lieu; car alors les deux angles AEG, KGE, qui ſont ſupplémens l'un de l'autre, ont des ſinus égaux; les trois angles AHT, KLB, KIF, ont auſſi des ſinus égaux. D'où il ſuit que l'équation précédente deviendra $T.AH = B.KL - F.KI$, qui ne renferme que des quantités conſtantes & indépendantes de la poſition du *pont-levis.*

Si, au lieu de chaînes, il y avoit des barres inflexibles, on pourroit avoir égard à la peſanteur de ces barres, & on n'en obtiendroit pas moins, dans le cas de la figure parallélogrammique, une équation d'équilibre indépendante de la ſituation indéterminée du *pont-levis*; car,

en nommant C le poids des barres ſuppoſées uniformes & repréſentées par la ligne GE, il n'y a qu'à décompoſer ce poids en deux autres égaux, chacun à $\frac{C}{2}$, l'un paſſant par le point E, & l'autre par G.

Cela poſé, le premier levier conſidéré plus haut nous donnera l'équation $T.At + \frac{C}{2} Az = \varphi. Ab$, & le ſecond levier donnera l'équation $\varphi. Kd + F. Kg + \frac{C}{2} KO = B. Ke$, où on voit bien que Az & Ko ſont des perpendiculaires menées ſur les verticales qui paſſent par K & par G. On tire de-là $\frac{T.At + \frac{C}{2} Az}{Ab} = \frac{BKe - F.Kg - \frac{C}{2} KO}{Kd}$.

Cette équation n'eſt pas non plus indépendante, en général, de la ſituation du *pont-levis*, mais le deviendra, comme ci-deſſus, en ſuppoſant le quadrilatère un parallogramme : on aura alors $T.AH + CAz + F.KI = B.KL$.

M. l'abbé Boſſut a auſſi conſidéré le cas où la peſanteur des chaînes, ſuppoſées flexibles, ne peut pas être négligée. Alors la ligne GE ſe courbe & devient une chaînette dont les points d'attache E & G varient d'une ſituation à l'autre du *pont-levis*; mais les bornes de ce Dictionnaire ne nous permettent pas de donner ici la ſolution générale de ce problême; il faut la lire dans le traité de Méchanique déjà cité. Cet ouvrage ne ſauroit être trop étudié par ceux qui veulent faire quelque progrès dans les Sciences Phyſico-mathématiques.

PORISME, ſ. m. (*Géom.*) eſt la même choſe que *lemme*, qui eſt aujourd'hui ſeul uſité. C'eſt une propoſition dont on a beſoin, pour paſſer à une autre plus importante; ce mot vient de πόρος, *paſſage*. *Voyez* LEMME. (*O*)

PORISTIQUE, adj. (*Mathém.*) quelques auteurs appellent *méthode poriſtique* la manière de déterminer par quels moyens, & de combien de différentes façons un problême peut être réſolu. *Voyez* PROBLÈME DÉTERMINÉ, EQUATION, RACINE, SOLUTION. (*O*)

PORTÉE, ſ. f. *terme d'Arpenteur*, c'eſt une meſure qui eſt de la longueur de la chaîne de l'Arpenteur, laquelle meſure il porte d'un piquet à l'autre. (*D. J.*)

PORTEREAU, ſ. m. (*Hyd.*) c'eſt une conſtruction de bois qu'on fait ſur certaines rivières pour les rendre plus hautes en retenant l'eau, ce qui facilite la navigation. Cette conſtruction forme une eſpèce de boules d'étang; elle conſiſte en une grande pale de bois qui barre la rivière, & qui s'élève par le moyen d'un grand manche tourné en vis, quand quelque bateau arrive : ce manche eſt dans un écrou F, placé au milieu d'un fort chevalet.

PORTE-VOIX, ſ. m. (*Acouſt.*), inſtrument à l'aide deſquels on augmente le ſon, & on le porte même beaucoup plus loin, que ſi on ne ſe ſervoit pas de ces inſtrumens. Le ſon eſt augmenté par la force élaſtique du *porte-voix*; car, dès qu'elle a une fois commencé à frémir à l'aide du ſon qui la met en mouvement, ce frémiſſement continue quelque tems, lorſqu'il y a un long intervalle entre le premier ſon & les derniers frémiſſemens de la trompette, nous pouvons alors diſtinguer le premier ſon du dernier; ce qui produit un éclat ou retentiſſement, lequel fait que le ſon qui part du *porte-voix*, n'eſt pas ſi diſtinct, que ſi l'on parloit ſans l'aide de cet inſtrument; par conſéquent, ſi on veut ſe faire entendre à une grande diſtance par le moyen d'un *porte-voix*, il faut prononcer chaque parole bien diſtinctement, afin que le bourdonnement ne cauſe aucune confuſion.

On dit qu'Alexandre avoit un ſemblable *porte-voix*, à l'aide duquel il raſſembloit ſon armée, quelque grande & quelque diſperſée qu'elle pût être, & lui donnoit ſes ordres, comme s'il ſe fût trouvé en préſence de chaque ſoldat, & qu'il eût parlé à chacun d'eux en particulier. Kircher a donné la figure de cette ſorte de trompette, & en a fait faire une ſur ſon modèle. Mais depuis que le chevalier Morland s'eſt appliqué à perfectionner ces trompettes, elles ont commencé à être bien connues. La trompette entière AB (*pl. Méch. fig.* 210.) eſt compoſée d'une portion elliptique AC, & d'une autre portion parabolique CB; on introduit la bouche dans le foyer de l'ellipſe A, d'où partent tous les rayons ſonores, comme AE, AF, AG, AH, qui, après avoir été portés contre les parois de cette portion, réfléchiſſent & ſe réuniſſent enſuite à l'autre foyer C. Ce même foyer doit être auſſi le foyer de la parabole CB; par conſéquent les rayons ſonores partiront comme de ce foyer, & ſeront portés en CK, CL, CM, CN, d'où ils ſeront réfléchis par les parois de la trompette parabolique, & avanceront directement en formant des lignes parallèles les unes aux autres, comme KO, LP, MR, NS, de ſorte qu'ils pourront être portés à une fort grande diſtance. Lorſqu'on ne veut avoir qu'une courte trompette parlante, il ſuffit de lui donner une figure parabolique. *Voyez* ECHO, CABINETS-SECRETS, CORNETS; &c. *Eſſai de Phyſ. de Muſſch. p.* 722.

POS

POSITIF, quantité *poſitive*, (*en algèbre*) c'eſt une quantité qui a, ou qui eſt cenſée avoir le ſigne $+$; elle eſt ainſi appellée par oppoſition

à la quantité négative. *Voyez* QUANTITÉ, NÉGATIF.

POSITION, *en terme de géométrie*, est un mot dont on se sert quelquefois par une espèce de distinction du mot *grandeur*; ainsi, on dit qu'une ligne est donnée de *position*, quand sa situation ou sa direction est donnée par rapport à quelqu'autre ligne; au contraire, une ligne donnée de *grandeur*, quand sa longueur est donnée, & non pas sa situation. (*E*)

Fausse position, en terme d'Arithmétique, c'est une règle ainsi appellée, parce qu'elle a pour base une fausse supposition. Une règle de *fausse position* se fait quand on calcule sur des nombres faux, & que l'on suppose à sa fantaisie, & que, par les différences qui s'y rencontrent, on trouve le vrai nombre inconnu qu'on cherchoit. *Chambers* (*E*)

La règle de fausse *position* consiste en une ou plusieurs règles de trois. On suppose que le nombre cherché soit d'une certaine valeur à volonté, & en conséquence on trouve un résultat tel que doit le donner ce nombre; ensuite on fait cette règle de trois comme le faux résultat trouvé est au nombre pris à volonté; ainsi, le véritable résultat donné est au nombre qu'on cherche.

Quand il n'y a qu'une seule règle de trois, & par conséquent qu'une seule fausse supposition, la règle est appellée *simple*; quand il y a deux fausses *positions*, & par conséquent plusieurs règles de trois, la règle est appellée *double*. Au reste la plupart des problèmes auxquels on emploie la régle de fausse *position*, se résolvent plus directement par l'algèbre ordinaire; exemple:

Trois marchands *A*, *B*, *C*, conviennent de donner 1000 liv. à eux trois pour quelques entreprises, de manière que *A* ne paie que la sixième partie de ce que paiera *B*, & *B* les deux tiers de ce que paiera *C*; on demande ce qu'ils doivent donner.

Par la règle de fausse *position*, supposons que *A* donne 100 liv. *B* donnera donc 600 liv. & *C* 900 l. & à eux trois ils donneroient 1600 livres; mais comme ils ne doivent donner que 1000 liv. par la supposition, faites cette proportion, comme le faux résultat donné (1600 liv.) est au faux nombre supposé 100 liv. ainsi le vrai résultat 1000 liv. est à la mise cherchée du marchand *A*, qui sera 62 liv. 10 sols.

Par l'algèbre, soit x la mise de *A*; on aura $x + 6x + 9x = 1000$; équation dont il est facile de tirer la valeur de x. *Voyez* EQUATION.

Ceux qui voudront plus de détails sur la règle de fausse *position* tant simple que double, peuvent consulter différens ouvrages d'arithmétique & d'algèbre, & entr'autres, l'arithmétique angloise de Weston. Londres, 1729, *ch.* 15. (*O*)

POSITION, (*Astron.*) L'angle de *position* est celui que forment au centre d'un astre le cercle de déclinaison & le cercle de latitude, ou le parallèle à l'équateur avec le parallèle à l'écliptique: cet angle est en effet l'angle le plus remarquable, & qui dépend le plus de la *position* d'un astre entre l'écliptique & l'équateur, & celui dont les astronomes se servent le plus souvent. Si *P* (*fig.* 40 *des pl. d'astron.*) est le pole du monde, & *Z* le pole de l'écliptique, qu'une étoile soit située au point *B*, l'angle *PBZ* est l'angle de *position*.

Si c'est le soleil *S fig.* 41, qui est situé dans l'écliptique; *SA* le cercle de déclinaison ou méridien qui passe par le soleil, il fait avec le cercle de latitude *DSF* perpendiculaire à l'écliptique *OSE*, l'angle *FSB* qui est l'angle de *position*, & dans ce cas-là c'est le complément de l'angle *ESA*, ou de l'angle de l'écliptique avec le méridien: cet angle de *position* est oriental, c'est-à-dire, que le cercle de latitude est à l'orient du cercle de déclinaison vers le nord, quand le soleil est dans les signes descendans, c'est-à-dire, dans les signes 3.4.5.6.7.8. ou dans le second & le troisième quart de l'écliptique, c'est-à-dire quand il se rapproche du midi par son changement de déclinaison.

Si c'est une étoile, l'angle *PZB*, *fig.* 40, est le complément de la longitude de l'étoile; car cet angle *PZB* est le complément de celui que fait le cercle de latitude *ZB* qui passe par l'étoile, avec un cercle de latitude *ZS* qui du point Z va passer par les équinoxes, & duquel se comptent les longitudes. *ZB*, est le complément de la latitude de l'astre, si cette latitude est boréale, ou la somme de 90^d, & de cette latitude, si elle est australe: l'angle *ZPB* est le complément de l'ascension droite; car c'est la distance du cercle de déclinaison *PB* au colure des solstices, qui fait un angle droit avec le colure des équinoxes *PC*; l'arc *PB* est la somme ou la différence de 90^d & de la déclinaison. On peut trouver l'angle *B* dans le triangle *PBZ*, en employant *PZ* qui est l'obliquité de l'écliptique $23^d\ 28'$, avec la longitude & la latitude, ou avec l'ascension droite & la déclinaison, ou avec la longitude & la déclinaison, ou enfin avec la latitude & l'ascension droite; cette dernière voie est en quelque sorte la plus simple, parce que la latitude est constante pour chaque étoile; elle n'exige qu'une analogie pour la résolution du triangle *PBZ*: le cosinus de la latitude est au cosinus de l'ascension droite, comme le sinus de $23^d\ 28'$, obliquité de l'écliptique, est au sinus de l'angle de *position*.

Cet angle de *position* n'est pas absolument fixe, puisque l'ascension droite qui entre dans le second terme de cette proportion, est sujette à varier par la précession des équinoxes; pour avoir le changement de l'angle de *position* dans un intervalle quelconque, il faut multiplier le changement en longitude par le sinus de l'obliquité de l'écliptique & par le sinus de l'ascension droite, & diviser le produit par le cosinus de la décli-

naiſon, comme je l'ai démontré dans mon *Aſtronomie*.

J'ai publié une table générale pour trouver les angles de *poſition* à toutes les parties du ciel, dans *la Cannoiſſance des mouvemens céleſtes, pour 1766*, & j'ai donné dans mon *Aſtronomie* une table particulière de l'angle de *poſition* pour toutes les étoiles remarquables.

Il eſt ſouvent utile d'avoir l'angle de *poſition* par une opération graphique, pour calculer les éclipſes de ſoleil avec la règle & le compas; je ſuppoſe que le cercle FG, *fig.* 70, repréſente le cercle de projection de la terre, FGH un arc de cercle de projection égal au double de l'obliquité de l'écliptique; c'eſt-à-dire, que du point G où ſe termine le méridien CG de la projection, on ait pris les arcs GF & GH, chacun de $23^d\ 28'$; ſur la tangente GV de l'arc GF & du centre G, l'on décrira un demi-cercle VMX, qu'on diviſera en douze ſignes comme l'écliptique, en commençant au point X du côté de l'occident, où l'on marquera le bélier, c'eſt-à-dire, zéro ſigne de longitude; on prendra ſur ce cercle un arc égal à la longitude du ſoleil ou de l'étoile, par exemple XM; on abaiſſera ſur le diamètre VX la perpendiculaire MN, & le point N de la tangente GNV où paſſera cette perpendiculaire MN, ſera le point où l'on devra tirer le cercle de latitude CSN.

En effet GN eſt le coſinus de l'arc XM ou de la longitude du ſoleil, pour le rayon GV; donc $GV : R :: GN :$ coſ. : long.; c'eſt-à-dire $GN = GV$ coſ. long. mais par la conſtruction $GV =$ tang. $23^d\ \frac{1}{2}$ pour le rayon que nous ſuppoſons égal à l'unité, c'eſt-à-dire CG; donc $GN =$ tang. $23^d\ \frac{1}{2}$ coſ. long. = tang. GS. Cela revient à la proportion ſuivante par laquelle on trouve l'angle de *poſition* pour le ſoleil; le rayon eſt au coſinus de la longitude du ſoleil, comme la tangente de l'obliquité de l'écliptique eſt à la tangente de l'angle de *poſition*; donc l'angle NCG eſt celui que forme le cercle de latitude CN avec le méridien CG.

On pourroit auſſi faire une autre conſtruction ſemblable par les étoiles fixes que la lune rencontre, mais leur latitude eſt trop petite pour que l'erreur ſoit ſenſible ſur les figures dont on ſe ſert; ainſi, l'on peut employer la conſtruction précédente, même pour les étoiles.

Les étoiles qui ont l'angle de *poſition* égal à 90^d, c'eſt-à-dire, dont le cercle de déclinaiſon & le cercle de latitude ſe coupent en angles droits, n'ont aucune préceſſion en aſcenſion droite; tous ces points ſont ſur la courbe que forme l'interſection d'un cône oblique, dont les deux côtés paſſent par les pôles de l'écliptique & de l'équateur, & dont la baſe eſt tangente à la ſphère ſur un des pôles, c'eſt-à-dire, perpendiculaire à un des côtés du cône: j'en ai donné une table dans mon *Aſtronomie*.

Pour le ſoleil & pour les étoiles qui ne ſont pas fort loin de l'écliptique, toutes les fois que la longitude eſt dans le premier & le dernier quart de l'écliptique, c'eſt-à-dire, dans les ſignes aſcendans, le cercle de latitude eſt à la droite du méridien CG, les autres ſont à la gauche, parce que dans la *fig.* 70, les trois premiers & les trois derniers ſignes de longitude ſe trouvent dans le quart de cercle 3 X, qui eſt à l'occident ou à la droite du point G; cela eſt aiſé à appercevoir ſur un globe; la direction de l'écliptique tend à l'orient dans tous les cas; ſi en même-tems elle ſe rapproche du nord, la perpendiculaire doit décliner du côté oppoſé à la direction de l'écliptique, c'eſt-à-dire, à l'occident quand on la conſidere du côté du nord. C'eſt ainſi que l'on peut trouver, même ſans figure, de quel côté eſt le cercle de latitude dans les éclipſes. (*D. L.*)

POSSIBLES, *équations poſſibles*. (*Calcul intégral.*) On appelle *équations poſſibles* les équations différentielles qui ont des intégrales finies ou d'un ordre moindre; celles qui ne ſont pas *poſſibles*, s'appellent *abſurdes*. Cette impoſſibilité eſt différente de celle des racines imaginaires, en ce que celles-ci ſont exprimées par une formule finie, & que les autres ne ſont ſuſceptibles d'aucune expreſſion; ce qui les fait encore différer des fonctions qui ſeroient exprimables par une ſérie infinie ſans l'être par une formule finie, & il y a lieu de croire que les intégrales d'une infinité d'équations différentielles *poſſibles* ſont dans ce cas.

Le principe général d'où on déduit cette poſſibilité, eſt que, ſi une équation qui eſt nulle en même-tems, & qui a la même étendue que la propoſée, eſt la différentielle exacte d'une fonction d'un ordre moins élevé d'une ou pluſieurs unités, la propoſée eſt *poſſible*.

Il faut donc d'abord connoître les conditions, pour qu'une fonction ſoit une différentielle exacte.

M. Fontaine & M. Euler ſont les premiers qui aient déterminé ces équations pour le premier ordre, où les fonctions ſont de la forme $A\,dx + B\,dy + C\,dz$ .... Tous deux ont déduit leur ſolution d'un théorème de Leibnitz, qui eſt le ſecond de l'ouvrage de M. Fontaine. *Voyez l'article* DIFFÉRENTIATION *par parties*, M. Euler a depuis déduit de ſa méthode *de maximum*, une condition qui doit avoir lieu pour qu'une fonction à deux variables, dont une des différences eſt conſtante, ſoit une différentielle exacte. J'ai trouvé une démonſtration directe de ce théorème auſſi-tôt qu'il me fut communiqué, & j'ai étendu ma méthode à des cas plus généraux & qui n'avoient pas encore été conſidérés. Je vais en donner ici une expoſition abrégée.

Soit V une fonction des variables & de leurs différences, ſi V eſt une différentielle exacte, on aura $V = dB$ & $dV = d\,dB$; & comparant

terme à terme ces deux fonctions, comme je l'ai développé dans l'*art.* MAXIMUM, on aura, 1.° des valeurs de $\frac{dB}{dx}$, $\frac{dB}{dy}$ .... $\frac{dB}{ddx}$, $\frac{dB}{ddy}$ ... &c. en différences partielles de V; 2.° l'équation identique $\frac{dV}{dx} - d\frac{dV}{ddx} + d^2\frac{dV}{d^2x} .... = 0$ & une équation semblable pour chaque variable.

Si on veut que $B = \int V$ soit aussi une différentielle exacte l'on aura 1.° par ce qui précède, une équation en différences partielles de B; 2.° les valeurs de ces différences en différences partielles de V: donc en substituant on aura des équations de condition en différences partielles de V, on les trouvera de même pour $\int B = dB'$; & pour que $V = d^n B$, le nombre des variables étant m, on aura en tout nm équations de condition, & n de moins s'il y a une différence constante.

Lorsque $V = dB$, on a $\frac{dB}{dx}$, $\frac{dB}{dy}$ .... $\frac{dB}{ddx}$, $\frac{dB}{ddy}$ ..... donnés en V; faisant donc $V = \frac{dB}{dx}dy + \frac{dB}{dy}dy .... + \frac{dB}{ddx}ddx + \frac{dB}{ddy}ddy ....$ on aura B par les quadratures.

Si maintenant on a $V = 0$, & qu'on cherche si cette équation a une intégrale de l'ordre inférieur, on supposera que $A\,dV = dB$, A étant un facteur & B une fonction de l'ordre inférieur égale à zéro en même-tems que V, on aura donc, par la théorie ci-dessus, l'équation $A\frac{dV}{dx} - dA\frac{dV}{ddx} + d^2\frac{AdV}{d^2} .... 0 =$ & une équation semblable pour chaque variable, d'où en éliminant A, on déduira les conditions cherchées.

Faisant ensuite $A'\,d\,B' = d\,d\,B$, on aura de nouvelles équations de condition sans B, d'où éliminant A', on aura les équations pour que $B = o$ soit *possible*, & ainsi de suite jusqu'à ce qu'on parvienne à l'intégrale finie. La proposée a un intégrale complette, lorsque ces équations sont identiques ou ont lieu en même-tems que $V = 0$, parce que la condition de $B = o$, lorsque V est nul, suit de la nature de la question, quoiqu'elle ne paroisse pas entrer dans la recherche des équations de condition. Dans tout autre cas, la proposée peut avoir une intégrale incomplette qui seroit une équation qui auroit lieu en même-tems que $V = o$ & les équations de condition. Le nombre des équations de condition est ici égal pour chaque intégration au nombre de variables diminué de l'unité, s'il n'y a point de différence constante, & de deux unités s'il y en a une.

MM. Euler & Fontaine ont donné chacun une méthode différente pour trouver les équations de condition, des équations différentielles du premier ordre. Celle du premier consiste à regarder $dz + A\,dx + B\,dy = 0$ comme la différentielle exacte de $z + Fx$, y, ce qui donne l'équation de condition $\frac{dA}{dy} + \frac{dA}{dz}\frac{dz}{dy} = \frac{dB}{dx} + \frac{dB}{dz}\frac{dz}{dx}$; mais $\frac{dz}{dx} = -A$ & $\frac{dz}{dy} = -B$; donc, &c. on voit que cette méthode suppose que $dz + A\,dx + B\,dy = 0$ ou $V = 0$. M. Fontaine regarde $Adx + B\,dy + C\,dz$ comme une différentielle exacte, & par la comparaison des trois équations de condition, il parvient à une équation divisible par C.

On trouvera un plus grand détail sur cette matière dans nos *Essais d'Analyse*, dans les *Mémoires de Turin, tom. IV*, dans ceux de Paris, année 1770.

On trouvera les équations de condition pour l'intégrabilité des fonctions, & des équations aux différences finies, par les mêmes principes que ci-dessus, & par les procédés développés à l'*art.* MAXIMUM. Voyez les *Mémoires de l'académie*, pour l'année 1770.

On voit en général pour ces équations comme pour celles aux différences infiniment petites, que si aucune différentielle n'est supposée constante, le nombre des conditions est pour chaque intégration égal au nombre des variables, pour les fonctions & pour les équations à ce nombre diminué de l'unité; & si une différentielle est constante, il y aura à chaque intégration une condition de moins. Il suit de-là que lorsque la proposée est entre deux variables, elle est toujours *possible* dans l'hypothèse d'une différence constante; cette possibilité signifie seulement qu'il y a toujours une différentielle exacte qui a lieu en même-tems que la proposée. Mais cette fonction est-elle toujours la différence d'une fonction finie des variables? *Voyez les articles* QUADRATURES, INTÉGRAL & DIFFÉRENCES FINIES.

On pourroit trouver pour les équations aux différences partielles, dans toutes les hypothèses & pour toutes les classes d'équations, des équations de condition, d'après les mêmes principes que ci-dessus; mais je ne m'arrêterai point ici à cette recherche, & je me contenterai de donner un moyen plus simple, une équation quelle qu'elle soit étant donnée, de voir si elle est *possible*. Soit cette équation entre z, x^1, y^1, &c. je mets $A + x$ au lieu de x^1, & $B + y$ au lieu de y^1, A & B sont ici des constantes indéterminées. Je suppose ensuite que l'on ait $z = a + bx + b^1y + cx^2 + c'xy + c\,y^2 ... + px^m + p^1x^{m-1}y + p^{11}x^{m-2} ... + p^{11} .... ^{m-1} y^m + ...$

Je substitue cette valeur dans la proposée, si la proposée est *possible*, alors cette substitution l'est aussi; il restera autant de coëfficiens indéterminés qu'il doit y avoir d'arbitraires dans l'intégrale: ainsi, par exemple, 1.° dans les équations aux différences ordinaires, le nombre de ces coëfficiens sera toujours fini; 2.° dans les équations aux différences partielles, il y aura autant de coëfficiens indéterminés

indéterminés dans chaque rang de la ſérie que de fonctions arbitraires dans l'intégrale ; ce qui donne le moyen de juger, une équation étant donnée, de la généralité & de la forme de la ſolution qu'elle admet ; 3.° dans les équations aux différences partielles à quatre variables, & à trois différences où il peut y avoir des fonctions arbitraires de pluſieurs variables, alors ayant fait, ſi les quatre variables ſont z, x^{1}, y^{1}, u_{1}, $x^{1} = A + x$, $y^{1} = B + y$, $u^{1} = C + u$, la ſubſtitution comme ci-deſſus, il y aura autant de ces fonctions arbitraires que dans chaque rang de la ſérie ordonnée par rapport à u, de rangs de termes en x, & y dont tous les coëfficiens ſoient arbitraires ; 4.° pour les équations aux différences finies, les coëfficiens arbitraires ſeront des fonctions de $e^{fx} e^{f\Delta x} = 1$. (*Voyez l'article* DIFFÉRENCES FINIES) ; mais ſi l'équation eſt aux différences finies & infiniment petites en même-tems, il faudra faire entrer la ſérie qu'on ſubſtitue, des coëfficiens Fe^{fx}, au lieu de coëfficiens conſtans, & ſelon le nombre qui en reſtera arbitraire, ou ſeulement égal à des conſtantes arbitraires, on jugera de la forme de l'intégrale, *&c.* (*M. D. C.*)

P O U

POU, (*Aſtronomie Chinoiſe*) période aſtronomique chinoiſe de 76 ans, compoſée de quatre tchang. C'eſt la même que celle de Calippus chez les Grecs. On ſuppoſoit qu'elle donnoit exactement le retour des ſyzygies & des ſolſtices à la même heure. (*D. L.*)

POUCE D'EAU, *Hydraul.*, meſure des fontainiers ; c'eſt la quantité d'eau qui ſort en une minute de tems, horizontalement d'une vîteſſe égale, & par un trou circulaire d'un pouce de diamètre, fait dans une plaque verticale d'une ligne d'épaiſſeur ; la partie ſupérieure de la circonférence étant couverte d'une ligne ſeulement de hauteur d'eau, en ſorte que l'ouverture ait ſon centre de ſept lignes au-deſſous de la ſuperficie de l'eau ; cette quantité eſt de 13 pintes & $\frac{1}{11}$ meſure de Paris, chacune du poids de 2 livres d'eau de Seine moins 7 gros, ce qui eſt à très-peu-près la pinte de 48 pouces cubiques, c'eſt-à-dire, celle dont le pié cubique en contient 36, & dont le muid de Paris, qui eſt de 8 piés cubiques, en contient par conſéquent 288.

M. Mariotte, dans un endroit de ſon traité du mouvement des eaux, dit que le *pouce d'eau* fournit 13 $\frac{5}{8}$ pintes par minute ; mais, dans la troiſième expérience du premier diſcours de ſa troiſième, il appelle un *pouce d'eau* d'écoulement, non plus 13 pintes $\frac{5}{8}$ comme dans le premier paſſage ; mais 14 pintes combles, chacune du poids de deux livres d'eau, c'eſt-à-dire, de ces pintes dont les 35 font le pié cubique, & dont par conſéquent les 280 feroient le muid.

M. Couplet, dans les Mémoires de 1732, remarque à ce ſujet, que l'expreſſion de pinte comble eſt indéterminée, le comble peut être plus ou moins conſidérable ſuivant la largeur de la pinte ; il y a telle pinte dont le comble eſt d'un *pouce* cubique, comme M. Couplet l'a expérimenté ſur une pinte de 3 *pouces* de diamètre, qui, après avoir été emplie à raze, reçoit encore environ un *pouce* cubique avant que de répandre ; cela vient de la ténacité de l'eau, de ſon adhérence contre ſes parois, & de la courbure de ſa ſurface.

Ainſi, cette pinte ſeroit de 49 *pouces* cubiques & $\frac{13}{35}$, au lieu de 48 pouces cubiques. Cette valeur de la pinte employée dans la première expérience, devroit au contraire ſe trouver plus grande que celle de la dernière, puiſque la même ouverture a donné un plus petit nombre de pintes dans un même tems.

Cette contrariété de réſultats engagea M. Couplet à abandonner les expériences de M. Mariotte à ce ſujet, pour s'attacher à celles qui avoient été faites par MM. Roemer & Picard, conjointement avec le père de M. Couplet & M. Villiard, que M. Couplet lui-même avoit répétées pluſieurs fois, & qui toutes s'accordent à donner pour la valeur du *pouce* d'eau 13 pintes $\frac{1}{3}$, de celles de 48 *pouces* cubiques : cette quantité s'accorde même ſenſiblement avec la première expérience de M. Mariotte, elle n'en differe que de $\frac{1}{24}$ de pinte, c'eſt-à-dire, de deux pouces cubiques d'eau dans une minute de tems, ce qui eſt une partie preſque inſenſible dans ces ſortes d'expériences ; le *pouce* d'eau évalué à 13 pintes $\frac{1}{3}$ par minute, donne 66 muids $\frac{2}{3}$ en 24 heures, ou 200 muids juſte en trois jours ; & en l'évaluant à 13 pintes $\frac{3}{8}$ par minute, ſuivant la première expérience de M. Mariotte, il donne 66 muids $\frac{7}{8}$ en 24 heures, ou 200 muids $\frac{5}{8}$ en trois jours, ce qui ne va qu'à 60 pintes de différence dans un jour, ou ce qui eſt le même, à 2 pintes $\frac{1}{2}$ par heure.

Ainſi, M. Couplet prenoit pour la valeur du *pouce* d'eau, l'écoulement par minute de 13 pintes $\frac{1}{3}$, meſure de Paris ; chaque pinte de 48 *pouces* cubiques ; mais M. l'abbé Boſſut, dans le ſecond volume de ſon ſavant traité d'hydrodynamique, rapporte des expériences qu'il a faites avec le plus grand ſoin, en 1766, à Mézieres ; il a trouvé un réſultat moindre que M. Couplet, & je ſuis perſuadé qu'il eſt préférable.

Dans quelques-unes de ſes expériences, l'eau étant entretenue dans le réſervoir à la hauteur conſtante de 7 lignes au-deſſus du centre d'une ouverture verticale & circulaire d'un *pouce* de diamètre, en 2 minutes 43 ſecondes, il a reçu un pié cube d'eau. Ce produit revient à 628 *pouces* cubes en une minute.

La ſurface de l'eau s'abaiſſoit en longueur dans la direction de l'orifice ; mais cette eſpèce de

demi-entonnoir est très-peu sensible. Si l'on suppose, dit M. Bossut, comme on le fait ordinairement, que le pié cube d'eau contienne 36 pintes de Paris, on trouvera que la dépense précédente revient à 13 $\frac{1}{15}$ pintes par minute. M. Mariotte, ajoute-il, qui a fait la même expérience, trouve la dépense un peu plus forte ; mais je crois pouvoir garantir la parfaite justesse de mon opération. J'avois une surface d'eau très-étendue, sensiblement immobile, au lieu que dans l'expérience de M. Mariotte, l'eau provisionnelle qu'on jettoit dans le vase pour l'entretenir plein à la même hauteur, pouvoit y occasionner quelque ébranlement. Or, si la surface s'élève au-dessus de 7 lignes, ou s'abaisse au-dessous, on obtiendra des résultats sensiblement différens. De plus, il peut se faire que M. Mariotte & moi n'ayons pas employé des étalons de même grandeur ; enfin on doit remarquer que cet auteur a varié plusieurs fois dans ses résultats à ce sujet.

Cette expérience étant le résultat d'un grand nombre d'autres sur lesquelles M. l'abbé Bossut a pris un milieu, & qui ont été faites avec la plus scrupuleuse attention, on ne peut se dispenser d'admettre ce dernier résultat.

On trouve, dans le même livre, des expériences semblables, pour différentes hauteurs du réservoir, d'où M. l'abbé Bossut tire cette règle générale, qui est toujours sensiblement vraie pour l'usage de la pratique ordinaire, que les quantités d'eau dépensées, durant le même tems, par différentes ouvertures, sous différentes hauteurs, dans le réservoir, sont entr'elles en raison composée des aires des ouvertures, & des racines quarrées des hauteurs des réservoirs. (*D. L.*)

POUCE. (*Géomét.*) Il y a différentes sortes de *pouces*; savoir, le *pouce* courant qui est divisé en 12 lignes courantes.

Le *pouce* quarré est de 144 lignes quarrées en multipliant 12 par 12 dont le produit est 144.

Le *pouce* circulaire est de 144 lignes circulaires, en multipliant 12 par 12, dont le produit est 144.

Le *pouce* cylindrique, qui est solide, est la multiplication de la superficie d'un pouce circulaire contenant 144 lignes circulaires par sa hauteur 12, ce qui donne 1728 lignes circulaires.

Le *pouce* cube est la multiplication de la superficie d'un *pouce* quarré contenant 144 lignes quarrées par sa hauteur 12, ce qui produit 1728 lignes cubes. (*K*)

POUCE-ÉVENT, *terme d'aunage*; ce mot, en fait d'aunage d'étoffes de laine, signifie mettre le *pouce* de la main devant le bout de l'aune en aunant les étoffes, afin d'en augmenter la mesure. Le réglement des manufactures, du mois d'août 1669, *art. xliv.* veut que toutes les étoffes soient aunées bois-à-bois & sans *event*, n'étant permis aux auneurs d'en user autrement, sous peine de cent livres d'amende pour chacune contravention ; mais c'est une chose impossible à prouver. *Savary.* (*D. J.*)

POULIE, s. f. (*Méch.*) est une des cinq principales machines dont on traite dans la Statique. Elle consiste en une petite roue, qui est creusée dans sa circonférence, & qui tourne autour d'un clou ou axe placé à son centre ; on s'en sert pour élever des poids par le moyen d'une corde qu'on place & qu'on fait glisser dans la rainure de la circonférence. *Voyez* PUISSANCES MÉCHANIQUES, MACHINE, LEVIER, FORCES MOUVANTES, &c. les latins l'appellent *trocles*.

L'axe sur lequel la *poulie* tourne, se nomme *goujon* ou *boulon* ; & la pièce fixe de bois ou de fer dans lequel on le met, l'*écharpe* ou la *chape*.

Théorie de la poulie. Si une puissance *P*, *Planche méchan. fig.* 208, soutient un poids *Q* par le moyen d'une *poulie* simple *AB*, de manière que la direction du poids & celle de la puissance soient tangentes de la circonférence de la *poulie* : le poids sera égal à la puissance. Donc lorsque la direction de la puissance & du poids sont tangentes de la circonférence, la *poulie* simple n'aide point la puissance & ne lui nuit pas non plus, mais seulement en change la direction.

Par conséquent l'usage de la *poulie* est principalement de changer une direction verticale en horizontale, ou une direction qui devroit être de bas en haut, en une direction de haut en bas ; & réciproquement.

C'est par-là qu'elle est avantageuse ; car si une puissance a plus de force dans une direction que dans une autre, elle peut agir par le moyen de la *poulie* dans la direction favorable.

Par exemple, un cheval ne peut tirer verticalement, mais tire avec beaucoup de force dans le sens horizontal. Ainsi, en changeant la direction verticale en horizontale, on peut faire élever un poids à un cheval par le moyen d'une *poulie*.

De même on se sert avec avantage de la *poulie* pour élever différens poids, par exemple, des seaux remplis d'eau, car quoique la force qu'on emploie pour élever le poids, soit égale au poids, cependant elle est appliquée d'une manière très-avantageuse, parce que la pesanteur du corps de la personne qui tire, aide & favorise le mouvement des bras.

Lorsque les deux puissances *P* & *Q* agissent suivant des directions parallèles, c'est-à-dire, lorsque la corde embrasse la moitié de la circonférence de la *poulie*, alors l'appui *C* est chargé par une force égale à la somme des deux puissances. Il n'en est pas de même lorsque les puissances *P* & *Q* ne sont point parallèles, car alors la charge de l'appui *C* est moindre que la somme de ces puissances ; mais ces puissances pour être en équilibre doivent toujours être égales.

M. Varignon démontre les propriétés de la *poulie* de la manière suivante. Il suppose que les directions de la puissance & du poids soient prolongées jusqu'à ce qu'elles se rencontrent, après quoi il réduit par les principes de la composition des forces, ces deux puissances en une seule; or pour qu'il y ait équilibre, il faut que cette dernière puissance soit soutenue par le point d'appui *C*, c'est-à-dire, que sa direction passe par *C*. De-là il est aisé de conclure que les puissances *P* & *Q* doivent être égales pour se faire équilibre, & que la charge de l'appui *C*, qui n'est autre chose que la puissance ou force résultante des deux puissances *P* & *Q*, n'est jamais plus grande que leur somme. Si les puissances *P* & *Q* sont parallèles; alors M. Varignon considere le point de concours comme infiniment éloigné : ce qui ne fait que simplifier les démonstrations. *Voyez* APPUI, LEVIER, *&c.*

On peut regarder la *poulie* comme l'assemblage d'une infinité de leviers fixes autour du même point *C*, & dont les bras sont égaux, & c'est cette égalité de bras qui fait que la puissance n'est jamais plus grande que le poids. Il est inutile d'avertir ici que nous faisons abstraction du poids & du frottement des cordes; car on conçoit aisément que moyennant ce poids & ce frottement, il faudra plus de 100 livres d'effort pour enlever un poids de 100 livres.

La *poulie* est principalement utile quand il y en a plusieurs réunies ensemble. Cette réunion forme ce que Vitruve & plusieurs autres après lui, appellent *polyspaston*, & ce qu'on appelle en françois *moufle*. L'avantage de cette machine est de tenir peu de place, de pouvoir se remuer aisément, & de faire élever un très-grand poids à une force très-médiocre.

L'effet des *poulies* multiples est fondé sur les théorèmes suivans. 1.° Si une puissance *E*, *fig.* 50, soutient un poids attaché au centre d'une poulie *AB*, elle sera la moitié de ce poids; on suppose que la corde est attaché en *D*, ou soutenue de quelque manière que ce soit, 2.° Si une puissance appliquée en *B*, *fig.* 209, soutient un poids *F*, par le moyen de plusieurs *poulies*, de manière que toutes les cordes *AB*, *HI*, *GF*, *EL*, *CD*, soient parallèles l'une à l'autre, la puissance sera au poids, comme l'unité est au nombre des cordes *HI*, *GF*, *EL*, *CD*, tirées par le poids *F*, c'est-à-dire, comme l'unité est au nombre des *poulies* prises ensemble.

Donc le nombre des *poulies* & la puissance étant donnés, il est facile de trouver le poids que cette puissance peut soutenir, ou le nombre des *poulies* & le poids étant donnés, de trouver la puissance, ou enfin de trouver le nombre des *poulies*, la puissance & le poids étant donnés. *Voyez* POLYSPASTON *ou* POULIE MULTIPLE *ou* MOUFLE.

Si une puissance fait mouvoir un poids par le moyen de différentes *poulies*, l'espace que décrit la puissance sera à l'espace que décrit le poids dans le même tems, comme le poids est à la puissance.

Donc plus la force qui lève le poids est petite, plus aussi le poids se lève lentement; de sorte que l'épargne de la force est compensée par la longueur du tems. (*O*)

P R Æ

PRÆSEPE, (*Astron.*) *Voyez* PRESEPE.

PRAGMATIQUE, adj. (*Mathém*,) terme dont quelques anciens auteurs se servent pour exprimer la même chose que *pratique*, *méchanique*, ou *problématique*.

Stevin, dans ses élémens d'hydrostatique, donne le nom d'*exemples pragmatiques*, à certaines expériences méchaniques ou pratiques, & les autres auteurs se servent quelquefois du mot *pragmatique* dans le même sens. Ce mot au reste, n'est plus usité.

PRATIQUE, s. f. *en terme d'Arithmétique*; est ce qu'on appelle autrement *practica*, *statica*, ou *abrégés italiens*; ce mot sert à désigner certaines méthodes abrégées pour faire la règle de proportion, ou règle d'or, principalement quand le premier terme est 1, ou l'unité, *voyez* RÈGLE D'OR.

On appelle ces méthodes *pratiques à l'italienne*, ou *abrégés à l'italienne*, parce que ce sont des marchands & des négocians italiens qui ont introduit les premiers, ces manières de compter qui expédient un calcul avec beaucoup de facilité & de promptitude. *Voyez* RÈGLE.

Voici celles de ces méthodes qui sont le plus en usage. 1.° Puisque la règle de trois consiste à trouver une quatrième proportionnelle à trois nombres donnés, divisez le premier & le second ou le premier & le troisième par quelque nombre commun qui puisse les diviser exactement, si cela est possible; & opérez sur ces quotiens au lieu d'opérer sur les dividendes : par exemple,

3 liv. coûteront 9 s. combien coûteront
7 livres?

En divisant les deux premiers termes par 3, on aura 1 liv. coûte 3 s. combien coûteront 7 liv. il est clair qu'elles coûteront 21 s.

De même 14 liv. coûtent 26 s. combien coûtent 7 livres? On aura $14 : 26 :: 7 : x$, ou $14 : 7 :: 26 : x$. Divisant les deux premiers termes par 7, il vient $2 : 1 :: 26 : x$, & par conséquent le terme cherché $x = \frac{26 \times 1}{2} = 13$.

2.° Si le premier terme est 2, & que le second soit une partie aliquote de livres, sous ou deniers, divisez le troisième terme par la partie aliquote; le quotient sera le terme cherché. Remarquez que pour trouver la partie aliquote, on peut, en cas de

besoin, avoir recours à la table de l'*article* ALIQUOTE. Exemple:

Une aulne coûte 10 s. combien coûtera 975 aul.

Réponse. 487 liv. 10 s.

3.° Si le premier ou le troisième nombre est 1, que l'autre ne soit pas excessivement grand, & que le terme moyen soit composé, c'est-à-dire, formé de grandeurs de différentes dénominations, on peut sans réduction résoudre la règle, comme on va le voir dans l'exemple suivant.

Une livre coûte 3 liv. 8 s. 3. d. combien 5 livres?

5

Réponse. 17 liv. 1 s. 3 d.

Cette opération n'est, comme l'on voit, qu'une simple multiplication.

4.° Si le terme moyen n'est pas une partie aliquote, mais une partie aliquante, résolvez la partie aliquante en ses parties aliquotes; divisez le terme moyen par les différentes parties aliquotes, la somme des quotiens est le terme cherché pour trouver les parties aliquotes contenues dans une partie aliquante. Par exemple, si une aulne coûte 15 s. combien coûteront 124 aulnes? Remarquez que 15 s. sont la moitié & le quart d'une livre; il faut donc prendre la moitié & le quart de 124, c'est 62 & 31, dont la somme fait 93 livres qui satisfont à la question.

5.° Si le premier ou le deuxième terme est 1, & que dans le premier cas, le second ou le troisième terme, dans le second cas, le premier terme puisse être décomposé en facteurs, on peut faire l'opération entière dans sa tête, sans avoir besoin d'écrire aucun chiffre. Par exemple:

Une liv. coûte 24 s. combien coûtent 20 liv.

4	4
6	80
	6

Réponse. 480 s. = 24 li.

(*E*)

PRÉCESSION DES ÉQUINOXES, *ou simplement* PRÉCESSION, s. f. est un terme dont on se sert dans l'Astronomie pour exprimer le mouvement insensible, par lequel les équinoxes changent de place continuellement, & se transportent d'orient en occident, c'est-à-dire, comme disent les Astronomes, *in antecedentia*, ou contre l'ordre des signes. Ce mouvement est indiqué par l'augmentation successive des longitudes des étoiles qui croissent d'un degré en 72 ans. La méthode ancienne, pour déterminer les longitudes des étoiles, fut employée 128 ans avant Jesus-Christ: Hipparque de Rhodes, le plus célèbre des astronomes, reconnut alors que les longitudes des étoiles, par rapport aux équinoxes, étoient plus grandes que suivant les observations de Tymocharès, & suivant la sphère d'Eudoxe, qui avoit écrit 380 ans avant Jesus-Christ. Ce changement des étoiles en longitude est encore plus sensible aujourd'hui, quand on compare le catalogue de Ptolémée avec les nôtres, ou les observations qu'il rapporte avec celles que nous faisons.

L'Epi de la Vierge, suivant les observations d'Hipparque, 128 ans avant J. C. précédoit de 6 degrés l'équinoxe d'automne, c'est-à-dire, que sa longitude étoit de . . . . 5^s 24° 0'
mais on trouve pour 1750, cette longitude, ... 6 20 21

la différence ou l'augmentation est de . . . . 26° 21'

En comparant les positions d'un grand nombre d'étoiles prises dans les anciens catalogues, avec celles qu'on a observées depuis quelques années, j'ai trouvé la précession d'un degré 23' 45" par siècle.

Neuton a reconnu que ce phénomène étoit une suite de l'attraction du soleil & de la lune sur le sphéroïde applatie de la terre, qui change la position de l'équateur & par conséquent celle des points équinoxiaux.

Ainsi, il est prouvé, par les observations astronomiques, & par la théorie, que les équinoxes ont un mouvement rétrograde, & vont continuellement d'orient en occident: par ce mouvement les points de l'écliptique reculent continuellement contre l'ordre des signes, de 50" par an, & ce mouvement rétrograde est appellé *précession* ou *rétrocession* des équinoxes.

Or, comme les étoiles fixes sont immobiles, & que les points des équinoxes sont rétrogrades, il s'ensuit que les étoiles doivent toujours paroître de plus en plus à l'orient par rapport à ces points, & qu'ainsi les longitudes des étoiles, qui se comptent depuis le premier degré d'*aries*, c'est-à-dire, depuis le point de l'équinoxe du printems, doivent croître continuellement. *Voyez* ETOILES.

C'est pour cette raison qu'aucune constellation n'est aujourd'hui au même endroit où les anciens astronomes l'avoient placée; du tems d'Hipparque les points équinoxiaux étoient vers les premières étoiles du bélier & de la balance; mais ces points en sont à présent fort éloignés, & les étoiles qui étoient alors en conjonction avec le soleil au tems de l'équinoxe, en sont aujourd'hui distantes vers l'orient d'un signe entier, c'est-à-dire, de 30 degrés; ainsi, la première étoile d'*aries* est à présent dans la portion de l'écliptique appellée le signe du taureau; la première étoile du *taureau* est dans le signe des gémeaux.

Les équinoxes qui rétrogradent continuellement vers l'occident, reviendront enfin aux mêmes étoiles d'*aries* après plusieurs siècles, & toutes les constellations reprendront alors leur première situation par rapport aux points des équi-

noxes; la durée de cette révolution est d'environ 25750 ans.

Les anciens croyoient que les points des équinoxes étoient immobiles; & attribuoient le changement de place des étoiles par rapport aux équinoxes, à un mouvement réel dans l'orbe des fixes, qu'ils supposoient tourner fort lentement sur les poles de l'écliptique.

La *précession* des équinoxes fait que le tems qui s'écoule depuis un équinoxe de printems & d'automne jusqu'à l'équinoxe suivant de printems ou d'automne, est plus court de 20′ 22″ que le tems que la terre met à faire sa révolution dans son orbite. *Voyez* ANNÉE.

La théorie de la *précession* des équinoxes a été sur-tout développée dans l'ouvrage que M. d'Alembert a publié en 1749, & qui a pour titre: *Recherches sur la précession des équinoxes, & sur la nutation de l'axe de la terre dans le systême neutonien;* dans cet ouvrage, il a résolu le premier exactement cet important problême d'astronomie physique; il a fait voir, 1.° qu'en vertu de la figure applatie de la terre l'action du soleil & celle la lune devoient produire dans les points équinoxiaux, un mouvement retrograde uniforme; 2.° qu'outre ce mouvement, l'inclinaison de l'orbite de la lune sur l'écliptique, & le mouvement de ces nœuds devoit produire une nutation dans l'axe, & une petite équation dans la *précession*, telles à-peu-près que Bradley les avoit observés. *Voyez* NUTATION. Depuis ce tems, il a fait voir dans les *mémoires de l'académie des Sciences de* 1754, que les mêmes loix de la *précession* & de la nutation auroient lieu, quand même les méridiens ne seroient pas semblables.

La *précession* des équinoxes est sujette à une inégalité qui vient du déplacement de la terre par l'attraction de jupiter & de vénus; je l'ai expliquée fort au long dans le seizième livre de mon Astronomie. J'ai trouvé depuis, par un calcul exact, que si la *précession* dans ce siécle-ci est de 1° 23′ 45″, la *précession* moyenne qui vient de l'action du soleil & de la lune doit être de 1° 23′ 53″, ce qui donneroit pour les 360° ou pour la révolution des équinoxes 25750 ans.

L'effet de la *précession* qui est de 50″ par an sur les longitudes des étoiles, produit des changemens différens sur les ascensions droites & sur les déclinaisons des différentes étoiles, comme on l'a vu dans le catalogue, au *mot* ETOILE.

La *précession* en ascension droite & en déclinaison, étant une chose dont les astronomes font un usage continuel; je vais en démontrer les formules.

Supposons que ENT (*plan. astron. fig.* 126), soit l'équateur, EQ l'écliptique ED le changement du point équinoxial le long de l'écliptique ou *précession* en longitude, DG un petit arc perpendiculaire sur EG; l'équateur ET prendra la situation DVT, en sorte qu'il tournera, pour ainsi dire, autour du point T situé dans le colure des solstices à 90° du point E; car puisque l'obliquité de l'écliptique ne change pas, c'est-à-dire, que l'angle GED est égal à l'angle VDQ, c'est une preuve que le petit arc GE est parallèle au petit arc DF, & que tous deux sont perpendiculaires sur DG, ce qui n'arrive qu'à 90° de l'intersection T des deux cercles ou du pole de l'arc GD; ainsi, les longitudes qui se comptoient du point E le long de l'écliptique EDQ, se compteront du point D, & elles seront toutes changées d'une quantité ED, qui est la *précession* de 50″ $\frac{1}{4}$ par année; de même les ascensions droites qui se comptoient du point E le long de l'équateur $EGNT$ se compteront du point D, & seront toutes changées de la quantité EG, parce que TG étant égal à TD, on a GE pour la différence entre TE & TD: ainsi, la *précession* en ascension droite, commune à tous les astres, sera égale à EG ou ED cosin. E, c'est-à-dire, à la *précession* en longitude multipliée par le cosinus de l'obliquité de l'écliptique. Si l'on appelle P la *précession* en longitude, & O l'obliquité de l'écliptique 23° 28′, l'on aura la *précession* moyenne en ascension droite, ou la première partie de la *précession* en ascension droite, P cos. O.

Il y a un autre changement dans la *précession* en ascension droite, qui varie pour les différentes étoiles, parce qu'il dépend de leur situation; soit A un astre quelconque, AB sa déclinaison lorsque l'équateur étoit en ET, & AC sa déclinaison lorsque l'équateur est en DT, la différence entre TB & TC ou entre GB & DC, qui est sensiblement égale au petit arc BK de l'équateur, marque un autre changement d'ascension droite dans l'étoile A, puisqu'au lieu de répondre au point B, elle répond au point C, qui en diffère de la quantité BK, changement qui est indépendant du changement GE que nous avons évalué ci-devant; de même KC indique à très-peu-près la différence entre la déclinaison AB & la déclinaison AC, c'est-à-dire, la *précession* en déclinaison, qui dérive de la *précession* en longitude ED.

La différence KB vient de ce que les petits arcs KB, CH, ne sont pas parallèles entr'eux; ces arcs sont convergens vers le point d'intersection T, & cela d'autant plus que le cosinus de l'arc TC augmente: car dans le triangle CKT supposé rectangle en C, la trigonométrie sphérique, nous apprend que la tangente de l'angle K, est comme le cosinus de son côté TC: donc la tangente du petit angle, ou l'angle lui-même formé par BK, & un arc qui seroit parallèle à CH, ou la convergence, est égal à la tangente de l'angle T multiplié par le cosinus de TC ou le sinus de l'ascension droite DC; ainsi, le petit angle T mesuré par GD, étant égal à P sinus O, & l'arc pouvant être pris pour la tangente, la convergence ou l'angle des arcs BK

CH, ou de leurs tangentes ; est *P* sinus *O* sinus ascension droite ; c'est aussi l'angle des arcs *AB* & *AK*, ou de leurs tangentes tirées en *B* & en *K* : connoissant l'angle des deux tangentes & la longueur de ces mêmes tangentes, il est aisé de trouver l'arc *BK* ; par exemple, si l'angle des deux tangentes étoit d'une minute, & que leur longueur fût égale au rayon même de la sphère, l'arc *BK* seroit aussi d'une minute ; mais si les tangentes, qui forment l'angle d'une minute, sont seulement la moitié du rayon, l'arc *BK* qui ne sera qu'à moitié chemin, ne sera que moitié, c'est-à-dire 30″ : en général on sent qu'il faut multiplier l'angle des tangentes en *B* & en *K*, dont nous avons trouvé ci-devant la valeur par la tangente de la déclinaison *AB* pour avoir l'arc *BK* : donc cette seconde partie *BK* de la precession en ascension droite sera *P* sinus *O* sinus ascension droite tangente déclinaison.

La précession en déclinaison *CK* est à *GD*, ou *P* sinus *O*, comme sinus *TK* ou cosinus *DC* est au sinus de *TG* ou au rayon : donc *CK* = *P* sinus *O* cosinus *EK* ; donc la précession en déclinaison est égale à *P* sinus *O* cosinus ascension droite. J'ai donné des tables pour la précession en ascension droite & en déclinaison, dans le Recueil des Tables de Halley, *in*-8. 1759. (*D. L.*)

PREMIER, (*Géom.*) On appelle *figures premieres en géomètrie*, celles qui ne peuvent être divisées en d'autres figures plus simples qu'elles. *Voyez* FIGURE. Tels sont le triangle parmi les figures planes & la pyramide parmi les solides ; car toutes les figures planes sont composées de triangles, & toutes les solides sont composées de pyramides.

Les nombres *premiers* ou *simples* sont ceux qui n'ont point d'autres diviseurs qu'eux-mêmes, ou que l'unité ; ainsi, 3 est un nombre *premier*, parce qu'il n'est divisible exactement que par lui-même, ou par 1. Le nombre 5 est aussi un nombre *premier*, *&c.*

Quand on compare un nombre à un autre, & que ces deux nombres n'ont aucun commun diviseur différent de l'unité, on les appelle *nombres premiers entr'eux* ; ainsi, 4 & 9 sont des nombres *premiers* entr'eux, parce qu'il n'y a aucun diviseur de 9 qui le soit aussi de 4, par où vous voyez que des nombres *premiers* entr'eux peuvent fort bien n'être pas des nombres *premiers*, puisque 4 & 9 considérés séparément, ont des diviseurs différens de l'unité ; mais des nombres *premiers* sont nécessairement *premiers* entr'eux.

Pour trouver la suite des nombres *premiers*, il n'y a qu'à parcourir tous les nombres depuis 1 jusqu'à l'infini ; examiner ceux qui n'ont point d'autre diviseur que l'unité ou qu'eux-mêmes, les ranger par ordre, & l'on aura par ce moyen autant de nombres *premiers* que l'on voudra.

Par le moyen des nombres *premiers*, on trouvera facilement tous les diviseurs *simples* ou *premiers* d'un nombre quelconque, tel que 5250 ; pour cela, il n'y aura qu'à diviser d'abord le nombre proposé par 2, *premier* des nombres simples, & l'on aura 2625 pour quotient, qui n'est plus divisible par 2 ; essayant donc de le diviser par 3, le second des nombres simples, on aura 875 au quotient, qui n'est plus divisible par trois ; on le divisera donc par 5, & l'on aura 175, que l'on continuera à diviser par 5, ce qui produira 35 au quotient, que l'on divisera encore par 5 pour avoir 7 au quotient, qui est un nombre *simple* ou *premier* ; ainsi, tous les diviseurs *simples* ou *premiers* du nombre 5250, sont 2, 3, 5, 5, 5, 7. (*E*)

PREMIER. On dit en Astronomie, premier *méridien*. *Voy. longitudes*, premier *mobile*, premier *vertical* ; planètes premières ou planètes principales, ce sont celles qui tournent autour du soleil, c'est-à-dire, mercure, vénus, mars, jupiter, saturne, & Herschel ; les planètes secondaires sont les *satellites*.

Premiers verticaux, en terme de *Gnomonique*, ou *cadrans premiers verticaux*, sont ceux qui sont projettés sur le plan du *premier vertical* perpendiculaire au méridien, ou sur des points qui lui sont parallèles. *V.* CADRAN.

PRÉPARATION, s. f. est *dans les Mathématiques*, la partie préliminaire d'une démonstration.

Lorsqu'on veut démontrer une proposition de géométrie, la *préparation* consiste à tirer certaines lignes dans la figure : si on veut démontrer une proposition d'arithmétique, la *préparation* consiste en quelques calculs que l'on fait pour arriver plus aisément à la démonstration. (*E*)

PRÉPONDÉRANT, ANTE, adj. (*Méchan.*) on appelle ainsi un poids qui étant mis dans un bras de balance, l'emporte sur le poids opposé, ce qui arrive quand le moment du poids *prépondérant* est plus grand que le moment du poids opposé. *Voy.* MOMENT.

PRESBYTE, s. m. *en Optique*, signifie ceux qui ne voient que les objets éloignés, & qui ne peuvent distinguer les objets proches, parce qu'ils ont le crystallin ou le globe de l'œil trop plat. *Voyez* VISION & MYOPE.

La raison de ce défaut de la vûe est que quand les objets sont trop proches, les rayons qu'ils envoient après s'être rompus dans l'œil, atteignent la rétine avant de se réunir, ce qui empêche la vue d'être distincte. *Voyez* CRYSTALLIN & RÉTINE.

On remédie à ce défaut par des verres convexes ; ces verres font que les rayons entrent dans l'œil moins divergens, d'où il arrive qu'ils se réunissent plutôt, & viennent se rassembler précisément sur la rétine. *Voyez* CONVEXE & LENTILLE.

Ce mot vient du mot grec πρέσβυς, *vieillard*. La raison en est que les personnes âgées sont ordinai-

rement *presbytes*, parce que le tems applatit peu-à-peu la surface du globe de l'œil ; de sorte que cette surface étant moins convexe, ne rompt pas assez les rayons pour les réunir précisément au fond de l'œil. La crystallin s'applatit aussi à mesure qu'on avance en âge, & devient par-là moins propre à réunir les rayons.

Les *presbytes* sont le contraire des myopes qui ont le crystallin trop convexe.

Si dans la jeunesse le crystallin est trop convexe, il arrive quelquefois qu'en s'applatissant dans la vieillesse, il devient de la convexité nécessaire pour réunir précisément au fond de l'œil les rayons de lumière qu'il réunissoit trop tôt auparavant. C'est pour cette raison qu'on dit que les vues courtes sont celles qui se conservent le mieux. *Voyez* MYOPE.

On peut aussi être *presbyte*, quand la distance entre la rétine & le crystallin est trop petite, quoique le crystallin soit d'ailleurs bien conformé : car en ce cas les rayons arrivent encore à la rétine avant de se réunir.

On voit par-là qu'il y a différentes causes pour lesquelles on est *presbyte*, & que ces causes en général peuvent se réduire ou au trop peu de convexité des parties & des humeurs de l'œil, ou au trop peu d'éloignement entre le crystallin & la rétine. *Chambers*. (*O*)

PRÉSEPE ou *PRÆSEPE*, (*Astron.*) est le nom qu'on a donné, dans l'astronomie, à des étoiles qui ont une apparence nébuleuse, & qui sont dans la poitrine du cancer ou de l'écrevisse, dans le milieu du petit trapèse formé par les étoiles γ, δ, η & θ. Deux sont de la sixième grandeur, & une de la septième ; elle est marquée ϵ dans le catalogue Britannique. *V.* CANCER, NÉBULEUSE.

PRESSE, f. f. (*Méchan.*) machine de fer, de bois, ou de quelqu'autre matière, qui sert à serrer étroitement quelque chose.

Les *presses* ordinaires sont composées de six pièces, savoir de deux ais ou planches plates & unies, entre lesquelles on met les choses qu'on veut presser ; de deux vis qui sont attachées à la planche de dessous, & passent par deux trous dont la planche de dessus est percée, & de deux écrous taillés en forme d'*S*, qui servent à presser la planche de dessus qui est mobile contre celle de dessous, qui est stable & sans mouvement.

PRESSION, (*Méch.*) c'est la force d'un corps qui agit sur un autre, ou sur un obstacle quelconque sans choc. Quelques auteurs ont appellé cette action, *force morte*.

PREUVE, f. f. *en terme d'Arithmétique*, signifie une *opération* par laquelle on examine, & on s'assure de la vérité & de la justesse d'un calcul.

Il y en a qui prétendent que la *preuve* naturelle d'une règle est toujours la règle contraire ; ainsi, la soustraction, selon eux, est la *preuve* naturelle de l'addition ; réciproquement la multiplication est la *preuve* de la division. *Voyez* ADDITION, SOUSTRACTION.

Mais cela est peu réfléchi ; car celui qui ne sait, par exemple, que l'addition n'auroit point de moyen naturel d'en faire la *preuve*. Il faut donc dire que la *preuve* naturelle d'une règle est toujours celle qu'on tire des connoissances actuelles que l'on a, & des circonstances où l'on se trouve ; ainsi, ignorant la division, je voudrois pourtant faire la *preuve* de la multiplication ; pour cela, je remarque que je puis mettre le multiplicande en la place du multiplicateur, & réciproquement : qu'en multipliant ces nombres dans cette nouvelle division, il doit me venir le même produit qu'auparavant ; je fais donc le calcul & j'examine si les deux produits sont parfaitement les mêmes : car 6 8 ou 8 6 donnent le même produit 48.

La *preuve* de l'addition par 9 est fautive, comme l'a prouvé le P. Lamy, dans son *traité de la grandeur*.

Aucune règle d'arithmétique n'auroit besoin de preuve, si le calculateur n'étoit pas sujet à se tromper dans l'opération ; car chacune des règles étant fondée sur des principes vrais & démontrés, il est certain que la règle est bonne, pourvu qu'on ait bien calculé.

Ainsi, la *preuve* d'une règle n'est pas faite pour confirmer & pour appuyer la règle, mais pour assurer le calculateur, qu'il l'a parfaitement suivie. (*E*)

PRIME ou MINUTE, f. f. (*Géom.*) signifie en Géométrie la soixantième partie d'un degré. *Voyez* DEGRÉ.

Prime se prend aussi quelquefois pour la dixième partie d'une unité. *Voyez* DÉCIMAL.

En parlant des poids, *prime* se prend pour la vingt-quatrième partie d'un grain. *Voyez* GRAIN. (*E*)

PRIME DE LA LUNE, se dit quelquefois de la nouvelle lune lorsqu'elle commence à paroître, deux ou trois jours après la conjonction : on dit que la lune est en *prime*, lorsque l'on apperçoit pour la première fois le croissant, c'est-à-dire, lorsqu'on voit pour la première fois la lune se lever peu après le coucher du soleil. *Voyez* NOUVELLE LUNE. (*O*)

PRINCIPAL, adj. (*Géomét.*) l'axe *principal* d'une ellipse est son grand axe, ou celui qui la traverse dans sa plus grande longueur. *Voyez* ELLIPSE.

L'axe *principal* d'une hyperbole est l'axe des foyers. *Voyez* HYPERBOLE. (*O*)

PRINTEMS, f. m. *en Cosmographie*, signifie une des saisons de l'année qui commence, dans les parties septentrionales de l'hémisphère que nous habitons, le jour que le soleil est dans l'équinoxe

& qu'il entre dans le premier degré du bélier, qui est ordinairement vers le 20 de mars & finit quand le soleil sort du signe des gemeaux, c'est-à-dire, le 21 de juin où le soleil paroît décrire le tropique du cancer, pour s'approcher ensuite du pole méridional, ce qui fait le commencement de l'été.

Lorsque le printems commence, les jours sont égaux aux nuits, alors la hauteur méridienne du soleil tient le milieu entre la plus grande & la plus petite.

Quand nous avons le *printems*, les habitans des parties méridionales de l'autre hémisphère ont l'automne, & réciproquement; le premier jour de notre printems est pour eux le premier jour de l'automne; depuis le premier jour du *printems* jusqu'au premier jour de l'été, les jours vont en croissant, & sont plus grands que les nuits; & cette double propriété des jours caractérise aussi le *printems*. C'est dans cette saison que les arbres reverdissent, & que la terre échauffée par l'approche du soleil, recommence à produire des fleurs & des fruits. *Voy.* EQUINOXE, SOLSTICE, *&c.* (*O*).

PRISME, f. f. (*Géomét.*) est le nom qu'on donne *en Géométrie* à tout solide engendré par le mouvement d'une figure rectiligne comme *A B C*, *Pl. Géométr. fig.* 212, qui glisseroit en roulant toujours parallèle à elle-même, le long d'une ligne droite *A E*.

Si la figure décrivante est un triangle, le *prisme* s'appelle alors *prisme triangulaire*; si la figure est un quarré, le *prisme* s'appelle *prisme quadrangulaire*.

Par la génération du *prisme*, il est évident que ce solide a deux bases égales & parallèles; que son contour est composé d'autant de parallélogrammes qu'il y a de côtés dans la figure décrivante ou la base; qu'enfin toutes les sections du *prisme* parallèles à sa base, sont égales.

Tout *prisme* triangulaire peut se diviser en trois pyramides égales. *Voyez* PYRAMIDE.

Pour mesurer la surface & la solidité d'un *prisme*, il faut d'abord trouver l'aire de la base, par exemple *A B C*, & la multiplier par 2 (*Voyez* TRIANGLE) on cherchera ensuite les aires des plans ou parallélogrammes qui forment le contour de la surface, la somme de ces aires étant ajoutée à ce premier produit, donnera la surface cherchée. Enfin on multipliera la base *E A C* par la hauteur, le produit sera la solidité cherchée du *prisme A B C D E F*. Tous les *prismes* sont entr'eux, en raison composée de leurs bases & de leurs hauteurs : si donc les bases sont égales, ils sont entr'eux comme leurs hauteurs : si les hauteurs sont égales, ils sont entr'eux comme leurs bases. Les *prismes* semblables sont entr'eux comme les cubes de leurs côtés homologues, & aussi comme les cubes de leurs hauteurs. (*E*)

PRISME. Voyez *le Dictionnaire de Physique.*

PRISMOIDE, f. m. *terme de Géométrie*, qui signifie un solide terminé par différens plans, & dont les bases sont des parallélogrammes rectangles, parallèles & semblablement situés. *Voyez* PRISME.

PRIVATIF, adj. quantité *privative en terme d'algèbre*, est la même chose que quantité négative; on l'appelle ainsi pour l'opposer à la quantité positive ou affirmative. *Voyez* QUANTITÉ NÉGATIVE, *&c.*

Le mot *négatif* est aujourd'hui le seul usité.

Les quantités *privatives* se désignent par le signe de soustraction qui les précède. (*O*).

PRO

PROBABILITÉ, *Philosoph. Logiq. Math.* Toute proposition considérée en elle-même est vraie ou fausse; mais relativement à nous, elle peut être certaine; nous pouvons appercevoir plus ou moins les relations qui peuvent être entre deux idées, ou la convenance de l'une avec l'autre, fondée sur certaines conditions qui les-lient, & qui, lorsqu'elles nous sont toutes connues, nous donnent la certitude de cette vérité, ou de cette proposition; mais si nous n'en connoissons qu'une partie, nous n'avons alors qu'une simple *probabilité*, qui a d'autant plus de vraisemblance, que nous sommes assurés d'un plus grand nombre de ces conditions. Ce sont elles qui forment les degrés de *probabilité*, dont une juste estime & une exacte mesure feroient le comble de la sagacité & de la prudence.

Les géomètres ont jugé que leur calcul pouvoit servir à évaluer ces degrés de *probabilité*, du moins jusqu'à un certain point, & ils ont eu recours à la logique, ou à l'art de raisonner, pour en découvrir les principes & en établir la théorie. Ils ont regardé la certitude comme un tout, & les *probabilités* comme les parties de ce tout. En conséquence le juste degré de *probabilité* d'une proposition leur a été exactement connu, lorsqu'ils ont pu dire & prouver que cette *probabilité* valoit un demi, un quart, ou un tiers de la certitude. Souvent ils se sont contentés de le supposer; leur calcul en lui-même n'en est pas moins juste, & ces expressions, qui peuvent paroître un peu bizarres, n'en sont pas moins significatives. Des exemples pris des jeux, des paris ou des assurances, les éclairciront. Supposons que l'on vienne me dire que j'ai eu à une loterie un lot de dix mille livres, je doute de la vérité de cette nouvelle. Quelqu'un, qui est présent, me demande quelle somme je voudrois donner pour qu'il me l'assurât. Je lui offre la moitié, ce qui veut dire que je ne regarde la probabilité de cette nouvelle, que comme une demi-certitude; mais si je n'avois offert que mille livres, ç'eût été dire que j'avois neuf fois plus de raison de croire la vérité que de ne la pas croire. Ou ce seroit porter la probabilité

babilité à neuf degrés, de manière que la certitude en ayant dix, il n'en manqueroit qu'un pour ajouter une foi entière à la nouvelle.

Dans l'usage ordinaire, on appelle *probable* ce qui a plus d'une demi-certitude, *vraisemblable*, ce qui la surpasse considérablement, & *moralement certain*, ce qui touche à la certitude entière. Nous ne parlons ici que de la certitude morale, qui coincide presque avec la certitude mathématique, quoiqu'elle ne soit pas susceptible des mêmes preuves. L'évidence morale n'est donc proprement qu'une probabilité si grande, qu'il est d'un homme sage de penser & d'agir, dans les cas où l'on a cette certitude, comme l'on devroit penser & agir, si l'on en avoit une mathématique. Il est d'une certitude morale qu'il y a une ville de Rome; le contraire n'implique pas contradiction: il n'est pas impossible que tous ceux qui me disent l'avoir vue, ne s'accordent pour tromper, que les livres qui en parlent ne soient faits exprès pour cela, que les monumens que l'on en a, ne soient supposés; cependant, si je refusois de me rendre à une évidence appuyée sur les preuves que j'ai de l'évidence de Rome, simplement parce qu'elles ne sont pas susceptibles de démonstration mathématique, on pourroit me traiter, avec raison, d'insensé, puisque la *probabilité* qu'il y a une ville de Rome, l'emporte si fort sur le soupçon qu'il peut n'y en point avoir, qu'à peine pourroit-on exprimer en nombre cette différence ou la valeur de cette *probabilité*. Cet exemple suffit pour faire connoître l'évidence morale & ses degrés qui sont autant de *probabilités*. Une demi-certitude forme l'*incertain* proprement dit, où l'esprit trouvant de part & d'autre des raisons égales, ne sait quel jugement porter, quel parti prendre. Dans cet état d'équilibre, la plus légère preuve nous détermine; souvent on en cherche où il n'y a ni raison ni sagesse à en chercher; & comme il est assez difficile en bien des cas, où les raisons opposées approchent à-peu-près de l'égalité, de déterminer quelles sont celles qui doivent l'emporter, les hommes les plus sages étendent le point de l'incertitude; ils ne le fixent pas seulement à cet état de l'ame, où elle est également entraînée de part & d'autre par le poids des raisons; mais ils le portent encore sur toute situation qui en approche assez pour qu'on ne puisse pas s'appercevoir de l'inégalité; il arrive de-là que le pays de l'incertitude est plus ou moins vaste, selon le défaut plus ou moins grand de lumières, de logique & de courage. Il est plus serré chez ceux qui sont les plus sages ou les moins sages; car la témérité le borne encore plus que la prudence, par la hardiesse de ses décisions. Au-dessous de cette demi-certitude ou de l'incertain, se trouvent le *soupçon* & le *doute*, qui se terminent à la certitude de la fausseté d'une proposition. Une chose est fausse d'une évidence morale, quand la probabilité de son existence est si fort inférieure à la *probabilité* contraire, qu'il y a dix mille, cent mille à parier contre un qu'elle n'est pas.

Voilà les degrés de *probabilité* entre les deux évidences opposées. Avant que d'en rechercher les sources, il ne sera pas inutile dans un article où l'on ne veut pas se contenter du simple calcul géométrique, d'établir quelques règles générales qui sont régulièrement observées par les personnes sages & prudentes.

1.° Il est contre la raison de chercher des *probabilités*, & de s'en contenter là où l'on peut parvenir à l'évidence. On se moqueroit d'un mathématicien, qui, pour prouver une proposition de géométrie, auroit recours à des opinions, à des vraisemblances, tandis qu'il pourroit apporter sa démonstration; ou d'un juge qui préféreroit de deviner, par la vie passée d'un criminel, s'il est coupable, plutôt que d'entendre sa confession, par laquelle il avoue son crime.

2.° Il ne suffit pas d'examiner une ou deux des preuves qu'on peut mettre en avant, il faut peser à la balance de l'examen toutes celles qui peuvent venir à notre connoissance, & servir à découvrir la vérité. Si l'on demande quelle *probabilité* il y a qu'un homme âgé de 50 ans, meure dans l'année, il ne suffit pas de considérer qu'en général de cent personnes de 50 ans, il en meurt environ 3 ou 4 dans l'année, & de conclure qu'il y a 96 à parier contre 4, ou 24 contre un; il faut encore faire attention au tempérament de cet homme-là, à l'état actuel de sa santé, à son genre de vie, à sa profession, au pays qu'il habite; tout autant de circonstances qui influent sur la durée de sa vie.

3.° Ce n'est pas assez des preuves qui servent à établir une vérité, il faut encore examiner celles qui la combattent. Demande-t-on si une personne connue, & absente de sa patrie depuis 27 ans, dont l'on n'a aucune nouvelle, doit être regardée comme morte? D'un côté, l'on dit que, malgré toutes sortes de recherches, l'on n'en a rien appris; que comme voyageur elle a pu être exposée à mille dangers; qu'une maladie peut l'avoir enlevée dans un lieu où elle étoit inconnue; que si elle étoit en vie, elle n'auroit pas négligé de donner de donner de ses nouvelles, sur-tout devant présumer qu'elle auroit un héritage à recueillir, & autres raisons que l'on peut alléguer. Mais, à ces considérations, on en oppose d'autres qui ne doivent pas être négligées. On dit que celui dont il s'agit est un homme indolent, qui, en d'autres occasions, n'a point écrit, que peut-être ses lettres se sont perdues; qu'il peut être dans l'impossibilité d'écrire. Ce qui suffit pour faire voir qu'en toutes choses il faut peser les preuves, les *probabilités* de part & d'autre, les opposer les unes aux autres, parce qu'une proposition très-probable peut être fausse, & qu'en fait de *probabilité*, il n'y en a point de si forte, qu'elle ne puisse être combattue par une

contraire encore plus forte. De-là l'oppoſition que l'on voit tous les jours entre les jugemens des hommes. De-là la plupart des diſputes qui finiroient bientôt, ſi l'on vouloit ne pas regarder comme évident ce qui n'eſt que probable, écouter & peſer les raiſons que l'on oppoſe à notre avis.

4.° Eſt-il néceſſaire d'avertir que dans nos jugemens, il eſt de la prudence de ne donner ſon acquieſcement à aucune propoſition qu'à raiſon de ſon degré de vraiſemblance ? Qui pourroit obſerver cette règle générale, auroit toute la juſteſſe d'eſprit, toute la prudence, toute la ſageſſe poſſible. Mais que nous en ſommes bien éloignés ! Les eſprits les plus communs peuvent, avec de l'attention, diſcerner le vrai du faux ; d'autres qui ont plus de pénétration, ſavent diſtinguer le probable de l'incertain ou du douteux ; mais ce ne ſont que les génies diſtingués par leur ſagacité, qui peuvent aſſigner à chaque propoſition ſon juſte degré de vraiſemblance ; & y proportionner leur ſentiment : ah, que ces génies ſont rares !

5.° Bien plus, l'homme ſage & prudent ne conſidérera pas ſeulement la probabilité du ſuccès, il peſera encore la grandeur du bien ou du mal qu'on doit attendre en prenant un tel parti, ou en ſe déterminant pour le contraire, ou en reſtant dans l'inaction ; il préférera même celui où il ſait que l'apparence du ſuccès eſt fort légère, lorſqu'il voit en même-tems que le riſque qu'il court n'eſt rien ou fort peu de choſe, & qu'au contraire, s'il réuſſit, il peut obtenir un bien très-conſidérable.

6.° Puiſqu'il n'eſt pas poſſible de fixer, avec cette préciſion qui ſeroit à deſirer, les degrés de *probabilité*, contentons-nous des à-peu-près qu'on peut obtenir. Quelquefois, par une délicateſſe mal-entendue, l'on s'expoſe ſoi-même & la ſociété, à des maux pires que ceux qu'on auroit pu éviter ; c'eſt un art que de ſavoir s'éloigner de la perfection en certains articles, pour s'en approcher davantage en d'autres plus eſſentiels & plus intéreſſans.

7.° Enfin il ſemble inutile d'ajouter ici que dans l'incertitude on doit ſuſpendre à ſe déterminer & agir juſqu'à ce qu'on ait plus de lumière ; mais que ſi le cas eſt tel qu'il ne permette aucun délai, il faut s'arrêter à ce qui paroîtra le plus probable ; & une fois le parti que nous aurons jugé le plus propre étant pris, il ne faut pas s'en repentir, lors même que l'évènement ne répondroit en rien à ce que nous avions lieu d'en attendre. Si, dans un incendie, on ne peut échapper qu'en ſautant par la fenêtre, il faut ſe déterminer pour ce parti, tout mauvais qu'il eſt. L'incertitude ſeroit pire encore, & quelle qu'en ſoit l'iſſue, nous avons pris le parti le plus ſage, il ne faut point y avoir de regret.

Après ces règles générales dont il ſera aiſé de faire l'application, venons aux ſources de *probabilité*. Nous les réduiſons à deux eſpèces ; l'une renferme les *probabilités* tirées de la conſidération de la nature même, & du nombre des cauſes ou des raiſons qui peuvent influer ſur la vérité de la propoſition dont il s'agit ; l'autre n'eſt fondée que ſur l'expérience du paſſé, qui peut nous faire tirer avec confiance des conjectures pour l'avenir, lors du moins que nous ſommes aſſurés que les mêmes cauſes qui ont produit le paſſé exiſtent encore, & ſont prêtes à produire l'avenir.

Un exemple fera mieux connoître la nature & la différence de ces deux ſources de *probabilité*. Je ſuppoſe que l'on ſache que l'on a mis dans une urne trente mille billets, parmi leſquels il y en a dix mille noirs & vingt mille blancs, & qu'on demande quelle eſt la *probabilité* qu'en en tirant un au haſard, il ſortira blanc ? Je dis que par la ſeule conſidération de la nature des choſes, & en comparant le nombre des cauſes qui peuvent faire ſortir un billet blanc avec le nombre de celles qui en peuvent faire ſortir un noir, par cela ſeul il eſt deux fois plus probable qu'il ſortira un billet blanc qu'un noir : de ſorte que comme le billet qui va ſortir, eſt néceſſairement ou blanc ou noir, ſi l'on partage cette certitude en trois degrés ou parties égales, on dira qu'il y a deux degrés de *probabilité* de tirer un billet blanc, & un degré pour le billet noir, ou que la *probabilité* d'un billet blanc eſt $\frac{2}{3}$ de la certitude, & celle du billet noir $\frac{1}{3}$ de cette certitude.

Mais, ſuppoſez que je ne voie dans l'urne qu'un grand nombre de billets, ſans ſavoir la proportion qu'il y a des blancs aux noirs, ou même ſans ſavoir s'il n'y en a point d'une troiſième couleur, en ce cas, comment déterminer la *probabilité* d'en tirer un blanc ? Je dis que ce ſera en faiſant des eſſais, c'eſt-à-dire, en tirant un billet pour voir ce qu'il ſera, puis le remettant dans l'urne, en tirant un ſecond que je remets auſſi, puis un troiſième, un quatrième, & ainſi de ſuite autant que je voudrois. Il eſt clair que le premier billet tiré étant venu blanc, ne donne qu'une *probabilité* très-légère que le nombre des blancs ſurpaſſe celui des noirs ; un ſecond tiré blanc augmenteroit cette *probabilité* ; un troiſième la fortifieroit. Enfin, ſi j'en tirois de ſuite un grand nombre de blancs, je ſerai en droit de conclure qu'ils ſont tous blancs, & cela avec d'autant plus de vraiſemblance, que j'aurois plus de billets. Mais ſi, ſur les trois premiers billets, j'en tire deux blancs & un noir, je puis dire qu'il y a quelque *probabilité* bien légère, qu'il y a deux fois plus de blancs que de noirs. Si, ſur dix billets, il en ſort quatre blancs & ſix noirs, la *probabilité* augmente, & elle augmentera à meſure que le nombre des eſſais ou des expériences me confirmera toujours la même proportion des blancs aux noirs. Si j'avois fait trois mille eſſais, & que j'euſſe deux mille bil-

lets blancs contre mille noirs, il s'en faudroit peu que la *probabilité* de tirer un blanc ne fût double de celle de tirer un noir.

Cette manière de déterminer probablement le rapport des causes qui font naître un évènement à celles qui le font manquer, ou plus généralement la proportion des raisons ou conditions qui établissent la vérité d'une proposition avec celles qui donnent le contraire, s'applique à tout ce qui peut arriver ou ne pas arriver, à tout ce qui peut être ou ne pas être. Quand je vois sur des registres mortuaires, que pendant vingt, cinquante années, du nombre des enfans qui naissent, il en meurt un tiers avant l'âge de six ans, je conclurai d'un enfant nouvellement né, que la *probabilité* qu'il parviendra au moins à l'âge de six ans, est les $\frac{2}{3}$ de la certitude. Si je vois que de deux joueurs qui jouent à billes égales, le premier gagne toujours deux parties, tandis que l'autre n'en gagne qu'une, je conclurai avec beaucoup de *probabilité* qu'il est deux fois plus fort que son antagoniste; si je remarque que quelqu'un de cent fois qu'il m'a parlé, m'a menti en dix occasions, la *probabilité* de son témoignage ne sera dans mon esprit que les $\frac{9}{10}$ de la certitude ou même moins.

L'attention donnée au passé, la fidélité de la mémoire à retenir ce qui est arrivé & l'exactitude des registres à conserver les évènemens, font ce qu'on appelle dans le monde l'*expérience*. Un homme qui a de l'expérience, est celui qui ayant beaucoup vu & beaucoup réfléchi, peut vous dire à-peu-près (car ici il n'est pas question d'une précision mathématique) quelle *probabilité* il y a que tel évènement étant arrivé, tel autre le suivra; ainsi, toutes choses d'ailleurs égales, plus on a fait d'épreuves ou d'expériences, & plus on s'assure du rapport précis du nombre des causes favorables au nombre des causes contraires.

On pourroit demander si cette *probabilité* augmentant à l'infini par une suite d'expériences répétées, peut devenir à la fin une certitude morale; ou si ces accroissemens sont tellement limités, que diminuant graduellement, ils ne fassent qu'une *probabilité* finie. Car on sait qu'il y a des augmentations qui, quoique perpétuelles, ne font pourtant à l'infini qu'une somme finie; par exemple, si la premiere expérience donnoit une *probabilité* qui ne fût que $\frac{1}{3}$ de la certitude, & la seconde une *probabilité* qui ne fût que le tiers de ce tiers, & la troisième une *probabilité* qui ne fût que le tiers de la seconde, & la quatrième une *probabilité* qui ne fût que le tiers de la troisième, & ainsi à l'infini. Il seroit aisé, par le calcul, de voir que toutes ces *probabilités* ensemble ne donnent qu'une demi-certitude; de sorte qu'on auroit beau faire une infinité d'expériences, on ne viendroit jamais à une *probabilité* qui se confondît avec la certitude morale; ce qui feroit conclure que l'expérience est inutile, & que le passé ne prouve rien pour l'avenir.

M. Bernoulli, le géomètre, qui entendoit le mieux ces sortes de calculs, s'est proposé l'objection & en donne la réponse. On la trouvera dans son livre *de arte conjectandi*, *p.* 4, dans toute son étendue; problême, suivant lui, aussi difficile que la quadrature du cercle. Il y fait voir que la *probabilite*, qui naissoit de l'expérience répétée, alloit toujours en croissant, & croissoit tellement, qu'elle s'approchoit indéfiniment de la certitude. Son calcul nous apprend à déterminer (question proposée d'une manière fixe) combien de fois il faudroit réitérer l'expérience pour parvenir à un degré assigné de *probabilité*. Ainsi, dans le cas d'une urne pleine d'un grand nombre de boules blanches & noires, on veut s'assurer par l'expérience du rapport des blanches aux noires; M. Bernoulli trouve que pour qu'il soit mille fois plus probable qu'il y en a deux noires sur trois blanches, que non pas toute autre supposition, il faut avoir tiré de l'urne 25550 boules, & que, pour que cela fût deux mille fois plus probable, il falloit avoir fait 31258 épreuves; enfin, pour que cela devînt sept mille fois plus probable, il falloit 36960 tirages. La difficulté & la longueur du calcul ne permettent pas de le rapporter ici en entier, on peut le voir dans l'ouvrage cité.

Par-là il est démontré que l'expérience du passé est un principe de *probabilité* pour l'avenir; que nous avons lieu d'attendre avec raison des évènemens conformes à ceux que nous avons vu arriver fréquemment, & plus nous avons lieu de les attendre de nouveau. Ce principe reçu, on sent de quelle utilité seroient dans les questions de physique, de politique, & dans ce qui regarde la vie commune, des tables exactes qui fixeroient sur une longue suite d'évènemens la proportion de ceux qui arrivent d'une certaine façon à ceux qui arrivent autrement. Les usages qu'on a tiré des registres baptistaires & mortuaires sont si grands, que cela devroit engager non-seulement à les perfectionner, en marquant, par exemple, l'âge, la condition, le tempérament, le genre de mort, *&c.* mais aussi à en faire de plusieurs autres évènemens, que l'on dit très-mal-à-propos être l'effet du hasard; c'est ainsi que l'on pourroit former des tables qui marqueroient combien d'incendies arrivent dans un certain tems, combien de maladies épidémiques se font sentir en certains espaces de tems, combien de navires, *&c.* ce qui deviendroit très-commode pour résoudre une infinité de questions utiles, & donneroit aux jeunes gens attentifs toute l'expérience des vieillards.

Il est bien entendu que l'on ne donnera pas dans l'abus, qui n'est que trop ordinaire, de la preuve de l'expérience, que l'on n'établira pas sur un petit nombre de faits une grande *probabi-*

lité; que l'on n'ira pas jusqu'à opposer ou à préférer même une foible *probabilité* à une certitude contraire, que l'on ne donnera pas dans la foiblesse de ces joueurs, qui ne prennent que les cartes qui ont gagné ou celles qui ont perdu, quoiqu'il soit évident, par la nature des jeux de hasard, que les coups précédens n'influent point sur les suivans. Superstition cependant bien plus pardonnable que tant d'autres qui, sur l'expérience la plus légère, ou sur le raisonnement le moins conséquent, ne s'introduisent que trop dans le courant de la vie.

A ces deux principes généraux de *probabilité*, nous pouvons en joindre de plus particuliers, tels que *l'égale possibilité de plusieurs évènemens, la connoissance des causes, le témoignage, l'analogie & les hypothèses.*

1.° Quand nous sommes assurés qu'une certaine chose ne peut arriver qu'en un certain nombre déterminé de manières, & que nous savons ou supposons que toutes ces manières ont une égale possibilité, nous pouvons dire avec assurance que la *probabilité*, qu'elle arrivera d'une telle façon, vaut tant, ou est égale à autant de parties de la certitude. Je sais, par exemple, qu'en jettant un dez au hasard, j'amène sûrement ou 1 point, ou le 2, le 3, ou le 4, ou le 5, ou le 6. Supposons d'ailleurs le dez parfaitement juste, la possibilité est la même pour tous les points. Il y a donc six *probabilités* égales, qui toutes ensemble font la certitude; ainsi, chacune est une sixième partie de cette certitude. Ce principe, tout simple qu'il paroît, est infiniment fécond; c'est sur lui que sont formés tous les calculs que l'on a faits & que l'on peut faire sur les jeux de hasard, sur les loteries, sur les assurances, & en général sur toutes les *probabilités* susceptibles de calcul. Il ne s'agit que d'une grande patience & d'un détail de combinaisons, pour démêler le nombre des évènemens favorables, & le nombre des contraires. C'est sur ce principe, joint à l'expérience, que l'on détermine les *probabilités* de la vie humaine, ou du tems qu'une personne d'un certain âge peut probablement se flatter de vivre, ce qui fait le fondement du calcul des valeurs des rentes viagères, des tontines. Voyez *les essais sur les* probabilités *de la vie humaine*, & les *ouvrages cités à la fin de cet article.* Il s'étend au calcul des rentes mises sur deux ou trois payables au dernier vivant; sur les jouissances, les pensions alimentaires, sur les contrats d'assurance, les paris, *&c.*

J'ai dit que ce principe s'employoit quand nous supposions les divers cas également possibles. Et en effet, ce n'est que par supposition relative à nos connoissances bornées, que nous disons, par exemple, que tous les points d'un dez peuvent également venir, ce n'est pas que quand ils roulent dans le cornet, celui qui doit se présenter, n'ait déjà la disposition qui, combinée avec celle du cornet, du tapis, ou de la force & de la manière avec laquelle on jette le dez, le doit faire sûrement arriver; mais tout cela nous étant entièrement inconnu, nous n'avons pas de raison de préférer un point à un autre, nous les supposons donc tous également faciles à arriver. Cependant il peut y avoir souvent de l'erreur dans cette supposition. Si l'on vouloit chercher la *probabilité* d'amener 8 points avec deux dez, ce seroit faire un grossier sophisme, que de raisonner ainsi : avec deux dez, je peux amener ou 2, ou 3, ou 4, ou 5, ou 6, ou 7, ou 8, ou 9, ou 10, ou 11, ou 12 points; donc la *probabilité* d'amener 8, sera un $\frac{1}{11}$ de la certitude; car ce seroit supposer que ces 11 points sont également faciles à amener, ce qui n'est pas vrai. Les calculs les plus simples du jeu de tric-trac nous apprennent que sur 36 coups également possibles avec deux dez, cinq nous donne le point de 8; la *probabilité* sera donc de cinq sur 36, ou $\frac{5}{36}$ de la certitude, & non pas $\frac{1}{11}$.

Ce sophisme s'évite aisément dans les calculs des jeux, où il est facile de déterminer l'égale ou inégale possibilité d'événemens; mais il est plus caché & n'est que trop commun dans les cas plus composés. Ainsi, bien des gens se plaignent d'être fort malheureux, parce qu'ils n'ont pu obtenir certain bonheur qui est tombé en partage à d'autres; ils supposent qu'il étoit également possible, également convenable, que ce bien leur arrivât, sans vouloir considérer qu'ils n'étoient pas dans une position aussi avantageuse, qu'ils n'avoient pour eux qu'une manière favorable, tandis que les autres en avoient plusieurs; de sorte que ç'auroit été un grand bonheur que cette seule manière eût lieu, sans dire que les événemens que nous attribuons au hasard, sont dirigés par une providence infiniment sage; qui a tout calculé, & qui, par des raisons à nous inconnues, dispose des choses d'une manière bien plus convenable que n'est l'arrangement que nos foibles lumières ou nos passions voudroient y mettre.

A la suite de la *probabilité* simple vient une *probabilité* composée, qui dépend encore du même principe. C'est la *probabilité* d'un événement qui ne peut arriver qu'au cas qu'un autre événement, lui-même simplement probable, arrive. Un exemple va l'expliquer. Je suppose que dans un jeu de quadrille de 40 cartes, l'on me demande de tirer un cœur, la *probabilité* de réussir est $\frac{1}{4}$ de la certitude, puisqu'il y a 4 couleurs & 10 cartes de chaque couleur également possibles. Mais si l'on me dit ensuite que je gagnerai si j'amène le roi de cœur, alors la *probabilite* devient composée; car, 1.° il faut tirer un cœur, & la *probabilité* est $\frac{1}{4}$: 2.° supposé que j'ai tiré un cœur, la *probabilité* sera $\frac{1}{10}$, puisqu'il y a 9 autres cœurs que je peux aussi bien tirer que le roi. Cette *probabilité* entre sur la premiere, n'est que la dixième d'un quart, ou

le $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{10}$, c'est-à-dire, $\frac{1}{40}$ de la certitude. Et il est clair, que puisque sur 40 cartes je dois tirer précisément le roi de cœur, je n'ai de favorable qu'un cas sur 40 également possibles, ou un contre 39.

Cette *probabilité* composée s'estime donc en prenant de la premiere une partie, telle qu'on la prendroit de la certitude entiere, si cette *probabilité* étoit une certitude. Un ami est parti pour les Indes, sur une flotte de douze vaisseaux, j'apprends qu'il en a péri trois, & que le tiers de l'équipage des vaisseaux sauvés est mort dans le voyage; la *probabilité* que mon ami est sur un des vaisseaux arrivés à bon port, est $\frac{9}{12}$, & celle qu'il n'est pas du tiers mort en route, est $\frac{2}{3}$. La *probabilité* composée qu'il est encore en vie, sera donc les $\frac{2}{3}$ de $\frac{9}{12}$ ou $\frac{6}{12}$ ou une demi-certitude. Il est donc pour moi entre la vie & la mort.

On peut appliquer ce calcul à toutes sortes de preuves ou de raisonnemens, réduits pour plus de clarté à la forme prescrite par l'art de raisonner : si l'une des prémices est certaine & l'autre probable, la conclusion aura le même degré de *probabilité* que cette prémice; mais si l'une & l'autre sont simplement probables, la conclusion n'aura qu'une *probabilité* de *probabilité*, qui se mesure en prenant de la *probabilité* de la majeure, une partie telle que l'exprime la fraction, qui mesure la *probabilité* de la mineure. Dans ces derniers exemples les $\frac{9}{12}$ de $\frac{2}{3}$, qui est la *probabilité* de la majeure, & la valeur de la conclusion sera $\frac{6}{12}$ ou $\frac{1}{2}$.

D'où il paroît que la *probabilité* de la *probabilité* ne fait qu'une *probabilité* bien légere. Que sera-ce donc d'une *probabilité* du troisieme ou quatrième degré? ou que penser de ces raisonnemens si fréquens, dont la conclusion n'est fondée que sur plusieurs propositions probables qui doivent être toutes vraies pour que la conclusion le soit aussi? mais s'il suffisoit qu'une seule d'entr'elles eût lieu pour vérifier la conclusion, ce seroit tout le contraire; plus on entasseroit de *probabilités*, plus la chose deviendroit probable. Si, par exemple, quelqu'un me disoit, je vous donne un louis si vous amenez avec deux dez 8 points, la *probabilité* d'amener 8 est $\frac{5}{36}$; s'il ajoutoit, je vous le donne encore si vous amenez 6 : alors comme pour gagner, il suffit d'amener l'un ou l'autre, ma *probabilité* seroit $\frac{5}{36}$ & $\frac{5}{36}$, c'est-à-dire, $\frac{10}{36}$, ce qui augmente mon espérance de gagner.

Voilà les événemens sur lesquels on peut déterminer toutes les questions, & les exemples dépendans de ce premier principe de *probabilité*.

2.° Passons au second, qui est la connoissance des causes & des signes, qu'on peut regarder comme des causes ou des effets occasionnels. Nous n'en dirons qu'un mot particulier aux *probabilités*, renvoyant pour le reste à l'*article* CAUSE. Il y a des causes dont l'existence est certaine, mais dont l'effet n'est que douteux ou probable; il y en a d'autres dont l'effet est certain, mais dont l'existence est douteuse; il peut y en avoir enfin, dont l'existence & l'effet n'ont qu'une simple *probabilité*. Cette distinction est nécessaire : un exemple l'expliquera. Un ami n'a point répondu à ma lettre; j'en cherche la cause, il s'en présente trois : il est paresseux, peut-être est-il mort, ou ses affaires l'ont empêché de me répondre. Il est paresseux, premiere cause dont l'existence est certaine : je sais qu'il écrit très-difficilement; mais l'effet de cette cause est incertain, car un paresseux se détermine quelquefois à écrire. Il est mort, seconde cause très-incertaine, mais dont l'effet seroit bien certain. Il a des affaires, troisieme cause incertaine en elle-même : je soupçonne seulement qu'il a beaucoup d'affaires, & dont l'existence même supposée, l'effet seroit encore incertain, puisqu'on peut avoir des affaires & trouver cependant le temps d'écrire.

La même chose doit s'appliquer aux signes; leur existence peut être douteuse, leur signification incertaine : & l'existence & la signification peuvent n'avoir que la vraisemblance. Le barometre descend, c'est un signe de pluie dont l'existence est certaine, mais dont la signification est douteuse : le barometre descend souvent sans pluie.

De cette distinction il suit que la conclusion tirée d'une cause ou d'un signe dont l'existence est certaine, a le même degré de *probabilité* qui se trouve dans l'effet de cette cause, ou dans la signification de ce signe. Nous n'avons qu'à réduire l'exemple du barometre à cette forme. Si le barometre descend, nous aurons de la pluie; cela n'est que probable; mais le barometre descend, cela est certain : donc nous aurons de la pluie; conclusion probable, dont l'expérience donne la valeur. De même si l'existence de la cause ou du signe est douteuse, mais que son effet ou la signification ne le soit pas, la conclusion aura le même degré de *probabilité* que l'existence de la cause ou du signe. Que mon ami soit mort, cela est douteux; la conclusion que j'en tirerai qu'il ne peut m'écrire, sera également douteuse.

Mais quand l'existence & l'effet de la cause sont probables, ou s'il s'agit de signes, quand l'existence & la signification du signe ne sont que probables, alors la conclusion n'a qu'une *probabilité* composée. Supposons que la *probabilité* que mon ami a des affaires soit les $\frac{3}{4}$ de la certitude, & que celle que ses affaires, s'il en a, l'empêchent de m'écrire soit les $\frac{2}{3}$ de cette certitude, alors la *probabilité* qu'il ne m'écrira pas, sera composée de deux autres, ce qui sera une demi-certitude.

3.° Nous avons indiqué le témoignage comme une troisieme source de *probabilité*; & il tient

de si près au sujet dont nous donnons les principes, que l'on ne peut se dispenser de rapporter ici ce qu'il y a à en dire relativement aux *probabilités* & à la certitude morale. Nous ne pouvons pas tout voir par nous-mêmes : il y a une infinité de choses, souvent les plus intéressantes, sur lesquelles il faut se rapporter au témoignage d'autrui. Il est donc important de déterminer, si ce n'est pas au juste, du moins d'une manière qui en approche, le degré d'assentiment que nous pouvons donner à ce témoignage, & quelle en est pour nous la *probabilité*.

Quand on nous fait un récit, ou qu'on avance une proposition du nombre de celles qui se prouvent par témoins, l'on doit d'abord examiner la nature même de la chose, & ensuite peser l'autorité des témoins. Si, de part & d'autre, on trouve qu'il ne manque aucune des conditions requises pour la vérité de la proposition, on ne peut pas lui refuser son acquiescement; s'il est évident qu'il manque une ou plusieurs de ces conditions, on ne doit pas balancer à la rejetter; enfin, si l'on voit clairement l'existence de quelques-unes de ces conditions, & que l'on reste incertain sur les autres, la proposition sera probable, d'autant plus probable, qu'un grand nombre de ces conditions aura lieu.

1.° Quant à la nature de la chose, la seule condition requise, c'est qu'elle soit possible, c'est-à-dire, qu'il n'y ait rien dans sa nature qui l'empêche d'exister, & rien par conséquent qui doive m'empêcher de la croire dès qu'elle sera suffisamment prouvée par une preuve extérieure; telle qu'est celle du témoignage. Au contraire, si la chose est impossible, si elle a en elle-même une répugnance invincible à exister, à quelque degré de vraisemblance que puissent monter d'ailleurs les preuves du témoignage, ou d'autres raisons extrinséques de son existence, je ne pourrois le croire. Quelqu'un prétendroit-il avancer une contradiction, une impossibilité absolue, y joindroit-il toutes sortes de preuves, il ne viendra jamais à bout de me persuader ce qui est métaphysiquement impossible. Un cercle quarré ne peut être ni entendu ni reçu. S'agit-il d'une impossibilité physique? nous serons un peu moins difficiles; nous savons que Dieu a établi lui-même les loix de la nature, qu'il est constant dans l'observation de ces loix; ainsi, l'esprit répugne à croire qu'elles puissent être violées. Cependant nous savons aussi que celui qui les a établies a le pouvoir de les suspendre; qu'elles ne sont pas d'une nécessité absolue, mais seulement de convenance. Ainsi, nous ne devons pas absolument refuser notre confiance aux témoins ou aux preuves extérieures du contraire; mais il faut que ces preuves soient bien évidentes, en grand nombre & revêtues de tous les caracteres nécessaires, pour y donner notre acquiescement. Est-il question d'une impossibilité morale ou d'une opposition aux qualités morales des êtres intelligens? Quoique bien moins délicats sur les preuves ou les témoins qui veulent nous la persuader, cependant il faut que nous y voyons cette vraisemblance qui se trouve dans les caractères même, & dans les effets qui en résultent; il faut que les actions suivent naturellement des principes qui les produisent ordinairement : c'est ainsi qu'il semble impossible qu'un homme sage, d'un caractère grave & modeste, se porte sans raison, sans motif à commettre une indécence en public. Au contraire, un fait moralement possible ordinaire, conforme au cours réglé de la nature, se persuade aisément; il porte déjà en lui-même plusieurs degrés de *probabilité*; pour peu que le témoignage en ajoute, il deviendra très-probable. Cette *probabilité* augmentera encore par l'accord d'une vérité avec d'autres déja connues & établies; si le récit qu'on nous fait est si bien lié avec l'histoire, qu'on ne sauroit le nier sans renverser une suite des faits historiques bien constatés, par cela même il est prouvé; si au contraire il ne peut trouver sa place dans l'histoire sans déranger certains grands événemens connus, par cela même ce récit est rejeté. Pourquoi l'histoire des Grecs & des Romains est-elle regardée parmi nous comme beaucoup plus croyable que celle des Chinois? C'est qu'il nous reste une infinité de monumens de toute espèce qui ont un rapport si nécessaire, ou du moins si naturel avec cette histoire, & qui la lient tellement à l'histoire générale, qu'ils multiplient les preuves à l'infini; au lieu que celle des Chinois n'a que peu de liaisons avec la suite de cette histoire générale qui nous est connue.

2.° Quand on a pesé les preuves qui se tirent de la nature même de la chose, que l'on a reconnu la possibilité, & en quelque manière le degré de *probabilité* intrinséque, il faut en venir à la validité même du témoignage. Elle dépend de deux choses; du nombre des témoins, & de la confiance qu'on peut avoir en chacun d'eux.

Pour ce qui est du nombre des témoins, il n'est personne qui ne sente que leur témoignage est d'autant plus probable, qu'ils sont en plus grand nombre : on croiroit même qu'il augmente de *probabilité* en même proportion que le nombre croît; en sorte que deux témoins d'une égale confiance donneroient une *probabilité* double de celle d'un seul, mais l'on se tromperoit. La *probabilité* croît avec le nombre des témoins dans une proportion différente. Si l'on suppose que le premier témoin me donne une *probabilité* qui se porte aux $\frac{9}{10}$ de la certitude; le second, que je suppose également croyable, ajouteroit-il à la *probabilité* du premier aussi $\frac{9}{10}$? non, puisqu'alors leurs deux témoignages réunies seroient $\frac{18}{10}$ de la certitude, ou une certitude & $\frac{8}{10}$ de plus, ce

qui eſt impoſſible. Je dis donc que ce ſecond témoin augmentera la *probabilité* du premier de $\frac{9}{10}$ ſur ce qui reſte pour aller à la certitude, & pouſſera ainſi la *probabilité* réunie à $\frac{99}{100}$, qu'un troiſième la portera à $\frac{999}{1000}$ un quatrième à $\frac{9999}{10000}$, ainſi de ſuite, approchant toujours de la certitude ſans jamais y arriver entièrement : ce qui ne doit pas ſurprendre, puiſque quelque nombre de témoins que l'on ſuppoſe, il doit toujours reſter la poſſibilité du contraire, ou quelques degrés de *probabilité*, bien petits à la vérité, qu'ils ſe trompent; en voici la preuve. Quand deux témoins me diſent une choſe, il faut, pour que je me trompe en ajoutant foi à leur témoignage, que l'un & l'autre m'induiſent en erreur; ſi je ſuis sûr de l'un des deux, peu m'importe que l'autre ſoit croyable. Or, la *probabilité* que l'un & l'autre me trompent, eſt une *probabilité* compoſée de deux *probabilités*, que le premier trompe, & que le ſecond trompe. Celle du premier eſt $\frac{1}{10}$ (puiſque la *probabilité* que la choſe eſt conforme à ſon rapport eſt $\frac{9}{10}$); la *probabilité* que le ſecond me trompe auſſi, eſt encore $\frac{1}{10}$: donc la *probabilité* compoſée eſt le dixième d'un dixième ou $\frac{1}{100}$; donc la *probabilité* du contraire, c'eſt-à-dire, celle que l'un ou l'autre dit vrai, eſt $\frac{99}{100}$.

L'on voit que je me repréſente ici la certitude morale comme le terme d'une carrière que les divers témoins qui viennent à l'appui l'un de l'autre, me font parcourir. Le premier m'en approche d'un eſpace, qui a avec toute la lice la même proportion que la force de ſon témoignage a avec la certitude entière. Si ſon rapport produit chez moi les $\frac{9}{10}$ de la certitude, ce premier témoin me fera faire les $\frac{9}{10}$ du chemin. Vient un ſecond témoin auſſi croyable que le premier; il m'avance ſur le chemin reſtant, préciſément autant que le premier m'avoit avancé ſur l'eſpace total : celui-ci m'avoit amené aux $\frac{9}{10}$ de la courſe, le ſecond m'approche encore des $\frac{9}{10}$ de dixième reſtant ; de ſorte qu'avec ces deux témoins j'ai fait les $\frac{99}{100}$ du tout. Un troiſième de même poids me fait parcourir encore les $\frac{9}{10}$ du centième reſtant, entre la certitude où je ſuis ; il n'en reſtera plus que la millième, & j'aurois fait les $\frac{999}{1000}$ de la courſe, & ainſi de ſuite.

Cette méthode de calculer la *probabilité* du témoignage, eſt la même pour un nombre de témoins dont la crédibilité eſt différente ; ce qui, pour l'ordinaire, eſt plus conforme à la nature des choſes. Qu'un fait me ſoit rendu par trois témoins, le rapport du premier eſt équivalent aux $\frac{5}{6}$ de la certitude; le ſecond ne produit chez moi que les $\frac{2}{3}$; & le troiſième moins croyable que les deux autres, ne me donneroit qu'une $\frac{1}{2}$ certitude s'il étoit ſeul. Alors, ſuppoſant toujours que je n'ai aucune raiſon pour ſoupçonner quelque concert entr'eux, je dis que leur témoignage réuni me donne une *probabilité* qui eſt les $\frac{35}{36}$ de la certitude, parce que le premier m'approchant des $\frac{5}{6}$, il reſtera $\frac{1}{6}$, dont le ſecond me fera parcourir les $\frac{2}{3}$; ainſi, il y aura encore $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{6}$, qui eſt $\frac{1}{18}$; & le troiſième m'avançant de $\frac{1}{2}$, je ne ſuis plus éloigné du bout de la carrière que de $\frac{1}{36}$; j'aurois donc parcouru les $\frac{35}{36}$; d'ailleurs il eſt indifférent dans quel ordre on les prenne, le réſultat eſt le même.

2.° Ce principe peut ſuffire pour tous les calculs ſur la valeur du témoignage. Quant à la foi que mérite chaque témoin, elle eſt fondée ſur ſa *capacité* & ſur ſon *intégrité*. Par la première, il ne peut ſe tromper; par la ſeconde, il ne cherche pas à me tromper ; deux conditions également néceſſaires; l'une ſans l'autre ne ſuffit pas. D'où il ſuit que la *probabilité* que fait naître le rapport d'un témoin en qui nous reconnoiſſons cette capacité & cette intégrité, doit être regardée & calculée comme une *probabilité* compoſée. Un homme vient me dire que j'ai le gros lot; je le connois pour n'être pas fort intelligent; il peut s'être trompé : tout compté, j'évalue la *probabilité* de ſa capacité à $\frac{8}{9}$; mais peut-être ſe fait-il un plaiſir de me tromper. Poſons qu'il y ait 15 à parier contre 1 qu'il eſt de bonne foi, la *probabilité* de ſon intégrité ſera donc de $\frac{15}{16}$. Je dis que l'aſſurance de ſon témoignage ou la *probabilité* compoſée de ſa capacité, & de ſon intégrité, ſera les $\frac{8}{9}$ de $\frac{15}{16}$, c'eſt-à-dire, $\frac{5}{6}$ de la certitude.

La manière la plus sûre de juger de la capacité & de l'intégrité d'un témoin, ſeroit l'*expérience*. Il faudroit ſavoir au juſte combien de fois ce même homme a trompé ou a dit la vérité; mais cette expérience eſt bornée, & manque pour l'ordinaire. A ſon défaut on a recours aux bruits publics & particuliers, aux circonſtances extérieures où ſe trouve le témoin. A-t-il reçu une bonne éducation ? eſt-il d'un rang qui eſt ſuppoſé l'engager à reſpecter davantage la vérité ? eſt-il d'un âge qui donne plus de poids à ſon témoignage ? eſt-il en cela déſintéreſſé ? ou quel peut être ſon but ? en retire-t-il quelque avantage, ou évite-t-il par-là quelque peine ? ſon goût, ſa paſſion font-ils flattés à nous tromper ? eſt-ce une ſuite de la prévention, de la haine ? Tout autant de circonſtances qu'il faut examiner ſi nous n'avons pas l'expérience, & dont il eſt bien difficile de déterminer la juſte valeur.

De plus, la capacité d'un témoin ſuppoſe, outre les ſens bien conditionnés, une certaine fermeté d'eſprit qui ne ſe laiſſe ni épouvanter par le danger, ni ſurprendre par la nouveauté, ni entraîner par un jugement trop précipité. Il eſt plus croyable à proportion que la choſe dont il nous parle lui eſt plus familière & plus connue; ſon récit même fait ſouvent preuve de ſa capacité, & m'annonce qu'il a pris ou négligé toutes les précautions néceſſaires pour ne ſe pas tromper : plus il les a réitérées, plus il a le

droit à ma confiance. Cette capacité à bien connoître, dépend encore de l'attention à observer, de la mémoire, du temps; autres conditions qui, jointes à la manière de narrer clairement & en détail, influent sur le degré de *probabilité* que mérite un témoin.

On ne doit pas négliger le silence de ceux qui auroient intérêt à contredire un témoignage, si du moins il n'est extorqué ni par la crainte, ni par l'autorité. Il est difficile à la vérité d'estimer le poids d'un pareil témoignage négatif; on peut assurer en général que celui qui ne fait simplement que se taire, mérite moins d'attention que celui qui assure un fait. Si néanmoins le fait est tel qu'il n'ait pu l'ignorer, s'il avoit servi à faire valoir le reste de son récit; s'il avoit été intéressé à le rapporter, ou si son devoir l'y appelloit; en pareil cas, il est certain que son silence vaut un témoignage, ou du moins affoiblit & diminue la *probabilité* des témoignages opposés.

Nous devons encore dire un mot sur les témoignages par oui dire, ou sur l'affoiblissement d'un témoignage qui, passant de bouche en bouche, ne nous parvient qu'au moyen d'une chaîne de témoins. Il est clair qu'un témoin par oui dire, toutes choses d'ailleurs égales, est moins croyable qu'un témoin oculaire; car, si celui-ci s'est trompé, ou a voulu tromper, le témoin par oui dire qui le suit, quoique fidèle, ne nous rapportera qu'une erreur; & lors même que le premier auroit débité la vérité, si le témoin par oui dire n'est pas fidèle, s'il a mal entendu, s'il a oublié ou confondu quelque partie essentielle du récit, s'il y mêle du sien, il ne nous rapporte plus la vérité pure; ainsi, la confiance que nous devons à ce second témoignage, s'affoiblit déjà, & s'affoiblira à mesure qu'il passera par plus de bouches, à mesure que la chaîne des témoins s'alongera. Il est aisé de calculer sur les principes établis, la valeur de cette *probabilité*.

Suivons l'exemple dont nous avons fait usage. Pierre m'annonce que j'ai eu un lot de mille livres : j'estime son témoignage aux $\frac{9}{10}$ de la certitude, c'est-à-dire, que je ne donnerai pas mon espérance pour 900 francs. Mais Pierre me dit qu'il le sait de Jacques; or, si Jacques m'avoit parlé, j'aurois estimé son rapport aux $\frac{9}{10}$, en le supposant aussi croyable que Pierre; ainsi, moi qui ne suis pas entièrement sûr que Pierre ne se soit pas trompé en recevant ce témoignage de Jacques, ou qu'il n'ait pas quelque dessein de me tromper, je ne dois compter que sur les $\frac{9}{10}$ de 900 livres, ou sur les $\frac{9}{10}$ des $\frac{9}{10}$ de 1000 livres, ce qui fait 810 livres. Si Jacques tenoit le fait d'un autre, je devrois encore prendre sur cette dernière assurance $\frac{9}{10}$, supposé ce troisième également croyable, & mon espérance se réduiroit aux $\frac{9}{10}$ des $\frac{9}{10}$ des $\frac{9}{10}$ de 1000 livres, ou à 729 livres, & ainsi de suite.

Qui voudra se donner la peine de calculer sur cette méthode, trouvera que, si la confiance qu'on doit avoir en chaque témoin est de $\frac{95}{100}$, le treizième témoin ne transmettra plus que la $\frac{1}{2}$ certitude, & alors la chose cessera d'être probable, ou il n'y aura pas plus de raison extrinséque pour la croire, que pour ne la pas croire. Si la *probabilité* dûe à chaque témoin est de $\frac{99}{100}$, elle ne se réduira à la $\frac{1}{2}$-certitude que quand le témoignage aura passé par soixante-dix bouches; &, si cette confiance étoit supposée de $\frac{999}{1000}$, il faudroit une chaîne de 7000 témoins pour rendre le fait incertain.

Ces calculs assez longs peuvent être abrégés par cette règle générale, dont l'algèbre simple nous fournit le résultat & la démonstration. Prenez le $\frac{7}{10}$ du quotient de la division de la *probabilité* d'un simple témoin par la *probabilité* contraire, comme ici de $\frac{95}{100}$, par $\frac{5}{100}$ ou de 95 par 5, qui est 19, dont je prends les $\frac{7}{10}$, & vous aurez le témoin qui vous laisse dans une demi-certitude; dans cet exemple, c'est $13\frac{3}{10}$, ce qui donne le treizième témoin.

Il en sera de même si les témoins successifs sont supposés de force inégale; d'où il y a lieu de conclure, en général, qu'il faut faire peu de fond sur les oui-dires, sans se laisser aller cependant au pyrrhonisme historique, puisqu'ici on peut réunir les *probabilités* que donnent plusieurs chaînes collatérales de témoins successifs. Supposons qu'un fait nous parvienne par une simple succession de témoins de vive voix, de manière que chaque témoin succède à l'autre au bout de vingt ans, & que la confiance à chaque témoin diminue de $\frac{1}{10}$; par la règle précédente, au bout de douze successions, ou de 340 ans, le fait deviendroit incertain, n'étant prouvé que par ces 12 témoins; mais, si cette chaîne de témoins est fortifiée par neuf autres chaînes semblables qui concourent à attester la même vérité, alors il y aura plus de mille à parier contre un pour la vérité du fait; si l'on suppose cent chaînes de témoins, il y aura plus de deux millions contre un en faveur du fait.

Si le témoignage est transmis par écrit, la *probabilité* augmente infiniment, d'autant qu'il subsiste & se conserve bien plus long-temps; le témoignage concourant de plusieurs copies ou livres imprimés qui forment autant de différentes chaînes, donne une *probabilité* si grande qu'elle approche indéfiniment de la certitude; car, à supposer que chaque copie puisse durer 100 ans, ce qui est le moins, & qu'au bout de ce temps-là l'autorité, non pas d'une seule copie, mais de toutes celles qui ont été faites sur le même original, soit seulement $\frac{95}{100}$, alors il faudra plus de soixante-dix successions de 100 ans, ou 7000 ans pour que le fait devienne incertain; & si on suppose

on ſuppoſe pluſieurs chaînes de témoins qui concourent toutes à atteſter le même fait, la *probabilité* augmente ſi fort, qu'elle devient infiniment peu différente de la certitude entière, & ſurpaſſera de beaucoup l'aſſurance qu'on pourroit avoir de la bouche d'un ou même de pluſieurs témoins oculaires. Il y a d'autres circonſtances qu'il eſt aiſé de ſuppoſer & qui démontrent la grande ſupériorité de la tradition par écrit ſur la tradition orale.

Nous avons indiqué deux autres ſources de *probabilité*, l'analogie & les hypothèſes ſur leſquelles nous renvoyons aux *articles* INDUCTION, ANALOGIE, HYPOTHESE, SUPPOSITION. Ces principes peuvent ſuffire pour expliquer toute la théorie de la *probabilité*. Nous n'avons donc que les élémens; l'on en trouvera l'application dans tous les bons ouvrages, qui ſont en grand nombre ſur ce ſujet. Tels ſont les *Eſſais ſur les probabilités de la vie humaine*, de M. Deparcieux; *l'Analyſe des jeux de haſard*, de M. de Montmord, qui donne la théorie des combinaiſons, ainſi que l'*article* de ce Dictionnaire ſous ce mot, & pluſieurs autres qui y ont rapport, ſur-tout l'*Ars conjectandi*, de M. Jacq. Bernoulli, & des *Mémoires* de M. Halley, qui ſe trouvent dans les tranſactions d'Angleterre, n.° 196 & ſuivans, qui tous ſervent à déterminer la vraiſemblance des événemens, & les degrés par leſquels nous parvenons à la certitude morale.

Concluons qu'il ne ſeroit pas entièrement impoſſible de réduire toute cette théorie des *probabilités* à un calcul aſſez réglé, ſi de bons génies vouloient concourir par des recherches, des obſervations, une étude ſuivie, & une analyſe du cœur & de l'eſprit, fondés ſur l'expérience, à cultiver cette branche ſi importante de nos connoiſſances, & ſi utile dans la pratique continuelle de la vie. Nous convenons qu'il y a encore beaucoup à faire, mais la conſidération de ce qui manque doit exciter à remplir ces guides; & l'importanee de l'objet offre de quoi dédommager amplement des difficultés.

PROBABILITÉ. Nous nous bornerons à donner ici les principes généraux du calcul des *probabilités*, dont on trouve des applications à divers articles.

I.

1. Le principe fondamental de ce calcul peut s'exprimer ainſi.

Soit A un événement, & N un autre événement contradictoire au premier (c'eſt-à-dire, qui, dans l'hypothèſe, ne peut exiſter en même tems); que n exprime le nombre total des combinaiſons également poſſibles, m celui des combinaiſons qui donnent l'événement A, m' celui des combinaiſons qui donnent l'événement N. $\frac{m}{n}$ exprimera la *probabilité* de l'événement A, & $\frac{m'}{n}$ celle de l'événement N. $n = m + m'$.

2. Si on a trois événemens A, N, N', que n ſoit toujours le nombre total des combinaiſons, m celui des combinaiſons qui donnent A, m' celui des combinaiſons qui donnent N, m'' celui des combinaiſons qui donnent N', la *probabilité* de A ſera $\frac{m}{n}$, celle de N ſera $\frac{m'}{n}$, celle de N' $\frac{m''}{n}$, & l'on aura $n = m + m' + m''$.

Il eſt aiſé de voir que cette deuxième définition eſt une ſuite de la première; en effet, ici la *probabilité* de A eſt, par cette première définition, $\frac{m}{n}$, & celle de n'avoir pas A $\frac{m_{,}}{n}$, $m_{,} = m' + m''$; mais, ſi on n'a pas A, la *probabilité* de N eſt $\frac{m'}{m_{,}}$, & celle de N' $\frac{m''}{m_{,}}$: donc celle de N ſera, en général, $\frac{m_{,}}{n} \times \frac{m'}{m_{,}} = \frac{m'}{n}$, & celle de N' $\frac{m_{,}}{n} \times \frac{m''}{m_{,}} = \frac{m''}{n}$. Ainſi, dans la ſuite de nos réflexions ſur ce premier principe, nous ne conſidérerons que deux événemens.

3. Si $m' = 0$, $n = m$, & la *probabilité* de A eſt $\frac{m}{n} = 1$; mais, ſi aucune combinaiſon poſſible ne donne l'événement N, cet événement eſt donc impoſſible, l'événement A arrivera donc néceſſairement; ainſi, 1 exprimera la probabilité d'un événement néceſſaire, ou la certitude; de même l'un des deux événemens A ou N arrive néceſſairement, & la ſomme de leurs *probabilités* eſt $\frac{m}{n} + \frac{m'}{n} = 1$. Ce qui conduit encore à la même concluſion.

4. Il ſuit de la même définition que, ſi on prend un nombre t quelconque de combinaiſons ſucceſſives des événemens A & N, la *probabilité* de chacune ſera exprimée par la ſuite des termes du binome $\frac{\overline{m + m'}^{\,t}}{n^t}$; en ſorte que la *probabilite* d'avoir t fois, l'événement A ſera $\frac{m^t}{n^t}$, celle d'avoir $t - 1$ fois l'événement A, & une fois l'événement N ſera $\frac{t \cdot m^{t-1} m'}{n^t}$, celle d'avoir l'événement A, $t - t'$ fois, & l'événement N, t' fois ſera $\frac{t \cdot \overline{t-1} \cdots \overline{t - t' + 1}}{1 \cdot 2 \cdots t'} m^{t - t'} m'^{t'}$

5. Nous avons appellé *probabilité* d'un événement, le nombre des combinaiſons également poſſibles qui le donnent, diviſé par le nombre total des combinaiſons qui donnent cet événement ou l'événement contradictoire. Juſqu'ici c'eſt

une pure définition de nom, mais on entend de plus :

1.° Que, si le nombre m des combinaisons, qui donnent A, surpasse le nombre des combinaisons m' qui donnent N, en sorte que la *probabilité* $\frac{m}{n} > \frac{1}{2}$, il y a lieu de croire que l'événement A arrivera plutôt que de croire qu'il n'arrivera pas.

2.° Que ce motif de croire est d'autant plus grand que $\frac{m}{n}$ est aussi plus grand, & approche de l'unité.

3.° Qu'il croit proportionnellement à ce même rapport.

6.° Nous allons démontrer d'abord que ces trois propositions dépendent de la 1[ere], & qu'il suffit même qu'elle soit vraie pour le cas où m est beaucoup plus grand que m', & nous exposerons quelle est, dans ce dernier cas, la nature du motif de croire que A arrivera plutôt que N.

D'abord la troisième proposition dépend de la vérité des deux premières ; supposons en effet que les événemens A ou N puissent arriver un nombre t de fois, & que $t = mp + m'p$, il suit de la définition de l'article 1[er], que les *probabilités* que l'événement A arrivera t fois, & l'événement N, o fois, l'événement A, $t-1$ fois, & l'événement N une fois, & ainsi de suite seront exprimées par les termes du binome,

$$\left(\frac{m}{n}\right)^{t},\ t\left(\frac{m}{n}\right)^{t-1}\cdot\frac{m'}{n},\ \frac{t.t-1}{2}\left(\frac{m}{n}\right)^{t-2}\left(\frac{m'}{n}\right)^{2}$$

en sorte qu'un terme

$$\frac{t\cdot t-1\cdots\cdots t-q+1}{1\cdot 2\cdots\cdots q}\left(\frac{m}{u}\right)^{t-q}\left(\frac{m'}{n}\right)^{q}$$

exprimera la *probabilité* que l'événement A arrivera $t-q$ fois, & l'événement N q fois.

Cela posé, il est clair, en considérant la formule du binome, 1.° que le terme le plus grand sera,

$$\frac{t.\ t-1\cdots\ t-m'p+1}{1\cdot\ 2\cdots.\ m'p}\left(\frac{m}{n}\right)^{t-m'p}\left(\frac{m'}{n}\right)^{m'p} = M.$$

La combinaison la plus probable sera donc celle où le rapport du nombre des événemens A à celui des événemens N, sera celui de mp à $m'p$, c'est-à-dire, le même que le rapport de la *probabilité* des événemens.

2.° Que plus p sera grand, plus il sera probable que le rapport du nombre des événemens A à celui des événemens N, s'écartera peu de $\frac{m}{m'}$.

En effet, soit une fraction $\frac{t}{r}$ de t, r étant quelconque, on prouvera, en considérant la formule du binome, que, si on prend un nombre $\frac{t}{r}$, tant au-dessus qu'au-dessous de ce terme moyen M, & qu'on divise successivement le reste des termes au nombre de $\frac{r-1}{r}\,t$ en $\frac{t}{r}$ parties de $r-1$ termes chacune, on pourra prendre t assez grand, pour que chacun de ces $\frac{t}{r}$ termes les plus voisins du terme M surpassent, dans tel rapport qu'on voudra, les $r-1$ qui y correspondent (*Voyez* la 4[e] partie de l'*Ars Conjectandi* de Jacques Bernoulli. D'ailleurs cette démonstration n'a aucune difficulté en employant le théorême de Stirling & de M. Euler sur les produits indéfinis d'un très-grand nombre de termes.)

Si donc, ayant $m > m'$, je juge que l'événement m arrivera plutôt que m', j'aurai une *probabilité* aussi grande qu'on voudra, que, sur un nombre indéfini de jugemens, le rapport du nombre des jugemens vrais, un nombre total s'écartera très-peu de $\frac{m}{n}$; donc, si une plus grande *probabilité* me donne un motif de juger conformément à cette *probabilité*, le motif doit y être proportionnel.

La vérité de la 2[e] proposition que ce motif doit être plus fort, si la *probabilité* est plus grande, dépend encore de la vérité de la première. En effet, appellant u la *probabilité* de A & e celle de N, la probabilité de ne se tromper que p fois sur t jugemens, en prononçant que l'on aura A sera exprimée par

$$u^{t} + t.\,u^{t-1}e + \frac{t\cdot t-1}{2}u^{t-2}e^{2}\cdots\cdots\cdots$$

$$\cdots+\frac{t\cdot t-1\ \cdots\cdots\ t-p+1}{1\cdot 2\cdots\ \ p}u^{t-p}e^{p} = V.$$

Or, si on suppose à V & à t une valeur constante, il est aisé de voir que plus u sera grand, plus p sera petit; donc, en prononçant que l'événement A aura lieu plutôt que N, on aura une *probabilité* égale de se tromper d'autant moins souvent que u sera plus grand, & par conséquent, plus u sera grand, plus le motif de juger que l'événement A aura lieu, devra être fort. Il reste donc à prouver seulement qu'une probabilité plus grande en faveur d'un événement A, est un motif de croire que A aura lieu plutôt que N, & pour cela il suffit de prouver que ce motif existe lorsque cette *probabilité* est très-grande; en effet, conservant les démonstrations précédentes, on aura la *probabilité* que A aura lieu plus souvent que N dans $2t+1$ jugemens, exprimée par

$$u + (u-e))\,(ue + 3u^{2}e + \frac{5.4}{2}u^{3}e^{3}\cdots\cdots\cdots$$

$$\cdots+\frac{2t-1\cdot 2t-2\ \cdots\cdots\ t+1}{1\cdot\ 2\ \cdots\cdots\ \ t-1}u^{t}te^{t}\Big);$$

qui, lorsque $u > e$, approche continuellement de l'unité à mesure que t augmente : donc on aura

une probabilité aussi grande qu'on voudra, de moins se tromper en croyant que *A* doit arriver plus souvent que *N*, dans un très-grand nombre de jugemens; donc, si cette très-grande *probabilité* est un motif de croire; quelque peu que u excède e, on aura encore un motif de juger que *A* aura lieu plutôt que *N*.

7. Il ne nous reste donc maintenant qu'à examiner la nature du motif qui nous porte à juger conformément à une très-grande *probabilité*.

Je suppose que j'aie dans une urne un milliard de billets blancs, & un seul noir, &, 1.° que l'on n'ait tiré aucun billet; 2.° que l'on ait tiré un billet blanc, & qu'il ne soit pas ouvert; 3.° que l'on ait tiré un billet noir qui ne soit pas non plus ouvert.

Il est clair que, dans les trois hypothèses, j'ai la même *probabilité* que le billet est blanc; cependant le fait est incertain dans le premier cas, il est certainement vrai dans le second, & certainement faux dans le troisième. Un autre qui auroit vu les billets pourroit être sûr de la fausseté d'un événement dont la vérité est pour moi très-probable; il n'y a donc aucune liaison réelle entre la *probabilité* d'un événement futur ou inconnu, & la réalité.

Supposons donc maintenant une urne qui contienne des billets noirs & des billets blancs dans un rapport inconnu, que j'aie tiré un nombre t de billets blancs sans un seul noir, & que je cherche la *probabilité* d'amener au coup suivant un billet blanc plutôt qu'un noir. Soit n le nombre des billets, & x celui des billets blancs, le nombre des combinaisons qui donnent $t+1$ billets blancs sera $\frac{x^{t+1}}{n^{t+1}}$, le nombre des combinaisons qui donnent t billets blancs & un noir, sera $\frac{x^{t}\,\overline{n-x}}{n^{t+1}}$, & le nombre de toutes les combinaisons possibles dans l'hypothèse, sera par conquent $\frac{x^{t+1}+x^{t}\cdot\overline{n-x}}{n^{t+1}}=\frac{x^{n}}{t^{n}}$; mais x est susceptible de toutes les valeurs depuis $x=o$, jusqu'à $x=n$; donc $\frac{\Sigma x^{t+1}}{n\Sigma x^{t}}$, les intégrales étant prises depuis $x=n$ jusqu'à $x=o$, exprimera la probabilité d'avoir un billet blanc.

$$\Sigma x^{t+1} =$$

$$\frac{n^{t+2}}{t+2}-an^{t+1}+b.\frac{t+1}{2\cdot 3}n^{t}-c.\frac{t+1\cdot t\cdot t-1}{2\cdot 3\cdot 4\cdot 5}n^{t-2}\ldots$$

$$\Sigma x^{t}=$$

$$\frac{n^{t+1}}{t+1}-a.n^{t}+b.\frac{t}{2\cdot 3}n^{t-1}-c.\frac{t\cdot t-1.\ t-2}{2.3.4.5}n^{t-3}$$

D'où $\frac{\Sigma x^{t+1}}{n\Sigma x^{t}}=$

$$\frac{t+1.-a.\frac{t+2.t+1}{n}+b\frac{t+2.\overline{t+1}^{2}}{2.3.n^{2}}-c.\frac{t+2\,\overline{t+1}^{2}.\ t.\ t-1}{2.3.4.5.n^{4}}}{t+2-a.\frac{t+2.t+1}{n}+b.\frac{t+2.\ t+1\ t}{2.\ 3.\ n^{2}}-c.\frac{t+2.t+1.t.\ t-1.\ t-2}{2.\ 3.4.\ 5.\ n^{4}}}$$

$$=\frac{t+1}{t+2}.\ \frac{1-a.\frac{t+2}{n}+b.\frac{t+2.\ t+1}{2.\ 3.\ n^{2}}\ldots\ldots}{1-a\frac{t+1}{n}+b.\frac{t+2.\ t}{2.\ 3\ n^{2}}\ldots\ldots}$$

Or il aisé de voir que, si nous supposons n incomparablement plus grand que t, $\frac{t+1}{t+2}$ & $\frac{t+1}{t+2}.\left(1-\frac{a}{n}\right).=\frac{t+1}{t+2}.\left(1-\frac{1}{2n}\right)$, exprimeront des valeurs très-approchées, l'une plus grande, l'autre plus petite de cette *probabilité*. Supposons enfin t très-grand, $\frac{t+1}{t+2}$ ou $\frac{t+1}{t+2}\left(1-\frac{1}{2^{n}}\right)$ nous donneront une très-grande *probabilité*. Si nous examinons à présent quel motif nous avons de croire d'après cette *probabilité*, nous trouverons que c'est le même qui nous porte à croire qu'un fait arrivé constamment continuera d'arriver encore.

Mais ce motif est celui qui nous fait admettre ce principe général, que les événemens naturels sont assujettis à des loix constantes, puisque nous ne pouvons fonder cette opinion que sur l'observation de l'ordre des événemens passés, & de la supposition qu'il continuera d'être le même pour les événemens futurs. Ce motif est encore le même qui nous fait croire à la permanence des objets qui frappent nos sens, & par conséquent à l'existence des corps. C'est encore par le même motif que nous croyons la vérité des démonstrations dont nous ne pouvons embrasser la chaîne d'un seul coup-d'œil; en effet, nous ne pouvons être sûrs qu'une proposition dont nous nous souvenons d'avoir suivi la démonstration est vraie, que par la longue expérience que notre mémoire ne nous trompe pas dans ce cas, & que toutes les fois que nous avons voulu suivre de nouveau les mêmes raisonnemens, ils nous ont conduits aux mêmes résultats.

Si donc on en excepte la connoissance intuitive des propositions que notre esprit peut embrasser à-la-fois, toutes nos connoissances sur la nature, toutes les propositions d'après lesquelles nous dirigeons notre conduite & tous nos mouvemens, & même jusqu'aux vérités mathématiques les mieux démontrées, ne peuvent avoir pour nous de véritable certitude, & nous n'avons d'autre motif de les croire, que ce penchant à regarder comme constant ce qui a été constamment observé, c'est-à-dire, qu'une très-grande *probabilité*.

On voit seulement naître ici différens ordres des vérités; en effet, dans les démonstrations mathématiques, par exemple, ce motif agit seulement pour nous faire supposer que les vérités qui nous ont été une fois démontrées, nous le paroîtront toujours, au lieu que, dans d'autres genres de connoissances, nous avons besoin du même motif pour supposer la réalité des faits même sur lesquels nous raisonnons, puis de l'ordre observé dans ces faits, *&c. &c.*

Ce motif est pour nous un penchant naturel, qui se confond même quelquefois avec la sensation. C'est en vertu de ce motif que deux hommes, vus à des distances doubles l'une de l'autre, paroissent sensiblement égaux, quoiqu'étant vus sous des angles différens, le plus éloigné dût paroître une fois plus petit; c'est en effet l'expérience qui seule a pu mêler à notre sensation un jugement secret qui se confond avec elle.

C'est en vertu de ce motif que, si je roule une boule entre deux doigts croisés, je sens réellement deux boules, tandis que ma réflexion, appuyée sur des expériences plus constantes, me force à croire qu'il n'y en a qu'une. On voit, dans ce dernier exemple, comment ce penchant, qui paroît en lui-même purement naturel, & proportionné peut-être à la force de l'impression des objets, peut cependant céder à la raison, mais sans être détruit, & même sans avoir rien perdu de sa force.

Nous ne porterons pas plus loin les conséquences de cette observation, que nous croyons très-importante, & qui peut servir à expliquer plusieurs phénomènes relatifs à la force des préjugés, au pouvoir de la raison, à la liberté, *&c.*

Il nous suffit ici d'avoir montré, 1.° que les conséquences qu'on peut tirer du calcul des *probabilités*, relativement à la réalité des objets, sont des vérités du même genre que celles qui naissent des observations & des raisonnemens qu'on fait d'après elles. 2.° Qu'elles en diffèrent seulement en ce point, que l'on connoît alors, par le calcul, la valeur du motif qui nous porte à croire, & qu'on en a la véritable mesure, au lieu de céder uniquement à un penchant naturel, qui, dans plusieurs circonstances, peut nous tromper.

II.

1. Le second principe du calcul des *probabilités* est celui-ci.

Supposons que nous ayons plusieurs événemens A, A', A''..... dont les *probabilités* soient p, p', p''..... & que e, e', e''.... représentent les valeurs ou les effets de ces événemens, effets ou valeurs qu'on suppose du même genre; la valeur moyenne de l'événement A comme probable sera exprimée par $\frac{pe}{p+p'+p''\ldots}$; celle de l'événement A' le sera par $\frac{p'e'}{p+p'+p''\ldots}$, & celle de l'événement A'' par $\frac{p''e''}{p+p'+p''\ldots}$, & la valeur moyenne des événemens ou de l'événement quelconque qui arrivera nécessairement, sera $\frac{pe+p'e'+p''e''\ldots}{p+p'+p''\ldots}$, les valeurs de e, e', e''.... pouvant être de différens signes. Ainsi, par exemple, si j'ai la *probabilité* $\frac{1}{2}$ de gagner un écu, la *probabilité* $\frac{1}{4}$ de gagner un demi-écu, & la *probabilité* $\frac{1}{4}$ de perdre deux écus; la valeur de l'espérance de gagner par l'événement A, sera par conséquent $\frac{1}{2}$ écu, & mon espérance totale de gagner sera $\frac{1}{2}+\frac{1}{8}-\frac{1}{2}$ écu ou $\frac{1}{8}$ d'écu.

Pour démontrer cette règle, il suffit d'observer que l'on peut considérer l'événement A ayant p combinaisons possibles qui le produisent comme p événemens de la même valeur ayant chacun une seule combinaison; qu'il en sera de même des autres événemens, & qu'ainsi la règle se réduit à prendre pour la valeur moyenne d'un certain nombre d'événemens également possibles, la somme de leurs valeurs, & à la diviser par le nombre de ces événemens.

2. Aussi ce n'est point contre cette règle en elle-même, mais contre l'usage qu'on peut en faire qu'il s'est élevé des objections dont quelques-unes ont été insolubles jusqu'ici.

Supposons deux hommes A & B jouant ensemble, avec des conditions telles que A ait une *probabilité* p de gagner une somme s, & B une *probabilité* p' de gagner la même somme, & que $p+p'=1$; la valeur moyenne de l'espérance de A sera, par la règle précédente, égale à ps, & celle de B égale à $p's$. Si maintenant cette somme a dû être fournie par A & B au commencement du jeu, & qu'on demande dans quelle proportion ils doivent la fournir pour jouer à jeu égal, soit par rapport à l'autre joueur, soit d'une manière abstraite; on répondra que chacun doit donner une somme égale à la valeur de ses espérances, que A par conséquent doit donner ps & B, $p's$.

Qu'entend-on maintenant par jeu égal? 1.° ce n'est pas que le sort des joueurs soit le même qu'avant le jeu, puisque, même en supposant $p=p'$ & le sort des joueurs absolument semblable, chacun avant le jeu, avoit $\frac{1}{2}s$, & qu'après le jeu l'un aura certainement s, & l'autre o. 2.° Ce n'est pas non plus que l'état des deux joueurs soit semblable; car le joueur A, après le jeu, aura une somme $p's$ de gain, ou une somme ps de perte, & le joueur B une somme ps de gain, ou $p's$ de perte, en sorte que leur état est essentiellement différent, excepté lorsque l'on a $p=p'$.

3. On entend donc que les joueurs ayant consenti à changer d'état en se mettant au jeu, & devant, après le jeu, avoir un état différent du

premier, & différent auſſi pour chaque joueur, on a proportionné leurs miſes de manière qu'il y ait ſoit entre leur état avant de jouer, & leur état après le jeu, ſoit entre l'état de chacun d'eux après le jeu, la plus grande égalité que la nature des choſes puiſſe permettre.

Or ici cette égalité ne peut s'établir qu'en ſuppoſant le jeu répété un grand nombre de fois; & alors on peut exiger, 1.° que le cas le plus probable ſoit préciſément celui qui ne change rien à l'état des deux joueurs; 2.° que les *probabilités* de gagner ou de perdre pour *A* comme pour *B* approchent de plus en plus d'être égales à $\frac{1}{2}$, à meſure que le nombre des corps ſe multiplie.

3.° Enfin que l'on ait, dans la même hypothèſe, une *probabilité* toujours croiſſante, que la perte de *A*, ou celle de *B*, n'excédera pas, ou une ſomme fixe, ou une partie proportionnelle de la miſe totale, ſi la condition précédente ne peut s'exécuter.

4. Soit donc, 1.° $t\overline{p+p'}$ le nombre des coups, l'événement le plus probable ou le terme le plus grand de la ſérie $\overline{p+p'}^{\,t\overline{p+p'}}$ ſera $\frac{t.\overline{p+p'}.\overline{t\overline{p+p'}-1}\ldots tp'+1}{1.\ 2\ \ldots\ tp}\, p^{tp}\, p'^{tp'}$.

Or ſoit x la miſe de *A*, & $s-x$ celle de *B*, $tps-tx$ exprimera ce que *A* aura gagné; donc, faiſant $tps-tx=0$, on aura $x=ps$ pour la valeur de la miſe de *A*.

2.° En ſuppoſant la même loi établie, il eſt clair que, dans $\overline{p+p'}^{\,t.\overline{p+p'}}$ toutes les combinaiſons où l'expoſant de p eſt plus grand que tp, donneront une ſomme poſitive pour le gain de *A*, & que tous les termes où cet expoſant eſt au-deſſous, donneront une ſomme poſitive pour le gain de *B*; or, plus t ſera grand, plus la ſomme de ces termes, qui ſont favorables à *A*, & celle des termes qui ſont favorables à *B*, approcheront l'un & l'autre de la quantité $\frac{1}{2}$; de manière que, ſuppoſant t toujours croiſſant, ſi $p>p'$, la ſomme des termes favorables à *A* ſera d'abord plus grande que $\frac{1}{2}$, & diminuera en s'en rapprochant, au lieu que, ſi $p<p'$, la ſomme des mêmes termes ſera d'abord plus petite que $\frac{1}{2}$, & augmentera en s'en rapprochant.

3.° Si, dans la ſuite des termes de la formule $\overline{p+p'}^{\,t\overline{p+p'}}$, on prend tous ceux où les expoſans de p ſont au-deſſus de $t.\overline{p-a}$, quelque ſoit a, à meſure que t deviendra grand, la ſomme de ces termes approchera de l'unité à laquelle elle deviendra égale, ſi t eſt infini. Or ſoit cet expoſant $tp-a$, la perte de *A* ſera $tps-ts.\overline{p-a}=ats$; donc plus on multipliera les coups, plus *A* aura une *probabilité* continuellement croiſſante de ne pas perdre au-delà de tas, c'eſt-à-dire, au-delà d'une fraction $\frac{a}{p}$ de ſa miſe totale tps, a étant une quantité ſi petite qu'on voudra, pourvu qu'elle ſoit finie: &, puiſque le terme où la puiſſance de p eſt p^{tp-a}, eſt la limite juſqu'où il faut aller pour que la ſomme totale des termes précédens puiſſe approcher indéfiniment de l'unité, à meſure que t augmente (a étant toujours une quantité auſſi petite qu'on voudra, mais finie), on voit que cette même condition d'avoir une *probabilité* toujours croiſſante de ne pas perdre au-delà d'une certaine ſomme, ne peut avoir lieu que pour une ſomme proportionnelle à ts.

On voit donc ici non-ſeulement que la loi établie met entre l'état des joueurs avant ou après le jeu, & entre leurs états reſpectifs, la plus grande égalité poſſible, ou la ſeule qui puiſſe être compatible avec la différence de ces états, mais on voit en même tems qu'avec aucune autre, l'on ne peut remplir les mêmes conditions.

5. Ce que nous avons dit de l'argent deſtiné à former la ſomme s, que *A* & *B* ont une eſpérance inégale de gagner, s'appliquera également au cas où il faudra partager la ſomme, le jeu étant ſuppoſé arrêté, & leurs eſpérances étant p & p' s'il avoit été continué; &, en général, au cas où l'on achète, pour une ſomme donnée, l'eſpérance d'une autre ſomme, ou bien où l'on partage entre pluſieurs perſonnes une ſomme à laquelle elles ont des droits plus ou moins probables.

6. Dans les conventions libres, comme le jeu, on voit que cette loi a dû être établie afin qu'il qu'il n'y eût aucun avantage à jouer ou à ne jouer pas, à choiſir plutôt le ſort de *A* que celui de *B*, & qu'on fût abſolument déterminé par des convenances particulières.

C'eſt à-peu-près ce qui arrive dans le commerce, où il s'établit un prix commun des denrées de manière que tel jour, par exemple, un ſeptier de bled, une aune de telle étoffe équivaudra à quatre onces d'argent, & que par conſéquent la préférence donnée par certaines perſonnes à une de ces choſes ſur l'autre, tiendra à leurs beſoins ou à leur volonté particulière, ſans que l'on puiſſe dire, en général, que l'une ſoit préférable à l'autre.

Si la convention eſt forcée, alors on doit adopter la même loi, puiſqu'elle eſt celle dans laquelle il eſt le plus probable qu'il réſultera une moindre ſomme d'injuſtices d'un grand nombre de diſtributions faites en vertu de cette loi. *Voyez* ABSENS.

Mais il réſulte de ce que nous venons de dire, une différence remarquable entre ces deux cas. En effet, dans le ſecond où la convention eſt forcée, la loi doit toujours être ſuivie; mais

dans le premier, si l'espèce d'égalité que cette loi établit ne paroît pas suffisante, il doit en résulter que, pour peu que l'on agisse avec prudence, on ne voudra point former la convention. Dans le premier cas, on se décide d'après la loi, parce que l'on ne peut que considérer la masse totale des conventions semblables, & chercher à faire en sorte qu'il en résulte la moindre inégalité possible. Dans le second, si l'on veut agir avec prudence, si l'objet est important, on ne doit se prêter à la convention qu'autant qu'on peut envisager la possibilité d'établir entre les deux partis une égalité suffisante.

7. Cela posé, considérons deux joueurs, dont l'un A ait une espérance e de gagner, & un risque $1-e$ de perdre; & l'autre B une espérance $1-e$ de gagner, & un risque e de perdre, & que la mise de A soit à celle de B comme e est à $1-e$; en sorte qu'en gagnant A gagnera $1-e$ fois, & qu'en perdant il perdra e de fois une certaine somme regardée comme l'unité.

Si $e < 1-e$ à mesure que le nombre de coups se multipliera, la probabilité que A aura de gagner approchera de $\frac{1}{2}$, mais elle restera toujours au-dessous, & e peut être assez petit pour que, même pour un très-grand nombre de coups, cette probabilité soit encore fort inférieure à $\frac{1}{2}$, tandis que la probabilité de perdre qu'auroit le même joueur, seroit toujours fort au-dessus de $\frac{1}{2}$.

Dans le même cas, la probabilité de ne pas perdre au-dessus d'une n.e partie de la mise totale, croîtra en faveur de A quel que soit n; mais si n est très-petit, il faudra supposer le jeu continué un très-grand nombre de fois pour que cette probabilité devienne assez grande.

Il faut observer enfin que, pour le même joueur A, la probabilité de ne pas gagner au-delà d'une certaine portion de sa mise totale, croît en même temps que celle de ne pas perdre au-delà de la même proportion.

Il en est de même de tous les cas que l'on pourra choisir, en sorte qu'en général celui des deux joueurs qui a la probabilité la plus petite, gagne dans la combinaison d'un grand nombre de coups du côté de l'espérance de ne pas perdre, & perd quant à l'espérance de gagner beaucoup tandis qu'au contraire celui qui a une grande probabilité perd de l'espérance de gagner, & en même temps est exposé à un moindre risque de perdre beaucoup.

8. Cette manière de considérer la loi que nous examinons, & qui consiste à regarder la valeur qui en résulte pour les espérances & pour les risques, comme une valeur moyenne propre à rétablir la plus grande égalité possible entre ceux qui échangent entr'elles une valeur certaine & une espérance incertaine, ou deux espérances incertaines, &c. nous a semblé pouvoir faire disparoître la plupart des difficultés que cette règle a paru présenter dans son application. Nous allons ici en examiner quelques-unes, & nous commencerons par celles que présente le fameux *problême* de Pétersbourg.

Dans ce problême, on suppose qu'un joueur A doive donner à un joueur B une pièce s'il amène pile au premier coup, deux s'il l'amène au second, quatre s'il l'amène au troisième, & ainsi de suite; & on demande quelle est la valeur de l'espérance de B, ou quelle somme il doit donner à A pour jouer un jeu égal. La règle du calcul donne cette somme égale à
$\frac{1}{2} + \frac{2}{2} + \frac{1}{2} \ldots\ldots = \frac{1}{2} (1 + 1 + 1 \ldots\ldots) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{0}$.
Conclusion qui paroît d'autant plus absurde, que cette mise de B étant supposée plus grande qu'aucune quantité donnée, on peut avoir une probabilité aussi grande qu'on voudra que B perdra à cette convention.

Mais on peut observer, 1.° que le cas qui devient le plus probable, en supposant que l'on continue le jeu, celui où il n'y a ni perte ni gain, ne peut avoir lieu ici, à moins qu'on ne suppose le jeu répété un nombre infini de fois.

2.° Que la probabilité de gagner pour B, n'approchera non plus d'être égale à $\frac{1}{2}$, & par conséquent d'être égale à la probabilité de perdre, qu'en supposant aussi le jeu répété un nombre infini de fois; elle ne commence même à être finie qu'à ce terme.

3. Que la probabilité de ne perdre qu'une certaine partie de la mise totale que nous avons vu devoir croître avec le nombre de coups, n'est finie pour B qu'en supposant infini le nombre de fois que le jeu est répété, & que dans ce cas cette partie de la mise est nécessairement encore une quantité infinie.

On voit donc que le principe sur lequel nous avons dit que devoit être fondée la règle générale, celui de mettre la plus grande égalité possible entre deux états essentiellement différens, ne peut avoir lieu ici, puisque cette égalité exigeroit qu'on embrassât la combinaison d'un nombre infini de parties, en sorte que la limite qui, dans les problêmes ordinaires, est un nombre infini de parties est nécessairement ici un infini du second ordre.

Ce n'est donc pas la règle qui est en défaut, mais l'application de la règle à un cas que l'on présente comme réel, & qui cependant ne peut l'être, puisqu'il suppose la réalité d'une somme infinie, d'un nombre de coups infini dans chaque partie, & d'un nombre infini de parties. Ainsi, le problême doit être considéré non comme un cas réel, mais comme la limite des questions réelles du même genre qu'on peut se proposer.

Cette explication cependant n'est pas encore satisfaisante. En effet, on a remarqué, avec raison, que la règle paroissoit être en défaut même quand on bornoit le nombre des coups possibles, parce que la somme que B devroit donner à A dans cette hypothèse pour jouer à

jeu égal, eſt encore telle, pour peu que le nombre des coups ſoit grand, qu'aucun homme raiſonnable ne voudroit riſquer de la donner. Néanmoins dans la plupart des ſolutions connues de cette queſtion, on s'eſt borné à dire qu'il falloit limiter le nombre des coups, ſoit parce qu'au-delà d'un certain nombre, il falloit regarder la probabilité comme trop petite, ſoit parce qu'il falloit que ce nombre fût tel que le bien de *A* ou la ſomme qu'il deſtine à ce jeu, ſuffît pour payer ce qu'il doit à *B*, ſi pile n'eſt pas arrivé au dernier coup.

Tel eſt donc maintenant le cas qui nous reſte à examiner, celui où le nombre des coups eſt fixé, & où la ſomme que doit donner *B*, & la probabilité qu'il a de gagner étant finies, le problême devient un problême réel.

Suppoſons que chaque partie ſoit bornée à n coups, & que l'on paye 1 ſi pile arrive le premier coup, 2 s'il arrive le ſecond, 4 s'il arrive le troiſième, 8 s'il arrive le quatrième.... 2^{n-1} s'il arrive le n^e, & 2^n s'il n'arrive pas du tout. Les probabilités ſeront

$$\frac{1}{2},\ \frac{1}{4},\ \frac{1}{8}\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ \frac{1}{2^n},\ \frac{1}{2^n},$$

& la miſe de *B* devra être

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2},\ldots.+\frac{1}{2}+1=\frac{n}{2}+1$, & nous trouverons d'abord que *B* commencera à gagner lorſque pile arrivera à un coup p, tel que $2^{p-1}>\frac{n}{2}+1$, ou $n<2^p-2$. Si $n=2^p-2$, alors il n'y a ni perte ni gain; mais, dans le même cas, $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\ldots.+\frac{1}{2^{p-1}}$, ou $1-\frac{1}{2^{p-1}}$, exprime la probabilité que *B* a de perdre.

Suppoſons, par exemple, $p=4$ & $n=2^p-2=14$; la miſe de *B* ſera 8. Nous aurons $\frac{7}{8}$ pour la probabilité que *A* gagnera, $\frac{1}{16}$ pour la probabilité qu'il n'y aura ni perte ni gain, & $\frac{1}{16}$ pour celle que *B* gagnera. En même tems à cauſe de $n=14$, il ſera poſſible qu'il gagne 16376, mais la probabilité de ce gain ſera ſeulement de $\frac{1}{16984}$. De ſon côté *A* aura une probabilité $\frac{15}{16}$ de ne pas perdre, mais il ne pourra gagner que 7 dans le cas le plus favorable, & pourra perdre juſqu'à 16376.

On voit donc qu'il y a une très-grande inégalité entre les poſitions de *A* & de *B*, en ne conſidérant qu'un ſeul coup, & que non-ſeulement il y a des circonſtances où ni l'un ni l'autre ne doivent vouloir conſentir à changer l'état où ils ſont avant le jeu contre celui qui réſulte de cette convention, mais que cela doit avoir lieu preſque généralement. Si on conſidère enſuite une ſuite de parties, alors on cherchera à déterminer, la ſomme regardée comme l'unité, & le nombre n de coups, de manière 1.° que la probabilité de gagner pour *A* & pour *B* approchent de l'égalité; 2.° qu'on ait une aſſez grande probabilité que ni *A* ni *B* dans un nombre m de parties ne perdent au-delà d'une valeur qui ait une proportion donnée avec m.

Le nombre des parties doit être alors déterminé par la condition d'être tel qu'il y ait une probabilité preſque égale à l'unité, ou à la certitude que la perte que *A* peut faire n'excédera point ſon bien, ou la ſomme qu'on croit qu'il voudra ou pourra mettre au jeu. La ſuppoſition même de la certitude eſt la ſeule rigoureuſe, c'eſt le ſeul moyen que *B* n'ait pas ici de déſavantage. Prenons, par exemple, un cas plus ſimple, celui où de 100 numéros, *B* en choiſit 1, & donne 1 à *A*, à condition que ſi ce numéro arrive, *A* lui donnera 100, & ſuppoſons qu'on joue 200 coups, la probabilité que *A* gagnera ſera exprimée par $\frac{40464}{100,000}$, celle qu'il n'y aura ni perte, ni gain par $\frac{27203}{100,000}$, & celle que *B* gagnera par $\frac{32333}{100,000}$, les probabilités de gagner pour *A* & pour *B* ſeront donc ici à-peu-près comme 5 à 4, & par conſéquent déjà voiſines de l'égalité. Dans le même cas, la probabilité pour *A* de ne pas perdre au-delà de 500 ſera $\frac{235}{100,000}$, riſque déjà très-petit.

On voit donc que pourvu que *B* ait l'eſpérance de pouvoir jouer 200 coups, il s'établit dans le jeu une ſorte d'égalité. Il eſt vrai que la loi établie ne peut avoir lieu qu'en ſuppoſant que ſi *A* perdoit 200 fois, il pourroit payer les 200×100, ou 20,000; mais quand même il ne les auroit pas, comme la probabilité que *A* ne perdra pas au-deſſus de 10,000, par exemple; eſt alors preſque égale à l'unité, & que dans les autres cas très-rares, *B* gagneroit toujours 10,000; il eſt aiſé de voir que quand même *A* ne pourroit payer que cette ſomme, *B* pourroit encore conſentir à jouer ce jeu; où il peut eſpérer de gagner 10,000 en ne riſquant que 200. *B* dans cette hypothèſe garderoit d'ailleurs une probabilité $\frac{32,333}{100,000}$ de gagner contre une probabilité $\frac{40,464}{100,000}$ de perdre une probabilité $\frac{18,146}{100,000}$ de gagner 100 contre une probabilité $\frac{27,660}{100,000}$ de perdre 100, & une probabilité $\frac{14,188}{100,000}$ de gagner 200 ou plus contre une probabilité $\frac{13,398}{100,000}$ de perdre 200. Ainſi, quand même *B* n'auroit pas la certitude abſolue que *A* pourra payer toute la perte poſſible, ſon état à l'égard de *A* conſerveroit encore une égalité ſuffiſante.

9. Il faut cependant ici considérer deux cas bien distincts, celui où, par exemple, les deux cents coups ci-dessus forment une partie liée, en sorte que si *A* & *B* conviennent une fois de le jouer ils soient engagés à continuer le nombre de coups; & dans cette hypothèse, l'état de chaque joueur, & l'espèce d'égalité qui subsiste entr'eux, & qui peut être regardée comme suffisante, est exprimée comme nous venons de le dire.

Mais si *A* & *B* conservent la liberté de faire à chaque coup la même convention, il y a de plus une observation à faire : puisque c'est en considérant à chaque fois le système des coups futurs que *A* & *B* se déterminent à jouer, il en résulte qu'ils doivent régler la mise regardée comme l'unité, de manière qu'à chaque coup ils puissent envisager comme possible le nombre de coups nécessaire pour établir une égalité suffisante, c'est-à-dire, qu'il faut que le bien de chacun des deux, ou la somme qu'on a lieu de croire qu'il voudra risquer, puisse suffire à ce nombre de coups; ainsi, pour conserver l'égalité nécessaire, la mise doit changer après un certain nombre de coups. Dans quelques-unes des combinaisons possibles, c'est-à-dire, dans celles où le bien d'un des deux joueurs est parvenu à une valeur qui oblige à ce changement, si on fait entrer cette diminution de la mise dans le calcul, on verra qu'il doit en résulter nécessairement la possibilité de jouer un beaucoup plus grand nombre de coups; d'où doit résulter aussi entre les joueurs une plus grande égalité; car cette espèce d'égalité consiste en ce que si on considère la suite des coups futurs, on ait une probabilité presqu'égale pour chacun des joueurs, de perdre ou de gagner, & une très-grande probabilité que la perte ou le gain d'aucun des deux, n'excédera pas une partie très-petite de la mise totale : or dans ce cas, la première condition a lieu comme dans le précédent, & la partie de la mise totale peut même être, dans cette dernière hypothèse, regardée comme une quantité donnée.

10. La manière dont nous avons considéré la règle établie, peut expliquer aussi deux phénomènes contradictoires qui se sont présentés dans les applications de cette règle à des cas réels.

Il arrive également, & qu'un homme raisonnable *A* refuse de donner une somme b pour la probabilité n de gagner une somme $a > \frac{b}{n}$, & aussi qu'un homme raisonnable *B* consente à donner une somme b' pour la probabilité n' de gagner une somme $a' < \frac{b'}{n'}$.

Le premier cas a lieu lorsque b est une somme considérable par rapport à l'état de la fortune de *A*, ou en elle-même, & que n est fort petit.

Le second a lieu au contraire particulièrement lorsque b' est une très-petite somme, & que n' est une quantité extrêmement petite.

Dans le premier cas, quoique, si le jeu étoit supposé être répété un très-grand nombre de fois il fût favorable à *A*; cependant il refusera de le jouer; 1.° parce qu'il ne peut pas le continuer un assez grand nombre de fois; 2.° parce que pour un seul coup il a une très-grande probabilité de perdre sa mise, & par l'hypothèse, de faire une perte qui l'incommode, ou qui le prive de jouissances agréables.

Dans le second, *B* consent à jouer, parce que la petite somme b' est une somme très-modique dont il ne regrette pas la perte, & que l'espérance de gagner la somme considérable $\frac{b'}{n}$, l'engage à s'exposer, même avec désavantage, à cette perte regardée comme légère : c'est ici le cas des loteries.

Il y a des jeux où le sort des joueurs n'est pas égal, & où on donne de l'avantage à un banquier : comme le banquier est obligé de jouer un jeu très-considérable, qui exige des avances, & expose à la possibilité de pertes énormes; que d'ailleurs il est assujetti pour les mises, à se soumettre, avec de certaines limites, à la volonté des pontes, & qu'enfin s'il n'avoit aucun avantage, il auroit, sur-tout lorsque le nombre des pontes est grand, & qu'ils jouent à peu-près le même jeu, une très-grande probabilité de ne faire que très-peu de perte & de gain : il a paru nécessaire de lui accorder un avantage qui lui donnât une assurance de gagner à la longue; & les pontes ont consenti à acheter à ce prix le plaisir de jouer, & de conduire leur jeu à leur fantaisie jusqu'à un certain point.

11. On a observé que parmi les jeux, qui dépendent à-la-fois du hasard & du bien-joué, les uns n'avoient qu'une très-courte durée, tandis que les autres conservoient leur vogue très-long-temps: une des causes de cette différence, est la manière de combiner dans ces jeux, l'influence du hasard & celle du bien-joué, en sorte que la différence de force des joueurs, lorsquelle est petite, n'altère point sensiblement dans les deux ou trois parties qu'on peut jouer dans un jour, l'égalité de la probabilité de gagner, qu'auroient entr'eux des joueurs égaux. Si on donne trop au hasard on ôte à ces jeux une grande partie de lenr agrément; si le hasard y influe trop peu, la différence de force devient trop sensible, elle humilie l'amour-propre.

Nous remarquerons enfin, que dans les entreprises où les hommes s'exposent à une perte dans la vue d'un profit, il faut que le profit soit plns grand que celui qui suivant la règle générale, établit l'égalité : en effet, comme en général on ne s'y livre point comme au jeu, par l'attrait du plaisir de jouer, ou comme aux loteries, par l'espérance de gagner beaucoup avec une petite mise, il ne peut y avoir de motif de risquer, qu'un avantage qui, en envisageant une suite de risques semblables,

semblables, produise une assurance assez grande de gagner, & une probabilité presqu'égale à la certitude de ne point perdre au-delà d'une certaine partie de la mise.

Ces réflexions nous ont paru propres à concilier la règle établie dans le calcul des probabilités, avec le sentiment & avec la conduite des hommes raisonnables & prudens, dans la plupart des cas où cette règle paroissoit au premier coup-d'œil y être contraire.

III.

1. Jusqu'ici nous avons regardé le nombre des combinaisons qui donnent chaque événement comme déterminé & connu. Nous allons maintenant supposer ce nombre inconnu & variable, en sorte qu'il n'y ait plus une *probabilité* déterminée des événemens, mais seulement une *probabilité* moyenne d'après laquelle on puisse déterminer celle de leur production.

2. Supposons, par exemple, que l'on ait une urne contenant des boules noires & des boules blanches, que l'on ait tiré n boules blanches & m noires, & qu'on demande quelle est la *probabilité* de tirer p boules blanches, & q boules noires. Supposons de plus que le nombre de ces boules soit infini, afin que le rapport des boules blanches, au nombre total, puisse avoir toutes les valeurs depuis 1 jusqu'à 0. Soit x ce rapport inconnu, la *probabilité* de tirer d'abord n boules blanches, & m noires, & ensuite p blanches & q noires, sera $\frac{m+n\ldots\ldots n+1}{1.2\ldots m}\ \frac{p+q\ldots\ldots p+1}{1.2\ldots q}$

$x^{m+p}\ .\ \overline{1-x}^{\,p+q}$;

& celle de tirer d'abord n boules blanches, & m noires, & ensuite $p+q$ boules blanches ou noires, sera

$$\frac{m+n\ldots\ldots n+1}{1.2\ldots m}\ x^{n}\ .\ \overline{1-x}^{\,m}\ .\ (x+1-x)^{p+q}$$

$= \frac{m+n\ldots\ldots n+1}{1.2\ldots m}\ x^{n}\ .\ \overline{1-x}^{\,m}$, où x peut avoir toutes les valeurs depuis 1 jusqu'à 0; donc

$$\frac{m+n\ldots n+1}{1.2\ldots m}\ \frac{p+q\ldots p+1}{1.2\ldots q}\int x^{n+p}\ \overline{1-x}^{\,m+q}\ dx$$

exprimera la somme des combinaisons qui donnent l'événement demandé, &

$\frac{m+n\ldots n+1}{1.2\ldots m}\int x^{n}\ \overline{1-x}^{\,m}\ dx$ la somme de toutes les combinaisons possibles; les intégrales étant prises depuis 1 jusqu'à 0, la *probabilité* sera donc

$$\frac{p+q\ldots p+1}{1.2\ldots q}\ \frac{\int x^{n+p}\ .\ \overline{1-x}^{\,m+q}\ dx}{\int x^{n}\ .\ \overline{1-x}^{\,m}\ .\ dx} =$$

$$\frac{+q\ldots p+1}{1.2\ldots 3\ldots q}\ \frac{n+1\ldots n+p.\ m+1\ldots m+q}{n+m+2\ldots n+m+p+q+1}.$$

3. Si $n > m$, & que l'on demande la *probabilité* que, dans la suite des événemens, le nombre des boules blanches surpassera celui des noires, d'une quantité déterminée, on trouvera, 1.° que cette *probabilité* ne peut jamais approcher indéfiniment de 1; 2.° que, suivant les hypothèses de pluralité, elle peut, après avoir été croissante, devenir décroissante; 3.° qu'après un certain terme, elle continuera indéfiniment d'approcher de la fonction $\frac{\overline{\int x^{n}\ .\ \overline{1-x}^{\,m}\ dx}^{\,\frac{1}{2}}}{\int x^{n}\ .\ \overline{1-x}^{\,m}\ .\ dx} > \frac{1}{2}$ la formule

$\overline{\int x^{n}\ .\ \overline{1-x}^{\,m}\ dx}^{\,\frac{1}{2}}$ indiquant que l'intégrale est prise seulement depuis $x = 1$, jusqu'à $x = \frac{1}{2}$. Cette formule indique la valeur de la *probabilité*, lorsque le nombre des tirages est supposé infini.

Dans le cas de $m < n$, la même *probabilité* est exprimée par la même formule; mais alors on a

$$\frac{\overline{\int x^{n}\ .\ \overline{1-x}^{\,m}\ dx}^{\,\frac{1}{2}}}{\int x^{n}\ .\ \overline{1-x}^{\,m}\ .\ dx} < \frac{1}{2}.$$

De même

$$\frac{\overline{\int x^{n}\ .\ \overline{1-x}^{\,m}\ dx}^{\,\frac{p}{p+q}}}{\int x^{n}\ .\ \overline{1-x}^{\,m}\ dx}.$$

L'intégrale de la formule supérieure étant prise depuis $x = 1$, jusqu'à $x = \frac{p}{p+q}$, exprimera la *probabilité* que, dans la suite, supposée infinie des tirages, le nombre des boules blanches sera à celui des boules noires dans un rapport plus grand que celui de p à q, *probabilité* qui est plus grande ou plus petite que $\frac{1}{2}$, suivant que l'on aura $\frac{n}{n+m} > < \frac{p}{p+q}$. Enfin p' étant plus grand que p, la *probabilité* que le rapport du nombre de A à celui de N, sera entre les limites $\frac{p'}{p+q}$ & $\frac{p}{p+q}$, sera exprimée par

$$\frac{\overline{\int x^{n}\ .\ \overline{1-x}^{\,m}\ dx}^{\,\frac{p'}{p+q}} - \overline{\int x^{n}\ .\ \overline{1-x}^{\,m}\ dx}^{\,\frac{p}{p+q}}}{\int x^{n}\ .\ \overline{1-x}^{\,m}\ dx}$$

5.° Si l'on applique ces formules aux événemens naturels dont l'ordre a été connu par l'observation, on trouvera, 1.° que, s'il s'agit d'un

ordre conſtamment obſervé, on n'aura jamais une probabilité 1, ou la certitude qu'il continuera de l'être à perpétuité, quelque ſoit le nombre des obſervations; 2.° que, ſi on demande qu'il n'y ait qu'une fraction $\frac{1}{a}$ du nombre total qui s'écarte de cet ordre, la probabilité ſera exprimée par $1 - \left(\frac{a-1}{a}\right)^{m+1}$, probabilité d'autant plus grande, que a eſt plus petit, & m plus grand.

3.° Que, s'il n'eſt queſtion que d'une pluralité abſolue ou proportionnelle, obſervée entre les événemens, la probabilité que cette pluralité continuera indéfinitivement, ſera exprimée par

$$\frac{\overline{\int x^{a+b}\,\overline{1-x}^{\,a}\,dx}^{\,\frac{1}{2}}}{\int x^{a+b}\,\overline{1-x}^{\,a}\,dx}$$

dans le premier cas,

$$\frac{\overline{\int x^{ca}\,\overline{1-x}^{\,a}\,dx}^{\,\frac{c}{c+1}}}{\int x^{ca}\,\overline{1-x}^{\,a}\,dx};$$

dans le ſecond; donc la première eſt d'autant plus grande que a & b ſont grands, & la deuxième d'autant plus grande que a eſt grand; enfin celle qu'elle ſera entre $\frac{c'}{c+1} < \frac{c}{c+1}$, & $\frac{c_{,}}{c+1} > \frac{c}{c+1}$, eſt

$$\frac{\overline{\int x^{ca}\,.\,\overline{1-x}^{\,a}\,dx}^{\,\frac{c'}{c+1}} - \overline{\int x^{ca}\,.\,\overline{1-x}^{\,a}\,dx}^{\,\frac{c'}{c+1}}}{\int x^{ca}\,\overline{1-x}^{\,a}\,dx}$$

Si on veut ſeulement une pluralité proportionnelle qui ne ſoit pas plus petite que celle de c à 1, alors la probabilité ſera

$$\frac{\overline{\int x^{ca}\,.\,\overline{1-x}^{\,a}\,dx}^{\,\frac{c'}{c+1}}}{\int x^{ca}\,.\,\overline{1-x}^{\,a}\,dx},$$

4. Telles ſont les limites très-étroites de l'eſpece de probabilité que nous pouvons avoir ſur l'ordre des événemens futurs, & la conſtance des loix obſervées dans la nature, du moins dans les deux hypothèſes; 1.° que la probabilité des événemens ſucceſſifs eſt toujours la même; 2.° dans celle où l'on conſidère une claſſe d'événemens comme iſolée, & l'ordre qu'on y obſerve comme indépendant de celui qui eſt obſervé dans d'autres événemens.

Suppoſons, par exemple, que, dans une même ville, on ait obſervé qu'il naiſſe plus de garçons que de filles; que cette obſervation ait été confirmée pendant un aſſez grand nombre d'années ſans qu'il y ait eu de grandes variations dans la proportion de ces nombres, & ſans qu'on ſoupçonnât aucun changement conſidérable dans la conſtitution du climat, ou des habitans, alors on pourra raiſonnablement regarder comme conſtante la probabilité qu'il naîtra plutôt un garçon qu'une fille; &, comme on ignore *à priori* ſi, dans les loix de la nature qui déterminent cette production, il en eſt une en vertu de laquelle il doit exiſter une ſupériorité conſtante en faveur de l'un des ſexes. Les deux ſuppoſitions ci-deſſus peuvent être regardées comme légitimes. Ainſi, ſoit $a+b$ le nombre des garçons, & a celui des filles.

$$\frac{\overline{\int x^{a+b}\,.\,\overline{1-x}^{\,a}\,dx}^{\,\frac{1}{2}}}{\int x^{a+b}\,.\,\overline{1-x}^{\,a}\,dx}$$

exprimera la probabilité que, tout reſtant dans le même état, il naîtra dans un tems indéfini plus de garçons que de filles, ou qu'il y a une cauſe phyſique & réelle de cette ſupériorité de nombre. *Voyez* ci-deſſous n.° 10 & ſuivans, & l'*article* VÉRITÉ.

5. On a ſouvent appliqué le calcul ordinaire des probabilités à des queſtions d'économie publique, où il s'agiſſoit de paiemens dont l'époque ou la durée dépendoient de ce calcul. On ſuppoſoit alors que les rapports obſervés dans les événemens paſſés ſeroient rigoureuſement les mêmes dans les événemens futurs; hypothèſe plus ou moins approchée de la vérité, ſuivant que le nombre des événemens paſſés eſt grand, & que celui des événemens futurs eſt petit, mais qui s'en éloigne d'une manière très-ſenſible dans le cas où le rapport du nombre des premiers à celui des ſeconds n'eſt pas très-grand.

Il peut donc être utile d'appliquer à ces mêmes queſtions la méthode que nous venons d'expoſer.

Nous allons en donner quelques exemples très-ſimples, mais ſuffiſans pour faire ſentir la manière de réſoudre les queſtions de ce genre.

6. Soit, 1.° un homme âgé de n années, & que, ſur p hommes du même âge, on ait obſervé qu'il y en ait eu p' qui ont vécu q années, $\overline{n+q}$ eſt ici le dernier terme de la vie de l'eſpèce humaine p'' qui ont vécu $q-1$ années..... p'^{q} qui ont vécu une année ſeulement, & qu'on demande la rente viagère qu'il faut donner à cet homme pour une ſomme 1, le taux de l'intérêt étant ſuppoſé donné. Soit c la valeur qui, placée à cet intérêt, vaut 1 au bout d'un an, a la rente viagère, il eſt clair que la valeur de cette rente, pour celui qui vit un an, ſera ca, $a.\overline{c+c^2}$ pour celui qui en vit

deux, $a c \frac{1 - c^q}{1 - c}$ pour celui qui en vit q.

Soit enfin x' la probabilité inconnue de vivre q années, x'' celle de vivre $q - 1$ années..... x''^q celle de vivre une année seulement, la valeur moyenne de la rente sera exprimée par

$$a . c . \overline{\frac{1-c}{1-c}}^{\,q} x'^{p'+1} x''^{p''} \ldots . x''^{q^{p''q}}$$

$$+ a . c . \overline{\frac{1-c}{1-c}}^{\,q-1} x'^{p'} x''^{p''+1} \ldots . x''^{q^{p''q}}$$

$$+ a . c . x'^{p'} x''^{p''} \ldots . x''^{q^{p''q+1}}$$

Le tout divisé par $x'^{p'} x''^{p''} \ldots . x''^{q^{p''q}}$
Par conséquent, pour avoir la valeur moyenne pour toutes les valeurs de x, il faudra intégrer séparément le numérateur & le dénominateur un nombre $q - 1$ de fois, après avoir fait $x''^q =$ $1 - x' \ldots - \ldots x''^{q-1}$, & avoir pris les intégrales depuis $x''^{q-1} = 1 - x' \ldots - . x''^{-2}$ jusqu'à x''^{q-1} $= 0$, depuis $x''^{q-2} = 1 - x' \ldots - . x''^{q-3}$, jusqu'à $x''^{q-2} = 0 \ldots \ldots$ depuis $x' = 1$ jusqu'à $x' = 0$.

Or toutes ces opérations étant exécutées, cette formule devient

$$\frac{a\left(\overline{c . p''^q + 1} + \overline{c + c^2 p''^{q-1} + 1} \ldots + c . \overline{\frac{1-c}{1-c}}^{\,q-1} \overline{p'' + 1} + c . \overline{\frac{1-c}{1-c}}^{\,q} \overline{p' + 1}\right)}{p + q}$$

En remettant p au lieu de $p' + p'' \ldots \ldots \ldots \ldots$ $+ p''^{q-1} + p''^q$, on en tirera donc $a =$

$$\frac{1 . \quad p + q}{\overline{c p''^q + 1} + \overline{c + c^2 p''^{q-1} + 1} \ldots + c . \overline{\frac{1-c}{1-c}}^{\,q-1} \overline{p'' + 1} + c . \overline{\frac{1-c}{1-c}}^{\,q} \overline{p' + 1}}$$

au lieu que, suivant la méthode ordinaire, on auroit eu $a =$

$$\frac{1 . \quad p}{c p''^q + \overline{c + c^2} p''^{q-1} \ldots + c . \overline{\frac{1-c}{1-c}}^{\,q-1} p'' + c . \overline{\frac{1-c}{1-c}}^{\,q} p'},$$

c'est-à-dire, la même formule, si l'on y suppose infinis les nombres p', p'' .... d'où l'on voit que, comme ici $n + q$ étant le nombre le plus grand des années de la vie humaine, ne peut être un très-grand nombre, si celui des observations est au contraire un nombre très-grand, l'erreur de la méthode ordinaire sera peu sensible.

7. Dans cette méthode, comme dans la méthode ordinaire, si on suppose r personnes du même âge, prêtant chacune une somme 1, & qu'on demande la rente a qu'il faut payer à chacune, pour que l'emprunteur ne donne que l'intérêt supposé ici donné, on aura la même valeur de a que ci-dessus; ainsi, quelque grand que soit r, il n'y aura rien à changer dans la valeur de a, seulement la probabilité qu'a l'emprunteur de ne payer dans la réalité, d'après les événemens futurs, un intérêt ni sensiblement au-dessus, ni sensiblement au-dessous, augmentera moins dans l'hypothèse actuelle que dans l'hypothèse ordinaire.

8. Si l'on considère les rentes sur toutes têtes, on pourra suivre la méthode suivante; on prendra, comme ci-dessus, pour chaque âge n la valeur a de la rente viagère, puis on prendra dans les tables des placemens en rentes viagères sur toutes têtes, le nombre non des hommes de chaque âge, mais des unités de somme placées sur les têtes de chaque âge, soient r', r''...... r''^q ces nombres, a', a''.... a''^q les rentes correspondantes. La valeur a de la rente commune sera exprimée par

$$\frac{a' . \overline{r' + 1} + a'' \overline{r'' + 1} \ldots \ldots \ldots \ldots + a''^q . \overline{r''^q + 1}}{r' + r'' \ldots \ldots \ldots r''^q + q}$$

Cette manière de calculer le taux des rentes n'est pas beaucoup plus compliquée, & est plus exacte que la méthode ordinaire. Elle s'appliquera également aux rentes sur deux têtes, & même avec plus de facilité que la méthode ordinaire.

Nous n'avons ici considéré que des années entières; mais le moyen de faire entrer dans le calcul les fractions d'années, quant au paiement des rentes, ou même quant aux âges, n'a d'autre difficulté que d'exiger des calculs un peu plus longs.

9. Nous choisirons ici pour second exemple l'évaluation d'un droit éventuel; supposons donc un seul droit, & que p', p'', p''', p''^n expriment les valeurs de ce droit, telles qu'elles ont été observées pendant un certain nombre d'années, que le droit p' a été payé dans b' années, le droit p'' dans b'' années, le droit p''^n dans b''^n années, & soient x', x''.... x''^n les probabilités que l'année suivante on doit payer p', p''..... ou p''^n.

Il est clair que, mettant $1 - x' - x'' \ldots \ldots .$ x''^{n-1}, au lieu de x''^n, la valeur totale du droit pour un nombre infini d'années sera exprimée par

$$\frac{\frac{c}{1-c}\int \overline{x'b' \ldots (1-x' \ldots x''^{n-1}) b''n\,(p'x'+p''x'' \ldots \ldots + p''^{n} . \overline{1-x' .. a .. x''^{n-1}})}\; dx' \ldots dx''^{n-1}}{\int \overline{x'^{b'}}\,\overline{x''^{b''}} \ldots (\overline{1-x' \ldots x''^{n-1}})^{b''n} dx' \ldots dx''^{n-1}}$$

$$= \frac{c}{1-b}\;\frac{\overline{b'+1}\,p' + \overline{b''+1}\,p'' \ldots + \overline{b''^{n}+1}\,p''^{n}}{b'+b'' \ldots \ldots + b''^{n} + n}$$

Suivant la méthode ordinaire de prendre des milieux, cette valeur feroit

$$\frac{c}{1-c}\;\frac{b'p' + b''p'' \ldots \ldots \ldots + b''^{n} . p''^{n}}{b'+b'' \ldots \ldots \ldots \ldots + b''^{n}}$$

d'où l'on voit que ces deux valeurs ne peuvent être regardées comme approchantes, à moins que les b ne ſoient à très-peu-près égaux ou très-grands, par rapport à n, ou qu'enfin les p ne ſoient auſſi à très-peu-près égaux.

Pour appliquer cette méthode au droit dû par un ſeul bien, il faudroit diviſer cette ſomme totale dans le rapport de ce bien à celui de la maſſe totale des biens qui ont produit les droits p', p'', p''^{n}; &, ſi l'on a pris pour former la maſſe des biens de la même nature, & devant à-peu-près être expoſés aux mêmes événemens que celui pour lequel on cherche la valeur du droit, cette méthode peut être regardée comme ſuffiſamment exacte.

10. Nous avons regardé juſqu'ici la probabilité comme étant conſtamment la même dans la ſuite des événemens d'un même genre. Il y a des cas où cette ſuppoſition peut paroître gratuite. Suppoſons maintenant que ces événemens puiſſent être indépendans l'un de l'autre, comme être aſſujettis à conſerver la même probabilité, & conſervons toujours ici les dénominations du numéro deux, ſi la probabilité eſt conſtante, celle d'avoir l'événement A, après avoir obtenu A, n fois, & N, m fois ſera $\frac{n+1}{n+m+2}$; mais, ſi les événemens ſont indépendans, cette même probabilité ſera exprimée par $\int \overline{x\,dx}$, l'intégrale étant priſe de $x=1$ juſqu'à $x=0$, c'eſt-à-dire, à $\frac{1}{2}$. Mais la probabilité d'avoir A, n fois & N, m fois dans la première hypothèſe, eſt

$$\frac{n+m \,.\,.\, n+1}{1 . 2 \ldots m}\int x^{n}\,\overline{1-x}^{m}\,dx$$ & dans la deuxième

elle eſt $\frac{n+m \ldots n+1}{1 . 2 \ldots m}\int \overline{x\,dx}^{\,m} \int \overline{\overline{1-x}\,dx}^{\,n}$

Ces deux probabilités ſeront donc comme

$\frac{m . m-1 \ldots 1}{n+1 . n+2 \ldots n+m+1}$ à $\frac{1}{2}^{n+m}$ & par conſéquent la probabilité moyenne A ſera

$$\frac{\frac{m+1 . m \ldots 1}{n+1 . n+2 \ldots n+m+2} + \frac{1}{2^{n+m+1}}}{\frac{m . m-1 \ldots 1}{n+1 . n+2 \ldots n+m+1} + \frac{1}{2^{n+m}}}$$

Cette hypothèſe peut s'appliquer à quelques queſtions, par exemple ſi l'on a jeté une pièce $n+m$ fois qu'on ait m fois croix & n fois pile, $n \mathbin{7} m$, & que l'on demande la probabilité d'amener croix : cette probabilité ſera exprimée par la formule précédente, ſi je n'ai d'ailleurs aucune raiſon de ſuppoſer que la raiſon pour laquelle j'ai eu croix plus ſouvent que pile, tienne à ce que la piece eſt conſtruite de manière à tomber plus ſouvent de ce côté, plutôt que de regarder cette ſupériorité comme produite par la manière de jetter la pièce, qui eſt ſans influence ſur les coups ſuivans. L'on voit enfin qu'il y a des cas où quelques grands que ſoient m & n, & quoique n ait alors la ſupériorité ſur m, on n'a aucune *probabilité* qui conduiſe à ſuppoſer une loi conſtante.

11. Maintenant conſidérons de plus près la nature de la première hypothèſe, nous trouverons d'abord qu'elle n'eſt légitime que dans deux cas : 1.° lorſque la *probabilité* de chaque événement eſt toujours la même, comme lorſqu'on tire des boules noires ou blanches toujours d'une même urne; 2.° lorſque les tirant d'urnes différentes, on ſuppoſe que ces urnes ont été remplies en prenant des boules dans une maſſe commune, où elles étoient dans un certain rapport. Dans le premier cas, c'eſt la *probabilité* elle-même qui eſt conſtante; & dans le ſecond, c'eſt ſeulement la *probabilité* moyenne.

Par exemple, ſuppoſons une ſuite de paquets de cartes au nombre de $r+s$, que de r de ces paquets on ait tiré n cartes rouges & m noires, & qu'on demande la *probabilité* de tirer p cartes rouges & q cartes noires de $p+q=s$ paquets ſuivans, on peut ſuppoſer ou que l'on ſache que dans chacun de ces paquets il y a un même nombre de cartes rouges & de cartes noires, ou bien que ces paquets ont tous été formés en les tirant au haſard d'un même tas de cartes, dans ce cas les *probabilités* ſont les mêmes dans chaque paquet, & on pourra exprimer celle d'avoir p cartes rouges, & q par la formule précédente; mais ſi l'on ne ſait pas d'avance la réalité d'une de ces deux hypothèſes, ni celle de l'hypothèſe contraire, c'eſt-à-dire, celle où il n'y a aucune liaiſon entre la *probabilité*, rélative à chacun de ces tas de cartes, & qu'on demande l'expreſſion de la même *probabilité*, on prendra la méthode ſuivante; ſoit $r+s=t$ & x', x'', x''' … $x''t$, t probabilités différentes de l'événement A & faiſant $\frac{x'+x''+x''' \ldots + x''^{t}}{t} = X$

& $\frac{t-x'-x'' - \ldots - x''^{t}}{t} = X'$, X exprimera la

probabilité moyenne de A, X' la *probabilité* moyenne de N &

$$\frac{\frac{f \cdot f - 1 \cdots p + 1}{1 \cdot 2 \cdots q} \int X^{n+p} X'^{m+q} dx' dx'' \ldots\ldots}{\int X^{n} X'^{m} dx' dx'' \ldots}$$

la *probabilité* d'avoir p, A & q, N après avoir eu n, A & m, N, les intégrales étant priſes ſucceſſivement pour chaque x depuis 1 juſqu'à zéro.

Il eſt aiſé de voir, en examinant cette formule, que ſi $n > m$ on aura une *probabilité* plus grande en faveur de A qu'en faveur de N, que cette *probabilité* ſera d'autant plus grande que m & n ſeront plus grands, & que ſi on cherche la *probabilité* dans la ſuite indéfinie des événemens futurs, le nombre de A ſurpaſſera celui de N, on aura une *probabilité* d'autant plus grande en faveur de A, que n ſurpaſſera m, & que ces nombres ſeront plus grands, quoique cette *probabilité* ſoit beaucoup plus petite que ſi on avoit ſuppoſé x le même pour tous les événemens.

12. Dans toutes formules précédentes nous avons ſuppoſé les *probabilités* les mêmes. Dans quelque ordre que ſe ſoient ſuccédés les événemens, ou ce qui revient au même, nous avons ſuppoſé que variable ou conſtante la valeur de ces *probabilités* étoit indépendante de l'ordre dans lequel les événemens ſe ſuccédoient.

Mais cette hypothèſe, loin d'être admiſe néceſſairement dans tous les cas, paroît, dans pluſieurs, contraire à ce que ſemble indiquer la ſimple raiſon. Suppoſons en effet que ſur une ſuite de vingt mille faits ſucceſſifs A ou N, le nombre des A ait ſurpaſſé celui des N de 300, & qu'on demande la *probabilité* que dans deux cens faits ſuivans le nombre des A ſurpaſſera celui des N, il eſt aiſé de voir qu'on doit naturellement regarder cette concluſion comme plus probable, ſi dans cent ſuites de deux cens événemens chacune le nombre des A ſurpaſſe celui des N, que ſi après l'avoir ſurpaſſé de beaucoup dans les premières, cette différence en plus avoit diminué ſucceſſivement, de manière que, dans les dernieres ſuites, la pluralité ait été en faveur de N. On doit donc en général, & ſi l'on n'a pas *à priori* quelque raiſon d'adopter une autre hypothèſe, regarder la *probabilité* non-ſeulement comme dépendante des événemens, mais auſſi comme dépendante de l'ordre qu'ils ſuivent entr'eux. Pour cela on déſignera les *probabilités* de A & N, pour les événemens ſucceſſifs par

	A	B
1	x	$1 - x$
2	$\frac{x + x'}{2}$	$\frac{2 - x - x'}{2}$
3	$\frac{x + x' + x''}{3}$	$\frac{3 - x - x' - x''}{3}$
4	$\frac{x + x' + x'' + x'''}{4}$.	$\frac{4 - x - x' - x'' - x'''}{4}$

& ainſi de ſuite : on prendra la ſuite des produits de ces *probabilités* correſpondantes à celles des événemens obſervés, & de ceux qu'on ſuppoſe devoir leur ſuccéder & dont on cherche la *probabilité* ; on en prendra ſucceſſivement l'intégrale par rapport à chaque x depuis 1 juſqu'à zéro ; on diviſera cette valeur par un produit ſemblable, pris ſeulement pour les événemens obſervés & intégré de la même manière, & le quotient exprimera la *probabilité* cherchée de la ſuite donnée des événemens futurs.

13. Dans cette dernière formule la *probabilité* dépend de l'ordre des événemens, & elle eſt rigoureuſement ce qu'elle doit être, indépendamment de toute hypothèſe, puiſque la *probabilité* d'avoir une *probabilité*, ou la même pour tous les événemens ou différente n'eſt elle-même déterminée que d'après l'ordre des événemens paſſés. Mais ſi on veut appliquer cette méthode à des recherches ſur les phénomènes naturels, il faut faire les deux obſervations ſuivantes ; 1.° que la formule précédente, variant pour toutes les diſpoſitions poſſibles, ſera plus difficilement aſſujettie à des méthodes générales de calcul. 2.° Que ſi on a les x dépendantes du tems ſuivant une loi quelconque, il y auroit encore plus d'exactitude à chercher, dans la ſuite des événemens, une certaine combinaiſon de ces événemens, une certaine loi qui ſoit abſolument conſtante, & dont alors on puiſſe regarder la conſtance comme indépendante du tems ; & au lieu d'appliquer le calcul à la production des événemens eux-mêmes, ce ſeroit à la conſtance de cette loi générale qu'on l'appliqueroit.

14. En ſuivant les méthodes propoſées ci-deſſus ; on trouvera que la *probabilité* déduite du calcul pour la conſtance d'une loi obſervée eſt très-petite ; mais il faut remarquer, 1.° que cette *probabilité*, ſi le nombre eſt très-grand, donnera une *probabilité* aſſez forte de la conſtance de la loi obſervée pour un certain eſpace de tems ; que ſi pendant ce tems l'obſervation apprend que la loi a continué d'être conſtante, on aura une *probabilité* plus grande qu'elle ſera obſervée dans l'avenir durant un eſpace égal de tems, & ainſi de ſuite. Si au contraire elle ceſſe d'être exécutée, alors il faudra chercher une nouvelle loi générale conſtamment exécutée. 2.° L'on peut de plus conſidérer la *probabilité* de la conſtance de chaque loi, non dans une ſeule ſuite d'événemens de la même nature, mais dans la ſuite totale des événemens obſervés.

Soit n, par exemple, le nombre de claſſes d'événemens A'. A'' ... A''^{n} de diverſe nature aſſujettis à une loi conſtante, & p', p'' ... p''^{n} celui des événemens obſervés dans chaque claſſe, & qu'on cherche la *probabilité* que dans la claſſe de A''^{n}, par exemple, la loi conſtante continuera d'être obſervée.

Nous ſuppoſerons que la *probabilité* de chaque événement A' A'', A''' ... A''^{n} ſoit exprimée par

$\frac{x' + x'' \ldots + x''^{n}}{n}$. La ſuppoſition d'une *probabilité* moyenne, la même pour ces événemens, eſt ici légitime, parce que ce n'eſt pas celle de l'événement A' ou A'' en lui même que nous conſidérons, mais celle de l'événement naturel qui s'eſt offert le premier, plutôt que l'événement contradictoire.

Nous formerons enſuite pour A', la ſérie

$$P' = \frac{x' + x'' \ldots + x''^{n} + x_{,}''^{n+1}}{n+1} \cdot \frac{x' + x'' \ldots + x''^{n} + x_{,}''^{n+1} \; n + r' + 1 - x_{,}''^{n+2}}{n+2} \cdot \frac{x' \ldots + x''^{n} + x_{,}''^{n+1} \ldots + x_{,}^{n+r-1}}{n + r' - 1}$$

pour les autres A des ſéries ſemblables juſqu'à

$$P'' = \frac{x' + x'' \ldots + x''^{n} + x'^{n+1}_{''n}}{n+1} \cdot \frac{x' + x'' \ldots + x''^{n} + x^{n+1}_{''n} + x''^{n+2}_{''n}}{n+2} \cdots \frac{x' + x'' \ldots + x''^{n} + x'^{n+1} + x''^{n+2} \ldots + x''^{n+1-1}}{n + r - 1}$$

on prendra enſuite

$$Q = \frac{x' + x'' \ldots + x''^{n} + x^{n+1}_{''n} + x''^{n+1}_{''n}}{n+r} \cdot \frac{x' + x'' \ldots + x''^{n} + x''^{n+1}_{''n} \ldots + x''^{n+r+1}_{''n}}{} \cdots \frac{x' + x'' + x''^{n} + x_{,,}''^{n+1} \ldots + x''^{n+r+s-1}}{n + r + s - 1}$$

s étant le nombre d'événemens A''^{n} pour leſquels on demande que la loi ſoit obſervée, & la *probabilité* ſera exprimée par

$$\frac{\int P' P'' \ldots P''^{n} Q \, dx' \, dx'' \ldots}{\int P' P'' \ldots P''^{n} \, dx' \, dx'' \ldots}$$

les intégrales étant priſes pour tous les x depuis 1 juſqu'à zéro. Nous ſuppoſons ici des x. différens pour chaque événement A, comme cela eſt néceſſaire pour le cas où les *probabilités* ſont indépendantes de celles des premiers événemens qui forment la ſucceſſion.

Si on vouloit employer la même méthode, en ſuppoſant les x toujours les mêmes, alors cette méthode donneroit, pour la *probabilité* d'un nouvel événement, A''^{n+1}

$$\frac{r' + r'' + r''' \ldots + r''^{n} + 1 - n}{r' + r'' + r''' \ldots + r''^{n} + p - n}$$

au lieu des

$$\frac{r' + r'' + r''' \ldots + r''^{n} + 1}{r' + r'' + r''' \ldots + r''^{n} + p}$$

que donneront la ſuppoſition de la même continuité dans un ſeul événement.

On voit combien ces derniers réſultats ſe rapprochent de la raiſon commune, & ils peuvent expliquer comment nous pouvons croire à la permanence non du fait ſeulement, mais de la permanence obſervée dans tous les faits analogues, ou de celle qui nous a frappés dans tous les phénomènes de la nature.

15. Il nous reſte à examiner encore une autre hypothèſe : ſuppoſons que la maſſe totale des événemens obſervés A & N ſe diviſe en deux ſéries $ſ$ & $ſ'$, pour l'une deſquelles on ait n événemens A, & m événemens N, tandis que pour l'autre on ait n' événemens A, & m' événemens N; ſi d'ailleurs on a des raiſons de croire que la valeur x de la *probabilité* de A ne ſoit pas la même dans les deux ſuites, alors, par exemple, il ne faudra pas réſoudre les queſtions ſur la *probabilité* des événemens futurs, comme ſi on avoit eu $n + n'$ événemens A, & $m + m'$ événemens N; mais ſuppoſer, pour les deux ſuites, deux *probabilités* différentes x & x'. On feroit enſuite le calcul en ſuppoſant, ſuivant les circonſtances, ſoit que les événemens futurs peuvent *également* appartenir aux deux ſuites, ſoit qu'une certaine combinaiſon d'événemens A ou N doit appartenir à l'une de ces deux ſuites plutôt qu'à l'autre, d'après la manière dont les événemens ſe ſont trouvés dans les mêmes ſuites, ſoit enfin que ces événemens appartiennent plus ou moins à l'une de ces ſuites, à raiſon du nombre d'obſervations dont elles ſont formées.

On peut former encore d'autres hypothèſes, dont chacune devra mériter la préférence, ſuivant la nature des queſtions particulières qu'on ſe propoſe de réſoudre.

On doit obſerver en général que toutes les fois qu'il s'agit d'avoir par le calcul, ſoit une valeur moyenne, ſoit une *probabilité* moyenne, on ne doit recourir au calcul immédiat qu'après avoir cherché à ſe procurer toutes connoiſſances poſitives qu'il eſt poſſible d'acquérir ſur la valeur réelle de ces quantités, & ne regarder comme également poſſibles, comme également probables, que celles entre leſquelles un examen approfondi ne permet point de ſuppoſer de différences; le calcul des *probabilités* n'eſt jamais en effet qu'un ſupplément à notre ignorance des événemens réels, des loix réelles obſervées dans la nature; & c'eſt ce qu'on ne doit jamais oublier dans les applications de ce calcul.

16. On peut ſe propoſer cette queſtion générale : la *probabilité* d'un fait n'étant donnée que par l'obſervation, trouver combien il faut d'obſervations pour avoir une certaine *probabilité*, qu'une ſuite d'un nombre donné d'événemens futurs ne s'écartera du réſultat de ces obſervations que dans un rapport auſſi donné, ou en général connoiſſant deux de ces trois élémens, d'avoir le troiſième. Il eſt clair qu'il ſera facile de déduire des formules

exposées ci-dessus, les équations dont on aura besoin, pour résoudre ces différentes questions & celles du même genre. Nous exposerons à l'article *vérité* quelques principes nécessaires pour appliquer le calcul des *probabilités* à la découverte & à la preuve des faits naturels, & nous donnerons à l'article *votans* l'application des mêmes principes à la *probabilité* des décisions rendues à la pluralité des voix. La théorie exposée dans ce troisieme article est encore peu connue. MM. Price & Bayes en ont donné les principes fondamentaux dans les *Transactions philosophiques* des années 1764 & 1765. M. Delaplace l'a traitée le premier analytiquement, & en a fait plusieurs savantes applications dans les *Mémoires de l'académie des sciences*. On trouvera aussi quelques réflexions sur le même sujet dans l'ouvrage que j'ai publié sur la *probabilité* des décisions, & dans quelques mémoires insérés dans les volumes de l'académie, années 1781, 1782 & 1783.

PROBABLE, adj. ce qui peut se prouver, PREUVE, ce qui a de la vraisemblance, de la probalité. *Voyez l'article précédent.*

PROBLÊME, (*Géom.*) plusieurs mathématiciens illustres ont marqué du dégoût pour ces sortes d'énigmes. Il est vrai que sans se servir de la raison de Hudde, qui disoit que la Géométrie, fille ou mère de la vérité, étoit libre & non pas esclave; on peut dire avec moins d'esprit, & peut-être plus de solidité, que ceux qui proposent ces questions ont du moins l'avantage d'avoir toutes leurs pensées tournées de ce côté-là, & souvent le bonheur d'en avoir trouvé le dénouement par hasard; mais il est vrai aussi, continue M. de Fontenelle, que cette raison ne va qu'à excuser ceux qui ne voudront pas s'appliquer à ces *problêmes*, ou tout au plus ceux qui ne les pourront résoudre, mais non pas à diminuer la gloire de ceux qui les résoudront.

Je doute que la raison de Hudde en impose aux vrais amateurs de la belle géométrie; les *problêmes* bien choisis & bien résolus sont en droit de leur plaire & de les intéresser, indépendamment même de toute autre utilité. Je rapporterai le *problême* suivant pour preuve de ce que j'avance; il est de M. Castillon, & on le trouve dans les *Mémoires de Berlin* pour l'année 1776.

Trois points A, B, C étant donnés (*Pl. Géom. fig.* 42.) inscrire dans un cercle DEF, donné de grandeur & de position, un triangle dont les trois côtés, prolongés s'il le faut, passent par les trois points donnés.

SOLUTION.

Soit fait & soient E, F les points où AB & BD rencontrent de nouveau la circonférence; joignez deux des points donnés A & B. par F, tirez FG parallèle à AB; F soit G le point où FG rencontre de nouveau la circonférence. Joignez EG qui rencontre AB en K. L'angle DFG = l'angle DBA; mais les angles DFG & DEG valent ensemble deux droits, donc les angles DEK & DBK valent aussi deux droits. Donc les points D, E, K, B sont à la circonférence d'un même cercle; donc $BA + . AK = AD . AE =$ une donnée : donc le point K est donné. Par ce point & par le centre L du cercle donné, menez la ligne $KMLN$. Les points M, N seront donnés, & par conséquent la raison de NK à KM. Or, si on menoit EM, les angles KEM & MEQ seroient égaux : donc $KE : MQ = KM : MQ$, & si on menoit EN, le supplément de l'angle seroit divisé en deux parties égales : donc on a aussi $KE : EQ = KN : NQ$; donc la raison de MQ à NQ est donnée; donc le point Q est donné. Si du centre L on abaisse la perpendiculaire LS sur AB, l'angle KLS sera donnée; donc l'angle FGO, qui lui est égal, est donné; donc l'angle FEO, qui est égal à l'angle FGO, est aussi donné. Le point E est donc l'intersection de la circonférence du cercle donné, avec un arc capable de l'angle KLS décrit sur la corde QC.

PROBLÊME DES TROIS CORPS, (*Géom.*) On a donné ce nom au *problême*, qui consiste à déterminer le mouvement de trois corps projettés dans l'espace, & qui s'attirent réciproquement en raison directe de leurs masses, & inverse du quarré de leurs distances.

On n'a pas encore de méthode rigoureuse de résoudre ce *problême*, & peut-être même que les équations dont dépend la solution, ne sont pas susceptibles d'une forme finie. *Voyez* INTÉGRAL, dans ce *Supplément*.

Les seuls cas qu'on ait résolus, sont ceux où, rapportant le mouvement de deux corps à un troisième regardé comme un centre fixe, la force qui les empêche de décrire une ellipse autour de lui, est incomparablement plus petite que celle qui tend à la lui faire décrire. Cette dernière force s'appelle *force principale*, & l'autre *force perturbatrice*.

Comme les méthodes analytiques, employées dans ce cas, donnent le mouvement d'un nombre quelconque de corps qui s'attirent mutuellement, pourvu que pour chacun de ces corps la force perturbatrice soit incomparablement moindre que la force principale : on a continué d'appeller *problème des trois corps*, ceux où l'on s'est proposé de déterminer les mouvemens d'un nombre plus grand de corps tels que ceux des satellites de jupiter, quoique à cause de saturne, il fallût y faire entrer l'action réciproque de sept planètes.

I. *Histoire du problème des trois corps*. Neuton s'est proposé le premier d'examiner quels devoient être les mouvemens de la lune, en vertu de l'action qu'exercent sur elle le soleil & la terre. Sa solution toute synthétique ne peut être comparée à celles qui ont été proposées depuis; mais elle rendoit raison d'une partie des inégalités que l'observation avoit fait reconnoître dans l'orbite lunaire; & quoique Halley eût ajouté quelque chose aux travaux de Neuton, cette solution du

problême des perturbations fut la ſeule depuis 1686, que parut le livre des principes, juſqu'en 1745.

Leibnitz & Jean Bernoulli avoient été avant cette époque les ſeuls analyſtes capables de ſubſtituer à la ſynthèſe de Neuton une analyſe plus exacte & plus ſûre; mais ils ne voulurent pas employer leurs talens à calculer d'après les principes d'un rival, dont tous deux avoient à ſe plaindre; ils ne furent ni aſſez grands pour ſacrifier à l'avancement des ſciences cette petite perſonnalité, & ils entendirent aſſez mal les intérêts de leur gloire pour perdre leur tems en de vaines objections contre la théorie Neutonienne.

Vers 1745, M. d'Alembert, M. Euler & M. Clairault, chacun à-peu-près en même-tems, donnerent les premiers eſſais de cette ſolution analytique qu'on avoit attendue vainement depuis ſoixante ans; mais cette ſolution paroiſſoit donner le mouvement de l'apogée très-différent de ce qu'il eſt réellement. M. Clairault prétendit, pendant quelque tems, que cette différence devoit obliger de changer quelque choſe à la loi établie par Neuton, & M. de Buffon défendit cette loi par des raiſonnemens métaphyſiques qu'un adverſaire géomètre n'eut pas de peine à détruire. Cependant M. Clairault imagina que cette contradiction entre la théorie & l'obſervation pouvoit venir de ce qu'il n'avoit pas encore pouſſé aſſez loin ſa méthode d'approximation; en effet, en prenant un ſecond terme de la ſérie, qui donne le mouvement de l'apogée, il trouva un réſultat moins éloigné de l'obſervation; mais la ſérie étoit peu convergente. M. d'Alembert, qui auſſi-bien que M. Euler, avoit remarqué d'abord la même contradiction que M. Clairault, pouſſa beaucoup plus loin le calcul de cette ſérie, & le pouſſa juſqu'à un point où elle étoit très-convergente, & où elle donnoit le mouvement de l'apogée conforme aux obſervations. La loi de Neuton ſe trouva donc hors d'atteinte. MM. Clairault & Euler publierent enſuite leurs théories de la lune, & M. d'Alembert ſes recherches ſur le ſyſtême du monde. Depuis cette époque, la plupart des géomètres ſe ſont occupés ou à perfectionner ces méthodes ou à en donner de nouvelles. Nous allons nous borner à citer leurs principaux ouvrages.

M. d'Alembert & M. Euler ont donné un grand nombre de mémoires ſur la théorie de la lune. *Voy.* leurs *Opuſcules*, les *Mémoires de Petersbourg*, *de Berlin*, & le *Recueil des prix de l'académie des Sciences de Paris*. M. de la Grange a donné une théorie de la lune, qui a remporté un de ces prix en 1772. Depuis dans une pièce, qui a remporté le prix en 1775, il a diſcuté particulièrement la queſtion de l'exiſtence de l'équation ſéculaire. Il y a auſſi une théorie de cette planète par M. Simpſon. M. l'abbé Boſſut a diſcuté la queſtion de l'influence, de la réſiſtance de l'éther ſur le moyen mouvement des planètes, & M. Albert Euler celle de la gravitation ſur ce même mouvement. M. Wals Meſlei a traité la queſtion du mouvement des apſides. Le pere Friſi & M. Daniel Melander ont publié des théories de la lune, & le célèbre aſtronome Mayer en a donné des tables fondées en partie ſur l'obſervation, & en partie ſur une théorie qu'il y a joint.

MM. d'Alembert & Euler ont auſſi donné le calcul des perturbations de l'orbite terreſtre par l'attraction de la lune, & M. Euler celui des perturbations réciproques de mars & de la terre. *Voyez* leurs *Opuſcules* & les *Mém. de Berlin* & de *Pétersbourg.*

M. Euler & M. de la Grange ont calculé les perturbations de jupiter & de ſaturne, en vertu de leur action réciproque, *Mém. de Turin, tome III, Recueil des prix de l'académie de Paris.* Le père Boſcovitz a publié une diſſertation ſur ce même objet.

M. de la Grange & M. Bailli ont donné chacun une théorie de mouvement des ſatellites de jupiter.

Enfin, M. Clairault, M. d'Alembert & M. Albert Euler ont donné chacun une méthode pour calculer les perturbations des comètes.

Mais il n'a paru juſqu'ici qu'un ſeul ouvrage où le ſyſtême du monde ſoit développé dans toutes ſes parties. C'eſt l'ouvrage du père Friſi, intitulé *De gravitate.*

Dans cet excellent ouvrage, où il règne beaucoup de méthode, l'auteur a malheureuſement fait un uſage un peu trop fréquent de la ſynthèſe, en ſorte qu'il eſt plus propre à inſtruire de ce qui a été fait ſur le ſyſtême du monde qu'à mettre les jeunes géomètres en état de travailler par eux-mêmes.

Les géomètres & les aſtronomes attendent avec impatience l'ouvrage que M. de la Place ſe propoſe de donner ſur l'enſemble des phénomènes céleſtes, & les mémoires particuliers qu'il a donnés ſur la plupart des queſtions que cet ouvrage doit renfermer, doivent faire concevoir de l'ouvrage même une idée très-avantageuſe.

Equations du problême des trois corps dans l'hypothèſe du vuide.

(1) $ddx + m'fx\,dt^2 - m'fx'\,dt^2 + m''f'x\,dt^2 + mf'x\,dt^2 + m'f_{,}x'\,dt^2 = o.$

(2) $ddy + m'fy\,dt^2 - m'fy'\,dt^2 + m''f'y\,dt^2 + mf'y\,dt^2 + m'f_{,}y'\,dt^2 = o.$

(3) $ddz + m'fz\,dt^2 - m'fz'\,dt^2 + m''f'z\,dt^2 + mfz'\,dt^2 + m'f_{,}z'\,dt^2 = o.$

(4) $ddx' + mfx'\,dt^2 - mfx\,dt^2 + m''f_{,}x'\,dt^2 + m'f_{,}x'\,dt^2 + mf'x\,dt^2 = o.$

(5) $ddy' + mfy'\,dt^2 - mfy\,dt^2 + m''f_{,}y'\,dt^2 + m'f_{,}y'\,dt^2 + mf'y\,dt^2 = o.$

(6) $ddz + mfz'\,dt^2 - mfz\,dt^2 + m''f_{,}z'\,dt^2 + m'f_{,}z'\,dt^2 + mf'z\,dt^2 = o.$

x, y, z, ſont les co-ordonnées rectangles du corps m.

x', y', z', ſont les co-ordonnées rectangles du corps m' rapportées au corps m'' qu'on ſuppoſe immobile.

f eſt la puiſſance

f est la puissance $-\frac{1}{2}$ de la distance entre m & m''.

f' la puissance $-\frac{1}{2}$ de la distance entre m & m''.

$f,$ la puissance $-\frac{1}{2}$ de la distance entre m & m'' & t est le tems.

L'on voit que le coefficient de dt^2 dans chaque équation représente la force qui produit le mouvement de chaque corps autour du corps m'' regardé comme immobile, & qu'elle est composée de la force de chaque corps auquel on ajoute en sens contraire celles qui tendent à mouvoir le corps m; ainsi, dans d'autres hypothèses, on voit aisément ce qu'il faudroit ajouter à ces termes. On voit aussi que si l'on avoit un grand nombre de corps, on auroit un nombre d'équations semblables, égal à trois fois le nombre des corps mobiles.

Solution des équations du problême. 1.° Si l'on sait que l'orbite des corps m & m' autour du corps m'' est à-peu-près une ellipse, on commencera par mettre dans les équations 1, 2, 3, 4, 5, 6, au lieu des co-ordonnées, x, y, z, x', y', z', les co-ordonnées qu'on trouvera les plus commodes pour comparer la théorie à l'observation; on supposera ensuite qu'on cherche la valeur de ces nouvelles co-ordonnées, soit en t, soit en fonction d'un angle que l'on puisse observer & que j'appelle T: si l'on prend cet angle, on fera la substitution connue (*Voyez* INTÉGRAL), pour que ce soit T, & non t, dont la différence soit constante.

2.° On substituera à la place de toutes les ordonnées leurs valeurs prises dans l'orbite elliptique, mais augmentées chacune d'une quantité X, Y, Z, X', Y', ou Z'. On éliminera par les méthodes connues, & en employant des différentiations successives, toutes les co-ordonnées du *problême*, en sorte qu'il ne reste que six équations rationnelles & algébriques en X, Y, Z, X', Y', Z', leurs différences, & dT ou dt; & appliquant à ces équations la méthode développée *art.* APPROXIMATION, on aura XYZ, $X'Y'Z'$, en séries, qui seront convergentes tant que l'orbite rigoureuse ne s'éloignera point de l'orbite elliptique approchée.

On voit qu'on auroit pu faire disparoître, par la différentiation les masses & les élémens de l'orbite elliptique; alors on auroit en X, Y, Z, X', Y', Z', par des séries indépendantes de ces élémens; ces séries une fois trouvées, donneroient pour tous les cas du *problême des trois corps*, des équations semblables, dont les argumens seroient invariables, & dont les coëfficiens seulement changeroient dans chaque cas particulier.

On a vu à l'*art.* APPROXIMATION, qu'il y avoit des moyens de préparer les équations, de manière que le nombre de ces équations réellement différentes, fût aussi indépendant de l'ordre d'approximation.

J'ai discuté à l'*article* EQUATION SÉCULAIRE, les conditions pour la convergence de ces séries.

Si l'on n'a point un orbite elliptique qui approche sensiblement de l'orbite autour du corps M, & que (*Voyez l'art.* COMETE.) on sache que la distance entre M' & M'' est incomparablement plus petite que leurs distances de M. Au lieu de ces distances qui seront, par exemple, X & X', on mettra pour X, $X' + X''$, on cherchera par l'élimination une équation entre X'' & dt ou dT, & la méthode de l'*art.* APPROXIMATION pourra s'y appliquer, tant que la quantité X'' ou ses puissances seront incomparablement plus petites que *T. M. D. C.*

Voyez ATTRACTION, NEUTONIANISME, les *Mémoires de l'académie des Sciences* de 1747: M. d'Alembert, dans ses *Recherches sur le systême du monde*, donne une solution de ce *problême*, que MM. Euler & Clairault ont aussi résolu.

PROBLÊME DES TROIS CORPS. On donne ce nom à un *problême* fameux, fort agité en ces derniers tems par les géomètres, en voici l'énoncé: *trois corps étant lancés dans le vuide avec des vîtesses & suivant des directions quelconques, & s'attirant en raison inverse du quarré de leurs distances, trouver les courbes décrites par chacun de ces trois corps.* On voit bien que la solution de ce *problême* sert à trouver l'effet de l'action des planètes les unes sur les autres. *Voyez* ATTRACTION & NEUTONIANISME. Si on pouvoit le résoudre rigoureusement, on avanceroit beaucoup par ce moyen l'Astronomie physique; mais jusqu'à présent, & dans l'état où l'on est aujourd'hui, il ne paroît possible de le résoudre que par approximation, en supposant qu'un des corps attirans soit beaucoup plus gros que les deux autres. J'ai trouvé dans les mémoires de l'académie de 1747, & dans mes *Recherches sur le systême du monde*, une solution de ce *problême*, que MM. Euler & Clairaut ont aussi résolu. (*O*)

PROBLÊME PLAN, *en Géométrie*, est un *problême* qui se réduit à une équation du deuxième degré; ainsi, tous les *problêmes* géométriques dont la résolution dépend d'une équation de cette forme $xx + ax + b = 0$, sont des *problêmes plans*. On les appelle ainsi par opposition aux *problêmes linéaires*, c'est-à-dire, à ceux où l'inconnue x, ne monte qu'à une dimension & aux *problêmes solides*, c'est-à-dire, à ceux où l'inconnue x monte à trois dimensions.

Problême déterminé, *voyez* DÉTERMINÉ.

Problême linéaire, *voyez* LINÉAIRE.

Problême solide, *voyez* SOLIDE.

Le *problême déliaque*, ou de *Délos*, est le *problême* si connu en Géométrie sous le nom de *duplication du cube*.

Ce *problême* fut ainsi appellé, dit-on, parce que les habitans de Délos, qui étoient affligés de la peste, ayant consulté l'oracle pour y trouver un remède, l'oracle répondit que la peste cesseroit quand ils auroient élevé à Apollon un autel cubique double de celui qu'il avoit. *Voyez* DUPLICATION.

Ce problême est le même que celui où il s'agit de

trouver deux moyennes proportionnelles entre deux lignes données; c'est pour cela que ce dernier *probléme* a été nommé aussi *problème déliaque. Voy.* PROPORTIONNEL. (*E*)

PROBLEME, *en terme de Géométrie*, signifie une proposition dans laquelle on demande quelque opération ou construction; comme de diviser une ligne, de faire un angle, de faire passer un cercle par trois points qui ne soient point en ligne droite, &c. *Voyez* PROPOSITION.

Messieurs de Port-royal définissent le *probléme* géométrique, une proposition qu'on donne à démontrer, & dans laquelle on demande aussi qu'on fasse quelque chose, & qu'on prouve ensuite que l'on a fait ce qui étoit demandé.

Un *probléme*, selon Wolf, est composé de trois parties; la *proposition*, qui exprime ce qu'on doit faire, *voyez* PROPOSITION; la *résolution*, ou *solution*, dans laquelle on expose par ordre les différens pas que l'on doit faire pour venir à bout de ce qu'on demande, *voyez* SOLUTION; enfin la *démonstration*, dans laquelle on prouve que par les moyens dont on s'est servi dans la solution, on a réellement trouvé ce que l'on cherchoit.

L'Algèbre est la plus merveilleuse méthode que l'esprit de l'homme ait découvert pour la résolution des *problêmes*; *voyez* ALGÈBRE & ANALYSE.

PROBLÊME DE KEPLER, *dans l'Astronomie*, est un *probléme* qui consiste à trouver le lieu d'une planète dans un tems donné : on l'appelle *probléme de Kepler*, parce que cet astronome est le premier qui l'ait proposé. Nous en avons donné la solution *au mot* ANOMALIE, en expliquant une méthode indirecte, mais très-facile, & une méthode directe mais d'approximation pour trouver l'anomalie vraie.

PROCYON, (*Astron.*) étoile de la première grandeur dans la constellation du petit chien. Quelques auteurs ont donné ce nom à sirius ou à la canicule. *Voyez* Scaliger dans ses notes sur Manilius, *liv. V*, *p.* 405; mais ce nom est consacré depuis long-tems à la principale étoile du petit chien : on l'appelle aussi le chien gauche, le chien septentrional, l'avant-chien, *antecanis*, *præcanis.* (*D. L.*)

PROEMPTOSE, s. f. *terme d'Astronomie & de Chronologie*; on dit qu'il y a *proemptose* ou équation lunaire, quand la nouvelle lune arrive un jour plutôt qu'elle ne devroit, suivant le cycle des épactes. On est alors obligé de changer d'un jour la suite des épactes d'un siècle : comme les nouvelles lunes avancent d'environ un jour en 312 ans par rapport au cycle de 19 ans, ce changement d'épacte se fait de 300 ans en 300 ans, sept fois de suite, & après cela au bout de 400 ans seulement. *Voyez* CALENDRIER.

Ce mot vient du grec προεμπτῶσις, ou de πίπτω, *je tombe*, & πρὸ, *devant.* Il est opposé à métemptose, ou équation solaire, qui produit un effet contraire, & fait arriver les nouvelles lunes un jour plus tard, quand on supprime une bissextile. *Voy.* CALENDRIER.

PROFONDEUR, s. f. *en Géométrie*, &c. est une des dimensions du corps géométrique; on l'appelle autrement *hauteur*, *voyez* HAUTEUR.

PROGRESSION, (*Mathémat.*) c'est une suite de termes en proportion continue, c'est-à-dire, dont chacun est moyen entre celui qui le précède & celui qui le suit. *Voyez* PROPORTION. Selon le genre de rapport qui regne entre ses termes, la *progression* prend le nom d'*arithmétique* ou de *géométrique*.

Progression arithmétique. On la désigne par ce caractère ($\div$) qu'on met en tête de la suite dont les termes sont distingués entr'eux par de simples points. $\div$ 1. 3. 5. 7. &c. est une *progression* arithmétique; où l'on voit que 3 est moyen proportionnel entre 1 & 5, 5 entre 3 & 7, ; &c. & que 2 est la différence constante de deux termes consécutifs quelconques.

Nommant p le premier terme & m la différence, toute *progression* arithmétique peut être représentée par celle-ci $\div p. p+m. p+2m. p+3m. p+4m.$ &c.

Chaque terme n'étant que celui qui le précède augmenté de la différence, le second est le premier + la différence prise une fois; le troisième, le premier + la différence prise deux fois; & ainsi de suite : en sorte que chaque terme n'est que le premier + la différence prise autant de fois — 1, que le rang qu'il occupe dans la suite exprime d'unités; ou, ce qui est la même chose, multipliée par la différence de quantièmes du premier terme & du terme cherché. Ce qui donne le moyen de trouver directement tel terme d qu'on voudra, pourvu qu'on sache le quantième, & qu'on connoisse d'ailleurs p & m. Si n est le quantième, on aura le terme même ou $d=p+m\ (n-1.)$ D'où l'on tire, suivant le besoin,

$$p=d-m.(n-1.)$$

$$m=\frac{d-p}{n-1}.$$

Dans cette dernière égalité, le second membre est la différence des deux termes comparés, divisée par la différence de leurs quantièmes : & comme p & d sont indéterminés (puisqu'on est libre de faire commencer & de terminer la *progression* à quels termes on voudra), il résulte qu'on obtiendra toujours m ou la différence de la *progression*, en divisant la différence de deux termes quelconques par celle de leurs quantièmes.

Il suit que quand on connoît les deux premiers termes d'une *progression*, on connoît la différence, & dès-là toute la *progression*. Il n'est pas même nécessaire que les deux termes connus soient les deux premiers; ils peuvent être quelconques, pourvu qu'on sache leurs quantièmes. Car d'abord on aura la différence de la *progression* par la formule de m, en y substituant à ($n-1$) la dif-

férence donnée des quantièmes des deux termes ; ensuite on aura le premier terme par celle de p, en y substituant à d celui qu'on voudra des deux termes donnés, & à n son quantième ; par exemple, si 4 & 16 sont les second & sixième terme d'une *progression*, la différence de celle-ci est $= \frac{12}{4} = 3$. & $p = 4 - 3 . 1 = 4 - 3 = 1$.

Si l'on compare les deux extrêmes d'une *progression*, soit avec deux autres termes quelconques également éloignés de l'un & de l'autre, soit avec celui du milieu, quand le nombre est impair : il est clair que les quatre termes comparés dans le premier cas & les trois dans le second, sont en proportion. D'où il suit (*Voyez* PROPORTION) que la somme des extrêmes est égale à celle de tous autres deux termes pris à distance égale de l'un & de l'autre, & de plus au double du terme du milieu, quand le nombre des termes est impair.

La somme des extrêmes multipliée par le nombre des termes, est donc double de la somme entière de la *progression*. Pour avoir celle-ci, il faut donc multiplier la somme des extrêmes par la moitié du nombre des termes.

Si l'on suppose $p = 0$, l'expression de la *progression* en devient plus simple ; il n'y entre plus qu'une seule lettre, & elle se réduit à celle-ci : $0 . m . 2m . 3m$. *&c.* ou $m \times 0 . m \times 1 . m \times 2 . m \times 3$. *&c.*

Quel que soit p ; si m ou la différence est positive, la *progression* est croissante ; & décroissante, si elle est négative : mais de l'une pour la faire devenir l'autre, si cela paroît plus commode, il n'y a qu'à la renverser.

Si p & m ont des signes semblables, le même signe règne dans tout le cours de la *progression* ; s'ils en ont de contraires, la *progression* en admet aussi de différens. C'est d'abord celui de p, qu'elle conserve plus ou moins long-tems, selon le rapport de p à m : puis elle prend celui de m, pour ne le plus perdre. Les termes affectés du même signe s'y trouvent donc tous de suite du même côté ; à la différence de la *progression* géométrique, où les signes, quand elle en admet de différens, sont entremêlés & alternatifs.

Si p est l'origine d'une *progression* décroissante vers la droite, il peut l'être également d'une *progression* croissante vers la gauche, dont la différence sera encore m. Toute *progression* a donc essentiellement deux branches, l'une croissante, l'autre décroissante, qui s'étendent en sens contraire, & toutes deux se perdent dans l'infini ; ou, si l'on veut, ce n'en est qu'une seule, croissante ou décroissante dans tout son cours, selon le sens dans lequel on voudra la prendre, mais qui n'a ni commencement ni fin.

Venons présentement à ce qui est de détail. En toute *progression*, on peut distinguer cinq principaux élémens.

Le premier terme, ... p
Le dernier, ... d
La différence, ... m
Le nombre des termes, . . n
La somme de la *progression*, . s

Or de ces 5 élémens, 3 pris comme on voudra étant connus, on connoît les deux autres : & comme cinq choses peuvent être combinées dix fois trois à trois, il en résulte autant de cas, pour chacun desquels on trouvera par ordre dans la table suivante la valeur des deux inconnues. La démonstration s'en peut déduire aisément du petit nombre de principes qui viennent d'être établis.

	Connues.	Inconnues.
1.°	p, d, m	$n = \frac{d-p}{m} + 1$. $s = \overline{d+p} \times \frac{n}{2}$.
2.°	p, d, n	$m = \frac{d-p}{n-1}$. $s = \overline{d+p} \times \frac{n}{2}$.
3.°	p, d, s	$n = \frac{2s}{d+p}$. $m = \frac{d-p}{n-1}$.
4.°	p, m, n	$d = p + m \times \overline{n-1}$. $s = \overline{d+p} \times \frac{n}{2}$.
5.°	p, m, s	$n = \frac{1}{2} - \frac{p}{m} + \sqrt{\frac{2s}{m} + \frac{pp}{mm} - \frac{p}{m} + \frac{1}{4}}$, $d = p + m \times \overline{n-1}$.
6.°	p, n, s	$d = \frac{2s}{n} - p$. $m = \frac{d-p}{n-1}$.
7.°	d, m, n	$p = d - m \times \overline{n-1}$. $s = \overline{d+p} \times \frac{n}{2}$.
8.°	d, m, s	$n = \frac{1}{2} + \frac{d}{m} - \sqrt{- \frac{2s}{m} + \frac{dd}{mm} + \frac{d}{m} + \frac{1}{4}}$ $p = \frac{2s}{n} - d$
9.°	d, n, s	$p = \frac{2s}{n} - d$ $m = \frac{d-p}{n-1}$.

$$10.^\circ \begin{cases} m & p = \frac{s}{n} - m \times \frac{n-1}{2}. \\ n & \ldots\ldots\ldots\ldots \\ s & d = \frac{2s}{n} - p. \end{cases}$$

On ne peut faire de question résoluble par la *progression* arithmétique, qui ne soit résolue d'avance par quelqu'une de ces formules.

On peut comparer deux *progressions*, les ajouter, les soustraire; & c'est quelquefois un moyen facile de résoudre certaines questions plus compliquées. Au reste, il suffit d'exécuter ces opérations sur les premiers termes & sur les différences des *progressions* proposées; la nouvelle *progression* qui en résulte représente la somme ou la différence des deux premières.

La somme offre peu de choses à considérer; nous nous bornerons donc à la différence, & nous la supposerons représentée par cette *progression* P, $P + M$, $P + 2M$. &c. que pour cette raison nous nommerons *différentielle*.

Telle est sa propriété, que chacun de ses termes exprime le rapport arithmétique des deux termes correspondans dans les deux *progressions* dont elle est la différentielle, & sa somme prise à quel terme on voudra, celui de leurs sommes prises à ce même terme.

Quand on ôte une quantité d'une autre, il est naturel que ce soit la plus petite qu'on ôte de la plus grande, mais c'est, quand il s'agit de *progressions*, sur quoi il est aisé de se méprendre: à moins que quelque circonstance particulière n'oblige d'en user autrement, c'est moins ce qu'elles sont qu'il faut considérer dans cette comparaison, que ce qu'elles peuvent devenir. La plus grande n'est donc pas celle précisément qui présente d'abord les plus grands termes, mais celle en général dont la différence est la plus grande. En effet, quelque avance que puisse avoir l'autre à raison de son premier terme (pourvu qu'il reste fini); celle-ci l'atteindra plus tôt ou plus tard, la surpassera ensuite, & toujours de plus en plus.

M sera donc toujours positif; mais P peut être négatif, & c'est lorsque la plus grande différence se trouve dans l'une des deux *progressions* primitives jointe au plus petit premier terme.

Toutes les fois que P est négatif, o est un terme de la *progression*, exprimé ou sous-entendu. Il est exprimé si P est multiple de M, comme en cette *progression* (—4.—2.0.2.4. &c.) Si P n'est pas multiple de M, comme en cet autre (—4.—1.2.5. &c.); o n'est pas un terme prononcé de la *progression*, mais il est toujours sous-entendu entre les deux termes consécutifs qui ont des signes contraires; &, pour le faire paroître, il n'y auroit qu'à introduire entre chaque deux termes de la *progression* le nombre convenable de moyens proportionnels, ou, ce qui revient au même, réduire la différence.

Dans l'un & dans l'autre cas, le nombre des termes qui précèdent o est exprimée par $\frac{P}{M}$; avec cette différence que dans le premier $\frac{P}{M}$ est un entier, & que dans le second il est affecté d'une fraction.

Pour avoir le rang du terme de la *progression* différentielle où sa somme est o (& par une suite où les sommes des deux *progressions* comparées sont égales), il est clair qu'il n'y a qu'à prendre à la droite de o autant de termes positifs qu'il en a de négatifs à sa gauche, c'est-à-dire doubler $\frac{M}{P}$, & ajouter 1. Cette unité qu'on ajoute représente le terme o lui-même, quand il est exprimé. S'il est sous-entendu, il est à observer que le reste que laisse la division de P par M à la gauche de o, & son complément à l'unité vers la droite, sont chacun en particulier pris pour un terme dans la *progression*. On compte donc deux termes pour une seule unité du quotient. Pour que celui-ci puisse représenter le nombre des termes, il faut donc l'augmenter de l'unité. On a donc dans tous les cas $n = \frac{2P}{M} + 1$.

Ce seroit ici le lieu de donner des exemples: mais tous les livres élémentaires de mathématiques en sont pleins. Nous nous bornerons donc à un petit nombre, choisis entre ceux où l'application des formules de la table paroît souffrir quelque difficulté.

Exemple I. Entre deux nombres donnés p & d, trouver un nombre quelconque r de moyens proportionnels arithmétiques.

Considérant p & d comme les extrêmes d'une *progression*, dont le nombre des termes sera conséquemment $(r+2)$, c'est-à-dire, le nombre même des moyens à trouver + les deux extrêmes donnés. La question se rapporte au second article de la table, où l'on trouve $m = \frac{d-p}{n-1}$. Mais $n = r + 2$; donc $n - 1 = r + 1$; donc $m = \frac{d-p}{r+1}$. Or la différence trouvée, le reste suit.

Si c'est entre 1 & 13 qu'on demande trois moyens proportionnels. $m. = \frac{d-p}{r+1} = \frac{13-1}{3+1} = \frac{12}{4} = 3$ & la *progression* est 1.4.7.10.13.

Exemple II. Deux voyageurs partent au même instant de deux termes opposés distans entr'eux de 135 lieues, & viennent à la rencontre l'un de l'autre, la marche du premier étant réglée par jour sur les termes correspondans de cette *progression* arithmétique (1.5.9. &c.), & celle du second sur les termes de cette autre (4.7.10. &c.): on demande quel jour ils se rencontreront, & ce que chacun aura fait de chemin.

Les deux *progressions* concourant au même but, qui est de rapprocher les deux voyageurs, on voit

que c'est par addition qu'il faut ici procéder. La somme des deux *progressions* est cette nouvelle (5.12.19. *&c.*); où l'on connoît $p = 5$, $m = 7$, $s = 135$: ce qui ramène la chose au cinquième article de la table. Le calcul donne, après les réductions, $n = 6$. Pour satisfaire à la seconde partie de la question, il n'y a plus qu'à faire (par l'article 4) les sommes particulières des deux premières *progressions*, où l'on connoît p, m, n : on trouvera d'une part, *66* de l'autre, *69* } 135

Exemple III. Les autres circonstances restant les mêmes, si l'on supposoit que les voyageurs partent du même terme pour aller vers le même côté; il est clair que le second prendra d'abord de l'avance, mais que le premier l'atteindra plus tôt ou plus tard : on demande le jour précis que cela arrivera.

La marche de l'un des voyageurs tend à procurer leur réunion, tandis que celle de l'autre tend à la retarder; leur effet étant contraire, c'est donc la soustraction qu'il faut employer. Otant la seconde *progression* de la première, la différentielle est (— 3. — 2. — 1. *&c.*) D'ailleurs quand le premier voyageur atteindra le second, ils auront fait l'un & l'autre le même chemin, les sommes de leurs *progressions* respectives seront donc égales, & par une suite celle de la différentielle sera *o* ; c'est-à-dire, qu'on connoît dans celle-ci ($P = -3$, $M - 1$, $s = 0$); ce qui ramène encore la question au cinquième article de la table. Ou bien on se servira de la formule particulière ($n = \frac{2P}{M} + 1$.) De l'une & de l'autre manière, on trouvera également $n = 7$; c'est-à-dire, que le premier voyageur atteindra le second à la fin du septième jour, l'un & l'autre ayant fait 91 lieues.

Au lieu de comparer deux *progressions*, on peut comparer une *progression* avec une suite de termes non croissans & tous égaux entr'eux (*a.a.a.* &c.) : mais en considérant celle-ci (malgré la contradiction que renferme cette idée) comme une *progression* dont la différence seroit *o*, cette circonstance ne changera rien à la méthode qu'on vient d'employer pour résoudre la dernière question, ainsi qu'on va le voir.

Exemple IV. Des esclaves se sauvent dans une barque qui n'est équipée que de rames, & font chaque jour 12 lieues, en ayant 50 à faire pour se rendre au port ami le plus prochain. Un vaisseau les poursuit, dont la route contrariée d'abord par divers obstacles, puis secondée d'un vent qui devient de plus en plus favorable, est réglée par jour sur les termes correspondans d'une *progression* arithmétique dont le premier terme est 6 & la différence 5... Les esclaves seront-ils repris? quel jour le seront-ils? & à quelle distance du port?

Appliquant, si l'on veut, la formule particulière ($n = \frac{2P}{M} + 1$); comme on a ici $P = 12 - 6 = 6$, & $M = 5 - 0 = 5$: on trouve $n = \frac{12}{5} + 1 = 3 + \frac{2}{5}$... Les esclaves seront donc repris; ils le seront aux $\frac{2}{5}$ du quatrième jour, à $9\frac{1}{5}$ lieues du port qu'ils cherchent, n'ayant fait encore que $40\frac{4}{5}$ lieues. Car leur route est $12 \times \overline{3 + \frac{2}{5}} = 12 \times \frac{17}{5} = \frac{204}{5} = 40 + \frac{4}{5}$; & c'est aussi la somme de la *progression. Voyez le* mémoire inséré à la fin de cet article.

Progression géométrique. On la désigne par ce caractère (∺) qu'on met en tête de la suite, dont les termes sont distingués entr'eux par de simples points. ∺ 1.2.4.8. *&c.* est une *progression* géométrique, où l'on peut observer que 2 est moyen géométrique entre 1 & 4, 4 entre 2 & 8, *&c.* & que de deux termes consécutifs le second n'est que le premier multiplié par l'exposant (2) de la *progression*. L'analogie est si marquée & si soutenue entre les deux *progressions*, que ce qui a été dit de l'arithmétique, pourroit en quelque sorte suffire pour faire connoître la géométrique; en observant qu'où celle-là procède par addition & par multiplication, celle-ci procède respectivement par multiplication & par exaltation. Au-moins pour ne pas laisser perdre de vue cette étroite affinité qui peut jetter un grand jour sur l'une & sur l'autre, on affectera de suivre ici le même ordre & d'employer même, autant qu'il se pourra, les mêmes expressions qu'on a fait plus haut pour l'Arithmétique.

Nommant p le premier terme, & m l'exposant; toute *progression* géométrique peut être représentée par celle-ci... ∺ p, pm, pm^2, pm^3. &c.

Chaque terme n'étant que celui qui le précède multiplié par l'exposant de la *progression* ou par m; le second est le premier × par la première puissance de m, le troisième, le premier × par la seconde puissance de m, & ainsi de suite : en sorte que chaque terme n'est que le premier × par la puissance de m, dont l'exposant est moindre d'une unité que le rang qu'il occupe dans la suite, ou, ce qui est la même chose, égal à la différence de son quantième à celui du premier terme. Ce qui donne le moyen de trouver directement tel terme d qu'on voudra, pourvu qu'on sache le quantième, & qu'on connoisse d'ailleurs p & m. Si n est le quantième, on aura le terme même, ou $d = pm^{n-1}$.

$$p = \frac{d}{m^{n-1}}.$$

D'où l'on tire, suivant le besoin,

$$m = \sqrt[n-1]{\frac{d}{p}}.$$

Dans cette dernière égalité, le second membre est le quotient du plus grand des deux termes comparés divisé par le plus petit, duquel on a extrait la racine désignée par la différence de leurs quantièmes; & comme p & d sont indéterminés, il résulte qu'on obtiendra toujours m ou l'exposant de la *progression*, en divisant le plus grand de deux termes quelconques par le plus petit, & tirant du

quotient la racine désignée par la différence de leurs quantièmes.

Il suit que quand on connoît les deux premiers termes d'une *progression*, on connoît l'exposant, & de-là toute la *progression*. Il n'est pas même nécessaire que les deux termes connus soient les deux premiers; ils peuvent être quelconques, pourvu qu'on sache leurs quantièmes. Car d'abord on aura l'exposant de la *progression* par la formule de m, en substituant à $(n-1)$ la différence donnée des quantièmes des deux termes; ensuite on aura le premier terme par celle de p, en y substituant à d celui qu'on voudra des deux termes donnés, & à n son quantième. Si 63 & 567 sont les troisième & cinquième termes d'une *progression*, l'exposant de celle-ci est $\sqrt[2]{\frac{567}{63}} = \sqrt[3-5]{9} = 3$; & $p = \frac{63}{2} = \frac{63}{9} = 7$.

Si l'on compare les deux termes extrêmes, soit avec deux autres quelconques également éloignés de l'un & de l'autre, soit avec celui du milieu quand le nombre total est impair; il est clair que les quatre termes comparés dans le premier cas, & les trois dans le second, sont en proportion. D'où il suit (*Voyez* PROPORTION) que le produit des extrêmes est égal à celui de tous autres deux termes pris à distance égale de l'un & de l'autre, & de plus au quarré du terme du milieu, quand le nombre des termes est impair.

Il est démontré (*Voyez* PROPORTION) qu'en toute proportion & par une suite, en toute *progression* géométrique, la somme des antécédens est à celle des conséquens comme celui qu'on voudra des antécédens est à son conséquent; comme le premier terme, par exemple, est au second: mais dans une *progression* tous les termes sont antécédens hormis le dernier (pm^{n-1}); tous sont conséquens hormis le premier (p): nommant donc s la somme de tous les termes de la *progression*, la somme des antécédens peut être représentée par $(s-pm^{n-1})$, & celle des conséquens par $(s-p)$; on a donc $s-pm^{n-1} . s-p :: p . pm :: 1 . m$. Donc $sm-pm^{n} = s-p$; ou bien $sm-s = pm^{n}-p$; ou bien encore $s = \frac{pm^{n}-p}{m-1}$. Et c'est en effet l'expression générale de la somme de toute *progression* géométrique: ce qu'on pourroit encore prouver de cette manière.

Si l'on suppose $p=1$, la formule $\left(\frac{pm^{n}-p}{m-1}\right)$ se réduit à $\frac{m^{n}-1}{m-1} = \frac{m^{n}-m^{0}}{m-1}$. Mais il a été démontré (*art.* EXPOSANT sur la fin) 1.° que $\frac{m^{n}-m^{0}}{m-1}$ donne toujours un quotient exact; 2.° que ce quotient est formé de termes qui ont tous le signe $+$, & qui sont par ordre les puissances successives & décroissantes de m, depuis & y compris m^{n-1} jusqu'à m^{0} inclusivement, c'est-à-dire, dans un ordre renversé (ce qui ne fait rien à la somme) la *progression* qui a n pour nombre de ses termes, 1 pour premier terme, & m pour exposant. Sa somme est donc représentée par $\frac{m^{n}-1}{m-1}$, & par conséquent celle de toute autre *progression* qui auroit pour premier terme un nombre quelconque p, le sera pareillement par $\frac{pm^{n}-p}{m-1}$.

La supposition qu'on vient de faire de $p=1$ rend plus simple l'expression de la *progression*; elle devient $(1 . m . m^{2} . m^{3}$. &c.) ou $(m^{0} . m^{1} . m^{2} . m^{3}$. &c.) en sorte qu'il n'y entre plus qu'une seule lettre, qui est l'exposant de la *progression*, à laquelle p, pris pour un nombre différent de m, n'est point essentiel... La suite des nombres naturels (0. 1. 2. 3. &c.) se retrouve donc encore ici: mais au lieu qu'ils étoient les coëfficiens de m dans la *progression* arithmétique, ils sont ici les exposans de ses puissances.

Si $m=1$, il n'y a point de *progression*, mais une suite de termes tous égaux; car 1 élevé à quelque puissance que ce soit, restant toujours 1, & 1 ne changeant point les grandeurs qu'il multiplie, les termes de la *progression* prétendue ne seroient tous que le premier répété.

Si $m > 1$, la *progression* est croissante.

Si $m < 1$, la *progression* est décroissante; mais pour la rendre croissante, il n'y a qu'à la renverser.

Quant aux signes qui affectent les termes d'une *progression* géométrique, voici à quoi tout se réduit.

Quand m est positif, tous les termes ont le même signe, qui est celui de p.

Quand m est négatif, les signes sont alternatifs; de sorte que le signe de p détermine celui des termes impairs.

Si (m^{0}) est l'origine d'une *progression* croissante vers la droite, il peut l'être également d'une décroissante vers la gauche, où ses exposans seront négatifs, $m^{-1} . m^{-2}$. &c. Toute *progression* géométrique comme arithmétique, peut donc se concevoir divisée en deux branches, l'une croissante, l'autre décroissante depuis p, qui s'étendent en sens contraire, & toutes deux se perdent dans l'infini. Ou, si l'on veut, ce n'en sera qu'une seule, croissante, ou décroissante dans tout son cours, selon le sens dans lequel on voudra la prendre, mais qui n'a ni commencement ni fin.

En toute *progression* géométrique on peut considérer cinq principaux élémens.

Le premier terme,	p.	}
Le dernier,	d.	}
L'exposant,	m.	}
Le nombre des termes,	n.	}
La somme de la *progression*,	s.	}

Or de ces cinq élémens, trois pris comme on voudra étant connus, on connoît les deux autres; ce qui forme dix cas, pour chacun desquels on trouvera par ordre dans la table suivante la valeur des deux inconnues. On y a exprimé n par les logarithmes, parce qu'il est toujours plus commode & quelquefois nécessaire d'y avoir recours.

	Connues.	Inconnues.
1.°	p, d, m	$n = \frac{\overline{\log. d - \log. p}}{\log. m} + 1$. $s = \frac{pm^n - p}{m - 1}$.
2.°	p, d, n	$m = \sqrt[n-1]{\frac{d}{p}}$. $s = \frac{pm^n - p}{m - 1}$.
3.°	p, d, s	$m = \frac{s - p}{s - d}$. $n = \frac{\overline{l. d. - l. p.}}{\overline{l. m}} + 1$.
4.°	p, m, n	$d = pm^{n-1}$. $s = \frac{pm^n - p}{m - 1}$.
5.°	p, m, s	$d = \frac{p + s \times \overline{m - 1}}{m}$. $n = \frac{\overline{l. d. - l. p.}}{\overline{l. m.}} + 1$.
6.°	p, n, s	$m^n - \frac{s}{p} m + \frac{s}{p} - 1 = 0$ Equation dont la résolution donnera la valeur de m. $d = pm^{n-1}$
7.°	d, m, n	$p = \frac{d}{m^{n-1}}$. $s = \frac{pm^n - p}{m - 1}$.
8.°	d, m, s	$p = s - \overline{s - d} \times m$. $n = \frac{\overline{l. d. - l. p}}{l. m} + 1$.
9.°	d, n, s	$m^n - \frac{s}{s - d} m^{n-1} + \frac{s}{s - d} = 0$. $p = \frac{d}{m^{n-1}}$.
10.°	m, n, s	$p = s \times \frac{m - 1}{m^n - 1}$. $d = pm^{n-1}$.

Toutes les questions qui appartiennent à la *progression* géométrique sont résolues d'avance par quelqu'une de ces formules; nous allons en faire l'application à quelques exemples choisis propres à procurer les éclaircissemens nécessaires.

Exemple I. Entre deux nombres donnés p & d, trouver un nombre quelconque r de moyens proportionnels géométriques.

On connoît directement les premier & dernier termes de la *progression* supposée, & indirectement le nombre des termes $(r + 2.)$. La question se rapporte donc au second article de la table, où l'on trouve $m = \sqrt[n-1]{\frac{d}{p}} = \sqrt[r+1]{\frac{d}{p}}$: or l'exposant trouvé, le reste suit.

Que ce soit entre 2 & 54 qu'on demande deux moyens proportionnels; $m = \sqrt[3]{\frac{54}{2}} = \sqrt[3]{27} = 3$. Et la *progression* est 2.6.18.54.

Exemple II. Un baril est rempli d'un nombre c de pots de vin; chaque jour un valet fripon en tire un pot par la clé, qu'il remplace d'un pot d'eau qu'il verse par le bondon: on demande combien, au bout d'un nombre n de jours, il restera de vin dans le baril.

Après le premier jour, la quantité de vin restante est.............................$c - 1$.

après le 2^d. $c - 1 - \left(\frac{c - 1}{c}\right) = \frac{cc - 2c + 1}{c} = c - 1 \times \frac{c - 1}{c}$. après le 3^e.

$$\frac{(c - 1)^2}{c} - \frac{(c - 1)^2}{c^2} = \frac{c^3 - 3cc + 3c - 1}{cc} = c - 1 \times \overline{\frac{c - 1}{c}}\Big|^2$$

On voit, sans qu'il soit besoin de pousser plus loin l'induction, qu'il règne ici une *progression* géométrique, où l'on connoît p, $(c - 1)$, m, $\left(\frac{c - 1}{c}\right)$, & n: ce qui ramène la question au 4^e article de la table. On y trouve le dernier terme (duquel seul il s'agit ici) ou $d = pm^{n-1} = (c - 1)\overline{\frac{c - 1}{c}}\Big|^{n-1} = \frac{\overline{c - 1}^{\,n}}{c^{n-1}}$.

Si l'on suppose $c = 20$, & $n = 4$; la quantité de vin restante dans le baril à la fin du quatrième jour, sera $\frac{19^4}{20^3} = \frac{130321}{8000} = 16 + \frac{2321}{8000}$.

c restant le même, si l'on demandoit combien il faudroit répéter de fois ce manège, pour qu'il se trouvât dans le baril précisément autant d'eau que de vin, c'est-à-dire, dix pots de l'un dix pots de l'autre.

Alors on connoîtroit p, (19), d, (10), & m, $\left(\frac{19}{20}\right)$. La question se résoudroit donc par le premier article de la table, & l'on trouveroit

$$n = \frac{\overline{l. d - l. p}}{l. m} + 1 = \frac{10000000 - 12787536}{-222764} + 1 = \frac{-2787536}{-222764}$$

$+ 1 = 13 + \frac{114368}{222764}$; c'est-à-dire que du 14^e pot il ne faudroit prendre (soit pour le vin qu'on tire, soit pour l'eau dont on le remplace) que la partie indiquée par la fraction.

Exemple III. Trouver la fomme de la *progreffion* infinie $\left(\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b^2}\cdot\frac{a}{b^3}\cdot \&c.\right)$ on fuppofe $a < b$.

Les trois élémens connus font ici $p\left(\frac{a}{b}\right)$, $m\left(\frac{1}{b}\right)$, & $n(\infty)$; ce qui ramène la queftion au quatrième cas de la table.... m étant une fraction plus petite que l'unité, rend la *progreffion* décroiffante: mais on fait que pour la rendre croiffante il n'y a qu'à la renverfer; ou plutôt il n'y a qu'à renverfer la formule même qui donne la valeur de s, & l'appliquer fous cette forme. Elle deviendra $s = \frac{p - pm^n}{1 - m}$, où il n'y a nul compte à tenir dans le numérateur du fecond terme $(pm^n) = \frac{a}{b} \times \frac{1}{b\infty} = \frac{a}{b\infty + 1}$, quantité infiniment petite, puifque c'eft une grandeur finie divifée par une autre infiniment graude. Subftituant donc $\frac{a}{b}$ au lieu de p, & $1 - \frac{1}{b}$ ou $\frac{b-1}{b}$, au lieu de $1 - m$; on aura $s = \frac{a}{b} \times \frac{b}{b-1} = \frac{a}{b-1}$; c'eft-à-dire qu'en général en toute *progreffion* ainfi conditionnée, la fomme eft le premier terme même, dont le dénominateur a été diminué de l'unité.

Il fuit que $\because \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{9}\cdot\frac{1}{27}\cdot \&c. = \frac{1}{2}$.

$\because \frac{3}{5}\cdot\frac{3}{25}\cdot\frac{3}{125}\cdot \&c. = \frac{3}{4}$.

De forte que, pour avoir une *progreffion* infinie dont la fomme foit un nombre quelconque entier ou rompu c, il n'y a qu'à en choifir le premier terme $\left(\frac{a}{b}\right)$, tel que $\frac{a}{b-1} = c$ (ce qu'on peut faire d'une infinité de manières), & d'ailleurs prendre $\frac{1}{b}$ pour l'expofant.

Exemple IV. Pour donner une idée des accroiffemens rapides que reçoit la fomme d'une *progreffion* géométrique, au bout d'un nombre, même affez médiocre, de termes, en voici un exemple fur la *progreffion* double, dont la marche eft une des plus lentes : il eft tiré, quant à l'hiftorique, de la *Mathématique univerfelle* du P. Caftel.

L'inventeur du jeu des échecs (y eft-il raconté plus au long) fut preffé par fon roi, qu'il avoit comblé de gloire, de lui demander une récompenfe à fon choix, & proportionnée à la beauté de fa découverte. Après s'en être défendu long-tems, il fe fit apporter un échiquier, & le montrant au prince : ordonnez, feigneur, lui dit-il, qu'il me foit délivré un grain de blé pour la première cafe, deux pour la feconde, quatre pour la troifième, & ainfi de fuite, en doublant toujours jufqu'à la foixante-quatrième. La demande au premier coup-d'œil pourra paroître très-modefte, & le roi lui-même en jugea ainfi : mais, après un plus mûr examen, il fe trouva qu'elle excédoit de beaucoup fes facultés & celles des plus opulens monarques. Le calcul fuivant en fournit la preuve.

1.° Suivant ce qui a été dit plus haut, la fomme de toute *progreffion* eft $\frac{pm^n - p}{m-1}$: mais comme ici $p = 1$ & $m = 2$; pm^n n'eft que m^n, & le dénominateur $m - 1 = 2 - 1 = 1$. On a donc $s = m^n - 1 = 2^{64} - 1 = 18.446.744.073709.551.615$.

2.° On s'eft affuré qu'une petite mefure d'un pouce cubique contient au plus 450 grains de froment. Il y a 1728 de ces mefures dans un pié cubique, qui fait le boiffeau de plufieurs endroits, & trois fois celui de Paris : le boiffeau triple de celui de Paris contient donc 1728 × 450, ou 777600 grains.

3.° Suppofons une enceinte quarrée d'une lieue de tour (à 14400 piés la lieue) convertie en grenier, & que le blé y foit entaffé à la hauteur de 20 piés; chaque côté de l'enceinte fera de 2600 piés, fon aire de 3600 × 3600 = 12960000 piés quarrés, qui multipliés par la hauteur 20, donneront 259200000 piés cubiques ou boiffeaux, pour la contenance d'un pareil grenier. Mais chaque boiffeau contient lui-même 777600 grains : le nombre des grains néceffaires pour remplir le grenier fuppofé eft donc 259200000 × 777600, ou 201553920000000.

Il n'y a plus qu'à divifer le premier nombre 184 &c. par ce dernier; le quotient fera connoître combien de pareils greniers feroient néceffaires pour contenir les grains en queftion. Or ce quotient eft 91522, avec une fraction qu'on néglige ici, mais qui évaluée feroit plus que fuffifante pour faire la fortune de fix mille familles.

Qui voudroit apprécier en argent cette énorme quantité de blé, trouveroit, à ne mettre le boiffeau (tel même que nous l'avons fuppofé) qu'à 2 liv. de notre monnoie, que le prix de chaque grenier feroit 518,400,000 liv. & comme il y en a 91522, ces deux nombres, multipliés l'un par l'autre, donneroient 47,445,004,800,000 liv. fomme exorbitante & telle que les tréfors réunis de tous les potentats du monde connu, feroient éloignés d'y atteindre. *Article de M. Rallier des Ourmes.*

Le père Bezile de l'Oratoire, profeffeur de philofophie à Riom, a auffi appliqué le calcul à cet exemple, & eft entré dans de très-grands détails.

§. PROGRESSION, (*Géométrie.*) *Solution d'une difficulté élémentaire fur la fomme des progreffions géométriques.* Soit S la fomme d'une *progreffion* géométrique, a le premier terme, b le fecond, & e le dernier, on fait que $S = \frac{aa - be}{a - b}$ ou $\frac{be - aa}{b - a}$; or lorfque tous les termes font égaux, on a $b = e = a$, & $S = \frac{aa - aa}{a - a} = \frac{0}{0}$.

Pour réfoudre cette difficulté, il fuffit de fe rappeller qu'on a généralement $e = a\left(\frac{b}{a}\right)^{n-1}$ en

en nommant n le nombre des termes de la *pro-greſſion;* donc $S = \frac{b^n - a^n}{a^{n-2}(b-a)}$, expreſſion qui ſe réduit à na quand $b = a$. (*Voyez* la théorie des fractions indéterminées, *au mot* INDÉTERMINÉ.)

* Au reſte, il faut avouer que l'équation $S = \frac{be-a^2}{b-a}$ pourroit faire quelques difficultés à un commençant; car quand $b = e = a$, on a $S = \frac{a^2 - a^2}{a-a}$; or il pourroit conclure de-là $S = \frac{(a-a)(a+a)}{a-a} = 2a$ ou $S = \frac{a^3 - a^3}{a(a-a)} = \frac{(a^2+a^2+a^2)(a-a)}{a(a-a)} = 3a$ & pluſieurs autres expreſſions de cette nature, toutes également fautives.

Voilà ce qu'il y a à dire là-deſſus. Soit $b = a + x$; $e = a + y$, & $S - a = z$, on aura $z = \frac{(a+x)y}{x}$. Or, ſi on regarde cette équation comme celle d'une ſurface, dont les trois coordonnées perpendiculaires entre elles x, y, z auroient leur origine commune en un point donné A, on verra facilement qu'elle repréſente une eſpèce de limaçon ou de rampe tournante, dont l'axe ou noyau eſt infini, & paſſe par A: ainſi, ſi on demandoit qu'elle eſt la valeur de z au point A, c'eſt-à-dire, quand $e = b = a$, on pourroit dire en quelque façon, qu'elle eſt infinie, parce que la ſurface a réellement en ce point une ordonnée infinie; mais on dira plus exactement que l'axe du limaçon coupe la ſurface une infinité de fois, & par conſéquent que la valeur de z en A eſt indéterminée; de ſorte que ſi on regarde l'ordonnée au point A comme appartenante à une ſurface cylindrique quelconque, coupant le limaçon & paſſant par A, l'ordonnée z en ce point dépendra alors de l'eſpèce de la ſurface cylindrique, c'eſt-à-dire, de ſa projection. Dans notre exemple

$$y = \frac{(a+x)^{n-1}}{a^{n-2}} - a;\ \text{donc}\ z = \frac{(a+x)^n - a^{n-1}(a+x)}{a^{n-2}x}$$

$= (n-1)a$ quand $x = o$.

Ce que nous avons dit dans cet exemple s'applique généralement à toute ſurface, dont l'équation ſeroit $z = \frac{P}{Q}$; P & Q étant des fonctions de x & de y qui deviennent o quand on fait à-la-fois $x = a$ & $y = b$. (r)

PROJECTILE, ſ. m. ſe dit *en Méchanique*, d'un corps peſant, qui ayant reçu un mouvement, ou une impreſſion ſuivant une direction quelconque, par quelque force externe qui lui a été imprimée, eſt abandonné par cette force, & laiſſé à lui-même pour continuer ſa courſe. *Voyez* MOUVEMENT.

Telle eſt, par exemple, une pierre jettée avec la main ou avec une fronde, une flèche qui part d'un arc, un boulet qui part d'un canon, *&c. Voyez* PROJECTION.

Les Philoſophes ont été fort embarraſſés ſur la cauſe de la continuation du mouvement des *projectiles*, c'eſt-à-dire, ſur la raiſon pour laquelle ils continuent à ſe mouvoir après que la première cauſe a ceſſé d'agir. *Voyez* MOUVEMENT & COMMUNICATION.

Les Péripatéticiens attribuent cet effet à l'air, qui étant violemment agité par le mouvement de la cauſe motrice, par exemple de la main ou de la fronde, & étant forcé de ſuivre le *projectile*, tandis qu'il s'accélere, doit, dès que le *projectile* eſt lâché, le preſſer par-derrière, & le forcer à avancer, pour empêcher le vuide. *Voyez* VUIDE.

Les philoſophes modernes ont recours pour expliquer cet effet, à un principe beaucoup plus naturel & beaucoup plus ſimple. Selon eux, la continuation du mouvement n'eſt qu'une ſuite naturelle d'une des premières lois de la nature, ſavoir que tous les corps ſont indifférens au mouvement & au repos, & qu'ils doivent par conſéquent reſter dans celui de ces deux états où ils ſont, juſqu'à ce qu'ils en ſoyent tirés ou détournés par quelque nouvelle cauſe.

M. Deſcartes eſt le premier qui ait expliqué de cette manière la continuation du mouvement des *projectiles*, & en général de tous les corps auxquels on imprime du mouvement. M. Neuton paroît regarder ce phénomène comme un principe d'expérience, & il ne décide point ſi la continuation du mouvement eſt fondée dans la nature du mouvement même.

Je crois avoir prouvé dans mon *traité de Dynamique*, que l'exiſtence du mouvement étant une fois ſuppoſée, un mobile qui a reçu quelque impulſion, doit continuer à ſe mouvoir toujours uniformément & en ligne droite, tant que rien ne l'en empêche. *Voyez* FORCE D'INERTIE.

Quoi qu'il en ſoit, & quelque parti qu'on puiſſe prendre ſur cette queſtion, c'eſt un principe avoué aujourd'hui de tous les Philoſophes, qu'un *projectile* mis en mouvement, continueroit à ſe mouvoir éternellement en ligne droite, & avec une vîteſſe toujours uniforme, ſi la réſiſtance du milieu où il ſe meut, & l'action de la gravité, n'altéroient ſon mouvement primitif.

La théorie du mouvement des *projectiles*, eſt le fondement de cette partie de l'art militaire qu'on appelle *le jet des bombes* ou *la baliſtique*. *Voyez* JET DES BOMBES & BALISTIQUE.

Lois du mouvement des projectiles. 1. Si on jette un corps peſant dans une direction perpendiculaire, il continuera à deſcendre ou à monter perpendiculairement, parce que la gravité agit dans cette même direction.

2. Si on jette un corps peſant horizontalement,

il doit par ſon mouvement décrire une parabole, dans la ſuppoſition que le milieu ne lui réſiſte pas.

On croyoit il y a deux cens ans qu'un corps jetté horizontalement, par exemple, un boulet lancé par un canon, décrivoit une ligne droite tant que la force de la poudre ſurpaſſe conſidérablement la peſanteur du boulet, après quoi cette ligne devenoit courbe.

N. Tartaglia fut le premier qui s'apperçut de cette erreur, & qui ſoutint que la ligne en queſtion étoit courbe dans toute ſon étendue; mais Galilée démontra le premier que la courbe décrite par un boulet jetté horizontalement, étoit une parabole, ayant pour ſommet le point où le boulet quitte le canon. (*O*)

PROJECTION, ſ. f. ſignifie, en *Méchanique*, l'action d'imprimer du mouvement à un projectile. *Voyez* PROJECTILE & TRAJECTOIRE.

Si la force qui met le projectile en mouvement a une direction perpendiculaire à l'horizon, on dit que la *projection* eſt perpendiculaire : ſi la direction de la force eſt parallèle à l'horizon, on dit que la *projection* eſt horizontale : enfin, ſi la direction de la force fait un angle oblique avec l'horizon, la *projection* eſt oblique.

L'angle que fait la ligne de *projection* avec l'horizon, eſt appellé *angle d'élévation du projectile.*

Projection, en terme de perſpective, ſignifie la repréſentation ou l'apparence d'un objet ſur le plan perſpectif, ou le tableau. *Voyez* PLAN.

Par exemple, la *projection* d'un point eſt le point, où le plan du tableau eſt coupé par le rayon viſuel qui va du point à l'œil. Par cette définition, on peut entendre aiſément ce que c'eſt que la *projection* d'une ligne, d'une ſurface ou d'un ſolide. *Voyez* PERSPECTIVE.

Projection de la ſphere ſur un plan, eſt une repréſentation des différens points de la ſurface de la ſphere, & des cercles qui y ſont décrits, telle qu'elle doit paroître à un œil placé à une certaine diſtance, & qui verroit la ſphere au travers d'un plan tranſparent, ſur lequel il en rapporteroit tous les points. *Voyez* SPHERE & PLAN.

La *projection* de la ſphere eſt principalement d'uſage dans la conſtruction des planiſpheres & ſur-tout des mappemondes & des cartes, qui ne ſont en effet, pour la plupart, qu'une *projection* des parties du globe terreſtre ou céleſte, différentes, ſelon la poſition de l'œil, & celle qu'on ſuppoſe au plan de la carte par rapport au méridien, aux parallèles, en un mot aux endroits qu'on veut repréſenter. *Voyez* PLANISPHERE.

La *projection* la plus ordinaire des mappemondes eſt celle qu'on ſuppoſe ſe faire ſur le plan du méridien, la ſphère étant droite, & le premier méridien étant pris pour l'horizon. Il y a une autre *projection* qui ſe fait ſur le plan de l'équateur, dans laquelle le pole eſt repréſenté par le centre, & les méridiens par des rayons de ce cercle. C'eſt la *projection* de la ſphere parallèle. *Voyez* à l'*article* CARTE, l'application de la théorie de la *projection* de la ſphere, à la conſtruction des différentes ſortes de cartes.

La *projection* de la ſphere ſe diviſe ordinairement en orthographique & ſtéréographique.

La *projection* orthographique eſt celle où la ſurface de la ſphere eſt repréſentée ſur un plan qui la coupe par le milieu, l'œil étant placé verticalement à une diſtance infinie des deux hémiſpheres. *Voyez* ORTHOGRAPHIQUE & l'*article ſuivant.*

Lois de la projection orthographique. 1. Les rayons par leſquels l'œil voit à une diſtance infinie, ſont parallèles.

2. Une ligne droite perpendiculaire au plan de *projection*, ſe projette par un ſeul point, qui eſt celui où cette ligne coupe le plan de *projection.*

3. Une ligne droite qui n'eſt point perpendiculaire au plan de *projection*, mais qui lui eſt parallèle ou oblique, ſe projette par une ligne droite, terminée par des perpendiculaires, menées ſur le plan de ſes extrémités.

4. La *projection* de la ligne eſt la plus grande qu'il eſt poſſible, quand elle eſt parallèle au plan de *projection.*

5. De-là il s'enſuit évidemment, qu'une ligne parallèle au plan de *projection* ſe projette par une ligne qui lui eſt égale; mais que ſi elle eſt oblique au plan de *projection*, elle ſe projette par une ligne moindre qu'elle.

6. Une ſurface plane, ſi elle eſt perpendiculaire au plan de *projection*, ſe projette par une ſimple ligne droite; & cette ligne droite eſt la ligne même, où elle coupe le plan de *projection.*

De-là il eſt évident que le cercle, dont le plan eſt perpendiculaire ſur le plan de *projection*, & qui a ſon centre ſur ce plan, doit ſe projetter par le diamètre qui eſt ſa commune ſection avec le plan de *projection.*

Il eſt encore évident qu'un arc de ce cercle dont l'extrémité répondroit perpendiculairement au centre du plan de *projection*, doit ſe projetter par une ligne droite égale au ſinus de cet arc; & que ſon complément ſe projette par une ligne qui n'eſt autre choſe que le ſinus verſe de cet arc.

7. Un cercle parallèle au plan de *projection* ſe projette par un cercle qui lui eſt égal; & un cercle oblique au plan de *projection*, ſe projette en ellipſe.

La *projection* orthographique de la ſphère a cela de commode, ſur-tout lorſqu'on la fait ſur le plan de l'équateur, que l'équateur & les parallèles y ſont repréſentés par des cercles concentriques qui ont un même centre commun; & que tous les méridiens y ſont repréſentés par des lignes droites. Au lieu que dans la *projection* ſtéréographique les méridiens & les parallèles ſont repréſentés par des arcs de cercle, dont les centres ſont fort différens,

& qui ne ſont point ſemblables entr'eux. Mais il y a cet inconvénient dans la *projection* orthographique, que les degrés de latitude proche de l'équateur y ſont trop petits, & ſouvent preſque imperceptibles, à moins que la carte ne ſoit aſſez grande.

La *projection* ſtéréographique eſt celle où la ſurface de la ſphère eſt repréſentée ſur le plan d'un de ſes grands cercles, l'œil étant ſuppoſé au pôle de ce cercle. *V.* STÉRÉOGRAPHIQUE, ASTROLABE.

Propriétés de la projection ſtéréographique. 1. Dans cette *projection* tout grand cercle paſſant par le centre de l'œil ſe projette en ligne droite.

2. Un cercle placé perpendiculairement vis-à-vis de l'œil, ſe projette par un cercle.

3. Un cercle placé obliquement par rapport à l'œil, ſe projette par un autre cercle.

4. Si un grand cercle ſe projette ſur le plan d'un autre grand cercle, ſon centre ſe trouvera ſur la ligne des meſures, c'eſt-à-dire, ſur la *projection* du grand cercle qui paſſe par l'œil, & qui eſt perpendiculaire au cercle à projetter, & au plan de *projection*; le centre du cercle projetté ſera diſtant du centre du cercle primitif, ou de *projection*, de la quantité de la tangente de ſon élevation au-deſſus du plan primitif ou de *projection*.

5. Un petit cercle ſe projettera par un autre cercle dont le diamètre (ſi le cercle à projetter entoure le pôle du cercle primitif) ſera égal à la ſomme des demi-tangentes de la plus grande & de la plus petite diſtance au pôle du cercle primitif, priſes de chaque côté du centre du cercle primitif dans la ligne des meſures.

7. Si le petit cercle qu'on veut projetter n'entoure point le pôle de *projection*, mais qu'il ſoit tout entier d'un même côté par rapport à ce pole, ſon diamètre ſera égal à la différence des demi-tangentes de la plus grande & de la plus petite diſtance au pôle du cercle primitif; ces tangentes étant priſes chacune dans la ligne des meſures, du même côté du centre du cercle primitif.

6. Dans la *projection* ſtéréographique, les angles que font les cercles ſur la ſurface de la ſphère ſont égaux aux angles que les lignes de leurs *projections* reſpectives font entre elles ſur le plan de *projection*. *Voyez* STÉRÉOGRAPHIQUE. (*O*).

Projection gnomonique, eſt celle où l'on ſuppoſe l'œil au centre de la ſphère; tous les grands cercles y ſont par conſéquent des lignes droites & les petits cercles des lignes courbes.

La projection orthographique, ou celle qui ſe fait par les lignes perpendiculaires au plan, a été déjà employée au *mot* ECLIPSE & au *mot* ANALEMME; elle eſt encore utile en aſtronomie pour réſoudre les triangles ſphériques avec la règle & le compas, & diminuer la longueur des opérations quand on n'a pas beſoin d'une extrême préciſion, & nous nous en ſommes déja ſervis pour les cadrans ſolaires. Soit *H O* le diamètre de l'horizon vu de loin comme une ligne droite (*Pl. d'aſtron. fig.* 252), *P Q* l'axe du monde, *F Q* le rayon de l'équateur; ce cercle eſt lui-même vu & projetté ſur la ligne *Q E*; parce qu'il ne paroît que comme une ligne droite, à l'œil qui eſt ſuppoſé à une diſtance infinie, au vrai point d'orient ou d'occident, c'eſt-à-dire, dans le plan de l'équateur & de l'horizon; ainſi, le plan de projection eſt ici le plan du méridien; tous les cercles parallèles à l'équateur ou à l'horizon y ſont également projettés par des lignes droites parallèles à *E Q* ou à *H O*,

Si l'on prend un arc *E M* égal à la déclinaiſon du ſoleil pour un jour donné, & qu'on tire *M A F* parallèle à *E Q*, la ligne *M A* ſera le rayon du parallèle que décrit le ſoleil ce jour-là, & ſi le ſoleil ſe trouve à une certaine heure dans le point de ſon parallèle qui répond au point *S*, ou qui a ſa projection dans ce point *S*, la ligne *M S* ſera la projection de ſa diſtance au méridien; ou le ſinus verſe de l'arc de ce parallèle compris entre le ſoleil & le méridien, la portion *S A* ſera le ſinus de la diſtance à ſix heures ſur le même parallèle, ou le coſinus de l'angle horaire; ſi l'on décrit un cercle ſur le rayon *A M* & qu'on le diviſe en degrés ou en heures, par le moyen d'un rapporteur ou d'un compas de proportion, l'on trouvera facilement le point *S* auquel doit répondre le ſoleil à une heure quelconque ſur ſon parallèle diurne.

Quand on connoît le point *S* de la projection du ſoleil, on peut tirer la corde *B S C* parallèle à l'horizon, elle repréſentera le cercle almicantarat dans lequel ſe trouve le ſoleil, & dont *B C* eſt le diamètre: tous les points de ce cercle ſont à égale hauteur au-deſſus de l'horizon; ainſi, le point *B* marque la hauteur *B H* du ſoleil au moment qu'il répondoit au point *S*; l'on peut donc trouver la hauteur du ſoleil à une heure quelconque, ou bien trouver l'heure qu'il eſt lorſque le ſoleil a une certaine hauteur, par le moyen de l'analemme: nous en avons fait uſage dans l'explication des cadrans ſolaires. On a vu au *mot* ANALEMNE la manière de trouver le lever & le coucher du ſoleil.

La même figure ſert encore à trouver l'azimut; car puiſque le point *S* eſt la projection du lieu du ſoleil, *S G* eſt le ſinus d'un arc de l'almicantarat compris entre le ſoleil & le premier vertical qui répond en *G*: ſi donc on décrit un cercle ſur le rayon *B C*, & qu'on le diviſe en degrés, ou qu'on porte le double de *S G* ſur la ligne des cordes d'un compas de proportion, on trouvera facilement le nombre de degrés compris horizontalement entre le point *S* & le point *B*, ce qui forme l'azimut du ſoleil.

On pourroit appliquer cette même opération à la réſolution d'un triangle ſphérique quelconque dont on connoîtroit trois côtés, ou deux côtés & l'angle

pris ; car la question revient au même que le triangle formé au pole, au zénit & au soleil, & qui sert à trouver l'heure par le moyen de la hauteur, ou la hauteur par le moyen de l'heure, comme je l'ai expliqué plus au long dans mon *Astronomie*, liv. XXIII. On trouvera aussi des détails à ce sujet dans la Trigonométrie de M. Cagnoli, publiée en 1786, & dans les œuvres de M. Boscovich en 5 vol. *in*-4.° qui ont paru en 1785. (*D. L.*)

PROLONGER, v. act. *en terme de Géométrie*, signifie continuer une ligne, ou la rendre plus longue, jusqu'à ce qu'elle ait une longueur assignée, ou de manière qu'elle s'étende indéfiniment. *Voyez* LIGNE (*E*).

PROMÉTHÉE, s. m. (*Astronom.*) nom que quelques anciens astronomes donnoient à une constellation de l'hémisphère boréal, que les modernes appellent *hercule*.

PROMETTEUR, *ou* PROMISSEUR, terme de l'ancienne *Astrologie*, qui signifie l'un des astres dont on considere l'aspect pour en tirer des conséquences. Par exemple, le soleil ou la lune étant pris pour significateurs de quelque évènement, si une planète se trouve un peu plus loin, & qu'elle doive être considérée à son tour, le point où elle est se nomme *promisseur*, le significateur est comme le sujet qui doit recevoir quelque chose du *prometteur* en certain tems. (*D. L.*)

PROPAGATION *de la lumière*, (*Astron.*) le tems que la lumière du soleil met à venir jusqu'à nous, est une découverte qui fut faite dans le dernier siècle, & que les astronomes désignent ordinairement sous le nom de *propagation successive de la lumière*. Cet intervalle de tems est de 8′ 7″ ½ dans les moyennes distances du soleil à la terre.

Les éclipses des satellites de jupiter ont fait découvrir la *propagation* successive de la lumière ; celle-ci a fait découvrir à Bradley la cause de l'*aberration*; & l'aberration déterminée rigoureusement par les observations, a fait connoître plus exactement l'effet qui devoit en résulter pour les satellites de jupiter, qu'on n'auroit pas pu démêler, à une minute près, parmi toutes les autres équations qui compliquent les tables des satellites.

Nous voyons que le 22 août 1675, Cassini publia un petit écrit pour annoncer les configurations des satellites, & qu'il y parloit de la progression successive de la lumière, sur laquelle Romer lut sa dissertation à l'académie, le 22 novembre suivant, (*Regiæ scientiarum academ. histor. authore Jo. Bapt. Duhamel*).

« Romer expliqua très-ingénieusement, (dit Cassini) une de ces inégalités qu'il avoit observées pendant quelques années, dans le premier satellite, par le mouvement successif de la lumière, qui demande plus de tems à venir de jupiter à la terre lorsqu'il en est plus éloigné, que quand il en est plus près ; mais il n'examina pas si cette hypothèse s'accommodoit aux autres satellites qui demanderoient la même inégalité de tems ; il m'est arrivé souvent qu'ayant établi les époques des satellites dans les oppositions avec le soleil, où les inégalités synodiques doivent cesser, & les ayant comparées ensemble pour avoir le moyen mouvement, lorsque que je calculois ces époques, & sur ce moyen mouvement les éclipses arrivées près des quadratures de jupiter avec le soleil, le moyen mouvement calculé au tems de ces quadratures, s'est trouvé différer d'un degré ou un peu plus, du vrai mouvement trouvé par les observations immédiates ; de sorte que les satellites dans les quadratures avoient environ un degré d'équation substractive à l'égard du mouvement établi dans les oppositions, d'où l'on pouvoit inférer que cette équation seroit doublée dans les conjonctions. » (*Les hypothèses & les tables des satellites*, 1693, in-fol. p. 52).

Soit *S* le soleil, (*fig.* 140 *des pl. d'astronom.*) *A B P* l'orbite de jupiter, *T V R* l'orbite de la terre, dont le diamètre *T R* est de 69 millions de lieues ; la lumière que jupiter nous réfléchit, est un corps dont l'impression doit arriver jusqu'à nous, pour nous faire appercevoir jupiter & ses satellites ; le mouvement de ces rayons ne sauroit être d'une vîtesse infinie ; il leur faut un certain tems pour arriver de *T* en *R* ; ainsi, quand la terre est en *T*, jupiter étant en *A*, c'est-à-dire, en opposition, sa lumière arrive plutôt à nos yeux que quand la terre est en *R*, jupiter approchant de sa conjonction. On observa en effet, que les éclipses des satellites arrivoient environ un quart d'heure plus tard, quand la terre étoit vers *R*, que quand elle étoit en *T*.

La vîtesse avec laquelle les rayons de lumière parviennent depuis le soleil jusqu'à nos yeux, est telle que pendant le même tems la terre fait dans son orbite un arc de 20 secondes : or la terre décrit un arc de 20″ en 8′ 7″ ⅓ de tems à-peu-près ; la lumière met donc 8 minutes à parvenir du soleil à la terre ; ainsi, jupiter étant en conjonction avec le soleil, c'est-à-dire, en *A*, & la terre en *R*, la lumière mettra, pour venir jusqu'à nous, 16′ 15″ de plus qu'elle n'en employoit lorsque la terre étoit en *T*, & jupiter en opposition dans le point *A* ; donc, les éclipses des satellites arriveront 16′ 15″ plus tard dans les conjonctions que dans les oppositions, & dans les autres tems à proportion ; c'est l'objet de l'équation principale de la lumière qui est est contenue dans les tables des satellites de jupiter.

Cette équation une fois connue, il étoit naturel d'en conclure une seconde inégalité qui vient de l'excentricité de l'orbite de jupiter ; la différence des distances de jupiter est quelquefois

égale à la moitié de SR, en sorte que quand jupiter est en conjonction aphélie, la lumière emploie, pour arriver jusqu'à nous, 4′ 5″ de plus que quand il est perihélie ; ainsi, il faut encore faire entrer cette différence dans les calculs des éclipses, & c'est ce qu'on appelle la petite équation de la lumière. *V.* SATELLITES. (*D. L.*)

PROPORTION, s. f. (*Mathémat.*) comme on compare deux grandeurs d'où résulte un rapport ou une raison (*voyez* RAISON, RAPPORT); aussi l'on peut comparer deux rapports d'où résulte une *proportion*, lorsque les rapports comparés, ou ce qui est la même chose, leurs exposans se trouvent égaux.

Chaque rapport ayant deux termes, la *proportion* en a essentiellement quatre ; le premier & le dernier sont nommés *extrêmes* ; le second & le troisième *moyens*. *La proportion* présentée sous cette forme est dite *discrette*. Si les deux moyens sont égaux, on peut supprimer l'un ou l'autre, & la *proportion* n'offre plus que trois termes ; mais alors celui du milieu est censé double & appartenir aux deux raisons, à la première comme conséquent, & à la seconde comme antécédent. En ce dernier cas, la *proportion* prend le nom de *continue*, & est une véritable progression. *Voyez* PROGRESSION.

La *proportion* ainsi que le rapport, est ou arithmétique, ou géométrique.

Proportion arithmétique. Soient les deux rapports arithmétiques $\overline{ab}$ & $\overline{cd}$; leurs exposans, ou plus proprement leurs différences, sont $b-a$, & $d-c$; or si $b-a=d-c$, les quatre termes qui les expriment peuvent être disposés en *proportion*. Pour cela, il suffit d'écrire les deux rapports à la suite l'un de l'autre, les séparant par trois points disposés en triangle (∴), ou simplement par deux (:), $a.\,b:c.\,d$... ce qui s'énonce ainsi: a est à b comme c est à d, & signifie que dans l'un & dans l'autre rapport, chaque conséquent surpasse son antécédent, ou en est surpassé précisément de la même quantité.

Pour rendre général ce que nous avons à dire, nous n'employerons pour exemple que la *proportion* algébrique $a.b:c.d$; mais on peut, pour aider l'imagination, y substituer telle *proportion* numérique qu'on voudra, & appliquer à celle-ci tout ce que nous dirons de l'autre. On en usera de même lorsqu'il s'agira plus bas de la *proportion* géométrique.

Si $a.b:c.d$, on a (par la définition) $b-a=d-c$; ajoutant $a+c$ à chaque membre de cette égalité, elle devient $b+c=a+d$; en sorte que le premier membre contient la somme des deux moyens, & le second celle des deux extrêmes ; c'est-à-dire, qu'en toute *proportion* arithmétique, la somme des extrêmes est égale à celle des moyens. Ce qu'on pourroit encore démontrer de cette autre manière.

Soit $b-a=m$, on aura aussi $d-c=m$; d'où l'on tire $b=a+m$, & $d=c+m$: substituant ces valeurs de b & de d dans la *proportion* $a.b:c.d$, elle se change en celle-ci, $a.a+m:c.c+m$, où il n'entre plus que les antécédens a & c, & la différence commune m. Or il est évident que la somme des extrêmes est non-seulement égale, mais identique à celle des moyens.

Dans la *proportion* continue, b étant égale à c, $b+c=2c=a+d$; c'est-à-dire, qu'alors la somme des extrêmes est égale au double du terme moyen.

Réciproquement si l'on a $b+c=a+d$, en ôtant $a+c$ de chaque membre, vient $b-a=d-c$, & par conséquent $a.b:c.d$; c'est-à-dire, que toute égalité (dont chaque membre est un binome) représente par l'un de ses membres la somme des moyens, & par l'autre celle des extrêmes d'une *proportion*, dans laquelle conséquemment elle peut se résoudre ; & comme d'ailleurs il est aisé de réduire chaque membre de toute égalité à être un binome (sans altérer sa valeur), la proposition devient générale.

Il suit qu'ayant une *proportion*, de quelque manière qu'on juge à propos d'en déplacer les termes, pourvu qu'après le déplacement, les moyens restent toujours moyens, ou deviennent tous deux extrêmes, il y aura encore *proportion*, puisque l'égalité entre la somme des extrêmes & celle des moyens n'en sera point troublée. Je dis qu'il y aura *proportion*, mais ce ne sera pas toujours la même; c'est-à-dire, que les rapports pourront changer, quoiqu'ils restent toujours égaux entr'eux.... On verra plus bas de combien de manières se peuvent faire ces déplacemens, lorsqu'il s'agira de la *proportion* géométrique, pour laquelle ils sont plus d'usage que pour l'arithmétique.

Puisque $b+c=a+d$, $d=b+c-a$, ayant donc les trois premiers termes ($a.b:c$) d'une *proportion*, on en trouvera toujours le quatrième d, en ôtant le premier de la somme des moyens. On voit qu'il ne seroit pas plus difficile d'en trouver tel autre terme qu'on voudroit, dès qu'on connoîtroit les trois autres & l'ordre qu'ils gardent entr'eux dans la *proportion*.

Proportion géométrique. Soient les deux rapports géométriques $a.b$ & $c.d$, leurs exposans sont $\frac{b}{a}$ & $\frac{d}{c}$. or si $\frac{b}{a}=\frac{d}{c}$, les quatre termes qui les expriment peuvent être disposés en proportion. Pour cela, il suffit d'écrire les deux rapports à la suite l'un de l'autre, les séparant par quatre points (::), $a.b::c.d$; ce qui s'énonce ainsi: a est à b comme c est à d, & signifie ici que dans l'un & dans l'autre rapport, chaque conséquent contient son antécédent, ou y est contenu précisément de la même manière.

Si $a.b::c.d$, on a (par la définition) $\frac{b}{a}=\frac{d}{c}$; multipliant par ac chaque membre de cette égalité, elle se change en $bc=ad$; en sorte que le premier

membre contient le produit des deux moyens, & le ſecond celui des deux extrêmes; c'eſt-à-dire, qu'en toute *proportion* géométrique, le produit des extrêmes eſt égal à celui des moyens. Ce qu'on pourroit encore démontrer de cette manière.

Soit $\frac{b}{a} = m$, on aura auſſi $\frac{d}{c} = m$; d'où l'on tire $b = am$, & $d = cm$: & ſubſtituant ces valeurs de b & de d dans la *proportion*, $a.b::c.d$; elle ſe change en celle-ci, $a.am::c.cm$, où il eſt évident que le produit des extrêmes eſt non-ſeulement égal, mais identique à celui des moyens.

Dans la *proportion* continue $b = c$, d'où $bc = cc = ad$; c'eſt-à-dire qu'alors le produit des extrêmes eſt égal au quarré du terme moyen.

Réciproquement ſi l'on a $bc = ad$, diviſant chaque membre par $\overline{ac}$, vient $\frac{b}{c} = \frac{d}{c}$, & par conſéquent $a.b::c.d$; c'eſt-à-dire, que toute égalité (dont chaque membre eſt un produit de deux dimenſions), peut ſe reſoudre en une *proportion*, dont le produit des moyens eſt repréſenté par l'un des membres de l'égalité, & celui des extrêmes par l'autre. Et, comme il eſt toujours aiſé de réduire chaque membre de toute égalité à être un produit de deux dimenſions (ſans altérer ſa valeur), la propoſition devient générale.

Il ſuit qu'ayant une *proportion*, de quelque manière qu'on juge à propos d'en déplacer les termes, pourvu qu'après le déplacement les termes de même nom le conſervent ou en changent tous deux, il y aura encore *proportion*, puiſque l'égalité entre le produit des extrêmes & celui des moyens n'en ſera point troublée. Mais la *proportion* ne ſera pas toujours la même, c'eſt-à-dire, que les rapports pourront changer, quoiqu'ils reſtent toujours égaux entr'eux.

La *proportion* fondamentale étant $a.b::c.d$, il y a ſept manières d'en déplacer les termes, *ſous la condition preſcrite*; mais de ces ſept manières, il n'y en a que deux qui aient mérité l'attention des anciens géomètres, & auxquelles il leur ait plû de donner des noms particuliers.

Ils nomment *alternando* ou *permutando* celle-ci, $a.c::b.d$, où l'on ne fait que tranſpoſer entr'eux les deux moyens.

Ils nomment *invertendo* cette autre, $b.a::d.c$, où l'on ne fait que renverſer chacun des deux rapports primitifs, mettant le conſéquent à la place de l'antécédent, & réciproquement.

De la même *proportion* originaire, $a.b::c.d$, en combinant diverſement entr'eux par addition ou par ſouſtraction, les antécédens & les conſéquens, on en conclut encore pluſieurs autres, & la légitimité de la concluſion ſe prouve en faiſant voir (ce qui eſt très-facile) que le produit des extrêmes y eſt égal à celui des moyens.

1.° (En prenant pour l'*antécédent* de chaque raiſon la ſomme ou la différence des deux termes qui la compoſent), $a \pm b.b :: c \pm d.d$... c'eſt ce que les géomètres nomment *componendo* ſi c'eſt le ſigne + qu'on emploie, & *dividendo* ſi c'eſt le ſigne —.

2.° (En prenant au contraire pour *conſéquent* de chaque raiſon la ſomme ou la différence des deux termes qui la compoſent), $a.a \pm b :: c.c \pm d$... c'eſt ce qu'on appelle *convertendo*.

3.° (En ſubſtituant à l'antécédent de la première raiſon la ſomme ou la différence des antécédens, & au conſéquent la ſomme ou la différence des conſéquens; & prenant pour la ſeconde raiſon l'une ou l'autre des deux primitives) $a \pm g.b \pm d :: a.b :: c.d$. Il réſulte de ce dernier mode, que la ſomme des antécédens eſt à celle des conſéquens, comme celui qu'on voudra des antécédens eſt à ſon conſéquent particulier. Propoſition qui a ſon uſage).

Puiſque $bc = ad$, $d = \frac{bc}{a}$. Ayant donc les trois premiers termes ($a.b :: c$) d'une *proportion*, on trouvera toujours le quatrième d, en diviſant le produit des moyens par le premier. C'eſt le fondement de cette règle ſi connue & d'un ſi grand uſage, qu'on nomme *règle de trois*. Voyez *ſon article*. On voit au reſte qu'il ne ſeroit pas plus difficile de trouver tel autre terme qu'on voudroit de la *proportion*, dès qu'on connoîtroit les trois autres, & l'ordre qu'ils y gardent entr'eux.

Deux *proportions*, $a.b :: c.d$, & $e.f :: g.h$; étant données, ſi l'on multiplie par ordre les termes de l'une par ceux de l'autre, les produits ſeront encore en *proportion*, & l'on aura $ae.bf :: cg.dh$.... On l'aura prouvé, ſi l'on fait voir que $ae\,dh = bf\,cg$, ou ce qui eſt la même choſe, que $ad \times eh = bc \times fg$: or c'eſt ce qui eſt évident; car 1.° $ad = bc$, puiſque $a.b::c.d$; 2.° $eh = fg$, puiſque $e.f::g.h$. Mais les facteurs d'une part étant égaux aux facteurs de l'autre, les produits eux-mêmes ne peuvent manquer de l'être.

Ce qu'on vient de dire de deux *proportions* doit s'entendre de 3, de 4, &c... Si, au lieu de les multiplier, on les diviſe l'une par l'autre, les quotiens ſeront pareillement en *proportion*; & on le démontrera par la même méthode & avec la même facilité.

Il ſuit que des racines proportionnelles donnent des puiſſances qui le ſont auſſi, & réciproquement; car les puiſſances ne ſont que des produits, comme les racines ne ſont que des quotiens, d'une eſpèce particulière à la vérité, mais dont la ſingularité ne les ſouſtrait pas à la loi générale qu'on vient d'établir. (*Article de M.* Rallier des Ourmes).

Proportion harmonique, eſt une troiſième eſpèce de *proportion* qui ſe forme des deux précédentes en cette ſorte: ſi trois nombres ſont tels, que le premier ſoit au troiſième, comme la différence du premier & du ſecond eſt à la différence

du second & du troisième, ces trois nombres sont en *proportion harmonique*.

Ainsi les nombres 2, 3, 6, sont en *proportion harmonique*, parce que 2 : 6 :: 1 . 3 ; de même aussi quatre nombres sont en *proportion harmonique* quand le premier est au quatrième, comme la différence du premier & du second est à la différence du troisième & du quatrième.

Ainsi 24, 16, 12, 9, sont en *proportion harmonique*, parce que 24 : 9 :: 8 : 3.

Si on continue la *proportion* dans le premier de ces deux cas, on formera une *progression* ou *serie harmonique*. *Voyez* SERIE *ou* SUITE.

1. Si trois ou quatre nombres en *proportion harmonique*, sont multipliés ou divisés par le même nombre, les produits ou quotiens seront aussi en *proportion harmonique*; ainsi les nombres 6, 8, 12, qui sont en *proportion harmonique* étant divisés par 2, les quotiens 3, 4, 6, seront encore harmoniquement proportionnels, comme aussi les produits des nombres 6, 8, 12, par 2; c'est-à-dire 12, 16, 24.

2. Pour trouver un nombre moyen proportionnel harmonique entre deux nombres donnés, divisez le double du produit des deux nombres par leur somme, le quotient est le nombre cherché; ainsi, supposons que les nombres donnés soient 3 & 6, leur produit est 18, & le double de ce produit est 36, qui divisé par la somme 9 des deux nombres, donne 4 pour quotient; donc 3 : 4 : 6, sont en *proportion harmonique*. La raison de cette opération est facile à trouver; soit x le nombre cherché, a & b les deux nombres donnés, on a $a : b :: x - a : b - x$; donc $ab - ax = bx - ab$; donc $x = \frac{2ab}{a+b}$; on peut démontrer à-peu-près, par la même méthode, les propositions suivantes.

Pour trouver un nombre qui soit troisième proportionnel harmonique à deux nombres donnés, appellez un des nombres donnés le *premier terme*, & l'autre le *second*, ensuite multipliez les l'un par l'autre, & divisez le produit par ce qui reste après que le second est soustrait du double du premier, le quotient sera le nombre cherché. Supposons par exemple que les deux termes donnés soient 3 & 4, leur produit 12 étant divisé par 2 (qui est la différence du second terme 4, du double 6, du premier terme 3), on aura pour quotient 6, & par conséquent 3, 4, 6, sont en *proportion harmonique*; en général soient a, b les deux premiers nombres, x le troisième, on aura $a : x :: b - a : x - b$, donc $ax - ab = bx - ax$, donc $x = \frac{ab}{2a - b}$.

4. Pour trouver un quatrième proportionnel harmonique à trois nombres donnés, multipliez le premier par le troisième, & divisez le produit par le nombre qui restera après avoir soustrait le terme du milieu du double du premier, le quotient sera le nombre cherché; par exemple, les trois nombres 9, 12, 16, auront suivant cette règle, le nombre 24 pour quatrième proportionnel harmonique.

5. Si on prend un nombre moyen proportionnel arithmétique entre deux nombres, & un moyen proportionnel harmonique entre les deux mêmes nombres, les quatre nombres seront en *proportion géométrique*; ainsi entre 2, 6, le moyen arithmétique est 4, & le moyen harmonique est 3, par conséquent 2 : 3 :: 4 : 6. En général le moyen proportionnel arithmétique est $\frac{a+b}{2}$, & le moyen proportionnel harmonique est $\frac{2ab}{a+b}$, donc $\frac{a+b}{2} : a :: b :: \frac{2ab}{a+b}$.

PROPORTION CONTREHARMONIQUE, *voyez* CONTREHARMONIQUE.

PROPORTION, se dit aussi du rapport qu'il y a entre des choses inégales de la même espèce, & par lequel leurs différentes parties correspondent les unes aux autres par une augmentation ou diminution égale.

Ainsi, en réduisant une figure en petit, ou en l'agrandissant, on doit avoir soin d'observer que la diminution ou l'agrandissement, suivent les mêmes *proportions* dans toutes les parties; en sorte que si une des lignes, par exemple, est diminuée du tiers de sa longueur, toutes les autres soient aussi diminuées chacune du tiers de leur longueur.

Pour ces sortes de réductions on fait beaucoup d'usage du compas de *proportion*. *Voyez* COMPAS, *voyez aussi* ECHELLE, PLAN, CARTE, RÉDUCTION, &c. *Chambers.* (*E*)

Au *mot* CONSONNANCE, nous avons promis de parler ici d'un ouvrage donné il y a quelques années, par M. Briseux, architecte, dans lequel il se propose de prouver que les belles *proportions* en architecture sont les mêmes que celles qui produisent les consonnances en musique. Cela n'est pas fort surprenant; car les *proportions* qui forment les consonnances sont formées par des rapports très-simples, savoir $\frac{2}{1}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{6}{5}$, &c. & il n'est pas surprenant que ces mêmes rapports, très-simples, plaisent aussi en architecture, parce que l'œil les saisit aisément. Il ne faut cependant pas pousser trop loin ce principe des *proportions*, ni en abuser, soit dans la théorie de la musique, soit dans celle des autres arts. On peut voir sur cela l'*article* CONSONNANCE, & *l'article* FONDAMENTAL, *pag.* 62 *du VII.*e *volume.* (*O*)

PROPORTIONNALITÉ, s. f. (*Math.*) terme dont on se sert pour signifier la proportion qui est entre des quantités. *Voyez* PROPORTION. (*E*)

PROPORTIONNEL, adj. (*Math.*) se dit de ce qui a rapport à une proportion; ainsi, nous disons des parties *proportionnelles*, des échelles *proportionnelles*, &c. *Voyez* COMPAS, &c.

PROPORTIONNELLES ou *quantités proportionnelles*, en *terme de Géométrie*, sont des quantités, soit linéaires, soit numériques, qui ont entr'elles le même rapport. *Voyez* RAPPORT & PROPORTION.

Ainsi les nombres 3, 6, 12, sont *proportionnels*, parce que 3: 6:: 6: 12, pour trouver une 4.^e^ *proportionnelle* à trois lignes données *A B*, *A C* & *B D*, (*Planch. géom. fig.* 214.) faites un angle *F A G*, à volonté : du point *A*, prenez sur un des côtés de l'angle, une ligne égale à *A B*, & du même point *A*, sur l'autre côté de l'angle, prenez une ligne égale à *A C*, ensuite du point *B*, prenez une ligne égale à *B D*, enfin tirez *B C*, & faites au point *D*, un angle égal à *A B C*. Je dis que *C E* sera la 4^e^. *proportionnelle* cherchée, c'est-à-dire, qu'on aura *A B*: *A C*:: *B D*: *C E*.

Si on demande une troisième *proportionnelle* à deux lignes données *A B* & *A C*, il faut faire *B D* égale à *A C*, & l'on aura *A B*: *A C*:: *A C*: *C E*.

Pour trouver une moyenne *proportionnelle* entre deux lignes données *A B* & *B E*, *fig.* 215; joignez ensemble les deux lignes données, de sorte qu'elles soient en ligne droite; & coupez cette ligne droite en deux parties égales au point *C*. Du point *C* & du rayon *A C*, décrivez un demi-cercle *A D E*, & du point de jonction *B* élevez une perpendiculaire *B D*: cette perpendiculaire sera la moyenne *proportionnelle* cherchée, on aura *A B*: *B D*:: *B D*: *B E*.

Les Géomètres cherchent depuis deux mille ans une méthode pour trouver géométriquement deux moyennes *proportionnelles* entre deux lignes données, c'est-à-dire, en n'employant que la ligne droite & le cercle; car on résout facilement ce problème en employant un cercle & une parabole de la manière suivante.

Soient a & b, les deux lignes données, x & y les deux moyennes cherchées; on a par les conditions du problème les deux équations $x^2 = ay$; & $y^2 = bx$, retranchant ces équations en croix. On a $y^2 - ay = bx - x^2$; donc, ajoutant de part & d'autre $\frac{a^2}{4}$, & de plus ajoutant & retranchant dans le second membre $\frac{b^2}{4}$ on aura $\left(y - \frac{a}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4} - \left(x - \frac{b}{2}\right)^2$ équation à un cercle dont le rayon $= \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}$. Or si on compare cette équation avec l'une des fondamentales, par exemple avec l'équation $y^2 = bx$, on aura les valeurs de x & de y; donc si on construit, relativement à de mêmes coordonnées, le cercle & la parabole exprimés par ces équations, les coordonnées correspondantes à l'intersection mutuelle des ces courbes, seront les moyennes proportionnelles demandées.

Construisez donc la parabole *AMV* (*fig.* 216.) qui ait pour axe la ligne *AZ*, pour sommet le point *A*, & pour paramètre la ligne donnée b; ensuite prenez $AD = \frac{b}{2}$, $DE = \frac{a}{2}$, & perpendiculaire à *AD*. Décrivez une circonférence de cercle qui ait pour centre le point *E* & qui passe par *A*, cette circonférence coupera la parabole en un point *M*; menez sur *A Z* la perpendiculaire *MP*; *A P* sera la valeur de x demandée, & *P M* celle de y.

Si on avoit $b = a$, on auroit $x^3 = 2a^3$, le problême seroit alors celui de la duplication du cube, problême qui a tant exercé les anciens géomètres, & qui les a conduit à celui de deux moyennes proportionnelles, comme on vient de le dire.

Les anciens résolvoient ce problème méchaniquement par le moyen du mésolabe décrit par Eutocius; & plusieurs d'entr'eux ont tâché d'en donner la démonstration : d'autres, comme Ménechmes, résolvoient ce problèmes par les lieux solides : d'autres, par des mouvemens composés, comme Platon, Archytas, Pappus & Sporus : d'autres enfin, en tâtonnant, comme Héron & Apollonius.

Pour trouver une moyenne *proportionnelle* entre deux nombres, il faudra prendre la moitié de la somme des deux nombres, si c'est une moyenne *proportionnelle* arithmétique qu'on cherche, & la racine quarrée du produit des deux nombres, si c'est une moyenne *proportionnelle* géométrique. *Voyez* PROPORTION ARITHMÉTIQUE & GÉOMÉTRIQUE.

Pour trouver une moyenne *proportionnelle* harmonique, *voyez* PROPORTION HARMONIQUE.

PROPOSITION, *en Mathématiques*, c'est un discours par lequel on énonce une vérité à démontrer, ou une question à résoudre. Dans le premier cas, on l'appelle *théorème*; par exemple, *les trois angles d'un triangle sont égaux à deux angles droits*, est un théorème. *Voyez* THÉOREME.

On l'appelle *problême*, quand la *proposition* énonce une question à résoudre; comme *trouver une proportionnelle à deux quantités données. Voyez* PROBLÊME.

A la rigueur la *proposition* n'est simplement que l'énoncé du théorème ou du problème; & dans ce sens on la distingue de la *solution*, qui recherche ce qu'il faut faire pour effectuer ce que l'on demande, & de la *démonstration*, qui prouve la vérité de ce qu'on a avancé : dans la *solution*, on a fait ce qu'exigeoit la question proposée. *Voyez* SOLUTION. (*E*)

PROPRE, adj. (*Mathémat.*) une fraction *propre* ou proprement dite, est celle dont le numérateur est moindre que le dénominateur. *Voyez* IMPROPRE. Tel est $\frac{3}{4}$ ou $\frac{5}{7}$, qui est réellement moindre que l'unité, & qui est à proprement parler, une fraction. *Voyez* FRACTION. (*E*)

PROPUS *ou* PRÆPES, à l'accuſ. *Propoda*, (*Aſtron.*) nom que donne Proclus à une étoile de la cinquième grandeur, ſituée vers la conſtellation des gémeaux, devant les pieds, à 11′ au midi de l'écliptique, ſon nom vient de ce qu'elle précède le pied de caſtor; d'autres l'ont appellée *tropus*, parce qu'elle eſt voiſine du tropique, & qu'elle ſemble indiquer le retour du ſoleil par l'extrêmité du pied de caſtor. Cette étoile a ſur-tout ſervi, en 1781, aux aſtronomes pour y rapporter la planète que Herſchel venoit de découvrir. On la marque d'une *H* dans le catalogue & ſur les cartes céleſtes. (*D. L.*)

PROSTAPHERESE, (*Aſtron.*) ſignifie la différence entre le mouvement vrai & le mouvement moyen d'une planète, ou entre ſon lieu vrai & ſon lieu moyen. On l'appelle auſſi *équation de l'orbite*, ou *équation du centre*. Ce mot eſt formé des mots grecs πρόσθε, *ante*, *ſuper* : & ἀφαίρεσις, retranchement, pour exprimer que cette équation s'ajoute ou ſe retranche.

Nous avons ſuffiſamment expliqué, ſur le *mot* EQUATION, ce que c'étoit que la *proſtapherèſe* dans l'ancienne aſtronomie, c'eſt-à-dire, la différence entre le lieu vrai & le lieu moyen d'une planète; mais on diſoit également *proſtapherèſe* de l'anomalie de la lune, de la latitude de la lune, *proſtapherèſe* des équinoxes, en parlant des inégalités & des équations de ces divers mouvemens. (*D. L.*)

PSEUDO-ÉTOILE, étoile fauſſe, ſignifie en *Aſtronomie*, une ſorte de météore ou de phénomène qui paroît quelquefois dans le ciel, & qui reſſemble à une étoile. *Voyez* ETOILE TOMBANTE.

PUISSANCE, ſ. f. *en Méchanique*, ſe dit d'une force, laquelle étant appliquée à une machine, tend à produire du mouvement, ſoit qu'elle le produiſe actuellement ou non. *Voyez* MACHINE.

Dans le premier cas, elle s'appelle *puiſſance mouvante* ou *mobile*; & dans le ſecond, elle eſt nommée *puiſſance réſiſtante*.

Si la *puiſſance* eſt un homme ou un animal, elle eſt dite *puiſſance animée*.

Si c'eſt l'air, l'eau, le feu, la peſanteur, l'élaſticité ou le reſſort, on la nomme *puiſſance inanimée*.

Puiſſances conſpirantes. *Voyez* CONSPIRANT.

Le mot puiſſance eſt auſſi d'uſage dans les méchaniques, pour exprimer quelqu'une des ſix machines ſimples, comme le levier, la vis, le plan incliné, le tour, le coin & la poulie, que l'on appelle particulièrement *puiſſances méchaniques* ou *forces mouvantes*. *Voyez* PUISSANCES MÉCHANIQUES.

Voyez auſſi chaque *puiſſance* à l'article qui lui eſt particulier, comme aux *mots* LEVIER, BALANCE, &c.

Il eſt à propos de remarquer que les *puiſſances* ou forces qui meuvent les corps, ne peuvent agir les unes ſur les autres que par l'entremiſe des corps mêmes qu'elles tendent à mouvoir : d'où il s'enſuit que l'action mutuelle de ces *puiſſances* n'eſt autre choſe que l'action même des corps animés par les vîteſſes qu'elles leur donnent, ou qu'elles tendent à leur donner. On ne doit donc entendre par l'action des *puiſſances*, & même par le terme de *puiſſance* dont on ſe ſert communément en méchanique, que le produit d'un corps par ſa vîteſſe ou par ſa force accélératrice. De cette définition & des lois de l'équilibre & du mouvement des corps, on conclut aiſément que deux *puiſſances* égales & directement oppoſées ſe font équilibre; que deux *puiſſances* qui agiſſent en même ſens, produiſent un effet égal à la ſomme des effets de chacune; que ſi trois *puiſſances* agiſſant ſur un point commun ſont en équilibre entr'elles, & qu'on faſſe ſur les directions de ces *puiſſances* un parallélogramme, la diagonale de ce parallélogramme ſera dans la direction prolongée de la troiſième *puiſſance*, & que les rapports de ces trois *puiſſances* ſeront ceux de la diagonale aux côtés, &c. & pluſieurs autres théorèmes ſemblables qui ne ſont pas toujours démontrés dans la pratique avec toute la préciſion poſſible, parce qu'on y donne communément une notion un peu confuſe du mot de *puiſſance*. *Voyez* dans les *mém. de l'acad. de Peterſbourg*, *tom. I*, un écrit de M. Daniel Bernoulli, intitulé : *Examen principiorum Mechanicæ*. (*O*)

PUISSANCE, *en terme d'arithmétique* & *d'algèbre*, ſe dit du produit d'un nombre ou d'une autre quantité multipliée par elle-même un certain nombre de fois. *Voyez* NOMBRE & QUANTITÉ.

Ainſi, le produit du nombre 3 multiplié par lui-même, c'eſt-à-dire 9, eſt la ſeconde *puiſſance* de 3; le produit de 9 multiplié par 3 ou 27, eſt la troiſième *puiſſance*; & le produit de 27 encore multiplié par 3 ou 81, eſt la quatrième *puiſſance*, & ainſi à l'infini. Par rapport à ces produits ou à ces *puiſſances*, le nombre 3 eſt appellé *la racine* ou la première *puiſſance*. *Voyez* RACINE.

La ſeconde *puiſſance* s'appelle *le quarré*, dont 3 eſt la racine quarrée. *Voyez* QUARRÉ.

La *puiſſance* 27 eſt appellée *le cube*, dont 3 eſt la racine cubique. *Voyez* CUBE.

La quatrième *puiſſance* 81 eſt appellée *biquadratique*, ou *quarré-quarré*, dont 3 eſt la racine quarrée-quarrée.

Le nombre qui indique combien de fois la racine eſt multipliée par elle-même, pour former la *puiſſance*, ou combien de fois la *puiſſance* doit être diviſée par ſa racine, pour parvenir à cette racine, eſt appellé *l'expoſant* de la *puiſſance*; ainſi, dans la ſeconde *puiſſance* 2 eſt l'expoſant, 3 dans la troiſième. Remarquez que nous diſons que ce nombre indique combien de fois la racine doit être multipliée par elle-même, & non pas que ce nombre exprime le nombre de fois que la racine doit être multipliée; car dans la troiſième *puiſſance*, par

exemple, la racine n'eſt multipliée que 2 & non 3 fois par elle-même, dans la ſeconde *puiſſance*, la racine n'eſt multipliée que 1 fois; ainſi, le nombre de fois que la racine doit être multipliée par elle-même, eſt égal à l'expoſant diminué d'une unité. *Voyez* EXPOSANT.

Les modernes, après Deſcartes, ſe ſont contentés de diſtinguer la plus grande partie des *puiſſances* par leurs expoſans; ainſi, ils diſoient première, ſeconde, troiſième *puiſſance*, *&c.* Ce ſont les Arabes qui ont donné les premiers les noms particuliers des différentes *puiſſances*, comme quarré, cube, ou quarré-quarré, ſur-ſolide, quarré-cube, ſecond ſur-ſolide, quarré-quarré-quarré, cube-cube, quarré-ſur-ſolide, troiſième ſur-ſolide, *&c.*

Ces noms qu'a donné Diophante, & qu'ont ſuivis Viete & Oughtred, ſont le côté ou la racine, le quarré, le cube, le quarré de quarré, le quarré-cube, le cube-cube, le quarré-quarré-cube, le quarré cube-cube, le cube-cube-cube, *&c.*

Les caractères avec leſquels on déſigne les différentes *puiſſances*, ſuivant la manière des Arabes & celle de Deſcartes, ſont expoſés dans les notes ſuivantes:

2,	4,	8,	16,	32,	64,	128,	256,	512,	1024.	
R,	*q*,	*c*,	*bq*,	*ſ qc*,	*Bſ*,	*tq*,	*bc*,	*ſq*..		Arab.
a,	a^2,	a^3,	a^4,	a^5,	a^6,	a^7,	a^8,	a^9,	a^{10}..	Deſc.

D'où il ſuit qu'élever une quantité à une *puiſſance* donnée, c'eſt la même choſe que de trouver le produit qui vient en multipliant cette quantité, un certain nombre de fois par elle-même. Par exemple, élever 2 à la troiſième *puiſſance*, c'eſt la même choſe que de trouver le produit 8, dont les facteurs ou les compoſans ſont 2, 2, 2. *Voyez* QUARRÉ, CUBE, *&c.*

Les *puiſſances* du même degré ſont l'une à l'autre dans le rapport de leurs racines multipliées autant de fois que leur expoſant contient d'unités: ainſi, les quarrés ſont en raiſon doublée, les cubes en raiſon triplée; les quarrés-quarrés ou les quatrièmes *puiſſances* ſont en raiſon quadruplée. *Voyez* RAISON & RAPPORT.

Les *puiſſances* des quantités proportionnelles ſont auſſi proportionnelles l'une à l'autre. *Voyez* PROPORTION.

D'une *puiſſance* donnée extraire la racine, c'eſt la même choſe que de trouver un nombre, par exemple, 2, lequel multiplié un certain nombre de fois par lui-même, comme deux fois, produiſe la *puiſſance* donnée, telle que la troiſième *puiſſance* ou 8. *Voyez* RACINE.

Pour multiplier ou diviſer une *puiſſance* quelconque par une autre *puiſſance* de même racine, voici la régle: 1°. Pour les multiplier, ajoutez les expoſans des facteurs, la ſomme eſt l'expoſant du produit, ainſi qu'on le voit dans l'exemple ſuivant:

Facteurs.	x^3	y^m	y^m	a^m	x^r.
	x^4	y^m	y^n	a^n	x^s
Produits,	x^7	y^{2m}	y^{m+n}	a^{m+n}	x^{r+s}.

2.° Pour les diviſer, ôtez l'expoſant de la *puiſſance* du diviſeur de l'expoſant du dividende, le reſte eſt l'expoſant du quotient. Voyez les exemples ſuivans:

Divid.	x^7	x^3	y^{m+n}	y^m	$a^m\ x^n$	$a^{m-r}\ x^{n-s}$.
Diviſ.	x^4		y^n		$a^r\ x^s$	(*E*)

Commenſurable en puiſſance ſe dit de deux quantités qui ne ſont point commenſurables, mais dont les quarrés ou quelqu'autre *puiſſance* le ſont; ainſi, la diagonale d'un quarré & ſon côté ſont commenſurables en *puiſſance*, parce que le quarré de l'une eſt double du quarré de l'autre, mais la diagonale & le côté ſont incommenſurables. *Voyez* COMMENSURABLE & DIAGONALE.

PUISSANCE *de l'hyperbole*, c'eſt le quart de la ſomme des quarrés des demi-axes.

PUISSANCES *des lignes* ſont leurs quarrés, cubes, *&c.* ainſi la ſeconde *puiſſance* de la ligne a eſt repréſentée par le quarré a^2 fait ſur cette ligne la troiſième *puiſſance* par le cube a^3 dont cette ligne eſt un côté, *&c.* (*E*)

PUNCTUM, (*terme de Géométrie.*) *Voyez* POINT.

Dans l'école, on diſtingue, 1.° *punctum terminans*, qui eſt l'extrémité indiviſible de la ligne, au-delà de laquelle la ligne ne s'étend pas. *Voyez* LIGNE.

2.° *Punctum continuans*, qui eſt une quantité indiviſible par le moyen de laquelle les points d'une ligne ſont joints les uns aux autres, & forment ainſi une ligne continue. *Voyez* CONTINUITÉ.

3.° *Punctum initians*, qui eſt l'extrémité indiviſible par laquelle la ligne commence. (*E*)

PUNCTUM ex comparatione, ſignifie dans *les coniques d'Apollonius*, l'un des deux foyers d'une ellipſe, ou des hyperboles oppoſées. *Voyez* FOYER.

Punctum lineans, ſignifie, chez quelques auteurs, le point d'un cercle qui décrit une cycloïde, ou une épicycloïde. *Voyez* CYCLOÏDE & EPICYCLOÏDE. (*O*)

PUPILLA, (*Aſtron.*) nom de la LYRE, ou de la COURONNE boréale.

PURES, (*Mathématiques pures*) ſe dit des parties *des Mathématiques* qui conſidèrent en général les propriétés de la grandeur ſans application à la phyſique, telles que l'arithmétique, l'algèbre, l'analyſe, & la géométrie.

PYR

PYRAMIDAL, adj. (*Géom.*) ſe dit d'une pièce de bois ou d'autre matière, large par un

bout, & qui va en diminuant par gradation juſqu'à l'autre extrémité, où elle ſe termine en pointe, comme les cônes & les pyramides. *Voyez* PYRAMIDE. (*E*)

PYRAMIDAL, *nombres pyramidaux*, ſont les ſommes des nombres polygones formés de la même manière que les nombres polygones eux-mêmes ſont formés des progreſſions arithmétiques. *Voyez* NOMBRE & POLYGONE, *voyez auſſi* FIGURÉ.

On les appelle particulièrement *premiers pyramidaux* : les ſommes des premiers *pyramidaux* ſe nomment *ſeconds pyramidaux*. Les ſommes de ceux-ci, *troiſièmes pyramidaux*, &c. ainſi de ſuite à l'infini.

Ceux qui viennent de nombres triangulaires ſont appellés particulièrement *premiers triangulaires pyramidaux*, ceux qui viennent des nombres pentagones ſe nomment *premiers pentagones pyramidaux*, &c.

On appelle ordinairement du nom ſimple de *pyramidaux* les nombres, 1, 4, 10, 20, &c. qui ſont formés par l'addition des nombres triangulaires 1, 3, 6, 10, &c. la formule générale pour trouver les *nombres pyramidaux* eſt $n \times \frac{n+1}{2} \times \frac{n+2}{3}$ c'eſt-à-dire, que le quatrième *nombre pyramidal* ſe trouvera en mettant dans cette formule 4 à la place de n, le cinquième en mettant 5 à la place de n, &c. *Voyez les ſect. con.* de M. de l'Hôpital, *l. X. art.* 471. & 472. *voyez auſſi* FIGURÉ & POLYGONE. (*O*)

PYRAMIDE, *ſubſt.* f. (*Géom.*) eſt un ſolide terminé par un polygone quelconque *ABCDE*, *pl. Géom. fig.* 217, qui lui ſert de baſe, & par des plans triangulaires *ASB*, *BSC*, *CSD*, &c. qui s'élèvent ſur les côtés de ce polygone, & qui vont tous ſe réunir en un même point *S*, qu'on appelle *ſommet* de la pyramide.

Nous pouvons encore regarder la pyramide comme un ſolide compris entre le polygone de ſa baſe, & la ſurface qui ſeroit engendrée par le mouvement d'une ligne droite qui, en tournant autour du ſommet *S*, glifferoit le long de tous les côtés du polygone.

La perpendiculaire *SO* abaiſſée du ſommet de la pyramide ſur ſa baſe, en eſt la *hauteur*.

On dit qu'une pyramide eſt *triangulaire* (*fig.* 218), *quadrangulaire* (*fig.* 219), *pentagonale* (*fig.* 216), &c. ſelon que le polygone qui lui ſert de baſe, eſt un triangle, un quadrilatère, un pentagone, &c. En général, on emploie l'expreſſion *pyramide polygonale*, pour déſigner une pyramide dont la baſe eſt un polygone quelconque.

Lorſque le polygone de la baſe eſt régulier (*fig.* 220), & que de plus la perpendiculaire *SO*, abaiſſée du ſommet de la pyramide, paſſe par le centre de ce polygone, la pyramide eſt *régulière*.

Il eſt clair que dans ces ſortes de pyramides, tous les triangles latéraux *ASB*, *BSC*, *CSD*, &c. ſont iſoſcèles & parfaitement égaux. Si donc du ſommet *S*, l'on tire la droite *SK* perpendiculaire ſur l'un *AB* des côtés de la baſe ; cette ligne, qui tombe ſur le milieu de *AB*, pourra exprimer la hauteur de tous les triangles dont il s'agit. Elle s'appelle *l'apothême* de la pyramide régulière.

La ſurface d'une pyramide quelconque ſe trouve, en cherchant la ſurface du polygone qui lui ſert de baſe, & les ſurfaces de ſes triangles latéraux ; puis ajoutant enſemble toutes ces parties.

Si une pyramide eſt coupée par un plan quelconque, les ſurfaces de ſes parties ſont compoſées de triangles, de quadrilatères, & de polygones. Dans tous les cas, ces différentes ſurfaces ſe déterminent par les méthodes que nous avons données au *mot* POLYGONE. Nous n'avons rien à y ajouter. Les recherches ſuivantes ont ſeulement pour objet de déterminer, de la manière la plus ſimple qu'il eſt poſſible, la ſurface & les portions de ſurfaces, dans la pyramide régulière.

Si on coupe une pyramide quelconque SABCDE (*fig.* 217), *par un plan* abcde, *parallèle à ſa baſe, je dis*,

1.° *Que les deux polygones* abcde, ABCDE, *ſont ſemblables.*

2.° *Qu'en menant du ſommet* S *une droite quelconque* SO, *qui les rencontre aux points* o, O ; *les lignes* So, SO, *ſont entr'elles comme deux arrêtes homologues quelconques* Sa, SA, *ou comme deux côtés homologues quelconques* ab, AB.

1.° Car les deux plans parallèles *abcde*, *ABCDE*, étant coupés par les plans *ASB*, *BSC*, *CSD*, &c. il s'enſuit que dans les deux polygones *abcde*, *ABCDE*, les deux angles *a* & *A* ſont égaux ; les deux angles *b* & *B* ſont égaux ; les deux angles *c* & *C* ſont égaux ; &c. Ainſi, d'abord ces deux polygones ont tous les angles égaux chacun à chacun. De plus, à cauſe des triangles ſemblables *Sab*, *SAB*, on a,

$$ab : AB :: Sb : SB ;$$

à cauſe des triangles ſemblables *Sbc*, *SBC*, on a

$$Sb : SB :: bc : BC :: Sc : SC ;$$

à cauſe des triangles ſemblables *Scd*, *SCD*, on a

$$Sc : SC :: cd : CD :: Sd : SD ;$$

&c.

D'où l'on voit que, dans toutes ces ſuites, il règne le même rapport. Ainſi, en ne prenant que les termes dont on a beſoin, on aura cette ſuite de rapports égaux.

$$ab : AB :: bc : BC :: cd : CD :: \&c.$$

Donc, les deux polygones *abcde*, *ABCDE*, ont les côtés proportionnels autour des angles égaux, & ſont par conſéquent ſemblables. C. Q. F. 1.° D.

2.° Qu'on mène par l'arrête *AS* & par la droite *SO*, un plan ; les rencontres *oa*, *OA*, de ce plan avec les deux plans parallèles *abcde*, *ABCDE*, ſont parallèles. Ainſi, les deux triangles

So a, *SOA*, seront semblables ; & donneront, $So:SO::Sa:SA$. Et comme les deux triangles semblables *Sab*, *SAB*, donnent, $Sa:SA::ab:AB$, on aura encore $So:SO::ab:AB$. C. Q. F. 2.° D.

Donc, si la pyramide *SABCDE* (*fig.* 220) est régulière, la pyramide *Sabcde* le sera aussi, puisque ces deux pyramides se ressemblent en tout; c'est-à-dire, qu'elles ont pour bases des polygones réguliers semblables, & pour faces latérales, des triangles isoscèles semblables, & parfaitement égaux dans chaque pyramide. Si donc *SK* est l'apothême de la première, *Sk* sera l'apothême de la seconde.

La surface convexe d'une pyramide régulière SABCDE (*fig.* 220), *est égale à la moitié du produit de son apothême par le périmètre du polygone de sa base.*

Car la surface convexe de la pyramide est la somme de tous les triangles latéraux *ASB*, *BSC*, *CSD*, &c. Or, dans une pyramide régulière, tous ces triangles peuvent être censés avoir pour hauteur l'apothême *SK*. Ainsi, leur somme sera $\frac{SK\times AB}{2}+\frac{SK\times BC}{2}+\frac{SK\times CD}{2}+$ &c., ou bien, $\frac{SK\times(AB+BC+CD+\&c)}{2}$ C. Q. F. D.

Nous allons maintenant chercher la solidité de la pyramide, mais pour y parvenir, il faut d'abord établir le théorême suivant.

THÉORÊME.

Deux pyramides SABC, TNMPQR (*fig.* 221 & 222), *qui ont des hauteurs égales* SO, TZ, *sont entr'elles comme leurs bases, quelque figure qu'aient d'ailleurs ces bases.*

DÉMONSTRATION.

Qu'on mène parallèlement aux bases, & à distances égales des sommets & des bases, les deux plans *abc*, *mnpqr*; & soient *o*, *z*, les points où ces plans rencontrent les hauteurs *SO*, *TZ*. Les deux polygones *abc*, *ABC*, étant semblables, on a

$$abc : ABC :: \overline{ab}^2 : \overline{AB}^2 :: \overline{So}^2 : \overline{SO}^2.$$

De même, les deux polygones *mnpqr*, *MNPQR* étant semblables, on a

$$mnpqr : MNPQR :: \overline{mn}^2 : \overline{MN}^2 :: \overline{Tz}^2 : \overline{TZ}^2.$$

Or, à cause de $SO=TZ$, & de $So=Tz$, on a $\overline{So}^2 : \overline{SO}^2 :: \overline{Tz}^2 : \overline{TZ}^2$. Donc $abc : ABC : mnpqr : qr : MNPQR$, ou bien *alternando*, $abc : mnpqr :: ABC : MNPQR$. Ainsi, chaque section *abc* de la première pyramide, est à chaque section correspondante *mnpqr* de la seconde, dans le rapport constant de la base *ABC* à la base *MNPQR*. Donc, en regardant ces deux pyramides comme composées d'un même nombre infini de tranches *abc*, *mnpqr*, on conclura, que la somme des tranches qui composent la première pyramide, ou la solidité de cette pyramide, est à la somme des tranches qui composent la seconde pyramide, ou la solidité de cette pyramide, comme la base *ABC* est à la base *MNPQR*. C. Q. F. D.

COROLLAIRE.

Donc, si les deux bases des deux pyramides de même hauteur sont égales en surfaces, les deux pyramides seront égales en solidités.

Une pyramide triangulaire est le tiers d'un prisme triangulaire de même base & de même hauteur.

DÉMONSTRATION.

Car soit le prisme triangulaire *ABCFED* (*fig.* 223). Qu'on mène d'un angle *A* les diagonales *AD*, *AF* dans les faces parallélogrammiques *ABDE*, *ACFE*; & qu'on fasse passer un plan suivant ces diagonales : il partagera le prisme en deux pyramides, l'une triangulaire *ADEF* (*fig.* 224), l'autre quadrangulaire *ABCFD* (*fig.* 225). La première a même base que le prisme, & sa hauteur est la même que celle du prisme, puisque son sommet *A* est placé dans la base supérieure du prisme. Coupons la seconde par un nouveau plan, conduit suivant les arrêtes *AC*, *AD*; nous formerons deux nouvelles pyramides *ABCD*, *ACFD*, qui ont leurs sommets au même point *A*, & pour bases les triangles égaux *BCD*, *FDC*. Donc ces deux pyramides sont égales en solidités. Or, si nous comparons la pyramide *ABCD* avec la pyramide *ADFF*, & si nous les considérons comme ayant leurs sommets aux points *D* & *A*, & pour bases les triangles *BAC*, *DEF*; nous verrons que ces deux pyramides sont égales, puisqu'elles ont hauteurs égales & bases égales. Donc les trois pyramides *ADEF*, *DBAC*, *ACFD*, dans lesquelles le prisme a été décomposé, sont égales en solidité. Donc, l'une *ADEF* d'elles, qui a même base & même hanteur que le prisme, en est le tiers. C. Q. F. D.

COROLLAIRE I.

Donc, une pyramide triangulaire est le tiers du produit de sa base par sa hauteur, puisque le prisme est égal à ce produit entier.

COROLLAIRE II.

Toute pyramide *TMNPQR* (*fig.* 222) est égale au tiers du produit de sa base par sa hauteur. Car, si l'on imagine une pyramide triangulaire *SABC* (*fig.* 221), dont la hauteur *SO* soit égale à la hauteur *TZ* de la pyramide proposée, on aura $TMNPQR : SABC :: MNPQR : ABC$

Mettant pour $SABC$ ſa valeur $\frac{ABC \times SO}{3}$, ou $\frac{ABC \times TZ}{3}$, on aura $TMNPQR : \frac{ABC \times TZ}{3} :: MNPQR : ABC$; ce qui donne $TMNPQR = \frac{MNPQR \times TZ}{3}$. (*L. B.*)

PYRAMIDOIDE, ſ. m. (*Géom.*) que l'on appelle encore *fuſeau parabolique*, eſt un ſolide formé par la révolution d'une parabole autour d'une de ſes ordonnées.

On peut concevoir ce ſolide, comme composé d'une infinité de tuyaux cylindriques infiniment minces, dont les diamètres ſont tous parallèles à l'axe de la parabole par la révolution de laquelle il a été formé.

Le fuſeau parabolique eſt égale à $\frac{18}{15}$ du cylindre qui lui eſt circonſcrit.

En effet, nommant x les abſciſſes, y les ordonnées de la parabole, & $2n$ le rapport de la circonſérence au rayon; on aura $-2n.(b-x)y\,dx$ pour le tuyau cylindrique qu'on peut regarder comme l'élément du *pyramidoïde*, b étant la plus grande abſciſſe; or $x = \frac{yy}{a}$, a étant le paramètre d'où l'on voit que l'élément eſt $-2n.\left(\frac{b-yy}{a}\right)$ $\frac{2y^2\,dy}{a}$; & ſi on ſuppoſe que $y = e$, lorſque $x = b$, on aura pour l'élément du *paramidoïde*, $-2n\left(\frac{ee-yy}{a}\right) \times \frac{2y^2\,dy}{a}$, dont l'intégrale eſt $= \frac{4nee}{aa} \times \frac{y^3}{3} + \frac{4ny^5}{5aa}$, plus la conſtante $\frac{4nee}{aa} \times \frac{e^3}{3} - \frac{4ne^5}{5aa}$, afin que le ſolide devienne $= o$ lorſque $y = e$; donc en faiſant $y = o$, on aura le *pyramidoïde* $= \frac{8ne^5}{15aa} = \frac{8}{15} \times \frac{ne^4}{aa} \times e$; or $\frac{ne^4}{aa} = nbb$, ſurface de la baſe du cylindre, & e eſt la hauteur. Donc, *&c.* (*O*)

PYTHAGORE, (*ſyſtême de*) eſt celui que Copernic a renouvellé parmi nous.

On l'appella *ſyſtême de Pythagore*, parce que ce philoſophe le ſoutint, & que ſes diſciples en firent de même après lui; mais ce ſyſtême étoit encore plus ancien. *Voy.* SYSTÊME DE COPERNIC.

PYTHAGORE, (*table de*) qu'on appelle auſſi *table de multiplication*, eſt un quarré, formé de cent autres petits quarrés ou cellules, contenant le produit des différens chiffres, ou nombres ſimples, multipliés les uns par les autres. *Voyez* MULTIPLICATION.

Comme il n'eſt pas abſolument inutile que ceux qui apprennent l'Arithmétique, ſachent par cœur les différens produits contenus dans cette table, nous avons jugé à propos de la repréſenter ici, & d'y ajouter un exemple pour faire connoître la manière dont il faut s'en ſervir.

Table pythagorique, ou *table de multiplication.*

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Exemple. Supposé qu'il faille le produit de 6 multipliés par 8, cherchez le chiffre 6 dans la première colonne horizontale, qui commence par 1; enſuite cherchez le chiffre 8, dans la première colonne perpendiculaire qui commence également par 1.

Le quarré ou la cellule de rencontre, c'eſt-à-dire où la colonne horizontale de 6 ſe rencontre avec la colonne perpendiculaire de 8, contient le produit qu'on cherche, ſavoir 48.

Le théorème de *Pythagore* eſt le 47^{e}. du premier livre d'Euclide. *Voyez* TRIANGLE *&* HYPOTHÉNUSE. (*E*)

PYTHOMETRIQUES, (*échelles*) ſont celles qui indiquent les ſegmens des tonneaux dans le jeaugeage.

PYTHON, (*Aſtron.*) nom du *Dragon.*

Q U A

QUADRANGLE, ſ. m. *terme de Géométrie*, autrefois uſité par les anciens auteurs pour ſignifier une *figure qui a quatre côtés ou quatre angles.* *Voyez* QUADRILATERE.

Le quarré, le parallélogramme, le trapèſe, le rhombe & le rhomboïde, ſont des *quadrangles* ou des figures quadrangulaires. *Voyez* QUARRÉ, PARALLÉLOGRAMME, RHOMBE, *&c.*

Le quarré eſt un *quadrangle* régulier; le tra-

pèse en est un irrégulier. *Voyez* TRAPÈSE, *Chambers.* (*E*)

QUADRANGULAIRE, adj. (*Géométrie*) se dit d'une figure qui a quatre angles. *Voyez* QUADRANGLE.

QUADRAN-SOLAIRE, *Voyez* CADRAN.

QUADRAT, *aspect quadrat* (*terme de la vieille Astrologie*), c'est l'aspect de deux planetes distantes l'une de l'autre de la quatrième partie du Zodiaque, c'est-à-dire, de 90 degrés. L'aspect *quadrat* s'appelle aussi *quadrature*. *Voyez* ASPECT, & QUADRATURE. On marque ainsi le *quadrat* aspect □. (*E*)

QUADRATIQUE, adj. (*Algèbre*) équation *quadratique*, qu'on appelle plus communément *équation du second degré*, c'est une équation où la quantité inconnue monte à deux dimensions, c'est-à-dire, une équation qui renferme le quarré de la racine ou du nombre cherché : telle est l'équation $x^2 = ax + b^2$. *Voyez* EQUATION.

Les équations *quadratiques* sont de deux espèces ; les unes sont pures ou simples, & les autres sont affectées.

Les équations *quadratiques* simples sont celles où le quarré de la racine inconnue se trouve seul, & est égal à un nombre donné ou à une quantité connue ; comme dans les équations $xx = 36$; $yy = 133225$; $xx = aa + bb$.

La résolution de ces équations est fort aisée ; car il est évident qu'il ne s'agit que d'extraire la racine quarré du nombre ou de la quantité connue. *Voyez* RACINE.

Ainsi, dans la première équation, la valeur de x est égal à 6 ; dans la seconde, $y = 365$.

Les équations *quadratiques* affectées sont celles qui renferment quelque puissance intermédiaire du nombre inconnu, outre la plus haute puissance de ce nombre, & le nombre absolu donné, telle que l'équation $xx + 2bx = 100$.

Toutes les équations de cet ordre sont représentées par l'une ou l'autre des formes suivantes, $xx + ex = R$; $xx - ex = R$; $ex - xx = R$.

Il y a différentes méthodes d'extraire les racines des équations *quadratiques* affectées ; la plus commode est celle-ci : supposons que $x^2 + ax = b^2$, on rendra $x^2 + ax$ un quarré parfait, en y ajoutant $\frac{aa}{4}$, afin d'avoir $xx + ax + \frac{aa}{4}$, qui est le quarré de $x + \frac{a}{2}$: après quoi, la racine quarrée peut s'extraire de la manière suivante.

$$x^2 + ax = b^2.$$
$$+\tfrac{1}{4}aa \qquad \tfrac{1}{4}aa \text{ ajouté.}$$
$$x^2 + ax + \tfrac{1}{4}aa = b^2 + \tfrac{1}{4}aa.$$
$$x + \tfrac{1}{2}a = \pm\sqrt{b^2 + \tfrac{1}{4}aa.}$$
$$x = -\tfrac{1}{2}a \pm \sqrt{b^2 + \tfrac{1}{4}aa.}$$

Voyez au reste des remarques importantes sur ces formules, au *mot* EQUATION ; & sur la construction des équations *quadratiques*, *voyez* CONSTRUCTION.

QUADRATRICE s. f. *en Géométrie*, est une courbe méchanique, par le moyen de laquelle on peut trouver des rectangles ou quarrés égaux à des portions de cercle, ou en général à des portions d'espaces curvilignes. *Voyez* CERCLE, QUADRATURE, &c.

Pour parler plus exactement, la *quadratrice* d'une courbe est une courbe transcendante décrite sur le même axe que la courbe principale, dont les demi-ordonnées étant connues, servent à trouver la quadrature des espaces qui leur correspondent dans l'autre courbe. *Voyez* COURBE.

Par exemple, on peut appeller *quadratrice* de l'hyperbole AMC, la courbe AND (*Pl. analyf. fig.* 46), dans laquelle les ordonnées PN, sont telles qu'on a $APMA = PN^2$, ou $APMA = AP.PN$, ou enfin $APMA = a.PN$, *a étant* une constante. Voilà donc trois espèces de *quadratrices* de la parabole.

La plus célèbre des *quadratrices*, est celle de Dinostrate pour le cercle.

Cette *quadratrice* est une courbe AMD, (*Pl. analyf. fig.* 47), par le moyen de laquelle on trouve la quadrature du cercle, non point géométriquement, mais d'une manière méchanique. Elle est ainsi appellée de Dinostrate, qui en est l'inventeur.

Soit $CANB$ un quart de cercle, à un point quelconque N du quart de circonférence, menez le rayon GN : prenez le point P de manière qu'on ait le quart de circonférence $ANB : AN = AC : AP$. Par ce point P menez la perpendiculaire PM jusqu'à ce qu'elle rencontre le rayon CN en M ; le point M sera à la *quadratrice* AMD.

Après cette construction de la *quadratrice*, il est facile de trouver son équation. Pour cela soit a le rayon du quart de cercle, $AP = x$; $PM = y$ & b la dernière ordonnée CD de la *quadratrice* ; on a, par la construction, $AN = x\frac{ANB}{a}$, donc $1 : \text{tang. } x\frac{ANB}{a^2} = a - x : y$; donc $y = (a - x)\text{ tang. }\frac{x.ANB}{a^2}$, expression qui devient $\frac{o}{o}$ quand $x = a$. Dans ce cas, il faut employer la méthode des fractions indéterminées, (*Voy. ce mot*) & on trouvera $b = \frac{a^2}{ANB}$; donc le quart de cercle $CANB = \frac{a^3}{2b}$, & l'équation de la courbe est $y = (a - x)\text{ tang. }\frac{x}{b}$.

QUADRATURE, s. f. *terme de Géométrie* ; manière de quarrer ou de réduire une figure en un quarré, ou de trouver un quarré égal à une figure proposée.

Ainsi, la *quadrature* d'un cercle, d'une para-

bole, d'une ellipse, d'un triangle, ou autre figure semblable, consiste à faire un quarré égal en surface à l'une ou à l'autre de ces figures. *Voyez* CERCLE, *&c.*

La *quadrature* des figures rectilignes est du ressort de la Géométrie élémentaire; il ne s'agit que de trouver leur aire ou superficie, & de la transformer en un parallélogramme rectangle.

Il est facile ensuite d'avoir un quarré égal à ce rectangle, puisqu'il ne faut pour cela que trouver une moyenne proportionnelle entre les deux côtés du rectangle. *Voyez* AIRE, QUARRÉ. *Voyez* aussi les méthodes particulières de trouver les superficies de ces figures aux *mots* TRIANGLE, PARALLÉLOGRAMME, TRAPÈSE, *&c.*

La *quadrature* des courbes, c'est-à-dire la manière de mesurer leur surface, ou de trouver un espace rectiligne égal à un espace curviligne, est une matière d'une spéculation plus profonde, & qui fait partie de la Géométrie sublime. Archimède paroît être le premier qui ait donné la *quadrature* d'un espace curviligne, en trouvant la *quadrature* de la parabole.

Quoique la *quadrature* des figures, sur-tout celle du cercle, ait été l'objet de l'application des plus fameux mathématiciens de l'antiquité, on peut dire qu'on n'a rien fait de considérable sur cette matière, que vers le milieu du dernier siécle; savoir en 1657, que MM. Neil & Brownker, & après eux M. Christophe Wren, ont trouvé les moyens de démontrer géométriquement l'égalité de quelques espaces curvilignes, avec des espaces rectilignes.

Quelques tems après, plusieurs géomètres, tant Anglois que des autres nations, firent les mêmes tentatives sur d'autres courbes, & réduisirent le problême au calcul analytique. Mercator en publia pour la première fois l'essai en 1688, dans une démonstration de la *quadrature* de l'hyperbole de milord Brownker, dans laquelle il se servit de la méthode de Wallis pour réduire une fraction en une suite infinie par le moyen de la division.

Il paroît cependant, pour le dire en passant, que M. Newton avoit déjà découvert le moyen de trouver la *quadrature* des courbes par sa méthode des fluxions, avant l'année 1668. *Voyez* FLUXION.

Messieurs Christophe Wren & Huyghens se disputent la gloire d'avoir découvert la *quadrature* d'une portion de la cycloïde. M. Leibnitz découvrit ensuite celle d'une autre portion; &, en 1699, M. Bernoulli découvrit celle d'une infinité de segmens & de secteurs de cycloïde. *Voyez* les *mém. de l'acad. de* 1699.

QUADRATURE DU CERCLE, est la manière de trouver un quarré égal à un cercle donné. Ce problême a occupé inutilement les mathématiciens de tous les siécles. *Voyez* CERCLE.

Il se réduit à déterminer le rapport du diamètre à la circonférence, ce qu'on n'a pu faire encore jusqu'ici avec précision.

Si ce rapport étoit connu, on auroit aisément la *quadrature du cercle*, puisqu'il est démontré que sa surface est égale à celle d'un triangle rectangle qui a pour hauteur le rayon du cercle, & pour base une ligne égale à sa circonférence. Il n'est donc besoin pour quarrer le cercle que de le rectifier. *Voyez* CIRCONFÉRENCE & RECTIFICATION.

Le problême de la *quadrature du cercle* consiste proprement dans l'alternative de trouver cette *quadrature* ou de la démontrer impossible. La plupart des géomètres n'entendent par *quadrature du cercle* que la première partie de cette alternative; cependant la seconde résoudroit parfaitement le problême. M. Newton a déjà démontré dans le premier livre de ses principes mathématiques, *sect. VI, tom. XXVIII*, que la *quadrature* indéfinie du cercle, & en général de toute courbe ovale, étoit impossible, c'est-à-dire, qu'on ne pouvoit trouver une méthode pour quarrer à volonté une portion quelconque de l'aire du cercle; mais il n'est pas encore prouvé qu'on ne puisse avoir la *quadrature* absolue du cercle entier. Si on avoit le rapport du diamètre à la circonférence, on auroit, comme on l'a déjà dit, la *quadrature du cercle*, d'où il suit que, pour quarrer le cercle, il suffit de le rectifier, ou plutôt que l'un ne peut se faire sans l'autre. Il n'y a point de courbe qui réellement & en elle-même ne soit égale à quelque ligne droite; car il n'y en a point que l'on ne puisse concevoir exactement enveloppée d'un fil, & puis développée; mais il faut pour les géomètres que ce qu'ils connoissent de la nature de la courbe puisse leur servir à trouver cette ligne droite, ou ce qui revient au même, il faut que cette ligne soit renfermée dans des rapports connus, de manière à pouvoir elle-même être exactement connue. Or quoiqu'elle y soit toujours renfermée, elle ne l'est pas toujours de la manière dont nous aurions besoin; au-delà d'un certain point, qui n'est pas même fort éloigné, nos lumières nous abandonnent & aboutissent à des ténèbres.

Ceux qui desireront un plus grand détail sur la *quadrature du cercle*, peuvent avoir recours à l'ouvrage que M. Montucla a publié, en 1754, sur ce sujet, sous le titre d'*histoire des recherches sur la quadrature du cercle.* Ils y trouveront un récit fidèle, savant & raisonné des travaux des plus grands géomètres sur cette matière, & ils y apprendront à se prémunir contre les promesses, les jactances & les inepties des quadrateurs. Une de leurs principales prétentions est de croire que le problême de la *quadrature du cercle* est fort important pour les longitudes; en quoi ils se trompent grossièrement, ces deux problêmes n'ayant aucun rapport.

Plusieurs géomètres ont approché fort près de ce rapport. Archimède paroît avoir été un des premiers qui ont tenté de le découvrir, & a trouvé

par le moyen des polygones réguliers de 96 côtés inscrits & circonscrits au cercle, que ce rapport est comme 7 à 22. *Voyez* POLYGONE.

Quelques-uns des modernes ont approché beaucoup plus près, sur-tout Ludolphe de Ceulen qui a trouvé après des calculs immenses, qu'en supposant que ce diamètre soit 1, la circonférence est plus petite que 3. 14159265358979323846264338327950; mais plus grande que ce nombre en mettant l'unité pour dernier chiffre. M. de Lagny a étendu ce calcul.

Les géomètres ont encore eu recours à d'autres moyens, sur-tout à des espèces de courbes particulières qu'on appelle *quadratrices*; mais comme ces courbes sont méchaniques ou transcendantes, & non point géométriques, elles ne satisfont point exactement à la solution du problême, & ce moyen n'est, dans le fait, qu'une pétition de principes. *Voy.* TRANSCENDANT, MÉCHANISME & QUADRATRICE.

On a donc recouru à l'analyse, & tenté de résoudre ce problême par plusieurs méthodes différentes, & principalement en employant certaines séries qui donnent la *quadrature* approchée du cercle par une progression des termes. *Voyez* SÉRIE *ou* SUITE.

En cherchant par exemple une ligne droite égale à la circonférence d'un cercle, on trouve en supposant l'unité pour le diamètre, que la circonférence doit être $4 - \frac{4}{3} + \frac{4}{5} - \frac{4}{7} + \frac{4}{9}$ &c. qui forment une suite infinie de fractions dont le numérateur est toujours 4, & dont les dénominateurs sont dans la suite naturelle des nombres inégaux; & tous ces termes sont alternativement trop grands & trop petits.

Si l'on pouvoit trouver la somme de cette suite, on auroit la *quadrature du cercle*; mais on ne l'a point encore trouvée, & il y a même apparence qu'on ne la découvrira de long-tems. On n'a point cependant démontré que la chose soit impossible, ni par conséquent que la *quadrature du cercle* le soit aussi.

D'ailleurs comme on peut exprimer la même grandeur par différentes séries, il peut se faire aussi que l'on puisse exprimer la circonférence d'un cercle par quelque autre série dont on puisse trouver la somme.

Nous avons deux suites infinies qui expriment la raison de la circonférence au diamètre, quoique d'une manière indéfinie. La première a été découverte par M. Newton, qui a trouvé, en supposant $\frac{1}{2}$ pour le rayon, que le quart de la circonférence est $1 - \frac{1}{6} - \frac{1}{40} - \frac{1}{112}$, &c. La seconde est de M. Leibnitz, qui trouve de même que le rayon étant $\frac{1}{2}$ l'arc de 45 degrés, est la moitié de $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9}$, &c. Voici la manière de trouver chacune de ces séries par le calcul intégral; on la doit à Neuton.

Quadrature du cercle par Neuton. Soit le rayon du cercle $AC = 1$) *Planch. d'anal. fig.* 48.) $CP = x$, $y = \sqrt{(1 - x^2)}$, & $\sqrt{1 - x^2} = 1 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{8}x^4 - \frac{1}{16}x^6 - \frac{5}{128}x^8 - \frac{7}{256}x^{10}$, &c. à l'infini. *Voyez* BINOME. Donc $PpmM$ ou $y\,dx = dx - \frac{1}{2}x^2\,dx - \frac{1}{8}x^4\,dx - \frac{1}{16}x^6\,dx - \frac{5}{128}x^8\,dx - \frac{7}{256}x^{10}\,dx =$ &c. à l'infini.

Et $s\,y\,dx = x - \frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{40}x^5 - \frac{1}{112}x^7 - \frac{1}{1152}x^9 - \frac{7}{2816}x^{11}$ à l'infini.

Lorsque x devient égal au rayon CA, l'espace $DCPM$ se change en un quart-de-cercle. Substituant donc 1 à x, le quart-de-cercle sera $1 - \frac{1}{6} - \frac{1}{40} - \frac{1}{112} - \frac{1}{1152} - \frac{7}{2816}$, &c. à l'infini. Cette même série peut servir à mesurer la surface entière du cercle, en supposant son diamètre $= \frac{1}{2}$.

Quadrature du cercle par M. Leibnitz. Soit la tangente KB (*Pl. d'analyse fig.* 49) $= x$, $BC = 1$; la secante AC infiniment proche de CK; décrivez avec le rayon CK le petit arc KL: vous aurez $AK = dx$, $KC = \sqrt{(1 + x^2)}$. Maintenant puisque les angles B & L sont droits, & l'angle $BKC = KAC$ à cause de la petitesse infinie de l'angle KCL, nous aurons

$KC : BC :: KA : KL$, c'est-à-dire,

$$\sqrt{(1 + x^2)} : 1 :: dx : \frac{dx}{\sqrt{(1 + x^2)}} = KL$$

De plus, $CK : KL :: CM : mM$; c'est-à-dire,

$$\sqrt{(1 - x^2)} : \frac{dx}{\sqrt{(1 + x^2)}} :: 1 : \frac{dx}{1 + x^2} = Mm$$

Donc le secteur $CMm = \frac{1}{2}dx : (1 + x^2) = \frac{1}{2}(dx - x^2\,dx + x^4\,dx - x^6\,dx + x^8\,dx - x^{10}$ &c.) & l'on trouve, par le calcul intégral, le secteur BCM (dont la tangente KB est x) $\frac{1}{2}x - \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{10}x^5 - \frac{1}{14}x^7 + \frac{1}{18}x^9 - \frac{1}{22}x^{11}$ &c. & ainsi à l'infini. C'est pourquoi si BM est la huitième partie du cercle ou un arc de 45^d. le secteur sera $\frac{1}{2} - \frac{1}{6} + \frac{1}{10} - \frac{1}{14}$ &c. à l'infini. Donc le double de cette série $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11}$ &c. à l'infini, est le quart de cercle.

Quadrature des lunules. Quoiqu'on n'ait point encore trouvé jusqu'ici la *quadrature* parfaite du cercle entier, on a cependant découvert les moyens de quarrer plusieurs de ses portions. Hippocrate de Chio est le premier qui ait quarré une portion du cercle à qui sa figure a fait donner le nom de *lunule*. *Voyez* LUNULE.

Cette *quadrature* ne dépend point de celle du cercle; mais aussi ne s'étend-elle que sur la lunule entière ou sur sa moitié.

Quelques géomètres modernes ont cependant trouvé la *quadrature* d'une portion de la lunule à volonté, indépendamment de celle du cercle; mais elle est toujours sujette à certaine restriction, qui empêche que la *quadrature* ne soit parfaite, ou, pour me servir du langage des Géomètres, absolue & indéfinie.

Le Marquis de l'Hôpital a donné, en 1701, une nouvelle manière de quarrer les parties de la lunule prises en différentes manières & sous différentes conditions: mais elle est sujette aux mêmes imperfections que les autres.

Quadrature

Quadrature de l'ellipſe. L'ellipſe eſt une courbe dont on n'a point encore trouvé la *quadrature* exacte ; ce qui oblige d'avoir recours à une ſérie. Soit AC (*Planc. anal. fig.* 50.) $= a$, $GC = c$, $PC = x$, on aura

$$y^2 = c^2 (a^2 - x^2) : a^2$$
$$y = c\sqrt{(a^2 - x^2)} : a$$

mais $\sqrt{(a^2 - x^2)} = a - \frac{x^2}{2a} - \frac{x^4}{8a^3} - \frac{x^6}{16a^5} - \frac{5x^8}{128a^7} - \frac{7x^{10}}{256a^9}$ à l'infini. Donc $y\,dx = c\,dx - \frac{cx^2dx}{2a^2} - \frac{cx^4dx}{8a^4} - \frac{cx^6dx}{16a^6} - \frac{5cx^8dx}{128a^8} - \frac{7cx^{10}dx}{256a^{10}}$, &c. à l'infini.

Si l'on intègre & ſi l'on ſubſtitue a au lieu de x, le quart de l'ellipſe ſera $ac - \frac{1}{6}ac - \frac{1}{40}ac - \frac{1}{112}ac - \frac{5}{1152}ac - \frac{7}{2816}ac$, &c. à l'infini.

Il ſuit de-là 1.° que ſi on fait $\sqrt{ac} = 1$, l'aire de l'ellipſe ſera $= 1 - \frac{1}{6} - \frac{1}{40} - \frac{1}{112} - \frac{5}{1152} - \frac{7}{2816}$, &c. à l'infini. D'où il eſt évident qu'une ellipſe eſt égale à un cercle dont le diamètre eſt moyen proportionnel entre les axes conjugués de cette même ellipſe. 2.° Qu'une ellipſe eſt à un cercle dont le diamètre eſt égal au grand axe, comme ac à a^2 ; c'eſt-à-dire comme c à a, ou comme le petit axe eſt au grand. D'où il ſuit que la *quadrature du cercle* donne celle de l'ellipſe ; & au contraire.

Quadrature de la parabole. Soit $ax = y^2$ l'équation de la parabole, donc $y = \sqrt{ax} = a^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}$: donc $y\,dx = a^{1:2}\,x^{1:2}\,dx$. Donc $sy\,dx = \frac{2}{3}a^{1:2}\,x^{3:2} = \frac{2}{3}\sqrt{ax^3} = \frac{2}{3}xy$.

D'où il ſuit que l'eſpace parabolique eſt au rectangle de la demi-ordonnée par l'abſciſſe comme $\frac{2}{3}xy$ à xy, c'eſt-à-dire comme 2 à 3.

Si la courbe n'étoit point décrite, & que l'on n'eût que ſon équation, en ſorte que l'on ne ſût point où l'on doit fixer l'origine de x, on feroit $x = o$ dans l'intégrale ; & effaçant tout ce qui eſt multiplié par x, on ajouteroit le reſtant, ſuppoſé qu'il y en eût, avec un ſigne contraire, & l'on auroit la *quadrature* cherchée. Mais cela demanderoit un détail trop profond pour appartenir à cet ouvrage : on en verra un exemple à la fin de cet article.

Quadrature de l'hyperbole. Mercator de Holſten, l'inventeur des ſuites infinies, eſt le premier qui en ait donné la *quadrature* analytique : il trouvoit ſa ſuite par la diviſion ; mais MM. Newton & Leibnitz ont perfectionné ſa méthode.

Manière de quarrer l'hyperbole entre ſes aſymptotes, ſuivant la méthode de Mercator. Puiſque dans une hyperbole entre ſes aſymptotes, $a^2 = by + xy$; ſi $a = b = 1$, ce que l'on peut ſuppoſer, puiſque la détermination de b eſt arbitraire, on aura

$$1 = y + xy$$
$$1 : (1 + x) = y,$$

c'eſt-à-dire (en faiſant actuellement la diviſion)

$$y = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - x^5 + x^6 \text{ \&c.}$$
$$ydx = dx - xdx + x^2dx - x^3dx + x^4dx - x^5 - dx + x^6dx, \text{\&c.}$$
$$sydx = x - \tfrac{1}{2}x^2 + \tfrac{1}{3}x^3 - \tfrac{1}{4}x^4 + \tfrac{1}{3}x^5 - \tfrac{1}{6}x^6 + \tfrac{1}{7}x^7 \text{ \&c.}$$

à l'infini.

Quadrature de la cycloïde. On a dans cette courbe (*Pl. anal. fig.* 51.) $MQ = PQ +$ l'arc $AP = \sqrt{2ax - x^2} + \frac{\int a\,dx}{\sqrt{2ax - x^2}}$, donc l'élément $MQmq$ de l'aire *cycloïdale* $dx\sqrt{2ax - x^2} + dx\frac{\int a\,dx}{\sqrt{2ax - x^2}}$, en nommant a le rayon du cercle générateur, & x l'abſciſſe AQ ; donc l'aire $AMQ = APQ + x\frac{\int a\,dx}{\sqrt{1ax - x^1}} - \frac{\int ax\,dx}{\sqrt{2ax - x^2}} = APQ + a.PQ - (a - x)$ arc AP. Donc l'aire de la *cycloïde* entière eſt triple de ſon cercle générateur.

Quadrature de la logarithmique. Soit la ſoutangente PT (*Pl. anal. fig.* 52) a, $PM = y$, $= Pp = dx$, on aura

$$ydx : dy = a$$
$$ydx = ady$$
$$sydx = ay$$

Donc l'eſpace indéterminé $HPMI$ eſt égal au rectangle de PM par PT. Soit 1.° $QS = z$ pour lors l'eſpace $SQH = az$ (& par conſéquent $SMPQ = ay - az = a(y - z)$; c'eſt-à-dire que l'eſpace compris entre deux ordonnées eſt égal au rectangle de la ſoutangente, par la différence de ces ordonnées. 2.° Donc l'eſpace $BAPM$ eſt à l'eſpace $PMSQ$ comme la différence des ordonnées AB & PM eſt à celle des ordonnées PM & SQ.

Quadrature de la courbe de Deſcartes, exprimée par l'équation $b^2 : x^2 :: b - x : y$.

$$\text{Puiſque } b^2y = bx^2 - x^3$$
$$\text{on a } y = (bx^2 - x^3) : b^2$$
$$ydx = (bx^2dx - x^3dx) : b^2$$
$$\text{\& } sydx = x^3 : 3b - x^4 : 4b^2.$$

Quadrature de toutes les courbes compriſes ſous l'équation générale $y = \sqrt[m]{(x + a)}$.

$$\text{Puiſque } y = (x + a)^{1:m}$$
$$\text{on a } ydx = dx(x + a)^{1:m}$$

Pour rendre l'élément intégrable, ſuppoſons

$$(x + a)^{1:m} = v$$
$$\text{on aura } x + a = v^m$$
$$dx = mv^{m-1}dv$$
$$ydx = mv^m dv$$
$$sydx = \frac{mv^{m+1}}{m+1} = \frac{m}{m+1}(x + a)\sqrt[m]{(x + a)}$$

soit $x=o$: le restant est $\frac{m}{m+1} a \sqrt[m]{a}$. Donc l'aire de la courbe est $\frac{m}{m+1}(x+a)\sqrt[m]{(x+a)} - \frac{ma\sqrt[m]{a}}{m+1}$.

Comme les méthodes pour la *quadrature* des courbes sont presque toutes fondées ou sur les suites, ou sur le calcul intégral, il s'ensuit que, pour se mettre au fait de cette matière, il faut se rendre familier l'usage des suites & les méthodes du calcul intégral. *Voyez* SUITE, CALCUL INTÉGRAL, *& le dernier mot* QUADRATURE. (*O*).

QUADRATURE DU CERCLE. Il n'est point de recherche qui ait été tentée avec plus d'opiniâtreté & plus souvent que celle de la *quadrature du cercle.* L'importance d'une telle découverte, l'utilité dont on a cru qu'elle seroit dans les sciences mathématiques, l'amour de la gloire, ce puissant motif de toutes nos études & de nos veilles, ont dû engager à cette recherche.

Cette découverte a été l'écueil de tous les Géomètres anciens & modernes. Anaxagore la tenta dans sa prison; Hypocrate plus heureux découvrit les lunules; Archimède a donné le fameux rapport de 7 à 22; Métius est connu par celui de 113 à 355. Nombre d'autres Géomètres qui sont venus depuis ont perfectionné & étendu ces rapports. De laborieux calculateurs l'ont poussé jusqu'à 126 chiffres, de sorte que sur un globe dont le diamètre seroit la distance d'ici au soleil, on approcheroit de la quadrature à un cheveu près, ce qui est sûrement fort satisfaisant.

Tant de rapports approchés de la *quadrature du cercle*, auroient dû, ce me semble, faire soupçonner que cette découverte pouvoit être impossible. On se souvient de cet enfant à dent d'or, dont parle M. de Fontenelle. De très-graves docteurs cherchèrent long-tems pour savoir comment un enfant pouvoit naître avec une dent d'or. Quand on eut bien disputé & qu'on vint à examiner la dent sans prévention, on découvrit qu'elle avoit été ajoutée. Il pourroit en être à-peu-près de même de la quadrature; avant de s'opiniâtrer à la rechercher, il auroit été bon d'examiner, si cette découverte n'est pas impossible. Je vais hazarder quelques réflexions sur ce sujet que je soumets au jugement des Géomètres.

Dans toutes les sciences, une des principales causes de nos erreurs & des recherches inutiles, où l'on s'engage, c'est qu'on ne revient pas assez souvent sur les principes & sur les définitions. La géométrie est une science toute intellectuelle; les lignes droites, courbes, toutes les figures qui en font l'objet, n'ont d'existence réelle que dans l'entendement du Géomètre. On ne trouve pas dans la nature des lignes qui soient exactement droites, courbes, de triangle, de cercle, &, comme l'a très-bien remarqué un des plus beaux génies de notre siècle (M. de Buffon) toutes ces figures géométriques auxquelles nous rapportons les productions de la nature, avec lesquelles nous voulons les mesurer, les comparer, n'ont servi qu'à nous tromper. Nous avons jugé qu'une chose étoit simple, lorsqu'elle s'y rapportoit aisément; nous avons appellé composées celles qui nous ont paru s'en éloigner davantage, & dans le vrai les figures simples de la géométrie sont les figures composées de la nature. Rien au premier coup-d'œil ne paroît plus simple que le cercle, rien cependant n'est plus composé pour la nature, puisque rien n'y est plus rare, & comme le but de la géométrie est de tout mesurer, la mesure commune que les Géomètres sont convenus d'employer est le quarré; ainsi déterminer la *quadrature du cercle*, c'est rechercher combien sa surface contient de quarrés. On réduit fort aisément toutes les figures, comme les triangles, les rectangles, les polygones à cette mesure; le cercle seul avec un petit nombre d'autres courbes qui en dépendent, s'y sont jusques à présent constamment refusés, & le cercle qui paroît si simple au premier coup-d'œil, est devenu la plus difficile de toutes les figures, si on la considère par rapport à sa quadrature.

Toute la géométrie étant dépendante des définitions, si on a défini la ligne droite d'une certaine manière, la ligne courbe d'une autre, ces définitions une fois admises, on ne peut ni les altérer ni les changer; car alors les conséquences qu'on en tireroit n'étant plus conformes à ces définitions, seroient fausses ou contradictoires : par exemple, la diagonale d'un quarré étant incommensurable avec le côté, cette incommensurabilité ne dépend que de la définition du quarré, car si l'on prolongeoit les côtés du quarré & qu'on en fît un parallélogramme, la diagonale alors ne seroit plus incommensurable avec le côté; ainsi, si le cercle n'est pas quarrable, ou, ce qui est la même chose, si on ne peut déterminer le rapport du diamètre à la circonférence, cela peut dépendre de la définition du cercle & de la manière dont on le considère. Nous allons nous en convaincre.

La géométrie est une science exacte; les à-peu-près ne sont pas de son domaine, elle se pique d'être rigoureuse dans toutes les figures qui font son objet. La ligne droite est exactement & rigoureusement droite. Le cercle est rigoureusement courbe & d'une courbure uniforme dans tout son contour : ces deux lignes la droite & la circulaire, sont seules de leur nature, car les figures intellectuelles sont nécessairement renfermées entre certaines limites, comme les choses physiques. Si cela n'étoit pas, la géométrie auroit ses monstres comme la nature. Epicure disoit, la matière & l'espace sont les dieux de l'Univers; le Géomètre pourroit dire avec plus de raison, la ligne droite & le cercle, voilà la matière première;

les principes de la géomètrie ; toutes les figures géométriques en sont composées ; le triangle, le rectangle, le quarré, &c.... sont formés des combinaisons de la ligne droite ; la parabole, l'ellipse, la cycloïde, la quadratrice sont formées des combinaisons du cercle ou de la ligne droite, ou des deux ensemble.

Les sciences spéculatives, comme les sciences physiques, ont leurs principes, leurs élémens, & c'est parce qu'on ne s'est pas assez attaché dans toutes les sciences à découvrir ces principes, qu'on est souvent tombé dans l'erreur. La métaphysique a ses principes, la théologie a aussi les siens ; le cercle & la ligne droite sont ceux de la géométrie ; ces principes ne sont pas de convention, ils sont nécessaires, si par principes, en géométrie, on entend ce qui sert à la composition des figures. On ne peut pas plus confondre ces principes, qu'on ne peut confondre la matière avec l'espace ; peut-être que si on y eût fait plus d'attention, on auroit senti que ce seroit ébranler la science par les fondemens que de rechercher la quadrature, que de réduire le cercle en quarré, que de déterminer le rapport de la circonférence à une ligne droite ; c'est vouloir de deux principes nécessaires & différens n'en avoir qu'un ; la circonférence doit être, par sa nature, incommensurable avec le diamètre : car comme il n'y a qu'une seule ligne droite, il ne peut y avoir qu'une seule ligne circulaire ; toutes les autres figures sont composées de l'une ou de l'autre ou des deux ensemble ; l'ellipse, la parabole, la cycloïde, &c., sont des composés de suite d'une infinité de petites lignes droites ou circulaires, disposées suivant un certain rapport de l'abscisse à l'ordonnée ; ces figures pourront être toutes quarrables, sur-tout celles où il n'entre pas d'élémens circulaires dans leurs compositions ; car ce qui est composé peut toujours être réduit en ses élémens, & on pourra toujours déterminer le rapport de la courbure de ces lignes à une ligne droite ; c'est comme si l'on demandoit de déterminer le rapport d'une suite de petites lignes droites à une ligne droite donnée ; mais la nature du cercle étant d'être courbe, & courbe dans tous ses points, quelque partie infiniment petite de son contour que l'on considère, il y aura toujours une courbure que l'esprit conçoit, quoiqu'elle ne tombe pas sous les sens ; & vouloir mesurer cette courbure avec une ligne droite, c'est vouloir mesurer un solide avec un plan, une ligne droite avec une surface.

Le rapport du diamètre à la circonférence est donc impossible ; ces deux lignes sont par leur nature intellectuelle incommensurables. La ligne courbe ou circulaire ne peut point avoir un rapport exact avec la ligne droite, par la raison que l'une est courbe, & que l'autre est droite ; on ne peut appliquer une mesure commune à l'une & à l'autre ; car on conçoit qu'une ligne courbe ne peut se mesurer qu'avec une ligne courbe, comme une ligne droite avec une ligne droite, un plan avec un plan & un solide avec un solide. Quelque petite que soit la mesure qu'on emploie en l'appliquant sur la ligne droite & ensuite sur la ligne circulaire, elle ne pourra les mesurer exactement, la ligne courbe excédera toujours la ligne droite ; plus cette mesure sera petite, plus elle approchera d'être la mesure commune de tous les deux ; mais il s'en manquera toujours quelque chose, quelqu'exacte que puisse être la mesure : c'est la raison pourquoi on détermine d'aussi près que l'on veut le rapport du cercle à la circonférence, sans jamais pouvoir y atteindre entièrement.

Il faut ici remarquer une propriété du cercle qui lui est particulière & qui résulte de son contour régulier, de la distance égale de tous les points de la circonférence à un même centre, de la manière dont on peut envisager sa surface, comme composée d'une infinité de petits triangles qui auront tous une même base, qui est une portion circulaire, & même hauteur qui est le rayon ; cette propriété est, que si l'on pouvoit déterminer un espace rectiligne égal à la surface du cercle, on auroit en même-tems une ligne droite égale à la circonférence & réciproquement : mais il est clair que cette détermination n'est & ne peut être qu'idéale, car quelque infiniment petit que soit la base de ces triangles, il n'est pas moins vrai que ce sont des bases circulaires, des portions de cercle, qu'aucune ligne droite ne peut mesurer, & le nombre de ces triangles, fût-il multiplié à l'infini, dès que leur base est censé une portion du cercle, elle ne peut jamais, d'après les définitions du cercle, se confondre avec la ligne droite.

De tout tems les Géomètres ont regardé le cercle comme un polygone d'un nombre infini de côtés ; ils ont cherché le rapport d'un polygone inscrit à un autre polygone circonscrit, dont les côtés de chacun diminuant continuellement, se confondroient dans l'infini avec le cercle ; ils ont de cette manière trouvé des suites infinies qui exprimoient ce rapport ; mais cette manière même de procéder & ses résultats n'auroient-ils pas dû les convaincre qu'on pouvoit en approcher sans cesse ; & qu'inutilement ils auroient fait des efforts pour y atteindre & parvenir à un rapport exact. Déterminer exactement ce rapport ou plutôt chercher la *quadrature du cercle*, c'est chercher des limites réelles à ce qui est infini, à ce qu'on conçoit tel & qu'on établit tel ; car ces polygones dont les côtés diminuent sans cesse, se confondroient avec le cercle ; mais, ne pouvant l'atteindre que dans l'infini, on conçoit qu'ils ne pourront jamais y parvenir.

Comment n'a-t-on pas soupçonné qu'on ne trouveroit jamais une ligne droite égale à la circonférence ? On s'est laissé séduire trop aisément par la rectification de quelques courbes ; on n'a point fait attention que ces lignes dont on trouve la rectification ne sont que des polygones dont l'angle de la courbure des côtés infi-

niment petits varioit suivant un certain rapport des ordonnées à l'abscisse ; ces petits côtés étant moindres qu'aucune grandeur donnée. On ne peut concevoir, comme je l'ai déjà dit, que deux sortes de lignes, la droite & la circulaire ; elles sont les élémens de toutes les autres ; les figures géométriques sont composées de celles-ci ; mais on ne peut pas confondre la ligne circulaire avec la ligne droite, on ne peut pas les appliquer les unes sur les autres pour en chercher l'égalité ou le rapport. Qu'on se représente un arc circulaire posé sur une ligne droite, la ligne droite sera la plus courte ; si l'arc circulaire diminue continuellement & successivement, ainsi que la ligne droite qui le porte, il pourra s'approcher sans cesse de cette dernière ; mais enfin, s'en faudra-t-il toujours d'un infiniment petit qu'il ne se confonde avec elle. On ne peut donc trouver une mesure commune à la ligne circulaire & à la ligne droite. Ces deux lignes sont nécessairement & par nature incommensurables. Qu'on ne dise pas que, dans la spirale, la tangente est égale à un arc circulaire assignable ; car cette tangente dépendant elle-même pour la construction de la rectification du cercle, cette tangente est une ligne imaginaire qui ne pourra jamais être tracée, puisqu'elle dépend d'une découverte impossible.

Qu'on ne croie pas que la circonférence soit seulement incommensurable avec son diamètre, elle l'est avec toute autre ligne droite donnée ; ce qui confirme encore davantage que cette incommensurabilité est absolue, qu'elle dépend de la nature du cercle & de la ligne droite. La diagonale du quarré incommensurable avec le côté, où toutes les autres lignes ou nombres incommensurables sont d'un autre genre d'incommensurabilité : qu'on ajoute ou qu'on retranche à la diagonale, ces deux lignes seront commensurables ; il en est de même de toutes les autres.

Les lignes droites ne sont pas incommensurables de leur nature intellectuelle, c'est nous qui les rendons telles en leur assignant certaines limites, ou en leur donnant différentes positions. Il en est de même des nombres ; si l'on retranche ou l'on ajoute à deux nombres qui sont incommensurables entre eux, leur incommensurabilité disparoît ; mais il n'en est pas de même du rapport de la circonférence au diamètre ; qu'on ajoute ou que l'on retranche à ces deux lignes, elles resteront toujours incommensurables.

Toutes les courbes peuvent être considérées comme formées de lignes droites ou d'arcs circulaires ou des deux ensemble ; les courbes dans lesquelles il n'entre pas d'arcs circulaires, seront considérées comme des suites infinies de petites lignes droites, dont l'équation détermine la courbure, & ces lignes auront leurs surfaces, leurs contours commensurables ou incommensurables, suivant la nature de la courbe. La plupart des courbes étant conçues composées de suites infinies, de petites lignes droites, l'art du Géomètre consiste à trouver le rapport de cette suite infinie, à déterminer si les termes en sont rationnels, rompus ou négatifs, si l'équation a ses racines réelles ou imaginaires.

Archimède, pour découvrir le rapport de la circonférence au diamètre, imagina de lui circonscrire un polygone de 96 côtés, & de lui inscrire un autre polygone d'un même nombre de côtés ; il trouva par ce moyen le rapport si connu de 22 à 7, rapport qui suffit pour les usages ordinaires de la vie ; si on double, si on triple les côtés de ces polygones, on aura des rapports d'autant plus exacts, que le nombre des côtés des deux polygones sera plus multiplié ; si on les multiplie sans fin, sans cesse ils approcheront d'autant de plus près de la circonférence, mais ils ne se confondront jamais avec elle ; car le cercle étant conçu rigoureusement courbe dans tous ses points un polygone, quelque infini qu'on suppose le nombre de ses côtés, ne peut jamais atteindre à cette courbure, quoiqu'il s'en approche sans cesse. Il n'en seroit pas de même, si l'on inscrivoit un polygone à de certaines courbes, dans lesquelles il n'entre pas d'élémens circulaires ; car ces courbes n'étant que des suites infinies de petites lignes droites, le polygone pourra à la fin se confondre avec elles, & dans la géométrie de l'infini, dans l'art du calcul différentiel & intégral, on détermine le rapport de ces suites infinies des petits côtés des courbes aux suites finies des petits côtés des polygones.

On sait que tout cercle est égal à un triangle qui a pour base une ligne égale à la circonférence & pour hauteur la moitié du rayon ; la quadrature consiste donc à rectifier la circonférence, à lui trouver une ligne qui lui soit égale, à déterminer le rapport qu'elle peut avoir avec le diamètre ou avec toute autre ligne donnée ; je dis avec toute ligne donnée, car en supposant que la circonférence fût rectifiable, elle pourroit être incommensurable avec son diamètre, comme la diagonale avec le côté ; aussi, dans le problême de la quadrature, il s'agit moins de trouver une surface égale à celle du cercle que de trouver une ligne droite égale à la circonférence.

On sait encore que deux surfaces, pour être égales, n'ont pas leurs côtés égaux ; les fameuses lunules d'Hypocrate, quoiqu'egales en superficie à des triangles, n'ont pas pour cela leurs arcs circulaires égaux aux côtés de ces triangles. De toutes les figures qui ont le même circuit, le cercle est celle qui contient le plus de superficie ; les polygones viennent ensuite, un octogone contiendra plus de surface qu'un exagone, celui-ci qu'un pentagone ; un quarré en contiendra plus que le triangle, le contour toujours supposé égal. De cette vérité si connue en géométrie, on auroit déjà dû ce me semble en conclure l'impossibilité de la quadrature ; car la surface de tout cercle

étant toujours plus grande qu'un polygone, quelque nombre qu'on lui suppose de côtés à contours égaux, on ne trouvera jamais un polygone qui ait la même surface, quelque multipliés que soient ses côtés; on ne pourra donc jamais le quarrer, puisque le cercle contient plus de surface qu'aucune figure, qu'aucun polygone d'égal contour qu'on peut toujours quarrer.

Si la *quadrature du cercle* est impossible, pourquoi n'en pas donner la démonstration, par la même raison qu'on ne peut démontrer qu'une ligne droite peut être égale à un arc circulaire. Pour tirer la démonstration d'une chose, il faut avoir un sujet à quoi on puisse la comparer. Or le cercle & la ligne droite étant les élémens de toutes les figures géométriques, sont seuls par leur nature; on peut bien, par le raisonnement, concevoir que sa quadrature, sa rectification sont impossibles, par la raison qu'elle est en opposition avec la manière dont on le conçoit; mais on ne peut pas en donner de démonstration géométrique.

Le cercle & la ligne droite étant les principes, les élémens de toutes les figures géométriques, ces élémens ne peuvent être ni changés ou altérés; confondre leur nature, c'est les détruire & anéantir toute science; ils ont une manière d'être intellectuelle qui est nécessaire, que rien ne peut changer, & je crois que les Géometres ont eu tort de se permettre de considérer le cercle comme composé d'une suite de petites lignes droites; si cela étoit permis, on pourroit considérer la ligne droite comme composée d'une suite de petits arcs circulaires, supposition dont je ne pense pas qu'aucun Géometre se soit jamais avisé.

En résumant tout ce que nous venons de dire, il résulte que la *quadrature du cercle* est impossible par les raisons suivantes:

1.° Le cercle & la ligne droite sont les élémens de toutes les figures géométriques, & ces élémens étant de nature différente, ils ne peuvent être confondus, ils ne peuvent être comparés, ni être compris exactement l'un dans l'autre;

2.° C'est la définition du cercle qui rend la quadrature impossible, comme c'est la définition du quarré qui rend la diagonale incommensurable avec le côté;

3.° Le cercle étant conçu courbe dans tous ses points & d'une courbure entière & absolue, on conçoit que, quelque petite que soit la mesure qu'on applique sur la circonférence, il s'en faudra toujours d'une partie infiniment petite, qu'elle puisse s'y appliquer exactement, & par conséquent donner son rapport exact avec une ligne droite donnée.

4.° Le contour régulier du cercle & sa courbure infinie sont un obstacle à sa quadrature; on ne peut chercher des limites réelles à ce qui est infini, à ce qu'on conçoit tel, à ce qu'on établit tel.

5.° La circonférence & toute autre ligne droite sont nécessairement & par nature incommensurables, parce que ce qui est conçu rigoureusement courbe, ne peut avoir une mesure commune avec ce qui est conçu rigoureusement droit; car quelqu'infiniment petit que soit l'arc circulaire posé sur une ligne droite, il excédera toujours & ne se confondra jamais avec elle, pas même dans l'infini. De sorte que si l'esprit humain parvenoit à trouver une figure rectiligne dont la surface fût égale à celle du cercle, comme on quarre les lunules d'Hypocrate, les côtés de cette figure rectiligne seroient nécessairement incommensurables avec la circonférence.

6.° Il n'y a que la circonférence & la ligne droite qui soient d'une incommensurabilité réelle & absolue; rien ne sauroit rendre ces deux lignes commensurables; que la circonférence soit plus petite ou plus grande, que la ligne droite s'alonge ou s'accourcisse, l'incommensurabilité subsiste toujours; c'est une propriété que leur donnent leur nature, leur manière d'être, bien différente de celle de la diagonale au quarré, dont l'incommensurabilité disparoît en alongeant ou en raccourcissant l'une de ces lignes.

La *quadrature du cercle* est donc impossible; la chercher c'est vouloir trouver des racines exactes à des nombres incommensurables, c'est vouloir rendre commensurable la diagonale d'un quarré avec son côté, c'est détruire l'essence des choses, & vouloir qu'une ligne soit droite & courbe en même-tems, qu'un polygone soit circulaire, qu'une chose soit d'une façon & en même-tems d'une autre, & travailler à cette recherche, c'est perdre son tems, puisque c'est vouloir trouver l'impossible.

N.ª Ce Discours est de M. Panckoucke, Libraire de Paris & Editeur de cette Encyclopédie. Il a été imprimé dans le journal des Savans du mois de Décembre 1765. Nous le donnons ici avec quelques corrections.

QUADRATURE DU CERCLE. On peut prouver de la manière suivante, que la *quadrature* indéfinie du cercle est impossible. Pour que la *quadrature* indéfinie du cercle fût possible, il faudroit qu'on eût une équation algébrique exprimée en termes finis entre un arc x & son sinus y. Ainsi, cette équation pourroit être rendue rationnelle par un nombre fini d'opérations algébriques, & par conséquent pour une valeur donnée de y, elle ne donneroit qu'un nombre fini de valeurs de x. Cependant pour un même sinus il y a une infinité d'arcs. (*Γ*)

QUADRATURE, (*Calcul Intégral.*) Comme le problême des *quadratures* des courbes géométriques dépend de la connoissance de $SXdx$, X étant une fonction algébrique de x, on a appellé *méthode des quadratures* la méthode de trouver ces intégrales. Ainsi l'on dit qu'une solution dépend des *quadratures*, lorsqu'elle dépend de l'intégration

de $SXdx$: dénomination qui vient, je crois, de ce que les *quadratures* ont été la première application de cette partie de calcul intégral.

Newton a donné les intégrales algébriques de plusieurs fonctions différentielles qui contenoient des radicaux : soit par la méthode des substitutions, soit par celle des intégrations par parties. *Voyez les art.* SUBSTITUTIONS & PARTIES. Toutes les fractions rationnelles s'intègrent par une méthode donnée par Jean Bernoulli, & perfectionnée par M. d'Alembert. Cette méthode consiste à prendre les facteurs réels linéaires, ou imaginaires du second degré du dénominateur de la fraction, à leur donner un numérateur constant ou du premier degré, à supposer la fraction proposée égale à la somme de ces fractions plus simples ; ce qui détermine les coëfficiens des numérateurs. Si le dénominateur a plusieurs facteurs égaux, comme $\overline{x+a}^n$, alors il faut prendre les fractions simples $\frac{b}{x+a}$, $\frac{e}{\overline{x+a}^2}$ $\frac{e}{\overline{x+a}^3}$ ... $\frac{p}{\overline{x+a}^n}$, & les ajouter ensemble. Après ces opérations, on n'aura que des fractions $\frac{dx}{x+a}$, dont l'intégrale est un logarithme ; $\frac{dx}{(x+a)^n}$, dont l'intégrale est $-\frac{1}{(n-1)\overline{(a+x)}^{n-1}}$ & $\frac{(x+f)dx}{x^2+ax+b}$, dont l'intégrale dépend du cercle. Cotes a intégré plusieurs fonctions contenant des radicaux du second dégré, & dont l'intégrale renferme des arcs du cercle ou des aires hyperboliques.

Beaucoup d'autres quantités ont été intégrées ou rappellées à des arcs des sections coniques, par Jean Bernoulli, par M. d'Alembert, par M. Euler : on les trouve presque toutes réunies dans les traités de calcul intégral de M. de Bougainville, des PP. Jacquier & Le Seur, & sur-tout de M. Euler.

X peut être toujours supposé donné par une équation algébrique du dégré m, ainsi $SXdx$ ne peut être algébrique sans être de la forme $A + BX + CX^2 \ldots + PX^{m-1}$, $A, B, C, \ldots P$, étant algébriques & rationnels ; ce qui les rendra toujours faciles à trouver par la méthode des coëfficiens indéterminés.

Si on veut trouver l'intégrale de Xdx, X contenant des radicaux ou étant donné par une équation du degré m, on prendra $\frac{A}{C}dx + \frac{B}{c}dx$ fonction rationnelle & différentielle exacte de x & X & on en déterminera les coëfficiens en supposant qu'elle devienne Xdx, en mettant pour X^m sa valeur, alors on n'aura à intégrer qu'une différentielle exacte & rationnelle de deux variables ; quoique l'on puisse supposer A, B, C d'un degré tel que le nombre des équations entre les coëfficiens soit moindre que celui de ces coëfficiens, cependant on ne peut pas en conclure que A, B, C soient toujours possibles.

On voit à l'*article* INTÉGRAL, que les intégrations se réduisent toujours en dernier ressort à intégrer des différentielles exactes du premier ordre & de plusieurs variables. Soit donc une fonction $Adx + Bdy + Cdz \ldots$ on l'intégrera d'abord par rapport à x, c'est-à-dire, qu'on prendra $SAdx$, en ne regardant comme variable que la quantité x ; soit X cette intégrale, on la différentiera en faisant tout varier, on la retranchera de la proposée, la différence sera $B'dy + C'dz$, B' & C' étant sans x, on aura donc l'intégrale égale à $X + SB'dy + C'dz$. On prendra $SB'dy$ en ne regardant que y comme variable, appellant Y cette intégrale, retranchant dY de $B'dy + C'dz$, on aura pour reste $C''dz$, C'' ne contenant que z, & l'intégrale cherchée sera $X + Y + SC''dz$. Soit, par exemple, la différentielle exacte.

$$\begin{array}{l} zydx + zxdy + xydz \\ \quad\;\; + z \qquad\;\; + y \\ \qquad\qquad\quad\; + z \end{array}$$

en suivant la méthode ci-dessus, on trouvera $X = xyz$, $B' = z$, $C' = y + z$, $Y = zy$, $C'' = z$, & l'intégrale $xyz + zy + \frac{z^2}{2} + N$.

Si j'ai à intégrer une différentielle exacte Xdx ; X contenant une fonction transcendante z dont la différence soit $X'dx$ ou $zX'dx$, X' est algébrique, je pourrai, à la place de Xdx, supposer une fonction $Adx + Bdz$, telle que $\frac{dA}{dz} = \frac{dB}{dx}$ & que $A + BX' = X$ ou $A + BzX' = X$, & alors j'aurai à intégrer une fonction de deux variables, différentielle, exacte & algébrique ; mais j'ai démontré que l'on ne pouvoit pas dans tous les cas, quelque degré qu'on supposât aux A & aux B ci-dessus, parvenir à un point où la somme des coëfficiens indéterminés surpassât celle des conditions, comme cela a lieu dans les *quadratures* algébriques. On pourroit aussi, ayant $dy = Xdx$, éliminer la fonction transcendante, & on auroit une équation différentielle du second ordre dont il suffiroit de trouver une intégrale du premier ordre, puisqu'on a déjà $\frac{dy}{dx} = X$. Ainsi, quelque méthode qu'on choisisse, il y a toujours une fonction algébrique de deux variables à trouver par la méthode des coëfficiens indéterminés, & une fonction de deux variables à intégrer.

Mais dans aucune des deux on n'est sûr de pouvoir trouver cette fonction en termes finis. Voyez les mémoires de 1771, théorêmes sur les *quadratures*.

Il y a plusieurs de ces intégrations qui peuvent se réduire à une intégration plus simple, en employant la méthode des intégrations par parties. Cette méthode a été employée par Neuton ; elle consiste, lorsqu'on cherche $SXdx$, à égaler $SXdx$ à $Xx - SxdX$, $SxdX$ à $\frac{x^2}{2}\frac{dX}{dx} - \frac{Sx^2}{2}\frac{ddX}{dx}$, &

ainsi de suite. Il peut alors arriver que $x\frac{dX}{dx}dx$, $x^2\frac{ddX}{dx^2}dx$ soient des quantités qu'on sache intégrer, quoique l'on n'ait point de méthode qui donne immédiatement $SXdx$.

Si l'on cherche $\overline{SdxSXdx}$, on la trouvera égale à $xSXdx - SxXdx$, qui est une intégrale simple, de même $\overline{SXdxSX'dx} = SXdx.SX'dx - \overline{SX'dx,SXdx}$, forme qui dans plusieurs cas est plus simple.

Si par exemple on a $y = SlxXdx$, on peut faire $y = lxSXdx - S\frac{dx}{x}SXdx$, qui est une formule plus simple, lorsque $SXdx$ est algébrique. Voyez là-dessus le calcul intégral de M. Euler, *tome premier, chapitre 4 & suivant de la première section.* Si l'on a de même $SXX'dx$, & qu'après l'avoir égalé à $X'SXdx - S\overline{\frac{dX'}{dx}SXdxdx}$ faisant $dX' = ABdx$, on ait cette seconde intégrale égale à $S(SXdx, Adx).B -$
$S\overline{\overline{S\overline{SXdx}, Adx, dB}}$, & que ce dernier membre soit $nSXX'dx$, on aura encore $S\underline{XX'dx}$, pourvu qu'on connoisse $SXdx$ & $SSXdxAdx$, ce qui arrive dans une infinité de cas ; si on a $S(Ad dx + Bdx)$ on peut la mettre sous cette forme $Adx + SB - dAdx$, le signe S se rapportant à la caractéristique d ; c'est par ce moyen que M. de la Grange est parvenu à trouver les équations de maximum. *Voyez cet article.*

Enfin, dans le cas des différences finies, on a $\Sigma X\Delta x = Xx - \Sigma\Delta X - \Sigma\Delta X\Delta x$. (*M. D. C.*)

QUADRATURE. On a vu, par les articles précédens, ce qu'on doit entendre par ce mot. On a vu encore que les *quadratures* dépendoient en général du calcul intégral des fonctions à une seule variable ; ainsi, pour compléter la théorie des *quadratures*, nous allons exposer ici ce qu'on connoît de plus important sur cette branche de calcul intégral. Si les auteurs de la première édition de cette Encyclopédie n'ont pas cru devoir entrer dans de si grands détails, c'est qu'alors les Mathématiques n'étoient pas si connues, & n'étoient pas goûtées si généralement qu'elles le sont à présent. Entrons en matière.

Je rappellerai ici ce qui a été dit au *mot* CALCUL INTÉGRAL, c'est que l'intégrale y d'une fonction différentielle Xdx, est cette quantité qui, différentiée, donne Xdx, de manière qu'on a $dy = Xdx$; mais comme la différentielle de $y +$ une constante quelconque est aussi dy ; il s'ensuit que quand on a trouvé la quantité y qui, différenciée, donne Xdx, il faut y ajouter une constante qui se détermine par les conditions du problême. Ces conditions se réduisent toujours à faire que x étant égale à une donnée a, y soit égal à une donnée b.

PROBLÊME I.

Etant donnée l'équation $dy = Ax^m dx + Bx^n dx + Dx^p dx + \&c.$ on propose de l'intégrer.

SOLUTION.

$$y = \frac{Ax^{m+1}}{m+1} + \frac{Bx^{n+1}}{n+1} + \frac{Dx^{p+1}}{p+1} + \text{const.}$$

car la différentielle de x^m est $mx^{m-1}dx$, *voyez* DIFFÉRENTIEL ; donc S étant le signe d'intégration, on a $Smx^{m-1}dx = x^m +$ const. ; donc $Sx^{m-1}dx = \frac{x^m}{m} +$ const. ; donc, changeant m en $m+1$, $Sx^m dx = \frac{x^{m+1}}{m+1} +$ const.

REMARQUE. Si quelques-uns des exposans m, n, p, &c. par exemple, l'exposant m devenoit $= -1$, alors l'intégrale correspondante $\frac{x^{m+1}}{m+1}$ deviendroit $\frac{x^{-1+1}}{-1+1} = \frac{1}{0}$; résultat qui peut embarrasser les commençans ; pour lever cette difficulté, il faut supposer généralement que quand $x = a$, $y = b$ ce qui donne $b = \frac{Aa^{m+1}}{m+1} + \frac{Ba^{n+1}}{n+1} + \frac{Da^{p+1}}{p+1} + \&c. +$ const., & par conséquent, en mettant pour la constante sa valeur tirée de cette équation, $y = A\frac{x^{m+1} - a^{m+1}}{m+1} + B\frac{x^{n+1} - a^{n+1}}{n+1} + D\frac{x^{p+1} - a^{p+1}}{p+1} + \&c.$ Cette expression fait voir que la première partie de l'intégrale devient $A\frac{0}{0}$: dans le cas de $m = -1$. Il faut donc différentier le numérateur & le dénominateur de cette fraction, en regardant m comme la variable, diviser la première différentielle par la seconde, & après la division faire $m = -1$, (*Voyez Fractions indéterminées*, au *mot* INDÉTERMINÉ) : or la différentielle du numérateur est $dm\,(x^{m+1}Lx - a^{m+1}La)$ celle du dénominateur est dm, la première partie de l'intégrale est donc $A(Lx - La) = AL\frac{x}{a}$.

Donc $\int\frac{dx}{x} = Lx +$ const.

COROLLAIRE. S'il falloit intégrer l'équation $dy = (Ax^m dx + Bx^n dx + Dx^p + \&c.)^k$ k étant un nombre entier positif & fini, le problême n'auroit pas plus de difficulté ; car il n'y aura qu'à développer le polynome en une suite de monomes, & cette suite sera finie par hypothèse.

PROBLÊME II.

Soit l'équation $dy = x^m dx (a+bx^n)^p$; dans laquelle p n'est pas un nombre entier positif, on demande la relation qui doit exister entre les exposans m, n & p pour que l'intégration dépende du problême précédent.

SOLUTION.

Il faut supposer $a+bx^n =$ une nouvelle indéterminée z, ce qui donne $x^{m+1} = \left(\frac{z-a}{b}\right)^{\frac{m+1}{n}}$ & par conséquent $x^m dx = \left(\frac{z-a}{b}\right)^{\frac{m+1}{n}-1} \frac{dz}{nb}$, on aura donc $dy = z^p dz \left(\frac{z-a}{b}\right)^{\frac{m+1}{n}-1} \cdot \frac{dz}{nb}$, équation qui s'intégrera par le problême précédent, si $\frac{m+1}{n} - 1 = k$, nombre entier positif & fini.

L'équation $dy = x^m dx (a+bx^n)^p$ pourroit s'écrire ainsi $dy = x^{m+np} dx (b+ax^{-n})^p$.

L'exposant m de la forme précédente devient $m+np$ dans cette nouvelle, & l'exposant n devient $-n$; donc en faisant $b+ax^{-n} = z$, on trouvera, comme ci-dessus, que l'équation sera intégrable si $\frac{m+np+1}{-n} - 1 = k$.

DÉFINITION.

On entend par fraction rationnelle, dans le calcul intégral, toute fraction comme $\frac{x^m + ax^{m-1} + bx^{m-2} \ldots +}{x^n + a'x^{n-1} + b'x^{n-2} \ldots + r'}$, dans laquelle le numérateur & le dénominateur sont, chacun, une suite finie de monomes, & de plus les exposans m, n entiers & positifs.

PROBLÊME III.

Soit l'équation $dy = \frac{x^m + ax^{m-1} + bx^{m-2} \ldots + r}{x^n + a'x^{n-1} + b'x^{n-2} \ldots + r'} dx$ on propose de l'intégrer.

SOLUTION.

Si m est plus grand que n, il faut diviser le numérateur par le dénominateur, jusqu'à ce qu'on soit arrivé à un reste dont l'exposant soit au plus $n-1$. De cette manière, on aura
$dy = x^{m-n} dx + Ax^{m-n-1} dx + Bx^{m-n-2} dx + \&c.$
$+ \frac{px^{n-1} + qx^{n-2} \ldots + r}{x^n + a'x^{n-1} + b'x^{n-1} \ldots + r'} dx$; la difficulté du problême se réduit donc à intégrer la nouvelle fraction rationnelle $\frac{px^{n-1} + qx^{n-2} \ldots + 1}{x^n + a'x^{n-1} + b'x^{n-2} \ldots + r'} dx$ $= \frac{M}{N} dx$ pour abréger.

Il faut décomposer le dénominateur en ses facteurs, par les règles ordinaires de l'algèbre. Supposez que par cette décomposition N se trouve être le produit de plusieurs facteurs linéaires réels & inégaux, comme $x-a$, $x-b$, &c. de plusieurs classes de facteurs linéaires réels & élevés à des puissances, comme $(x-c)^\lambda$, $(x-d)^\mu$, &c. de plusieurs trinomes irréductibles en facteurs linéaires réels, comme $x^2 - 2ex \cos. \phi + e^2$, $x^2 - 2fx \cos. \psi + f^2$, &c. Enfin de plusieurs classes de ces trinomes élevés à des puissances comme $(x^2 - 2gx \cos. \chi + g^2)^\nu (x^2 - 2hx \cos. \omega + h^2)^\varpi$ &c. c'est-à-dire, supposez qu'on ait

$N = (x-a)(x-b) \ldots (x-c)^\lambda (x-d)^\mu \ldots$
$(x^2 - 2ex \cos. \phi + e^2)(x^2 - 2fx \cos. \psi + f^2) \ldots$
$(x^2 - 2gx \cos. \chi + g^2)^\nu (x^2 - hx \cos. \omega + h^2)^\varpi \ldots$

je dis qu'on pourra faire $\frac{M}{N} = \frac{A}{x-a} + \frac{B}{x-b} + \&c.$ en prenant autant de ces fractions qu'il y a de facteurs réels & inégaux $+ \frac{C}{(x-c)^\lambda} + \frac{{}^1C}{(x-c)^{\lambda-1}}$ $+ \&c.$ jusqu'à $\frac{{}^{\lambda-1}C}{x-c} + \frac{D}{(x-d)^\mu} + \frac{{}^1D}{(x-d)^{\mu-1}} \ldots$ $+ \&c.$ jusqu'à $\frac{{}^{\mu-1}D}{x-d}$, & de même pour les autres facteurs linéaires élevés à des puissances $+ \frac{Ex+\Phi}{x^2-2ex \cos. \phi + e^2} + \frac{Fx+\Psi}{x^2-2fx \cos. \psi + f^2} + \&c.$ en prenant autant de ces fractions qu'il y a de trinomes inégaux & irréductibles $+ \frac{Gx+X}{(x^2-2gx \cos. \chi + g^2)^\nu} + \frac{{}^1Gx+{}^1X}{(x^2-2gx \cos. \chi + g^2)^{\nu-1}}$ $+ \&c.$ jusqu'à $\frac{{}^{\nu-1}Gx+{}^{\nu-1}X}{x^2-2gx \cos. \chi + g^2}$ $+ \frac{Hx+\Omega}{(x^2-2hx \cos. \omega + h^2)^\varpi} + \frac{{}^1Hx+{}^1\Omega}{(x^2-2hx \cos. \omega + h^2)^{\varpi-1}}$ $+ \&c.$ jusqu'à $\frac{{}^{\varpi-1}Hx+{}^{\varpi-1}\Omega}{x^2-2hx \cos. \omega + h^2}$, & de même pour les autres trinomes irréductibles élevés à des puissances. On pourra faire, dis-je, $\frac{M}{N} =$ à la somme de toutes ces fractions partielles, les lettres majuscules introduites dans le second membre représentant des coëfficiens constans; car il est clair que le nombre de ces coëfficiens est n. De plus, si on multiplie tout par N, le premier membre sera le polynome M du degré $n-1$; dans ce polynome,

ce polynome, les coëfficiens des différentes puiſſances de x ſont données. Le ſecond membre ſera auſſi un polynome du degré $n-1$, & les coëfficiens des différentes puiſſances de x ſeront fonctions linéaires des lettres majuſcules juſqu'à préſent indéterminées.

Maintenant la ſuppoſition ſera admiſſible ſi on peut donner aux lettres majuſcules des valeurs qui rendent le polynome du premier membre & celui du ſecond identiques entr'eux, c'eſt-à-dire, qui rendent le coëfficient d'une puiſſance quelconque de x dans le premier membre, égale à celui de la puiſſance correſpondante dans le ſecond ; or, pour remplir cette condition, on aura évidemment n, équations linéaires entre les n lettres majuſcules. Donc il eſt prouvé que la ſuppoſition eſt admiſſible, & de plus les coëfficiens ſont déterminés, puiſqu'il n'y a qu'à réſoudre les n équations linéaires; mais on ſeroit ſouvent conduit à des calculs faſtidieux par leur longueur ; ainſi, après avoir prouvé que l'hypothèſe eſt admiſſible, nous emploierons, pour déterminer les coëfficiens, une méthode donnée par M. Euler dans ſon excellent ouvrage, intitulé : *Introductio in analyſin infinitorum.*

1.° Imaginez toutes les fractions du ſecond membre réduites au même dénominateur, excepté la première $\frac{A}{x-a}$; ſoit P le numérateur de la fraction réduite, S ſon dénominateur, vous aurez $\frac{M}{N} = \frac{A}{x-a} + \frac{P}{S}$ & $N = (x-a)S$; donc $P = \frac{M - AS}{x-a}$, donc $M - AS$ eſt diviſible par $x-a$; donc $M - AS = o$, ſi on met a pour x dans M & S; donc $A = \frac{M}{S}$ dans la même hypothèſe. On trouvera de même les numérateurs appartenans aux autres fractions de cette claſſe.

2.° Imaginez toutes les fractions du ſecond membre réduites au même dénominateur, excepté les fractions $\frac{C}{(x-c)^\lambda}$, $\frac{{}^1C}{(x-c)^{\lambda-1}}$, $\frac{{}^2C}{(x-c)^{\lambda-2}} \ldots \frac{{}^{\lambda-1}C}{x-c}$. Soit P le numérateur de la fraction réduite, S ſon dénominateur, vous aurez $\frac{M}{N} = \frac{C}{(x-c)^\lambda} + \frac{{}^1C}{(x-c)^{\lambda-1}} + \frac{{}^2C}{(x-c)^{\lambda-2}} \ldots + \frac{{}^{\lambda-1}C}{x-c} + \frac{P}{S}$ & $N = (x-c)^\lambda S$; donc

$$P = \frac{M - CS - {}^1C(x-c)S - {}^2C(x-c)^2S \ldots - {}^{\lambda-1}C(x-c)^{\lambda-1}}{(x-c)^\lambda}$$

donc $M - CS - {}^1C(x-c)S$ — &c. eſt diviſible par $(x-c)^\lambda$, & à plus forte raiſon par $x-c$; mais la partie ${}^1C(x-c)S + {}^2C(x-c)^2S \ldots + {}^{\lambda-1}C(x-c)^{\lambda-1}S$ eſt diviſible ſéparément par $x-c$; donc $M - CS$ eſt diviſible par $x-c$; donc $C = \frac{M}{S}$ en mettant c pour x dans M & S; mettant pour C ſa valeur dans $M - CS$, diviſant effectivement par $x-c$, & nommant K le quotient, on aura donc

$$P = \frac{K - {}^1CS - {}^2C(x-c)S \ldots - {}^{\lambda-1}C(x-c)^{\lambda-2}}{(x-c)^{\lambda-1}},$$

expreſſion par laquelle on prouvera de la même manière que ${}^1C = \frac{K}{S}$ en mettant c pour x dans K & S; nommant enſuite ${}^1K$ le quotient de $K - {}^1CS$ par x, on aura alors

$$P = \frac{{}^1K - {}^2CS \ldots - {}^{\lambda-1}C(x-c)^{\lambda-3}}{(x-c)^{\lambda-2}}.$$ On aura donc

${}^2C = \frac{{}^1K}{S}$, ${}^3C = \frac{{}^2K}{S} \ldots {}^{\lambda-1}C = \frac{{}^{\lambda-2}K}{S}$; mettant dans ${}^1K$, ${}^2K \ldots {}^{\lambda-2}K$ & S, c pour x, les lettres K indiquent des fonctions de x qu'on formera ſans difficulté. On trouvera de même les coëfficiens pour les autres ſuites de fractions appartenantes à cette ſeconde claſſe.

3.° Imaginez toutes les fractions du ſecond membre réduites au même dénominateur, excepté la fraction $\frac{Ex + \Phi}{x^2 - 2ex \operatorname{coſ.} \phi + e^2}$ $= \frac{Ex + \Phi}{(x - e(\operatorname{coſ.} \phi + \operatorname{ſ} \phi . \sqrt{-1}))(x - e(\operatorname{coſ.} \phi - \sqrt{-1} \operatorname{ſ} \phi))}$ Soit P le numérateur de la fraction réduite, & S le dénominateur, vous aurez $\frac{M}{N} = \frac{Ex + \Phi}{x^2 - 2ex \operatorname{coſ.} \phi + e^2} + \frac{P}{S}$, donc $P = \frac{M - (Ex + \Phi)S}{x^2 - 2ex \operatorname{coſ.} \phi + e^2}$; donc $M - (Ex + \Phi)S$ eſt diviſible par $x^2 - 2ex \operatorname{coſ.} \phi + e^2$ & par conſéquent par $x - e(\operatorname{coſ.} \phi + \sqrt{-1} \operatorname{ſ} \phi)$ l'un des facteurs de ce dénominateur ; donc $M - (Ex + \Phi)S = o$, en mettant par-tout $e(\operatorname{coſ.} \phi + \sqrt{-1} \operatorname{ſ} \phi)$ au lieu de x, mais l'équation qu'on obtiendra ſera de la forme $Q + R\sqrt{-1} = o$, Q & R étant des quantités réelles ; & une quantité réelle ne ſauroit être égale à une imaginaire, on aura donc $Q = o$ & $R = o$; ces équations ſerviront à déterminer E & Φ; on trouvera de même les coëfficiens pour les autres fractions appartenantes à cette troiſième claſſe.

4.° Imaginez toutes les fractions du ſecond membre réduites au même dénominateur, excepté les fractions

$\frac{Gx + X}{(x^2 - 2gx \operatorname{coſ.} \chi + g^2)^\nu}$, $\frac{{}^1Gx + {}^1X}{(x^2 - 2gx \operatorname{coſ.} \chi + g^2)^{\nu-1}} \ldots + \frac{{}^{\nu-1}Gx + {}^{\nu-1}X}{x^2 - 2gx \operatorname{coſ.} \chi + g^2}$; ſoit P le numérateur de la fraction réduite, & S ſon dénominateur, vous aurez $\frac{M}{N} = \frac{Gx + X}{(x^2 - 2gx \operatorname{coſ.} \chi + g^2)^\nu} +$

$$\frac{{}^{1}Gx+{}^{1}X}{(x^2-2gx\cos.\chi+g^2)^{\nu-1}}\,\ldots+\frac{{}^{\nu-1}Gx+{}^{\nu-1}X}{x^2-2gx\cos.\chi+g^2}$$

$+\frac{P}{S}$; donc

$$P=\frac{M-(Gx+X)S-({}^{1}Gx+{}^{1}X)(x^2-2gx\cos.\chi+g^2)S\ldots-({}^{\nu-1}Gx+{}^{\nu-1}X)(x^2-2gx\cos.\chi+g^2)^{\nu-1}S}{(x^2-2gx\cos.\chi+g^2)^{\nu}}$$

le numérateur $M-(Gx+X)S-$ &c. doit donc être divisible par $(x^2-2gx\cos.\chi+g^2)^{\nu}$ & à plus forte raison par $x^2-2gx\cos.\chi+g^2$; donc la partie $M-(Gx+X)S$ de ce numérateur doit être divisible par $x^2-2gx\cos.\chi+g^2$, & par conséquent par $x-g(\cos.\chi+\sqrt{-1}\,s\chi)$; donc $M-(Gx+X)S=o$, en mettant par-tout $g(\cos.\chi+\sqrt{-1}\,s\chi)$ au lieu de x; on aura donc une équation de cette forme $T+V\sqrt{-1}=o$, & par conséquent $T=o$ & $V=o$, équations par le moyen desquelles on déterminera G & X.

J'aurois dû remarquer plutôt que si au lieu de l'un des facteurs du trinome, on employoit l'autre, la partie imaginaire entreroit dans l'équation avec un signe contraire, ce qui ne changeroit rien au résultat.

Mettant pour G & X leur valeur dans $M-(Gx+X)S$, & divisant effectivement par $x^2-2gx\cos.\chi+g^2$, on aura ....

$$P=\frac{K-({}^{1}Gx+{}^{1}X)S\ldots-({}^{\nu-1}Gx+{}^{\nu-1}X)S(x-2gx\cos.\chi+g^2)^{\nu-2}}{(x^2-2gx\cos.\chi+g^2)^{\nu-1}}$$

ensuite on aura $K-({}^{1}Gx+{}^{1}X)S=o$; ${}^{1}K-({}^{2}Gx+{}^{2}X)S=o\ldots{}^{\lambda-1}K-({}^{\lambda-1}Gx+{}^{\lambda-1}X)S=o$, en mettant par-tout $g(\cos.\chi+\sqrt{-1}\,s\chi)$ au lieu de x. On trouvera de même les coëfficiens pour les autres suites de fractions appartenantes à cette quatrième classe.

EXEMPLE.

$$\frac{px^{n-1}+qx^{n-2}\ldots+r}{x^n+a'x^{n-1}\ldots+r'}\text{ ou }\frac{M}{N}=\frac{x^2}{(x-1)(x-2)(x-4)^3(x^2-2x+2)(x^2+1)^2}.$$

Il faut faire $\frac{M}{N}=\frac{A}{x-1}+\frac{B}{x-2}+\frac{C}{(x-4)^3}+\frac{{}^{1}C}{(x-4)^2}+\frac{{}^{2}C}{x-4}+\frac{Ex+\Phi}{x^2-2x+2}+\frac{Gx+X}{(x^2+1)^2}+\frac{{}^{1}Gx+{}^{1}X}{x^2+1}$.

Pour trouver A vous ferez $S=(x-2)(x-4)^3(x^2-2x+2)(x^2+1)^2$, & $A=\frac{M}{S}\ldots=\frac{x^2}{(x-2)(x-4)^3(x^2-2x+2)(x^2+1)^2}$, en mettant 1 pour x; donc $A=\frac{1}{-1.(-3)^3.1.2^2}=\frac{1}{108}$.

Pour trouver B vous ferez $S=(x-1)(x-4)^3(x^2-2x+2)(x^2+1)^2$ & $B=\frac{M}{S}\ldots=\frac{x^2}{(x-1)(x-4)^3(x^2-2x+2)(x^2+1)^2}$, en mettant 2 pour x; donc $B=\frac{4}{1.(-2)^3.2.5^2}=-\frac{1}{100}$.

Pour trouver C, ${}^{1}C$ & ${}^{2}C$ vous ferez ... $S=(x-1)(x-2)(x^2-2x+2)(x^2+1)^2$ & $C=\frac{M}{S}=\frac{x^2}{(x-1)(x-2)(x^2-2x+2)(x^2+1)^2}$, en mettant 4 pour x; donc $C=\frac{4^2}{3.2.10.17^2}=\frac{4}{3.5.17^2}$; donc $K=\frac{M-CS}{x-4}=-\frac{4}{3.5.17}\left(\begin{matrix}x^7-x^6+8x^5+12x^4+73x^3\\+267x^2+\frac{9x}{4}-1\end{matrix}\right)$.

Or, ${}^{1}C=\frac{K}{S}$, en mettant 4 pour x dans K & S; donc ${}^{1}C=-\frac{4}{3.5.17^1}\,\frac{(4^7-4^6+8.4^5+12.4^4+73.4^3+267.4^2+\frac{9}{4}.4-1)}{3.2.10.17^2}$ &, réduction faite, ${}^{1}C,=-\frac{8.4063}{3^2.5^2.17^4}$; même procédé pour avoir ${}^{2}C$: je supprime le calcul à cause de sa longueur.

Pour trouver E & Φ vous ferez .... $S=(x-1)(x-2)(x-4)^3(x^2+1)^2$ & $M-(Ex+\Phi)S=o$, en mettant par-tout $e(\cos.\varphi+\sqrt{-1}\,s\varphi)$ au lieu de x; mais pour avoir e & φ, il faudra faire $x^2-2ex\cos.\varphi+e^2=x^2-2ex+2$, ce qui donne $e=\sqrt{2}$ & $\cos.\varphi=\frac{1}{\sqrt{2}}$; donc on a aussi $s\varphi=\frac{1}{\sqrt{2}}$; ainsi vous aurez .... $x^2-(Ex+\Phi)(x-1)(x-2)(x-4)^3(x^2+1)^2=o$, en mettant par-tout $1+\sqrt{-1}$ au lieu de x, donc, faisant cette substitution & divisant par $\sqrt{-1}$, vous aurez $2-(E(1+\sqrt{-1})+\Phi)(\sqrt{-1}-1)(\sqrt{-1}-3)^3(1+2\sqrt{-1})^2=o$, & réduction faite $\frac{1}{50}-E-2\Phi+(3E+\Phi)\sqrt{-1}=o$; donc

$E+2\Phi=\frac{1}{50}$ & $3E+\Phi=0$; donc $E=-\frac{1}{250}$ & $\Phi=\frac{3}{250}$.

Pour trouver G & X, ${}^1G$ & ${}^1X$, vous ferez $S=(x-1)(x-2)(x-4)^3(x^2-2x+2)$ & $M-(Gx+X)S=0$, en mettant par-tout $g(\cos.\chi+\sqrt{-1}\,s\chi)$ au lieu de x; c'est-à-dire $\sqrt{-1}$ au lieu de x, cherchant g & χ comme ci-dessus; ce qui donnera $G=\frac{1}{9826}$ & $X=-\frac{99}{49130}$. Ces valeurs étant substituées, l'expression .... $M-(Gx+X)S$ sera divisible par x^2+1. Nommant K le quotient, l'équation $K-({}^1Gx+{}^1X)S=0$, en mettant par-tout $\sqrt{-1}$, au lieu de x vous donnera ${}^1G$ & ${}^1X$; mais le calcul n'a d'autre difficulté que la longueur, ainsi je ne m'y arrêterai pas.

Le problême que nous avions réduit à intégrer la fraction rationnelle $\frac{px^{n-1}+qx^{n-2}\ldots+r}{x^n+a'x^{n-1}+r'}dx$ est donc réduit maintenant à intégrer les fractions de la forme suivante $\frac{dx}{x-a}$; $\frac{dx}{(x-a)^n}$; $\frac{x+A}{x^2-2ax\cos.\varphi+a^2}.dx$; $\frac{x+A}{(x^2-2ax\cos.\varphi+a^2)^n}dx$;

1.° $\frac{dx}{x-a}=\frac{d(x-a)}{x-a}=dL(x-a)$.

2.° $\frac{dx}{(x-a)^n}=(x-a)^{-n}\,d\,(x-a)$ donc $\int\frac{dx}{(x-a)^n}=\frac{(x-a)^{-n+1}}{-n+1}+$ const.

3.° $\frac{x\,dx+A\,dx}{x^2-2ax\cos.\varphi+a^2}=\ldots\ldots$ $\frac{x\,dx-a\,dx\cos.\varphi+(A+a\cos.\varphi)\,dx}{2^2-2ax\cos.\varphi+a^2}=\ldots$ $\frac{\frac{1}{2}d(x^2-2ax\cos.\varphi+a^2)+(A+a\cos.\varphi)\,dx}{x^2-2ax\cos.\varphi+a^2}$ $=\frac{1}{2}dL(x^2-ax\cos.\varphi+a2)+(A+a\cos.\varphi)$ $\frac{dx}{x^2-2ax\cos.\varphi+a^2}$; or $\frac{dx}{x^2-2ax\cos.\varphi+a^2}=\frac{dx}{(x-a\cos.\varphi)^2+a^2s\varphi^2}=\frac{d(x-a\cos.\varphi)}{(x-a\cos.\varphi)^2+a^2s\varphi^2}=$ $\frac{1}{as\varphi}\,\frac{d\left(\frac{x}{as\varphi}-\cot.\varphi\right)}{\left(\frac{x}{as\varphi}-\cot.\varphi\right)^2+1}$; donc

$\int\frac{x\,dx+A\,dx}{x^2-2ax\cos.\varphi+a^2}=L\sqrt{x^2-2ax\cos.\varphi+a^2}$ $+\frac{A+a\cos.\varphi}{as\varphi}$. Arc dont la tangente est $\frac{x}{as\varphi}-\cot.\varphi$, le rayon étant l'unité. (*Voyez* TANGENTE.)

4.° Il faut supposer $\int\frac{x+A}{(x^2-2ax\cos.\varphi+a^2)^n}dx=$ $\frac{P+Qx}{(x^2-2ax\cos.\varphi+a^2)^{n-1}}+R\int\frac{dx}{(x^2-2ax\cos.\varphi+a^2)^{n-1}}$ P, Q, R sont des coëfficiens indéterminés; différentiant, chassant les dénominateurs, & divisant par dx, vous aurez $x+A=Q(x^2-2ax\cos.\varphi+a^2)$ $-2(n-1)(P+Qx)(x-a\cos.\varphi)+R$ $(x^2-2ax\cos.\varphi+a^2)$; ce qui vous donnera, pour déterminer P, Q, R les équations $R-Q(2n-3)=0$; $-2aR\cos.\varphi+2aQ\cos.\varphi(n-2)-2(n-1)$ $P-1=0$ $Ra^2+Qa^2+2aP\cos.\varphi(n-1)-A=0$.

Il est clair que, par un procédé semblable, vous pourrez réduire la formule où l'exposant du dénominateur est $n-1$, à un autre où cet exposant sera $n-2$, & après plusieurs réductions vous arriverez à celle qui vient d'être intégrée dans le n.° 3.

REMARQUE.

Puisqu'on sait intégrer toute fraction rationnelle, ou du moins réduire le problême à celui de résoudre une équation algébrique; il sera donc souvent très-utile de transformer en fractions rationnelles certaines différentielles, dont l'intégrale ne s'appercevroit pas facilement sans cet artifice.

Or toutes les fois qu'on aura $dy=X\,dx$, X étant une fonction rationnelle de x & de $x'=\sqrt{m+nx+px^2}$, on pourra transformer $X\,dx$ en fraction rationnelle; car, si p est positif, on pourra faire $\sqrt{m+nx+px^2}=z+x\sqrt{p}$; & on aura $x=\frac{m-z^2}{2z\sqrt{p}-n}$; x' ou $\sqrt{m+nx+px^2}$ $=\frac{m\sqrt{p}-nz+z^2\sqrt{p}}{2z\sqrt{p}-n}$, & $dx=-2\,dz\ldots$ $\frac{m\sqrt{p}-nz+z^2\sqrt{p}}{(2z\sqrt{p}-n)^2}$, substituant toutes ces valeurs dans $X\,dx$, il est clair qu'on aura une différentielle rationnelle.

Si p est négatif, le trinome sera toujours décomposable en supposant x' réel; c'est-à-dire qu'on aura $m+nx-px^2=(a+bx)(c-gx)$, a, b, c & g étant des quantités réelles. Dans ce cas, on pourra faire $\sqrt{m+nx-px^2}=\sqrt{(a+bx)(c-gx)}$ $=(a+bx)z$, ce qui donnera $c-gx=(a+bx)z^2$; le reste n'a pas de difficulté.

LEMME.

$d(xy)=y\,dx+x\,dy$; donc $\int y\,dx=xy-\int x\,dy$ l'intégration de la formule $y\,dx$ est donc réduite à celle de la formule $x\,dy$. Cette réduction s'appelle intégration par parties, & est utile dans beaucoup de cas.

COROLLAIRE.

$x\,dy = x\,dx\,\frac{dy}{dx}$; donc, par le même principe, $\int x\,dy = \frac{x^2}{2}\,\frac{dy}{dx} - \int \frac{x^2}{2}\cdot\frac{ddy}{dx}$ de même $\int \frac{x^2}{2}\cdot dx\,\frac{ddy}{dx^2} = \frac{x^3}{1\cdot 2\cdot 3}\,\frac{ddy}{dx^2} - \int \frac{x^3 dx}{1.2.3}\,\frac{d^3 y}{dx^3}$; donc $\int y\,dx = xy - \frac{x^2}{1.2}\,\frac{dy}{dx} + \frac{x^3}{1.2.3}\,\frac{ddy}{dx^2}\cdot\ldots$ $\pm \frac{x^p}{1.2..p}\,\frac{d^{p-1}y}{dx^{p-1}} \mp \int \frac{x^p dx}{1.2..p}\cdot\frac{d^p y}{dx^p}$.

PROBLÊME IV.

Réduire l'intégration de la formule $x^{m'}dx(a+bx^n)^p$ à celle de la formule $x^m dx(a+bx^n)^{p-1}$

SOLUTION.

En intégrant par parties, on trouve $\int x^m\,dx\,(a+bx^n)^p = \frac{x^{m+1}(a+bx^n)^p}{m+1} - \frac{np}{m+1}$ $\int x^m\,dx\,(a+bx^n)^{p-1}(bx^n + a - a) = \frac{x^{m+1}(a+bx^n)^p}{m+1}$ $- \frac{np}{m+1}\int x^m\,dx\,(a+bx^n)^p + \frac{nap}{m+1}\int x^m\,dx\ldots$ $(a+bx^n)^{p-1}$; donc multipliant par $m+1$ & transposant, on aura $(m+np+1)\int x^m\,dx(a+bx^n)^p$ $= x^{m+1}(a+bx^n)^p + nap\int x^m\,dx\,(a+bx^n)^{p-1}$

COROLLAIRE.

Comme on pourroit de même réduire $\int x^m\,dx\,(a+bx^n)^{p-1}$ à $\int x^m\,dx\,(a+bx^n)^{p-2}$, il suit de-là que généralement $\int x^m\,dx\,(a+bx^n)^p$ est réductible à $\int x^m\,dx\,(a+bx^n)^{p-\mu}$, μ étant un nombre entier, positif ou négatif.

PROBLÊME V.

Réduire l'intégration de la formule $x^m\,dx\,(a+bx^n)^p$ à celle de la formule $x^{m-n}\,dx\,(a+bx^n)^p$.

SOLUTION.

$x^m\,dx\,(a+bx^n)^p = x^{m-n+1}\cdot x^{n-1}\,dx\,(a+bx^n)^p$; donc en intégrant par parties, on aura $\int x^m\,dx\,(a+bx^n)^p = \frac{x^{m-n+1}(a+bx^n)^{p+1}}{nb(p+1)} - \frac{(m-n+1)}{nb\,(p+1)}\int (a+bx^n)^{p+1}x^{m-n}\,dx$: or $(a+bx^n)^{p+1}$ $x^{m-n}\,dx = (a+bx^n)^p\,x^{m-n}\,dx\,(a+bx^n) =$ $a x^{m-n}\,dx\,(a+bx^n)^p + b\,x^m\,dx\,(a+bx^n)^p$. Substituant, multipliant par $nb(p+1)$ & transposant, on aura $b(m+np+1)\int x^m\,dx(a+bx^n)^p$ $= x^{m-n+1}(a+bx^n)^{p+1} - a(m-n+1)\int x^{m-n}\,dx$ $(a+bx^n)^p$.

COROLLAIRE.

Donc, en se rappellant le problême précédent, on pourra toujours réduire $\int x^m dx(a+bx^n)^p$ à $\int x^{m-\lambda n}\,dx\,(a+bx^n)^{p-\mu}$, λ & μ sont des nombres entiers, positifs ou négatifs.

PROBLÊME VI.

Intégrer la formule $dx.\text{cof.}\,mx\,\text{cof.}\,m'x\,\text{cof.}\,m''x\ldots$ $\times \int nx \int n'x \int n''x\ldots = dy$ en prenant autant de ces facteurs qu'on voudra.

SOLUTION.

Par les théorêmes connus sur les sinus & co-sinus (*Voyez* SINUS), on trouvera cof. mx. cof. $m'x$.. $\int . n'x \ldots = a$ cof. $Mx + a'$ cof. $M'x\ldots + b$ sin. $Nx + b'$ sin. $N'x +$ &c. on aura donc $y = \frac{a}{M}$ sin. $Mx + \frac{a'}{M'}$ sin. $M'x\ldots - \frac{b}{N}$ cof. $Nx -$ $\frac{b'}{N'}$ cof. $N'x\ldots$ const.

PROBLÊME VII.

Intégrer la formule $x^m h^{nx}\,dx = dy$; h est la base des logarithmes algébriques. m est un nombre entier positif.

SOLUTION.

Intégrant par parties, on a $y = \frac{x^m h^{nx}}{n} -$ $\frac{m}{n}\int x^{m-1}dx\,h^{nx}$ (*Voy.* EXPONENTIELLE). On aura de même $\int x^{m-1}\,dx\,h^{nx} = \frac{x^{m-1}}{n}\,h^{nx} -$ $\frac{(m-1)}{n}\int x^{m-2}dx\,h^{nx}$; donc $y = \frac{h^{nx}}{n}$ $\left(x^m - \frac{mx^{m-1}}{n} + \frac{m(m-1)}{n^2}\,x^{m-2}\ldots \pm \frac{1\cdot 2\cdot 3..m}{n^m}\right)$ $+$ const.

PROBLÊME VIII.

Intégrer la formule $x^m h^{nx}\,dx\,\text{cof.}\,px = dy$

m eſt un nombre entier poſitif, comme le problême précédent.

S O L U T I O N.

Il faut mettre pour coſ. px ſa valeur $\frac{h^{px\sqrt{-1}} + h^{-px\sqrt{-1}}}{2}$, & on aura $2\,dy = x^m h^{(n+p\sqrt{-1})x} \cdot dx + x^m h^{(n-p\sqrt{-1})x} \cdot dx$; employant maintenant la méthode du problême précédent, on trouvera que le coëfficient de $m\,(m-1)\ldots(m-\mu+1)\,h^{nx}\,x^{m-\mu}$ dans l'intégrale eſt...

$$\frac{h^{px\sqrt{-1}}}{(n+p\sqrt{-1})^{\mu+1}} + \frac{h^{-px\sqrt{-1}}}{(n-p\sqrt{-1})^{\mu+1}} = \frac{(n-p\sqrt{-1})^{\mu+1}\,h^{px\sqrt{-1}} + (n+p\sqrt{-1})^{\mu+1}\,h^{-px\sqrt{-1}}}{(n^2+p^2)^{\mu+1}}$$

Pour débarraſſer ce coëfficient des imaginaires, on pourra faire $\frac{n}{\sqrt{n^2+p^2}} =$ coſ. φ & par conſéquent $\frac{p}{\sqrt{n^2+p^2}} =$ ſin. φ enſuite mettre pour coſ. $\varphi + \sqrt{-1}\,ſ\,\varphi$ ſa valeur $h^{\varphi\sqrt{-1}}$ & pour coſ. $\varphi - \sqrt{-1}\,ſ\,\varphi$ ſa valeur $h^{-\varphi\sqrt{-1}}$ (*Voy.* Sinus). Alors ce coëfficient deviendra

$$\frac{h^{((\mu+1)\varphi-px)\sqrt{-1}} + h^{-((\mu+1)\varphi-px)\sqrt{-1}}}{(n^2+p^2)^{\frac{\mu+1}{1}}}$$

$$= \frac{2\,.\,\text{coſ.}\,((\mu+1)\,\varphi - px)}{(n^2+p^2)^{\frac{\mu+1}{2}}}.$$

Il y a bien d'autres choſes intéreſſantes à dire ſur cette partie du calcul intégral; mais ceux qui deſireroient de plus grands détails doivent conſulter les ouvrages où on traite ſpécialement cette matière, & ſur-tout le calcul intégral de M. Euler.

Quadrature de la lune, (*Aſtron.*), ſituation de la lune, lorſque ſa diſtance au ſoleil eſt de 90 degrés, ou qu'elle eſt dans un point de ſon orbite également diſtant des points de conjonction & d'oppoſition; ce qui arrive deux fois dans chacune de ſes révolutions, on appelle ces tems-là, *premier quartier*, *dernier quartier*.

Quelques auteurs diſent que le premier *quartier* commence proprement à la nouvelle lune, & finit lorſqu'elle entre en quadrature, c'eſt-à-dire lorſqu'elle eſt éloignée du ſoleil de la valeur d'un quart de cercle, ou de trois ſignes, & que le ſecond *quartier* ſe compte depuis le moment qu'elle eſt entrée en quadrature juſqu'à la pleine lune. Mais l'uſage eſt d'appeller premier *quartier*, le tems où la lune eſt en quadrature.

Quand la lune eſt en *quadrature* on ne voit que la moitié de ſon diſque; on dit alors qu'elle eſt *dichotome*, comme qui diroit *coupée en deux. Voyez* Dichotomie.

Lorſqu'elle avance des ſyzygies à la *quadrature*, ſa gravitation vers la terre eſt d'abord diminuée par l'action du ſoleil; & ſon mouvement eſt retardé par la même raiſon; enſuite la gravitation de la lune eſt augmentée juſqu'à ce qu'elle arrive aux *quadratures*. C'eſt ce qui fait, ſelon Neuton, que l'orbite de la lune eſt plus convexe, toutes choſes d'ailleurs égales, à ſes *quadratures* qu'à ſes ſyzygies, & que la lune eſt moins diſtante de la terre aux ſyzygies, qu'aux *quadratures*, toutes choſes égales.

Lorſque la lune eſt aux *quadratures*, ou qu'elle n'en eſt pas fort éloignée, les apſides de ſon orbite ſont rétrogrades; mais elles avancent aux tems des ſyzygies. (*O*)

QUADRILATERE, ſ. f. *terme de Géométrie*, on appelle ainſi une figure compriſe entre quatre lignes droites, qui forment quatre angles; ce qui fait qu'on l'appelle encore figure *quadrangulaire*. *Voyez* Quadrangulaire.

Si les quatre côtés ſont égaux, & tous les angles droits, c'eſt un *quarré*. *Voyez* Quarré.

Si les quatre côtés ſont égaux, & les angles oppoſés auſſi égaux, mais non droits, c'eſt un *rhombe* ou *loſange*. *Voyez* Rhombe.

Si tous les côtés ne ſont pas égaux, mais tous les angles droits, c'eſt un *rectangle*. *Voyez* Rectangle.

Si les côtés oppoſés ſeulement ſont égaux, & les angles oppoſés auſſi égaux, mais non droits, cette figure eſt un *rhomboïde*. *Voyez* Rhomboïde.

Tout autre *quadrilatère*, dont les côtés oppoſés ne ſont ni parallèles, ni égaux, s'appelle un *trapèze*. *Voyez* Trapèze.

Les angles oppoſés d'un *quadrilatère* inſcrit dans un cercle, valent deux angles droits, puiſqu'ils ont pour meſure la moitié de la circonférence, ou 180 degrés. *Chambers*. (*E*)

QUADRILLION, ſ. m. (*Arithmét.*) ou mille fois mille trillions; c'eſt un nombre où l'on compte juſqu'à mille, mille, mille, mille, mille, mille, mille fois mille: il eſt compoſé de huit claſſes & d'une place, ou de vingt-cinq places d'unité, dont la dernière eſt marquée de quatre points. Dans cet exemple, 6, 543, 512, 234, 567, 890, 987,, 32 6461. La vingt-cinquième place, 6 indique par les unités combien tout ce nombre contient de *quadrillions*.

QUADRIPARTITION, ſ. f. (*Math.*) c'eſt le partage d'une choſe en quatre. *Voyez* Division, &c. ce mot eſt peu uſité. (*E*)

QUANTITÉS, *en termes d'Algèbre*, ſont des nombres indéterminés, ou que l'on rapporte à l'unité en général. *Voyez* Nombre.

Les *quantités* sont proprement le sujet de l'algèbre, qui roule entièrement sur leur calcul. *Voyez* ALGEBRE & CALCUL.

On marque ordinairement les *quantités* connues par les premières lettres de l'alphabet, *a*, *b*, *c*, *d*, *&c.* & les *quantités* inconnues par les dernières, *z*, *y*, *&c.*

Les *quantités* algébriques sont ou positives ou négatives.

On appelle *quantité positive* celle qui est audessus de zéro, & qui est précédée, ou que l'on suppose être précédée du signe +, *voyez* POSITIF.

Quantités négatives sont celles qui sont regardées comme moindres que rien, & qui sont précédées du signe −, *voyez* NÉGATIF.

Puis donc que + est le signe de l'addition, & — celui de la soustraction, il s'ensuit qu'il ne faut pour produire une *quantité* positive, qu'ajouter une *quantité* réelle à rien; par exemple $0 + 3 = + 3$; & $0 + a = + a$. De même pour produire une *quantité* négative il ne faut que retrancher une *quantité* réelle de 0; par exemple $0 - 3 = - 3$; & $0 - a = - a$.

Eclaircissons ceci par un exemple. Supposez que vous n'ayez point d'argent, & que quelqu'un vous donne cent écus; vous aurez alors cent écus plus que rien, & ce sont ces cent écus qui constituent une *quantité* positive.

Si au contraire vous n'avez point d'argent, & que vous deviez cent écus, vous aurez alors cent écus moins que rien; car vous devez payer ces cent écus pour être dans la condition d'un homme qui n'a rien & qui ne doit rien: cette dette est une *quantité* négative.

De même dans le mouvement local, le progrès peut être appellé une *quantité* positive, & le retour une *quantité* négative; à cause que le premier augmente & le second diminue le chemin qu'on peut avoir déjà fait.

Si l'on regarde en géométrie une ligne tirée vers quelque côté que ce soit comme une *quantité* positive, celle que l'on menera du côté opposé sera une quantité négative. *Voyez* COURBE.

Selon quelques auteurs, les *quantités* négatives sont les défauts des positives.

Selon ces mêmes auteurs, puisqu'un défaut peut excéder un autre (car, par exemple, le défaut de 7 est plus grand que celui de 3); une *quantité* négative prise un certain nombre de fois, peut être plus grande qu'une autre.

D'où il suit que les *quantités* négatives sont homogènes entr'elles.

Mais, ajoutent-ils, puisque le défaut d'une *quantité* positive prise tel nombre de fois que l'on voudra, ne peut jamais surpasser la *quantité* positive, & qu'elle devient toujours plus défective: les *quantités* négatives sont hétérogènes aux positives; d'où ils concluent que les *quantités* négatives étant hétérogènes aux positives, & homogènes aux négatives, il ne peut y avoir de rapport entre une *quantité* positive & une négative, mais il peut s'en trouver entre deux négatives. Par exemple, $-3a : -3a :: 3 : 5$. Le rapport est ici le même que si les *quantités* étoient positives. Mais ils prétendent observer qu'entre 1 & —1, & entre —1 & 1, la raison est tout-à-fait différente. Il est vrai pourtant, d'un autre côté, que $1 : -1 :: -1 : 1$, puisque le produit des extrêmes est égal au produit des moyens; ainsi la notion que donnent ces auteurs des *quantités* négatives, n'est pas parfaitement exacte. *Voyez* NÉGATIF.

Addition des quantités. 1.° Si les *quantités* exprimées par la même lettre ont aussi le même signe, on ajoutera les nombres dont elles sont précédées, comme dans l'arithmétique ordinaire.

2.° Si elles ont différens signes, l'addition devient une soustraction, & l'on ajoute au restant le signe de la plus grande *quantité*.

3.° On ajoute les quantités exprimées par différentes lettres par le moyen du sige +, comme dans l'exemple suivant:

$$\begin{array}{l} 4a + 2b - 2c - 5d - 9 \\ 5a + 2b + 2c + 2d - 39 \\ \hline 9a + 4b - 3d - 48 \end{array} \qquad \begin{array}{r} a - b \\ c \\ \hline a - b + c \end{array}$$

Soustraction des *quantités*. *Voyez* SOUSTRACTION.

Multiplication & division des *quantités*. *Voyez* MULTIPLICATION *ou* DIVISION.

Continuation des *quantités*. *Voyez* COMBINAISON, PERMUTATION, *&c.*

Lorsqu'on multiplie ou qu'on divise deux *quantités* positives l'une par l'autre, il en résulte une *quantité* positive.

2.° Quand on multiplie ou qu'on divise une *quantité* négative par une positive, le produit & le quotient sont négatifs.

3.° En multipliant ou divisant deux *quantités* négatives l'une par l'autre, il en résulte une *quantité* positive.

4.° Lorsqu'on multiplie ou qu'on divise une *quantité* positive par une négative, ce qui en vient est une quantité négative. (*E*)

QUARANTIEME, s. m. (*Arithmétiq.*) en fait de fractions ou nombres rompus de quelque tout que ce soit, un *quarantième* s'écrit de cette manière $\frac{1}{40}$; on dit aussi un *quarante-unième*, un *quarante-deuxième*, un *quarante-troisième*, *&c.* & ces différentes fractions s'écrivent de même que celle ci-dessus, à l'exception que l'on met un 1, un 2, un 3, à la place du zéro qui est après le quatre, ce qui se marque ainsi $\frac{1}{41}$, $\frac{1}{42}$, $\frac{1}{43}$, *&c.* on dit encore *deux quarantièmes*, *trois quarantièmes*, *&c.* que l'on écrit de cette manière $\frac{2}{40}$, $\frac{3}{40}$, $\frac{4}{40}$. Le quarante-huitième de vingt sols est cinq deniers,

qui eſt une des parties aliquotes de la livre tournois.

QUARRÉ, ſ. m. *en Géométrie*, eſt une figure à quatre côtés, dont les côtés & les angles ſont égaux. *Voyez* FIGURE, QUADRILATERE, *&c.*

Pour trouver l'aire d'un *quarré*, cherchez la longueur d'un côté, multipliez-le par lui-même, le produit ſera l'aire du *quarré*. *Voyez* AIRE & MESURE.

Ainſi ſi la longueur d'un côté eſt 345, l'aire ſera 119025 ; & ſi le côté du *quarré* eſt 10, l'aire ſera 100.

Puis donc qu'une toiſe contient 6 pieds, qu'un pied contient 12 pouces, *&c.* une toiſe *quarrée* contient 36 pieds *quarrés* ; un pied *quarré* contient 144 pouces *quarrés*, &c.

Les propriétés du *quarré* ſont que ſes angles ſont tous droits, & par conſéquent ſes côtés perpendiculaires les uns aux autres ; que la diagonale le diviſe en deux parties égales ; que les côtés ſont égaux.

A l'égard du rapport des *quarrés*, ils ſont les uns aux autres en raiſon doublée de leurs côtés. Par exemple, un *quarré* dont le côté eſt double d'un autre, eſt quadruple de cet autre *quarré*.

Un nombre *quarré* eſt le produit d'un nombre multiplié par lui-même. *Voyez* NOMBRE.

Ainſi 4 produit de 2 multipliés par 2, ou 16 produit de 4 multipliés par 4, ſont des nombres *quarrés*.

Ces nombres ſont appellés *nombres quarrés*, parce qu'on peut les arranger en forme de *quarrés*, en faiſant que la racine ou le facteur ſoit le côté du *quarré*. *Voyez* RACINE.

La différence de deux nombres *quarrés*, dont les racines différent de l'unité, eſt un nombre impair, égal au double de la racine du plus petit en y ajoutant une unité.

On a par ce moyen une méthode facile de conſtruire des nombres *quarrés* pour un nombre de racines qui procédent ſuivant la ſuite naturelle des nombres, pour cela le double de la racine augmenté de l'unité doit toujours être ajouté au *quarré* précédent.

Ainſi ſi $n=1$; $2n+1=3$; ſi $n=2$, donc $2n+1=5$. ſi $n=3$, donc $2n+1=7$. ſi $n=4$, donc $2n+1=9$. *&c.* ainſi on forme des nombres *quarrés* en ajoutant continuellement des nombres impairs.

Racine quarrée eſt un nombre qu'on conſidère comme la racine d'une ſeconde puiſſance, ou d'un nombre *quarré* ; ou bien, un nombre qui multiplié par lui-même produit un nombre *quarré*. *Voyez* RACINE.

Ainſi le nombre 2 étant un nombre, qui multiplié par lui-même, donne le nombre *quarré* 4, eſt appellé la *racine quarrée* de 4.

Puiſque la racine *quarrée* eſt au nombre *quarré*, comme l'unité eſt à la racine *quarrée*, la racine eſt moyenne proportionnelle entre l'unité & le nombre *quarré*.

Une racine *quarrée* qui a deux parties ſe nomme *binome*, comme $20+4$. *Voyez* BINOME.

Si elle a trois parties, on l'appelle *trinome*, comme $6+2-1$. *Voyez* TRINOME.

On démontre que chaque nombre *quarré* d'une racine *binome* eſt composé du *quarré* de la première partie, plus le double de la première multiplié par la ſeconde, plus le *quarré* de la ſeconde.

Pour extraire la racine *quarrée* de tout nombre donné. *Voyez* EXTRACTION & RACINE. (*E*)

QUARRÉ QUARRÉ, c'eſt la puiſſance immédiatement au-deſſus du cube, ou la quatrième puiſſance ; ainſi a^4 eſt un *quarré quarré*, parce que c'eſt le *quarré* du *quarré* a^2. (*E*)

QUARRÉS MAGIQUES, *en Arithmétique*, on donne ce nom à des figures *quarrées* formées d'une ſuite ou ſérie de nombres en proportion arithmétique, diſpoſés dans des lignes parallèles ou en des rangs égaux ; de telle ſorte que les ſommes de tous ceux qui ſe trouvent dans une même bande horizontale, verticale, ou diagonale, ſoient toutes égales entre elles.

Tous les nombres qui compoſent un nombre *quarré* quelconque, par exemple, 1. 3. 4. *&c.* juſqu'à 25 incluſivement, qui compoſent le nombre *quarré* 25, ayant été diſpoſés de ſuite dans une figure *quarrée* de 25 cellules, chacun dans la ſienne ; ſi, après cela, on change l'ordre de ces nombres, & qu'on les diſpoſe dans les cellules de façon que les cinq nombres qui compoſeront une bande horizontale de cellules quelconques, étant ajoutés enſemble forment toujours la même ſomme que cinq nombres qui compoſeront toute autre bande de cellules, ſoit horizontale, ſoit verticale, & même que les cinq qui compoſeront chacune des deux bandes diagonales : cette diſpoſition de nombres s'appelle un *quarré magique*, pour la diſtinguer de la première diſpoſition qu'on appelle *quarré naturel*. *Voyez* les figures ſuivantes.

Quarré naturel.

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

Quarré magique.

16	14	8	2	25
3	22	20	11	9
15	6	4	23	17
24	18	12	10	1
7	5	21	19	13

On pourroit croire que les *quarrés magiques* ont eu ce nom, parce que cette propriété de toutes leurs bandes, qui priſes en quelque ſens que ce ſoit font toujours la même ſomme, a paru fort ſurprenante, ſur-tout dans certains ſiécles où les Mathématiques étoient ſuſpectes de magie : mais il y a auſſi beaucoup d'apparence que ces *quarrés*

ont encore mieux mérité leur nom par des opérations superstitieuses où ils ont été employés, telles que la construction des talismans; car selon la puérile philosophie de ceux qui donnoient des vertus aux nombres, quelle vertu ne devoient pas avoir des nombres si merveilleux? Ce qui a donc commencé par être une vaine pratique des faiseurs de talismans ou des devins, est devenu dans la suite le sujet d'une recherche sérieuse pour les Mathématiciens, non qu'ils ayent cru qu'elle les pût mener à rien d'utile ni de solide. Les *quarrés magiques* se sentent toujours de leur origine; ils ne peuvent être d'aucun usage : ce n'est qu'un jeu dont la difficulté fait le mérite, & qui peut seulement faire naître sur les nombres quelques vues nouvelles, dont les Mathématiciens ne veulent pas perdre l'occasion.

Emanuel Moscopule, auteur grec du quatorzième ou du quinzième siécle, est le premier que l'on connoisse qui ait parlé des *quarrés magiques*; & par le tems où il vivoit, on peut soupçonner qu'il ne les a pas regardés en simple mathématicien: il a donné quelques règles pour les construire. On trouve dans le livre d'Agrippa, que l'on a tant accusé de magie, les *quarrés* des sept nombres qui sont depuis 3 jusqu'à 9, disposés magiquement; & il ne faut pas croire que ces sept nombres aient été préférés à tous les autres sans une grande raison; c'est que leurs *quarrés* sont planétaires, selon le systême d'Agrippa & de ses pareils. Le *quarré* de 3 appartient à Saturne, celui de 4 à jupiter, celui de 5 à mars, celui de 6 au soleil, celui de 7 à vénus, celui de 8 à mercure, & celui de 9 à la lune. Bachet de Meziriac étudia les *quarrés magiques*, sur l'idée qu'il en avoit prise par les *quarrés* planétaires d'Agrippa; car il ne connoissoit point l'ouvrage de Moscopule, qui n'est que manuscrit dans la bibliothèque du roi. Il trouva, sans le secours d'aucun auteur qui l'eût précédé, une méthode pour les *quarrés* dont la racine est impaire, comme pour 25, 49, *&c.* mais il ne put rien trouver qui le contentât sur ceux dont la racine est paire.

Après lui vint Frenicle. Un habile algèbriste avoit cru que les 16 nombres qui composent le quarré de 4, pouvant être disposés de 20 922 789 888 000 manières différentes dans un *quarré magique* ou non magique, ce qui est certain par les règles de combinaison, ces mêmes nombres ne pouvoient être disposés différemment dans un *quarré magique* qu'en 16 manières. Mais M. Frenicle fit voir qu'il y en avoit encore 878. D'où il est aisé de conclure combien sa méthode devoit être supérieure à celle qui n'avoit produit que la 55^e^ partie des *quarrés magiques* qu'il trouvoit.

Il s'avisa d'ajouter à cette recherche une difficulté qui n'y avoit point encore eu lieu. Le *quarré magique* de 7, par exemple, étant construit, & ses 49 cellules remplies, si on en retranche les deux bandes horizontales de cellules & les deux verticales les plus éloignées du milieu, c'est-à-dire, toute l'enceinte extérieure du *quarré*, il restera un *quarré* dont la racine sera 5, & qui n'aura que 25 cellules. Il ne sera pas étonnant que ce petit *quarré* ne soit plus magique; car les bandes du grand n'étoient disposées de manière à faire toutes la même somme, que prises dans leur tout & avec les 7 nombres qu'elles renfermoient chacune dans leurs 7 cellules: mais ayant été mutilées chacune de deux cellules, & ayant perdu deux de leurs nombres, il peut bien arriver que leurs restes ne fassent plus par-tout une même somme. M. Frenicle voulut qu'une enceinte de *quarré magique* étant ôtée, & même telle enceinte qu'on voudroit, lorsqu'il y en a assez pour cela, ou enfin plusieurs enceintes à-la-fois, le *quarré* restant fût encore magique; & sans doute cette nouvelle condition rendoit ces *quarrés* beaucoup plus magiques qu'il n'avoient jamais été.

Il renversa aussi cette question; il voulut qu'une certaine enceinte prise à volonté, ou plusieurs, fussent inséparables du *quarré*; c'est-à-dire, qu'il cessât d'être magique si on les ôtoit, & non si on en ôtoit d'autres. M. Frenicle ne donne point de démonstration générale de ses méthodes, & quelquefois il ne se conduit qu'en tâtonnant. Il est vrai que son traité des *quarrés magiques* n'a pas été donné au public par lui-même; il ne parût qu'après sa mort, & fut imprimé par M. de la Hire en 1693.

M. Poignard, chanoine de Bruxelles, publia en 1703, un livre sur les *quarrés magiques*, qu'il appelle *sublimes*. Jusqu'ici on n'avoit construit les *quarrés magiques* que pour des suites de nombres naturels qui remplissoient un *quarré*: mais à cela M. Poignard fait deux additions importantes. 1.° au lieu de prendre tous les nombres qui remplissent un *quarré*, par exemple les trente-six nombres consécutifs qui rempliroient toutes les cellules du *quarré* naturel, dont le côté seroit 6, il ne prend qu'autant de nombres consécutifs qu'il y a d'unités dans le côté du *quarré*, c'est-à-dire ici 6 nombres, & ces 6 nombres seuls, il les dispose dans les 36 cellules, de manière qu'aucun ne soit répété deux fois dans une même bande, soit horizontale, soit verticale, soit diagonale. D'où il suit nécessairement que toutes les bandes, prises en quelque sens que ce soit, font toujours la même somme. M. Poignard appelle cela *progression répétée*. 2.° Au lieu de ne prendre ces nombres que selon la suite des nombres naturels, c'est-à-dire, en progression arithmétique, il les prend aussi & en progression géométrique & en progression harmonique: mais avec ces deux dernières progressions il faut nécessairement que la magie soit différente de ce qu'elle étoit dans les *quarrés* remplis par des nombres en progression arithmétique; elle consiste en ce que les produits de toutes les bandes sont égaux, & dans la progression harmonique, les nombres de toutes les bandes suivent toujours

toujours cette progreſſion. Dans ce livre, M. Poignard fait également des *quarrés* de ces trois progreſſions répétées.

Enfin, M. de la Hire nous a donné, dans les *mémoires de l'académie* 1705, ſes recherches ſur ce ſujet. Il conſidère d'abord les *quarrés* impairs. Tous ceux qui ont travaillé ſur cette matière, ont trouvé plus de difficulté dans la conſtruction des *quarrés* pairs ; & par cette raiſon M. de la Hire les garde pour les derniers. Le plus de difficulté peut venir en partie de ce qu'on prend les nombres en progreſſion arithmétique. Or, dans cette progreſſion, ſi le nombre des termes eſt impair, celui du milieu a certaines propriétés qui peuvent être commodes ; par exemple, étant multiplié par le nombre des termes de la progreſſion, le produit eſt égal à la ſomme de tous les termes.

M. de la Hire propoſe une méthode générale pour les *quarrés* impairs, & elle a quelque rapport avec la théorie du mouvement composé, ſi utile & ſi féconde dans la méchanique. Comme cette théorie conſiſte à décompoſer les mouvemens, & à les réſoudre en d'autres plus ſimples ; de même la méthode de M. de la Hire conſiſte à réſoudre en deux *quarrés* plus ſimples, & primitifs le *quarré* qu'il veut conſtruire. Il faut avouer cependant qu'il n'étoit pas ſi aiſé de découvrir ou d'imaginer ces deux *quarrés* primitifs dans le *quarré* composé ou parfait, qu'il l'eſt d'appercevoir dans un mouvement oblique un mouvement parallèle, & un perpendiculaire.

S'il faut, par exemple, remplir magiquement avec les 49 premiers nombres de la progreſſion naturelle les 49 cellules d'un *quarré* qui a 7 pour racine, M. de la Hire prend d'un côté les 7 premiers nombres depuis l'unité juſqu'à la racine 7, & de l'autre 7 & tous ſes multiples juſqu'à 49 excluſivement ; & comme il n'a par-là que 6 nombres, il y joint 0 ; ce qui fait cette progreſſion arithmétique de 7 termes, auſſi-bien que la première 0, 7, 14, 21, 28, 35, 42.

Enſuite avec ſa première progreſſion répétée, il remplit magiquement le *quarré* de 7 pour racine. Pour cela il écrit d'abord dans les 7 cellules de la première bande horizontale les 7 nombres propoſés, ſelon tel ordre que l'on veut ; car cela eſt abſolument indifférent : & il eſt bon de remarquer ici que les 7 nombres ſeuls peuvent être arrangés en 5040 manières différentes dans une ſeule bande. L'arrangement qui leur ſera donné dans la première bande horizontale, quel qu'il ſoit, eſt le fondement de celui qu'ils auront dans tous les autres. Pour la ſeconde bande horizontale il faut mettre dans ſa première cellule ou le troiſième, ou le quatrième, ou le cinquième, ou le ſixième, qui ſuit le premier de la première bande horizontale, & après cela écrire les ſix autres de ſuite. Pour la troiſième bande horizontale, on obſerve à l'égard de la ſeconde le même ordre qu'on a obſervé pour la ſeconde à l'égard de la première, & toujours ainſi juſqu'à la fin. Par exemple, ſi on a rangé les ſept nombres dans la première bande horizontale ſelon l'ordre naturel 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, on peut commencer la ſeconde bande horizontale par 3, ou par 4, ou par 5, ou par 6 ; mais ſi on l'a commencé par 3, la troiſième doit commencer par 5, la quatrième par 7, la cinquième par 2, la ſixième par 4, la ſeptième par 6.

1	2	3	4	5	6	7
3	4	5	6	7	1	2
5	6	7	1	2	3	4
7	1	2	3	4	5	6
2	3	4	5	6	7	1
4	5	6	7	1	2	3
6	7	1	2	3	4	5

Le commencement des bandes qui ſuivent la première étant ainſi déterminé, nous avons déjà dit que les autres nombres s'écrivoient tout de ſuite dans chaque bande allant de 5 à 6 à 7, & retournant à 1, 2, &c. juſqu'à ce que chaque nombre du premier rang ſe trouve dans chaque rang au-deſſous, ſelon l'ordre qui a été arbitrairement choiſi pour la première.

Par ce moyen il eſt évident qu'aucun nombre ne ſera répété deux fois dans une même bande quelle qu'elle ſoit, & par conſéquent les ſept nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, étant toujours dans chaque bande, ils ne pourront faire que la même ſomme.

On voit dans l'exemple préſent que l'arrangement des nombres dans la première bande ayant été choiſi à volonté, on a pu continuer les autres bandes de quatre manières différentes ; & puiſque la première bande a pu avoir 5040 arrangemens différens, il n'y a pas moins que 20160 manières différentes dont le *quarré magique* de ſept nombres répétés puiſſe être conſtruit.

1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	1
3	4	5	6	7	1	2
4	5	6	7	1	2	3
5	6	7	1	2	3	4
6	7	1	2	3	4	5
7	1	2	3	4	5	6

1	2	3	4	5	6	7
7	1	2	3	4	5	6
6	7	1	2	3	4	5
5	6	7	1	2	3	4
4	5	6	7	1	2	3
3	4	5	6	7	1	2
2	3	4	5	6	7	1

L'ordre des nombres dans la première bande étant déterminé, ſi l'on prenoit pour recommencer la ſeconde, le ſecond 2 ou le dernier 7, une des bandes diagonales auroit toujours le même nombre répété, & dans l'autre cas ce ſeroit l'autre diagonale ; par conſéquent l'une ou l'autre diagonale ſeroit fauſſe, à moins que le nombre répété 7 fois ne fût 4, car 4

fois 7 est égal à la somme de 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, & en général dans tout *quarré* construit d'un nombre de termes impairs en progression arithmétique, une des diagonales seroit fausse par ces deux constructions, à moins que le nombre toujours répété dans cette diagonale ne fût le terme du milieu de la progression. Il n'est nullement nécessaire de prendre des termes en progression arithmétique; & on peut faire, suivant la règle de M. de la Hire un *quarré magique* de tels nombres qu'on voudra qui ne suivent aucune progression. De plus, lors même qu'on les prendra en progression arithmétique, il faudra excepter de la méthode générale les deux constructions qui produisent la répétition continuelle d'un même terme dans l'une des deux diagonales, & marquer seulement le cas où cette répétition n'empêcheroit pas la diagonale d'être juste.

Recommencer la seconde bande par tout autre nombre que le second ou le dernier de la première, ce n'est pas une règle générale; elle est bonne pour le *quarré* de 7: mais s'il s'agissoit, par exemple, du *quarré* de 9, & qu'on prît pour le premier nombre de la seconde bande horizontale le quatrième de la première; on verroit que ce même nombre commenceroit aussi la cinquième & la huitième bande, & par conséquent seroit répété trois fois dans la première bande verticale; ce qui entraîneroit de semblables répétitions dans toutes les autres. Voici donc comment doit être conçue la règle générale. Il faut que le nombre que l'on choisit dans la première bande pour recommencer la seconde, ait un exposant de son quantième, tel que diminué d'une unité il ne puisse diviser la racine du *quarré*. Si, par exemple, dans le *quarré* de 7 on a pris pour recommencer la seconde bande le troisième nombre de la première, cette construction est bonne, parce que l'exposant du quantième de ce nombre qui est 3 - 1, c'est-à-dire 2, ne peut diviser 7; de même on peut prendre le quatrième nombre de la première bande, parce que 4 — 1 ou 3 ne divise point 7. C'est la même raison pour le cinquième & sixième nombre. Mais dans le *quarré* de 9, le quatrième nombre de la première bande ne doit pas être pris, parce que 4 — 1 ou 3 divise 9. La raison de cette règle sera évident, pourvu que l'on observe comment se font ou ne se font point les retours des mêmes nombres, en les prenant toujours d'une même manière dans une suite quelconque donnée.

Il suit de-là que moins la racine du *quarré* que l'on construit à de diviseurs, plus il y a à cet égard de manières différentes de le construire; & que les nombres premiers, c'est-à-dire qui n'ont aucuns diviseurs tels que 5, 7, 11, 13, &c. sont ceux dont les *quarrés* doivent recevoir le plus de variations à proportion de leur grandeur.

Les *quarrés* construits suivant cette méthode ont une propriété particulière, & que l'on n'avoit point exigée dans ce problême. Les nombres qui composent une bande quelconque parallèle à une des deux diagonales, sont rangés dans le même ordre que ceux de la diagonale à laquelle cette bande est parallèle; & comme une bande parallèle à une diagonale est nécessairement plus courte qu'elle & a moins de cellules, si on lui joint la parallèle correspondante qui a le nombre de cellules qui lui manque pour en avoir autant que la diagonale, on trouvera que les nombres des deux parallèles mis, pour ainsi dire, bout-à-bout, garderont entr'eux le même ordre que ceux de la diagonale. A plus forte raison ils feront la même somme; ce qui fait que ces *quarrés* sont encore magiques en ce sens-là.

1	2	3	4	5	6	7
3	4	5	6	7	1	2
5	6	7	1	2	3	4
7	1	2	3	4	5	6
2	3	4	5	6	7	1
4	5	6	7	1	2	3
6	7	1	2	3	4	5

0	7	14	21	28	35	42
21	28	35	42	0	7	14
42	0	7	14	21	28	35
14	21	28	35	42	0	7
35	42	0	7	14	21	28
7	14	21	28	35	42	0
28	35	42	0	7	14	21

Au lieu que nous avons formé jusqu'ici les *quarrés* par les bandes horizontales, on pourroit en former par les verticales, & ce seroit la même chose.

Tout ceci ne regarde encore que le premier *quarré* primitif, dont les nombres étoient dans l'exemple proposé 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7; reste le second primitif dont les nombres sont 0, 7, 14, 21, 28, 35, 42. M. de la Hire opère de la même façon sur ce second *quarré*; & il peut être construit, selon sa méthode, en 20160 manières différentes, aussi-bien que le premier, puisqu'il est composé du même nombre de termes. Sa construction étant faite, & par conséquent toutes ses bandes composant la même somme, il est évident que si l'on ajoute l'un à l'autre, les nombres des deux cellules cor-

respondantes dans les deux *quarrés*, c'est-à-dire, les deux nombres de la première d'un chacun, les deux de la seconde, de la troisième, *&c*, & qu'on les dispose dans les 49 cellules correspondantes d'un troisième *quarré*, il sera encore magique, puisque ses bandes formées par l'addition de sommes toujours égales à sommes égales seront nécessairement égales entr'elles. Il s'agit seulement de savoir si par l'addition des cellules correspondantes des deux premiers *quarrés*, toutes les cellules du troisième seront remplies de manière que chacune contienne un des nombres de la progression depuis 1 jusqu'à 49, & un nombre différent de celui de toutes les autres; ce qui est la fin & le dessein de toute l'opération.

Il faut remarquer que si dans la construction du second *quarré* primitif, on a observé en recommençant la seconde bande un ordre à la première différent de celui qu'on avoit observé dans la construction du premier *quarré*, si, par exemple, on a recommencé la seconde bande du premier par le troisième terme, & que l'on recommence la seconde bande du second *quarré* par le quatrième, chaque nombre du premier *quarré* se combinera une fois par l'addition & une fois seulement avec tous les nombres du second; & comme les nombres du premier sont ici 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, & ceux du second 0, 7, 14, 21, 28, 35, 42, on verra qu'en les combinant ainsi on aura tous les nombres de la progression depuis 1 jusqu'à 49, sans qu'il y en ait aucun répété; & c'est-là le *quarré* parfait qu'il s'agissoit de construire.

1	9	17	25	33	41	49
24	32	40	48	7	8	16
47	6	14	15	23	31	39
21	22	31	38	46	5	13
37	47	4	12	20	28	29
11	19	27	35	36	46	3
34	42	43	2	10	18	26

La sujétion de construire différemment les deux *quarrés* primitifs, n'empêche nullement que chacune des 20160 constructions de l'un ne puisse être combinée avec toutes les 20160 constructions de l'autre, & par conséquent 20160 multiplié par lui-même, c'est-à-dire, 406425600, est le nombre de toutes les constructions différentes que peut avoir le *quarré* parfait, qui est ici celui des 49 premiers nombres de la progression naturelle.

Quant aux *quarrés* pairs, M. de la Hire les construit ainsi que les impairs par deux *quarrés* primitifs; mais la construction des primitifs est différente en général, & peut l'être même en plusieurs manières; & ces différences générales reçoivent plusieurs variations particulières, qui donnent autant de constructions différentes pour un même *quarré* pair. Il paroît à peine possible de déterminer, ne fût-ce qu'à peu-près, ni combien de différences générales il peut y avoir entre la construction des *quarrés* primitifs d'un *quarré* pair & d'un impair, ni combien chaque différence générale peut recevoir de variations particulières; & par conséquent on est encore bien éloigné de pouvoir déterminer le nombre des constructions qui se feront par des *quarrés* primitifs. *Hist. & Mém. de l'académie des Sciences*, 1705. (*E*)

M. Sauveur a donné aussi ses recherches sur le même problême dans les *Mém. de l'acad. de* 1710, auxquels nous renvoyons. Enfin dans ceux de 1750, M. d'Ons-en-Bray a donné aussi une méthode pour construire les *quarrés magiques*. On peut voir dans l'*Hist. des Mathématiques* de M. Montucla, *tome I, p.* 336. la liste des principaux ouvrages qui ont été composés sur ce sujet.

QUARRÉ-CUBE, *quarré-quarré-cube* & *quarré-cube-cube*, sont des noms dont Diophante, Viete, Oughtred & d'autres se servent pour exprimer la cinquième, septième, & puissance des nombres. *Voyez* PUISSANCE. (*E*)

QUARRÉ DU CUBE, *quarré-quarré-quarré* & *quarré du sursolide*, sont des noms dont se servent les Arabes pour exprimer la sixième, la huitième, & la dixième puissances des nombres. *Voyez* PUISSANCE. (*E*)

QUARRER, v. act. (*Mathém.*) On dit *quarrer* un nombre, pour marquer qu'on le multiplie, ou qu'il faut le multiplier par lui-même. Ainsi *quarrer* le nombre 3, c'est muliplier 3 par 3, pour avoir le produit 9, qui est le *quarré* de 3.

Quarrer un triangle ou une figure plane quelconque, c'est trouver un *quarré* dont la surface soit égale à l'aire des plans proposés. Jusqu'à présent on n'a pu encore *quarrer* le cercle à la rigueur. *Voyez* QUADRATURE. (*E*)

QUART, s. m. (*Mathémat.*) est la quatrième partie d'un tout, laquelle est plus ou moins grande, selon la quantité du total dont elle fait partie. Ainsi l'on dit *un quart d'heure, un quart de boisseau, un quart de muid. Voyez* HEURE, BOISSEAU, MUID. *Voyez aussi* MESURE.

Un *quart* dans les fractions s'exprime par $\frac{1}{4}$, & les trois *quarts* par $\frac{3}{4}$. *Voyez* FRACTION.

QUART DE CERCLE, *en Géométrie*, est un arc de cercle de 90 degrés, ou la quatrième partie de toute la circonférence. *Voyez* ARC & CERCLE. *Voyez aussi* DEGRÉ.

QUART DE CERCLE, (*Astronomie*) instrument de cuivre, ordinairement de trois pieds de rayon ou plus, portant une lunette ou fixe ou mobile; cet instrument le plus nécessaire de tous, & le plus employé, sert à mesurer la hauteur d'un astre au-dessus de l'horizon. L'usage du quart du cercle est très-ancien; mais ce ne fut qu'en 1667 que Picard & Auzout y appliquèrent des lunettes, quoique Morin y eut pensé dès 1634. Cette invention a procuré une nouvelle perfection à toute l'astronomie.

L'observation de la hauteur des astres au-dessus de l'horizon est une des plus anciennes que les Astronomes aient dû faire; ce fut d'abord à l'horizon qu'ils furent forcés de comparer les astres, car ils ne sont visibles que quand ils s'élèvent

au-dessus de l'horizon. Plus le soleil s'élevoit, plus il augmentoit la chaleur & la vie; cette hauteur régloit par conséquent les saisons; la hauteur du pôle au-dessus de l'horizon avoit dû frapper aussi les premiers observateurs; ainsi le premier instrument dont on dût faire usage, fut sans doute le quart-de-cercle. *Voyez* HAUTEUR.

On voit dans la *fig.* 179, le quart-de-cercle mobile dont les Astronomes se servent communément, monté sur son pied. Le limbe qui forme la circonférence *ADB*, est assemblé avec le centre *C* par trois règles de fers *CA*, *CD*, *CB*, de deux pouces de large, fortifiées chacune par derrière d'une règle-de-chan qui en empêche la flexion, & que l'on voit dans la *fig.* 182. Vers le centre de gravité *E* de la masse entière du quart-de-cercle, est fixé un axe ou cylindre de deux pouces de diamètre sur 5 à 6 pouces de long, perpendiculairement au plan de l'instrument; ce cylindre entre dans une douille, c'est-à-dire dans un cylindre creux représenté séparément en *EE* *fig.* 180, à côté du quart-de-cercle, & de même en *B* *fig.* 182. Cette pièce qu'on appelle le *genou*, est composée non-seulement d'une douille horizontale *EE*, mais d'un autre cylindre *e*, *fig.* 180, fondu tout d'une pièce avec la douille, & que l'on place verticalement en *n* sur le pied de l'instrument. Pour empêcher que le quart-de-cercle ne sorte de sa place, on applique derrière la douille ou le canon *D* (*fig.* 182) une plaque de fer qui recouvre le tout, cette plaque est arrêtée par une forte vis *f* qui pénètre dans l'axe *A* du quart-de-cercle, & qui tourne avec lui sans lui permettre de sortir de la douille horizontale.

Par le moyen de ce *genou* le quart-de-cercle peut tourner verticalement & horizontalement: il tourne verticalement, c'est-à-dire sans changer de vertical, lorsque le genou *EEe*, *fig.* 180, restant immobile, l'axe du *quart-de-cercle* tourne dans la douille à frottement dur; mais il tourne horizontalement en se dirigeant successivement vers tous les points de l'horizon, lorsqu'on fait tourner sur son pied l'arbre *e* du genou; il y a des vis de pression en *p* au-dessus de la douille horizontale, & à côté de la douille verticale en *q*, avec lesquelles on serre le canon dans sa douille lorsqu'on veut fixer le *quart-de-cercle* à une hauteur donnée, ou dans un vertical déterminé.

Vers l'un des rayons *AC* du *quart-de-cercle* on fixe une lunette; elle passe dans une douille de cuivre, fixée en haut par des rebords ou empattemens, où passent de fortes vis qui l'assujétissent inébranlablement sur la carcasse de l'instrument, afin que l'objectif de la lunette ne puisse varier. A l'autre extrémité est la boëte du micromètre, dont nous avons donné la description. Elle est fixée aussi par des empattemens. A l'égard du tuyau qui s'étend de *C* en *A*, il n'importe de quelle matière il soit fait; ce n'est que pour donner de l'obscurité dans la lunette. On le fait ordinairement de cuivre, il suffit qu'il ait 15 à 16 lignes de diamètre pour un *quart-de-cercle* de trois pieds, à moins que la lunette ne soit acromatique; la solidité en est indifférente, mais celle des deux pièces qui porte les verres est essentielle, parce que leur solidité assure celle de l'axe optique de la lunette, qui doit être exactement parallèle au plan de l'instrument, & au premier rayon qui passe par le point de 90°. Nous expliquerons la manière de lui donner précisément cette situation.

Au centre *C* de l'instrument est un cylindre de cuivre exactement tourné, qui se voit, *fig.* 177, au-dessus du *quart-de-cercle*; il porte à son centre un point très-délicat, dans ce point on place la pointe d'une aiguille *k* sur laquelle on fait passer la boucle du fil-à-plomb *PP*; l'aiguille supportée par un pont ou une pièce d'acier, recourbée & percée d'un trou au-travers duquel passe l'aiguille *k* pour aller se loger au centre du cylindre. Quand elle y est bien placée, on a soin de la serrer dans le trou du pont avec une vis de pression *q* qui paroît au-dessus; autour de l'aiguille l'on fait une boucle *P* avec un cheveu, un fil de pite, ou un fil d'argent très-fin, à cette boucle placée tout contre le cylindre du centre, on suspend le fil à-plomb chargé d'un poids que l'on voit à côté du *quart-de-cercle*. Ce fil marque sur la division du limbe le degré de la hauteur à laquelle est dirigée la lunette *AC*. L'extrémité du cylindre *k* qui porte le point du centre & la pointe de l'aiguille doit être un peu arrondie ou convexe, pour que le fil n'y éprouve pas un trop grand frottement. On peut aussi mettre à la place de l'aiguille une vis qui se termine par une pointe très-fine, & qui tourne dans la pièce *q* comme dans une espèce de pont.

Autour du cylindre qui porte le centre du *quart-de-cercle*, il y a une plaque de cuivre plus large, ronde, fixée sur la charpente de l'instrument. Sur cette pièce est suspendu le *garde-filet* *CD* (*fig.* 178) c'est une longue boëte de cuivre, mince, soutenue vers le centre, autour duquel elle tourne pour se mettre toujours d'à-plomb, & contenir le fil ou le cheveu qui pend du centre pour marquer la division. Ce garde-filet a une longue porte *E* qui se ferme avec deux petits crochets, pour garantir mieux le fil de l'agitation de l'air, on la voit séparément sur la gauche du garde-filet. A la partie inférieure *D* est une boîte plus large; il y a des Astronomes qui y placent un vase, où trempe le poids du fil-à-plomb, afin que la résistance de l'eau diminue les oscillations & en abrège la durée; j'ai toujours craint qu'elle ne diminuât aussi la liberté du poids & je n'en ai presque jamais fait usage; j'ai reconnu par expérience qu'on peut fixer le fil-à-plomb en le touchant légèrement du bout du doigt, &, quand ses oscillations sont très-petites, on peut les anéantir en les contrariant à propos par un petit tour de la vis du pied, ou de celle de la verge de rappel qui fait faire une

oscillation opposée, & arrête subitement le fil à-plomb: on a bientôt acquis cette habitude quand on observe souvent. La boîte inférieure a une porte représentée séparément au-dessous de *quart-de-cercle* & qu'on voit en *M*, où sont attachés un microscope & une lampe, la lampe sert à éclairer le limbe & le fil-à-plomb, pour voir sur quelle division il répond; le microscope sert à grossir les points, pour mettre facilement & exactement le fil du *quart de-cercle* sur le point que l'on veut.

La verge de conduite ou verge de rappel *G* est une addition très-utile que M. de Fouchy a introduite pour mettre le fil sur tel point du limbe que l'on veut: on la voit représentée séparément (*fig.* 182) au-dessous du *quart-de-cercle* avec tous ses détails; mais il faut supposer que la partie *a* est attachée à la circonférence, & la partie *e* au pied ou à l'arbre du *quart-de-cercle* sur une pièce *bg* (*fig.* 185) qui embrasse l'arbre du *quart-de-cercle*. La règle ou tringle *bc* a trois pieds de long, sept lignes de large & cinq d'épaisseur; elle est logée par ses deux bouts dans deux boîtes de cuivre; quand elle est arrêtée dans l'une au moyen de la vis de pression *d* qui l'empêche de glisser dans la boîte, alors l'extrémité *e* sert de point-d'appui; en tournant l'écrou qui est en *b*, l'on fait monter la boîte, qui est fixée par une pièce ou mâchoire *a* derrière le *quart-de-cercle*, à la règle de chan du limbe, par le moyen d'une cheville qui traverse & la mâchoire & la règle de chan; en faisant mouvoir ainsi la boîte *L*, on fait avancer le *quart-de-cercle* auquel elle tient.

La manière dont l'écrou *b* est tenu sur la boîte *L*, paroît assez dans la *figure*; cette boîte est évidée par en haut; à son extrémité est pratiquée une rainure circulaire dans laquelle tourne un écrou, qui y est retenu par le moyen d'un collet, ou qui est seulement rivé par-dessous au-dedans de la boîte. Cet écrou, qui tient nécessairement à la boîte, la fait avancer quand on le tourne sur la vis qui est à l'extrémité de la verge de rappel, parce que celle-ci est fixée par son autre extrémité en *d*. L'écrou fait avancer aussi le *quart-de-cercle* qui est obligé de suivre la boëte de la verge de rappel, attachée par la mâchoire *a* sur la règle de chan.

Le montant ou pied du *quart-de-cercle* est un arbre de fer de deux pouces de diamètre sur trois pieds & demi de hauteur, il se termine par un carré *H* (*fig.* 179), qui passe au-travers des barres *IL*, *MK* qui font les traverses du pied. Dans ce carré l'on passe une clavette *r* au-dessous des traverses; aussitôt que les quatre arcs-boutans ont été mis en place, on serre cette clavette *r* à coups de marteau, cela fait descendre l'arbre sur les arcs-boutans, & forme un assemblage ferme & invariable de l'arbre avec ses arcs-boutans & ses traverses. Ce pied doit être assez long pour que le limbe *AD* soit à deux pieds de terre ou même à $2\frac{1}{2}$ pour la commodité des observateurs. On voit séparément dans la *fig.* 184 l'arbre du pied *AH* les traverses *MK*, *IL*, les arcboutans *bc ad*.

Pour caler l'instrument, c'est-à-dire le mettre droit, on emploie les quatre vis que l'on voit aux extrémités des traverses du pied *I*, *K*, *M*, *L*, (*fig.* 179) & on les fait tourner sur des coquilles *e e* (*fig.* 184) dont chacune tient avec une vis *f* sous la vis; elles s'arrêtent en grippant un peu sur le pavé afin que l'instrument ne charie pas lorsqu'on tourne les vis pour rendre l'arbre & le limbe bien verticaux. Le cercle azimutal *F* (*fig.* 179) fixé horizontalement sur le pied du *quart-de-cercle*, a six pouces de diamètre; il est monté sur une douille de cuivre qui est attachée sur l'arbre de l'instrument; on en voit le plan & le profil en *h* (*fig.* 183). le canon *n* du genou (*fig.* 179) porte à son extrémité inférieure une alidade *F* qui tourne avec le *quart-de-cercle* tandis que la plaque azimutale est fixe. L'alidade marque par son mouvement le degré d'azimut, ou le point de l'horizon auquel est dirigé le plan du limbe.

L'usage de ce petit cercle azimutal ne s'étend pss jusqu'à observer l'azimut avec précision, comme Tycho le faisoit autrefois, & comme on le peut faire quand ce cercle est grand & placé au pied de l'instrument, M. Megnié en a exécuté un avec soin, & j'ai vu aussi à Avignon, un *quart-de-cercle* fait sous les yeux du Père Morand, dont l'axe exactement tourné portoit à sa partie inférieure & entre les pieds du *quart-de-cercle* un grand cercle azimutal avec lequel on pouvoit très-bien observer l'azimut; cela est souvent commode & utile, mais exige des vérifications particulières, & comme ces instrumens sont fort chers & fort difficiles à bien faire, on en fait peu d'usage; c'est ce qu'on appelle *quart-de-cercle azimutal*. Le limbe *AB* du *quart-de-cercle* sur lequel on voit les divisions, est la partie la plus essentielle: il a deux pouces de large sur quatre lignes d'épaisseur. C'est sur ce limbe *ADB* que l'on place les divisions; quelquefois par transversales: mais plus souvent avec de simples points de dix en dix minutes, ou avec de petites lignes comme on le voit dans la *figure* 179; lorsque la lunette a un micromètre, on n'a besoin que d'avoir des points de dix en dix minutes. *Voyez* MICROMETRE.

En Angleterre tous les *quarts-de-cercles* mobiles ont une alidade ou lunette mobile, comme dans le mural (*fig.* 188), que nous décrirons bientôt; la lunette porte un vernier; le limbe du *quart-de-cercle* ne change point de hauteur & la lunette seule tourne autour du centre. Ainsi, on se contente alors d'employer un fil-à-plomb, qui pend sur le dernier point de la division, ou du moins qui est parallèle au rayon vertical; quelquefois même on n'y emploie que le niveau, dont l'usage est plus commode que celui du fil-à-plomb; mais la chaleur du soleil peut déformer le niveau & causer des erreurs dans les observations.

Le double genou repréſenté en *S T* (*fig.* 180) n'eſt point employé dans le *quart-de-cercle* que nous venons de décrire; il ne ſert que pour mettre le plan de l'inſtrument dans une ſituation horizontale ou inclinée. La partie *e* du premier genou étant toujours verticale & la partie *E E* toujours horizontale, le cylindre *T* entre dans le canon *E E*, où il tourne à frottement; l'axe *V* qui porte le *quart-de-cercle* & qui eſt vertical quand le plan eſt dans une ſituation horizontale, entre dans la douille *S*; par ce moyen on donne au plan toutes les inclinaiſons néceſſaires, comme dans la *figure* 181. Pour mettre alors le *quart-de-cercle* dans le plan des deux objets il faut diriger la pièce horizontale *E E* du double genou vers le point de l'horizon où aboutit la ligne menée par les deux objets. M. Bouguer, *figure de la terre page* 77.

La vérification d'un *quart-de-cercle* eſt une précaution eſſentielle & un préliminaire à toutes les obſervations. Il s'agit de ſavoir ſi l'axe optique de la lunette eſt parallèle à la ligne qui paſſe par le centre & par le commencement de la diviſion. Cette vérification ſe fait ou par le *renverſement* ou par le *retournement*: la vérification par le renverſement, conſiſte à meſurer la hauteur d'un objet à-peu-près horizontal, avec le *quart-de-cercle* droit & renverſé, c'eſt-à-dire le centre étant ſucceſſivement en haut & en bas, la moitié de la différence ſera l'erreur du *quart-de-cercle*. Soit *O C* (*fig.* 238) la lunette du *quart-de-cercle* pointée ſur une mire *M*, ou ſur un objet quelconque ſitué vers l'horizon; ſuppoſons que, dans cet état, le fil-à-plomb *C B P* tombe ſur le point *B* du *quart-de-cercle* au lieu de tomber ſur le point *A* qui eſt le commencement de la diviſion, l'arc *A B* ſera la hauteur apparente de l'objet *M*, indiquée par la diviſion.

On renverſera le *quart-de-cercle*, c'eſt-à-dire qu'on mettra en bas le centre *C* & la lunette *O E* (*fig.* 239). Le commencement *A* de la diviſion étant en haut, & la lunette *O E* a même élévation au-deſſus du ſol, que la lunette *O C*, dans la première obſervation; l'on pointera la lunette *O E* ſur le même objet & l'on ſuſpendra le fil-à-plomb avec de la cire ſur un point *D* de la diviſion, tel que ſa partie inférieure vienne battre ſur le centre *C*, c'eſt-à-dire ſur le point où le fil étoit ſuſpendu dans la première ſituation; l'arc *A D* marquera la hauteur de l'objet, ou ſa dépreſſion au-deſſous de l'horizon; ſi cet arc *A D* n'eſt pas égal à l'arc *A B* (*fig.* 238) qui marquoit la hauteur de l'objet dans la première ſituation, la moitié de la différence ſera l'erreur de l'inſtrument. En effet, ſi dans la première opération, l'on a trouvé la hauteur de l'objet de 1° 20′, égale à l'arc *AB* & que dans l'autre on ait la hauteur 1° 24′ égal à l'arc *AD*; il eſt évident qu'en éloignant de 2′ le point *A* de la lunette *O*, l'on aura 1° 22′ dans les deux cas comme cela doit être ſi le rayon qui paſſe au point *A* fait exactement un angle droit avec l'axe optique de la lunette. Si l'on ne peut pas élever le *quart-de-cercle* dans le renverſement à la même hauteur préciſément que dans ſa ſituation ordinaire, il faudra employer deux mires *M*, *N*, qui ſoient l'une au-deſſus de l'autre de la quantité dont la lunette eſt plus élevée dans l'une des ſituations que dans l'autre; on pointe à la mire ſupérieure quand la lunette eſt plus haut, on obſerve la mire inférieure quand l'inſtrument eſt renverſé.

La vérification par le *retournement* ſe fait au zénit, par le moyen des étoiles qui en ſont voiſines; elle ſert à vérifier ſi le point du zénit a été bien déterminé par l'opération précédente, ou s'il n'eſt arrivé aucun dérangement à la lunette & au limbe de l'inſtrument, & ſi l'arc total eſt bien de 90 degrés. L'on obſerve la hauteur d'une étoile voiſine du zénit, dans les deux poſitions de l'inſtrument, les diviſions ou le limbe regardant l'orient & enſuite l'occident. Cette hauteur doit être exactement la même ſi la lunette eſt bien parallèle à la ligne qui paſſe par le centre & par le premier point de diviſion. Si l'on trouve 4′ de différence entre les deux hauteurs, c'eſt une preuve qu'il y a deux minutes d'erreur au zénit. En effet, quand on obſerve une étoile *E* (*fig.* 240) le fil-à-plomb étant ſur *C B*, ſi *A* eſt le point de 90° de hauteur, *A B* ſera la diſtance de l'étoile au zénit marquée par le *quart-de-cercle* & *D B* ſera ſa hauteur; ſi le point *A* eſt de 2′ trop éloignée de la lunette *O* la diſtance au zénit *A B* paroîtra trop petite & la hauteur trop grande. Mais quand le *quart-de-cercle* ſera retourné comme dans la *fig.* 241 le fil-à-plomb tombera ſur *C E*, l'arc *A E* ſera la diſtance de l'étoile au zénit marquée par le *quart-de-cercle*, & comme le dernier point de la diviſion des hauteurs où le point *A* eſt de 2′ trop éloigné de la lunette *O*, & par conſéquent du point *E*, la diſtance au zénit *A E* paroîtra trop grande de 2′, par la même raiſon qu'elle paroiſſoit trop petite dans la première ſituation; ainſi, l'on trouvera 4′ de plus dans cette diſtance au zénit que dans la première, ce qui fera connoître que l'erreur au zénit eſt de 2′ & il faudra corriger de 2′ toutes les hauteurs que l'on obſervera.

QUART DE CERCLE MURAL eſt celui qui eſt fixé ſolidement à un mur dans le plan du méridien.

Depuis long-tems les aſtronomes ſont convenus de la grande utilité de cet inſtrument pour les principaux objets de l'aſtronomie; car il eſt clair que la latitude d'un lieu étant une fois déterminée, en obſervant la hauteur méridienne d'un aſtre, on aura ſa déclinaiſon, & en obſervant au même inſtant avec une bonne pendule l'heure de ſon paſſage par le méridien, on aura ſon aſcenſion droite; de ſorte qu'avec un tel inſtrument bien exécuté, on peut faire un catalogue des lieux des étoiles fixes, & pour ainſi dire une géographie céleſte, en bien moins de tems & avec

beaucoup plus d'exactitude qu'avec tout autre instrument. Tycho-Brahé fut le premier qui se servit d'un arc mural pour prendre les hauteurs méridiennes ; mais n'ayant pas d'horloges aussi parfaites que les nôtres, il n'en put retirer de grands avantages. Hévélius, Flamstéed, la Hire & plusieurs autres astronomes, se sont servis de *quarts de cercles muraux*, dont on peut voir les descriptions dans leurs ouvrages; mais le premier qu'on ait fait avec une grande perfection est celui de l'observatoire royal de Greenwich, qui a servi de modèle à la plupart de ceux que l'on a faits depuis. Le Roi George I. le fit faire par George Graham, horloger & de la société royale de Londres. Cet instrument est si bien entendu & a été exécuté avec tant de précision, que je ne crains point de dire qu'il est un des meilleurs qu'on ait jamais employé en astronomie. Voici la description qu'en donne Smith d'après Graham lui-même; nous diviserons cet article en deux parties; dans la première nous donnerons une description complette de l'instrument, & dans la seconde nous expliquerons comment on a exécuté quelques-unes de ses parties qui demandoient une très-grande précision.

Il est bien plus important qu'on ne le pense ordinairement, d'être instruit des moyens qu'on a employés dans l'exécution d'un instrument ou d'une machine; car lorsqu'on tend à un certain degré de perfection, on ne sauroit croire combien il faut de soins, d'attentions & de ressources dans l'esprit, pour parer à tous les inconvéniens & à toutes les difficultés qui se présentent.

Les vûes principales qu'on a eues dans la construction de cet instrument, ont été 1.° que malgré sa grandeur il fût fort solide; 2.° qu'en étant bien arrêté, ce fût cependant de façon que la dilatation des métaux dont il est composé, ne pût changer son plan, comme il arrive souvent aux autres instrumens, où une partie se dilatant plus que l'autre, le plan se courbe & devient irrégulier; 3.° que le plan du limbe fût si exact que lorsqu'une de ses parties seroit dans le méridien, on pût être assuré que toutes les autres y seroient aussi; & enfin que le point autour duquel la lunette tourne, fût tellement fixe, qu'on fût certain qu'il ne changeât qu'au bout d'un très-long espace de tems, & qu'encore si cela arrivoit, on fût en état de le retrouver à volonté. Par cette dernière précaution on n'avoit point à craindre, comme dans certains instrumens, qu'au bout de quelques années l'usure de l'axe autour duquel tourne l'alidade lui faisant d'écrire des arcs excentriques à ceux du limbe, on ne retrouvât plus les mêmes distances entre les mêmes étoiles.

Cet instrument est composé d'un grand chassis de fer ou de cuivre, formant un *quart-de-cercle* *ABC*, *fig.* 188, d'un limbe *BC*, d'une lunette *FH*, portant une pièce *KL* appellée Nonius ou plus exactement Vernier; & enfin d'un petit chassis fait de tringles de bois servant à empêcher le tube de se courber, & pour le faire communiquer avec un contrepoids *i h*, qui sert à décharger le centre du frottement occasionné par le poids de la lunette. Le chassis du *quart-de-cercle* est composé principalement des barres jointes ensemble, comme il est représenté dans la *fig.* 189. Ces barres sont disposées de deux façons; les unes posées à plat, ont leur plan parallèle à celui du *quart-de-cercle*; les autres situées en sens contraire, ont leurs plans perpendiculaires à celui du *quart-de-cercle.* J'appellerai dans la suite celles-là *barres à plat*, & celles-ci *barres de chan.* Le n.° 1 représente la disposition des premières, & le n.° 4 la disposition des autres, qui placées derrière les barres à plat, ne se voient que derrière l'instrument. Par cette disposition l'on satisfait à la seconde des vûes dont nous avons parlé; car elle empêche la figure & le plan du *quart-de-cercle* de varier, soit par le poids de l'instrument, soit par la dilatation, ou la condensation occasionnée par le chaud ou le froid, soit par le mouvement de la lunette sur le centre du *quart-de-cercle*, ou enfin par tout autre accident. De plus tout ce bâtis est fortifié par un grand nombre de petites plaques de fer courbées en équerre, & placées derrière le *quart-de-cercle*, dans les angles que font entre elles les barres à plat & perpendiculaires. Leur nombre & les endroits où elles sont rivées, sont représentés dans le n.° 4 par les petits parallélogrammes qui accompagnent ces lignes. Afin qu'elles aient plus de place, l'épaisseur des barres perpendiculaires ne divise pas les barres à plat en deux également, mais dans la raison de deux à un; & ces petites plaques sont rivées du côté le plus large. A l'intersection des lignes dans la même *figure* on voit des plaques de fer courbées, aussi en équerre, & rivées dans les angles que forment les intersections des barres perpendiculaires. La circonférence du *quart-de-cercle* est aussi garnie d'une barre perpendiculaire, courbée circulairement, & attachée tout le long de la largeur du limbe ou de l'arc à plat par un nombre suffisant de ces petites plaques dont nous venons de parler.

Le limbe du *quart-de-cercle* est composé de deux arcs ou limbes de 90 degrés, de même longueur, largeur & épaisseur, l'une de cuivre, & l'autre de fer; leur largeur est de 3 pouces $\frac{4}{10}$; ils sont rivés l'un sur l'autre, & posés de telle sorte que le limbe de cuivre est éloigné du centre de 1 pouce $\frac{2}{10}$ de plus que celui de fer, & dans l'endroit où ils sont doubles, leur épaisseur commune est de 2 pouces $\frac{2}{10}$. Actuellement on n'emploie que du cuivre, & l'on a banni le fer de la construction des *quarts-de-cercle* pour éviter les dilatations différentes des deux métaux.

Sur le limbe de cuivre sont décrits deux arcs, l'un d'un rayon de 8 piés anglois, ou plus exactement de 96 pouces 85, & l'autre de 95 pouces,

8. L'arc intérieur est divisé en degrés & en 12 parties de degrés, ou en 5 minutes, & l'extérieur en 96 parties égales, qui sont chacune subdivisée en 16 autres parties égales. Ces divisions en 96 valent chacune 56′ 15″ les subdivisions sont 3′ 30″ 56‴ $\frac{1}{4}$. Ces deux espèces de divisions se vérifient mutuellement formant en effet deux *quarts-de-cercle* distincts. Les divisons d'un des arcs ayant été réduites à celles de l'autre, par une table faite exprès, on trouva qu'elles ne différoient au plus que de 5″ ou 6″ dans quelque endroit du limbe qu'on les prit; mais lorsqu'elles différoient réellement, on donnoit toujours la préférence aux divisions de l'arc extérieur, parce qu'elles furent faites, comme on le verra plus bas, par une bissection continuelle, division la plus simple & la plus sûre de toutes.

Pour éviter l'embarras de diviser le *quart-de-cercle* en plus petites parties, la lunette porte, comme nous l'avons dit, un vernier ou plaque de laiton, glissant avec la lunette sur le limbe, qui sert à en subdiviser les parties; car quoiqu'il ne soit divisé qu'en 5′ on peut cependant, par le moyen du vernier, estimer jusqu'aux demi-minutes, & même au-delà. *Voyez* INSTRUMENT.

Supposons donc l'arc supérieur *AB*, *fig.* 199, représentant un degré, divisé en 12 parties égales, ou de 5′ en 5′; l'arc inférieur *CD*, la 96^e^. partie du *quart-de-cercle*, divisée en 16 parties égales, & *EF*, la plaque du vernier glissant dans l'espace qui est entre ces deux arcs *AB*, *CD*, pour correspondre à tous deux; cette plaque contient en haut sur sa longueur 11 parties des 12 de l'arc intérieur, elle est divisée en 10 parties; elle contient vers *C*, 17 parties des 16 de l'autre arc, elle est divisée en 16 parties; il est clair dans le premier cas, que chaque division du vernier vaudra 30″, & dans le second, qu'elle vaudra le seizième du seizième, ou $\frac{1}{256}$, par conséquent on aura une subdivision très-exacte, & d'une très-petite partie; puisque, d'une part, on aura des demi-minutes, & de l'autre des seizièmes de seizièmes, ou des 256^es^ de l'intervalle d'une 96^e^ partie du *quart-de-cercle*, ce qui répond à environ 13″ $\frac{1}{2}$. On compte de gauche à droite sur le limbe les degrés & les minutes, de même que les 96 parties, le point de zéro commençant aux intersections du rayon vertical, afin de mesurer les distances des astres au zénit; mais sur le vernier on compte les parties en sens contraire en commençant à la ligne de l'*index*. *Voyez* INSTRUMENT. Si l'on fait avancer la lunette & le vernier à droite d'une dixième partie ou de 30″, on verra coïncider à gauche la seconde division du vernier sur la division suivante du limbe, ce qui fera voir que la lunette a avancé de 30″ exactement. L'axe optique de la lunette est déterminé par les fils qui se croisent à son foyer, de façon qu'il est parallèle à l'index *oo*, qui prolongé passe par le centre du *quart-de-cercle*.

Pour donner à la lunette un mouvement insensible, & faire que les fils du reticule couvrent parfaitement l'objet, la vis *op* parallèle au limbe, *fig.* 188, est adaptée par son extrêmité *p* à la lunette, de manière cependant qu'elle peut tourner sur son axe, tandis que l'autre extrêmité passe dans un écrou *n* qui fait partie de la petite plaque *mn*, que l'on fixe où l'on veut sur le limbe, au moyen d'une agraffe brisée qui serre le limbe, & qu'on y assujettit par une vis qu'on peut voir dans la *fig.* 194: cette petite plaque *mn* étant fixée au limbe, en tournant la vis *op* à droite ou à gauche, on fera avancer ou reculer la lunette imperceptiblement.

Comme la partie du centre autour duquel la lunette tourne, contient plusieurs pièces qu'il est à-propos de faire connoître; on les a représentées dans la *fig.* 198, n.° 2, un morceau de laiton carré, *abcd*, avec plusieurs piés, est vissé au centre du *quart-de-cercle* sur les barres à plat par quatre vis. Les trous de ces vis sont assez grands pour que les tiges ne les touchent pas, & qu'elles ne servent qu'à presser la pièce fortement contre les barres, tandis que les piés dont nous avons parlé, l'empêchent d'avoir aucun mouvement circulaire. *klmn*, *fig.* 198, n.° 1, représente une plaque circulaire de laiton fort épaisse, à laquelle est adapté perpendiculairement au milieu un canon *fg*; cette plaque est tournée sur un arbre *b*, qui a été tourné en pointe, & un peu en creux dans le milieu de sa longueur, afin qu'il remplisse mieux le canon *fg*, & que ce canon porte sur l'arbre, principalement à ses deux extrêmités. Cette plaque est ajustée & fixée par des vis & des piés sur la première plaque *abcd*; le canon *fg* entrant dans le trou de cette dernière, où il s'ajuste parfaitement. Le point *o* ou pole de l'arbre *oi*, placé ainsi dans le canon *fg* est non-seulement le centre du cylindre *klmn*, autour duquel la lunette doit tourner; mais c'est encore le centre duquel on décrit les deux arcs sur le limbe du *quart-de-cercle*.

L'extrêmité de la lunette qui porte le verre objectif traverse perpendiculairement une des extrêmités de la plaque oblongue *st*, *fig.* 195 & 196, & il y est fixé par une espèce de pince qui s'ouvre & se ferme par une vis. A l'autre extrêmité de la plaque *st* est un trou rond, doublé d'un anneau d'acier qui doit tourner autour du cylindre *klmn*, & le recouvrir; on voit en *z* la section de cet anneau. Un ressort de laiton *u* se visse par-dessus cet anneau, sur la plaque circulaire *klmn*, pour empêcher qne la pièce *st* ne sorte de dessus. Une calotte représentée en *x*, recouvre tout l'ouvrage du centre pour le garantir de la poussière. Un anneau de laiton placé entre les plaques *abcd* & *st*, & vissé à la dernière, empêche la poussière de passer entre les deux plaques. Pour cet effet, il entre dans une rainure 1, 2, 3, 4, faite dans la plaque *abcd*, & y tourne sans y toucher.

La perfection

La perfection principale de toutes les pièces que nous venons de décrire consiste, non-seulement à éviter le frottement & empêcher l'usure de la partie autour de laquelle tourne la lunette, mais encore à conserver toujours le centre du quart du cercle, ou le point *o*, c'est-à-dire à faire que ce point ne soit jamais perdu : car s'il arrivoit que la plaque circulaire *k l m n* fût assez usée pour causer un mouvement irrégulier dans la lunette autour du centre du *quart-de-cercle*, on pourroit refaire une autre plaque avec son canon; cette plaque étant tournée bien ronde sur les poles de l'arbre *o*, & remplissant parfaitement le trou de la plaque *s t*, feroit tourner la lunette autour du même point *o*, ou du centre du limbe, aussi exactement qu'auparavant.

La durée de l'exactitude du *quart-de-cercle* dépendant principalement du mouvement libre de la lunette autour de son centre; il y a un contre-poids à la lunette, pour décharger le centre autant qu'on a pu, du poids qu'il porte. Pour cet effet, dans la *fig.* 187 & 188, *a b* représente un essieu de fer, posé sur le haut du mur transversalement. Ce mur a deux plaques de fer, fixées perpendiculairement à ses extrêmités avec des entailles pour recevoir cet essieu, & pour qu'il y puisse tourner librement. L'axe de cet essieu prolongé passe par le centre du *quart-de-cercle*; & il est perpendiculaire à son plan. Aux deux extrêmités de l'essieu, il y a deux bras de fer, l'un *b h i*, l'autre *c d*; le premier est situé parallèlement à la lunette, mais en sens contraire, c'est-à-dire que l'axe de celle-ci prolongé de l'autre côté du centre, se trouveroit dans le même plan que le bras *h i*. Ce bras porte un poids *h* pour faire équilibre avec la lunette & la contenir dans toutes sortes de positions. L'autre bras *c d* posé à l'autre extrêmité, c'est-à-dire du côté du *quart-de-cercle*, presque perpendiculairement porte deux plaques de cuivre; à ces plaques sont rivées deux légères tringles de bois, dont on voit le plan au-dessus du *quart-de-cercle*, *fig.* 187; leurs extrêmités se rencontrent en *g* près de l'oculaire, y étant reçues dans une virole de cuivre; une petite plaque attachée à une frette de cette extrêmité de la lunette, reçoit une vis, qui passant par un trou de cette virole, attache les tringles au corps du tuyau; les tringles sont fortifiées par de petites traverses du même bois, comme on le voit dans la même *figure*. Pour faciliter le mouvement de la lunette, il y a deux rouleaux fixés en bas à chaque côté de la lunette en *K* & en *L*, qui sont pressés sur le plan du limbe par une plaque qui fait ressort & qui est située parderrière; cette plaque a aussi un rouleau à chacune de ses extrêmités. Au-dedans de la lunette, on place un réticule *f g e h* (*fig.* 198, *n.*° 4,) dont les fils sont ou à 45°, ou en losange comme dans le n.° 3.

Nous venons de décrire le *quart-de-cercle* dans toutes ses parties; nous allons faire voir à présent comment on le pose & on le fixe au mur. On le voit dans la *fig.* 188, fixé à la partie orientale d'un mur de pierre de taille, bâti pour cet effet dans le plan du méridien. Tout le poids du *quart-de-cercle* est porté par deux forts tenons de fer attachés au mur, comme nous le décrirons plus bas, & passant au-travers de deux trous faits dans deux plaques, rivées au *quart-de-cercle* en *a* & en *b*, dans la même *figure*. Le tenon *a* qui supporte la plus grande partie du poids, est scellé à demeure dans le mur; mais le tenon *b* est mobile de haut en bas au moyen d'une forte vis, afin de pouvoir mettre un des côtés du *quart-de-cercle* parfaitement vertical, & l'autre parfaitement horizontal. On voit dans la *fig.* 192, la machine qui sert à faire mouvoir le tenon; *l m n o* est une plaque de fer oblongue, incrustée dans le mur & qui y est attachée par de forts verroux de fer qui la traversent, & par une autre semblable plaque incrustée derrière le mur ou dans le côté opposé; le bras de la première plaque est formé en équerre, & est aussi enterré dans le mur: *e f g h* sont les têtes de quatre vis de fer, dont les tiges passant au travers de quatre longues fentes faites dans une autre plaque de fer, représentée par le plus petit parallélogramme, se vissent dans la plaque fixe; *l p h* est une longue vis qui passe dans un fort écrou, attaché en *p q* à la partie inférieure de la grande plaque; elle sert à élever ou baisser le tenon mobile *c d*, en le poussant par son extrêmité inférieure. La clé, qui sert à tourner la longue vis *l p h*, est une portion de roue représentée en *s k t*, percée au centre d'un trou carré pour qu'elle s'ajuste sur le carré *h*, & son rayon est tel, qu'elle passe facilement entre le mur & le *quart-de-cercle*, sans toucher à l'un ni à l'autre; elle est dentée, pour qu'au moyen d'un ciseau qu'on met dans les dents, on la fasse tourner plus commodément.

Le poids du *quart-de-cercle* étant ainsi soutenu par les tenons *a b*, on en fixe le plan au mur par sa circonférence, au moyen de plusieurs petites pinces, qui forment de petites équerres, disposées autour du *quart-de-cercle*. *Voyez* la *fig.* 189, *n.*° 3. On y voit le mur de profil *a b* & les pinces qui y sont attachées; entre les mâchoires de chacune de ces pinces représentées en *d e*, passe l'extrêmité d'une petite plaque de laiton, dont le plan est parallèle à celui du *quart-de-cercle*; l'autre extrêmité étant pliée en équerre, & rivée aux barres perpendiculaires du *quart-de-cercle*. Chacune de ces petites plaques est arrêtée par deux vis opposées *r s*, qui se vissent dans les mâchoires *d e* qui sont fort larges, pour pouvoir mettre le *quart-de-cercle* parfaitement dans le plan du méridien. Le but principal de ces vis dans les mâchoires, est qu'au cas que le mur ou le *quart-de-cercle* se dilatent ou se contractent, les plaques de laiton puissent glisser sans que l'instrument travaille. Ces pinces ne doivent point être scellées dans le mur avec du plomb qui est trop sujet à céder; mais avec

une composition faite de sciure de pierre, de goudron & de soufre, ou de résine, telle que les marbriers l'emploient.

Quand le *quart-de-cercle* est une fois placé dans le plan du méridien, par les pinces dont nous venons de parler; on suspend un fil à-plomb de fil d'argent très-fin, de maniere qu'il passe exactement au milieu du point central; ensuite par le mouvement de la pièce *dc*, *fig.* 192, on élève ou on abaisse le *quart-de-cercle* jusqu'à ce que ce fil tombe parfaitement sur la division marquée *zéro* sur le limbe. La vraie position du *quart-de-cercle* étant une fois trouvée, afin d'examiner promptement par la suite, s'il n'a point travaillé, & si en conséquence cette position n'est point changée; on suspend un autre fil à-plomb au-delà de l'ouvrage du centre; de sorte qu'il réponde au milieu d'un point très-fin fait sur le limbe. Pour cet effet, sur la plaque quarrée du centre du *quart-de-cercle*, on fait tenir par deux vis *ef*, *fig.* 197, une plaque de laiton *ab* oblongue, dans laquelle les trous des vis sont fendus transversalement, pour qu'elle puisse avoir un mouvement latéral, qu'on communique par deux vis *cd* qui s'appuient contre ses extrêmités. Sur cette plaque *ab* sont fixées une goupille *g*, & une petite plaque *h* qui déborde un peu la grande *ab*, & qui a une petite entaille angulaire; on suspend en *g* un fil à-plomb qui passe dans l'entaille de la petite plaque *h*, & au moyen des vis *cd*, on fait avancer ou reculer la plaque *ab*, jusqu'à ce que le fil à-plomb *hz* couvre parfaitement le milieu du point *i* sur le limbe; ensuite on serre les vis *ef*, afin que la plaque reste ferme dans cette position. Le *quart-de-cercle* étant une fois situé parfaitement dans le plan du méridien, & le fil à-plomb passant exactement par le centre & par le point *i* sur limbe, sera tout prêt pour les observations.

Nous venons d'expliquer la construction de cet instrument, & la manière dont on le place. Voici, comme nous l'avons promis plus haut, le détail des moyens qu'on employa pour exécuter certaines parties qui demandoient la plus grande précision.

Pour réduire le limbe à un plan parfait, on fixa d'abord le *quart-de-cercle abdo*, *fig.* 190, d'une manière très-solide sur un plan bien de niveau & fort stable, le limbe étant tourné en-haut; ensuite on le racla avec le racloir *np* d'acier, jusqu'à ce que sa surface fût un plan parfait. Ce racloir, comme on le voit dans la même *fig.* étoit attaché fermement à une barre de fer *nm* égale au rayon du *quart-de-cercle*, qui étoit elle-même solidement attachée à angles droits avec une autre barre *lm* perpendiculaire au *quart-de-cercle*, & dont l'axe prolongé passoit par son centre. Cette barre tournoit sur les deux points *o* & *r*, dont le premier répondoit parfaitement au centre du *quart-de-cercle*; par ce moyen le racloir décrivoit une circonférence dont toutes les parties étoient exactement dans le même plan, sur-tout par le grand soin que l'on avoit eu que son tranchant fût perpendiculaire à l'axe de son mouvement, & qu'aucune des barres ne prêtât tandis qu'on faisoit tourner toute la machine.

Le plan du limbe étant bien parfait, on divisa le limbe de cette manière: on décrivit, comme on l'a dit plus haut, deux arcs de cercle, *fig.* 191, l'un de 96 pouces, & 85 centièmes de rayon, l'autre de 95, 8. Ces deux arcs furent décrits avec un compas à verge que l'on avoit fortifié par des espèces d'entraits, pour empêcher qu'il ne pliât en aucune façon en décrivant ces deux arcs. On détermina sur le plus petit un arc de 60 degrés, en plaçant en *a* une pointe du compas avec la même ouverture, en marquant un trait avec l'autre en *b f*, *fig.* 191. On divisa ensuite cet arc en deux en *g*, en décrivant deux traits très-légers des centres *a* & *b*, & d'un tel rayon que ces traits fussent aussi près l'un de l'autre qu'il étoit possible, sans se toucher. Alors on divisa ce petit espace en deux également en *g*, la moitié en ayant été estimée par le seul secours du microscope. Ceci étant fait, on prit l'intervalle *ag*, ou son égal *gb*, que l'on transporta de *b* en *d*, & qui détermina la longueur du *quart-de-cercle*, ou les 90 degrés. Chacun de ces trois arcs étant divisés de nouveau par la moitié, le *quart-de-cercle* fut divisé en six parties égales de 15 degrés chacune, qui furent subdivisées en trois autres parties égales de la manière suivante. Pour ne point faire de faux traits sur l'arc du *quart-de-cercle*, on décrivit avec la même ouverture du compas sur un autre plan, un arc parfaitement du même rayon que celui du *quart-de-cercle*, sur lequel on marqua 15 degrés; & ayant déterminé le tiers par plusieurs différentes tentatives, on le porta sur le *quart-de-cercle*, qui devint pour lors divisé en 18 parties contenant 5 degrés chacune. On refit une opération semblable sur le plan, en décrivant d'un autre centre un autre arc exprès pour trouver la cinquieme partie de cet arc; & l'ayant trouvée, on la transporta de nouveau sur le *quart-de-cercle*; on subdivisa de la même façon les degrés en 12 parties égales. On divisa ainsi tout le *quart-de-cercle* sans faire aucun faux trait. Dans la suite Bird préféra de se servir d'une échelle de parties égales, où il prenoit les cordes des arcs qu'il vouloit marquer.

L'arc extérieur fut divisé, comme on l'a dit dans le commencement, en 96 parties, par une bissection continuelle, ayant divisé l'arc *ab* de 60 degrés en 64 parties, & le tiers restant en 32. Ainsi, tout l'arc fut divisé en 96 parties, dont chaque partie fut encore subdivisée en 16 parties égales.

Les divisions dont nous venons de parler n'étant que des points sur l'arc délié *ab*, & presque imperceptibles à la vue simple, il étoit nécessaire comme de coutume de tirer par chacun de ces points des lignes perpendiculaires à cet arc; mais

comme la chose est fort difficile & ennuyeuse, on pensa que la méthode suivante seroit plus précise, & s'exécuteroit plus facilement.

On se proposa donc de diviser un arc quelconque concentrique *fht* en parties semblables à celles de l'arc donné *aebd*, par des traits qui le coupassent. Ayant pris un petit compas à verge, & ayant fixé ses deux pointes à une distance convenable, les centres *eg* étant des points donnés de l'arc divisé, on décrivit de ces centres de petits arcs *fi*, *hk*, &c. coupant le nouvel arc non divisé dans les points *fh*, alors les arcs interceptés comme *hf*, étoient semblables aux arcs *eg*, c'est-à-dire qu'ils contenoient les mêmes angles au centre *o* : car en joignant *ef*, *hg*, & les rayons *of*, *oh*, *oe*, *og*, les triangles *eof*, *goh* seront semblables & égaux, chaque côté de l'un respectivement égal à chaque côté de l'autre. C'est pourquoi en retranchant l'angle commun *eoh* des angles égaux *eof*, *goh*, les angles *eog*, *foh* qui restent seront égaux. Si les triangles *efo*, *gho*, sont rectangles en *f* & en *h*, les traits de division *fi*, *hk*, couperont aussi l'arc du *quart-de-cercle* *fht* à angles droits en *f* & en *h*, & ainsi des autres.

Nous avons dit plus haut que la ligne de vue ou l'axe optique de la lunette étoit parallèle à l'index du vernier qui, étant prolongé, passe par le centre du *quart-de-cercle*. Voici comme on s'en assura : la lunette étant détachée du *quart-de-cercle*, on y attacha fortement par des vis la plaque du vernier, *fig.* 195, & la plaque *st* du centre, après quoi l'on y fixa solidement & à demeure le verre objectif; ensuite ayant tiré sur ces plaques les lignes *sot*, *ecf*, toutes deux perpendiculairement à *oc*, on prit de chaque côté de *oe* des distances quelconques *ot* & *cf*, égales entr'elles; & de l'autre côté de *oc* on prit d'autres distances quelconques *os* & *ce*, égales entr'elles, & assez longues pour aller au-delà de la lunette. Par les points *s* & *f* on lima, & l'on rendit exactement parallèles à *oc* les extrêmités des deux plaques : alors on plaça les points *tf* sur deux points *mn* d'une ligne horizontale tirée sur un plan solide, remarquant un objet éloigné qui étoit couvert par les fils croisés dans la lunette; & faisant faire au télescope une demi-révolution sur son axe, de sorte que les points opposés *es* portassent sur la même ligne *mn*, on remarqua un autre objet, couvert de même par les fils. Ensuite on fit mouvoir ces fils toujours au foyer de la lunette, jusqu'à ce qu'après plusieurs répétitions ils couvrissent parfaitement le même point de l'objet dans les deux situations de la lunette; car dans ce cas l'axe optique étoit exactement parallèle à la ligne *oc*, pourvu qu'on suppose l'objet fort éloigné. Mais comme de plus petites marques sur un objet plus près se distinguent plus facilement, on en fit deux distantes entr'elles d'une quantité égale (autant qu'il fut possible) à la différence des hauteurs de l'axe de la lunette, au-dessus de la ligne *mn* dans ses deux positions, & l'on ajusta les fils, de façon que dans chaque position de la lunette, ils couvrissent parfaitement les deux mires. Par-là on étoit assuré que la ligne de foi *ocd*, ou la ligne de l'index étoit parallèle à l'axe optique de la lunette.

Mais comme cette vérification est importante & difficile, nous allons indiquer deux autres moyens de la faire, c'est-à-dire, de s'assurer que l'axe optique de la lunette est bien parallèle à la ligne de foi, & que le premier point de la division est bien vertical. Flamsteed voulant trouver le commencement de la division, dans son arc mural, se servit d'un moyen fort analogue à celui que nous avons expliqué, pour vérifier le *quart-de-cercle* mobile : ayant disposé la lunette verticalement, il suspendit du centre sur l'index qui étoit porté par la lunette, un fil à-plomb, & il observa ainsi plusieurs jours de suite le passage de la belle étoile qui est à la tête du dragon: tandis que Sharp marquoit sur l'index de la lunette, le point où battoit le fil à-plomb. Il transporta ensuite le centre & la lunette du mural sur un mur opposé, de manière que la face de l'index regardoit l'occident, & il les ajusta convenablement avec le fil à-plomb. Il observa dans cette nouvelle position la même étoile près du zénit, tandis que Sharp marquoit sur l'index le point du fil à plomb; le milieu entre les deux points marqués ainsi sur l'index dans les deux positions de l'instrument, étoit le véritable point où devoit battre le fil à-plomb, en supposant l'axe optique de la lunette exactement dirigé vers le zénit; ayant donc remis la lunette sur l'instrument, il fit venir le fil à-plomb sur ce point du milieu, & dans cet état il marqua sur le limbe le point correspondant, d'où devoient commencer les divisions, & le mouvement de la vis qui engrenoit dans la circonférence du limbe.

On ne peut vérifier un mural à l'horizon par le renversement, l'opération seroit trop embarrassante, & la flexion des barres seroit trop à craindre dans deux états aussi différens que ceux des *fig.* 238 & 239; mais on peut le faire par le retournement, en le mettant sur les deux faces d'un mur. On le vérifie aussi en place par le moyen d'un excellent niveau, de la manière suivante : la lunette du mural porte vers ses deux extrêmités en *s* & en *e*, *fig.* 195, deux plaques ou tasseaux, dont les bords extérieurs forment une ligne exactement parallèle à la ligne de foi, où à l'axe optique de la lunette, comme nous l'avons expliqué, on place la lunette, parallèlement au rayon horizontal de l'instrument, en l'arrêtant sur le premier point de la division; je suppose qu'on ait une grande règle fort épaisse, & garnie de deux pieds; on pose les pieds de cette règle sur les deux tasseaux *s* & *e* de la lunette, & le niveau sur la règle, ensuite retournant la règle & le niveau, on apperçoit facilement si la lunette est

parfaitement horizontale, & les divisions font connoître la quantité dont il a fallu incliner la lunette, pour que la règle & le niveau retournés dans tous les sens, eussent toujours exactement la même situation.

Je suppose un niveau assez parfait, pour que 1″ ou 2″ y soient sensibles, mais on en peut faire actuellement, en y donnant du soin.

On peut ensuite, pour une plus grande vérification, placer la lunette dans une situation verticale, y appliquer la grande règle, tendre un fil à-plomb par les deux points qui sont marqués sur les deux pieds de la règle, & l'on reconnoît si la lunette, quand elle est sur le premier point de la division, est exactement verticale, ce qui confirme la vérification précédente : on voit aussi par-là si l'arc total est bien de 90 degrés, ou de combien il en diffère; car il est difficile d'éviter dans la construction du *quart-de-cercle* quelques secondes d'erreur.

Il falloit encore s'assurer que l'axe optique ou la ligne de vue & le plan que cet axe décrivoit, étoient parfaitement parallèles à celui du limbe, & dans le plan du méridien. On rendit cet axe parallèle au plan du limbe autant qu'on le put, par les dimensions des pièces de cuivre adaptées à la lunette; ensuite on le fit plus précisément, en observant si les étoiles passoient au même instant par les fils du *quart-de-cercle*, & par ceux d'un *instrument des passages*, placé parfaitement dans le plan du méridien, & si près du *quart-de-cercle*, que les deux observateurs pouvoient s'avertir l'un l'autre de l'instant du passage des étoiles. Ayant ainsi observé plusieurs étoiles à différentes hauteurs, on trouva que leur passage par les deux instrumens étoit si instantané, qu'on en pouvoit conclure que le plan du limbe du *quart-de-cercle* étoit très-parfait; car il est certain que le plan décrit par la lunette d'un instrument des passages autour de son axe horizontal, doit être beaucoup plus parfait que celui qui est décrit par la lunette du *quart-de-cercle*, lequel n'est guidé sur le limbe que par des rouleaux; un axe travaillé est toujours plus exact qu'un limbe de *quart-de-cercle*.

On trouve des descriptions de ce *quart-de-cercle* dans l'*Optique de Smith*, dans les *Mémoires de Berlin* pour 1750, dans l'*Astronomie de M. de la Lande*, dans un cahier des arts de l'Académie, par M. le Monnier, & dans une brochure Angloise de Bird, artiste célèbre d'Angleterre, qui a fait dans le même genre plusieurs *quarts-de-cercle* nouveaux de huit pieds de rayon, ou sept pieds de France. On en possède à Greenwich, à Oxford, à Richemond, à Pétersbourg, à Manheim, à Padoue, & deux à Paris; ce dernier est celui que M. Bergeret, receveur-général des finances, a reçu au commencement de 1775, qui est placé à l'école royale militaire, & dont M. Dagelet a déjà fait un bon usage. Ces muraux sont d'une si grande perfection, qu'on y distingue 2 ou 3 secondes, & que l'erreur ne va jamais au-delà de cette quantité.

Le quart de cercle *des Arpenteurs*, est plus simple que celui des Astronomes, (*Voyez les Pl. d'arpent.*) il se fait de cuivre, de bois, ou d'autre matière. Son rayon est ordinairement de 12 ou 15 pouces; son limbe circulaire est divisé en 90 degrés, & chacun de ces degrés est divisé en autant de parties égales, que l'espace peut permettre, diagonalement ou autrement. Sur un demi-diamètre sont attachées deux pinnules immobiles; & au centre est suspendu un fil avec un plomb. On attache aussi quelquefois au centre une règle mobile, qui porte deux autres pinnules semblables à l'index d'un télescope; & au lieu des pinnules immobiles, on y met quelquefois une lunette, quoique cet appareil appartienne plus particulièrement au *quart-de-cercle* astronomique dont nous avons parlé.

Sous la surface inférieure de l'instrument, est un genou, au moyen duquel on peut lui donner toutes les situations dont on a besoin. *Voyez* Genou.

Outre les parties essentielles du *quart-de-cercle*, on met fort souvent sur la face, proche le centre, une espèce de compartiment, que l'on appelle *quarré géométrique*, comme on le voit dans la figure. Ce quarré fait en quelque sorte un instrument séparé. *Voyez* sa description & son usage à l'*article* Quarré géométrique.

On conçoit facilement qu'il faut donner au *quart-de-cercle* différentes positions, selon les différentes situations des objets que l'on observe; ainsi que pour mesurer des hauteurs ou profondeurs, il faut que son plan soit situé perpendiculairement à l'horizon, & que pour prendre des distances horizontales, il soit parallèle à l'horizon.

De plus, on peut prendre de deux manières les hauteurs & les distances, c'est-à-dire par le moyen des pinnules fixes & du plomb, & par le moyen de l'index mobile.

Usage de ce *quart-de-cercle*, pour mesurer la hauteur d'un objet, ou sa profondeur avec les pinnules fixes & le fil à-plomb. Si vous voulez prendre, par exemple, la hauteur d'une tour, placez verticalement le *quart-de-cercle*, & regardez par la pinnule qui est près de la circonférence, en dirigeant l'instrument, jusqu'à ce que l'œil apperçoive le sommet de la tour au travers des pinnules. Alors la portion de l'arc, interceptée entre le fil & le demi-diamètre, où sont fixées les pinnules, fait voir le complément de la hauteur de la tour au-dessus de l'horizon, ou sa distance au zénit, & l'autre portion de l'arc interceptée entre le fil & l'autre demi-diamètre, montre sa hauteur au-dessus de l'horizon.

Le même arc donne pareillement la quantité de l'angle formé par le rayon visuel, & par une ligne horizontale parallèle à la base de la tour.

Pour mesurer les profondeurs, il faut remarquer que l'œil doit être placé au-dessus de cette pinnule, qui est proche du centre du *quart-de-cercle*.

La hauteur ou la profondeur de l'objet, étant ainsi déterminée en degrés (nous supposerons ici 35° 35′), & la distance du pié de l'objet au lieu de l'observation, étant mesurée avec soin (distance que nous supposerons de 47 piés); il sera facile de déterminer en piés, cette hauteur ou cette profondeur, en se rappellant les problêmes les plus communs de la trigonométrie. *Voyez* TRIANGLE.

Car nous avons ici, dans un triangle, un côté donné, c'est-à-dire la ligne ou la distance mesurée, & de plus, nous connoissons tous les angles. En effet, celui de la tour étant toujours supposé un angle droit, les deux autres pris ensemble, seront égaux à un droit; mais on a observé un angle de 35° 35′. L'autre angle sera donc de 54° 25″. *Voyez* ANGLE.

Le cas proposé se réduit donc à celui-ci; le sinus de 54° 25′, est à 47 piés, comme le sinus de 35° 35′ est à un quatrième terme, c'est-à-dire à 33 piés $\frac{1}{2}$, auxquels ajoutant la hauteur de l'œil de l'observateur, qui peut être de 5 piés, on a 38 piés $\frac{1}{2}$ pour la hauteur de la tour proposée.

Si l'on veut avoir un usage plus étendu du *quart-de-cercle* pour prendre la hauteur des objets, tant accessibles qu'inaccessibles, il n'y a qu'à recourir à l'*article* HAUTEUR.

Usage du quart-de-cercle, pour prendre les hauteurs & les distances, par le moyen de l'index & des pinnules. Pour prendre, par exemple, une hauteur telle que celle d'une tour, dont la base est accessible, placez le plan de l'instrument à angles droits, avec le plan de l'horizon, & faites que l'un de ses rayons y soit aussi parallèle, en vous servant du plomb, qui dans ce cas doit pendre tout le long de l'autre rayon perpendiculaire au premier. Dans cette situation, tournez l'index jusqu'à ce que vous apperceviez le sommet de la tour, en regardant par la pinnule; l'arc du limbe du *quart-de-cercle*, compris entre le bord parallèle à l'horizon, & l'index, donnera en degrés la hauteur de la tour: d'où il suit qu'en mesurant une base, & calculant, comme ci-dessus, on en peut trouver la hauteur en piés, ou si l'on ne peut pas employer le calcul trigonométrique avec les données, c'est-à-dire avec l'angle observé & la base mesurée, on fera sur du papier ou sur une carte un triangle semblable au grand triangle imaginé dans l'air; alors, en portant la hauteur verticale de ce petit triangle sur une échelle divisée en parties égales, on aura la hauteur de la tour. *Voyez* ECHELLE.

Usage du quart-de-cercle, pour mesurer les distances horizontales. Le *quart-de-cercle* n'est pas un instrument aussi propre à cet usage que le théodolite, le demi-cercle, *&c.* à cause que l'on ne peut pas prendre par son moyen des angles plus grands qu'un *quart-de-cercle*, cependant la nécessité oblige quelquefois de s'en servir.

En ce cas la manière d'appliquer cet instrument, est la même que celle du demi-cercle. Toute la différence entre ces deux instrumens, consiste en ce que l'un est un arc de 180° qui peut prendre par conséquent un angle d'une grandeur quelconque, & que l'autre est borné aux angles de 90 degrés. *Voyez donc* DEMI-CERCLE.

QUART-DE-CERCLE DE GUNTER est une espèce de cadran de la nature de celui qui est représenté dans la *fig.* 270, il est tracé sur un *quart-de-cercle*, dont les degrés marquent les hauteurs, au moyen d'un fil à-plomb. On y voit aussi une projection stéréographyque de la sphère sur le plan de l'équateur, par le moyen de laquelle on trouve l'heure qu'il est, l'azimut, la déclinaison du soleil, en disposant convenablement le grain ou le coulant du fil à-plomb.

QUART-DE-CERCLE HORODICTIQUE, est un *quart-de-cercle* où sont les lignes horaires, comme dans le cadran de la *fig.* 270.

QUART-DE-CERCLE de SUTTON ou de COLLINS, est encore un *quart-de-cercle* sur lequel on peut voir la hauteur d'un astre, & en même-tems l'heure du lever du soleil, son amplitude, l'heure qu'il est, l'azimut, &c. pourvu qu'on ait rectifié, ou mis le grain sur le degré ou sur le jour convenable. C'est une projection stéréographyque sur le plan de l'écliptique, on en trouve une espèce de description dans l'*Encyclopédie in-folio*; mais elle nous a paru insuffisante & peu utile.

QUARTES, parties de l'hémisphère visible ou supérieur, comprises entre le méridien & le premier vertical, *quarte* septentrionale, orientale, *&c.*

QUARTIER *de la lune*. *V.* QUADRATURE.

QUARTIER de réduction. *V.* le *Dictionnaire de Marine*.

QUARTIER *anglois*, ou *quart de nonante*, instrument pour prendre hauteur en mer, dont se servent encore les navigateurs peu instruits. Nous en avons donné l'histoire au mot *Arbalête*, parce que le *quartier anglois* dérivoit du même principe que l'Arbalête. Il consiste en deux arcs, l'un de 30 degrés, qui a 18 pouces de rayon, l'autre de 60 degrés, qui est trois fois moindre, & en trois marteaux, ou pinnules, *voyez* le *Dictionnaire de Navigation*; mais cet instrument a fait place au *quartier* de réflexion que nous allons décrire, c'est-à-dire à l'*instrument* de Hadley. Au reste, comme le *quartier anglois* est le meilleur de ceux dont on se servoit avant l'invention de ce dernier, on peut encore en faire usage dans des cas où une grande précision n'est pas absolument nécessaire.

QUARTIER *de réflexion*, OCTANT, instrument *de Hadley*, OCTANT *anglois*, (*Astron. navig.*) est un instrument dont on se sert en mer pour observer les hauteurs & les distances des astres, en regardant un des astres directement, & l'autre

par la réflexion de deux miroirs, en forte qu'on voie les deux astres se toucher. Cette découverte est une époque mémorable pour la navigation: elle fut donnée, en 1731, dans les *Transactions philosophiques*, par J. Hadley, vice-président de la société royale de Londres.

Mais le docteur Hooke avoit eu la même idée vers 1664 ou 1665. *Voyez* l'*Histoire de la Société royale de Sprat*, celle de Birch, *tom. IV*, *p.* 102; l'ouvrage de Hooke, intitulé : *Animadversions on the machines Celest of Hevelius*, & ses *Œuvres posthumes*, publiées par Walles en 1705, *p.* xxiij & 503.

Neuton proposa aussi un instrument pour mesurer les angles par deux réflexions, comme on le voit par les regiſtres de la ſociété royale de Londres, au 16 Août 1699; c'étoit l'ancien instrument de Hooke, dans lequel Newton avoit corrigé quelques défauts. (*Philos. trans. n.*° 465.) Mais il paroît que Hadley n'en avoit point eu connoissance.

Hadley lisant le 13 Mai 1731 la description de son instrument à la société royale, le docteur Halley déclara qu'il avoit un papier que Neuton lui avoit donné en 1700 ou 1701, où étoit décrit un instrument semblable, mais qu'il ne savoit pas où le trouver. En effet, on ne le trouva qu'après sa mort, en 1742. Il fut publié dans le n.° 465 des *Trans. philos.* mais il ne portoit point de date.

Stône, dans son appendix à la traduction des *instrumens de Bion*, dit que celui que Neuton avoit fait faire pour le départ de M. Halley à l'isle Sainte-Hélène en 1672, se voyoit il n'y a pas long-tems dans le Strand, chez M. Heat; mais il se trompe: car, 1.° Halley ne partit qu'en 1676; 2.° dans l'ouvrage qu'il publia en 1679, il donne la liste de ses instrumens, & il n'y en a pas d'approchant, quoiqu'il parle beaucoup de la méthode des longitudes.

Si le docteur Halley a jamais eu un pareil instrument, c'est plutôt lorsqu'il s'embarqua en 1698, 1699 & en 1700, pour observer la variation de l'aiman; mais encore on doit croire qu'il en auroit parlé dans quelques-uns de ses ouvrages, & il ne parla en 1731 que d'un papier qui lui avoit été remis par Neuton. (M. Wales, *Observations*, &c. 1777, introduct. *pag. xxx.*)

M. Wales cite encore trois autres personnes qui ont eu la même idée: Thomas Godfrey, de Philadelphie, en 1730; Joseph Harris, & un mécanicien ingénieux, à Yorck, en 1752, qui n'avoit point connoissance de celui de Hadley. Il en est de même de M. de Fouchy, qui en présenta un à l'académie en 1732, dans un tems où le mémoire de Hadley n'étoit pas encore publié. *Voyez* le Recueil des machines présentées à l'académie, & les mémoires rédigés à l'observatoire de Marseille. Mais l'instrument de M. de Fouchy étoit plus analogue à celui du docteur Hooke, l'angle y étant mesuré par une seule réflexion, au lieu qu'il y en a deux dans celui de Hadley. Au reste, Hadley étant le premier qui en ait fait construire, & qui en ait fait voir l'extrême utilité, il n'est pas étonnant qu'on l'ait appellé *instrument de Hadley*; on l'a appellé long-tems aussi *octant*, parce qu'il n'avoit que la huitième partie d'un cercle ou 45.° Il n'en falloit pas davantage pour prendre des hauteurs jusqu'à 90 degrés, & même des distances jusqu'à 180.° en observant parderrière au moyen d'un troisième miroir. Mais depuis qu'on s'en sert pour prendre les distances de la lune aux étoiles, on en a fait de 60 degrés, & on les a appellés *sextants*; aujourd'hui même on commence à faire des cercles entiers, comme nous le dirons à la fin de cet article.

L'instrument de Hadley est composé d'un demi-quart-de-cercle *D F*, *fig.* 233 *des planches d'astron.* qui porte un limbe ou arc de 45 degrés divisé en 90 parties ou demi-degrés, dont chacun répond à un degré entier dans l'observation. Il y a un alidade *M N*, mobile sur le centre pour marquer les divisions. Près du centre de cet alidade, est un miroir plan *I*, perpendiculaire au plan de l'instrument placé dans la direction de l'alidade, ou bien faisant avec la ligne du milieu de l'alidade un angle de 4 à 5 degrés. *H* est un autre miroir plan plus petit, arrêté sur l'*octant* parallèlement au rayon *M F*, pour recevoir l'image réfléchie par le grand miroir *I*. C'est dans ce petit miroir que regarde l'observateur. Quand l'alidade est au commencement de la division, c'est-à-dire vers *F*, la surface du petit miroir *H* doit être exactement parallèle à celle du premier; la glace du petit miroir est vis-à-vis de l'observateur, & celle du grand miroir dans le sens contraire, la lunette *O L*, est sur un des côtés de l'*octant*, il faut que son axe soit perpendiculaire à ce côté, & en même-tems qu'il soit en face du milieu du miroir *H*, il n'y a que la moitié de l'objectif qui reçoive les rayons réfléchis par ce dernier miroir, parce que l'autre moitié sert à laisser passer les rayons qui viennent de l'objet qu'on voit directement. Dans la disposition des deux miroirs, il est nécessaire qu'un rayon de lumière, venant d'un point voisin du milieu du grand miroir, tombe au milieu du second sous un angle de 70 degrés ou environ; que delà il soit réfléchi parallèlement à l'axe de la lunette, & que les rayons qui viennent de l'objet par le côté transparent, passent avec une entière liberté. On place devant le miroir un verre noirci, encadré dans un châssis tournant sur une charnière; on le met devant le grand miroir *I*, quand la lumière du soleil ou de la lune est trop vive; il peut y avoir plusieurs de ces verres pour les tems où le soleil est plus vif. Si les deux objets sont éloignés de plus de 90 degrés, on retourne l'œil & la lunette, comme on le voit en *O* 2; on se sert d'un autre petit miroir *H* 2, perpendiculaire au petit miroir *H*; les rayons de l'objet sont réfléchis par le grand miroir *I*; de celui-ci ils vont au petit miroir *H* 2, & du miroir à la lunette *O* 2: c'est ce qu'on appelle *observer parderrière*. Si

c'est le soleil dont on observe la hauteur, on regarde dans la lunette la partie de l'horizon qui est opposée au soleil, & l'on tourne le dos au soleil.

Pour bien faire comprendre l'effet des deux réflexions, supposons le soleil S, (n.° 2.) élevé de 20 degrés, l'alidade étant éloignée du commencement de la division, de 10 degrés, ainsi que le miroir *BD* qui est fixé sur l'alidade, le rayon *SL* tombera sur le miroir sous un angle de 10 degrés; car si le miroir étoit vertical, le rayon qui est élevé de 20 degrés feroit, avec le miroir, un angle de 70.°; mais le miroir est incliné de 10 degrés sur la droite; donc l'angle *SLB* est de 80.°. Le rayon se réfléchira sous un angle égal, c'est-à-dire que l'angle *DLI* sera aussi de 80 degrés, l'angle *ZLI* de 90.°; donc *LI* sera parallèle à l'horizon. Le rayon réfléchi rencontre en *I* le petit miroir qui est parallèle au côté de l'instrument, par conséquent perpendiculaire à l'horizon, & sera réfléchi horizontalement vers l'œil *O*; donc le soleil paroîtra toucher l'horizon, quoiqu'élevé de 20.°.

Comme les deux miroirs s'embarrasseroient réciproquement, on les incline de quelques degrés; par exemple, de 5.° alors l'angle *SLB*, est de 85.°, de même que l'angle *DLI*; & comme le miroir fait avec la verticale un angle de 15.°, le rayon *LI* est incliné de 100.° ou de 80.°, il tombe sur le miroir *I* sous un angle de 80.°, il en est réfléchi sous le même angle, mais le miroir *I* étant incliné de 10.° le rayon réfléchi se trouve incliné de 90, c'est-à-dire parallèle à l'horizon, & l'œil placé en *O* voit l'horizon & le soleil sur la même ligne.

Pour observer parderrière, l'on se sert d'un miroir qui est à angles droits du miroir *I*. Soit *O*, n.° 3, l'œil de l'observateur qui regarde l'horizon *H* opposé au soleil, *SL* le rayon incident du soleil qui est supposé élevé de 20.°, l'angle *SLZ* étant de 70.°, le miroir *BD* étant écarté de 10.° du commencement de la division, de l'instrument, ou de la verticale, l'angle d'incidence *SLB* est de 80.°, de même que l'angle de réflexion *DLI*, ainsi le rayon réfléchi *LI* est incliné sur le vertical *ZL* de 90.°, ou parallèle à l'horizon; s'il pouvoit tomber sur un miroir *I*, qui est horizontal, il se réfléchiroit en *O* encore horizontal; sa direction aura donc changé de 20.°, & l'œil *O* verra aussi le soleil à l'horizon.

Mais comme dans la pratique on ne peut pas voir un objet horizontal dans un miroir placé horizontalement, supposons qu'on ait donné aux deux miroirs, dans le principe, une inclinaison de 5.°, alors l'angle *SLB* sera de 85, de même que l'angle *DLI* formé par le rayon réfléchi du grand miroir, ainsi le rayon *LI* fera, avec la verticale, un angle de 100.° en haut, ou 10.° avec l'horizon; il tombera sur le miroir *I* incliné de 5.° sous un angle de 5.° il sera réfléchi sous un pareil angle de 5.°, ainsi son inclinaison changera de 10.°, & il deviendra parallèle à l'horizon.

On voit par-là pourquoi un arc de 45.° suffit pour observer des arcs de 90.°; un rayon réfléchi se détourne du double de l'angle qu'il fait avec le miroir réfléchissant; s'il tombe sur ce miroir sous un angle de 10 degrés, son inclinaison change de 20 degrés; ainsi il suffit de changer le miroir & l'alidade de 10.°, pour amener à l'horizon le soleil, quoique élevé de 20 degrés; & il suffit de le changer de 45 degrés, pour 90.° de hauteur.

On doit donc diviser le limbe avec un soin extrême, parce que les réflexions doublent toutes les erreurs commises dans la division. L'alidade doit avoir un mouvement assuré sur le centre de l'instrument, & il est nécessaire que son axe soit toujours perpendiculaire au plan de l'*octant*; car, pour peu qu'il vienne à changer, il fera changer aussi l'inclinaison du grand miroir que porte l'alidade, par rapport au petit miroir qui est sur le limbe; il faut encore que le mouvement de cette pièce soit facile, & l'on doit la faire la plus large qu'il est possible dans la partie voisine du centre. Les surfaces des miroirs doivent être parfaitement planes; car la moindre courbure dans l'un de ces deux miroirs, non-seulement rendroit l'objet confus, mais en feroit encore varier la position, parce que l'objet seroit diversement réfléchi par différentes parties des miroirs. Il est nécessaire que les miroirs soient de métal ou de glace, & que leurs surfaces soient les plus parallèles qu'il est possible : on peut cependant leur passer une petite déviation, pourvu que leurs bords, tant le plus épais que le plus mince (& par conséquent la section commune de leurs surfaces), soient parallèles au plan de l'instrument; car, en ce cas, quoique l'objet soit plusieurs fois répété, les répétitions se font toujours fort près l'une de l'autre, & il y en a toujours quelqu'une que l'on peut prendre, à moins que l'on n'observe un angle fort petit. Le plus grand embarras sera pour lors d'observer une petite étoile, parce que la lumière se partagera aux différentes images. Pour s'assurer du parallélisme, on mesurera la distance de deux objets, le miroir étant retourné de haut en bas dans sa monture, la moitié de la différence sera l'angle des deux surfaces. M. de Borda a calculé une table de l'erreur qui en résulte sur les angles. *Voyage de la Flore*. En montant la lunette, il faut avoir l'attention que l'on en puisse changer facilement la situation, pour que les rayons réfléchis tombent sur une étendue plus ou moins grande de l'objectif, suivant que les objets sont plus ou moins éclairés. Une partie de la glace du petit miroir doit être transparente, afin que si l'un des objets est suffisamment lumineux, & que l'autre ne le soit pas assez, l'on puisse voir au travers l'objet dont la clarté est la plus foible. Si le petit miroir a une partie dépolie parderrière, & une partie polie & étamée, on se sert de celle-ci pour les étoiles, & de la première pour le soleil ou la lune, qui ont beaucoup de lumière. Sans cela, si l'on prend pour l'un des objets le soleil, ou que l'on compare la lune à une petite étoile fixe, on est obligé de diminuer la vivacité de leurs images réflé-

chies, par l'interpoſition d'un ou de pluſieurs verres obſcurs.

Il n'eſt pas néceſſaire d'aſſurer parfaitement la lunette, il ſuffit que les miroirs ſoient bien diſpoſés par rapport au ſecteur & à l'alidade, pour que l'obſervateur voie parfaitement le ſecond miroir, & ſe ſerve avec avantage de l'inſtrument.

Il eſt facile de juger que cet *octant* n'a pas beſoin d'un piédeſtal ou ſupport ſolide; car, quoique l'agitation de l'inſtrument puiſſe faire vaciller les images des objets, leurs mouvemens apparens relatifs ſe feront toujours à-peu-près dans des lignes parallèles, & il ne ſera pas difficile de déterminer ſi les objets ſe couvrent ou s'ils s'éloignent. Quand les objets ne ſont pas éloignés, & que la lunette ne les groſſit que quatre ou cinq fois, on peut tenir l'inſtrument à la main ſans ſon pied. C'eſt de cette manière que l'on eſt en état de prendre ſur mer, lorſqu'il n'y a pas de mauvais tems, la hauteur du ſoleil, de la lune & des étoiles les plus brillantes, & leurs diſtances.

Pour s'aſſurer que le grand miroir eſt perpendiculaire au plan de l'inſtrument, on place ſur le limbe deux pièces de cuivre qui ſoient de même hauteur, on regarde l'une directement, & l'autre par la réflexion du grand miroir. Si les ſurfaces ſupérieures ſont dans la même ligne droite, on eſt ſûr que le miroir eſt perpendiculaire au plan, ſinon il faut le changer par le moyen d'une vis de la baſe, ou d'une vis de derrière.

On peut auſſi le placer ſur une baſe ou platine qui puiſſe tourner par le moyen d'une vis, & par ce moyen le vérifier ſur toutes les poſitions.

Pour rendre le petit miroir perpendiculaire au plan, on fait coïncider les deux images d'une étoile, en tenant l'inſtrument vertical, & enſuite horizontal; car elles ne peuvent coïncider dans les deux ſens, à moins que le petit miroir ne ſoit auſſi perpendiculaire au plan de l'inſtrument.

Le petit miroir poſtérieur eſt plus difficile à ajuſter; M. Dollond en vient à bout par le moyen d'un bras qu'il y applique, & cette invention a été jugée digne en Angleterre d'un privilège excluſif. M. Levêque *Guide du Navigateur*, p. 58.

M. Magellan diſpoſe les petits miroirs de façon qu'ils puiſſent tourner ſur un axe commun, & il détermine l'angle qu'ils font par le moyen des diviſions de l'inſtrument. On trouvera dans ſon livre une multitude d'attentions & de moyens relatifs à la conſtruction & à l'uſage de cet inſtrument. Il y a auſſi de très-grands détails dans le livre de M. Levêque, où cet article occupe plus de cent pages; mais notre deſcription n'étant pas deſtinée à des marins de profeſſion, qui ne peuvent ſe diſpenſer d'avoir les livres de leur métier, nous ne donnerons pas ici de plus grands détails.

La lunette eſt une partie eſſentielle de ces inſtrumens, ſur-tout lorſqu'on veut la faire ſervir à d'autres obſervations qu'à celles du ſoleil, comme à la lune & aux étoiles: on s'en diſpenſe trop ſouvent dans l'uſage de la marine, ſur-tout en Angleterre, où l'on voit par-tout des *octans* à pinnules, avec leſquels on ne ſauroit meſurer les diſtances, à une minute près.

Suivant M. de la Caille, il faut que la lunette d'un *octant* ſoit conſtruite comme une groſſe lorgnette d'opéra; c'eſt-à-dire, avec un objectif de 10 pouces de foyer, & un oculaire concave ou plan-concave de 3 pouces & demi, ou 4 pouces de foyer. L'ouverture de l'objectif doit être de 24 à 28 lignes de diamètre, celle de l'oculaire de 2 à 3 lignes au plus; le tuyau peut être de cuivre ou de bois, couvert de chagrin ou de rouſſette; l'oculaire doit être placé dans un tuyau mobile, tenant à frottement un peu rude, afin que l'obſervateur puiſſe l'alonger au point qui convient à ſa vue, & qu'il ne s'enfonce pas en choquant contre le viſage: il faut de plus que l'objectif ſoit bien centré, ſelon l'axe de la lunette; le tuyau doit être arrêté ſur l'inſtrument, de ſorte que ſon axe ſoit parallèle au plan de l'inſtrument, & qu'il paſſe par le milieu de la ligne qui ſépare dans le petit miroir *I*, la partie étamée de la partie tranſparente, ou par le milieu de la fente de ce miroir, s'il en a une.

Pour s'aſſurer que la lunette eſt parallèle au plan de l'inſtrument, on meſure la diſtance de deux objets éloignés de 90 degrés ou plus; s'ils ſont toujours en contact dans la partie inférieure de la lunette, & dans ſa partie ſupérieure ou la plus éloignée du plan, c'eſt une preuve que la lunette eſt parallèle au plan, ſans quoi ils paroîtront anticiper l'un ſur l'autre dans un endroit, quand ils ſeront en contact dans l'autre; car alors on meſure deux diſtances qui ſont dans des plans différens.

Pour s'aſſurer que la lunette eſt perpendiculaire à la ligne du commencement de la diviſion, l'on regarde les deux images d'un même objet, l'une directe & l'autre réfléchie; on les fait coïncider en faiſant mouvoir l'alidade, & ſi elle ne marque pas zéro de degrés & de minutes, la différence eſt l'erreur de la lunette, qu'il ſuffit de connoître pour en tenir compte dans la meſure des diſtances & des hauteurs.

Pour obſerver la hauteur d'un aſtre avec l'*octant*, on dirige la lunette à l'horizon, & en inclinant le miroir mobile, on rend horizontal le rayon de l'aſtre par une double réflexion; l'obſervation ſe fait d'autant plus aiſément, qu'il ſuffit de faire concourir le centre ou le bord de l'aſtre avec l'horizon, ſans qu'il importe qu'on voie ces deux objets par un point un peu plus haut ou un peu plus bas de la glace, ni par conſéquent qu'on ſoit obligé, comme dans l'uſage des autres inſtrumens, de faire concourir l'horizon & l'image du ſoleil dans un point précis marqué ſur l'inſtrument, ce que le mouvement du vaiſſeau rendoit impoſſible autrefois; il ſuffit ici de s'aſſurer que l'*octant* étoit ſenſiblement vertical pendant l'obſervation; pour cela, en regardant toujours l'image du ſoleil ſur l'horizon, on fait

on fait balancer légèrement le plan en l'inclinant un peu de droite à gauche, & de gauche à droite; alors si le soleil reste sensiblement à la même hauteur, son image vue dans le petit miroir, paroît décrire un arc de cercle, dont le point du ciel où est le soleil est le centre : cet arc doit toucher l'horizon dans le point où le vertical le coupe; ainsi, à égales distances de part & d'autre de ce point, l'image du soleil doit paroître également éloignée de l'horizon; & dans ce point seul elle doit concourir exactement avec l'horizon; on peut choisir le point du soleil dont on veut avoir la hauteur. La plupart des marins se servent du bord inférieur de l'image du soleil au lieu du centre, ce qui est beaucoup plus exact. Pour observer la distance de deux astres, on met le plan de l'instrument dans le plan des deux astres; on regarde l'un directement par l'ouverture du miroir fixe, & l'on amène l'autre dans la même direction, en inclinant l'alidade & le miroir mobile. Avec un *octant* bien fait de 20 pouces de rayon, on peut avoir la hauteur du soleil ou sa distance à la lune, à une minute près, & mieux encore, ce qui suffit pour trouver la longitude en mer, à un demi-degré près.

Depuis 1731 on a tenté divers changemens pour le quartier de réflexion; M. Caleb Smith en proposa un, où, au lieu de voir l'horizon directement & l'image de l'astre par une double réflexion, on voit l'un & l'autre par une réflexion simple : on en trouvera la description dans les *Mémoires de mathématique & de physique*, rédigés à l'observatoire de Marseille, année 1755, première partie; cet instrument étoit encore une découverte nouvelle : l'observation parderrière y est beaucoup moins difficile qu'avec l'*octant* de Hadley; on ne change point de miroir, on rectifie l'instrument de la même manière que pour observer pardevant.

M. de Fouchy, dans les *Mémoires de l'Académie*, pour 1740, donna aussi la manière d'employer des miroirs plan-convexes, qui cependant ne défigurent point les objets. On peut voir, dans les *Mémoires de Marseille*, la description de plusieurs autres instrumens, proposés pour prendre hauteur en mer, & pour se passer d'horizon lorsqu'il est difficile de l'appercevoir, & l'on y trouvera l'indication de tous les ouvrages où il a été traité de ces matières, jusqu'à l'année 1755.

On commence depuis peu à employer un cercle entier à la place d'un *octant*, pour prendre les distances en mer, les vérifications sont plus faciles, & les erreurs de la division & du parallélisme se corrigent plus exactement : on prend la somme de plusieurs distances au lieu d'une seule, & les erreurs de la division se compensent; les plus habiles artistes en ont reconnu les avantages, même pour les observations astronomiques, sur les instrumens ordinaires.

On trouvera de plus grands détails sur ces instrumens à réflexion, dans les *Mémoires de Mathématiques. Tome II, II.e Partie. Marseille* 1755 : on peut voir aussi sur cette matière, la description qu'en ont donnée d'Après, & M. de Bory en 1751; le *Traité de navigation* de M. Bouguer, édition de M. de la Caille, *in*-8°, à Paris, chez Desaint 1769; l'*Optique* de Smith, traduction du P. Pezenas, à Avignon 1767; l'ouvrage de M. Ludlam, intitulé : *Direction for the use of Hadley's quadrant*, London 1771; les *Transactions philosophiques* de 1731 & 1772; le *Nautical almanac* de 1774; l'ouvrage de Robertson, *The elements of navigation*, London 1772, *tome II, pages 295 & suiv.*

On trouvera aussi la description des nouveaux instrumens à réflexion propres à observer en mer dans le *guide du navigateur*, par M. Pierre l'Evêque, (Nantes 1778, in-8°.) dans la *Description des octans*, par M. Magellan, Paris 1775, in-4.° & la *Collection de différens traités de physique*, par le même, Londres 1780, in-4°. Dans ce dernier ouvrage il traite sur-tout de l'usage du cercle entier pour observer en mer, suivant la méthode proposée par Mayer, dans *Theoria lunæ*, Londini 1767. *Comment.* Gotting. *Tom. II, pag.* 325. & M. de Borda, *Voyage de la Flore*, tom. I, pag. 327.

QUARTILE, adj. (*Astronom.*) est le nom que les Astronomes, ou plutôt les Astrologues, donnent à l'aspect des deux planètes, éloignées l'une de l'autre de trois signes, ou de $\frac{1}{4}$ de la circonférence; on l'appelle aussi aspect quadrat, & plus communément *quadrature*.

QUATORZE, *nom de nombre*, c'est la somme de dix unités, plus quatre unités.

QUATORZIEME, s. f. (*Arithm.*) en matière de fractions ou nombre rompus, de quelque entier que ce soit; un *quatorzième*, trois *quatorzièmes*, cinq *quatorzièmes*, &c. s'écrivent de cette manière, $\frac{1}{14}$, $\frac{3}{14}$, $\frac{5}{14}$, &c.

QUATRE, (*Arithm.*) nombre pair composé de trois & un, ou de deux fois deux. En chiffre commun ou arabe un quatre s'écrit ainsi 4, en chiffre romain de la sorte IV, & en chiffre françois de compte ou de finance de cette manière iiij ou iv. Le nombre *quatre* se joint aussi à plusieurs autres nombres, *quatre*-vingt, *quatre*-vingt-dix.

QUATRINOME, s. m. (*Alg.*) est une quantité composée de quatre termes, comme $a + b + c + d$.

QUEUE *d'une comete*, (*Astronom.*) Voyez *Comete*.

QUEUE DU DRAGON, *en terme d'Astronomie*, est le nœud descendant de la lune; on le représente par cette figure ☋. *Voyez* NŒUD.

QUINCUNCE, adj. *en Astrologie*, signifioit la *position* ou l'*aspect* de deux planètes, distantes l'une de l'autre de 150 degrés. Le mot latin *Quincunx* signifie cinq douzièmes.

QUINDÉCAGONE, s. m. *terme de Géométrie*, figure plane qui a quinze angles & quinze côtés. *Voyez* FIGURE. Ce mot est formé du mot latin

quinque, cinq, & des mots grecs δέκα dix, & γωνία, *angle*. Pentadécagone seroit une dénomination plus régulière. Si les quinze côtés du *quindécagone* sont égaux entr'eux, c'est un *quindécagone* régulier. *Voyez* RÉGULIER.

Pour inscrire un *quindécagone* régulier dans un cercle, il faut prendre avec un compas la longueur du côté du décagone, & celle de l'exagone, inscriptibles à ce cercle; & porter ces deux longueurs sur la circonférence, en sorte qu'elles partent du même point, & que leur autre extrêmité détermine l'arc qui correspond à chaque polygone, alors la différence de l'arc de l'exagone à celui du décagone sera l'arc du *quindécagone* : car l'arc de l'exagone = 60 degrés, & celui du décagone en vaut 36; or 60 — 36 = 24, qui est le nombre des degrés de l'arc du *quindécagone*, puisque 15 fois 24 = 360. (*E*)

QUINTILE, adj. (*Astron.*) terme d'Astrologie, qui signifioit un *aspect de planètes*, distantes l'une de l'autre de 72 degrés, ou de la cinquième partie du zodiaque. (*O*)

QUINTUPLE, adj. *en Arithmétique*, se dit d'une quantité cinq fois plus grande qu'une autre. Ainsi 15 est *quintuple* de 3, & 3 est sous-*quintuple* de 15. (*E*)

QUINZIEME, s. m. (*Arithmét.*) lorsqu'il s'agit de fraction ou nombre rompu, un *quinzième*, trois *quinzièmes*, cinq *quinzièmes*, sept *quinzièmes*, &c. s'écrivent, en chiffres, $\frac{1}{15}$, $\frac{3}{15}$, $\frac{5}{15}$, $\frac{7}{15}$. Le *quinzième* de 20 sols est 1 s. 4 den. qui est une des parties aliquotes d'une livre tournois. (*D. J.*)

QUOTIENT, c'est, *en Arithmétique*, le nombre qui résulte de la division d'un nombre par un autre, & qui montre combien de fois le plus petit est contenu dans le plus grand, ou plutôt combien de fois le diviseur est contenu dans le dividende. *Voyez* DIVISION.

Ce mot est formé du latin *quoties*, combien de fois. Dans la division l'unité est au *quotient*, comme le diviseur est au dividende; ainsi le *quotient* de 12 divisé par 3 est 4; voici comment on peut les disposer dans une opération.

$$\textit{Divid.} \ldots 12 \left\{ \frac{3 \ldots \textit{diviseur.}}{4 \ldots \textit{quotient.}} \right.$$

Voyez DIVISION. (*E*)

R A B

RABDOLOGIE, s. f. (*Arith.*) manière d'exécuter facilement les deux opérations les plus compliquées de l'arithmétique, la multiplication & la division, par la voie de l'addition & de la soustraction, & cela au moyen de bâtons, verges ou languettes séparés, & marqués de nombres. C'est une des inventions de Neper. *Voyez* BATONS DE NEPER.

RACINE D'UNE EQUATION, *en Algèbre*, signifie la valeur de la quantité inconnue de l'équation. *Voy.* ÉQUATION.

Ainsi, si l'équation est $a^2 + b^2 = x^2$, la racine de l'équation est $x =$ la racine quarrée de $a^2 + b^2$, $= \sqrt{a^2 + b^2}$.

C'est une vérité reçue en algèbre, qu'une équation a toujours autant de *racines* qu'il y a d'unités dans la plus haute dimension de l'inconnue; par exemple, une équation du deuxième degré a deux *racines*, une du troisième en a trois : ainsi l'équation $x^2 = a^2 + b^2$, que nous venons de donner, a deux *racines* ou deux valeurs de x; savoir $x = + \sqrt{a^2 + b^2}$, & $x = - \sqrt{a^2 + b^2}$. Cette propriété générale des équations peut se démontrer de la manière suivante.

Soit $x^n + a x^{n+1} + b x^{n-1} + \ldots p = 0$, une équation d'un degré quelconque; & soit c une valeur de l'inconnue x, telle que substituant c au lieu de x dans l'équation, tous les termes se détruisent par des signes contraires, je dis que le polynome $x^n + a x^{n-1} + b x^{n-2} \ldots + p$, se divisera exactement par $x - c$. Car soit Q le quotient de cette division; le reste r, s'il y en a un, ne contiendra pas x, puisque x ne passe pas le premier degré dans le diviseur, & on aura $(x - c)\, Q + r$ égal & identique à $x^n + a x^{n-1}\, b x^{n-2} \ldots + p$. Donc substituant c pour x dans $(x - c)\, Q + r$, tous les termes doivent se détruire; donc cette substitution donnera $(c - c)\, Q + r = 0$ donc $r = 0$. Donc la division se fait sans reste.

On aura donc un quotient $x^{n-1} + A x^{n-2} + B x^{n-3} + \ldots + P$. Et s'il y a une autre quantité C qui étant substituée pour x dans ce quotient, fasse évanouir tous les termes, on prouvera de même que ce quotient peut se diviser exactement par $x - C$. En continuant ainsi, on trouvera que la quantité $x^n + a x^{n-1} + b x^{n-2}$, *&c.* peut être regardée comme le produit d'un nombre n de facteurs simples $x - c$, $x - C$, $x - D$, $x - E$, *&c.* Donc puisque $x^n + a x^{n-1} + b x^{n-2} \ldots$ *&c.* $= 0$, on aura $\overline{x - c} \times \overline{x - C} \times \overline{x - D} \times \overline{x - E}$, &c. $= 0$. Or ce produit sera $= 0$ dans tous les cas suivans : 1.° $x = c$; 2.° $x = C$; 3.° $x = D$; 4.° $x = E$, *&c.* Donc x a autant de valeurs qu'il y a de facteurs linéaires $x - c$, $x - C$, &c. c'est-à-dire, autant qu'il y a d'unités dans n.

Au reste, il ne faut pas croire que toutes ces valeurs soient toujours réelles, & toujours positives. On les distingue en vraies, fausses, & imaginaires.

Racine vraie. Si la valeur de x est positive, c'est-à-dire, si x est égale à une quantité positive; par exemple, si $x = 2$, la *racine* est appellée *racine vraie* ou *positive*. *Voyez* POSITIF.

Racine fausse. Si la valeur de x est négative,

par exemple, si $x = -5$, on dit que la *racine* est fausse ou négative. *Voyez* NÉGATIF. Par exemple, l'équation $xx + 3x - 10 = 0$, a deux *racines*, l'une vraie, l'autre fausse, savoir $x = 2$ & $x = -5$.

Racine imaginaire. Si la valeur de x est la *racine* quarrée d'une quantité négative, par exemple, si $x = \sqrt{-5}$, on dit alors que la *racine* est imaginaire.

C'est ce qui arrive dans l'équation $xx + 5 = 0$, qui a deux *racines* imaginaires $x = +\sqrt{-5}$ & $x = -\sqrt{-5}$. Si on multiplioit l'équation $xx + 5 = 0$ par l'équation $xx + 3x - 10 = 0$, on formeroit une équation du quatrième degré, qui auroit deux *racines* imaginaires $+\sqrt{-5}$ & $-\sqrt{-5}$, & deux *racines* réelles, l'une vraie $+2$, l'autre fausse -5.

Les noms de *racine vraie* pour désigner une *racine* positive, & de *racine* fausse, pour désigner une *racine* négative, ne sont plus en usage aujourd'hui, ce qui a donné lieu à cette ancienne dénomination, c'est que les premiers analystes, qui remarquèrent qu'une équation contenoit quelquefois des racines négatives, les rejettèrent comme inutiles pour la solution du problême, qui avoit conduit à l'équation, & en conséquence les appelèrent fausses; or c'étoit une erreur, comme on aura occasion de le remarquer plus d'une fois dans le cours de cet ouvrage.

Dans une équation quelconque, les *racines* imaginaires, s'il y en a, sont toujours en nombre pair. Cette proposition assez mal démontrée dans les livres d'algèbre, l'est beaucoup plus exactement dans une dissertation que j'ai imprimée au tome II. des *Mém. François de l'Académie de Berlin. Voyez* aussi IMAGINAIRE & EQUATION. Delà il s'ensuit que dans toute équation d'un degré impair, il y a au moins une *racine* réelle.

L'algèbre est principalement d'usage pour mettre les problêmes en équations, & ensuite pour réduire ces équations, ou les présenter dans la forme la plus simple qu'elles puissent avoir. *Voy.* RÉDUCTION.

Quand l'équation est réduite à la forme la plus simple, il ne reste plus, pour achever la solution du problême, que de chercher par les nombres ou par une construction géométrique, les *racines* de l'équation. *Voyez* EQUATION & CONSTRUCTION.

M. l'abbé de Gua, dans les *Mémoires de l'Académie royale des sciences de Paris, année* 1741, nous a donné deux excellentes dissertations sur les *racines* des équations. Le premier de ces mémoires a pour titre : *Démonstration de la règle de Descartes pour connoître le nombre des* racines *positives & négatives dans les équations qui n'ont point de* racines *imaginaires;* nous allons rapporter en entier l'espèce de préface que M. l'abbé de Gua a mise à la tête de cet ouvrage : elle contient une discussion historique très-intéressante.

« Descartes, dit M. l'abbé de Gua, a donné » sans démonstration, à la *pag.* 108 *de sa géométrie, édit. de Paris, année* 1705, la fameuse » règle que j'entreprens de démontrer. On connoît de ceci, dit cet auteur, combien il peut » y avoir de *racines* vraies & combien de fausses » en chaque équation ; à savoir, il y en peut » avoir autant de vraies que les signes + & — » s'y trouvent de fois être changés, & autant de » fausses qu'il s'y trouve de fois deux signes +, » ou deux signes — qui s'ensuivent, *&c.*

« Ces mots *il peut y avoir*, que Descartes » répète deux fois dans cette proposition, évitant » au contraire constamment l'expression *il y a*, » marquent assez qu'il n'a pas regardé la règle » qu'il avoit découverte, comme absolument générale, & qu'il a vu au contraire qu'elle devroit » seulement avoir lieu, lorsque les *racines* que » les équations peuvent avoir seroient toutes » réelles ». M. l'abbé de Gua prouve cette vérité par d'autres endroits du même ouvrage, & il ajoute : « cet auteur s'est expliqué lui-même dans » la suite de ce point, d'une manière précise. Il » donne cette explication dans la lxvij. lettre du » troisième tome de ses œuvres. Sa seconde objection, dit Descartes dans cette lettre, en parlant » de Fermat, est une fausseté manifeste; car je » n'ai pas dit dans l'article 8. du troisième livre » ce qu'il veut que j'aie dit, à savoir qu'il y a » autant de vraies *racines* que les signes + & — » se trouvent de fois changés, ni n'ai eu aucune » intention de le dire : j'ai dit seulement qu'il y » en peut autant avoir, & j'ai montré expressément, *art.* 17. *du III. liv.* quand c'est qu'il n'y » en a pas tant, à savoir, quand quelques-unes » de ces vraies *racines* sont imaginaires. »

Quelque nombre de disciples & de commentateurs qu'ait eu ce grand géomètre dans l'espace de près d'un siècle, il paroît néanmoins que personne, avant M. l'abbé de Gua, n'étoit encore parvenu à démontrer la règle dont nous parlons.

C'est sans doute le *xlj. chapitre du traité d'Algèbre* de Wallis, qui a été l'occasion de l'erreur de M. Wolf & de M. Saunderson, qui attribuent l'un & l'autre l'invention de cette règle à Harriot, algébriste anglois. On n'ignore pas que Wallis n'a rien oublié dans cet ouvrage pour arracher en quelque façon à Viete & à Descartes leurs découvertes algébriques, dont il se plaît au contraire à revêtir Harriot son compatriote.

« Pour réfuter Wallis, sur l'article dont il est » principalement question, nous ne nous servirons, continue M. l'abbé de Gua, que du » témoignage de Wallis lui-même, & de Wallis » parlant dans le même ouvrage. Il conteste, » dans l'endroit que nous venons de citer, que » la règle pour le discernement des *racines*, appartient à Descartes; plus bas, au *chap. lxiij. pag.* » 215. Il continue à la vérité de proscrire cette » règle à cause de son prétendu défaut de limitation, mais commençant alors à se contre-

» dire, il ne fait plus difficulté de la donner à » son véritable auteur. » Ce que Wallis a fait probablement, par prévention pour son compatriote, M. Euler l'a fait, sans doute par inadvertance ; car il attribue aussi cette découverte à Harriot, *voyez* le calcul différentiel de M. Euler *page* 709.

« Wallis au reste n'est pas le seul qui ait » attaqué la règle que nous nous proposons de » démontrer.

» Le journal des savans de l'année 1684, nous » apprend, à la *page* 250, que Rolle la taxoit » aussi de fausseté. Le journaliste donne ensuite » deux exemples de ce genre; mais, dans ces » exemples, il se trouve des *racines* imaginaires.

» C'est ce que remarque fort bien le père » Prestet de l'Oratoire, dans la *seconde édition des élém. liv. VIII, pag.* 362.

» La remarque de Rolle insérée dans le journal » des savans, & la réponse du pere Prestet ne » pouvoient manquer de réveiller l'attention de » l'académie. Duhamel, qui en étoit alors secré» taire, fit donc mention, dans son histoire, de » l'observation de Rolle; & il ajouta que l'aca» démie ayant chargé Cassini & de la Hire d'exa» miner sa critique, ils avoient rapporté que » Schooten avoit déja fait la même remarque, » mais que cet auteur prétendoit que Descartes » même n'avoit pas donné sa règle pour générale.

» Si cette décision a dû en effet fixer le sens » véritable de la règle de Descartes, n'auroit-elle » pas dû exciter de plus en plus les géomètres à cher» cher une démonstration rigoureuse de cette règle, » au lieu de se contenter de la déduire par induc» tion, comme on doit présumer que Descartes » l'avoit fait, ou de l'inspection seule des équa» tions algébriques par la multiplication de leurs » *racines* supposées connues ? Un silence si cons» tant sur une vérité qu'on pouvoit désormais » regarder presque comme un principe, & dont » cependant on n'appercevoit point encore l'évidence, n'étoit-il point en quelque sorte peu hono» rable pour les mathématiques » ? Nous renvoyons le lecteur, pour la démonstration de cette règle, au mémoire de M. l'abbé de Gua, qui l'a démontré de deux manières différentes. *Voyez à l'article* ALGÈBRE, l'histoire des obligations que cette science a aux différens mathématiciens qui l'ont perfectionnée, & sur-tout à Viete & à Descartes.

RACINE D'UN NOMBRE, *en Mathématique*, signifie un nombre qui étant multiplié par lui-même rend le nombre dont il est la *racine*, ou en général le mot *racine* signifie une quantité considérée comme la base & le fondement d'une puissance plus élevée. *Voyez* PUISSANCE, *&c.*

En général la *racine* prend la dénomination de la puissance dont elle est *racine* ; c'est-à-dire, qu'elle s'appelle *racine quarrée* si la puissance est un quarré; *racine cubique* si la puissance est un cube, *&c.* Ainsi, la *racine quarrée* de 4 est 2; parce que 2 multiplié par 2 donne 4. Le produit 4 est appellé le quarré de 2, & 2 en est la *racine* quarrée, ou simplement la *racine*.

Il est évident que l'unité est à la *racine* quarrée, comme la *racine* quarrée est au quarré: donc la *racine* quarrée est moyenne proportionnelle entre le quarré & l'unité; ainsi 1 : 2 :: 2 : 4.

Si un nombre quarré comme 4 est multiplié par la *racine* 2, le produit 8 est appellé *le cube* ou *la troisième puissance de* 2; & le nombre 2, considéré par rapport au nombre 8, en est la *racine cubique*.

Puisque l'unité est à la *racine* comme la *racine* est au quarré, & que l'unité est à la *racine* comme le quarré est au cube, il s'ensuit que l'unité, la *racine*, le quarré & le cube sont en proportion continue; c'est-à-dire, que 1 : 2 :: 2 : 4 :: 4 : 8. par conséquent la *racine* cubique est la première de deux moyennes proportionnelles entre l'unité & le cube.

Extraire la *racine* d'un nombre ou d'une puissance donnée, comme 8, c'est la même chose que de trouver un nombre comme 2, qui étant multiplié par lui-même un certain nombre de fois, par exemple, deux fois, produise ce nombre 8. *Voyez* EXTRACTION.

Une *racine* quelconque, quarrée ou cubique, ou d'une puissance plus élevée, est appellée *racine binome*, ou simplement *binome* quand elle est composée de deux parties; comme 20 + 4 ou $a + b$. *Voyez* BINOME.

Si la *racine* est composée de trois parties, on l'appelle *trinome*, comme 200 + 40 + 5 ou $a + b + c$. *Voyez* TRINOME. Si la *racine* a plus de trois parties, on l'appelle *multinome*, comme 2000 + 400 + 50 + 6, ou $a + b + c + d$. *Voy.* MULTINOME.

M. l'abbé de Gua nous a donné de plus, dans un mémoire imprimé, *p.* 455 *du même vol.* une méthode sur le nombre des *racines* imaginaires, réelles positives ou réelles négatives. Ne pouvant entrer dans aucun détail sur ce sujet, nous nous contenterons de dire avec l'auteur qu'on trouve sur cette méthode quelques vues générales, mais fort obscurément énoncées dans une lettre de Collins au docteur Wallis, qu'ensuite M. Stirling a poussé ces vues un peu plus loin dans son énumération des lignes du troisième ordre, mais qu'il s'en faut bien que la méthode de ce géomètre ne laisse plus rien à desirer. Nous croyons pouvoir en dire autant de la méthode de M. l'abbé de Gua, puisque cette méthode, de son propre aveu, suppose la résolution des équations qui n'est pas même trouvée absolument pour le 3.[e] degré. Nous avons parlé à la fin de l'*art.* ÉQUATION, du travail de M. Fontaine sur le même sujet. (*O*)

RACINE, *terme d'Astronomie*, qui signifie la première situation d'une planète ou sa longitude pour

l'instant duquel on commence à compter ses mouvemens ; c'est ordinairement le commencement du siécle, par exemple, le 1. janvier 1700. En ajoutant ensuite le mouvement pour un an, pour deux ans, &c. l'on a la longitude pour 1701, 1702, & ainsi de suite. Cette longitude primitive de laquelle on part s'appelle aussi *époque des moyens mouvemens.*

RADIAL, adj. (*Géom.*) courbes *radiales ;* est un nom que quelques auteurs donnent aux courbes, dont les ordonnées vont toutes se terminer en un point, & sont comme autant de rayons partant d'un même centre. C'est de-là que ces courbes ont tiré leur nom. Telle est la spirale dont les ordonnées partent toutes du centre du cercle qui la renferme. Telle est aussi la *quadratrice* de *Dinostrate. Voyez* SPIRALE, QUADRATRICE, *voyez aussi* ORDONNÉE & COURBE. On trouve dans ce dernier article l'équation de certaines courbes algébriques, comme l'ellipse, entre des ordonnées partant d'un centre, & les angles correspondans. (*O*)

RADICAL, adj. (*Alg.*) on appelle ainsi les quantités qui sont affectées du signe $\sqrt{}$, & qui désigne la racine de quelque quantité : par exemple, $\sqrt{a}$, $\sqrt[3]{b}$, sont des quantités radicales. *Voyez* RACINE, *voyez aussi* EXPOSANT.

RADIER, subst. m. (*Hyd.*) c'est un parc de pilotis & de palplanches rempli de maçonneries, pour élever & rendre solide une plate-forme, ou plancher garni de madriers & de planches, pour y établir un moulin, ou autre machine hydraulique. (*K*)

RADIER, (*terme de riviere*) : c'est l'ouverture & l'espace entre les piles & les culées d'un pont, qu'on nomme autrement raies ou le *bas-radier.*

RADIEUX, adj. (*Optique*) se dit du point d'un objet visible, d'où il part des rayons de lumière. *Voy.* RAYON & LUMIERE, *voyez aussi* RADIATION.

Tout *point radieux* envoie une infinité de rayons ; mais il n'est visible que quand on peut tirer des lignes droites depuis ce *point* jusqu'à la prunelle ; car tout rayon visuel est une ligne droite.

Tous les rayons qui partent du même point sont divergens, mais il sont rassemblés & réunis par le crystallin, & par les autres humeurs de l'œil, en sorte qu'ils se réunissent à un seul point au fond de l'œil, ce qui rend la vision vive & distincte.

RADIOMETRE. *Voyez* ARBALETE.

RAISON, *en terme d'Arithmétique & de Géométrie*, est le résultat de la comparaison que l'on fait entre deux grandeurs homogènes, soit en déterminant l'excès de l'une sur l'autre, ou combien de fois l'une contient l'autre, ou y est contenue. *Voyez* RAPPORT.

Les quantités homogènes ainsi comparées, s'appellent les *termes de la raison* ou du *rapport* ; la chose que l'on compare se nomme l'*antécédent*, & celle à laquelle on la compare, le *conséquent. V.* TERME.

On confond souvent le mot de *raison* avec celui de *proportion*, quoiqu'ils soient tout-à-fait différens l'un de l'autre. En effet, la proportion est une identité ou similitude de deux *raisons*. *Voyez* PROPORTION.

Par exemple, si la quantité *A* est triple de la quantité *B*, le rapport de *A* à *B*, c'est-à-dire, de 3 à 1, est appellé la *raison de A à B*. Si deux autres quantités *C* & *D* ont la même *raison* l'une à l'autre que *A* & *B* ont entr'elles, c'est-à-dire, que l'une soit le triple de l'autre, cette similitude de *raisons* constitue une *proportion*, & les quatre quantités $A:B::C:D$ sont en proportion ou proportionnelles.

La *raison* peut donc exister entre deux termes, mais il en faut un plus grand nombre pour former une proportion. Il y a deux manières de comparer les grandeurs entr'elles : on trouve par la première de combien elles diffèrent entr'elles, c'est-à-dire, de combien d'unités l'antécédent est plus grand ou plus petit que le conséquent.

Cette différence est appellée *raison arithmétique*, ou *exposant du rapport arithmétique* de deux nombres.

Ainsi, en comparant 5 & 7, on trouve que leur *raison arithmétique* est 2.

On trouve, en employant la seconde manière de comparer, combien de fois l'antécédent contient ou est contenu dans le conséquent, c'est-à-dire, quelle partie de la plus grande est égale à la plus petite.

Cette *raison* s'appelle pour l'ordinaire *raison géométrique*, ou simplement *raison*.

Wolf distingue la *raison*, eu égard à la quantité en général, en *rationnelle* & *irrationnelle*.

Raison rationnelle est celle de nombre à nombre, par exemple, comme 3 à 4. *V.* NOMBRE.

Raison irrationnelle est celle qu'on ne peut exprimer par aucun nombre rationnel.

Supposons, pour éclaircir la chose par un exemple, deux quantités *A* & *B*, dont *A* soit la plus petite ; si l'on retranche *A* de *B* autant de fois qu'elle le peut être, par exemple, cinq fois, il ne restera rien, ou bien il restera quelque chose. Dans le premier cas, *A* sera à *B* comme 1 à 5, c'est-à-dire, sera contenu cinq fois dans *B* ou $A = \frac{1}{5} B$; cette *raison* sera donc rationnelle.

Dans le dernier cas, ou il restera quelques parties qui étant retranchées un certain nombre de fois de *A*, par exemple, trois fois, & pareillement de *B*, par exemple, sept fois, ne laissera aucun reste ; ou bien il ne restera aucune partie de cette espèce. Dans le premier cas *A* est à *B* comme 3 à 7, ou $A = \frac{3}{7} B$, & la raison sera rationnelle. Dans le dernier cas, la *raison* de *A* à *B* ne peut être exprimée par des nombres rationnels,

ni d'aucune autre manière, excepté par des lignes ou par une série infinie. *Voyez* SÉRIE.

L'exposant d'une *raison* géometrique est le quotient qui naît de la division de l'antécédent par le conséquent; l'exposant de la *raison* de 3 à 2 est $\frac{3}{2}$; celui de la *raison* de 2 à 3 est $\frac{2}{3}$. Si l'unité tient lieu de conséquent, l'antécédent lui-même sera l'exposant de la *raison*: par exemple, la *raison* de 4 à 1 est 4. *Voyez* EXPOSANT.

Lorsque l'on compare deux quantités sans l'intervention d'une troisième, ou l'une est égale à l'autre, ou inégale; ce qui constitue une *raison d'égalité* ou d'*inégalité*.

Lorsque les termes de la *raison* sont inégaux, ou l'on compare le plus petit au plus grand, ou celui-ci au moindre, c'est-à-dire, ou le moindre au plus grand, comme une partie à son tout, ou le plus grand au plus petit, comme le tout à sa partie. La *raison* détermine donc combien de fois le plus petit est contenu dans le plus grand, ou combien celui-ci contient le plus petit, c'est-à-dire, à quelle partie du grand le petit est égal.

La *raison* que le plus grand terme a au plus petit, par exemple, 6 à 3, est appellée *raison* de plus grande inégalité; & celle que le plus petit terme a au plus grand, par exemple, 3 à 6, est appellée *raison* de moindre inégalité.

Cette *raison* correspond à toutes sortes de quantités en général, soit discrètes ou continues, commensurables ou incommensurables; mais la quantité discrète ou continue admet une autre espèce de *raison*.

Lorsque le moindre terme d'une *raison* est une partie aliquote du plus grand, la *raison* de plus grande inégalité s'appelle multiple, *multiplex*, & la *raison* de moindre inégalité, *sous-multiple*. *V.* MULTIPLE.

Dans le premier cas particulièrement, si l'exposant est 2, la *raison* s'appelle *double*; *triple*, si c'est 3, *&c.* Dans le second cas, si l'exposant est $\frac{1}{2}$, la *raison* est appellée *sous-double*; si c'est $\frac{1}{3}$, *sous-triple*, &c. Par exemple, la *raison* de 6 à 2 est *triple*, à cause que 6 contient 2 trois fois: celle au contraire de 2 à 6 est *sous-triple*, à cause que 2 est le tiers de 6.

Si le plus grand terme contient le plus petit une ou plusieurs fois, plus une ou plusieurs parties, la *raison* de plus grande ou de moindre inégalité reçoit encore différens noms. Nous allons les donner ici, quoique la plupart soient aujourd'hui peu en usage, mais ces noms pourront être utiles à ceux qui lisent les anciens auteurs.

Dans le premier cas, si l'exposant est $1\frac{1}{2}$, la *raison* est *sesquialtère*; si $3\frac{1}{3}$, *sesquitierce*. Dans l'autre, si l'exposant est $\frac{2}{3}$, la *raison* est appellée *sous-sesquialtère*; si $\frac{3}{4}$, *sous-sesquitierce*.

Par exemple, 3 est à 2 en *raison* sesquialtère, & 2 à 3 en *raison* sous-sesquialtère.

Lorsque le plus grand terme contient le plus petit une fois, & outre cela plus d'une de ses parties, la *raison* de plus grande inégalité s'appelle *surpartiente*, & celle de moindre inégalité *sous-surpartiente*.

Si l'exposant est $1\frac{2}{3}$, la *raison* s'appelle *surbipartiente tierce*; si $1\frac{3}{4}$, *surtripartiente quarte*; si $1\frac{4}{7}$, *surquadripartiente septième*, &c. Dans le dernier cas, si l'exposant est $\frac{3}{5}$, la *raison* s'appelle *sous-surbipartiente tierce*; si $\frac{4}{7}$, *sous-surbipartiente quarte*; si *&c.* *Voyez* EUCLIDE.

Par exemple, la *raison* de 5 à 3 est surbipartiente tierce; celle de 3 à 5 sous-surbipartiente tierce.

Lorsque le plus grand terme contient le plus petit plusieurs fois, & plus d'une de ses parties, la *raison* de plus grande inégalité s'appelle *multiple surparticulière*; & celle de moindre inégalité, *sous-multiple*, *sous-surparticulière*.

Particulièrement dans le premier cas, si l'exposant est $2\frac{1}{2}$, la *raison* est appellée *double sesquialtère*; si $3\frac{1}{4}$ *triple sesquiquarte*, &c. Dans le dernier, la raison est appellée *sous-double*, *sous sesquialtère*, si l'exposant est $\frac{2}{5}$, & *sous-triple sous-sesquiquarte*, s'il est $\frac{1}{12}$, *&c.*

Par exemple, la *raison* de 16 à 5 est triple *sesquiquinte*; celle de 4 à 9, *sous-double sous-sesquiquarte*.

Enfin, lorsque le plus grand terme contient le plus petit plusieurs fois, & de plus, plusieurs de ses parties aliquotes, la *raison* de plus grande inégalité est appellée *multiple surpartiente*; celle de moindre inégalité, *sous-multiple sous-surpartiente*.

Dans le premier cas, par exmple, si l'exposant est $2\frac{2}{3}$, la *raison* est appellée *double surbipartiente tierce*; si $3\frac{4}{7}$, *triple surbiquadripartiente septième*, &c. Dans le dernier cas, si l'exposant est $\frac{3}{8}$, on l'appelle *sous-double sous surquadripartiente tierce*; si $\frac{7}{25}$, *sous triple sous-surquadripartiente septième*.

Par exemple, la *raison* de 25 à 7 est triple surquadripartiente septième; celle de 3 à 8, sous-double sous-surbipartiente tierce.

Telles sont les diverses espèces de *raisons rationnelles*, dont le nom est absolument nécessaire à ceux qui lisent les anciens auteurs, quoiqu'elles se rencontrent rarement dans les auteurs modernes, qui les expriment par les exposans de la *raison*, par exemple, par 2 : 1 : si la *raison* est double; par 3 : 2 si elle est sesquialtère.

Les *raisons* égales ou identiques sont celles dont les antécédens ont un rapport égal avec leurs conséquens, c'est-à-dire, dont les antécédens divisés par les conséquens, donnent des exposans égaux. On peut concevoir par-là l'identité des *raisons irrationnelles*.

D'où il suit, 1.° que deux raisons étant égales, l'antécédent de l'une doit contenir autant de fois son conséquent que l'antécédent de l'autre contient le sien. Secondement, si *A* est à *B* comme *C* est

à D; cela s'exprime ainsi : $A:B::C:D$; ou $A:B=C:D$. La première expression est celle dont on se sert pour l'ordinaire pour exprimer l'identité des *raisons*, l'autre est celle de Wolf, qui a cet avantage sur la première, que le caractère du milieu $=$ exprime l'égalité des *raisons*.

Nous avons déjà observé que deux *raisons* égales, par exemple $B:C=D:E$, forment une proportion ; si l'on a deux *raisons* inégales, par exemple $A:B$ & $C:D$, nous appellerons $A:B$ la plus grande, & nous écrirons $A:B>C:D$; au contraire, nous appellerons $C:D$ la moindre, & nous écrirons $C:D<A:B$.

Les *raisons* composées sont celles qui sont faites par la multiplication de deux ou plusieurs *raisons* multipliées les unes par les autres, c'est-à-dire, par le produit des antécédens & des conséquens. Par exemple, la *raison* de 6 à 72 est une *raison* composée de 2 à 6, & de 3 à 12, c'est-à-dire, formée du produit des antécédens 2 & 3, & des conséquens 6 & 12.

Une *raison* composée de deux *raisons* égales, s'appelle *doublée*; *triplée*, quand elle est composée de trois ; *quadruplée*, quand elle l'est de quatre ; & en général *multipliée*, quand elle est composée de plusieurs *raisons* semblables : par exemple, 48 : 3 est une *raison* doublée de 4 : 1 & 12 : 3. *Voyez* Doublée, *&c.*

Propriétés des raisons. 1.° Les *raisons* égales à une troisième, sont égales entr'elles.

2.° Si $A:B=C:D$, alors en raison inverse $B:A=D:C$.

3.° Si $A:B=C:D$, pour lors en raison alterne $A:C=B:D$. D'où il suit que si $B:D=A:C$, & $A:B=C:D$; & $A:F=C:G$, nous aurons $B:F=D:G$. Donc encore si $A:B=C:D$; & $F:A=G:C$, nous aurons $F:B=G:D$.

4.° Si l'on multiplie des quantités égales A & B par les mêmes quantités, ou par des quantités égales, les produits D & E seront l'un à l'autre comme A & B.

5.° Si l'on divise telles quantités que l'on voudra, comme A & B par les mêmes quantités, ou par des quantités égales, les quotiens seront l'un à l'autre comme A & B.

6.° Si l'on divise les antécédens ou les conséquens des raisons égales $A:B$ & $C:D$ par la même quantité E ; dans le premier cas, les quotiens F & G auront même *raison* aux conséquens B & D ; dans le second les antécédens A & C auront même *raison* aux quotiens H & K.

7.° Si l'on a plusieurs quantités en *raison* continue A, B, C, D, E, &c. la première A sera à la troisième C en *raison* doublée ; à la quatrième D en *raison* triplée ; à la cinquième E en *raison* quadruplée ; *&c.* de la *raison* de la première A à la seconde B.

10.° Si l'on a une suite de quantités en même *raison*, A, B, C, D, E, F, &c. la *raison* de la première A à la dernière F, sera composée des *raisons* intermédiaires $A:B, B:C, C:D, D:E, E:F$, &c.

11.° Les *raisons* composées de *raisons* égales, sont égales. Ainsi les *raisons* $90:3=960:32$, sont composées de $6:3=4:2$, & $3:1=12:4$, & $5:1=20:4$. Pour les autres propriétés des *raisons* égales, *voyez* Proportions. *Voyez aussi* Exposant. (*E*)

Moyenne & extrême raison, *voyez* Extrême.

Raison inverse, *ou* renversée, *ou* réciproque ; on dit que deux choses sont en *raison inverse* de deux autres, lorsque la première est à la seconde, comme la quatrième est à la troisième. Par exemple, quand on dit que la gravitation est en *raison inverse* du quarré des distances, cela veut dire que la gravitation à la distance A, est à la gravitation à la distance B, comme le quarré de la distance B est au quarré de la distance A. *Voyez* Gravitation, *& voyez aussi* Inverse, *&c.*

RAME. *Voyez* Résistance.

RAMEAU, (*Astron.*) petite constellation boréale ; c'est un *rameau* que l'on met dans la main d'Hercule, en mémoire du *rameau* d'or qu'il aracha, lorsqu'il descendit aux enfers, pour délivrer Thésée. Ce *rameau* répond à la constellation de Cerbère, que Hévélius avoit introduite pour rassembler quelques étoiles informes, voisines de la constellation d'Hercule, *Prodromus astronomiæ*, *p.* 117. Ce *rameau* est situé dans le milieu de l'espace, qui est entre la lyre & la tête du serpentaire ; on le voit sur-tout dans les planisphères de Senex, mais il n'est point dans le grand atlas de Flamsteed. (*D. L.*)

Rameau, (*Hyd.*) s. m. est une veine, un filet d'eau qui se détache d'une source, ce peut être encore une pierrée droite, faite en forme de patte d'oies, pour ramasser le plus d'eau que l'on peut.

RAMPE. (*Hyd.*) se dit dans une cascade qui descend en pente douce, d'une suite de chandeliers, qui accompagnent les cercles d'une cascade, ou qui se trouvent placés sur les piliers ou repos d'un escalier, ou sur les *rampes* de gazon ce qui forme des *rampes* de jets. (*K*)

RAPPORT, *en Géométrie & en Arithmétique*, c'est le résultat de la comparaison de deux quantités l'une avec l'autre, relativement à leur grandeur. On se sert aussi du mot *raison*, & même plus communément, sur-tout lorsque ce mot est joint à un adjectif, comme *raison directe*, *raison inverse*, *raison doublée*, &c. *Voyez* Raison.

L'égalité de deux *rapports* forme ce qu'on appelle une *proportion*. *Voyez* Proportion. (*E*)

RAPPORTER, signifie, *dans l'Arpentage*, l'action de tracer sur le papier, par le moyen d'un rapporteur, les mesures que l'on a prises sur le terrein.

L'art de rapporter eſt, pour ainſi dire, la moitié de l'arpentage. *Voyez* ARPENTAGE.

L'aiguille dont on ſe ſert pour cette opération eſt une aiguille très-fine, dont une des extrémités eſt enfoncée dans un manche pour la commodité de l'opération, & dont on ſe ſert pour piquer les degrés & les minutes qu'on veut prendre ſur le limbe du rapporteur. *Voyez* RAPPORTEUR.

RAPPORTEUR, ſ. m. (*Géom.*) eſt un inſtrument dont les arpenteurs ſe ſervent, & par le moyen duquel ils rapportent & tracent ſur le papier les angles qu'ils ont pris ſur le terrein avec le demi-cercle, graphomètre ou l'équerre d'arpenteur. *Voy.* LEVER UN PLAN.

Le *rapporteur* conſiſte en un limbe demi-circulaire *BAG* (*Pl. d'arpentage fig.* 29,) qui eſt de cuivre, d'argent, de corne, ou de quelque autre matière ſemblable. Ce limbe eſt diviſé en 180 degrés, & terminé par le diamètre *BA*, au milieu duquel il y a une petite entaille ou lèvre, appellée le *centre du rapporteur.*

Sur le limbe du *rapporteur* on écrit auſſi quelquefois les nombres qui déſignent les angles au centre des polygones réguliers : ainſi, vis-à-vis le nombre 5, qui marque les côtés du pentagone, on trouve 72, qui eſt l'angle au centre du pentagone. *Voyez* POLYGONE.

Uſage du rapporteur. 1. Pour tracer ſur le papier un angle d'un nombre de degrés donnés. Suppoſons, par exemple, qu'il s'agiſſe de tirer du point *o* une ligne qui faſſe un angle de 50 degrés avec la ligne *AoB* : mettez le centre du *rapporteur* ſur le point *o*, & ſon diamètre ſur la ligne *AoB*. Faites enſuite un point ſur le papier vis-à-vis de l'endroit où ſont marqués 50 degrés ſur le limbe du *rapporteur*; par ce point & par le point *o* tirez une ligne *oP*, cette ligne fera, avec *AoB*, l'angle propoſé de 50 degrés.

2. Pour trouver la quantité d'un angle donné, par exemple, le nombre de degrés que contient l'angle *PoB*, mettez le centre du *rapporteur* ſur le ſommet de l'angle *o*, & ſon diamètre ſur la ligne *oA*, l'endroit où le limbe ſera coupé par la ligne *oP* marquera le nombre de degrés que contient l'angle *PoB*, c'eſt-à-dire, 50.

3. Pour inſcrire dans un cercle un polygone régulier quelconque, par exemple, un pentagone, mettez le centre & le diamètre du *rapporteur* ſur le centre & ſur un diamètre du cercle propoſé; & marquez ſur le cercle un point vis-à-vis le nombre de degrés que doit avoir l'angle au centre du polygone, qui eſt, dans ce cas-ci, 72. Par cette marque & par le centre du cercle, tirez une ligne qui coupe la circonférence. Du point d'interſection de cette ligne au point où le diamètre du *rapporteur* coupe la circonférence, tirez une ligne droite ou corde du cercle. Cette ligne ſera le côté du pentagone, dont on prendra enſuite la longueur avec le compas, pour la porter tout autour de la circonférence; on aura ainſi les points par où doit paſſer le polygone inſcrit, & il n'y aura plus qu'à joindre ces points par des lignes droites pour achever de décrire le polygone. *Voy.* POLYGONE.

4. Pour décrire ſur une ligne donnée un polygone régulier propoſé, par exemple un octogone, ôtez de 180 degrés l'angle au centre du polygone, qui eſt ici 45^d. il reſtera 135 pour l'angle que font entr'eux deux côtés conſécutifs de l'octogone cherché; & la moitié de cet angle eſt $67\frac{1}{2}$; mettant donc le diamètre du *rapporteur* ſur la ligne donnée, de manière que ſon centre ſoit ſur une des extrémités de cette ligne, vous marquerez un point vis-à-vis de $67^d\frac{1}{2}$, & par ce point & le centre du *rapporteur* vous tirerez une ligne droite. Vous ferez la même choſe à l'autre extrémité de la ligne donnée, en y mettant le centre du *rapporteur*; le point où ſe couperont les deux droites tirées par les deux extrémités de la ligne donnée, ſera le centre du cercle qui doit être circonſcrit à l'octogone; décrivant donc ce cercle, & portant huit fois ſur ſa circonférence la longueur de la ligne donnée, on n'aura plus qu'à joindre tous les points qu'on aura marqués, pour avoir l'octogone entier.

Le *rapporteur perfectionné* eſt un inſtrument fort ſemblable au précédent, excepté qu'il contient un peu plus de lignes, moyennant quoi on peut aller juſqu'à prendre des angles compoſés de degrés & de minutes, ce qui eſt impraticable avec le *rapporteur* ſimple. (*E*)

RAS ALGETHI, (*Aſtron.*) nom de la tête d'Hercule.

RAS ALHAGUE, nom de la tête du Serpentaire.

RASTABEN, nom de l'étoile γ à la tête du Dragon.

RATIONNEL, adj. terme fort en uſage dans pluſieurs parties des Mathématiques, & qu'on emploie en pluſieurs ſens différens.

Horizon rationnel, ou vrai, eſt celui dont le plan paſſe par le centre de la terre, & qui diviſe par conſéquent le globe en deux hémiſphères ou portions égales. *Voyez* HORIZON.

On l'appelle *rationnel* parce qu'on ne le conçoit que par l'entendement, par oppoſition à l'*horizon ſenſible* ou *apparent*, qui eſt ſenſible à la vue.

Nombre entier rationnel eſt celui dont l'unité eſt une partie aliquote. *Voyez* NOMBRE & ALIQUOTE.

Nombre mixte rationnel eſt celui qui eſt compoſé d'un entier & d'une fraction, ou d'une unité & d'un nombre rompu. *Voyez* FRACTION.

Les quantités commenſurables ſont celles qui ſont entr'elles comme un nombre *rationnel* à un autre nombre *rationnel* (*voyez* COMMENSURABLE); car l'unité eſt une partie aliquote d'un nombre *rationnel*; & une fraction a quelque partie aliquote commune avec l'unité : donc ſi des quantités

tités sont entr'elles comme un nombre *rationnel* à un autre nombre *rationnel*, ou l'une est une partie aliquote de l'autre, ou il y a quelque partie aliquote commune aux deux ; d'où il suit qu'elles sont commensurables.

La division d'un nombre *rationnel* par un autre de même espèce donne un quotient *rationnel.*

Quantité rationnelle est une quantité commensurable avec son unité. *Voyez* NOMBRE & UNITÉ.

Supposons qu'une quantité soit 1, il y en a une infinité d'autres qui lui seront commensurables ; ce sont ces quantités qu'Euclide appelle *rationnelles*.

Il appelle *irrationnelles* ou *sourdes*, celles qui sont incommensurables avec l'unité, comme la racine quarrée de 2, *&c.* *Voyez* INCOMMENSURABLE.

Rapport rationnel, est celui dont les termes sont des quantités *rationnelles*, ou un rapport entre des quantités qui sont entr'elles comme nombre à nombre, par exemple, le rapport de 3 à 6. *Voyez* RAPPORT.

L'exposant d'un *rapport rationnel* est une quantité *rationnelle*. *Voyez* EXPOSANT. (*E*)

RATIONNEL, *Voyez* HORIZON RATIONEL.

RAYON, s. m. (*Géom.*) c'est le demi-diamètre d'un cercle, ou la ligne tirée du centre de la circonférence. *Voyez* DIAMÈTRE.

Le *rayon* s'appelle, en trigonométrie, *sinus total*. *Voyez* SINUS.

Il est évident, par la définition & par la construction du cercle, que tous ses rayons sont égaux. *Voyez* CERCLE.

Rayon osculateur ou *rayon* de la développée. On peut donner plusieurs définitions du *rayon* de la développée, qui toutes reviennent au même, mais qui cependant indiquent en quelques façons des méthodes différentes pour trouver ce *rayon*. Aussi y en a-t-il un très-grand nombre, entre lesquelles une des plus ingénieuses est celle que donne M. de la Grange dans les *Mémoires de Berlin* pour l'année 1779. J'exposerai ici cette méthode.

DÉFINITION.

Si par trois points infiniment près M, m, m' d'une courbe AMV (*planc. anal. fig. 53.*) on fait passer une circonférence de cercle, dont C soit le centre, le *rayon* MC de cette circonférence s'appelle *rayon osculateur* ou *rayon de la développée* de la courbe AM au point M; soit AZ l'axe d'équation de la courbe, les co-ordonnées perpendiculaires entr'elles $AP = x$ & $PM = y$.

Menant de l'extrêmité C du *rayon* osculateur la perpendiculaire BC sur AZ, il est clair qu'on aura $(AB - x)^2 + (y - BC)^2 = MC^2$. Or ces lignes AB, BC & le rayon MC sont évidemment les mêmes pour les trois points M, m & m'; donc en différentiant deux fois, on aura $x - AB + (y - BC)\frac{dy}{dx} = o$, & $1 + (y - BC)\frac{ddy}{dx^2} + \frac{dy_2}{dx^2} = o$; on a fait dx constant dans la seconde différentiation. Combinant ces trois équations ensemble, on aura $MC = \frac{\left(1 + \frac{dy^2}{dx^2}\right)^{\frac{3}{2}}}{\frac{ddy}{dx^2}}$. *Voy.* DÉVELOPPÉE & OSCULATEUR.

En suivant la même analogie, on pourroit déterminer le *rayon* d'une sphère qui passeroit par quatre points infiniment près appartenans à une surface.

Soient x, y, z les trois co-ordonnées de la surface perpendiculaires entr'elles, a, b, c, les trois co-ordonnées appartenantes au centre de la sphère & r le *rayon* de cette sphère, on aura $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = r^2$, & par conséquent $x - a + (z - c)\frac{dz}{dx} = o$; .... $y - b + (z - c)\frac{dz}{dy} = o$, & $\frac{dz}{dx}\cdot\frac{dz}{dy} + (z - c)\frac{ddz}{dxdy}$. Ces équations, combinées ensemble, donnent

$$r = \frac{dz}{dx}\cdot\frac{dz}{dy}\,\frac{\sqrt{1 + \left(\frac{dz}{dy}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2}}{\frac{ddz}{dx\,dy}}$$

; mais cette expression ne peut pas être prise généralement pour celle du *rayon* osculateur. Consultez sur cette matière un *Mémoire* de M. Euler, inséré parmi ceux de Berlin, année 1760.

Dans ce mémoire, M. Euler observe que, par le même point d'une surface, on peut faire passer perpendiculairement à cette surface une infinité de plans, dont les intersections avec la surface donneront autant de lignes courbes, généralement différentes entr'elles au point commun, & même ayant quelquefois leur courbure en sens opposés : ce qui fait que la sphère qu'on détermineroit par la méthode précédente, ne peut être regardée comme la sphère osculatrice, c'est-à-dire, comme une sphère ayant en ce point même courbure que la surface, puisque sa courbure est uniforme dans tous les sens, ce qui n'a pas lieu pour la surface.

RAYON, (*Optique*) trait ou ligne de lumière qu'on imagine partir d'un corps lumineux. *Voyez* LUMIÈRE.

Neuton définit les *rayons* les moindres parties de la lumière, soit qu'elles soient successives dans la même ligne, ou contemporaines dans plusieurs, c'est-à-dire que, selon ce philosophe, un *rayon* de lumière est une suite de plusieurs corpuscules en très-grand nombre, qui s'échappent du corps lumineux, & qui se suivent, pour ainsi dire, à la file & en ligne droite.

Il paroît en effet que la lumière est composée de parties successives & contemporaines ; puisqu'on

peut intercepter dans un endroit celles qui viennent dans un instant, & laisser passer celles qui lui succèdent l'instant d'après, intercepter celles qui viennent dans le même instant dans un endroit, & les laisser passer dans un autre.

Un *rayon* est appellé *direct*, lorsque toutes ses parties comprises entre l'œil & l'objet lumineux sont en ligne droite. Ce sont les propriétés de cette espèce de *rayon*, qui font le sujet de l'optique proprement dite. *Voyez* OPTIQUE.

Un *rayon* rompu est celui qui s'écarte de cette direction, ou qui se détourne de sa route en passant d'un milieu dans un autre. *Voyez* RÉFRACTION.

Si un *rayon*, après avoir frappé la surface d'un corps, retourne en arriere, on l'appelle *réfléchi*. *Voyez* RÉFLEXION.

Dans l'un & dans l'autre cas, le *rayon* qui tombe sur le point de réflexion ou de réfraction, s'appelle *incident*. *Voyez* INCIDENCE.

Les *rayons* parallèles sont ceux qui partant de divers points de l'objet, conservent toujours une égale distance les uns des autres. *Voyez* PARALLÈLE.

Les *rayons* convergens sont ceux qui, partant de divers points de l'objet, concourent ou tendent vers un même point. *Voyez* CONVERGENT.

Les *rayons* divergens, sont ceux qui, partant d'un point de l'objet, s'écartent & s'éloignent les uns des autres. *Voyez* DIVERGENT.

Ce sont les diverses espèces de *rayons*, directs, réfléchis ou rompus, qui servent à distinguer les différens corps que l'on considère en optique : un corps, par exemple, qui répand la lumière qui lui est propre, est appellé *corps lumineux*.

S'il ne fait que réfléchir les *rayons* qui lui viennent d'un autre corps, on l'appelle *corps éclairé*.

On l'appelle *corps transparent* ou *diaphane*, quand il donne passage aux *rayons*. *Voyez* DIAPHANEITÉ. Et *corps opaque*, quand il les intercepte, ou qu'il leur refuse passage. *Voy.* OPACITÉ.

Il suit de-là qu'aucun corps n'envoie des *rayons* qu'il ne soit lumineux ou éclairé. *Voyez* RADIATION.

C'est par le moyen des *rayons* réfléchis des différens points des objets éclairés, & qui parviennent à l'œil, que ces objets deviennent visibles ; & de-là vient qu'on a donné à ces *rayons* le nom de *rayon visuel*. *Voyez* VISUEL, & le *Dictionnaire de physique*.

Rayon commun, en termes d'optique, se dit quelquefois d'une ligne droite, tirée du point de rencontre des deux axes optiques, par le milieu de la ligne droite qui joint le centre des prunelles des deux yeux.

Rayon principal, en termes de perspective, est la distance de l'œil au plan vertical. *Voyez* PERSPECTIVE. *Chambers*. (*O*)

RAYON, *en termes de Mécanique*, se dit des raies d'une roue, parce qu'ils sortent du moyeu en forme de *rayons*.

RAYON VISUEL, *Géom. prat.* On appelle ainsi, dans l'art de lever les plans, la ligne droite suivant laquelle l'œil se dirige en visant sur un objet quelconque, au travers des pinulles d'une alidade. La ligne de foi de cet instrument représente la direction du *rayon* sur une planchette ou sur un demi-cercle.

Dans le nivellement on nomme aussi *rayon visuel* l'alignement horizontal que détermine un niveau. (*J. I. G. M.*)

RAYON VISUEL, (*Nivell.*) se dit dans l'opération d'un nivellement, quand vous mettant à 3 ou 4 piés de distance du niveau, vous posez l'œil, & vous vous alignez sur la surface de la liqueur colorée comprise dans les trois fioles : ce qui dirige votre *rayon visuel*, & forme une ligne de mire pour poser un jalon ou une perche à quelque distance.

RAYON ASTRONOMIQUE, est un instrument ancien, nommé aussi *arbaleste*.

RAYON VECTEUR, (*Astronomie*,) est la ligne droite qui va du foyer d'une ellipse à un point de la circonférence, ou du centre du soleil au centre de la planète ; on l'appelle *vecteur*, parce qu'on le conçoit comme portant la planète à une de ses extrémités, tandis qu'il tourne sur l'autre extrémité en décrivant des aires égales en tems égaux. On trouve le *rayon vecteur* par cette proportion ; le sinus de l'anomalie vraie est au sinus de l'anomalie excentrique, comme la moitié du petit axe est au *rayon vecteur*. *Voyez* ANOMALIE.

Dans l'hypothèse elliptique simple, le sinus de l'équation du centre est au double de l'excentricité, comme le sinus de l'anomalie moyenne est au *rayon vecteur*. Dans les orbites des *comètes*, considérées comme paraboles, le *rayon vecteur* est égal à la distance périhélie, divisée par le carré du cosinus de la moitié de l'anomalie vraie. (*M. DE LA LANDE.*)

R E B

REBROUSSEMENT, s. m. (*Géométrie*) est la même chose que ce que l'on appelle en latin *flexus contrarius*, flexion contraire. On peut concevoir le *rebroussement* des courbes de la manière suivante. Supposons une ligne courbe *AFK*, (*Pl. géométr. fig. 82.*) partie concave & partie convexe, par rapport à la ligne droite *AB*, ou au point déterminé *B*. Le point *F*, qui sépare la partie concave de la courbe, de la convexe, ou qui termine l'une, & sert de commencement à l'autre, est appellé le *point d'inflexion*, lorsque la courbe est continuée du point *F*, vers le même endroit qu'auparavant. Quand elle retourne en arrière vers *A*, *F* est le point de *rebroussement*. *Voyez* INFLEXION.

La règle pour trouver les points de *rebroussement*,

eſt la même en général, que pour trouver les points d'inflexion; elle conſiſte à faire $\frac{ddy}{dx^2}=o$, ou $\frac{ddy}{dx^2}=$ à l'infini; ce qui diſtingue d'ailleurs le point de *rebrouſſement* du point d'inflexion, c'eſt qu'au point d'inflexion l'ordonnée n'a qu'une ſeule valeur, à moins qu'elle ne ſoit tangente de la courbe; au lieu qu'au point de *rebrouſſement*, elle en a deux, ou même davantage. *Voyez le traité des courbes* de M. Cramer, où vous trouverez ſur cette matière un plus grand détail.

Rebrouſſement de la ſeconde eſpèce eſt un point A (*fig.* 54. *Analyſ.*), où les deux branches Pm, pm, du *rebrouſſement* ne ſont pas convexes l'une vers l'autre comme dans le *rebrouſſement* ordinaire, mais placées de manière que la concavité de l'une regarde la convexité de l'autre. Soit une courbe qui ait pour équation $y^2 - 2x^2y + x^4 - x^5 = o$. ($AP=x$, $PM=y$). Cette courbe aura, à ſon origine en A, un point de *rebrouſſement de la ſeconde eſpèce*; car on aura $y=x^2 \pm \sqrt{x^5}$; d'où l'on voit 1.° que x poſitive donne deux valeurs de y, leſquelles lorſque x eſt infiniment petite, ſont toutes deux poſitives: 2.° $dy=2xdx+\frac{5}{2}x^{\frac{3}{2}}dx$; d'où l'on voit que $dy=o$ dans les deux branches, lorſque $x=o$, & qu'ainſi les deux branches AM, Am, tournent toutes deux à leur origine leur convexité vers l'axe AP; 3.° que x négative donne y imaginaire, & qu'ainſi la courbe n'a que les deux branches AM, Am, & par conſéquent doit avoir en A un point de *rebrouſſement* de la ſeconde eſpèce, puiſque ces deux branches à l'origine A, tournent toutes deux leurs convexités vers le même côté. *Voyez*, à ce ſujet, les *recherches ſur le calcul intégral*, imprimées dans le ſecond volume en françois des Mém. de l'acad. des Sciences de Pruſſe.

Je ſuis le premier qui ait démontré invinciblement l'exiſtence de ces points, que d'habiles géomètres avoient attaquée, comme le ſavant Euler l'a reconnu dans les *Mém. de l'acad. de Berlin* de 1750, *page* 112. (*O*)

RÉCIPIANGLE, ſ. m. *inſtrument de Mathématique*, qui ſert à prendre des angles, & qui eſt principalement d'uſage pour lever des plans.

Le *récipiangle* eſt fait ordinairement en forme d'équerre & de beuveau, & compoſé de deux branches qui ſe meuvent autour d'un clou qui les aſſemble.

Lorſqu'on veut meſurer un angle avec cet inſtrument, on applique le centre d'un rapporteur à l'endroit où les deux branches du *récipiangle* ſe joignent, & l'on obſerve la quantité de degrés compris entre deux: ou bien on tranſporte l'angle ſur le papier, & on les meſure avec un rapporteur. *Voyez* RAPPORTEUR.

On ajoute quelquefois un cercle gradué au centre de l'équerre, avec un ſtile qui montre la quantité de degrés, ſans qu'on ſoit obligé d'avoir recours au rapporteur.

Lorſqu'on veut meſurer un angle avec le *récipiangle*, on applique le dedans ou le dehors de l'inſtrument ſur les lignes qui le forment, ſuivant que l'angle eſt ou ſaillant ou rentrant. (*E*)

RÉCIPROQUE, adj. (*Math.*) les figures *réciproques*, en terme de *Géométrie*, ſont celles dont les côtés ſe peuvent comparer de telle manière que l'antécédent d'une raiſon & le conſéquent de l'autre ſe trouvent dans la même figure. Par exemple, ſi la baſe d'un rectangle eſt à la baſe d'un autre rectangle, comme la hauteur du ſecond eſt à la hauteur du premier, ces rectangles ſont dits réciproques, d'où il ſuit que, les deux rectangles doivent être égaux *Voyez* RECTANGLE.

Il ſuit de-là que les triangles, les parallélogrammes, les priſmes, les parallélipipèdes, les pyramides, les cônes ou les cylindres, qui ont leurs baſes & leurs hauteurs *réciproques*, ſont égaux, & que, s'ils ſont égaux, leurs baſes & leurs hauteurs ſeront *réciproques*. *Voyez* TRIANGLE, PARALLÉLIPIPEDE, PRISME, CONE & CYLINDRE.

Proportion réciproque. Lorſqu'on a quatre nombres dont le quatrième eſt moindre que le ſecond, en même raiſon que le troiſième eſt plus grand que le premier, & *vice verſâ*, cela s'appelle une *proportion réciproque*. *Voyez* PROPORTION. La proportion *réciproque* s'appelle plus communément *raiſon inverſe*. *Voyez* RAISON & INVERSE.

C'eſt-là le fondement de la règle de trois inverſe. *Voyez* RÈGLE.

RECLINAISON D'UN PLAN, *en Gnomonique*, eſt le nombre de degrés dont le plan d'un cadran s'éloigne d'un plan exactement vertical, c'eſt-à-dire, du zénit. La *reclinaiſon* eſt le complément de l'inclinaiſon.

On trouve aiſément la *reclinaiſon* par le moyen d'un à-plomb. Ayant tiré une ligne horizontale ſur le plan du cadran, avec un niveau, & une autre ligne à angles droits ſur la première, on applique ſur la dernière une règle, de ſorte qu'un de ſes côtés ſoit ſur la ligne qu'on a tracée perpendiculairement à la ligne horizontale, & que le plan de la règle ſoit perpendiculaire au plan du cadran; l'angle compris entre le côté de la règle appliquée ſur le plan, & une ligne-à-plomb ou verticale tirée dans le plan de la règle, ſera l'angle de *reclinaiſon du plan*; cet angle ſe peut meſurer par le moyen d'un demi-cercle AED qui porte un à-plomb FGH *fig.* 265, des *planches d'aſtronomie*. *Voyez* CADRAN. (*O*)

Réciprocation du pendule, mouvement qu'on a cru obſerver dans la direction du fil-à-plomb à différentes heures du jour, mais qui n'a pas lieu ſuivant M. Bouguer, *Mém. de l'Acad.* 1754. *p.* 250.

RECLINANT, (*Gnomonique*) cadran *reclinant*, est un cadran dont le plan s'éloigne de la ligne verticale perpendiculaire ou du zénit.

Quand la *reclinaison* est égale à la hauteur du pole, & que le cadran ne décline point, le cadran se nomme *équinoxial*.

Cadran reclinant & déclinant, est un cadran qui n'est ni vertical, ni opposé directement au midi ou aux points cardinaux, ni dans la direction d'aucun de ces points. *Voyez* DÉCLINANT.

RECTANGLE, s. m. (*Géom.*) que l'on appelle encore *quarré long & oblong*, est une figure rectiligne de quatre côtés (*O N P Q*, *Pl. Géométr. fig.* 226.) dont les côtés opposés *O P* & *N Q*, *O N* & *P Q* sont égaux, & dont tous les angles sont droits. *Voyez* QUADRILATERE.

Ou bien un *rectangle* est un parallélogramme, dont les côtés sont inégaux, mais qui a tous ses angles droits. *Voyez* PARALLÉLOGRAMME.

Pour trouver la surface d'un *rectangle*, il ne faut que multiplier les côtés *O N* & *O P* l'un par l'autre.

Si $ON = 345$ piés, & $OP = 123$, la surface sera égale à 42435 piés quarrés.

Il suit delà, 1.° que les *rectangles* sont en raison composée de celle de leurs côtés *O N* & *O P*; de sorte que les *rectangles* de même hauteur sont entr'eux comme leurs bases, & ceux qui ont même base sont l'un à l'autre comme leurs hauteurs.

2.° Si on a trois lignes en proportion continue, le quarré de la moyenne sera égal au *rectangle* des deux extrêmes. *Voyez* PROPORTION.

3.° Si l'on a quatre lignes droites en proportion continue, le *rectangle* des deux extrêmes sera égal au *rectangle* des deux moyennes.

4.° Si l'on tire du même point *A* (*fig.* 227,) deux lignes, dont l'une *A D* soit tangente, & l'autre *A B* sécante au cercle, le quarré de la tangente *A D* sera égal au *rectangle* compris dans la sécante *A B* & sous sa partie *A C* qui est hors du cercle.

5.° Si l'on tire du même point *A* deux ou plusieurs sécantes *A a*, *A B*, les *rectangles* compris sous les toutes & sous leurs parties qui sont hors du cercle, seront égaux entr'eux. *Voyez* SECANTES.

6.° Lorsque deux cordes s'entrecoupent dans un cercle, les *rectangles* compris sous leurs segmens sont égaux. *Voyez* CORDE.

Rectangles semblables. *Voyez* SEMBLABLE.

Rectangle, en terme d'*Arithmétique*, est la même chose que *produit*. *Voyez* PRODUIT & MULTIPLICATION.

RECTANGLE, se dit aussi adjectivement.

Un triangle *rectangle* est celui qui a un angle droit ou égal à 90 degrés.

Il ne peut y avoir qu'un angle droit dans un triangle rectiligne, ce qui fait qu'un triangle *rectangle* ne sauroit être équilatéral. *Voyez* TRIANGLE & RECTANGULAIRE. (*E*)

RECTANGULAIRE, adj. ou plus communément RECTANGLE, *terme de Géométrie*, qui se dit des figures & des solides, qui ont un ou plusieurs angles droits. *Voyez* ANGLE.

Tels sont les quarrés, les rectangles & les triangles rectangles parmi les figures planes; les cubes, les parallélipipèdes, *&c.* parmi les solides. *Voyez* FIGURE & SOLIDE.

Les anciens entendoient par *section rectangulaire du cône*, ce que nous appellons aujourd'hui *parabole*, parce qu'avant *Apollonius* on ne considéroit cette section conique que dans un cône, dont la section par l'axe formoit un triangle rectangle au sommet du cône.

De-là vient qu'*Archimède* a intitulé son livre de la quadrature de la parabole, *de rectanguli coni sectione*. (*E*)

RECTIFICATION, s. f. *terme de Géométrie*, rectifier une courbe, c'est trouver une ligne droite égale en longueur à cette courbe. *Voyez* COURBE.

On n'a besoin, pour trouver la quadrature du cercle, que de la *rectification* de sa circonférence: car il est démontré que la surface d'un cercle est égale à un triangle rectangle, dont les deux côtés qui comprennent l'angle droit sont le rayon & une ligne droite égale à la circonférence. *Voyez* CERCLE & CIRCONFÉRENCE.

Rectifier le cercle revient donc au même que de le quarrer: mais l'un & l'autre sont également difficiles. *Voyez* tous les différens efforts que l'on a faits pour rectifier le cercle, afin de trouver sa quadrature, au *mot* QUADRATURE DU CERCLE.

La *rectification* des courbes est une branche de la Géométrie composée, dans laquelle on apperçoit sensiblement l'usage du calcul intégral ou de la méthode inverse des fluxions. Car puisqu'on peut regarder une ligne courbe comme composée d'une infinité de lignes droites infiniment petites; en trouvant la valeur d'une de ces lignes par le calcul différentiel, leur somme trouvée par le calcul intégral donnera la longueur de la courbe.

Soient *x* & *y* les co-ordonnées rectangles de la courbe, cette petite ligne droite sera $\sqrt{dx^2 + dy^2}$. Or, quand la nature de la courbe sera donnée par une équation en *x* & *y*, on aura *x* en *y*, ou *y* en *x*, ainsi on prendra dx en *y* & dy ou dy en *x* & dx, selon ce qu'on croira plus commode, & on aura à intégrer $X dx$ ou $Y dy$; sur quoi *voyez* le dernier *mot* QUADRATURE. *X* désigne une fonction de *x*, & *Y* une fonction de *y*.

EXEMPLE I.

Soit $y^2 = ax$; vous aurez $\sqrt{dx^2 + dy^2} =$

$\frac{dy}{a}\sqrt{a^2+4y^2}$; donc $\int\sqrt{dx^2+dy^2} = \ldots$ $\frac{y\sqrt{a^2+4y^2}}{2a} + \frac{a}{4} L \frac{2y+\sqrt{a^2+4y^2}}{a}$. *Voyez l'article déjà cité.*

EXEMPLE II.

Soit maintenant l'équation $y = \sqrt{2ax-x^2} + a\int\frac{dx}{\sqrt{2ax-x^2}}$, qui eſt celle de la cycloïde, $2a$ étant le diamètre du cercle générateur, vous aurez $\sqrt{dx^2+dy^2} = \frac{dx}{\sqrt{x}} \cdot \sqrt{2a}$. Donc $\int\sqrt{dx^2+dy^2} = 2\sqrt{2ax}$. Ainſi, ſi vous faites $x = 2a$ pour avoir la demi-cycloïde, vous la trouverez $= 4a$, & par conſéquent double du diamètre de ſon cercle générateur.

EXEMPLE III.

* Soit encore l'équation $y = \left(a^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{2}}$ qui eſt celle d'une courbe, qu'une droite donnée a gliſſant dans un angle droit toucheroit continuellement, vous trouverez $\sqrt{dx^2+dy^2} = dx\sqrt[3]{\frac{a}{x}}$, & par conſéquent $\int\sqrt{dx^2+dy^2} = \frac{3}{2}\sqrt[3]{ax^2}$. (r)

RECTIFIER *le globe ou la ſphère*, (*Aſtronom.*) c'eſt ajuſter & diſpoſer le globe ou la ſphère pour la ſolution d'un problême. La première opération conſiſte à élever le pole au-deſſus de l'horizon de la quantité convenable, par exemple, de 49 degrés à Paris. On cherche enſuite le lieu du ſoleil dans l'écliptique, par le moyen du cercle des mois & du cercle des ſignes qui ſont ſur l'horizon; enſuite on porte le lieu du ſoleil ainſi trouvé ſous le méridien immobile du globe; on place l'index des heures exactement ſur midi, on diſpoſe le quart-de-cercle de hauteur, s'il le faut, de manière qu'une des extrémités de ce quart-de-cercle ſoit fixé au zénit, & que l'autre parvienne juſqu'à l'horizon, en ſorte qu'on puiſſe faire tourner ce quart-de-cercle tout-autour de l'horizon par une de ſes extrémités, tandis que l'autre demeure fixe au zénit.

Toutes ces opérations ſont compriſes dans le mot *rectifier le globe.* Quand cela eſt fait, le globe celeſte repréſente la véritable poſition des cieux pour le midi du jour propoſé; ou pour toute autre heure, ſi l'on fait tourner le globe juſqu'à ce que l'index ſoit ſur l'heure donnée. *Voyez* GLOBE.

RECTILIGNE, adj. *en Géométrie*, eſt un terme qui s'applique aux figures, dont le périmètre eſt compoſé de lignes droites. *Voyez* FIGURE, PÉRIMETRE, LIGNE, *&c.*

Angle rectiligne; voyez ANGLE.

RECURRENTE. *Voyez* SÉRIE.

REDONDANT, adj. (*Geom.*) hyperboles *redondantes*, c'eſt le nom que Neuton a donné dans ſon *enumeratio linearum tertii ordinis* à une eſpèce de courbes du troiſième ordre, qui ayant trois aſymptotes droites, en ont par conſéquent une de plus que l'hyperbole conique ou apollonienne. *Voyez* COURBE & ASYMPTOTE. (*O*)

RÉDUCTION, ſ. f. *terme d'Arithmétique*, ſe dit des nombres, des poids, meſures, monnoies, *&c.* lorſqu'on veut ſavoir le rapport qu'elles ont les unes aux autres; ainſi l'on dit, faire la *réduction* des nombres entiers en fractions, & des fractions en nombres entiers; faire la *réduction* des poids étrangers en poids de France, & des poids de France en poids étrangers; il en eſt de même des meſures, des monnoies, *&c. Voyez* MESURE, MONNOIE.

La *réduction* eſt de deux eſpèces, 1.° deſcendante, quand on réduit une grande quantité en une moindre; elle ſe fait en conſidérant combien la plus grande contient des parties de la moindre, & en multipliant la première par le nombre de ces parties. *Voyez* MULTIPLICATION.

On réduit la livre monnoie en ſols, en la multipliant par 20; les ſols en deniers, en les multipliant par 12. *Voyez* LIVRE.

La livre de poids ſe réduit en onces, en la multipliant par 16; les onces en gros, en les multipliant par 8, *&c. Voyez* LIVRE, ONCE, *&c.*

La *réduction aſcendante*, eſt celle par laquelle on réduit une eſpèce de moindre valeur en une autre de valeur plus grande.

Elle ſe fait en diviſant la plus petite eſpèce par le nombre des parties de cette eſpèce que contient la plus grande; ainſi 24720 ſols, diviſés par 20, donnent 1236 liv. *Voyez* DIVISION.

Pour faciliter cette pratique, on a imaginé pluſieurs manières d'abréger les *réductions. Voyez* PRATIQUE.

On réduit, par exemple, les verges en aunes, en retranchant $\frac{1}{5}$, & en aunes de Flandres en y ajoutant $\frac{1}{5}$. On réduit l'aune de Flandres en verge en retranchant $\frac{1}{4}$, *&c.*

RÉDUCTION des expreſſions analytiques; on entend généralement par ce mot une opération dont l'objet eſt de ſimplifier ces expreſſions, ſoit en effaçant des termes qui ſe détruiſent, ſoit en ſupprimant des facteurs communs, ſoit en effectuant des additions numériques, &c.

La *réduction* d'une figure, d'un deſſein, *&c.* conſiſte à en faire une copie plus petite que l'original, en conſervant toujours ſa forme & ſa proportion.

Le principal uſage du compas de proportion, c'eſt la *réduction* des figures, ce qui lui a fait auſſi donner le nom de *compas de réduction. Voyez* COMPAS.

Il y a pluſieurs méthodes de réduire les figures; la plus aiſée eſt de ſe ſervir du pantographe,

mais cette méthode a des défauts. *Voyez* PANTOGRAPHE. Voici celles dont on se sert pour l'ordinaire.

Pour réduire une figure *A B C D E*, *Pl. géométr. fig.* 228. *n.*° 2, en une figure semblable de moindre étendue; d'un point pris vers le milieu de la figure, par exemple en *z*, tirez des lignes à tous ses angles *A*, *B*, *C*, menez la ligne *a b* parallèle à *A B*, *b c*, parallèle à *B C*, & vous aurez la figure *a b c d e*, semblable à *A B C D E*.

Supposez que l'on veuille augmenter la figure *a b c d e*, il ne faut que prolonger les lignes au-delà des angles, comme *z D*, *z C*, &c. & mener les lignes *D C*, *D B* parallèles aux côtés *d c*, *d b*, &c.

Réduire une figure en proportion donnée; supposez que l'on veuille diminuer la figure *A B C D E*, *fig.* 229, suivant le rapport de *a b*, *fig.* 230, à la ligne *A B*; menez la ligne indéfinie *G H*, *fig.* 231; prenez sur cette ligne *G H* = *A B*; du point *G* comme centre, décrivez l'arc *H I*. Portez *a b* sur l'arc *H I*, afin qu'elle en devienne une corde, & tirez *G I*, vous aurez par le moyen de l'angle *I G H* toutes les mesures de la figure que vous voulez réduire. Ainsi, pour avoir le point *c*, portez *B C*, de *G* en *K*; du centre *G* décrivez l'arc *K L*, & prenez *b c* égale à la corde *K L* & l'angle *a b c* = *A B C*.

On décrira de même tous les autres côtés & tous les autres angles de la figure. Cette méthode peut aussi servir à augmenter une figure.

Manière de réduire une figure par le moyen de l'échelle: mesurez tous les côtés de la figure *A B C D E* avec une échelle, & servez-vous d'une échelle plus petite pour y prendre ces mêmes mesures, suivant la proportion requise. *Voyez* ECHELLE.

Réduire une carte, un dessein, une figure par le moyen des carreaux; divisez l'original aussi-bien que le papier sur lequel vous voulez le copier en un nombre égal de carreaux, en observant de faire ceux du papier plus grands ou plus petits, suivant qu'on voudra la copie plus ou moins grande.

Il ne reste plus qu'à dessiner dans chaque carré de la seconde figure, ce qui se trouve enfermé dans le carré correspondant de la première. *Voyez* CHASSIS, ECHELLE DE RÉDUCTION.

L'*échelle de réduction*, est un morceau de buis large & mince, sur lequel sont marquées différentes lignes ou échelles de parties égales, qui servent à transformer les longueurs mesurées en parties plus petites.

Cet instrument est utile aux Arpenteurs, pour réduire des cartes ou plans d'une dimension dans une autre; on le nomme quelquefois *échelle d'arpenteur*. *Voyez* ÉCHELLE. (*E*)

RÉDUCTION *de l'angle au centre*, (*Géom. pratiq.*) c'est l'opération de calcul que l'on emploie, lorsqu'après avoir observé un angle d'un point pris sur la circonférence d'une tour, on veut connoître quelle auroit été l'ouverture de cet angle, si l'instrument qui a servi à la mesure eût été placé au centre de la tour. *Voyez* LEVÉE DES PLANS. (*J. I. G. M.*)

RÉDUCTION A L'ÉCLIPTIQUE, *en Astronomie*, est la différence entre la longitude d'une planète dans son orbite, & sa longitude réduite à l'écliptique. C'est la différence entre l'argument de latitude, tel que *N P*, *fig*, 95. *Pl. Astronom.* & un arc *N L* de l'écliptique, intercepté entre le lieu d'une planète dans l'écliptique, & le nœud *N*.

Pour trouver cette *réduction*, l'angle d'inclinaison *N* & l'argument de la latitude *N P* étant donnés, il n'y a qu'à déterminer l'arc *N L*, par la trigonométrie sphérique, la différence entre *N L* & *N P* sera la *réduction*. On en trouve une table pour chaque planète, dans les *Tables Astronomiques*.

RÉDUCTION *à un grand cercle*. C'est une opération qui se fait continuellement dans l'astronomie, & sur laquelle je vais entrer dans un certain détail, parce qu'elle tient à l'intelligence du calcul astronomique. Supposons deux grands cercles *P L A*, *P M B*, *pl. Astron. fig.* 49, qui fassent entr'eux un angle *P* assez petit, pour qu'on puisse considérer l'arc qui en est la mesure comme une ligne droite; c'est-à-dire un angle au plus d'un degré; que *P B* soit de 90 degrés, en sorte que *A B* soit la mesure du petit angle *P*; qu'à une distance quelconque du sommet *P*, on tire un autre arc de grand cercle *L M*, perpendiculaire sur *P M B*. Cet arc est aussi regardé comme une ligne droite, & en même tems *P L* est sensiblement égal à *P M*; dans le triangle *P L M* rectangle en *L* & en *M*, on a cette proportion tirée de la règle la plus simple de la trigonométrie sphérique: le rayon est au sinus de l'hypothénuse *P M*, comme le sinus du petit angle *P* est au sinus du petit arc *L M*, ou à cause de leur petitesse, comme l'angle *P* lui-même est à l'arc *L M*, (parce que les petits arcs sont égaux à leurs sinus), ou comme l'arc *A B* est à l'arc *L M*; ainsi prenant l'unité pour rayon ou sinus total, on aura $1 : \sin. PM :: AB : ML$, donc $ML = AB \sin. PM$. Donc en général un arc tiré au-dedans d'un très-petit angle sphérique, perpendiculairement aux côtés, est égal à ce petit angle multiplié par le sinus de la distance de l'arc au sommet de l'angle.

Un petit arc *L M* de la sphère céleste se présente dans le calcul, & se considère nécessairement sous deux formes différentes, suivant les circonstances; tantôt c'est un arc de grand cercle, tantôt c'est un arc d'un parallèle à l'équateur *A B*, à l'écliptique, ou à l'horizon, & sous ce point de vue il contient plus de minutes du

petit cercle, & cela d'autant plus qu'il fait partie d'un plus petit parallèle ; ou ce qui revient au même, il contient autant de minutes du petit cercle, qu'il y en a sur l'équateur *AB*, sur l'écliptique ou l'horizon, en y rapportant l'arc dont il s'agit par des cercles perpendiculaires. Si la petite ligne *LM* est considérée comme un arc de petit cercle *MLC* décrit du même pole *P* & parallèle au cercle *EA*, par exemple, à l'équateur, à l'écliptique ou à l'horizon, alors cet arc contient autant de minutes du petit cercle que *AB* contient de minutes du grand cercle *EQ*; mais il y en a moins, si l'on se sert du grand cercle qui passe par *LM*; ainsi, on réduit les minutes du petit cercle en minutes de grand cercle, en les multipliant par le sinus de la distance du petit cercle au pole *P* de ce petit cercle, qui est aussi le pole du grand cercle *AB*. Si *MP* est de 30 degrés, son sinus étant la moitié du rayon, l'arc *LM* considéré comme portion de grand cercle ne contiendra que la moitié des minutes qu'il contiendroit si on le considéroit comme portion de petit cercle : dix minutes de ce petit cercle répondent à dix minutes de l'arc *AB* du grand cercle auquel il est parallèle, mais ne font que 5′ sur le grand cercle qui passe par *LM* dans la région de l'astre *L*. C'est cependant celui-ci qui régle la véritable valeur de l'arc *LM*; de-là il suit qu'un petit arc de l'équateur, une petite différence d'ascension droite multipliée par le cosinus de la déclinaison de l'astre qu'on observe, donnera l'effet qui en résulte dans la région de l'astre, ou le vrai petit arc de grand cercle compris dans cet endroit-là entre les deux cercles de déclinaison. Voilà pourquoi si l'on trouve 2 minutes de tems pour la différence des passages des deux bords du soleil, ce qui fait 30′ de degré, il faut multiplier les 30′ du *diamètre* du soleil trouvés pour la différence d'ascension droite, c'est-à-dire *AB*, par le cosinus de la déclinaison *BM* pour avoir *LM* qui est le véritable *diamètre* du soleil.

En effet, dans l'espace de 2′ que le soleil *LM* emploie à traverser le méridien, le cercle horaire *PB* passe en *PA*, l'arc *AB* de l'équateur est de 30′, *LM* vaut aussi 30′ du petit cercle parallèle à l'équateur, mais il ne vaut pas 30′ de l'arc de grand cercle confondu avec *LM*, & c'est celui-ci que l'on cherche quand on demande quelle est la valeur du diamètre *LM* du soleil.

Ces opérations sont d'un usage continuel dans l'astronomie, & nous y renverrons souvent, quelquefois même sans en avertir. Par exemple, on divisera un petit arc de longitude par le cosinus de la latitude d'un astre pour avoir l'effet que ce petit arc produit quand il est rapporté sur l'écliptique, par deux cercles qui partent du pole de l'écliptique, & embrassant ce petit arc vont marquer la différence de longitude qui en résulte; on fait alors par rapport à l'écliptique ce que nous venons de démontrer pour les ascensions droites, par rapport à l'équateur. On le fait par rapport à l'horizon quand on veut avoir une différence d'azimut réduite à l'horizon, par le moyen d'une petite distance horizontale mesurée dans la région de l'étoile parallélement à l'horizon. (*D. L.*)

RÉEL, (*quantité réelle*) (*Alg.*). Ce sont les quantités qui ne contiennent point de racines, paires de quantités négatives; on peut regarder les quantités *réelles* comme opposées aux quantités imaginaires, en ce que ces dernières contiennent de pareilles racines. *Voyez* IMAGINAIRE.

RÉFLECHI, adj. rayon *réfléchi*, (*en Optique*) est un rayon renvoyé par une surface sur laquelle il tombe. Vision *réfléchie*, est celle qui se fait par le moyen des rayons *réfléchis* de la surface des objets, & qui parviennent à l'œil. *Voyez* VISION & RÉFLEXION.

La vision *réfléchie* est l'objet de la catoptrique. *Voyez* CATOPTRIQUE.

La théorie de la vision *réfléchie*, embrasse tous les phénomènes des miroirs de toute espèce. *Voy.* MIROIR. (*O*)

RÉFLEXIBILITÉ, s. f. (*Optique*) est cette disposition que les rayons de lumière ont à se réfléchir. *Voyez* RÉFLEXION : ou bien c'est cette disposition qu'ils ont à retourner du milieu sur la surface duquel ils tombent dans celui d'où ils étoient venus. On dit que les rayons sont plus ou moins *flexibles*, à proportion de la facilité qu'ils trouvent de retourner en arrière sous la même incidence. *Voyez* RAYON & *le Dictionnaire de Physique*.

RÉFLEXION, s. f. *en terme de Méchanique*, c'est le retour ou mouvement retrograde d'un mobile occasionné par la résistance d'un corps qui l'empêche de suivre sa première direction. *Voyez* MOUVEMENT, RÉSISTANCE, &c. On a mis en question, s'il y a quelques momens de repos ou intervalle entre l'incidence & la *réflexion* : les Péripatéticiens & tous ceux qui conçoivent le mouvement réfléchi comme différent de l'incident sur le même corps, tiennent pour l'affirmative. Le mouvement d'incidence, suivant ces auteurs, est entièrement perdu & détruit par la résistance de l'obstacle qu'il rencontre, & le mobile demeure par-là parfaitement en repos au point de contact, jusqu'à ce qu'une cause contraire l'oblige à se réfléchir de nouveau.

Les Cartésiens soutiennent la négative, & nient qu'il y ait aucun repos entre l'incidence & la *réflexion*, ils alléguent, pour preuve de ce qu'ils avancent, que si le mouvement venoit à cesser un seul moment, il n'y auroit qu'une nouvelle cause étrangère qui pût le faire renaître, & que le corps demeureroit dans ce nouvel état aussi long-tems que s'il étoit en repos depuis un tems considérable. *Voyez* REPOS & LOIS DE LA NATURE.

En conséquence Rohault & d'autres définissent la *réflexion*, le détour ou le changement de détermination qui arrive à un corps qui se meut à la rencontre d'un autre qu'il ne peut pénétrer.

De même, disent-ils, qu'un pendule, après être parvenu à la plus grande hauteur où il peut atteindre, ne s'arrête point; de même deux corps durs qui se rencontrent directement ne s'arrêtent point, mais continuent leur mouvement dans un sens contraire, suivant la loi que la nature a établie, & cela par l'influence ou impulsion immédiate de la cause qui les a d'abord mis en mouvement. Mais cette doctrine est aujourd'hui presque universellement rejettée.

En effet, il n'y a aucune raison qui oblige un corps parfaitement dur, comme les Cartésiens le supposent, de se réfléchir lorsqu'il rencontre un plan inébranlable. Lorsque ce corps dur vient choquer le plan, il perd tout le mouvement qu'il avoit dans cette direction; & pour qu'il reçoive du mouvement dans une autre direction, il faut de deux choses l'une, ou qu'il reçoive le mouvement de quelque cause, ou que ce mouvement se trouve déjà implicitement, pour ainsi dire, dans le mouvement qu'il avoit déjà, à-peu-près comme le mouvement d'un corps par un des côtés d'un parallélogramme, se trouve implicitement dans son mouvement par la diagonale, en sorte que si on oppose à ce corps mû, suivant la diagonale, une puissance qui arrête son mouvement dans la direction d'un des côtés, le corps prendra de lui-même la direction & la vîtesse qu'il doit avoir, suivant l'autre côté du parallélogramme. *Voyez* COMPOSITION DE MOUVEMENT & DYNAMIQUE.

Or on ne peut supposer ici aucune de ces deux choses. 1.° Le plan ou corps choqué qui, par la supposition, est inébranlable, & n'a qu'une force de résistance purement passive, ne peut donner au corps aucun mouvement, il ne peut qu'arrêter celui que ce corps avoit. 2.° On ne peut pas dire non plus que le mouvement du corps en arrière existât implicitement dans le mouvement primitif: car soit b le mouvement primitif du corps, a le mouvement qu'on lui suppose en arrière, il faudroit, dans cette supposition, regarder la vîtesse b comme composée du mouvement a que le corps garde après le choc, & d'un autre mouvement qui est détruit. Or ce mouvement détruit ne pourroit être que $a+b$, car la vîtesse b est composée de la vîtesse a en arrière, & de la vîtesse $a+b$ en avant. Donc la vîtesse $a+b$ doit être détruite par la rencontre du plan, & à plus forte raison la vîtesse a; donc le corps choquant doit rester en repos.

La raison qui a porté les Cartésiens à établir cette loi de *réflexion*, c'est que, selon eux, il ne doit point y avoir de mouvement perdu dans la nature, & que, par conséquent, un corps ne doit point perdre son mouvement sans le communiquer à un autre; & comme on suppose ici que le corps choquant ne peut pas communiquer son mouvement, ils en concluent qu'il doit se réfléchir avec ce mouvement. Mais, outre qu'il est ici question de corps parfaitement durs, qui n'existent point dans la nature, nous observons souvent dans le choc des corps que la même quantité de mouvement ne s'y conserve pas. *Voyez* PERCUSSION.

Les auteurs modernes les plus célèbres conçoivent la *réflexion* comme un mouvement propre aux corps élastiques, par lequel, après en avoir frappé d'autres qu'ils n'ont pu mouvoir de leur place, ils s'en éloignent en retournant en-arrière par leur force élastique. *Voyez* ELASTIQUE.

C'est sur ce principe que quelques auteurs assurent qu'il peut y avoir, & qu'il y a effectivement un moment de repos entre l'incidence & la *réflexion*; puisque le mouvement réfléchi n'est point une continuation du premier, mais un nouveau mouvement qui naît d'une nouvelle cause ou principe, savoir de la force d'élasticité. Cependant l'opinion de ces auteurs prise en certain sens, n'est point une suite nécessaire de la nature de l'élasticité. Un corps à ressort qui vient frapper un plan se bande & s'applattit peu-à-peu en changeant de figure, & consume petit à-petit tout le mouvement qu'il avoit & qu'il emploie à bander son ressort. Quand une fois le ressort est totalement bandé, & que le corps a perdu tout son mouvement, le ressort se débande aussi-tôt sans qu'il y ait d'intervalle entre le commencement du débandement & la fin du débandement.

En effet, quelle seroit la cause qui feroit que le ressort resteroit bandé, lorsque le mouvement du corps est entièrement cessé, & que rien ne s'oppose au débandement du ressort? Il se débandera donc aussi-tôt, & rendra, par degrés, au corps tout le mouvement qu'il avoit perdu, précisément comme un pendule qui retombe après avoir monté. Il n'y aura donc point d'intervalle entre la fin du bandement, qu'on peut regarder comme le terme de l'incidence, & le commencement du débandement qu'on peut regarder comme le premier moment de la *réflexion*. Car quand le corps commence à se débander, toutes ses parties, hors celle du point de contact, commencent à s'éloigner du plan; & tant que le corps bande son ressort, toutes ses parties s'approchent du même plan. Mais si on veut prendre pour le moment d'incidence celui où le corps vient à toucher le plan, & pour le moment de *réflexion* celui où le corps quitte entièrement le plan, il est évident qu'il y aura un intervalle de tems fini, quoique très-court, entre l'incidence & la *réflexion*, savoir le tems que le ressort met à se bander & à se débander. *Voyez* ÉLASTICITÉ.

C'est une des grandes lois de la *réflexion* que l'angle qu'un corps réfléchi fait avec le plan de l'obstacle réfléchissant, est égal à celui sous lequel il frappe cet obstacle. Cette loi se démontre de la manière suivante: imaginons qu'un corps ou point élastique *A*, *fig.* 210, *Méch.* vienne frapper le plan immobile

immobile *DE* suivant la direction *AB*, le mouvement de ce corps, suivant *AB*, peut être regardé comme composé d'un mouvement suivant *AP* perpendiculaire au plan *DE*, & d'un mouvement suivant *FB*, parallèlement au plan *DE*. *Voyez* COMPOSITION. Or comme de ces deux mouvemens il n'y a que le mouvement suivant *AF* auquel le plan résiste, le ressort se comprimera & se débandera suivant *AF*, ou, ce qui revient au même, suivant *BH*; ainsi le corps *A* ou *B* recevra en arrière suivant *BH* un mouvement égal & parallèle à *AF*; mais ce même corps garde outre cela le mouvement suivant *BF*, qui n'est ni détruit, ni altéré par le plan; son mouvement, après le choc, est donc composé d'un mouvement *BG* égal à *BF*, & d'un mouvement *BH* égal à *AF*, il décrira donc la diagonale *BC*, laquelle fera évidemment l'angle *CBG* de *réflexion* égal à l'angle *ABF* d'incidence. *Voyez* ANGLE & INCIDENCE. Pour les différentes lois de mouvement que l'on a observées dans les *réflexions* des corps, *Voyez* PERCUSSION.

RÉFLEXION; *en terme de Catoptrique*, est le retour d'un rayon de lumière de la surface polie d'un miroir, d'où il est repoussé. *Voyez* MIROIR & CATOPTRIQUE.

On donne au rayon qui est ainsi renvoyé le nom de *rayon réfléchi* ou *de réflexion*; & au point du miroir où son retour commence, celui de *point de réflexion*.

Si l'on suppose, par exemple, que le rayon *AB*, (*Pl. Optiq. fig. 26*), parte du point lumineux *A*, & aille frapper le miroir en *B*, pour retourner en *C*, la ligne *BC* représentera le rayon réfléchi, & *B* le point de *réflexion*; *AB* représentera le rayon incident ou d'incidence, & *B* le point d'incidence.

De même la ligne *CG* menée de quelque point *C* du rayon réfléchi *BC*, perpendiculairement au miroir, est appellée la *cathète de réflexion* ou *de l'œil*; & la ligne *AF*, menée du point lumineux perpendiculairement au miroir, est appellée la *cathète d'incidence*. *Voyez* CATHÈTE.

Des deux angles que le rayon réfléchi *BC* fait avec le miroir, le plus petit *CDE* est appellé *angle de réflexion*; de même des deux angles que le rayon incident fait avec le miroir, le plus petit *ABD* est appellé *angle d'incidence*. *Voyez* ANGLE.

Si le miroir est convexe ou concave, les plus petits angles que le rayon fait avec la tangente au point de *réflexion* & d'incidence, sont les angles de *réflexion* & d'incidence.

L'angle *CBH* que le rayon réfléchi fait avec une perpendiculaire au point de *réflexion*, est appellé *l'inclinaison du rayon réfléchi*; de même que l'angle *ABH* est appellé *l'inclinaison du rayon incident*. *Voyez* INCLINAISON.

Lois générales de la *réflexion*. Quand un rayon de lumière est réfléchi par un miroir de telle forme que ce soit, l'angle d'incidence est toujours égal à l'angle de *réflexion*. Cette loi a lieu dans les percussions de toutes les espèces de corps, & par conséquent elle doit être la même dans celle des rayons de lumière. *Voyez* PERCUSSION.

Cette loi se trouve confirmée par une expérience très-facile: car faisant tomber par un petit trou un rayon solaire sur un miroir enfermé dans une chambre obscure, on a le plaisir de le voir se réfléchir & faire l'angle de *réflexion* égal à celui d'incidence. *Voyez* CHAMBRE OBSCURE.

On peut encore démontrer la même chose d'une autre manière: que l'on place, par exemple, un demi-cercle *FG* (*Pl. Optiq. fig. 26.*) sur un miroir *DE*, en sorte que son centre soit *B*, & son limbe perpendiculaire à la surface du miroir. Que l'on prenne des arcs égaux *Fa* & *Ge*, & que l'on place un objet en *A* & l'œil en *C*, on verra l'objet par un rayon réfléchi en *B*, & si l'on couvre ce dernier point *B*, on cessera d'appercevoir l'objet.

Telle est la loi que les rayons de lumière observent très-exactement lorsqu'ils rencontrent la surface des corps polis; mais la démonstration de cette loi n'est peut-être pas aussi facile qu'on pourroit se l'imaginer.

Les anciens auteurs d'optique, pour prouver l'égalité des angles d'incidence & de *réflexion*, se sont fondés sur ce principe, que la nature agit toujours par les voies les plus courtes; & ils prétendent qu'un rayon de lumière *AB* se réfléchit suivant la ligne *BC*, parce que le chemin le plus court pour aller du point *A* au point *C* en frappant le plan *DE*, est de passer par le point *B*, tel que l'angle *ABF* d'incidence, soit égal à l'angle *CBG* de *réflexion*; en sorte que si le corps ou point *A* passoit par tout autre point que *B* du plan *DE* pour arriver en *C*, il y arriveroit par un chemin plus long que *ABC*. Telle est la démonstration que donnent Vitellion, Ptolomée, Héliodore de Larisse, Héron, Clavius, &c. M. de Fermat s'est servi du même principe pour démontrer l'égalité des angles d'incidence & de *réflexion*; mais on voit assez combien il est peu solide: car, 1.° le rayon qui part de *A*, a déjà une direction déterminée, & par conséquent on ne peut pas dire qu'il prenne la direction *AB* pour arriver au point *C*, mais plutôt qu'il arrive au point *C*, parce qu'il a pris la direction *AB*.

2.° D'ailleurs si la nature agit toujours par les voies les plus courtes, pourquoi le rayon ne va-t-il pas tout droit de *A* en *C* au lieu de passer par le plan *DE*, qui ne se trouve-là qu'accidentellement?

3.° Enfin une raison décisive contre ce principe, c'est que le chemin de *réflexion* *ABC* est à la vérité le plus court dans les miroirs plats & dans les miroirs sphériques convexes; mais dans les miroirs concaves sphériques, il est souvent le plus long; que devient alors ce principe? M. de Fermat répond que la ligne droite étant plus simple que

la circulaire, le mouvement du rayon doit alors se rapporter au plan qui touche le miroir concave au point d'incidence, & qu'en substituant ainsi un miroir plan au miroir concave, le principe subsiste dans son entier. Le P. Tacquet dit que la nature agit à la vérité par la voie la plus courte, lorsqu'il y en a une plus courte de possible; mais que quand il n'y en a pas, elle prend la plus longue, qui est alors la seule voie unique & déterminée. Il ne paroît pas nécessaire de réfuter sérieusement ces opinions.

La preuve la plus plausible que l'on donne de l'égalité des angles d'incidence & de *reflexion*, consiste à regarder un globule de lumière *D* (*fig. 54. Opt.*) qui vient frapper le plan *GB*, comme un corpuscule élastique, & à appliquer à ce corps tout ce que nous avons dit de la *réflexion* des corps élastiques. Cependant il faut convenir que si ce ne sont point les parties solides des corps qui réfléchissent la lumière, cette démonstration n'est pas entièrement satisfaisante, à moins qu'on ne veuille substituer à l'élasticité du globe *D* une force repoussante répandue dans la surface *AB*, qui, après avoir détruit le mouvement perpendiculaire du rayon suivant *DG*, lui rend ensuite ce mouvement suivant *CH*.

Il suit de-là, 1.° que si un rayon de lumière *HB* tombe perpendiculairement sur la surface d'un miroir *DE*, il se réfléchira sur lui-même, & retournera en-arrière.

2.° Que plusieurs rayons ne peuvent point se réfléchir d'un seul point du miroir vers le même point; car il faudroit pour cela que l'angle de *réflexion* fût égal à différens angles d'incidence, ce qui est absurde.

3.° Qu'un rayon, comme *AB*, ne peut se réfléchir vers deux ou un plus grand nombre de points, car dans ce cas tous ses angles de *réflexion* seroient égaux à celui d'incidence, ce qui est également absurde.

II. Chaque point d'un miroir réfléchit les rayons qui tombent sur lui de toutes les parties d'un objet. Puis donc que les différens rayons qui partent d'un objet lumineux ne peuvent point se réfléchir du même endroit d'un miroir vers le même point, il s'ensuit que les rayons qui viennent des divers points d'un objet, se sépareront après la *réflexion*, & montreront chacun le point d'où il sont partis. *Voyez* VISION.

De-là vient que les rayons réfléchis des miroirs, représentent l'image des objets qui sont placés vis-à-vis. *Voyez* MIROIR.

Il est aisé de concevoir par-là d'où vient que les images des objets ne se peignent point sur les corps dont la surface est inégale, c'est qu'ils réfléchissent la lumière de telle sorte qu'ils confondent les rayons par leurs éminences & leurs cavités, leurs hauteurs & leurs enfoncemens alternatifs.

III. Si l'œil *C* & le point lumineux *A* changent mutuellement de place, le rayon se réfléchira vers l'œil, en prenant le même chemin qu'auparavant car le rayon qui étoit auparavant le rayon de *reflexion*, deviendra celui d'incidence; & puisqu'il doit se réfléchir sous le même angle que celui sous lequel il tombe, celui qui étoit auparavant le rayon d'incidence, deviendra le rayon de *réflexion*.

IV. Le plan de *réflexion*, c'est-à-dire, le plan où se trouvent les rayons incidens & réfléchis, est perpendiculaire à la surface du miroir; & dans les miroirs sphériques, il passe par le centre. Il suit delà que la cathète d'incidence & de *réflexion* se trouve dans le plan de *réflexion*. *V.* CATHETE.

Euclide, Alhazen & d'autres, regardent comme un axiome la proposition que le plan de *réflexion* est perpendiculaire au miroir, & ne prennent point la peine de la démontrer, parce qu'elle est évidente par les observations aussi bien que par l'expérience.

Mais cette proposition peut se prouver aisément, en remarquant que la *réflexion* doit se faire dans le plan où tombe la ligne (*fig. 54.*) perpendiculaire au plan, puisque c'est dans la direction de cette ligne que le corps ou point *C* est repoussé par le plan *AB*.

V. Plusieurs auteurs prétendent que l'image de tout objet peint dans un miroir est dans la cathète d'incidence. Les anciens ont pris cette proposition pour un axiome; & comme l'image doit nécessairement se trouver dans le rayon réfléchi, ils en concluoient qu'il doit paroître dans le point de concours du rayon réfléchi avec la cathète d'incidence; ce qui est généralement vrai dans les miroirs plans, mais non pas dans les autres, comme le montre Képler. *Voyez* MIROIR & APPARENT.

Quant aux lois particulières de la *réflexion* qui résultent des circonstances des différentes espèces de miroirs plans, concaves, convexes, *&c. Voyez-les au mot* MIROIR. (*O*)

RÉFLEXION de la lune. *Voyez* VARIATION.

RÉFLEXION *de l'épicycle* dans l'ancienne astronomie, mouvement vers le midi ou le septentrion des parties droite & gauche de l'épicycle ou des points d'attouchement. Il servoit à expliquer les changemens des latitudes des planètes vues de la terre.

RÉFORMATION grégorienne. *Voyez* CALENDRIER.

RÉFRACTÉ, adj. (*Optique*) se dit d'un rayon de lumière qui a souffert une ou plusieurs réfractions. On l'appelle aussi *rayon rompu. Voyez* RÉFRACTION.

RÉFRACTION, s. f. *terme de Méchanique*, est le détour, le changement de direction qui arrive à un mobile quand il tombe obliquement d'un milieu dans un autre qu'il pénètre plus ou moins facilement, ce qui est cause que le mouvement de ce corps devient plus ou moins oblique qu'il n'étoit auparavant, & s'éloigne de sa rectitude. *Voyez* MILIEU.

Par exemple, si une balle *A*, (*Pl. Méch. fig.* 211) se meut dans l'air, suivant la ligne *AB*, & qu'elle frappe obliquement la surface de l'eau *CD*, elle n'ira point en *E*, mais elle se détournera en *F*. De même si la balle se meut dans l'eau suivant la ligne *AB*, & qu'elle tombe obliquement sur la surface de l'air *CD*, elle n'ira point directement au point *E*, ni au point *F*, mais elle se détournera vers *G*. C'est ce détour dans l'un & l'autre cas que l'on nomme *réfraction*; & on le distingue par le moyen de la perpendiculaire *MI*; celle qui se fait suivant *BG* est appellée *réfraction en s'approchant de la perpendiculaire*, ou vers *l'axe de réfraction*; & l'autre *BF*, *réfraction en s'éloignant de la perpendiculaire*, ou de *l'axe de réfraction*.

Plusieurs auteurs regardent, après Descartes, comme une loi de la *réfraction* qui a lieu dans tous les corps & dans tous les milieux; qu'un corps qui entre obliquement d'un milieu qui lui résiste dans un autre où il rencontre moins de résistance, se rompt en s'approchant de la perpendiculaire, & qu'en passant d'un milieu plus rare dans un autre plus dense, il s'éloigne de la perpendiculaire.

Ces auteurs en concluent que si les rayons de lumière qui entrent de l'air dans l'eau s'approchent de la perpendiculaire, au lieu qu'une balle qu'on jette dans l'eau s'en éloigne, cela prouve que l'eau résiste moins que l'air au mouvement de la lumière, quoiqu'elle fasse plus de résistance à celui de la balle.

Mais on ne sauroit trop s'étonner que les philosophes aient été si long-tems dans l'erreur à ce sujet. Il est vrai qu'il paroît naturel de faire dépendre la *réfraction* de la lumière des mêmes principes que la *réfraction* des corps solides. Mais quand on examine attentivement les phénomènes qui naissent de la *réfraction* de la lumière, & qui ne s'accordent point du tout avec les circonstances qui accompagnent la *réfraction* des corps solides, on est d'abord frappé de cette différence. Il est prouvé que la *réfraction* d'un rayon de lumière qui a traversé le verre d'un récipient, augmente à mesure que les coups de piston raréfient l'air contenu dans ce récipient. Quelle difficulté pour les Cartésiens? Diront-ils que la machine pneumatique augmente l'embarras du milieu qu'elle raréfie, & que le rayon ne doit jamais éprouver plus de résistance que lorsque le récipient est aussi purgé d'air qu'il est possible? Ils doivent le dire sans doute, & ils ne peuvent se dispenser d'admettre que les corps les plus denses sont ceux qui ouvrent le passage le plus libre à la lumière. Etrange conséquence, bien propre à dégoûter du principe; on doute qu'il y ait des adoucissemens capables de lui faire perdre ce qu'elle a de révoltant. Voici pourtant une difficulté encore plus considérable. Si la résistance du milieu cause la *réfraction* de la lumière, comme elle cause la *réfraction* des corps solides, il suit qu'un rayon qui souffre plusieurs *réfractions*, doit perdre sensiblement de son mouvement, & qu'il le perdra même entièrement, ainsi qu'il arrive à un corps solide qui traverse un fluide. Or l'expérience dément encore ici la comparaison que doivent faire les Cartésiens; & s'il arrive qu'un rayon qui traverse plusieurs milieux perde sensiblement de sa lumière, il n'en faut attribuer la cause qu'à la perte réelle de quelques-unes de ses parties interceptées ou réfléchies par les particules solides du milieu; celles de ses parties qui échappent & pénètrent, continuent leur route avec la quantité primitive de leur mouvement.

Telles sont les difficultés qui se présentent d'abord contre l'explication de Descartes & de ses sectateurs. *Voyez* sur ce sujet les *Mém. de l'acad.* 1739. Mais on peut en trouver encore d'autres en approfondissant de nouveau cette matière. Quelque absurdité qu'il paroisse y avoir, à supposer que les milieux les plus denses sont ceux qui résistent le moins à la lumière, les Cartésiens se sont toujours tenus retranchés dans cette supposition, comme dans un asyle où il étoit difficile de les forcer. Car la nature des corpuscules lumineux, & la manière dont se fait la propagation de la lumière, nous est trop peu connue pour qu'il soit facile de démontrer que l'eau leur résiste plus que l'air. C'est pourquoi il paroît que le meilleur moyen d'examiner la validité du principe cartésien, c'est de déterminer exactement par le calcul les lois de la *réfraction* des corps solides, & d'examiner si ces lois s'accordent avec celle de la *réfraction* de la lumière. C'est ce que j'ai fait dans mon *Traité des fluides*, 1744, où j'ai traité ce sujet à fond. Les propositions où ma méthode me conduit sont, pour la plupart, très-paradoxes, & très-éloignées de tout ce qu'on avoit cru jusqu'ici. Il résulte de mes démonstrations, qu'aucune des lois qu'on observe dans la *réfraction* de la lumière, ne doit avoir lieu dans celle des corps solides, & qu'ainsi c'est mal-à-propos qu'on a fait dépendre l'une & l'autre *réfraction* des mêmes principes.

Je démontre, par exemple, qu'il n'est pas vrai en général que tout corps doive se rompre en s'approchant de la perpendiculaire dans les milieux qui lui résistent moins, & réciproquement. La *réfraction* d'un corps dépend entièrement de sa figure, & de la direction sous laquelle il entre dans le nouveau milieu. Un corps sphérique qui entre obliquement d'un milieu dans un autre, se rompt toujours, & se rompt en s'approchant ou en s'éloignant de la perpendiculaire, selon que le milieu où il entre est moins ou plus résistant que celui d'où il vient. Mais on ne peut pas dire qu'en général tous les corps de figure quelconque observent cette loi. Ainsi, un corps qui auroit la figure d'un parallélogramme rectangle, & qui viendroit frapper la surface du nouveau milieu, de manière que sa direction fût suivant une de ses diagonales, & que son autre diagonale fût parallèle à la surface du nouveau milieu, ce corps ne souffriroit dans

ſon partage aucune *réfraction*, quoiqu'il entrât obliquement; & il ſe romproit en s'approchant ou en s'éloignant de la perpendiculaire, ſelon que ſa direction ſeroit en-deçà ou en-delà de ſa diagonale, ſoit que le milieu où il entre ſoit plus denſe, ou qu'il ſoit plus rare que celui d'où il vient.

Pluſieurs auteurs regardent comme un axiome, que pour qu'un corps ſe rompe, il faut qu'il tombe obliquement ſur un ſecond milieu. Il n'y a point de *réfraction* dans les incidences perpendiculaires.

Cette propoſition n'eſt cependant pas vraie généralement; car le parallélogramme dont nous venons de parler, ſouffriroit une *réfraction* s'il tomboit perpendiculairement ſur le milieu nouveau; ainſi la propoſition dont il s'agit, doit s'entendre ſeulement des corps ſphériques, ou ce qui eſt à-peu-près la même choſe, des corps conſidérés comme des points, ſans avoir égard à leur figure, ou enfin en général, des corps ſymmétriques, qui entrent perpendiculairement dans le nouveau milieu, ſuivant une ligne ou plan qui les diviſe en parties égales & ſemblables; car il eſt évident qu'il n'y a point alors de raiſon pour que le corps s'écarte d'un côté de ce plan plutôt que de l'autre. L'expérience nous fait voir au reſte, que les rayons de lumière perpendiculaires ne ſouffrent aucune *réfraction*.

Voſſius & Snellius ont cru cependant avoir obſervé une *réfraction* dans un rayon de lumière perpendiculaire, un objet perpendiculaire paroiſſant dans l'eau beaucoup plus près qu'il ne l'étoit en effet; mais c'étoit attribuer à une *réfraction* du rayon perpendiculaire, ce qui ne vient que de la divergence du rayon oblique très-proche du rayon perpendiculaire, lequel rayon oblique ſouffre une *réfraction*.

Effectivement, ſoit AB (*Pl. Opt. fig.* 84.) un bâton plongé perpendiculairement dans une eau dormante dont le niveau eſt AD, le rayon qui, partant du point B, arrive au point P du niveau, continue ſa route dans l'air, ſuivant la ligne PZ, de manière qu'on a ſin. $YPB = m$ ſin. ZPV; VY étant une perpendiculaire ſur le niveau, & m le rapport conſtant du ſinus d'incidence au ſinus de *réfraction*.

Soit maintenant T le point où le prolongement du rayon refracté rencontre le bâton. $AB = v$ & $AP = z$, on aura le ſinus d'incidence ou ſin. YPB ou ſin. $PBA = \frac{z}{\sqrt{v^2+z^2}}$ le ſinus de *réfraction* ou ſin. ZPV ou ſin. $PTA = \frac{z}{\sqrt{AT^2+z^2}}$; donc $\frac{z}{\sqrt{v^2+z^2}} = \frac{mz}{\sqrt{AT^2+z^2}}$; donc $AT = \sqrt{m^2 v^2 - (1-m^2) z^2}$. Menez d'un point S, pris dans la direction du rayon refracté, la perpendiculaire LS ſur AD, & vous aurez $SL = \frac{z - AL}{z} \sqrt{m^2 v^2 - (1-m^2) z^2}$. Prenez un point p infiniment près du point P, & ſuppoſez que S ſoit le point où le rayon réfracté PT eſt coupé par le rayon réfracté correſpondant au nouveau rayon incident pB, il eſt clair que vous aurez auſſi $SL = \frac{z + dz - AL}{z + dz} \times \sqrt{m^2 v^2 - (1-m^2)(z+dz)^2}$; donc pour le lieu de l'interſection, $AL = \frac{z^3 (1-m^2)}{m^2 v^2}$ & $LS = \frac{(m^2 v^2 - (1-m^2) z^2)^{\frac{3}{2}}}{m^2 v^2}$, expreſſion qui devient $= mv$, moindre que v quand $z = o$.

Or l'opinion des plus célèbres auteurs d'optique, c'eſt que le point B ſeroit vu par un œil placé en Z, au point de concours S des deux rayons réfractés infiniment proches; mais quand le point Z eſt dans le prolongement ſupérieur du bâton, le point S tombe ſur le bâton à la profondeur mv moindre que v; donc le bâton eſt vu moindre qu'il n'eſt effectivement.

Il ſe fait néanmoins une *réfraction* manifeſte, même des rayons perpendiculaires, dans le cryſtal d'Iſlande; mais cela vient des couches obliques qui ſont dans cette ſubſtance. *Voyez* CRYSTAL D'ISLANDE.

Quoique l'incidence oblique ſoit néceſſaire dans tous les milieux que nous connoiſſons, pour produire la *réfraction*, elle ne doit pourtant pas paſſer un certain degré. Quand elle eſt plus grande qu'il ne faut, le mobile ne pénètre point le milieu, & il ſe réfléchit, au lieu de ſouffrir une *réfraction*. En effet, on a remarqué ſouvent que les corps qui frappent trop obliquement la ſurface de l'eau, ſe réfléchiſſent. Quelquefois dans les batailles navales, les boulets ſont ainſi renvoyés par l'eau; la même choſe arrive aux petites pierres que les enfans jettent avec roideur ſur la ſurface de l'eau pour leur faire faire pluſieurs ſauts. *Voyez l'article* RICOCHET, où cette théorie eſt expliquée, ainſi que celle de la *réfraction* des corps ſolides en général.

Les anciens confondoient ſouvent la *réfraction* avec la *réflexion*. Neuton, ſans les confondre, a fait voir qu'il y a beaucoup d'analogie entr'elles, ſur-tout dans ce qui concerne la lumière. *Voyez* RÉFLEXION & LUMIÈRE.

Les lois de la *réfraction* des rayons de lumière dans les ſurfaces qui ſéparent des milieux différens, ſoit que ces ſurfaces ſoient planes, concaves, ou convexes, *&c.* ſont l'objet de la dioptrique. *Voyez* DIOPTRIQUE.

C'eſt par le moyen de la *réfraction* que les verres ou lentilles convexes raſſemblent les rayons, groſſiſſent les objets, brûlent, *&c. Voyez* LENTILLE & FOYER.

C'eſt là-deſſus qu'eſt fondée l'invention des *mi-*

croscopes, des *télescopes*. *Voyez* MICROSCOPE & TÉLESCOPE.

C'est par la *réfraction* que tous les objets éloignés paroissent hors de leur véritable place, & que les corps célestes particulièrement paroissent plus élevés au-dessus de l'horizon qu'ils ne le sont effectivement. *Voyez* LEVER, COUCHER, LIEU, APPARENT, *&c. Voy.* aussi plus bas RÉFRACTION ASTRONOMIQUE.

Réfraction de la lumière, *en Optique*, est une inflexion, un détour ou un changement de direction qui arrive à un rayon, quand il passe d'un milieu dans un autre qui le reçoit plus ou moins facilement : ce qui est cause qu'il se détourne de sa direction. *Voyez* RAYON.

Neuton prétend que la *réfraction* de la lumière n'est point causée par les rayons qui rencontrent la surface des corps, mais sans aucun contact par l'action de quelque puissance qui se trouve également répandue sur toute leur surface, & qui détourne les rayons de leur chemin.

Les raisons dont nous nous sommes servis pour prouver que la *réflexion* se fait sans aucun contact immédiat, ont également lieu dans ce qui concerne la *réfraction*; mais on peut y joindre les suivantes.

1.° Lorsqu'un rayon de lumière passe du verre dans l'air avec une certaine obliquité, ce rayon traverse l'air; mais il se réfléchit entièrement, si l'obliquité est très-grande ; car la puissance ou attraction du verre sera trop forte pour laisser passer aucun de ces rayons : ce qui fait qu'ils se réfléchiront entièrement au lieu de se rompre.

2.° La lumière se rompt & se réfléchit plusieurs fois alternativement dans les lames minces du verre, à mesure que leur épaisseur augmente en progression arithmétique. C'est l'épaisseur de ces lames qui fait qu'elle se réfléchit ou qu'elle se transmet alternativement, sur quoi *voyez* LUMIERE.

3.° Quoique le pouvoir que les corps ont de réfléchir & de rompre la lumière, soit à-peu-près proportionnel à leur densité, on trouve cependant que les corps gras & sulphureux la réfléchissent avec plus de force que leur densité ne sembleroit l'exiger; car comme les rayons agissent avec plus de force sur ces corps pour les allumer que sur les autres; de même les corps, par leur attraction mutuelle, agissent avec plus de force sur les rayons pour les rompre.

Enfin ce ne sont point seulement les rayons qui passent à travers le verre, qui se rompent, ceux même qui passent de l'air dans le vuide ou dans un air beaucoup plus rare, ou même vers les extrêmités de la plupart des corps opaques, par exemple, le bord d'un canif, souffrent la même inflexion à cause de l'attraction du corps. *Voyez* DIFFRACTION.

Voici comment on peut expliquer la manière dont se fait la *réfraction* par une simple attraction, sans aucun contact immédiat. Supposons que *HI* (*Pl. optiq. fig.* 56), termine les deux milieux *N* & *O*, dont le premier soit le plus rare, par exemple, de l'air; le second plus dense, savoir du verre, l'attraction des milieux sera ici comme leurs densités. Supposons que *PS* soit le terme auquel la force attractive du milieu le plus dense s'étende au-dedans du plus rare, & que *RT* soit le terme auquel s'étend l'attraction du milieu plus rare dans le milieu plus dense.

Soit maintenant un rayon de lumière *Aa* qui tombe obliquement sur la surface qui sépare les milieux, ou plutôt sur la surface *PS*, où commence l'action du second milieu qui attire le plus, toute attraction se faisant suivant des lignes perpendiculaires au corps attirant; dès que le rayon arrivera au point *a*, il commencera à être détourné de sa direction, par une force supérieure qui l'attire davantage vers le milieu *O* que vers le milieu *N*, c'est-à-dire, par une force qui le poussera suivant une direction perpendiculaire à la surface *HI*; de-là vient que le rayon s'écarte de la ligne droite à chaque point de son passage entre *PS* & *RT*, qui sont les limites au-dedans desquelles l'attraction agit. Il décrira donc une courbe *aBC* entre ces deux lignes. Il faut supposer cette ligne courbe tracée, quoique nous ne l'ayons représentée que par deux lignes droites qui font un angle en *B*. Mais étant parvenu au-delà de *RT*, il se trouvera hors de la sphère d'attraction du milieu *N* : ce qui fait qu'il sera attiré également en tous sens par le milieu *O*, & par conséquent s'avancera en ligne droite vers *C*, suivant la direction de la tangente de la courbe en *B*.

Supposons de nouveau que *N* soit le milieu le plus dense, *O* le plus rare, & *HI* la ligne qui les termine. Soit *RT* la distance à laquelle le milieu le plus dense étend sa force attractive dans le plus rare : le rayon ayant passé le point *a*, sera dans la sphère de l'attraction supérieure du milieu le plus dense; mais comme cette attraction agit suivant les lignes perpendiculaires à sa surface, le rayon s'éloignera continuellement de son droit chemin *AM*, & s'approchera perpendiculairement vers *PS* : étant donc ainsi poussé par deux différentes forces, il aura un mouvement composé par lequel, au lieu de *aM*, il décrira la courbe *am*.

Enfin quand il sera arrivé en *m*, se trouvant hors de l'attraction du milieu *N*, il se mouvra uniformément dans une ligne droite, dans la direction où l'extrêmité de la courbe le laisse. On voit donc comment la *réfraction* se fait, tant en s'approchant de la perpendiculaire *DE*, qu'en s'en éloignant, savoir en s'en approchant, lorsque *O* est plus dense que *N*, & en s'en éloignant, lorsque *N* est plus dense que *O*.

Il faut observer que l'attraction du milieu le plus dense, de *N*, par exemple, diminue continuellement à mesure que le rayon avance de *B* vers la limite de l'attraction *RT*, à cause qu'il se trouve de plus en plus un moindre nombre des parties qui

agissent; car plus le corps s'approche de *RS*, plus il s'éloigne du milieu supérieur, & plus par conséquent l'attraction de ce milieu devient foible.

Remarquez encore que la distance entre *PS* & *RT* étant fort petite, on ne fait point attention, quand il est question de *réfraction*, à la partie courbe du rayon; mais on la considère comme composée de deux lignes droites *CB*, *AB*, *MB*, *AB*.

Un rayon *AB* (*Pl. Optiq. fig. 56*), tombant obliquement du point lumineux *A* sur le point *B* d'une surface diaphane *HI*, plus rare ou plus dense que le milieu par lequel il a passé en venant de l'objet lumineux, change donc en général de direction, & se détourne vers *C* ou vers *m*, au lieu d'aller vers *M* en ligne droite.

... Ce détour est appellé la *réfraction* du rayon: *BC*, le rayon rompu, ou la ligne de *réfraction*: & *B* le point de *réfraction*.

La ligne *AB* est appellée *ligne* ou *rayon d'incidence*, & à son égard *B* est aussi appellé *le point d'incidence*.

Le plan dans lequel les rayons incidens & rompus se trouvent, est appellé *plan de réfraction*, la ligne *BE* menée dans le milieu où se fait la *réfraction* perpendiculairement à la surface rompante au point de *réfraction B*, *axe de refraction*. La ligne *DB* menée perpendiculairement sur la surface rompante au point d'incidence *B* par le milieu où passe le rayon incident, est appellée *axe d'incidence*: ces deux axes sont toujours en ligne droite, puisque la surface *HI* est commune aux deux milieux.

L'angle *ABI* compris entre le rayon incident & la surface rompante, est appellé *angle d'inclinaison*; & l'angle *ABD*, compris entre le rayon incident & l'axe d'incidence, *angle d'incidence*.

L'angle *MBC* que le rayon rompu fait avec celui d'incidence, s'appelle l'*angle rompu*; & l'angle *CBE* que le rayon rompu *CBE* fait avec l'axe de *réfraction*, *angle de réfraction*.

Lois générales de la réfraction; 1.° le rayon de lumière qui entre dans un milieu plus dense, en sortant d'un milieu plus rare, par exemple, de l'air dans le verre, se rompt en s'approchant de la perpendiculaire, c'est-à-dire, de l'axe de *réfraction*.

Il suit de-là que l'angle de *réfraction* est plus petit que celui d'incidence, puisqu'ils seroient égaux, si le rayon alloit en droite ligne de *A* vers *M*. Il suit encore qu'un rayon perpendiculaire à la surface rompante passera à travers sans se rompre, puisqu'il ne peut être rompu en s'approchant de la perpendiculaire. La raison en est que l'attraction du milieu le plus dense qui, dans les incidences obliques à sa surface agissant perpendiculairement à cette même surface, détourne le rayon de sa route directe; cette attraction, dis-je, lorsque l'incidence est perpendiculaire, agit suivant la direction du rayon, & par conséquent ne change point cette direction.

2.° La raison du sinus de l'angle d'incidence à celui de l'angle de *réfraction*, est fixe & constante; si la *réfraction* se fait de l'air dans le verre, elle est plus grande que 114 à 76, mais moindre que 115 à 76, c'est-à-dire, à-peu-près comme 3 à 2.

Cette raison s'accorde avec une autre de Neuton, qui fait le sinus de l'angle d'incidence au sinus de l'angle de *réfraction*, comme 31 à 20: ce qui est à-peu-près comme 3 à 2. Il y a, il est vrai, quelque différence dans la quantité de *réfraction*, selon les différentes espèces de verre; mais cette précision n'est point absolument nécessaire ici. Descartes a trouvé que la raison du sinus de l'angle d'incidence au sinus de l'angle de *réfraction* dans l'eau de pluie est comme 250 à 187, c'est-à-dire, à-peu-près comme 4 à 3: ce qui s'accorde avec l'observation de Neuton, qui la fait comme 529 à 376. Dans l'esprit-de-vin ce même auteur fait cette raison comme 100 à 73: ce qui n'est pas fort éloigné de la raison sesquitierce, c'est-à-dire, de 4 à 3.

On n'a point encore déterminé d'où vient le différent pouvoir réfractif dans les différens fluides. L'eau claire est de tous les corps celui qui rompt le moins les rayons; mais quand elle est imprégnée de sel, sa *réfraction* augmente à proportion de la quantité qu'elle en contient. Neuton fait voir que dans plusieurs corps, par exemple, le verre, le crystal, la sélénite, la fausse topase, *&c.* le pouvoir *réfractif* est proportionnel à leur densité; il n'y a que les corps sulphureux, comme le camphre, l'huile d'olive, l'ambre, l'esprit de térébenthine, *&c.* où il est deux ou trois fois plus grand que dans les autres corps de densité égale; & néanmoins le pouvoir réfractif de chacun de ces corps sulphureux comparés ensemble, est à-peu-près comme leur densité. Quant à l'air, Neuton montre qu'un rayon de lumière, en traversant l'atmosphère, se rompt comme il le feroit s'il passoit avec la même obliquité du vuide dans un air aussi dense que celui qui est dans la partie la plus basse de l'atmosphère. *Voyez* ATMOSPHERE & CRÉPUSCULE.

Il suit du principe que nous venons d'établir, qu'un angle d'incidence & l'angle de *réfraction* qui lui correspond, étant une fois connus, il est aisé de trouver la valeur des angles de *réfraction* correspondans à plusieurs autres angles d'inclinaison.

Zahnius & Kircher ont trouvé que si l'angle d'incidence de l'air dans le verre est de 70°, l'angle rompu sera de 38° 50′; & c'est sur ce principe que Zahnius a construit une table des *réfractions* de l'air dans le verre pour différens degrés d'angles d'incidence. Voici un abrégé de cette table.

Angle d'incid.	Angle de réfraction.			Angle rompu.			Angle d'incid.	Angle de réfraction.			Angle rompu.		
1°	0°	40′	5″	0°	16′	55″	10°	6°	36′	16″	3°	20′	44″
2	1	20	6	0	39	54	20	13	11	35	6	48	25
3	2	0	3	0	59	56	30	19	29	29	10	30	31
4	2	40	5	1	19	55	45	28	9	19	16	50	41
5	3	20	3	1	39	57	90	41	51	48	48	8	20

C'est Willeb. Snellius qui a le premier découvert la raison constante des sinus des angles d'inclinaison & des angles rompus. On attribue communément cette découverte à Descartes, qui, selon quelques-uns, l'ayant trouvée dans les manuscrits de Snellius, la publia pour la première fois dans sa dioptrique, sans faire mention de lui : c'est ce que nous apprend M. Huyghens. Mais ce prétendu vol de Descartes n'est point prouvé; d'ailleurs la raison trouvée par Descartes est plus simple que celle de Snellius, qui, au lieu des sinus d'incidence & de *réfraction*, mettoit les sécantes de leurs complémens, qui sont en raison inverse de ces sinus.

Comme les rayons de lumière n'ont pas tous le même degré de *réfrangibilité*, cette raison des sinus peut varier suivant leurs différentes espèces. La raison des sinus, que les auteurs ont observée, n'a donc lieu que par rapport aux rayons de *réfrangibilité* moyenne, c'est-à-dire, à ceux qui sont verds. Newton fait voir que la différence de *réfraction* entre les rayons les moins réfrangibles & ceux qui le sont plus, est environ la $\frac{1}{27}$ partie de toute la *réfraction* des moyens réfrangibles; & cette différence est si petite, qu'il arrive rarement qu'on doive y avoir égard. *Voyez* RÉFRANGIBILITÉ.

3.° Lorsqu'un rayon passe d'un milieu plus dense dans un autre plus rare, par exemple, du verre dans l'air, il s'éloigne de la perpendiculaire, ou de l'axe de *réfraction*; d'où il suit que l'angle de *réfraction* est plus grand que celui d'incidence.

Lorsque la *réfraction* se fait de l'air dans le verre, la raison du sinus de l'angle d'incidence, au sinus de l'angle de *réfraction*, est comme 3 à 2; si c'est de l'air dans l'eau, comme 4 à 3 : c'est pourquoi si la *réfraction* se fait d'une manière contraire; savoir du verre ou de l'eau dans l'air, la raison du sinus dans le premier cas, sera comme 2 à 3, & dans le second comme 3 à 4.

4.° Un rayon qui tombe sur une surface courbe, soit concave ou convexe, se rompt de la même manière que s'il tomboit sur un plan tangent à la courbe au point d'incidence.

Car la courbe & la surface plane qui la touche, ont une portion infiniment petite, commune entr'elles. Donc quand un rayon se rompt dans cette petite partie, c'est la même chose que s'il souffroit une *réfraction* dans le plan touchant.

5.° Si une ligne droite *EF* (*fig 57*,) coupe la surface rompante *GH*, à angles droits, & que l'on mène d'un point pris dans le milieu le plus dense, tel que *D*, la parallèle *DC* au rayon incident *AB*, elle rencontrera le rayon rompu en *C*, & aura même raison avec *BC*, que le sinus de l'angle de *réfraction*, au sinus de l'angle d'incidence.

Si donc le *rayon BC* passe du verre en l'air, il sera en raison sous-sesquialtère à *CD*; si de l'air dans le verre, en raison sesquialtère, c'est-à-dire, dans le premier cas il sera à *CD* comme 2 à 3, dans le second comme 3 à 2.

De même si la lumière passe de l'eau dans l'air *CB* sera en raison sous-sesquitierce à *CD*, ou comme 3 à 4; si de l'air dans l'eau, en raison sesquitierce, ou comme 3 à 4. *Voyez fig.* 57 & 58.

Lois de la réfraction dans les surfaces planes. 1.° Si des rayons parallèles se rompent en passant d'un milieu transparent, dans un autre moins dense, ils demeureront parallèles après la *réfraction*.

La raison en est, qu'étant parallèles, leur obliquité ou angle d'incidence est le même. Or nous avons fait voir, que lorsque les obliquités sont égales, la *réfraction* l'est aussi. Il s'ensuit donc qu'ils conserveront, après la *réfraction*, le parallélisme qu'ils avoient auparavant.

Il suit de-là, que si l'on présente un verre plan des deux côtés, directement au soleil, la lumière passera au travers, comme si le verre n'y étoit point : car les rayons étant perpendiculaires, passeront à travers sans souffrir de *réfraction*. Si l'on présente le verre obliquement au soleil, la lumière, après la *réfraction*, aura à-peu-près la même force qu'auparavant; car sa force dépend de l'épaisseur & de l'union des rayons, aussi-bien que de l'angle sous lequel elle frappe l'objet ou l'œil, & l'un & l'autre sont invariables dans le cas dont il s'agit. Il faut pourtant avouer que la lumière pourra être un peu affoiblie à cause des rayons qui se perdent dans l'intérieur du corps, & qui sont comme absorbés ou réfléchis.

2.° Si deux rayons *CD* & *CP*, (*fig.* 59.) partant du même point lumineux *C*, tombent sur une surface plane, en sorte que les points de *réfraction D* & *P*, soient également distans de la cathète d'incidence *GK*; les rayons rompus *DF* & *PQ* auront le même foyer virtuel, ou point de dispersion *G*. *Voyez* FOYER VIRTUEL.

Il suit de-là, 1.° que puisque dans les rayons qui sont fort proches les uns des autres, la distance de

la cathète est à-peu-près la même, ils divergeront sensiblement du même point *G*, c'est-à-dire, qu'ils auront le même foyer virtuel *G*.

2.° Lorsque les rayons rompus qui tombent sur un œil placé hors de la cathète d'incidence, seront ou également distans de cette cathète, ou fort proches les uns des autres, ils frapperont l'œil comme s'ils venoient du point *G*, & par conséquent on verra le point *C* par les rayons rompus, comme s'il étoit en *G*, ou plutôt comme si les rayons partoient de *C*. *Voyez* DIOPTRIQUE.

3.° Si un rayon *ED* tombe obliquement d'un milieu plus rare, dans un autre plus dense, dont la surface est plane, la distance *CK* du point lumineux, aura une moindre raison à la distance *KG* du foyer virtuel, que le sinus de l'angle de *réfraction* à celui de l'angle d'incidence. Mais si la distance *KD* du point *K* de *réfraction* à la cathète d'incidence, est très-petite par rapport à la distance *CK* du point lumineux, pour lors *CK* sera à *KG*, sensiblement & à très-peu-près, en raison du sinus de l'angle de *réfraction* au sinus de l'angle d'incidence.

Il suit de-là, 1.° que lorsque la *réfraction* se fait de l'air dans le verre, la distance du point de dispersion des rayons près de la cathète, est sesquialtère de la distance du point radieux, & celle des rayons les plus éloignés plus que sesquialtère.

2.° Si l'œil est placé dans un milieu dense, les objets qu'il verra dans le plus rare, lui paroîtront beaucoup plus éloignés qu'ils ne le sont en effet; & l'on pourra déterminer le lieu de l'image, dans quelque cas donné que ce soit, par la raison de la *réfraction*. Ainsi les objets placés dans l'air, doivent paroître, à un œil placé dans l'eau, beaucoup plus éloignés qu'ils ne le sont réellement.

3.° Si un rayon *DG* tombe obliquement d'un milieu plus dense, dans un autre plus rare *AB*, la distance *GK* du point lumineux a une plus grande raison à la distance *KC* du point de dispersion, que le sinus de l'angle de *réfraction* au sinus de l'angle d'incidence; mais si *D* est fort près de *K*, *KG* sera à *KC*, sensiblement & à très-peu-près, en raison du sinus de l'angle de *réfraction*, à celui de l'angle d'incidence.

Il suit de-là, 1.° que lorsque la *réfraction* se fait du verre dans l'air, la distance du point de dispersion des rayons, près de la cathète d'incidence, est sous-sesquialtère de la distance du point lumineux; & que celle des rayons les plus éloignés, est moins que sous-sesquialtère.

2.° Si la *réfraction* se fait de l'eau dans l'air, la distance du point de dispersion des rayons, près de la cathète, sera sous-sesquitierce; & celle des rayons les plus éloignés, moindre que sous-sesquitierce.

3.° Si donc l'œil est placé dans un milieu plus rare, les objets placés dans un milieu plus dense, lui paroîtront plus près qu'ils ne le sont; & l'on pourra déterminer le lieu de l'image dans quelque cas donné que ce soit, par la raison des sinus des angles d'incidence & de *réfraction*. De-là vient que le fond d'un vaisseau plein d'eau, paroît élevé par la *réfraction* à un tiers de sa hauteur, à un œil placé perpendiculairement au-dessus de la surface, & c'est ce qui fait que les poissons & les autres corps qui sont plongés dans l'eau, nous paroissent plus près qu'ils ne le sont en effet.

4.° Si l'œil est placé dans un milieu plus rare, l'objet qu'il verra dans un milieu plus dense, par un rayon rompu sur une surface plane, lui paroîtra plus grand qu'il ne l'est effectivement. C'est une proposition que tous les auteurs avancent, fondés sur ce que l'angle visuel, sous lequel on voit l'objet, ou l'angle formé par les rayons rompus des extrémités de l'objet, est plus grand que l'angle que feroient ces mêmes rayons, s'ils venoient à l'œil immédiatement sans se rompre. Cependant on ne doit pas regarder cette démonstration comme bien exacte, parce que la grandeur apparente des objets n'est pas uniquement proportionnelle à la grandeur de l'angle visuel. *Voyez* APPARENCE & VISION.

Selon les mêmes auteurs, si l'objet est placé dans un milieu plus rare, & l'œil dans un milieu plus dense, l'objet paroîtra plus petit. Ainsi, les objets qui sont sous l'eau, paroîtront plus grands qu'ils ne le sont à un œil placé dans l'air, & ceux qui sont dans l'air, paroîtront plus petits aux poissons qui sont dans l'eau.

Quoique les conséquences s'accordent assez avec ce que l'expérience nous découvre, cependant il ne faut point regarder comme bien démontrés les théorèmes précédens sur la grandeur apparente des objets vus par des verres plans. Cette matière est encore sujette à beaucoup difficultés.

Lois de la réfraction dans les surfaces sphériques, tant concaves que convexes. 1.° Un rayon de lumière *DE*, (*fig.* 60), parallèle à l'axe d'une sphère plus dense, après une seule *réfraction* *E*, vient couper l'axe en un point *F*, qui est au-delà du centre *C*.

Car le demi-diamètre *CE*, mené au point de *réfraction* *E*, est perpendiculaire à la surface *KL*, & par conséquent l'axe de *réfraction*; mais nous avons vu qu'un rayon qui passe d'un milieu plus rare, dans un milieu plus dense, s'approche de la perpendiculaire ou de l'axe de *réfraction*; c'est pourquoi le rayon *DE* s'approchera de l'axe de la sphère *AF*, & viendra enfin le couper, & cela au-delà du centre *C* en *F*, à cause que l'angle de *réfraction* *FEC*, est moindre que celui d'incidence *CEH*.

2.° Si un rayon *DE* tombe sur la surface sphérique convexe d'un milieu plus dense que celui d'où il vient, & qu'il vienne parallèlement à l'axe *AF*, le demi-diamètre *CE* sera au rayon rompu *EF*, en raison du sinus de l'angle rompu, au sinus de l'angle d'incidence; mais la distance *CF* du centre, au point de concours *F*, sera au rayon rompu *FE*,

rompu FE, en raison du sinus de l'angle de *réfraction* au sinus de l'angle d'incidence.

3.° Si un rayon DE tombe sur la surface sphérique convexe d'un milieu plus dense KL, parallèlement à son axe AF, la distance du foyer à la surface rompante, est à sa distance du centre FC, en plus grande raison que celle du sinus de l'angle d'incidence au sinus de l'angle de *réfraction*. Mais si les rayons sont fort proches de l'axe; & l'angle d'incidence BCE fort petit, les distances BC & CF du foyer à la surface & au centre, seront à-peu-près en raison du sinus de l'angle d'incidence au sinus de l'angle de *réfraction*.

Il suit de-là, 1.° que si la *réfraction* se fait de l'air dans le verre, dans le cas où les rayons sont près de l'axe, $BF : BC :: 3 : 2$; & dans le cas où le rayon est fort éloigné de l'axe, $BF : FC > 3 : 2$. Par conséquent dans le premier cas, $BC : BF :: 1 : 3$; & dans le dernier, $BC : BF < 1 : 3$.

2.° Si la *réfraction* se fait de l'air dans l'eau; dans le premier cas $BF : FC :: 4 : 3$, & dans le dernier $BF : FC > 4 : 3$; par conséquent dans le premier, $BC : BF :: 1 : 4$; & dans le dernier $BC : BF >, 1 : 4$.

Il suit donc, 1.° que puisque les rayons du soleil sont sensiblement parellèles, dès qu'ils viendront à tomber sur la surface d'une sphère de verre solide, ou d'une sphère remplie d'eau, ils ne suivront pas une route parallèle à celle de l'axe, au dedans de la sphère. Vitellion s'est donc trompé, quand il a avancé que les rayons du soleil qui tombent sur une sphère de verre, s'approchent du centre en se rompant, & en conservant leur parallélisme. *Voyez* FOYER.

4.° Si un rayon DE (*fig.* 61), parallèle à l'axe FA passe d'un milieu plus dense dans un milieu sphérique plus rare, il s'éloigne de l'axe après la *réfraction*; & la distance FC du point de dispersion au foyer virtuel, au centre de la sphère sera à son demi-diamètre CE en raison du sinus de l'angle de la *réfraction* à celui de l'angle rompu, & à la portion du rayon rompu FE qui est retournée en arrière en raison du sinus de *réfraction* au sinus de l'angle d'incidence.

5.° Si un rayon ED, en sortant d'un milieu plus dense, tombe parallèlement à l'axe AF sur la surface sphérique convexe KL, d'un milieu plus rare, la distance FC du point de dispersion au centre sera à sa distance de la surface FB en plus grande raison que celle du sinus de l'angle de *réfraction* au sinus de l'angle d'incidence; mais si le rayon DE est fort proche de l'axe FA, la raison sera à-peu-près la même que celle du sinus de l'angle de *réfraction* au sinus de l'angle d'incidence. Il suit de-là, 1.° que si la *réfraction* se fait du verre dans l'air, dans le cas où le rayon est près de l'axe, $FC : FB :: 3 : 2$, par conséquent $BC : FB :: 1 : 2$; c'est pourquoi dans le cas où le rayon est plus éloigné de l'axe, $BC : FB < 1 : 2$. 2.° Si la *réfraction* se fait de l'eau dans l'air; dans le premier cas $FC : FB :: 4 : 3$; par conséquent $BC : FB :: 1 : 3$; dans le second cas $BC : FB < 1 : 3$. 3.° Puisque le point de dispersion F est plus éloigné de la surface rompante KL, si le rayon passe de l'eau dans l'air, que s'il passe du verre dans l'air, les rayons parallèles se disperseront moins dans le premier cas que dans le second.

6.° Si un rayon HE (*fig.* 60), tombe parallèlement à l'axe FA d'un milieu plus rare sur la surface d'un milieu plus dense, sphériquement concave, le rayon rompu EN sera dirigé comme s'il partoit du point de l'axe F; de sorte que FE sera à FC en raison du sinus de l'angle d'incidence au sinus de *réfraction*.

7.° Si un rayon EH, en sortant d'un milieu plus rare, tombe parallèlement à l'axe FE sur la surface sphérique concave d'un milieu plus dense, la distance FB du point de dispersion à la surface rompante sera à FC, distance du centre, en plus grande raison que celle du sinus de l'angle d'incidence, au sinus de l'angle de *réfraction*; mais si le rayon est fort proche de l'axe, & l'angle BCE fort petit; BF sera à CF, à très-peu-près, en raison du sinus de l'angle d'incidence au sinus de l'angle *réfraction*. D'où il suit, 1.° que si la *réfraction* se fait de l'air dans le verre, dans le cas où le rayon est près de l'axe $FB : FC :: 3 : 2$; dans le cas où il est plus éloigné de l'axe $FB : FC > 3 : 2$; par conséquent dans le premier $BC : FC :: 1 : 2$; & dans le dernier $BC : FC < 1 : 2$. 2.° Si la *réfraction* se fait de l'air dans l'eau, dans le cas où le rayon est près de l'axe $FB : FC :: 4 : 3$; dans le cas où il est plus éloigné de l'axe $FB : FC > 4 : 3$; par conséquent dans le premier cas $BC : FC :: 1 : 3$, & dans le second $BC : FC < 1 : 3$. 3.° Puisque ce point de dispersion F est plus éloigné du centre de la *réfraction* qui se fait dans l'eau que si elle se fait dans le verre, les rayons se disperseront moins dans le dernier cas que dans le premier

8.° Si le rayon HE (*fig.* 61), en sortant d'un milieu plus dense tombe parallèlement à l'axe AF sur la surface d'un milieu plus rare, sphériquement concave; le rayon rompu concourra avec l'axe AF au point F, en sorte que la distance CF du point de concours au centre, sera au rayon rompu FE en raison du sinus de l'angle de *réfraction* au sinus de l'angle d'incidence.

Réfraction dans un prisme de verre. Si un rayon de lumière DE (*fig.* 62), tombe obliquement de l'air sur un prisme ABC, il se rompra en approchant de la perpendiculaire, & au lieu d'aller vers F il se détournera en G, c'est-à-dire, vers la ligne HI, abaissée perpendiculairement à la surface AB au point de *réfraction* E. De même puisque le rayon EG, passant du verre dans l'air, tombe obliquement sur CB, il se rompra vers M, & s'éloignera de la perpendiculaire NGO, & de-là naissent les divers phénomènes que l'on observe dans le prisme. *Voyez le Diction. de Physique.*

C'eſt ſur cette propoſition qu'eſt fondée la propriété qu'a le priſme de ſéparer les rayons de différentes couleurs. Car les rayons de différentes couleurs ſe rompent différemment, comme l'on ſait, de ſorte que ſi pluſieurs rayons parallèles à *DH*, & de différente réfrangibilité (*voyez* Réfrangibilité), tombent ſur la ſurface *AB*, ces rayons, après leur entrée dans le verre, ne ſeront plus parallèles. Ils en ſortiroient parallèles ſi *CB* étoit parallèle à *AB*, comme on le verra plus bas. Mais comme *CB* n'eſt point parallèle à *AB*, ces mêmes rayons ne ſont plus parallèles en ſortant, & par conſéquent ils ſont écartés & ſéparés les uns des autres; de ſorte que le rayon *DH*, qui n'étoit qu'un rayon blanc ou un faiſceau de rayons de toutes ſortes de couleurs, mêlés & confondus enſemble, devient, après la *réfraction* du priſme, un faiſceau de rayons ſéparés.

Réfraction dans une lentille convexe. Si des rayons parallèles *AB*, *CD*, & *EF*, (*fig.* 63.) tombent ſur la ſurface d'une lentille 2 *B* 3 *K*; le rayon perpendiculaire *AB* paſſera vers *K* ſans ſe rompre, d'où ſortant dans l'air perpendiculairement comme auparavant, il ira directement en *G*. Mais les rayons *CD* & *EF* qui tombent obliquement de l'air ſur le verre aux points *D* & *F*, ſe rompront vers l'axe de *réfraction*, (c'eſt-à-dire, vers les lignes *HI* & *LM* menées perpendiculairement ſur la ſurface rompante aux points de *réfraction* *F* & *D*) & ſe détourneront vers *P* & vers 2. De même, ſortant obliquement du verre pour tomber ſur la ſurface de l'air, ils s'éloigneront de la perpendiculaire; c'eſt pourquoi *D* 2 n'ira point vers *X* mais vers *G*; & *FP* vers *G* au lieu d'aller en *R*. On peut démontrer de même que tous les autres rayons qui tombent ſur la ſurface du verre ſe rompront & aboutiront tous à-peu-près au point *G*, pourvu que les rayons *EF*, *CD*, &c. ſoient aſſez près de l'axe *AB*; car s'ils en ſont éloignés, leur point de concours avec l'axe ne pourra pas être cenſé au même point *G*. C'eſt pour cela que la plupart des lentilles, comme 2 *B* 3 *K* ont fort peu de convexité, ou quand elles ſont fort convexes, fort peu de largeur; car ſi on leur donnoit trop, les rayons qui tomberoient vers les extrêmités 2, 3, iroient rencontrer l'axe *AB*, après s'être rompus dans un point fort différent du point *G* où concourent les rayons rompus fort près de l'axe: & ces rayons qui tombent vers l'extrêmité 2, 3, empêcheroient de cette manière le foyer *G* d'être auſſi net qu'il ſeroit ſans cela. C'eſt auſſi pour cette raiſon qu'on couvre ſouvent les extrêmités 2 & 3, ſoit devant, ſoit parderrière, de quelque corps opaque, pour intercepter, ſoit avant, ſoit après la *réfraction*, les rayons qui tombent ſur les extrêmités 2 & 3. *Voyez* Foyer.

De-là vient la propriété qu'ont les verres convexes, de raſſembler les rayons parallèles, & les réunir tous au même point.

Réfraction dans une lentille concave. Si des rayons parallèles *AB*, *CD*, & *EF* (*fig.* 64), tombent ſur une lentille concave *GBHIMK*, le rayon *AB*, perpendiculaire au point *B*, ira ſans ſe rompre en *M*, où demeurant toujours perpendiculaire, il paſſera dans l'air ſans ſe rompre juſqu'en *L*. Mais le rayon *CD* qui tombe obliquement ſur la ſurface du verre, s'approchera de la perpendiculaire *NDO*, & s'avancera vers *Q*; le rayon *DE* qui tombe obliquement du verre ſur la ſurface de l'air, ſe rompra en s'éloignant de la perpendiculaire, & ira vers *U*: on démontrera de même que le rayon *EF* ſe rompra vers *Y* & de-là vers *Z*.

De-là vient la propriété qu'ont les verres concaves de diſperſer les rayons parallèles & de les rendre divergens.

Réfraction dans un verre plan. Si des rayons parallèles *EF*, *GH*, *IL* (*fig.* 65.) tombent obliquement ſur un verre plan *ABCD*, leur obliquité étant la même à cauſe de leur parallélíſme, ils s'approcheront tous également de la perpendiculaire, & demeurant parallèles aux points *M*, *O* & *Q*, ils paſſeront dans l'air en s'éloignant également de la perpendiculaire, & reſteront toujours parallèles.

Ainſi les rayons *EF*, *GH* & *IL* en entrant dans le verre ſe détourneront vers la perpendiculaire autant qu'ils s'en éloigneront en ſortant; de ſorte que la première *réfraction* eſt ici détruite par la ſeconde, ſans que pour cela l'objet paroiſſe dans ſa véritable place; car le rayon *B* 2, après s'être rompu au point *B*, ne concourra point avec le rayon *IL*, mais lui ſera parallèle; & la couleur du rayon demeurera la même, puiſque la ſeconde *réfraction* détruit réellement la première. *Voyez* Couleur.

Réfraction, (*Opt.*) on a eu raiſon de dire, dans l'article précédent, que les plus célèbres auteurs d'optique plaçoient le lieu de l'objet, vu par *réfraction*, au point de concours des deux rayons réfractés infiniment près aboutiſſans à l'œil; car Barrow & Neuton ſoutenoient cette opinion. Le premier s'appuyoit ſur une expérience aſſez curieuſe. *Voyez* Dioptrique.

Il plongea verticalement dans une eau dormante un fil tendu par le moyen d'un plomb, & l'image de ce fil, vu par *réfraction*, lui parut une courbe qui préſentoit ſa convexité à l'œil. Cette expérience n'eſt pas abſolument déciſive, car l'image pourroit former une courbe ſans être préciſément le lieu de concours des rayons réfractés. Cependant nous croyons faire plaiſir à nos lecteurs en déterminant ce lieu de concours.

Pour y parvenir, ſoit, comme dans l'article précédent, $AB = v$, (*Pl. Opt. fig.* 84,) $AP = z$ m le rapport de ſinus *YPB* à ſin. *ZPV*, & de plus $1 - m^2 = n^2$, $AL = x$, $SL = y$, & on aura,

comme ci-dessus, $y = \frac{(m^2 v^2 - n^2 z^2)^{\frac{3}{2}}}{m^2 v^2}$ & $x = \frac{z^3 (1 - m^2)}{m^2 z^2}$, maintenant, Z étant le lieu de l'œil, il faut mener du point Z une perpendiculaire ZR sur le niveau; soit b cette perpendiculaire & a la distance AR du point R au point a; le sinus de *réfraction* sera $\frac{PR}{ZP} = \frac{a - z}{\sqrt{b^2 + (a-z)^2}}$; On aura donc $\frac{z}{\sqrt{v^2 + z^2}} = \frac{m(a-z)}{\sqrt{b^2 + (a-z)^2}}$. Il faut mettre dans les valeurs de y & de x la valeur de v tirée de cette dernière équation, & on trouvera $y = \frac{b^3 z}{(a-z)(b^2 + n^2 (a-z)^2)}$ & $x = \frac{n^2 z (a-z)^2}{b^2 + n^2 (a-z)^2}$. divisant, on aura $\frac{x}{y} = \frac{n^2 (a-z)^3}{b^3}$; donc $n^2 (a-z)^3 = \frac{b^3 x}{y}$; mais $y = \frac{b^3 z}{b^2 (a-z) + n^2 (a-z)^3}$ & $x = \frac{n^2 z (a-z)^3}{b^2 (a-z) + n^2 (a-z)^3}$; donc en mettant pour $n^2 (a-z)^3$ sa valeur, on aura $y = \frac{b^3 z}{b^2 (a-z) + \frac{b^3 x}{y}}$, combinant cette équation avec l'équation $n^2 (a-z)^3 = \frac{b^3 x}{y}$, on aura $n^2 y (a-x)^3 = x(b+y)^3$ pour l'équation de la courbe cherchée.

RÉFRACTION *astronomique*, ou *réfraction des astres*, c'est le détour ou le changement de direction qui arrive aux rayons de ces corps lumineux, quand ces rayons passent dans notre athmosphère, ce qui fait que les astres paroissent plus élevés au-dessus de l'horizon qu'ils ne le sont en effet.

L'atmosphère, c'est-à-dire, la masse d'air qui environne toute la terre, affoiblit la lumière, la disperse, la décompose, & change la direction des rayons, comme le verre, mais d'une quantité moindre. Cette *réfraction* change suivant l'obliquité du rayon, c'est-à-dire, suivant la hauteur de l'astre, & les tables qui en contiennent l'effet, s'appellent tables de *réfractions*, ou tables *anaclastiques*. Soit ABD (*fig.* 108 *des planches d'Astronomie*), la circonférence du globe terrestre, $EKGH$ celle de l'atmosphère, A le lieu de l'observateur, $CAEZ$ la ligne du zénit, sur laquelle il n'y a point de *réfraction*, parce qu'elle est perpendiculaire à la surface de toutes les couches d'air; FG le rayon d'un astre qui entre obliquement en G, & qui fait avec le rayon ou la perpendiculaire CGP un angle FGP que l'on appelle angle d'incidence. Ce rayon en entrant dans l'atmosphère change de direction & suit la ligne GA pour arriver à l'œil de l'observateur situé en A. L'angle AGC ou son égal PGT est l'angle de *réfraction*; il est plus petit que l'angle d'incidence de la quantité FGT qui est la *réfraction astronomique*; l'astre paroît sur le rayon AGT plus élevé que le rayon GF & la différence à l'horizon est d'environ 33 minutes.

Si l'astre est en M le rayon MK fera un angle d'incidence MKR le rayon rompu KA fera un angle de *réfraction* AKC ou RKN, & l'on aura la proportion suivante. Le sinus de l'angle d'incidence FGP est au sinus de l'angle d'incidence MKR comme le sinus de l'angle de *réfraction* TGP est au sinus de l'autre angle de *réfraction* NKR. De-là il suit que l'effet de la *réfraction* est tout entier en hauteur ou dans le vertical qui passe par les points C, A, & G.

La *réfraction* astronomique ne fut pas tout-à-fait inconnue aux anciens, & en particulier à Ptolemée, quoiqu'il n'en ait pas fait usage dans ses calculs; il dit sur la fin du VIII[e] livre de l'Almageste, qu'il y a des différences dans le lever & le coucher des astres, qui dépendent des changemens de l'atmosphère; il en faisoit mention d'une manière plus détaillée dans son optique, ouvrage qui ne nous est pas parvenu (*Montucla*, *Histoire des Mathématiques*, *Tome I*, *pag.* 308. Roger Bacon, *Specula Math.* pag. 37) Alhazen, opticien Arabe du dixième siécle, qu'on soupçonne d'avoir pris dans Ptolemée presque toute son optique, en parle décidément & fort au long, il donne la manière de s'en assurer par expérience.

Snellius, en publiant les observations de Waltherus, remarqua que ces observations étoient si exactes, qu'elles avoient appris à Waltherus l'augmentation de hauteur que cause la *réfraction*; mais Tycho fut le premier qui la détermina d'une manière à en dresser des tables. Voici la manière dont il raconte lui-même cette découverte astronomique. Il avoit déterminé avec un ou deux instrumens assez bien faits, la hauteur du pole par les hauteurs supérieures & inférieures de l'étoile polaire; il la détermina aussi par les hauteurs du soleil dans les deux solstices; il trouva la seconde hauteur du pole plus petite de 4'. Il eut d'abord un soupçon sur la bonté de ses instrumens, il continua d'en faire construire jusqu'à dix de différentes grandeurs & de différentes formes, travaillés avec le plus grand soin, & il trouva toujours le même résultat; il ne pouvoit plus alors attribuer cette différence entre les deux déterminations de la hauteur du pole au défaut des observations; il pensa sérieusement à chercher une cause de ce phénomène, & il pensa enfin, qu'il provenoit d'une *réfraction* considérable que le soleil devoit éprouver au solstice d'hiver, n'étant élevé que de 11° pour lui, tandis que l'étoile polaire étant très-élevée devoit avoir très-peu de *réfraction*. Cette explication étoit d'accord avec les démonstrations de l'optique; cependant Tycho avoit peine à se persuader que cette *réfraction* fût assez considérable pour produire une si grande

erreur ; c'est pourquoi il fit faire encore des armilles de dix pieds de diamètre, dont l'axe repondoit exactement au pole du monde & avec lesquelles il mesuroit la déclinaison des astres hors du méridien ; il reconnut alors que, même en été, la *réfraction*, quoique insensible à la hauteur méridienne du soleil, devenoit sensible près de l'horizon, & que l'effet alloit à un demi-degré dans l'horizon.

Tycho-Brahé crut que la *réfraction* du soleil devenoit nulle à 45°. de hauteur, & celle des étoiles à 20° ; quoiqu'à cette hauteur elle soit encore de 2′ ½ ; cette erreur subsista long-tems : le P. Riccioli, même en 1665, supposoit encore que les *réfractions* n'avoient plus lieu au-delà de 26°. de hauteur ou environ, qu'il n'y avoit que 29′ de *réfraction* horizontale pour la lune en été ; 30 pour le soleil, & 30′ 27″ pour les étoiles (*astron. réformat.*)

Ce fut Dominique Cassini qui, vers l'an 1655, entreprit de former une nouvelle table de *réfractions*, en même-tems que de nouvelles tables du soleil qui représentèrent les observations avec une justesse beaucoup plus grande qu'on ne l'avoit fait avant lui, & qui furent confirmées par les observations faites à Cayenne en 1672, dans lesquelles la parallaxe ne se mêloit point avec l'effet des *réfractions*.

Depuis ce tems-là les observations de Picard, la Caille, Bradley ont perfectionné les tables de *réfractions*, & ils diffèrent assez peu de Cassini. Voici la *réfraction* à 45 degrés de hauteur, suivant les différentes tables les plus estimées :

La Caille,	1′ 6″
Cassini,	59
La Lande,	59
Bradley,	57
Halley,	54

Cela suffit pour évaluer le degré d'incertitude dont cette matière est susceptible.

La *réfraction* pouvoit se reconnoitre facilement par les étoiles circompolaires ; car si l'on observe deux étoiles, comme γ d'Andromède & l'étoile polaire, éloignées l'une de l'autre de 47°, on trouvera leur distance plus grande d'un demi-degré, quand la première passera par le méridien, près du zénit que quand elle passera sous le pole, près de l'horizon, & toutes les distances des étoiles entr'elles changeront ainsi plus où moins. M. le Monnier a donné dans son *histoire céleste* plusieurs *réfractions* déterminées par cette méthode.

Les hauteurs correspondantes du soleil, ou des étoiles sont très-propres à faire connoître la quantité de la *réfraction*, si elles sont prises avec un grand quart-de-cercle & une bonne horloge. Je suppose par exemple, que la hauteur du soleil observée à six heures de distance du méridien, le matin & le soir, se soit trouvée de 9° précisément, & que, suivant le calcul, elle ne doive être réellement que de 8° 54′ ; on saura dès-lors qu'à la hauteur apparente de 9° il y a 6′ de *réfraction*, & que le soleil paroît trop élevé de 6′.

Dans le triangle PZS (*fig.* 39 *des Pl. d'Astron.*) formé au pole, au zénit & au soleil, on suppose connue la distance PZ du pole au zénit & la distance PS du soleil au pole boréal du monde, indépendamment des *réfractions* ; en effet, l'erreur qui peut en résulter sur les grandes *réfractions* est très-petite, & elle sera corrigée par d'autres méthodes de théorie ; on connoît aussi par l'observation des hauteurs correspondantes, l'heure qu'il est, & par conséquent l'angle horaire ZPS : ainsi, l'on trouvera par la résolution du triangle PZS la distance au zénit, ou ZS, c'est le complément de la hauteur vraie, puisque les deux côtés PZ & PS, aussi-bien que l'angle P sont des quantités vraies & données indépendamment des *réfractions*. Cette hauteur vraie, trouvée par le calcul est toujours plus petite que la hauteur apparente observée avec le quart-de-cercle, & la différence est la quantité de *réfraction* qui convient à la hauteur observée. Cette méthode fut employée autrefois par Picard, & l'a été récemment par la Caille.

Lorsque les *réfractions* sont très-petites, il est difficile de les déterminer exactement par observation, & l'on préfère de les calculer par une théorie qui soit constatée auparavant par des *réfractions* bien observées. Cassini, en 1662, reconnut qu'en supposant que l'atmosphère eût deux mille toises de hauteur avec une densité uniforme, la *réfraction* horizontale une fois connue donnoit toutes les autres par le calcul d'une manière conforme aux observations.

La découverte du principe général de l'attraction, fit connoître à Newton que la *réfraction* de la lumière étoit un effet de l'attraction que l'atmosphère exerce sur les corpuscules de la lumière. En partant de ce principe, on peut déterminer la trajectoire du rayon, & la loi suivant laquelle varie la *réfraction* depuis le zénit jusqu'à l'horizon.

Soit C le centre de la terre, (*fig.* 109), vers lequel est attiré un corpuscule F de lumière ; A le lieu de l'observateur, Z le zénit : FA la courbe qui doit décrire le rayon : SF la ligne par laquelle il entre dans l'atmosphère, BIA la direction du rayon qui arrive au point A ; l'angle ZAI est la distance apparente au zénit pour un astre S ou F. La première tangente SF de la courbe décrite par le rayon de lumière étant continuée, rencontre en un point I la dernière tangente AIB qui marque le lieu apparent de l'astre ; la *réfraction* astronomique est égale à l'angle BIS ou EIA des deux tangentes.

La densité des couches de l'atmosphère allant en croissant à mesure qu'on approche de la terre, la vîtesse du rayon va toujours en augmentant; mais la loi de cette augmentation que l'on déduit des densités de l'air ne s'acccorde point avec l'observation des *réfractions*; celles-ci paroissent indiquer que la force attractive des couches de l'atmosphère croît uniformément, & que le rayon éprouve continuellement la même force, en passant d'une couche à la suivante; dans cette hypothèse la théorie donne un rappport constant entre la *réfraction* & l'angle *ACF* parcouru dans l'atmosphère par le rayon de lumière dans toute l'étendue de la courbe ou de la trajectoire *FA*. Bradley trouvoit que cet angle étoit sept fois la *réfraction*, d'où il conclut que *la réfraction étoit comme la tangente de la distance au zénit diminuée de trois fois la réfraction*, & cette règle s'est trouvée d'accord avec les observations.

Plusieurs auteurs ont cherché à déterminer la courbe décrite par un rayon dans l'atmosphère: Taylor, (*method. increm. directa & inversa*;) Daniel Bernoulli, (*hydrodyn.*); Euler (*mém. de Berlin* 1754,) Simpson, (*mathematical dissertations*, 1743), on peut voir encore sur cette matière un ouvrage qui a pour titre: *les propriétés remarquables de la route de la lumière*, par J. H. Lambert à la Haye 1759, *in*-8.° Enfin le P. Boscovich ayant traité cette matière d'une façon très-simple & très-élégante, je me suis servi de sa méthode pour démontrer dans mon *Astronomie* la règle de Bradley que je viens de rapporter. Pour faire usage de cette règle, je suppose que la *réfraction* soit de 33′ à l'horizon & qu'on demande celle qui a lieu à 45°: le triple de la *réfraction* horizontale, 1° 39′, étant ôté de la distance apparente au zénit 90°, on a 88° 21′, on en conclura la *réfraction* pour 45°, dès qu'on saura que cette *réfraction* est d'environ 1′, en disant la tangente de 88° 21′ est à la tangente de 44°, 57′, comme la *réfraction* horizontale 33′ est à 57″, qui est exactement la *réfraction* pour 45° 0′ de distance apparente, au zénit. C'est par cette règle qu'a été construite la table des *réfractions* Bradley, que nous placerons à la fin de cet article.

Variations de la réfraction. La densité de l'air est la cause immédiate de la *réfraction*; il étoit donc naturel de croire que la *réfraction* diminueroit lorsque la densité de l'air deviendroit moindre, soit par l'expansion que produit la chaleur, soit par les causes qui en diminuent le poids; les astronomes ont en effet reconnu dans les *réfractions*, deux sortes de variétés très-sensibles, dont l'une dépend de la chaleur de l'air & l'autre de son poids. Elles sont indiquées par le thermomètre & par le baromètre.

Ce changement fut observé par Picard, & par Halley. Dans la suite, Mayer, la Caille & Bradley s'en sont fort occupés. Mayer trouvoit que la *réfraction* moyenne changeoit de $\frac{1}{22}$, soit pour 15 lignes de variation dans le baromètre, soit pour 10° de changement dans le thermomètre, en prenant pour *réfraction* moyenne celle qui répond à 28 pouces du baromètre, & à 0° du thermomètre, c'est-à-dire, à la première congélation. Cette proportion avoit lieu, selon lui, depuis 10° de hauteur jusqu'au zénit, & il étoit persuadé que la *réfraction* étoit la même sur toute la surface de la terre, sans autres variations que celle du thermomètre & du baromètre.

La Caille réduisit à $\frac{1}{27}$ la correction qui répond à 10° du thermomètre, & il construisit en conséquence une table pour corriger les *réfractions*; j'en ai publié une autre dans mon *Astronomie*, d'après les calculs & les expériences de M. Bonne.

Les académiciens qui allèrent en Laponie en 1736, trouvèrent que les *réfractions* n'y étoient pas sensiblement plus grandes qu'à Paris à pareil degré de chaleur.

En 1773, dans le voyage de M. Phips, on a trouvé les *réfractions* à 80°. de latitude les mêmes qu'en Europe, mais c'étoit en été. (Voyage de Phips, pag. 141 de l'Ed. Françoise 1775, *in*-4.°) Mais en hiver la *réfraction*, même à Paris, est beaucoup plus grande suivant de nouveaux calculs lus à l'Académie en 1780, & qui ont paru dans un recueil de mémoires faits par M. le Monnier en 1781.

Suivant l'observation que firent les Hollandois qui passèrent l'hiver, en 1597, dans la nouvelle Zemble à 56 degrés de latitude, le soleil qui avoit entièrement disparu le 14 Novembre, commença à se montrer de nouveau le 24 Janvier, c'est-à-dire, six jours plus tôt qu'il n'eût dû le faire, suivant les calculs astronomiques rapportés dans les *actes de Leipsick de 1697*. Si cela est, il faut croire que, quand le soleil a été trois mois sous l'horizon comme les Hollandois l'observèrent en 1597 à la nouvelle Zemble, le froid devient terrible & peut-être que les *réfractions* augmentent prodigieusement. M. le Monnier assure qu'il a reconnu par le Journal des observations imprimées en 1599, que le 24 & le 27 Janvier 1597, il y avoit plus de quatre degrés & demi de *réfraction*, que l'on a eu tort de vouloir expliquer ces observations, les révoquer en doute ou y soupçonner de l'erreur, comme l'ont fait la plupart des Astronomes, Kepler, Cassini, Scotto, & en dernier lieu M. le Gentil, *voyage dans les mers de l'Inde*, *T. I*, *p.* 395. Celui-ci a soutenu qu'il y avoit erreur dans les observations, & il a lu un mémoire à ce sujet. S'il n'étoit pas si difficile d'hiverner à de pareilles latitudes, on pourroit espérer des observations capables de lever tous ces doutes.

Dans la zone torride les *réfractions* sont certainement plus petites qu'en Europe. Bouguer fit au Pérou différentes observations dont on trouve le résultat dans les *mémoires de* 1739; & dans son livre de la *figure de la terre*. Il descendit encore en 1740, dans une île de la rivière des

Emeraudes, nommée l'Isle de l'Inca; il y détermina les *réfractions* horizontales depuis 1° jusqu'à 7°: la table qu'il dressa fait voir que les *réfractions* y sont plus petites d'environ une septième partie qu'elles ne sont en Europe: cette table est dans les mémoires de 1739; la *réfraction* horizontale y est de 27', mais à 6' de hauteur, elle est de 7' 4", & à 45°, de 44". Bouguer a donné ensuite une table de *réfractions* pour Quito, qui est plus élevé au-dessus du niveau de la mer. (*Mém. Acad.* 1749), je l'insérai dans la connoissance des mouvemens célestes pour 1765. M. le Gentil les a trouvées plus grandes aux Indes, quoique dans la zone torride, *mém. acad.* 1774. *Voyage. T. I.*

La *réfraction* diminue quand on s'élève au-dessus du niveau de la mer: M. Bouguer observa au mois de Décembre 1738 la *réfraction* à Chimboraço 2388 toises au-dessus du niveau de la mer, il n'y trouva la *réfraction* horizontale que de 19' $\frac{3}{4}$. (*mém. acad.* 1749), à la Croix de Pitchincha qui est à 2044 toises, il la trouva de 20' 48"; à Quito, qui est élevé de 1479 toises, de 22' 50"; enfin au niveau de la mer de 27'. Ces observations, jointes à la théorie, lui firent établir la règle suivante: si l'on prend l'excès de 5158 toises sur l'élévation des lieux par rapport au niveau de la mer, les *réfractions* y sont comme les racines de ces excès. Ainsi la racine carrée de 5158 est à 27', *réfraction* horizontale au niveau de la mer dans la zone torride, comme la racine carrée de l'excès de 5158 toises sur la hauteur du lieu proposé sera à la *réfraction* horizontale. La quantité de 5158 toises est la hauteur au-dessus de laquelle la matière réfractive ne produit plus d'effet sensible du moins dans la zone torride.

Lorsque l'observateur est assez élevé pour voir l'astre au-dessous de l'horizon rationel, ou a plus de 90° du zénit, comme en *S*, *fig.* 110. La *réfraction* devient plus grande que la *réfraction* horizontale, parce que le rayon parvient à l'œil par deux courbures successives *RG* & *GM*. J'ai démontré dans mon ASTRONOMIE une formule pour la calculer; soit p la hauteur ou la dépression apparente, q un arc dont le cosinus soit égal au cosinus de la hauteur multiplié par le cosinus 3° 18' ou de six fois la *réfraction* horizontale 33', on a $\frac{q-p}{6}$ pour la *réfraction* à la hauteur p, & si c'est une dépression, on a $\frac{q+p}{6}$. Ainsi pour 1° d'élévation ou de dépression apparente, on a cos. q = cos. 1.° cos. $6r$ = cos. 3° 26' 53", si l'on ôte 1° pour avoir $q-p$, & qu'on divise le reste par 6 on a 24' 29" pour la *réfraction* à 1° d'élévation. Si l'on ajoute 1.° pour avoir $q+p$ la somme divisée par 6 donne 44' 29" pour la *réfraction* à 1° de dépression.

Dans la zone torride, au lieu de 6 on prend 6, 524 pour diviseur, dans la formule $\frac{q-p}{6}$.

On apperçoit à Paris que les *réfractions* voisines de l'horizon sont sensiblement affectées par les vapeurs & les fumées qui s'élèvent de dessus la ville située au nord de l'observatoire Royal. Les vapeurs & l'humidité de l'air influent beaucoup sur les *réfractions*, de même que la situation des lieux plus ou moins élevés, le voisinage des villes, des montagnes, des forêts, des rivières, ou des plaines arides; aussi la Caille étoit persuadé qu'un Astronome ne sauroit jamais avoir près de l'horizon des *réfractions* purement célestes, c'est-à-dire, de la nature de celles qui se font à 20° de hauteur ou au-dessus; les seules circonstances locales produisent des différences si considérables dans les *réfractions* horizontales, qu'il n'a pas même voulu insérer dans sa table de *réfractions* celles qui ont lieu au-dessous de 6° M. Cassini de Thury, croyoit que les *réfractions* & leurs inégalités étoient plus grandes à Paris à pareilles hauteurs du côté du midi que du côté du nord, & à 4° il trouvoit 20" de plus.

La *réfraction* a lieu aussi dans les observations des objets terrestres; si un observateur situé sur une montagne *M*, *fig.* 110, regarde un objet *L*, le rayon visuel *LGM* approchant de la terre en *G* éprouve deux *réfractions*, une de *L* en *G* & l'autre de *G* en *M*; cette *réfraction* terrestre est aussi un septième de l'angle *MCL*; & le P. Boscovich l'a reconnnu par les observations des signaux lorsqu'il faisoit sa mesure du degré en Italie.

Effets des réfractions. Les astres paroissant plus élevés qu'ils ne sont réellement, & cela de 33' à l'horizon, nous ne voyons jamais le véritable lever ou coucher du soleil, & nous n'en appercevons que le phantôme ou l'image, cet astre étant encore tout au-dessous de l'horizon, quand nous le voyons se lever. La différence est de 4' 16" de tems à Paris dans les solstices. La *refraction* accourcit les distances des astres les uns par rapport aux autres, & l'on est obligé d'en tenir compte dans l'observation des LONGITUDES.

Elle change aussi les longitudes, latitudes, ascensions droites & déclinaisons des astres; tous ces effets se calculent comme ceux de la parallaxe; en partant de la *réfraction* en hauteur, dont nous allons donner la table.

C'est ce qui fait aussi que la lune paroît quelquefois éclipsée, & au-dessus de l'horizon, le soleil étant aussi au-dessus, quoique ils soient opposés réellement dans les éclipses. La *réfraction* fait paroître le soleil & la lune d'une forme ovale, parce que le diamètre vertical est accourci par la *réfraction*, & que le diamètre horizontal ne l'est pas.

Les crépuscules font un effet analogue à celui des *réfractions*, nous en avons parlé au mot CRÉPUSCULE. (*D. L.*)

TABLE DES RÉFRACTIONS

Suivant les observations DE BRADLEY.

Haut. apparente	Réfract.	Haut. apparente	Réfract.	Haut. apparente	Réfract.	Haut. apparente	Réfract.
D. M.	M. S.	D. M.	M. S.	D. M.	M. S.	D. M.	M. S.
0. 0	33. 0,0	6. 20	8. 2,8	16. 0	3. 16,9	52. 0	0. 44,2
0. 5	32. 10,4	6. 30	7. 51,1	16. 30	3. 10,5	53. 0	0. 42,6
0. 10	31. 22,2	6. 40	7. 40,3	17. 0	3. 4,5	54. 0	0. 41,1
0. 15	30. 35,4	6. 50	7. 30,2	17. 30	2. 58,9	55. 0	0. 39,6
0. 20	29. 49,7	7. 0	7. 20,5	18. 0	2. 53,6	56. 0	0. 38,2
0. 30	28. 22,3	7. 10	7. 11,1	18. 30	2. 48,6	57. 0	0. 36,8
0. 32	28. 4,8	7. 20	7. 2,1	19. 0	2. 43,9	58. 0	0. 35,5
0. 36	27. 30,3	7. 30	6. 53,4	19. 30	2. 39,4	59. 0	0. 34,2
0. 40	26. 59,7	7. 40	6. 45,1	20. 0	2. 35,1	60. 0	0. 33,0
0. 50	25. 41,8	7. 50	6. 37,1	20. 30	2. 31,0	61. 0	0. 31,7
1. 0	24. 28,6	8. 0	6. 29,4	21. 0	2. 27,2	62. 0	0. 30,4
1. 10	23. 19,8	8. 10	6. 22,0	21. 30	2. 23,6	63. 0	0. 29,1
1. 20	22. 15,2	8. 20	6. 14,8	22. 0	2. 20,3	64. 0	0. 27,8
1. 30	21. 14,7	8. 30	6. 8,0	23. 0	2. 13,7	65. 0	0. 26,5
1. 40	20. 17,9	8. 40	6. 1,3	24. 0	2. 7,4	66. 0	0. 25,3
1. 50	19. 24,8	8. 50	5. 54,8	25. 0	2. 1,6	67. 0	0. 24,1
2. 0	18. 35,0	9. 0	5. 48,5	26. 0	1. 56,2	68. 0	0. 22,9
2. 10	17. 48,4	9. 10	5. 42,4	27. 0	1. 51,2	69. 0	0. 21,7
2. 20	17. 4,5	9. 20	5. 36,5	28. 0	1. 46,6	70. 0	0. 20,6
2. 30	16. 23,8	9. 30	5. 30,9	29. 0	1. 42,4	71. 0	0. 19,5
2. 40	15. 45,4	9. 40	5. 25,4	30. 0	1. 38,4	72. 0	0. 18,4
2. 50	15. 9,4	9. 50	5. 20,0	31. 0	1. 34,6	73. 0	0. 17,3
3. 0	14. 35,6	10. 0	5. 14,8	32. 0	1. 31,0	74. 0	0. 16,2
3. 10	14. 3,9	10. 15	5. 7,2	33. 0	1. 27,6	75. 0	0. 15,1
3. 20	13. 34,1	10. 30	5. 0,1	34. 0	1. 24,4	76. 0	0. 14,0
3. 30	13. 6,2	10. 45	4. 53,2	35. 0	1. 21,4	77. 0	0. 13,0
3. 40	12. 39,6	11. 0	4. 46,6	36. 0	1. 18,5	78. 0	0. 12,0
3. 50	12. 14,6	11. 15	4. 40,3	37. 0	1. 15,7	79. 0	0. 11,0
4. 0	11. 51,1	11. 30	4. 34,3	38. 0	1. 13,0	80. 0	0. 10,0
4. 10	11. 28,9	11. 45	4. 28,6	39. 0	1. 10,4	81. 0	0. 9,0
4. 20	11. 7,9	12. 0	4. 23,2	40. 0	1. 7,9	82. 0	0. 8,0
4. 30	10. 48,0	12. 20	4. 16,1	41. 0	1. 5,5	83. 0	0. 7,0
4. 40	10. 29,2	12. 40	4. 9,4	42. 0	1. 3,3	84. 0	0. 6,0
4. 50	10. 11,3	13. 0	4. 3,0	43. 0	1. 1,1	85. 0	0. 5,0
5. 0	9. 54,3	13. 20	3. 56,9	44. 0	0. 59,0	86. 0	0. 4,0
5. 10	9. 38,2	13. 40	3. 52,1	45. 0	0. 57,0	87. 0	0. 3,0
5. 20	9. 22,8	14. 0	3. 43,5	46. 0	0. 55,0	88. 0	0. 2,0
5. 30	9. 8,0	14. 20	3. 40,1	47. 0	0. 53,1	89. 0	0. 1,0
5. 40	8. 54,0	14. 40	3. 34,9	48. 0	0. 51,2	90. 0	0. 0,0
5. 50	8. 40,6	15. 0	3. 29,9	49. 0	0. 49,4		
6. 0	8. 27,8	15. 30	3. 23,7	50. 0	0. 47,6		
6. 10	8. 14,9	16. 0	3. 16,9	51. 0	0. 45,9		

Réfraction (*Nivell.*) eſt la briſure du rayon de lumière, lorſqu'il change de milieu; on s'apperçoit en nivellant de ces effets cauſés par les *réfractions* qui dérangent le rayon viſuel, & on a fait des tables pour corriger l'excès du niveau apparent ſur le vrai niveau, qui eſt aſſez conſidérable, dans certains cas pour qu'on doive en tenir compte. (*K*)

REFRANGIBILITÉ, *voyez le Dictionnaire de Phyſique.*

RÈGLE, ſ. f. (*Géom.*) un inſtrument fort ſimple, ordinairement fait de bois fort dur, & qui eſt mince, étroit & droit; on s'en ſert pour tirer des lignes droites. *Voyez* Ligne.

La *règle* eſt l'inſtrument le plus en uſage dans tous les arts méchaniques; pour s'aſſurer ſi elle eſt juſte ou non, on tire d'abord, par le moyen de la *règle*, une ligne droite ſur le papier; enſuite on renverſe la *règle* de manière que le bout qui étoit à droite, tombe à gauche, & réciproquement, & on tire de nouveau une ligne droite le long de la *règle*; ſi cette nouvelle ligne droite ſe confond exactement avec la première, la *règle* eſt bonne.

La *règle* des tailleurs de pierre eſt ordinairement longue de quatre piés, & diviſée en piés & en pouces.

La *règle* des maçons eſt longue de 12 ou 15 piés; on l'applique au-deſſous du niveau, pour dreſſer ou pour bien aligner les rangs de pierres, dont on ſe ſert dans la conſtruction des bâtimens, pour rendre les piés droits égaux, &c.

Manière de vérifier les règles; pour vérifier une *règle* avec grand ſoin, on emploie quelquefois une lunette qu'on fait gliſſer ſur la *règle*: pour cela on fait une croix de fer ou de cuivre: à l'extrêmité de cette croix, on ajuſte deux oreilles de même matière, percées chacune d'un trou rond pour recevoir les tourillons de la lunette, leſquels doivent entrer juſte dans ces trous; à l'autre extrêmité ſont deux pareilles oreilles, mais qui ne ſont point percées; ces deux oreilles ſont jointes enſemble par le haut par une traverſe, dans laquelle entre une vis; aux deux extrêmités de la traverſe, ſont des charnières ou des anneaux auxquels ſont acrochés des targettes. Au point où ces deux barres ſe réuniſſent eſt attachée une lentille ou ſphère peſante, qui ſert à tenir toute la machine en équilibre, ſur des couteaux parfaitement polis qui ſont attachés avec des vis au-deſſous de la longue barre, & ſur leſquels elle doit gliſſer le long de la *règle*. Il y a encore un reſſort fixé par une vis, dont la pointe entre dans le chaſſis, & répond directement au-deſſous de la vis. Cette partie de la machine ainſi conſtruite, on ajuſte la lunette ſur la traverſe, en faiſant entrer les tourillons dans les trous des oreilles qui leur ſont deſtinés; l'autre boîte de la lunette, qui contient un réticule, doit entrer dans le chaſſis, dont on ôte pour cette raiſon la traverſe que l'on remet enſuite; en ſorte que la boîte appuie par ſa face inférieure ſur le reſſort, & du côté ſupérieur contre la vis, avec laquelle on la peut baiſſer ou élever à ſon gré.

Pour ſe ſervir de cette machine, il faut établir ſolidement la *règle*, que l'on veut vérifier, ſur deux tréteaux de bois ou de fer, ou encore mieux ſur deux blocs de pierre de taille, & le tout ſur une terraſſe ſolide; comme, par exemple, le terre-plein d'un rempart ou une terraſſe de jardin, & diriger la *règle* poſée de champ vers un objet apparent & éloigné, comme le ſommet d'un clocher; quand la *règle* ſera en place, on montera deſſus la machine garnie de ſa lunette, & regardant dedans, on fera tomber, ſur un point de l'objet, la croiſée des fils du réticule, au moyen de la vis qui ſert à hauſſer ou baiſſer cette extrêmité de la lunette, on regardera, par exemple, la tête du coq qui eſt au ſommet d'un clocher; en ſorte que le fil horizontal raſe exactement le haut de la tête ou tel autre point de l'objet que l'on voudra choiſir; la machine en cet état, on attachera une ficelle dans un trou qui eſt à l'extrêmité de la longue barre du bâtis; cette ficelle paſſera ſur la poulie d'un chevalet, ſcellé dans la même direction; la ficelle, après avoir paſſé ſur la poulie, s'enroulera ſur l'arbre d'une roue dentée, qui eſt menée par un pignon, dont l'axe eſt garni d'une manivelle qu'une perſonne doit tourner.

Si la machine eſt tellement placée ſur la *règle*, que le couteau non-tranchant, mais très-poli, ſoit près l'extrêmité de la *règle*, la lunette étant dirigée au point reconnoiſſable d'un objet éloigné; ſi alors quelqu'un tourne la manivelle, il tirera, par le moyen de la ficelle, tout le train de la machine le long de la *règle*; l'obſervateur qui s'approche à meſure que la lunette s'éloigne de lui, doit obſerver ſi le fil horizontal couvre toujours le même point de l'objet; ſi cela arrive, on eſt aſſuré d'avoir une *règle* parfaite; mais il faut que l'axe optique de la lunette ſoit bien parallèle à la *règle*. *Voyez* Lunette d'épreuve.

Si au contraire, l'objet paroît monter dans la lunette, on eſt ſûr que le couteau qui la porte eſt tombé dans quelque creux, au lieu de ſuivre la direction parallèle à la ligne, qui va du centre du réticule à l'objet. Si l'objet paroît baiſſer, on eſt ſûr que le couteau eſt monté ſur une boſſe; connoiſſant ainſi les points hauts & bas de la *règle*, il eſt facile d'y apporter remède, en réduiſant tous les points de la *règle* au niveau des plus bas obſervés.

La plus petite différence devient ſenſible; car ſans parler de l'amplification que les verres de la lunette peuvent apporter, les variations obſervées ſeront toujours multiples de celles du couteau, à raiſon de la longueur de la lunette.

Règle, ſignifie *dans l'Arithmétique*, une opération que l'on fait ſur des nombres donnés pour trouver des ſommes ou des nombres inconnus; & *Voyez*

par le moyen de laquelle on a abrégé les calculs dans le Commerce, dans l'Astronomie, *&c.*

Chaque *règle* d'Arithmétique a son nom particulier, qui répond à l'usage auquel la *règle* est destinée. Les quatre premières *règles*, qui servent de fondement à toutes les autres, sont nommées *addition*, *soustraction*, *multiplication* & *division*. *Voyez* chacune de ces *règles* à son *article*, ADDITION, SOUSTRACTION, *&c.*

De ces quatre *règles* naissent plusieurs autres; savoir la *règle* de trois ou de proportion, qu'on appelle aussi *règle d'or*, & qu'on distingue en directe & inverse, en simple & en composée; la *règle* de cinq; la *règle* de compagnie, simple & composée; la *règle* d'alliage de quelque espece que ce soit; la *règle* de change; la *règle* de fausse position, simple & double. Il faut ajouter à ces *règles*, l'approximation, les combinaisons, l'extraction des racines, la *règle* d'escompte, la réduction, *&c.* *Voyez* ces *mots*, *&c.*

La *règle* de trois, ou de proportion, communément appellée *règle d'or*, est une *règle* par laquelle on cherche un nombre qui soit en proportion avec trois nombres donnés. *Voyez* PROPORTION.

On demande, par exemple, si trois degrés de l'équateur font 70 lieues, combien de lieues feront 360 degrés? c'est-à-dire, combien la circonférence de la terre aura-t-elle de lieues?

Voici la *règle* : multipliez le second terme 70 par le troisième 360, & divisez le produit 25200 par le premier terme 3, le quotient 8400 est le quatrième terme qu'on cherche.

Cette *règle* est d'un usage fort étendu tant dans la vie civile que dans les sciences; mais elle n'a lieu que quand on reconnoît la proportion des nombres donnés. Supposons, par exemple, qu'un grand vaisseau plein d'eau se vuide par une petite ouverture, de manière qu'il s'en écoule trois piés cubes d'eau en deux minutes, & qu'on demande en combien de tems il s'en écouleroit cent piés cubes; il y a à la vérité dans cette question, trois termes donnés, & un quatrième qu'on cherche; mais l'expérience fait voir évidemment que l'eau s'écoule plus vîte au commencement qu'elle ne fait par la suite; d'où il résulte que la quantité d'eau qui s'écoule n'est pas proportionnelle au tems, & que par conséquent la question présente ne sauroit être résolue par une simple *règle* de trois.

Toutes les choses qui sont l'objet du commerce sont proportionnelles à leur prix; le double de marchandises coûte le double d'argent : ainsi, le prix d'une certaine quantité de marchandises étant donné, on trouvera, par une *règle* de trois, le prix d'une autre quantité donnée de marchandises de la même espèce. Par exemple, si 3 livres pesant coûtent 7 s. combien coûteront 30 livres? Dites: 3 liv. est à 30 liv. comme 17 s. prix du terme, est au prix cherché du second : écrivez donc ainsi les trois termes,

3 liv. — 30 liv. — 17 s.

17 { 3
510 { 170 s. = 8 ₶ 10 s.

On peut faire aussi la question suivante : si 3 l. pesant sont achetées 17 s. combien aura-t-on de livres pesant pour 170 sols? Dites, 17 s. est à 170 s. comme 3 liv. pesant est au nombre qu'on cherche :

17 s. — 170 s. — 3 liv.

3 { 17
510 { 30
51
00

Si les termes donnés sont hétérogènes, c'est-à-dire, s'il s'y rencontre des fractions, il faut réduire alors ces nombres à l'homogénéité, ou à la même dénomination; savoir les livres en sols, les sols en deniers, *&c.* les heures en minutes, *&c.* *Voyez* RÉDUCTION.

Exemple : si 3 livres 4 onces coûtent 2 s. 4 d. que doivent coûter 2 livres? Voici l'opération :

16	16	12
3	2	2
48	32onc.	24
4		4
52onc.		28 d.

d'où l'on tire 52onc. . 32onc. :: 28 . x ainsi l'on a

32
×
28
256
64 { 52
896 { 17d. + $\frac{12}{52}$ ou $\frac{6}{26}$ ou $\frac{3}{13}$ d.
52
376
364
12.

C'est-à-dire, qu'il faut réduire les livres en onces, & les sols en deniers, & résoudre ensuite la question proposée par la *règle* de trois commune.

Dans plusieurs des questions de commerce qui peuvent se résoudre par la *règle* de trois, il y a souvent des méthodes abregées par lesquelles on en vient à bout plus facilement que par la *règle* même. Ces méthodes ou *règles* particulières sont appellées *pratiques*, parce qu'au moyen de ces *règles*, on expédie plus promptement l'opération qu'on se propose.

La *règle* de trois inverse est celle où l'ordre naturel des termes est renversé. Par exemple, si 100 hommes bâtissent une maison en deux ans, on demande en combien de tems 200 hommes bâtiront la même maison; la *règle* consiste à multiplier le premier terme 100 par le second 2, & diviser le produit par le troisième terme 200; le quotient 1 est le nombre d'années qu'on cherche.

200 hom. — 100 hom. — 2 ans.

$$\frac{2}{200}\left\{\frac{200}{1\text{ an.}}\right.$$

La *règle* de cinq, ou *règle* de trois composée, est celle où il faut faire deux *règles* de trois pour parvenir à la solution. Par exemple, si 300^{tt} en deux ans produisent 30^{tt} d'intérêt, combien 1000^{tt} en produiront-ils en douze ans ?

Il faut d'abord trouver, par une *règle* de trois, quel intérêt 1000^{tt} produiront en deux ans, ensuite trouver, par une seconde *règle*, quel intérêt la même somme produira en douze ans.

Cette *règle* est regardée, par les auteurs d'Arithmétique, comme une *règle* particulière, mais sans nécessité; car la meilleure manière de la résoudre, est d'employer une double *règle* de trois, comme nous venons de dire, & comme on le voit dans l'exemple suivant. Exemple, $300 \times 2 . 30 :: 1000 \times 12 . x$, faisant donc $\frac{30 \times 100 \times 10 \times 2 \times 6}{30 \times 10 \times 2} = 600$; il est clair que 600^{tt} est l'intérêt cherché; où vous voyez que pour résoudre ces sortes de questions, on peut ne faire qu'une seule *règle* de trois; car 300^{tt} produisent le même intérêt en deux ans, que deux fois 300^{tt} en un an; & douze fois 1000^{tt} produisent le même intérêt en un an, que 1000^{tt} en douze ans. Par conséquent, mettant à part la circonstance du tems, dites, si deux fois 300, c'est-à-dire, 600, donnent 36^{tt} d'intérêt en un an, combien produiront d'intérêt en un an, douze fois 1000, c'est-à-dire, 12000.

600 — 12000 — 36.

$$\begin{array}{r} 36 \\ \hline 72000 \\ 36000 \\ \hline 432|00 \end{array}\left\{\frac{6|00}{720^{tt}\text{ int.}}\right.$$

(*E*)

REGLE, (*Astron.*) *Norma*, constellation méridionale introduite par la Caille (*cœlum australe stelliferum*); elle est située avec l'équerre au-dessous de la queue du scorpion. La principale étoile de cette constellation est de cinquième grandeur, son ascension droite étoit en 1750 de $243^d\ 46'$, & sa déclinaison de $34^d\ 8'$ australe; ainsi elle est visible à Paris. (*D. L.*)

RÉGULIER, *en terme de Géométrie;* une figure *régulière* est celle dont tous les côtés & tous les angles sont égaux entr'eux. *Voyez* FIGURE.

Le triangle équilatéral & le quarré, sont des figures *régulières. Voyez* QUARRÉ & TRIANGLE. Toutes les autres figures *régulieres* qui ont plus de quatre côtés, sont appellés *polygones réguliers. Voyez* POLYGONE. Il n'y a point de figure *régulière* qu'on ne puisse inscrire dans le cercle. *Voyez* CERCLE. Sur les propriétés, des figures *régulières, voyez* POLYGONE.

Un corps *régulier*, que l'on appelle aussi *corps platonique*, est un solide terminé de tous côtés par des plans *réguliers* & égaux, & dont tous les angles solides sont égaux. *V.* CORPS, PLAN & SOLIDE.

Il n'y a que cinq corps *réguliers*, savoir l'*exahèdre* ou le *cube*, qui est composé de six quarrés égaux; le *tétrahèdre*, de quatre triangles équilatéraux; l'*octahèdre*, de huit; le *dodecahèdre*, de douze pentagones; & l'*icosahèdre*, de vingt triangles équilatéraux. *V.* CUBE, TÉTRAHEDRE, OCTAHEDRE, &c. Ces cinq corps sont les seuls de cette espèce qui existent dans la nature.

Manière de mesurer la surface & la solidité des cinq corps réguliers. On a donné la méthode de trouver la solidité du cube au *mot* CUBE. Le *tétrahèdre* étant une pyramide, & l'*octahèdre* une double pyramide; l'*icosahèdre* étant composé de vingt pyramides triangulaires, & le *dodécahèdre* un solide compris sous douze pyramides à cinq angles, dont les bases sont dans la surface de l'icosahèdre & du dodécahèdre, & les sommets au centre; on peut trouver la solidité de ces corps par les règles que nous avons données au mot *pyramide. Voyez* PYRAMIDE. On a leur surface en trouvant celle d'un des plans au moyen des lignes qui le terminent (*voyez* TRIANGLE); & en multipliant l'aire ainsi trouvée par le nombre dont le corps reçoit sa dénomination; par exemple, par 4 pour le tétrahèdre, par 6 pour l'exahèdre ou cube, par 8 pour l'octahèdre, par 12 pour le dodécahèdre, & par 20 pour l'icosahèdre. Le produit donnera la surface de ces solides. *Voyez* AIRE & SUPERFICIE.

Proportion de la sphère & des cinq corps réguliers *qui y sont inscrits, le diamètre de la sphère étant supposé égal à 2a, & le rapport de la circonférence au diamètre* $= \Pi$.

La circonférence d'un grand cercle est ... $2\Pi a$
Surface d'un grand cercle .... Πa^2
Surface de la sphère .... $4\Pi a^2$
Solidité de la sphère .... $\frac{4\Pi a^3}{3}$
Côté du tétrahèdre .... $\frac{3a}{2}$
Surface du tétrahèdre......... $\frac{9a^2}{4}\sqrt{3}$
Solidité du tétrahèdre......... $\frac{3a^3}{8}\sqrt{3}$
Côté de l'hexahèdre............. $\frac{a}{3}\sqrt{10}$
Surface de l'exahèdre.................... $\frac{20a^2}{3}$
Solidité de l'hexahèdre.................. $\frac{40a^3}{27}$
Côté de l'octahèdre.................. $\frac{a}{4}\sqrt{21}$
Surface de l'octahèdre........... $\frac{21a^2}{8}\sqrt{3}$
Solidité de l'octahèdre........... $\frac{21a^3}{32}\sqrt{3}$
Côté du dodécahèdre. $\frac{a}{6}\sqrt{\frac{11\sqrt{5}}{2}}\sqrt{\sqrt{5}-1}$
Surface du dodécahèdre, $\frac{55a}{12}\sqrt{\frac{\sqrt{5}}{2}}\sqrt{1+\sqrt{5}}$

Solidité du dodécahèdre. $\frac{275\,a^3}{216}\sqrt{\frac{\sqrt{5}}{2}}\sqrt{1+\sqrt{5}}$

Côté de l'icoſahèdre............ $\frac{a}{10}\sqrt{57}$

Surface de l'icoſahèdre.......... $\frac{57\,a^2}{20}\sqrt{3}$

Solidité de l'icoſahèdre......... $\frac{171\,a^3}{200}\sqrt{3}$

Suppoſé que l'on veuille tirer un de ces corps d'une ſphère de quelque autre diamètre, on fera la proportion ſuivante : comme le diamètre de la ſphère $2a$ eſt au côté du ſolide qui lui eſt inſcrit (ſuppoſons le cube $\frac{a}{3}\sqrt{10}$), de même le diamètre de telle autre ſphère qu'on voudra (ſuppoſons 8) eſt à x, qui ſera le côté du cube inſcrit dans cette dernière ſphère.

REGULUS, *Aſtronomie*; c'eſt le nom d'une étoile de la première grandeur, qui eſt dans la conſtellation du lion; on l'appelle auſſi baſiliſcus & *cœur du lion*; les Arabes la nomment *Kalbelaſit*; elle eſt ſituée tout près de l'écliptique.

RELATION, ſ. m. (*Géom.*) Quand on connoît une courbe par l'équation entre ces co-ordonnées; on dit quelqueſois que la *relation* entre ces co-ordonnées eſt donnée; on peut dire encore que l'équation d'une courbe exprime la *relation* entre ces co-ordonnées ; ce mot ne s'emploie guères dans d'autres occaſions.

REMBOURSEMENT DE RENTES VIAGERES, (*calcul des probabilités*). La théorie de ces rentes ſera expoſée à l'article *Viagères*, nous nous bornerons ici à examiner ſuivant quels principes on doit ſe conduire dans le cas où le contrat d'une de ces rentes ſeroit déclaré nul, ou bien dans le cas où celui qui la doit auroit fait une banqueroute.

Il eſt clair que ces deux cas ſont différens ; dans le premier, le propriétaire de la rente n'a droit qu'à la ſomme qu'il a payée; dans le ſecond, il conſerve tous ceux que la convention a pu lui donner.

PREMIER CAS.

Soit I la ſomme payée, a la valeur de la rente viagère, n le nombre d'années qu'elle a été payée, c la valeur d'une ſomme I payable ſeulement au bout d'une année au taux d'intérêt commun, la valeur de la ſomme d'argent touchée par le propriétaire de la rente, rapportée au moment où il a donné le fonds, ſera égale à

$a.(c+c^2+c^3+\ldots+c^n)=a.\frac{1-c^{n+1}}{1-c}$, ce qui

lui reſte dû ſera donc $1-a.\frac{1-c^{n+1}}{1-c}$, quantité qui peut être négative : & cette même ſomme, rapportée à l'époque où la convention eſt déclarée

nulle, ſera par conſequent $\frac{1-a.\frac{1-c^{n+1}}{1-c}}{c^n}$.

Nous prenons ici l'intérêt égal à l'intérêt commun, (*Voyez l'article* VALEUR MOYENNE,) parce que la convention étant déclarée nulle, le propriétaire de la rente ne doit ni profiter de l'avantage, ni ſouffrir du déſavantage qui peut réſulter pour lui de la convention.

DEUXIEME CAS.

1. Nous croyons, que, dans cette ſeconde hypothèſe, la rente ne doit pas être continuée, mais rembourſée. En effet, la convention ne pouvant plus être exécutée de la même manière & ſous la même forme, la valeur réſultante de la convention doit devenir exigible, ou ceux auxquels cette valeur appartient doivent être forcés à la recevoir.

2. Nous penſons encore que l'on doit calculer cette valeur d'après le taux d'intérêt ſur lequel l'emprunt a été fait, parce que dans ce cas le propriétaire de la rente, en changeant la forme de ſa propriété, ne doit cependant perdre aucun des avantages qu'il s'étoit procuré par cette convention, & doit en ſupporter tous les déſavantages.

3. Par la même raiſon, on ne doit pas, comme dans la première hypothèſe, le rapporter au moment où la ſomme a été prêtée & défalquer les ſommes déjà reçues, parce que l'avantage qui réſulte pour le prêteur d'avoir reçu juſqu'au moment préſent, eſt une ſuite de la convention, & qu'il doit en profiter.

Soit donc (*voyez article* PROBABILITÉ) n l'âge du créancier lorſque la rente a été fondée, a la rente, on aura la valeur de c pour cette rente par l'équation

$$1=\frac{a\left(c\left(p^{''q}+1\right)+\overline{c+c^2}\left(p^{''q-1}+1\right)\ldots+c\frac{1-c^q}{1-c}(p'+1)\right)}{p+q}$$

& n' étant le nombre d'années écoulées, on aura la valeur de la rente exprimée par

$$a.\frac{\left(c\left(p^{''q-n'}+1\right)+\overline{c+c^2}\left(p^{''q-n'-1}+1\right)\ldots+c.\frac{1-c^q}{1-c}\left(p^{'q-n'}+1\right)\right)}{p^{''q-n}\ldots\ldots+p'+q-n'}$$

REMOUS, ſ. m. (*Hyd.*) mouvement particulier qu'on obſerve dans l'eau des fleuves.

Il y en a de deux eſpèces; le premier eſt produit par une force vive, telle qu'eſt celle de l'eau de la mer dans les marées, qui non-ſeulement s'oppoſe comme obſtacle au mouvement de l'eau du fleuve, mais comme corps en mouvement, & en mouvement contraire & oppoſé à celui du courant du fleuve : ce *remous* fait un contre-courant d'autant plus ſenſible que la marée eſt plus forte. L'autre eſpèce de *remous* n'a pour cauſe qu'une force morte, comme eſt celle d'un obſtacle, d'une avance de terre, d'une île dans la rivière, *&c.* Quoique ce *remous* n'occaſionne pas ordinairement un contre-courant ſenſible, il l'eſt cependant aſſez pour être reconnu, & même pour fatiguer les conducteurs de bateaux ſur les rivières. Si cette

eſpèce de *remous* ne fait pas toujours un contre-courant, il produit néceſſairement ce que les gens de rivière appellent *une morte*, c'eſt-à-dire, *des eaux mortes*, qui ne coulent pas comme le reſte de la rivière, mais qui tournent de façon que quand les bateaux y ſont entraînés, il faut beaucoup de force pour les en faire ſortir. Ces eaux mortes ſont fort ſenſibles dans toutes les rivières rapides au paſſage des ponts. La vîteſſe d'une rivière augmente au paſſage d'un pont, dans la raiſon inverſe de la largeur des arches à la largeur totale de la rivière.

L'augmentation de la vîteſſe de l'eau étant donc très-conſidérable en ſortant de l'arche d'un pont, celle qui eſt à côté du courant eſt pouſſée latéralement & de côté contre les bords de la rivière, & par cette réaction il ſe forme un mouvement de tournoiement, quelquefois très-fort. Lorſque ce tournoiement, cauſé par le mouvement du courant & par le mouvement oppoſé de *remous*, eſt fort conſidérable, cela forme une eſpèce de petit gouffre; & l'on voit ſouvent dans les rivières rapides, à la chûte de l'eau au-delà des arrières-becs des piles d'un pont, qu'il ſe forme de ces petits gouffres ou tournoiement d'eau.

RENARD, (*Aſtron.*) *vulpecula*, conſtellation boréale introduite par Hévélius pour raſſembler quelques étoiles informes, ſituées entre le cygne & le dauphin, mais qui ſont peu remarquables; elle eſt nouée avec l'oie, ANSER.

RENVERSANT, (*Alg.*) *ou plutôt en renverſant, invertendo*; c'eſt une expreſſion dont on ſe ſert pour marquer un certain changement que l'on fait dans la diſpoſition des termes d'une proportion. Par exemple, ſi l'on a cette proportion, $2.6 :: 3.9$; ou $b.c :: d.f$, l'on aura en renverſant, *invertendo*, $6.2 :: 9.3$, ou $c.b :: f.d$, en mettant les antécédens à la place des conſéquens, & les conſéquens à la place des antécédens. (*E*)

RENVERSÉ, adj. (*Math.*) une raiſon *renverſée*, eſt la même choſe qu'une raiſon *réciproque*. *Voyez* RÉCIPROQUE, RAISON, DIRECT & INVERSE. (*E*)

RENVERSEMENT, (*Aſtron.*) manière de vérifier les quarts de cercle en mettant en bas la partie ſupérieure, pour obſerver la hauteur du même objet dans les deux ſens différens. *Voyez* QUART DE CERCLE.

REPERCUSSION, *terme de Méchanique*, qui ſignifie la même choſe que *réflexion*. *Voyez* RÉFLEXION.

REPOS, ſ. m. (*Méchan.*), c'eſt l'état d'un corps qui demeure toujours dans la même place, ou ſon application continuelle, ou ſa contiguité avec les mêmes parties de l'eſpace qui l'environnent. *V.* ESPACE. Le repos eſt ou abſolu ou relatif, de même que le lieu. *V.* LIEU. On définit encore le *repos*, l'état d'une choſe ſans mouvement; ainſi le *repos* eſt ou abſolu ou relatif, de même que le mouvement. *Voyez* MOUVEMENT.

Neuton définit *repos* abſolu, l'état continué d'un corps dans la même partie de l'eſpace abſolu & immuable, & le *repos* relatif, l'état continué d'un corps dans une même partie de l'eſpace relatif; ainſi dans un vaiſſeau qui fait voile, le *repos* relatif eſt l'état continué d'un corps dans le même endroit du vaiſſeau, & le *repos* vrai ou abſolu eſt ſon état continué dans la même partie de l'eſpace abſolu, dans laquelle le vaiſſeau & tout ce qu'il renferme eſt contenu. Si la terre eſt réellement & abſolument en *repos*, le corps relativement en *repos* dans le vaiſſeau ſera mu réellement & abſolument, & avec la même vîteſſe que le vaiſſeau; mais ſi la terre ſe meut, le corps dont il s'agit aura un mouvement abſolu & réel, qui ſera occaſionné en partie par le mouvement réel de la terre dans l'eſpace abſolu, & en partie par le mouvement relatif du vaiſſeau ſur la mer. Enfin ſi le corps eſt auſſi mu relativement dans le vaiſſeau, ſon mouvement réel ſera compoſé en partie du mouvement réel de la terre dans l'eſpace immuable, en partie du mouvement relatif du vaiſſeau ſur la mer, & en partie du mouvement propre du corps dans le vaiſſeau: ainſi, ſi la partie de la terre où eſt le vaiſſeau ſe meut vers l'orient avec une vîteſſe de 10010 degrés, & que le vaiſſeau ſoit porté par les vents vers l'occident avec 10 degrés, & qu'en même tems un homme marche dans le vaiſſeau vers l'orient avec un degré de vîteſſe, cet homme ſera mu réellement & abſolument dans l'eſpace immuable vers l'orient avec 10001 degrés de vîteſſe, & relativement à la terre avec 9 degrés de vîteſſe vers l'occident.

On voit par conſéquent qu'un corps peut être dans un *repos* relatif, quoiqu'il ſoit mu d'un mouvement commun relatif; car les marchandiſes qui ſont dans un vaiſſeau à voile ou dans une barque y repoſent d'un *repos* relatif, & ſont mues d'un mouvement relatif commun, c'eſt-à-dire, avec le vaiſſeau même dont elles font comme partie.

Il ſe peut auſſi qu'un corps paroiſſe mu d'un mouvement relatif propre, quoiqu'il ſoit cependant dans un *repos* abſolu. Suppoſons qu'un vaiſſeau faſſe voile d'orient en occident, & que le pilote jette d'occident en orient une pierre qui aille avec autant de vîteſſe que le vaiſſeau même, mais qui prenne un chemin tout oppoſé; cette pierre paroîtra, à celui qui eſt dans le vaiſſeau, avoir autant de vîteſſe que le vaiſſeau, mais celui qui eſt ſur le rivage & qui la conſidère, verra cette même pierre, & elle eſt effectivement, dans un *repos* abſolu, puiſqu'elle ſe trouve toujours dans la même portion de l'eſpace. Comme cette pierre eſt pouſſée d'orient en occident à l'aide du mouvement du vaiſſeau, & qu'elle eſt pouſſée avec la même vîteſſe d'occident en orient par la force de celui qui la jette, il faut que ces deux mouvements, qui ſont égaux & qui ſe détruiſent l'un l'autre, laiſſent de cette manière la pierre dans un *repos* abſolu.

Les philoſophes ont agité la queſtion, ſi le *repos*

eſt quelque choſe de poſitif ou une ſimple privation. *Voyez ſur cela l'article* MOUVEMENT.

C'eſt un axiome de philoſophie, que la matière eſt indifférente au *repos* ou au mouvement; c'eſt pourquoi Neuton regarde comme une loi de la nature que chaque corps perſévère dans ſon état de *repos* ou de mouvement uniforme, à moins qu'il n'en ſoit empêché par des cauſes étrangères. *Voyez* LOIS DE LA NATURE, *au mot* NATURE. Les Cartéſiens croient que la dureté des corps conſiſte en ce que leurs parties ſont en *repos* les unes auprès des autres, & ils établiſſent ce *repos* comme le grand principe de cohéſion, par lequel toutes les parties ſont liées enſemble. *V.* DURETÉ. Ils ajoutent que la fluidité n'eſt autre choſe que le mouvement inteſtin & perpétuel des parties. Pour éviter l'embarras que la diſtinction de *repos* abſolu & *repos* relatif mettroit dans le diſcours, on ſuppoſe ordinairement, lorſqu'on parle du mouvement & du *repos*, que c'eſt d'un mouvement & d'un *repos* abſolu; car il n'y a de mouvement réel que celui qui s'opère par une force réſidente dans le corps qui ſe meut, & il n'y a de repos réel que la privation de cette force.

Il n'y a point dans ce ſens de *repos* dans la nature, car toutes les parties de la matière ſont toujours en mouvement, quoique les corps qu'elles compoſent puiſſent être en *repos*; ainſi, on peut dire qu'il n'y a point de *repos* interne.

Il n'y a point de degrés dans le *repos* comme dans le mouvement, car un corps peut ſe mouvoir plus ou moins vîte, mais quand il eſt une fois en *repos*, il n'y eſt ni plus ni moins. Cependant le *repos* & le mouvement ne ſont ſouvent que relatifs pour nous; car les corps que nous croyons en *repos*, & que nous voyons comme en *repos*, n'y ſont pas toujours.

Un corps qui eſt en *repos* ne commence jamais de lui-même à ſe mouvoir. Car preſque toute matière eſt douée de la force paſſive, par laquelle elle réſiſte, elle ne peut ſe mouvoir d'elle-même. Pour que le mouvement ait lieu, il faut donc une cauſe qui mette ce corps en mouvement. Ainſi, tout corps en *repos* reſteroit éternellement en *repos* ſi quelque choſe ne le mettoit en mouvement, comme il arrive; par exemple, lorſque je retire une planche ſur laquelle une pierre eſt poſée, ou que quelque corps en mouvement communique ſon mouvement à un autre corps, comme lorſqu'une bille de billard pouſſe une autre bille. C'eſt par le même principe qu'un corps en mouvement ne ceſſeroit jamais de ſe mouvoir, ſi quelque cauſe n'arrêtoit ſon mouvement en conſumant ſa force; car la matière réſiſte également au mouvement & au repos par ſon inertie; d'où réſulte cette loi générale : un corps perſévère dans l'état où il ſe trouve, ſoit de *repos*, ſoit de mouvement, à moins que quelque cauſe ne le tire de ſon mouvement ou de ſon *repos*. (*Cet art. eſt de M.* FORMEY.)

* Il y a des auteurs qui diſtinguent le *repos* de l'équilibre; un corps eſt en équilibre, diſent-ils, quand il eſt ſollicité par pluſieurs forces qui ſe détruiſent mutuellement, & par conſéquent ne produiſent aucun mouvement; il eſt en repos quand il n'eſt ſollicité par aucunes forces.

REPRISE, ſ. f. (*Hyd.*) On dit que l'eau va par *repriſe*, lorſqu'élevée dans une machine hydraulique, elle ſe rend dans un puiſard ou dans une bâche, d'où une autre pompe l'élève encore plus haut. C'eſt auſſi, dans le cours d'une conduite, l'eau qui ſort d'un regard pour reprendre ſa route dans une autre pierrée.

RESECTE, ſ. f. *en Géométrie*, eſt la portion AT (*fig.* 11, *analyſe*), de l'axe d'une courbe, intercepté entre le point A, ſommet de la courbe, ou origine des co-ordonnées; & le point T, où la tangente MT rencontre l'axe AC, prolongé s'il eſt néceſſaire; ſoit $MP = y$, $AP = x$, on ſait, (*Voyez* SOUTANGENTE) que la ſoutangente PT, eſt égale à $\frac{y\,dx}{dy}$. Donc la *reſecte* AT eſt égale à $\frac{y\,dx}{dy} - x$. (O)

RÉSISTANCE, ſ. f. (*Méchanique*) ſe dit en général d'une force ou puiſſance qui agit contre une autre, de ſorte qu'elle détruit ou diminue ſon effet. *Voyez* PUISSANCE. Il y a deux ſortes de *réſiſtances* qui viennent des différentes propriétés des corps réſiſtans, & qui ſont réglées par différentes lois; ſavoir, la *réſiſtance* des ſolides & la *réſiſtance* des fluides, ce qui va être expliqué dans les *articles* ſuivans.

La *réſiſtance* des ſolides (nous ne parlerons point ici de celle qui a lieu dans la percuſſion. *Voyez* PERCUSSION), c'eſt la force avec laquelle les parties des corps ſolides, qui ſont en repos, s'oppoſent au mouvement des autres parties qui leur ſont contiguës; cela ſe fait de deux manières, 1.° quand les parties réſiſtantes & les parties réſiſtées, c'eſt-à-dire, les parties contre leſquelles la *réſiſtance* s'exerce (qu'on nous paſſe ce terme à cauſe de ſa commodité), & qui ſont contiguës, ne ſont point adhérentes les unes avec les autres, c'eſt-à-dire, quand ce ſont des maſſes ou des corps ſéparés. Cette *réſiſtance* eſt celle que M. Leibnitz appelle *réſiſtance des ſurfaces*, & que nous appellons proprement *friction* ou *frottement*; comme il eſt très-important de la connoître en Méchanique, *voyez* les lois de cette *réſiſtance* à *l'article* FROTTEMENT.

Le ſecond cas de *réſiſtance*, c'eſt quand les parties réſiſtantes, & les réſiſtées, ne ſont pas ſeulement contiguës, mais quand elles ſont adhérentes entre elles, c'eſt-à-dire, quand ce ſont les parties d'une même maſſe ou d'un même corps. Cette *réſiſtance* eſt celle que nous appellons proprement *rénitence*, & qui a été premièrement remarquée par Galilée, *théorie de la* réſiſtance des fibres *des corps ſolides*.

Pour avoir une idée de cette *réſiſtance* ou de

cette *rénitence* des parties, il faut ſuppoſer d'abord un corps cylindrique ſuſpendu verticalement par une de ſes baſes, en ſorte que ſon axe ſoit vertical, & que la baſe par laquelle il eſt attaché ſoit horizontale. Toutes ces parties étant peſantes tendent en-enbas, & tâchent de ſéparer les deux plans contigus où le corps eſt le plus foible, mais toutes les parties réſiſtent à cette ſéparation, par leur force de cohérence & par leur union: il y a donc deux puiſſances oppoſées, ſavoir le poids du cylindre qui tend à la fracture, & la force de la cohéſion des parties du cylindre qui y réſiſtent. *Voyez* COHÉSION.

Si on augmente la baſe du cylindre ſans augmenter ſa longueur, il eſt évident que la *réſiſtance* augmentera à raiſon de la baſe, mais le poids augmentera auſſi en même raiſon. Si on augmente la longueur du cylindre ſans augmenter la baſe, le poids augmentera, mais la *réſiſtance* n'augmentera pas, conſéquemment ſa longueur le rendra plus foible. Pour trouver juſqu'à quelle longueur on peut étendre un cylindre, d'une matière quelconque, ſans qu'il ſe rompe, il faut prendre un cylindre de la même matière, & y attacher le plus grand poids qu'il ſoit capable de porter, ſans ſe rompre, & on verra par-là de combien il doit être alongé pour être rompu par un poids donné. Car ſoit A le poids donné, B celui du cylindre, L ſa longueur, C le plus grand poids qu'il puiſſe porter, x la longueur qu'on cherche, on aura $A + \frac{Bx}{L} = C$, donc $x = \frac{CL - AL}{B}$. Si une des extrêmités du cylindre eſt plantée horizontalement dans un mur, & que le reſte ſoit ſuſpendu, ſon poids & ſa *réſiſtance* agiront différemment; & s'il ſe rompt par l'action de ſa peſanteur, la fracture ſe fera dans la partie qui eſt la plus proche de la muraille. Un cercle ou un plan contigu à la muraille, & parallèle à la baſe, & conſéquemment vertical, ſe détachera des cercles contigus, & tendra à deſcendre. Tout le mouvement ſe fera autour de l'extrêmité la plus baſſe du diamètre, qui demeurera immobile, pendant que l'extrêmité ſupérieure décrira un quart-de-cercle, juſqu'à ce que le cercle qui étoit ci-devant vertical, devienne horizontal; c'eſt-à-dire, juſqu'à ce que le cylindre ſoit entièrement briſé.

Dans cette fracture du cylindre, il eſt viſible qu'il y a deux forces qui agiſſent, & que l'une ſurmonte l'autre; le poids du cylindre qui vient de toute ſa maſſe, a ſurpaſſé la *réſiſtance* qui vient de la largeur de ſa baſe; & comme les centres de gravité ſont des points dans leſquels toutes les forces qui viennent des poids des différentes parties du même corps, ſont unies & concentrées, on peut concevoir le poids du cylindre entier appliqué dans le centre de gravité de ſa maſſe, c'eſt-à-dire, dans un point du milieu de ſon axe; & Galilée applique de même la *réſiſtance* au centre de gravité de la baſe, ce qui nous fournira plus bas quelques réflexions; mais continuons à développer la théorie, ſauf à y faire enſuite les changemens convenables.

Quand le cylindre ſe briſe par ſon propre poids, tout le mouvement ſe fait ſur une extrêmité immobile du diametre de la baſe. Cette extrêmité eſt donc le point fixe du levier, les deux bras en ſont le rayon de la baſe, & le demi-axe; & conſéquemment les deux forces oppoſées non-ſeulement agiſſent par leur force abſolue, mais auſſi par la force relative, qui vient de la diſtance où elles ſont du point fixe du levier. Il s'enſuit de-là qu'un cylindre, par exemple, de cuivre, qui eſt ſuſpendu verticalement, ne ſe briſera pas par ſon propre poids s'il a moins de 480 perches de longueur, & qu'il ſe rompra étant moins long, s'il eſt dans une ſituation horizontale; dans ce dernier cas, ſa longueur occaſionne doublement la fracture parce qu'elle augmente le poids, & parce qu'elle eſt le bras du levier auquel le poids eſt appliqué.

Si deux cylindres de la même matière, ayant leur baſe & leur longueur dans la même proportion, ſont ſuſpendus horizontalement; il eſt évident que le plus grand a plus de poids que le plus petit, par rapport à la longueur & à ſa baſe, mais il aura moins de *réſiſtance* à proportion; car ſon poids multiplié par le bras du levier eſt comme la quatrième puiſſance d'une de ſes dimenſions, & ſa *réſiſtance* qui eſt comme ſa baſe, c'eſt-à-dire, comme le quarré d'une de ſes dimenſions, agit par un bras de levier, qui eſt comme cette même dimenſion, c'eſt-à-dire, que le moment de la *réſiſtance* n'eſt que comme le cube d'une des dimenſions du cylindre, c'eſt pourquoi il ſurpaſſera le plus petit dans ſa maſſe & dans ſon poids, plus que dans ſa *réſiſtance*, & conſéquemment il ſe rompra plus aiſément.

Ainſi, nous voyons qu'en faiſant des modèles & des machines en petit, on eſt bien ſujet à ſe tromper en ce qui regarde la *réſiſtance* & la force de certaines pièces horizontales, quand on vient à les exécuter en grand, & qu'on veut obſerver les mêmes proportions qu'en petit. La théorie de la *réſiſtance* que nous venons de donner d'après Galilée, n'eſt donc point bornée à la ſimple ſpéculation, mais elle eſt applicable à l'Architecture & aux autres arts.

Le poids propre à briſer un corps placé horizontalement, eſt toujours moins grand que le poids propre à en briſer un placé verticalement; & ce poids devant être plus ou moins fort, ſelon la raiſon des deux bras du levier, on peut réduire toute cette théorie à la queſtion ſuivante, ſavoir quelle partie du poids abſolu, le poids relatif doit être, ſuppoſant la figure d'un corps connue, parce que c'eſt la figure qui détermine les deux centres de gravité, ou les deux bras du levier. Car ſi le corps, par exemple, eſt un cône,

son centre de gravité ne sera pas dans le milieu de l'axe comme dans le cylindre; & si c'est un solide semi-parabolique, son centre de gravité ne sera pas dans le milieu de sa longueur ou de son axe, ni le centre de gravité de sa base, dans le milieu de l'axe de sa base; mais en quelque lieu que soit le centre de gravité des différentes figures, c'est toujours lui qui règle les deux bras du levier; on doit observer que si la base, par laquelle un corps est attaché dans le mur n'est pas circulaire, mais est, par exemple, parabolique, & que le sommet de la parabole soit en haut, le mouvement de fracture ne se fera pas sur un point immobile, mais sur une ligne entière immobile, que l'on appelle *l'axe de l'équilibre*, & c'est par rapport à cette figure que l'on doit déterminer les distances des centres de gravité.

Un corps suspendu horizontalement, étant supposé tel que le plus petit poids ajouté le fasse rompre, il y a équilibre entre son poids & sa *résistance*, & conséquemment ces deux forces opposées sont l'une à l'autre réciproquement comme les deux bras du levier auquel elles sont appliquées.

M. Mariotte a fait une très-ingénieuse remarque sur ce systême de Galilée, ce qui lui a donné lieu de proposer un nouveau systême. Galilée suppose que quand les corps se brisent, toutes les fibres se brisent à-la-fois; de sorte qu'un corps résiste toujours avec la force entière & absolue, c'est-à-dire, avec la force entière que toutes ses fibres ont dans l'endroit où il est brisé; mais M. Mariotte trouvant que tous les corps, & le verre même, s'étendent avant que de se briser, montre que les fibres doivent être considérées comme de petits ressorts tendus qui ne déploient jamais toute leur force, à moins qu'ils ne soient étendus jusqu'à un certain point, & qui ne se brisent jamais que quand ils sont entièrement débandés; ainsi, ceux qui sont plus proches de l'axe de l'équilibre, qui est une ligne immobile, sont moins étendus que ceux qui en sont plus loin, & conséquemment ils emploient moins de force.

Cette considération a seulement lieu dans la situation horizontale d'un corps : car, dans la verticale, les fibres de la base se brisent tout-à-la-fois; ce qui arrive quand le poids absolu du corps, excède de beaucoup la *résistance* unie de toutes les fibres; il est vrai qu'il faut un plus grand poids que dans la situation horizontale, c'est-à-dire, pour surmonter leur *résistance* unie, que pour surmonter leurs différentes *résistances* agissant l'une après l'autre; la différence entre les deux situations, vient de ce que dans la situation horizontale, il y a une ligne ou un point immobile autour duquel se fait la fracture, & qui ne se trouve pas dans la verticale.

M. Varignon montre de plus, qu'au systême de Galilée, il faut ajouter la considération du centre de percussion, & que la comparaison des centres de gravité avec les centres de percussion, jette un jour considérable sur cette théorie. *Voyez* CENTRE.

Dans ces deux systêmes, la base par laquelle le corps se rompt, se meut sur l'axe d'équilibre qui est une ligne immuable dans le plan de cette base; mais dans le second, les fibres de cette base sont inégalement étendues en même raison qu'elles s'éloignent davantage de l'axe d'équilibre, & conséquemment elles déploient une partie plus grande de leur force.

Ces extensions inégales ont un même centre de force où elles se réunissent toutes; & comme elles sont précisément dans la même raison que les vîtesses des différens points d'une baguette mue circulairement, le centre d'extension de la base est le même que le centre de percussion. L'hypothèse de Galilée, dans laquelle les fibres s'étendent également & se baissent tout-à-la-fois, répond au cas d'une baguette qui se meut parallèlement à elle-même, où le centre d'extension ou de percussion est confondu avec le centre de gravité.

La base de fracture étant une surface dont la nature particulière détermine son centre de percussion, il est nécessaire pour le connoître tout-d'un-coup, de trouver sur quel point de l'axe vertical de cette base, le centre dont il s'agit est placé, & combien il est éloigné de l'axe d'équilibre; nous savons en général qu'il agit toujours avec plus d'avantage quand il en est plus éloigné, parce qu'il agit par un plus long bras de levier; ainsi cette inégale *résistance* est plus ou moins forte, selon que le centre de percussion est placé plus ou moins haut sur l'axe vertical de la base, & on peut exprimer cette inégale *résistance* par la raison de la distance qui est entre le centre de percussion & l'axe d'équilibre, & la longueur de l'axe vertical de la base.

Nous avons jusqu'ici considéré les corps comme se brisant par leur propre poids, ce sera la même chose si nous les supposons sans poids & brisés par un poids étranger, appliqué à leurs extrêmités; il faudra seulement observer qu'un poids étranger agit par un bras de levier égal à la longueur entière du corps; au lieu que son propre poids agit seulement par un bras de levier égal à la distance du centre de gravité à l'axe d'équilibre.

Une des plus curieuses, & peut-être des plus utiles questions dans cette recherche, est de trouver quelle figure un corps doit avoir pour que sa *résistance* soit égale dans toutes ses parties, soit qu'on le conçoive comme chargé d'un poids étranger, ou comme chargé seulement de son propre poids; nous allons considérer le dernier cas, par lequel on pourra aisément déterminer le premier; pour qu'un corps suspendu horizontalement résiste également dans toutes ses parties, il est nécessaire de le concevoir comme coupé dans un plan parallèle à la base de fracture du

corps, le poids de la partie retranchée étant à sa *résistance*, en même raison que le poids du tout est à la *résistance* de quatre puissances agissant par leurs bras de leviers respectifs: or le poids d'un corps considéré sous ce point de vue, est son poids entier multiplié par la distance du centre de gravité du corps, à l'axe d'équilibre; & la *résistance* est le plan de la base de fracture, multipliée par la distance du centre de percussion de la base au même axe: conséquemment ces deux quantités doivent toujours être proportionnelles dans chaque partie d'un solide de *résistance* égale.

M. Varignon déduit aisément de cette proposition, la figure du solide qui résistera également dans toutes ses parties; ce solide est en forme de trompette, & doit être fixé dans le mur par sa plus grande extrémité. *Voyez* les *mém. de l'acad. des sciences*, *an.* 1702. (*O*)

RÉSISTANCE *des fluides*, est la force par laquelle les corps qui se meuvent dans des milieux fluides, sont retardés dans leurs mouvemens. *Voyez* FLUIDES & MILIEU.

Voici les lois de la *résistance* des milieux fluides les plus généralement reçues. Un corps qui se meut dans un fluide, trouve de la *résistance* par deux causes; la première est la cohésion des parties du fluide; car un corps qui, dans son mouvement, sépare les parties d'un liquide, doit vaincre la force avec laquelle ces parties sont cohérentes. *Voyez* COHÉSION.

La seconde est l'inertie de la matière du fluide, qui oblige le corps d'employer une certaine force pour déranger les particules, afin qu'elles le laissent passer. *Voyez* FORCE D'INERTIE.

Le retardement qui résulte de la première cause, est toujours le même dans le même espace, tant que ce corps demeure le même, qu'elle que soit sa vîtesse; ainsi, la *résistance* est comme l'espace parcouru dans le même tems, c'est-à-dire, comme la vîtesse.

La *résistance* qui naît de la seconde cause, quand le même corps se meut avec la même vîtesse, à travers différens fluides, suit la proportion de la matière qui doit être dérangée dans le même tems, c'est-à-dire, elle est comme la densité du fluide. *Voyez* DENSITÉ.

Quand le même corps se meut à travers le même fluide, avec différentes vîtesses; cette résistance croît en proportion du nombre des particules frappées dans un tems égal, & ce nombre est comme l'espace parcouru pendant ce tems, c'est-à-dire, comme la vîtesse; mais de plus elle croît en proportion de la force avec laquelle le corps heurte contre chaque partie, & cette force est comme la vîtesse du corps; par conséquent, si la vîtesse est triple, la *résistance* est triple, à cause d'un nombre triple de parties que le corps doit écarter; elle est aussi triple à cause du choc trois fois plus fort dont elle frappe chaque particule; c'est pourquoi la *résistance* totale est neuf fois aussi grande, c'est-à-dire, comme le quarré de la vîtesse; ainsi, un corps qui se meut dans un fluide, est retardé, partie en raison simple de la vîtesse, & partie en raison doublée de cette même vîtesse.

La *résistance*, qui vient de la cohésion des parties dans les fluides, excepté ceux qui sont glutineux, n'est guère sensible en comparaison de l'autre *résistance* qui est en raison des quarrés des vîtesses, plus la vîtesse est grande, plus les deux *résistances* sont différentes: c'est pourquoi dans les mouvemens rapides, il ne faut considérer que la *résistance* qui est comme le quarré de la vîtesse.

Les retardations qui naissent de la *résistance* peuvent être comparées avec celles qui naissent de la pesanteur, en comparant la *résistance* avec la pesanteur. La *résistance* d'un cylindre qui se meut dans la direction de son axe, est égale à la pesanteur d'un cylindre de ce fluide, dans lequel le corps est mû, qui auroit sa base égale à la base du corps, & sa hauteur égale à la hauteur d'où il faudroit qu'un corps tombât dans le vuide, pour acquérir la vîtesse avec laquelle le cylindre se meut dans le fluide.

Un corps qui descend librement dans un fluide, est accéléré par la pesanteur relative du corps qui agit continuellement sur lui, quoique avec moins de force que dans le vuide. La *résistance* du fluide occasionne un retardement, c'est-à-dire, une diminution d'accélération, & cette diminution est comme le quarré de la vîtesse du corps. De plus il y a une certaine vîtesse qui est la plus grande qu'un corps puisse acquérir en tombant; car si la vîtesse est telle que la *résistance* qui en résulte devienne égale à la pesanteur relative du corps, son mouvement cessera d'être accéléré. En effet, le mouvement qui est engendré continuellement par la gravité relative, sera détruit par la *résistance*, & le corps sera forcé de se mouvoir uniformément. Un corps approche toujours de plus en plus de cette vîtesse qui est la plus grande qui soit possible, mais ne peut jamais y atteindre.

Quand les densités d'un corps fluide sont données, on peut connoître le poids respectif du corps; & en connoissant le diamètre du corps, on peut trouver de quelle hauteur un corps qui tombe dans le vuide, peut acquérir une vîtesse telle que la *résistance* d'un fluide sera égale à ce poids respectif; ce sera cette vîtesse qui sera la plus grande dont nous venons de parler. Si le corps est une sphère, on sait qu'une sphère est égale à un cylindre de même diamètre, dont la hauteur est les deux tiers de ce diamètre; cette hauteur doit être augmentée dans la proportion dans laquelle le poids respectif du corps excède le poids du fluide, afin d'avoir la hauteur du cylindre du fluide dont le poids est égal au poids respectif du corps. Cette hauteur sera celle de laquelle un corps

corps tombant dans le vuide, acquiert une vîtesse telle qu'elle engendre une *résistance* égale à ce poids respectif; & c'est par conséquent la plus grande vîtesse qu'un corps puisse acquérir en tombant d'une hauteur infinie dans un fluide. Le plomb est onze fois plus pesant que l'eau; par conséquent son poids respectif est au poids de l'eau, comme dix sont à un : donc une boule de plomb, comme il paroît par ce qui a été dit, ne peut pas acquérir une vîtesse plus grande en tombant dans l'eau, qu'elle n'en acquerroit en tombant dans le vuide d'une hauteur de $6\frac{2}{3}$ fois son diamètre.

Un corps, qui est plus léger qu'un fluide, & qui monte dans ce fluide par l'action de ce fluide, se meut exactement par les mêmes lois qu'un corps plus pesant qui tomberoit dans ce fluide. Par-tout où vous placerez le corps, il est soutenu par ce fluide, & emporté avec une force égale à l'excès du poids d'une quantité de fluide de même volume que le corps, sur le poids du corps. Cette force agit continuellement, & d'une manière uniforme sur le corps; par-là, non-seulement l'action de la gravité du corps est détruite, mais le corps tend aussi à se mouvoir en en-haut, par un mouvement uniformément accéléré, de la même façon qu'un corps plus pesant qu'un fluide tend à descendre par sa gravité respective. Or l'uniformité d'accélération est détruite de la même manière par la *résistance*, dans l'ascension d'un corps plus léger que le fluide, comme elle est détruite par la descente d'un corps plus pesant.

Quand un corps spécifiquement plus pesant qu'un fluide, y est jetté, il éprouve du retardement par deux raisons; par rapport à la pesanteur du corps, & par rapport à la *résistance* du fluide : conséquemment un corps monte moins haut qu'il ne feroit dans le vuide, s'il avoit la même vîtesse. Mais les différences des hauteurs auxquelles un corps s'élève dans un fluide, d'avec celle à laquelle un corps s'éleveroit dans le vuide avec la même vîtesse, sont entr'elles en plus grand rapport que les hauteurs elles-mêmes; & si les hauteurs sont petites, les différences sont à-peu-près comme les quarrés des hauteurs dans le vuide.

Résistance de l'air, est la force avec laquelle le mouvement des corps, sur-tout des projectiles, est retardé par l'opposition de l'air ou athmosphère. *Voy.* AIR & PROJECTILE.

L'air étant un fluide, est soumis aux règles générales de la *résistance* des fluides; à l'exception seulement qu'il faut avoir égard aux différens degrés de densité dans les différentes régions de l'athmosphère. *Voyez* ATHMOSPHERE.

Résistances différentes que le même milieu oppose à des corps de différentes figures. M. Neuton fait voir que si un globe & un cylindre, de diamètres égaux, sont mûs suivant la direction de l'axe du cylindre, avec une vîtesse égale dans un milieu rare, composé de particules égales, disposées à égales distances, la *résistance* du globe sera moindre de moitié que celle du cylindre.

Solide de la moindre résistance. Le même auteur détermine, d'après la dernière proposition, quelle doit être la figure d'un solide qui aura moins de *résistance* qu'un autre de même base.

Voici quelle est cette figure. Supposez que *DNFG* (*Pl. de Méch. fig.* 212.) soit une courbe telle que si d'un point quelconque *N*, on laisse tomber la perpendiculaire *NM*, sur l'axe *AB*, & que d'un point donné *G*, on tire une ligne droite *GR*, parallèle à une tangente à la figure en *N*, qui étant continuée coupe l'axe en *R*; *MN* est à *GR*, comme le cube de *GR* est à $4\,BR \times GB^2$. Un solide décrit par la révolution de cette figure autour de son axe *AB*, & qui se meut dans un milieu depuis *A* vers *E*, trouve moins de *résistance* que tout autre solide circulaire de même base, *&c.*

M. Neuton a donné ce théorême sans démonstration. Plusieurs géomètres ont résolu depuis ce même problème, & ont découvert l'analyse que l'inventeur avoit tenu cachée. On en trouve une solution dans le *I. volume des mém. de l'académie royale des Scienc. de l'année* 1699. Elle est de M. le marquis de l'Hôpital, & elle porte le caractère de simplicité & d'élégance qui est commun à tous les ouvrages de cet habile mathématicien. MM. Bernoulli, Fatio, Herman, & plusieurs autres, en ont aussi donné des solutions; & dans les *mém. de l'académ. de* 1733, M. Bouguer a résolu ce problème d'une manière fort générale, en ne supposant point que le solide qu'on cherche soit un solide de révolution, mais un solide quelconque. Voici l'énoncé du problème tel que M. Bouguer l'a résolu. Une base exposée au choc d'un fluide étant donnée, trouver l'espèce de solide dont il faut la couvrir, pour que l'impulsion soit la moindre qu'il est possible.

J'ai dit dans mon *Traité des fluides*, que toutes les solutions qu'on a données de ce problème depuis Neuton inclusivement, ne répondoient pas exactement à la question; si on excepte celles où la masse du solide est supposée donnée. Car il ne suffit pas de chercher & de trouver celui d'entre tous les solides qui ont le même axe & la même base avec le même sommet, sur lequel l'impulsion de l'eau est la moindre qu'il est possible; il faut de plus diviser cette impulsion par la masse entière, pour avoir l'effet qu'elle produit, & qui est proprement le *minimum* qu'on cherche.

Cependant les solutions, que les auteurs déjà cités ont données du problème dont il s'agit, peuvent être regardées comme exactes, pourvu qu'on suppose que la *résistance* du fluide soit continuellement contrebalancée par une force, en sorte que le solide se meuve uniformément. En ce cas,

il eſt inutile d'avoir égard à la maſſe du ſolide; & pourvu qu'on lui donne la figure qui eſt déterminée par la ſolution, ce ſolide ira plus vîte que tout autre qui ſeroit pouſſé par la même force. Par exemple, un vaiſſeau dont la proue auroit cette figure, étant pouſſé par un vent d'une certaine force déterminée, ira plus vîte que tout autre vaiſſeau dont la proue auroit une figure différente. Ainſi, la ſolution du problème eſt exacte, quant à l'application qu'on veut en faire au mouvement des vaiſſeaux; mais elle ne le ſera plus lorſqu'on ſuppoſera un ſolide entièrement plongé dans un fluide, & qui s'y mouvra d'un mouvement retardé en éprouvant toujours de la *réſiſtance*, ſans qu'aucune force lui rende le mouvement qu'il perd a chaque inſtant.

La *réſiſtance* d'un globe parfaitement dur, & dans un milieu dont les particules le ſont auſſi, eſt à la force avec laquelle tout le mouvement qu'il a après avoir décrit l'eſpace de quatre tiers de ſon diamètre, peut être ou détruit ou engendré, comme la denſité du milieu eſt à la denſité du globe. Neuton conclut auſſi de-là que la *réſiſtance* d'un globe eſt, toutes choſes égales, en raiſon doublée de ſa vîteſſe; que cette même *réſiſtance* eſt, toutes choſes égales, en raiſon doublée de ſon diamètre; ou bien, toutes choſes égales, comme la denſité du milieu. Enfin, que la *réſiſtance* actuelle d'un globe eſt en raiſon compoſée de la raiſon doublée de ſa vîteſſe, de la raiſon doublée du diamètre, & de la raiſon de la denſité du milieu.

Dans ces propoſitions on ſuppoſe que le milieu n'eſt point continu; ſi le milieu eſt continu comme l'eau, le mercure, *&c.* où le globe ne frappe pas immédiatement ſur toutes les particules du fluide qui occaſionne la *réſiſtance*, mais ſeulement ſur celles qui en ſont proches voiſines, & celles-là ſur d'autres, *&c.* la *réſiſtance* ſera moindre de moitié; & un globe placé dans un tel milieu éprouve une *réſiſtance* qui eſt à la force avec laquelle tout le mouvement qu'il a après avoir décrit huit tiers de ſon diamètre, doit être engendré ou détruit, comme la denſité du milieu eſt à la denſité du globe.

La *réſiſtance* d'un cylindre qui ſe meut dans la direction de ſon axe, n'eſt point altérée par aucune augmentation ou diminution de ſa longueur; & par conſéquent elle eſt la même que celle d'un cercle du même diamètre, qui ſe meut avec la même vîteſſe ſur une ligne droite perpendiculaire à ſon plan.

Si un cylindre ſe meut dans un fluide infini & ſans élaſticité, la *réſiſtance* réſultante de la grandeur de ſa ſection tranſverſe, eſt à la force avec laquelle tout ſon mouvement, après avoir décrit quatre fois ſa longueur, peut être engendré ou anéanti, comme la denſité du milieu eſt à celle du cylindre, du moins à peu de choſe près.

Ainſi, les *réſiſtances* des cylindres qui ſe meuvent ſuivant leur longueur dans des milieux continus & infinis, ſont en raiſon compoſée de la raiſon doublée de leurs diamètres, de la raiſon doublée de leurs vîteſſes, & de la raiſon de la denſité des milieux.

La *réſiſtance* d'un globe qui eſt mû dans un milieu infini & ſans élaſticité, eſt à la force par laquelle tout ſon mouvement peut être engendré ou détruit, tandis qu'il parcourt huit tiers de ſon diamètre, comme la denſité du fluide eſt à la denſité du globe, à très-peu-près.

M. Jacques Bernoulli a démontré les théorèmes ſuivans.

Réſiſtance d'un triangle. Si un triangle iſocèle eſt mû dans un fluide ſuivant la direction d'une ligne perpendiculaire à ſa baſe, d'abord par ſa pointe, enſuite par ſa baſe, la *réſiſtance* dans le premier cas, ſera à la *réſiſtance* dans le ſecond cas, comme le quarré de la moitié de la baſe eſt au quarré d'un des côtés.

La *réſiſtance* d'un quarré mû ſuivant la direction de ſon côté, eſt à la *réſiſtance* de ce même quarré mû ſuivant la direction de ſa diagonale, comme le côté eſt à la moitié de la diagonale.

La *réſiſtance* d'un demi-cercle qui ſe meut par ſa baſe, eſt à ſa *réſiſtance*, lorſqu'il ſe meut par ſon ſommet, comme 3 eſt à 2.

En général, les *réſiſtances* de quelque figure plane que ce ſoit qui ſe meut par ſa baſe, ou par ſon ſommet, ſont comme l'aire de la baſe à la ſomme de tous les cubes des dy, diviſés par le quarré de l'élément de la ligne courbe : dy eſt ſuppoſée l'élément des ordonnées parallèles à la baſe.

Toutes ces règles peuvent être utiles jusqu'à un certain point dans la conſtruction des vaiſſeaux. *Voy.* VAISSEAU, *&c.*

Telles ſont les lois que l'on donne ordinairement dans la méchanique ſur la réſiſtance des fluides au mouvement des corps. Cependant on doit regarder ces règles comme beaucoup plus mathématiques que phyſiques; & il y en a pluſieurs auxquelles l'expérience n'eſt pas tout-à-fait conforme. En effet, rien n'eſt plus difficile que de donner ſur ce ſujet des règles préciſes & exactes : car non-ſeulement on ignore la figure des parties du fluide, & leur diſpoſition par rapport au corps qui les frappe, on ignore encore juſqu'à quelle diſtance le corps agit ſur le fluide, & quelle route les particules prennent lorſqu'elles ont été miſes en mouvement par ce corps. Tout ce que l'expérience nous apprend, c'eſt que les particules du fluide, après avoir été pouſſées, ſe regliſſent enſuite derrière le corps, pour venir occuper l'eſpace qu'il laiſſe vuide par-derrière.

Voici donc le meilleur plan qu'il paroiſſe qu'on puiſſe ſe propoſer dans une recherche de la nature de celle-ci : on déterminera d'abord le mouvement qu'un corps ſolide doit communiquer à une

infinité de petites boules, dont on le supposera couvert. On peut faire voir ensuite que le mouvement perdu par ce corps dans un instant donné, sera le même, soit qu'il choque à-la-fois un certain nombre de couches de ces petites boules, soit qu'il ne les choque que successivement : que de plus, la *résistance* seroit la même quand les particules du fluide auroient une figure toute autre que la figure sphérique, & seroient disposées de quelque manière que ce fût, pourvu que la masse totale de ces petits corps continus dans un espace donné, fût supposée la même que lorsqu'ils étoient de petites boules. Par-là on peut arriver à des formules assez générales sur la *résistance*, dans lesquelles il n'entre que le rapport des densités du fluide, & du corps qui s'y meut.

La méthode générale de M. Newton, & de presque tous les autres auteurs, pour déterminer la *résistance* qu'un fluide fait à un corps solide, consiste à supposer, qu'au lieu que le corps vient frapper le fluide, ce soit au contraire le fluide qui frappe le corps, & à déterminer par ce moyen le rapport de l'action d'un fluide sur une surface courbe à son action sur une surface plane. La difficulté principale est d'évaluer exactement l'action d'un fluide contre un plan; aussi les plus grands géomètres ne sont-ils point d'accord là-dessus. Cette action vient en grande partie de l'accélération du fluide, qui, obligé de se détourner à la rencontre du plan, & de couler dans un canal plus étroit, doit nécessairement y couler plus vîte, &, par ce moyen, presser le plan. Mais on ignore jusqu'à quelle distance le fluide peut s'accélérer des deux côtés du plan, &, par conséquent, la quantité exacte de la pression qu'il exerce. C'est-là, ce me semble, le nœud principal de la question, & la cause du partage qu'il y a entre les géomètres sur la valeur absolue de la *résistance*.

Lorsqu'un corps se meut dans un fluide élastique, il est bon de remarquer que ce corps agit non-seulement sur la couche du fluide qui lui est contiguë, mais encore sur plusieurs autres couches plus éloignées, jusqu'à une certaine distance, en sorte que le fluide se condense à la partie antérieure, & se dilate à la partie postérieure du corps. Le fluide se condense à la partie antérieure suivant des lignes perpendiculaires à la surface du corps, & il se dilate de même à la partie postérieure, suivant des lignes perpendiculaires à la surface postérieure du corps, de sorte que le fluide agit par la force élastique, non seulement sur la surface antérieure du mobile, mais encore sur la surface postérieure.

Il faut cependant remarquer, que cette dernière action n'a lieu qu'autant que le fluide a une assez grande force élastique pour pouvoir remplir tout d'un coup l'espace que le corps laisse vuide par-derrière : autrement, il ne faut avoir égard qu'à la *résistance* que souffre la surface antérieure.

Ceux qui voudront approfondir davantage la matière dont il s'agit, pourront consulter le second livre des principes de M. Newton, le traité du *mouvement des eaux* de M. Mariotte, où on trouve plusieurs expériences sur la *résistance* des fluides, l'*hydrodynamique* de M. Daniel Bernoulli, & plusieurs mémoires du même auteur, imprimés dans le recueil de l'académie de Pétersbourg, *&c. Voyez aussi l'article* FLUIDE, où vous trouverez d'autres remarques très-importantes sur ce sujet. (*O*)

* La *résistance* qu'un fluide oppose à un corps qui s'y meut est extrêmement difficile à déterminer avec une certaine précision. La théorie & l'expérience, combinées ensemble, n'ont rien encore produit sur cette matière qui soit fort satisfaisant, du moins en général. Cependant nous croyons devoir donner ici une idée des efforts que les Géomètres hydrauliciens ont fait dans différens tems pour résoudre cette difficulté.

Avant tout, nous remarquerons que la *résistance* du fluide au mouvement du corps, n'est autre chose qu'une force passive que le fluide exerce contre le corps dans un sens opposé à son mouvement, & que cette force est celle-là même que le fluide, supposé mu avec la vîtesse du corps, exerceroit contre le corps en repos ; dans ce cas, on appelle cette force, *percussion*; ainsi, la percussion & la *résistance* des fluides suivent les mêmes lois, & se mesurent de la même manière. Par conséquent, dans la suite de cet article, nous parlerons de la percussion & de la *résistance*; & ce que nous dirons de l'une de ces forces sera applicable à l'autre.

Nous allons d'abord exposer la théorie qu'on suit ordinairement pour la mesure de la *résistance* ou de la percussion, elle a l'avantage d'être fort simple. On suppose que le fluide est composé à chaque instant, dans la direction de son mouvement, d'une infinité de filets parallèles qui donnent chacun leur coup, sans se gêner les uns les autres; ce qui ne peut avoir lieu en rigueur, & ce qui mène en certains cas à des résultats trop éloignés de la vérité pour être admissibles. Néanmoins deux motifs nous engagent à exposer ici cette théorie, malgré ses imperfections, l'un est de faciliter à nos lecteurs l'intelligence de plusieurs ouvrages sur l'Architecture navale, auxquels elle sert de fondement; l'autre est qu'elle peut être employée, sans craindre beaucoup d'erreur, dans le calcul des machines mues, à l'aide des roues, par des courans d'eau ou d'air. Nous rapporterons ensuite des expériences qui feront voir en quel cas elle peut être admise ou doit être absolument rejettée.

Théorie de la percussion des fluides.

Si un même fluide $MXZN$ (*Pl. Hyd. fig. 66*), dont toutes les particules se meuvent avec la même vîtesse, frappe perpendiculairement les deux plans AB,

AR, les forces des chocs sont entr'elles comme ces plans.

Car toutes les molécules fluides étant supposées se mouvoir suivant les directions *IK*, *OR*, &c. perpendiculaires aux deux plans proposés, l'impulsion contre le plan *AB*, est à l'impulsion contre le plan *AR*, comme le produit du nombre des molécules qui frappent *AB*, par leur vîtesse, est au produit du nombre des molécules qui frappent *AR*, par leur vîtesse. Or les masses qui frappent dans des tems égaux les plans *AB*, *AR* sont des prismes qui ont pour base ces plans, & pour hauteur commune la vîtesse du fluide. Donc le rapport de l'impulsion contre le plan *AB*, à l'impulsion contre le plan *AR*, est évidemment le même que le rapport du plan *AB* au plan *AR*.

Si deux fluides de même espèce *MXZN*, *EGHF*, (*fig. 66 & 67*) mus avec différentes vîtesses, frappent perpendiculairement les deux plans *AB*, *CD* en repos, les forces des chocs seront entr'elles comme les produits des plans par les quarrés des vîtesses des fluides.

Car en supposant
l'impulsion contre *AB*....... $= F$
l'impulsion contre *CD*....... $= f$
la masse fluide qui choque *AB*. $= M$
sa vîtesse qui est celle du fluide *MXZN*................ $= V$
la masse fluide qui choque *CD*.. $= m$
sa vîtesse qui est celle du fluide *EGHF*................. $= u$,

on aura $F : f :: MV : mu$. Or puisque les fluides sont de même espèce, les masses M & m sont entr'elles comme leurs volumes, & leurs volumes sont entr'eux comme les produits des plans *AB*, *CD* qui leur servent de base, multipliés par les vîtesses des fluides qui en représentent les hauteurs. Ainsi on aura $M : m :: AB \times V : CD \times u$; & $MV : mu :: AB \times V^2 : CD \times u^2$. Donc aussi, $F : f :: AB \times V^2 : CD \times u^2$.

On doit remarquer que si les fluides n'étoient pas de la même espèce, la raison des densités devroit entrer dans la raison des masses qui frappent en même tems les plans *AB*, *CD*. Alors *les chocs seroient en raison composée des plans, des densités des fluides, & des quarrés des vîtesses des mêmes fluides*. Il ne faut pas perdre cette remarque de vue, lorsqu'il s'agit de comparer le choc d'un fluide à celui d'un autre fluide de densité différente : par exemple, le choc de l'eau au choc de l'air. Mais ici, & dans les articles suivans, je suppose, pour abréger le discours, que les fluides sont de la même espèce ou qu'ils ont la même densité.

On remarquera aussi que toutes les molécules d'un même fluide sont toujours supposées se mouvoir avec la même vîtesse. Si elles avoient des vîtesses différentes, il faudroit prendre la vîtesse *moyenne*, & regarder cette vîtesse comme celle du fluide. Ainsi, dans la proportion $F : f :: AB \times V^2 : CD \times u^2$, les lettres V & u représenteroient les vîtesses moyennes des deux fluides proposés.

Si les plans *AB*, *CD*, au lieu d'être en repos au moment qu'ils reçoivent les impulsions des fluides, comme nous l'avons supposé, se meuvent uniformément & perpendiculairement aux directions des fluides, il est tout aussi facile de trouver le rapport des impulsions contre ces deux plans. Car supposons que dans un tems donné, le plan *AB*, par sa vîtesse primitive & uniforme, parvint en *ab*, & que le plan *CD*, par sa vîtesse primitive & uniforme, parvint en *cd*; en sorte que *KT*, *PQ* représentent ces deux vîtesses primitives. Soient *VT* & *LQ* les vîtesses contemporaines des deux fluides. Il est clair que les impulsions des fluides contre les plans *AB*, *CD*, seront les mêmes que si ces plans étoient en repos, & que les fluides, au lieu de se mouvoir avec les vitesses *VT*, *LQ*, se mouvoient simplement avec les vîtesses *VK*, *LP*, puisque les plans se soustrayent au choc avec les vîtesses *KT*, *PQ*. Donc en nommant F & f les impulsions, V la vîtesse *VT*, v la vîtesse *KT*, u la vîtesse *LQ*, u' la vîtesse *PQ* : on aura $F : f :: AB \times (V - v)^2 : CD \times (u - u')^2$.

On voit de même que si les plans, au lieu de fuir directement les fluides, venoient à leur rencontre avec les vîtesses v & u', on auroit $F : f :: AB \times (V + v)^2 : CD \times (u + u')^2$. Ainsi en réunissant les deux cas, on aura $F : f :: AB \times (V \mp v)^2 : CD \times (u \mp u')^2$.

Il peut arriver que l'un des plans, par exemple, le plan *AB* soit en repos; alors $v = 0$, & la proportion devient $F : f :: AB \times V^2 : CD \times (u + u')^2$. D'où l'on tire $f = F \times \frac{CD \times (u \mp u')^2}{AB \times V^2}$, formule qui servira à comparer l'impulsion perpendiculaire contre un plan qui se meut, à l'impulsion perpendiculaire contre un plan en repos.

Si le fluide *MXNZ* (*fig. 66*), frappe perpendiculairement le plan *AB* en repos, & que le fluide *EGHF* (*fig. 68*), frappe obliquement le plan *CD* aussi en repos ; l'impulsion contre le plan *AB*, sera à l'impulsion qui résulte perpendiculairement contre le plan *CD*, comme le produit du plan *AB* par le quarré de la vîtesse du fluide *MXZN*, & par le quarré du sinus total, est au produit du plan *CD* par le quarré de la vîtesse du fluide *EGHF*, & par le quarré du sinus de l'angle *RCD* d'incidence du fluide *EGHF* sur le plan *CD*.

Car si l'on suppose
l'impulsion contre *AB*....... $= F$
l'impulsion qui résulte perpendiculairement contre *CD*..... $= f$
la vîtesse du fluide *MXZN*.... $= V$
la vîtesse du fluide *EGHF*.... $= u$
la masse qui choque *AB*...... $= M$
la masse qui choque *CD*...... $= m$
sa vîtesse perpendiculaire à *CD*.. $= u'$
le sinus total............... $= R$
le sinus de l'angle d'incidence *RCD*................. $= p$,

on aura d'abord $F : f :: MV : mu'$. Or en menant DR perpendiculaire à CR ou à la direction du fluide, il est évident que le nombre des molécules qui frappent DC est le même que le nombre des molécules qui frappent DR. Ainsi, les prismes fluides qui frappent en tems égaux les plans AB, CD, sont entr'eux comme leurs bases AB, DR, multipliées par les vîtesses des fluides qui en sont les hauteurs. On a donc $M : m :: AB \times V : DR \times u$; ou bien (en observant que $DR = CD \times \frac{p}{R}$), $M : m :: AB \times V : CD \times \frac{p}{R} \times u :: AB \times V \times R : CD \times u \times p$. De plus, si sur la direction d'un filet quelconque xn du fluide $EGHF$, on prend la partie ny pour représenter la vîtesse de ce fluide, & qu'on fasse le parallélogramme rectangle $ntyr$ dont le côté nt est perpendiculaire, & le côté nr parallèle à DC, il est évident que des deux vîtesses nt, nr dans lesquelles la vîtesse ny se décompose, il n'y a que la première qui contribue au choc, & qu'il ne faut pas avoir égard à la seconde. Comparant la vîtesse nt ou u' à la vîtesse u du fluide $EGHF$, on aura $u' : u :: ry : ny :: p : R$, & par conséquent $u' = u \times \frac{p}{R}$. On aura donc $MV : mu' :: AB \times V^2 \times R : \frac{CD \times u^2 \times p^2}{R} :: AB \times V^2 \times R^2 : CD \times u^2 \times p^2$. Donc enfin, $F : f :: AB \times V^2 \times R^2 : CD \times u^2 \times p^2$.

Cette proportion servira à comparer la percussion oblique à la percussion perpendiculaire, les deux plans choqués étant en repos à l'instant des chocs.

Lorsque les vîtesses V & u sont égales, on a simplement $F : f :: AB \times R^2 : CD \times p^2$, proportion qui servira à comparer l'impulsion perpendiculaire d'un fluide contre un plan, à l'impulsion du même fluide ou d'un fluide pareil contre un autre plan frappé obliquement.

De-là suit aussi la manière de comparer entr'elles les percussions obliques, les plans choqués étant toujours en repos; car si, en gardant les autres dénominations, on appelle A la surface du plan AB, B celle du plan CD; qu'ensuite on suppose un troisième plan C qui soit choqué obliquement par un troisième fluide avec la vîtesse v, & qu'on appelle φ la force qui résulte perpendiculairement contre ce même plan, q le sinus de l'angle sous lequel il est frappé: on aura ces deux proportions:

$$F : f :: A \times V^2 \times R^2 : B \times u^2 \times p^2,$$
$$\varphi : F :: C \times v^2 \times q^2 : A \times V^2 \times R^2,$$

lesquelles étant multipliées par ordre, donnent $\varphi : f :: C \times v^2 \times q^2 : B \times u^2 \times p^2$. D'où l'on voit que les forces φ & f *sont entr'elles en raison composée des plans, des quarrés des vîtesses, & des quarrés des sinus des angles d'incidence.*

Si le plan, toujours supposé oblique, relativement à la direction du fluide, est forcé à se mouvoir suivant une direction donnée avec une vîtesse donnée, il faut décomposer la vîtesse du fluide en deux autres, dont l'une soit la même en quantité & en direction que celle du plan; l'autre, qui devient déterminée, doit être regardée comme la vîtesse d'un fluide qui choqueroit le plan en repos; & alors la percussion se détermine par le moyen du théorême précédent.

Ayant ainsi appris à comparer ensemble les différentes especes de percussion des fluides, il ne s'agit plus que de connoître la mesure absolue de l'une d'entr'elles, pour en conclure celle de toutes les autres. Or la percussion perpendiculaire contre un plan immobile, étant la plus simple de toutes, il est naturel de la prendre ici pour unité fondamentale. Elle est donnée par la table suivante que nous emprunterons de M. Bouguer. (*Manœuvre des Vaisseaux, page* 185.)

Impulsions de l'eau sur une surface plane d'un pied quarré, frappée perpendiculairement.

Vîtesse en 1 seconde.	Impulsions.	
pieds.	liv.	onc.
1	1	3
2	4	13
3	10	12
4	19	0
5	30	0
6	43	0
7	59	0
8	75	0
9	97	0
10	120	0
11	145	0
12	172	0
13	203	0
14	235	0
15	270	0
16	300	0
17	334	0
18	389	0
19	434	0
20	480	0
21	529	0
22	580	0
23	635	0
24	688	0

Il est clair qu'au moyen de cette table & de la théorie précédente, on pourra déterminer l'impulsion de l'eau contre une surface plane *donnée*, immobile ou mobile, lorsqu'on connoîtra la vîtesse

de l'eau, & celle de la ſurface, dans le cas où cette ſurface ſeroit mobile. Quant aux impulſions des autres fluides, on les trouvera auſſi, lorſqu'on connoîtra le rapport des denſités de ces fluides à celle de l'eau. Par exemple, ſi l'on ſuppoſe que la denſité de l'air ſoit $\frac{1}{850}$ de celle de l'eau, en diviſant chacune des impulſions de la table précédente par 850, on aura les impulſions correſpondantes du vent.

Application de la théorie précédente.

Un corps, ſollicité par la peſanteur, deſcend verticalement dans un fluide, en préſentant perpendiculairement au choc de ce fluide une ſurface plane conſtante, on demande la relation entre l'eſpace parcouru par le corps, le tems employé à le parcourir, & ſa vîteſſe à chaque inſtant.

Soit F la quantité de la *réſiſtance* que le fluide exerceroit contre un plan A mu perpendiculairement avec la vîteſſe V; a^2 la ſurface conſtante que le corps dont il faut déterminer le mouvement oppoſe au choc du fluide, M la maſſe du corps, & N la différence entre la maſſe de ce corps & celle d'un même volume du fluide dans lequel il eſt plongé, x l'eſpace parcouru dans un tems t, u la vîteſſe, g la gravité.

Le principe des forces accélératrices donnera l'équation $\left(Ng - \frac{Fa^2u^2}{AV^2}\right) dx = Mudu$, ou $-\frac{2Fa^2u^2}{MAV^2}dx = \frac{d\left(Ng - \frac{Fa^2u^2}{AV^2}\right)}{Ng - \frac{Fa^2u^2}{AV^2}}$. Intégrant & déterminant la conſtante pour que u & x s'évanouiſſent en même tems, on aura $\frac{Fa^2}{NAV^2g} \cdot u^2 = 1 - h^{-\frac{2Fa^2x}{MAV^2}}$. h eſt la baſe des logarithmes. *Voyez* le dernier *mot* QUADRATURE. $dt = \frac{dx}{u}$; donc $dt = \frac{a\sqrt{F}}{V\sqrt{NAg}} \cdot \frac{dx}{\sqrt{1 - h^{-\frac{2Fa^2x}{MVA^2}}}}$; donc $t =$

$$\frac{MV\sqrt{A}}{a\sqrt{NgF}} L \left\{ h^{\frac{Fa^2}{MAv^2}x} + \sqrt{h^{\frac{2Fa^2x}{MAV^2}} - 1} \right\}$$

Suppoſons maintenant que le corps, toujours ſollicité par la peſanteur, eſt lancé dans le fluide avec une vîteſſe initiale V, ſuivant une direction qui faſſe l'angle m avec l'horizon. Dans ce cas, il faut déterminer la courbe que décrira le corps. Soit x & y les co-ordonnées de cette courbe horizontales & verticales, ayant leur origine au lieu de départ du corps s l'arc parcouru. Conſervons les dénominations précédentes, & faiſons de plus, pour abréger, $\frac{Fa^2}{AV^2} = n$; cela poſé, il faut décompoſer la *réſiſtance* abſolue nu^2 en deux autres, l'une horizontale qui eſt $nu^2 \frac{dx}{ds}$, & l'autre verticale qui eſt $nu^2 \frac{dy}{ds}$, il faut auſſi décompoſer la vîteſſe abſolue du corps en deux autres, l'une $\frac{dx}{dt}$ qui eſt horizontale, & l'autre $\frac{dy}{dt}$ qui eſt verticale, alors les équations du problême ſeront $nu^2 \frac{dx}{ds} dt = -\ldots\ldots$

$$Md\left(\frac{dx}{dt}\right);\ Ngdt + nu^2\frac{dy}{ds}dt = -Md\left(\frac{dy}{dt}\right).$$

Voyez FORCE ACCÉLÉRATRICE. Or $u^2 = \frac{ds^2}{dt^2}$; donc ces équations deviennent $nds = -\ldots\ldots$

$$M\frac{d\left(\frac{dx}{dt}\right)}{\frac{dx}{dt}},\ \&\ Ngdt + nds\frac{dy}{dt} = -Md\left(\frac{dy}{dt}\right)$$

La première de ces équations, étant intégrée, donne $\frac{dx}{dt} = V\text{coſ}.m.h^{-\frac{ns}{M}}$. Subſtituant la valeur de dt dans la ſeconde équation, elle devient $\frac{Ngdx}{V\text{coſ}.m}\ldots$

$$h^{\frac{ns}{M}} + \frac{ndsdy}{dx}V\text{coſ}.m\,h^{-\frac{ns}{M}} + \ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$MV\text{coſ}.m\,d\left(h^{-\frac{ns}{M}}\frac{dy}{dx}\right) = 0,\ \&\ \text{enfin}\ \ldots\ldots$$

$$\frac{Ngdx}{MV^2\text{coſ}.m^2}h^{\frac{2ns}{M}} + \sqrt{1 + \frac{dy^2}{dx^2}}\,d\frac{dy}{dx} = 0,$$ toutes réductions faites. Or $dy = pdx$, on aura

$$dp\sqrt{1+p^2} = -\frac{Ng}{MV^2\text{coſ}.m^2} \cdot h^{\frac{2ns}{M}}ds.$$ Donc la conſtruction de la courbe dépend des quadratures.

Nous avons déjà obſervé que la théorie qui vient de nous fournir ces réſultats, étoit défectueuſe en général. Cependant on peut les adopter ſans craindre des erreurs trop conſidérables, quand le milieu eſt peu réſiſtant, quand la vîteſſe eſt petite, & quand le corps choqué oppoſe au fluide une ſurface plane perpendiculaire, comme nous l'avons ſuppoſé dans les exemples précédens, ou au moins peu oblique. Ces limitations ſont eſſentielles; car ſi la denſité du fluide eſt très-grande, les particules de fluide qui ont d'abord été choquées par le corps, lui réſiſtent pendant très-long-temps & altèrent l'action des autres, ce que ne ſuppoſe pas la théorie. Même embarras ſi la vîteſſe eſt très-conſidérable. De plus, ſi dans ce dernier cas le fluide eſt très-compreſſible comme l'air, par exemple, il eſt comprimé par le corps, parce que les particules frappées ne cèdent pas aſſez

facilement, & alors le corps doit être regardé comme mu dans un fluide de densité variable. Enfin, si le corps présente une surface fort oblique au fluide, des expériences réitérées prouvent que cette théorie est alors absolument défectueuse.

M. l'abbé Bossut rapporte quelques-unes de ces expériences dans son hydrodynamique, ouvrage dont nous avons tiré une partie de ce que cet article contient; mais les meilleures que nous ayons, sont peut-être celles qui ont été faittes par le même auteur en 1778, & dont il rend compte dans les Mémoires de l'académie des Sciences de Paris pour l'année 1779. M. l'abbé Bossut a fait mouvoir dans une eau dormante un bateau garni, successivement de quinze proues angulaires isocèles de même base; l'angle de la proue la plus aigue étoit de 12°, les autres étoient 24, 36, &c. & ainsi de suite en progression arithmétique jusqu'à 180. Or M. l'abbé Bossut, en comparant ensemble les résultats de ces quinze expériences, trouve que si on nomme x le complément de l'angle sous lequel la proue frappe le fluide, & si on représente par 100 la *résistance* du fluide contre la proue de 180°, on peut faire la *résistance* qui s'exerce perpendiculairement à la base de la proue $= 1000\ cos.\ x^2 + 3{,}153\left(\frac{x}{6^\circ}\right)^{3+\frac{1}{4}}$ mais la théorie ordinaire donneroit pour la *résistance* $100\ \text{cos.}\ x^2$ L'expérience prouve donc que cette théorie doit être rejettée, & que l'erreur en moins est d'autant plus grande que la proue est plus aigue.

Enfin M. l'Abbé Bossut a fait ces expériences avec le plus grand soin, comme on pourra s'en assurer en lisant dans le mémoire cité le détail des précautions qu'il a pris pour les faire avec exactitude.

Ainsi, nous pouvons regarder la formule très-simple qu'il propose pour la *résistance*, comme suppléant passablement à la théorie ordinaire, dans le cas où la proue est composée de deux surfaces planes, faisant entre elles un angle divisé en deux parties égales pour la direction du bateau.

Notre auteur a fait aussi quelques expériences sur les proues curvilignes, mais il n'a pas eu le même succès : il a seulement remarqué que la théorie donnoit la *résistance* sur ces espèces de proues trop grandes, tandis qu'au contraire elle donne la *résistance* sur les proues planes trop petites. On peut croire que ce problême est d'une grande difficulté, puisqu'un observateur si consommé n'a rien pu obtenir de satisfaisant. On ne parviendra peut-être jamais à représenter la *résistance* sur les surfaces courbes avec quelque exactitude par une formule qui ait la simplicité nécessaire pour être de quelque usage dans la pratique.

Nous parlerons ici de l'action des rames pour mouvoir les bateaux. Si les bornes qui nous sont prescrites par la nature même de l'ouvrage, nous permettoient d'entrer dans de grands détails, nous donnerions ici, au moins par extrait, l'excellente pièce composée sur ce sujet par M. Daniel Bernoulli, qui a remporté le prix proposé par l'académie des Sciences de Paris, pour l'année 1753, & qui est imprimée dans le tome septième du recueil des prix, publié par la même académie: nous en donnerions une aussi de M. Euler qui a concouru pour le même prix, & qui est imprimée dans le même volume. Enfin nous n'oublierions pas un mémoire donné précédemment par M. Euler, & inséré parmi ceux de Berlin pour l'année 1747; mais nous sommes obligé d'être brefs, & ces ouvrages perdroient à être trop abrégés. Ainsi, nous nous contenterons de transcrire ici l'article XIX d'un mémoire de M. d'Alembert sur le mouvement des fluides, qui forme le quatrième de ses opuscules, tome I.er Dans cet article, ce grand géomètre parle de l'action des rames avec la brièveté qui convient à notre Dictionnaire, mais de façon néanmoins qu'un lecteur intelligent, qui ne seroit pas à portée de consulter les ouvrages que nous venons de citer, pourra, jusqu'à un certain point, suppléer aux détails que M. d'Alembert laisse à desirer.

Mémoire sur les lois du mouvement des fluides, par M. d'Alembert, *art. XIX.*

Je finirai ces recherches sur le mouvement & la pression des fluides, par quelques réflexions sur la manière de déterminer l'action des rames. La plupart des auteurs qui en ont traité, les rapportent à des léviers de différente espèce; en quoi il semble qu'ils n'ont pas envisagé la question par ses vrais principes; puisqu'il n'y a point réellement de lévier où il n'y a point d'appui absolument fixe & immobile. Voici donc quelle idée on doit se former de l'action des rames, d'après nos principes de dynamique. Pour envisager la question dans toute sa généralité, nous supposerons que le vaisseau, la rame & la puissance motrice soient mus suivant une loi quelconque. Cela posé, la force perdue à chaque instant par le vaisseau, jointe à la pression du fluide contre le vaisseau, doit être en équilibre avec la force perdue à chaque instant par la puissance motrice, & avec la force perdue par la rame, jointes à la résistance de l'eau à la rame. Or pour cela, il faut, 1.° que la force perdue à chaque instant par la puissance motrice, la force perdue par la rame, & enfin la résistance de l'eau à la rame, se réduisent à une seule & unique force dont la direction passe par le point où la rame est attachée au vaisseau; car si la direction de cette force résultante passoit par un autre point de la rame, alors elle pourroit mouvoir la rame autour du point par lequel la rame est attachée au vaisseau, & il n'y auroit point d'équilibre, ce qui est contre l'hypothèse; 2.° cette force résultante, ou plutôt la résultante des deux forces qui passent par le point d'appui de chaque rame des deux côtés du vaisseau, doit être en équilibre avec la force perdue par le vaisseau, & avec la pression

de l'eau ſur la ſurface du vaiſſeau; c'eſt-à-dire, que la réſultante de ces deux dernières forces doit être égale & directement oppoſée à la réſultante des deux autres forces. Tel eſt le principe par lequel on peut ſe faire une idée nette & préciſe de l'action des rames, & de la manière dont elles ſervent à mouvoir les navires.

Pour fixer les idées ſur cette matière, je regarde le vaiſſeau comme une ligne AB; (*Pl. Hyd. fig. 69*) & la rame FCG, comme une autre ligne mobile autour du point fixe C. Cela poſé, conſidérons d'abord le navire au premier inſtant de ſon mouvement. Je regarde la main appliquée en F comme un corps M qui tend à ſe mouvoir avec la vîteſſe a, mais qui, ayant le vaiſſeau & la rame à mouvoir, ne gardera réellement que la vîteſſe z; de ſorte que $M(a-z)$ ſera la force perdue par la main. Maintenant ſi on ſuppoſe que la main ſe meut de F vers A, le vaiſſeau, ainſi, que le point C de la rame, ſe mouvra de B vers A avec une vîteſſe $=u$, & le point F de la rame vers A avec une vîteſſe $-z$. Donc ſi on imprime à tout le ſyſtême du vaiſſeau & de la rame, des mouvemens égaux & contraires, il faudra que ces mouvemens faſſent équilibre avec la force $M(a-z)$ perdue par la force motrice. Donc ſi on nomme g la ſomme des produits des parties de la rame par leurs diſtances à C, h le coſinus de l'angle FCO (CO étant perpendiculaire à AB), G la ſomme des produits des parties de la rame par le quarré de leurs diſtances à C, p la maſſe du vaiſſeau, m celle de la rame; on aura les deux équations ſuivantes pour le premier inſtant du mouvement,

1.° $M(a-z)\,FC - G.\frac{z}{FC} - g.u.h = 0$;

2.° $M(a-z)\,h - \frac{z.g.h}{FC} - m.n = \mu.u$;

Soit $FC=r$, $GC=p$, on aura les équations $g=\frac{r^2-p^2}{2}$; $G=\frac{r^3+p^3}{3}$; & ſubſtituant ces valeurs, il viendra deux équations qui donneront les valeurs de u & de z, au premier inſtant du mouvement.

Dans les inſtans ſuivans on ſuppoſe que le vaiſſeau ſoit parvenu à une vîteſſe uniforme, & on demande quelle eſt la loi de la vîteſſe de la puiſſance F, pour entretenir le vaiſſeau dans cette vîteſſe.

Soit X l'eſpace parcouru par la puiſſance F, depuis le commencement du mouvement; la vîteſſe inſtantanée de cette puiſſance, ou plutôt de la maſſe M, ſera $\frac{dX}{dt}$. Soit de plus $M.p'$ l'accroiſſement inſtantané que doit recevoir la force F pour maintenir le vaiſſeau dans ſon mouvement uniforme; on aura donc $M.p' - M\frac{ddX}{dt^2}$ pour la force qui doit être perdue à chaque inſtant au point F, c'eſt-à-dire, qui doit être en équilibre avec les autres forces dont nous allons parler.

Si on nomme ρ la diſtance de chaque point de la rame au point C, on trouvera que $-\frac{\rho ddX}{r\,dt^2}$ ſera la force perdue à chaque inſtant par chaque point de la rame.

Enfin, comme le point C où la rame eſt attachée, a le même mouvement que le vaiſſeau, & que la rame ſe meut outre cela d'un mouvement de rotation autour de C, chaque point de la partie CG de la rame frappe l'eau à chaque inſtant avec la vîteſſe $=u$ ſuivant BA, & de G vers B avec une vîteſſe de rotation $=\rho\frac{dX}{dt}$.

Soit donc γ la *réſiſtance* de l'eau contre la rame, γ' le moment de cette *reſiſtance* par rapport au point C, & λ la *réſiſtance* de l'eau contre le vaiſſeau; on aura les deux équations ſuivantes;

$$\left(Mp' - M\frac{ddX}{dt^2}\right)h - gh\frac{ddX}{dt^2} + \gamma h = \lambda$$

$$\left(Mp' - M\frac{ddX}{dt^2}\right)r - \frac{GddX}{r\,dt^2} - \gamma' = 0.$$

Pour faire uſage de ces équations, il eſt à remarquer; 1.° que la *réſiſtance* λ eſt donnée par la connoiſſance que l'on a de la vîteſſe u; & qu'on peut ſuppoſer cette *réſiſtance* λ égale à une certaine maſſe μ animée d'une certaine force accélératrice Π; 2.° que ſi on nomme A l'angle FGO au premier inſtant, on aura $h=\text{coſ.}\left(A+\frac{X}{r}\right)$; 3.° que chaque point de la partie CG de la rame frappe l'eau avec une vîteſſe $=\rho\frac{dX}{dt} - uh$; d'où il réſulte une *réſiſtance* ſur chaque point, laquelle eſt proportionnelle à $\delta\,d\rho\left(\frac{\rho\,dX}{r\,dt} - uh\right)^2$, δ étant la denſité de l'eau; de manière que $\gamma = \int\delta\,d\rho\left(\frac{\rho\,dX}{r\,dt} - uh\right)^2$; 4.° enfin que le moment de chaque effort par rapport au point C eſt $\delta\,\rho\,d\rho\left(\frac{\rho\,dX}{r\,dt} - uh\right)^2$; d'où il s'enſuit que $\gamma' = S\,\delta\,\rho\,d\rho\left(\frac{\rho\,dX}{r\,dt} - uh\right)^2 = \ldots$ $\frac{\delta\,dX^2}{r^2\,dt^2}.\frac{p^4}{4} - \frac{2\delta\,dX}{r\,dt}.\frac{p^3uh}{3} + \frac{\delta u^2h^2p^2}{2}$, en ſuppoſant que la rame ſoit dans l'eau juſqu'au point G, ou aſſez près de ce point.

On fera ces différentes ſubſtitutions; après quoi chaſſant l'inconnu p', on aura une équation différencielle du ſecond ordre, dans laquelle il n'y aura que X de variable, & dont l'intégration donnera la valeur de X. Cette valeur étant connue, on aura celle de p par l'une des deux équations.

RÉSOLUTION, ou plus communément SOLUTION, *terme de Mathématiques.* C'eſt l'expoſé & le développement des procédés qu'on emploie pour obtenir ce qu'on demande dans un problême. *Voyez*, au mot PROBLÊME, un bel exemple de ſolution.

RÉSOUDRE,

RÉSOUDRE, *terme de Mathématiques. Résoudre* un problême, c'est en donner la solution.

RESTE, s. m. (*en Mathémat.*) C'est la différence que l'on trouve entre deux grandeurs, après avoir ôté la plus petite de la plus grande. *Voyez* SOUSTRACTION.

Si l'on veut faire la preuve d'une soustraction, c'est-à-dire, vérifier cette opération, on n'a qu'à ajouter la plus petite des deux grandeurs proposées au *reste* que l'on vient de trouver; & si cette somme est égale à la plus grande des deux quantités, l'opération est juste, autrement il y a erreur, il faut recommencer (*E*).

RESTITUTION, (*Astr.*) se dit quelquefois du retour d'une planète à son apside, c'est la révolution anomalistique.

RESTITUTION, se disoit aussi de la période, qu'on croyoit ramener tous les évènemens dans le même ordre, *apocatastasis*, *Voyez grande* ANNÉE.

RETARDATION, s. f. *en Physique*, se dit du ralentissement du mouvement d'un corps, en tant que ce ralentissement est l'effet d'une cause ou force retardatrice. Ce mot *retardation*, n'est pas extrêmement usité. *Voyez* MOUVEMENT, RÉSISTANCE & RETARDATRICE.

La *retardation* des corps en mouvement provient de deux causes générales; la résistance du milieu, & la force de la gravité.

La *retardation*, qui provient de la résistance, se confond souvent avec la résistance même; parce que par rapport à un même corps elles sont proportionnelles. *Voyez* RÉSISTANCE.

Cependant par rapport à différens corps, la même résistance produit différentes *retardations*: car si des corps de volumes égaux, mais de différentes densités, sont mus dans un même fluide avec une vîtesse égale, le fluide agira également sur tous les deux; en sorte qu'ils souffriront des résistances égales, mais différentes *retardations*; & les *retardations* seront pour chacun des corps, comme les vîtesses qui pourroient être engendrées par les mêmes forces dans les corps proposés; c'est-à-dire que ces *retardations* sont en raison inverse des quantités de matière de ces deux corps, ou de leurs densités.

Supposons à présent que deux globes d'une égale densité, mais de volumes différens, se meuvent avec la même vitesse dans un même fluide, les résistances augmenteront en raison de leur surface, c'est-à-dire qu'elles seront l'une à l'autre, comme les quarrés des diamètres des deux corps. Or les quantités de matière sont en raison des cubes des diamètres, les résistances sont les quantités de mouvement perdu, les *retardations* sont les vîtesses perdues, & en divisant les quantités de mouvement par les quantités de matière, vous aurez les vîtesses. Les *retardations* sont donc en raison directe des quarrés des diamètres, & en raison inverse des cubes de ces mêmes diamètres, c'est-à-dire, en raison inverse des diamètres eux-mêmes.

Si les corps sont égaux, & qu'ils se meuvent avec une même vîtesse, & aient une densité égale, mais qu'ils se meuvent dans différens fluides, leurs *retardations* sont comme les densités de ces fluides.

Si des corps d'une même densité & d'un même volume, se meuvent dans le même fluide avec différentes vîtesses, les *retardations* sont comme les quarrés des vîtesses.

Nous avons déjà dit que plus un corps a de surface, plus il souffre de résistance de la part d'un fluide où il se meut, & plus son mouvement est retardé. C'est pour cette raison que tous les corps ne descendent pas également vîte dans l'air. Un morceau de plomb descend beaucoup plus vîte qu'un morceau de liège de même poids; parce que le morceau de liège ayant beaucoup plus de volume, présente à l'air une plus grande surface, & rencontre par conséquent un plus grand nombre de parties d'air: d'où il s'ensuit qu'il doit perdre davantage de son mouvement que le morceau de plomb, & par conséquent qu'il doit descendre moins vîte. *Voyez* DENSITÉ, *&c.*

La *retardation* qui provient de la gravité est particulière au corps qu'on lance en haut. Un corps qu'on jette en haut, est autant retardé qu'il seroit accéléré s'il tomboit en bas. Il n'y a qu'un seul cas où la force de la gravité conspire entièrement avec le mouvement imprimé au corps; savoir quand le corps est jeté verticalement de haut en bas: dans tout autre cas, elle lui est contraire au moins en partie. *Voyez* ACCÉLÉRATION.

Comme la force de la gravité est uniforme, la *retardation* qui en provient sera égale dans des tems égaux. *Voyez* GRAVITÉ.

Ainsi, comme c'est la même force qui engendre le mouvement dans le corps tombant, & qui la diminue dans celui qui s'élève, le corps monte jusqu'à ce qu'il ait perdu tout son mouvement; ce qu'il fait en un même espace de tems qu'un corps tombant mettroit à acquérir la même vîtesse avec laquelle il est lancé en haut. *Voyez* PROJECTION, DESCENTE.

Les *retardations* qui proviennent de la résistance des fluides, sont l'une à l'autre, 1.° comme les quarrés des vîtesses; 2.° comme les densités des fluides dans lesquels les corps se meuvent; 3.° en raison inverse des diamètres des corps; enfin, en raison inverse des densités de ces mêmes corps. Les nombres qui expriment la proportion de ces *retardations*, sont en raison composée de ces raisons; on les trouve en multipliant le quarré de la vîtesse par la densité du fluide, & divisant le produit par le diamètre du corps, multiplié par sa densité.

M. Newton est le premier qui nous ait donné les lois de la *retardation* du mouvement dans les

fluides, & Galilée le premier qui ait donné celle de la *retardation* du mouvement des corps pesans. Ces deux auteurs ont été commentés & étendus depuis par une infinité d'autres ; comme par MM. Huyghens, Varignon, Bernoulli, *&c.* On trouve dans le discours de ce dernier, sur les *lois de la communication du mouvement*, plusieurs beaux théoremes sur les lois de la *retardation* du mouvement dans les fluides. M. Newton a démontré qu'un corps qui se meut dans un fluide d'une densité égale à la sienne, doit perdre la moitié de sa vîtesse, avant que d'avoir parcouru trois de ses diametres. De-là il conclut que les planetes, & sur-tout les cometes doivent se mouvoir dans un espace non résistant. Les cartésiens ont fait jusqu'à présent, de vains efforts pour répondre à cette objection. *Voy.* RÉSISTANCE, *&c.* (*O*).

Si le mouvement d'un corps est retardé uniformément, c'est-à-dire, si la vîtesse est diminuée également en tems égaux ; 1.° l'espace que le corps parcourt est la moitié de celui qu'il décriroit par un mouvement uniforme dans le même tems. 2.° Les espaces décrits en tems égaux, par un mouvement retardé uniformement, décroissent suivant les nombres impairs 9, 7, 5, 3, *&c. V.* ACCÉLÉRATION.

RETARDATRICE, est la force qui retarde le mouvement d'un corps ; telle est la pesanteur d'un corps qu'on jette de bas en haut, & dont le mouvement est continuellement retardé par l'action que sa pesanteur exerce sur lui dans une direction contraire, c'est-à-dire, de haut en bas. *Voyez* FORCE & ACCÉLÉRATRICE. *Voyez aussi* RÉSISTANCE, PESANTEUR, GRAVITÉ, *&c.* (*O*).

RÉTICULE, (*Astron.*) instrument composé de plusieurs fils, & qui se place au foyer d'une lunette pour mesurer les diametres des astres ou pour observer les différences de leurs passages. Il y en a de deux sortes principales ; savoir, le *réticule* de 45 degrés, & le *réticule* rhomboïde. Le champ d'une lunette simple, tel que le cercle *A C B E*, *fig.* 174 *des pl. d'Astron.* est ordinairement garni d'un chassis dans lequel il y a quatre cheveux ou quatre fils tendus. Un des fils, comme *A B*, est destiné à représenter le parallele à l'équateur, ou la direction du mouvement diurne des astres. Le fil horaire *C E* qui lui est perpendiculaire, représente un méridien ou cercle de déclinaison ; & les fils obliqués *N O*, *L M* font des angles de 45^d avec les deux premiers.

Lorsqu'on veut mesurer la différence d'ascension droite & de déclinaison entre deux astres pour connoître la position d'une planete par le moyen de celle d'une étoile, on incline le fil *A B*, de maniere que le premier des deux astres le suive & le parcoure exactement, & l'on observe l'heure, la minute & la seconde où cet astre passe au centre *P* ou à l'intersection des fils. Quand le second astre vient à traverser la lunette à son tour, il décrit une autre ligne *V F D G R* parallele à *A P B*. On compte l'instant où il arrive en *D*, c'est-à-dire, sur le même cercle horaire de déclinaison *C D P E*, où l'on a observé le premier astre en *P*, & la différence des tems donne la différence d'ascension droite des deux astres.

Pour trouver la différence de déclinaison, ou la perpendiculaire *P D* comprise entre les paralleles *A B* & *V R* des deux astres, on compte le moment où le second astre passe en *F* & en *G*. L'intervalle de tems, converti en degrés & multiplié par le cosinus de la déclinaison de l'astre, donne l'arc *F D G*, dont la moitié *F D* est égale à *D P*, à cause de l'angle *F P D* supposé de 45^d ; c'est la différence de déclinaison cherchée.

Bradley & la Caille ont substitué le *réticule* rhomboïde au *réticule* de 45^d. C'est aujourd'hui le plus usité parmi les astronomes. Le *réticule* de 45^d a deux inconvéniens que Bradley a voulu éviter dans celui-ci; c'est, 1.° de rendre inutile une partie du champ de la lunette ; savoir, les deux segmens *N C L*, *M E O*, qui se trouvent en haut & en bas; 2.° d'embarrasser considérablement le centre *P* de la lunette par l'intersection de plusieurs fils, en sorte que l'astre peut y passer sans être apperçu.

Le *réticule* de Bradley est formé d'un rhomboïde *B E D F* (*fig.* 175), dans lequel une des diagonales *B D* est double de l'autre *E F*. Pour le tracer on suppose un carré *A G H C*, dont les côtés *A C* & *G H* soient divisés chacun en deux parties égales en *D* & en *B*; du point *B* l'on tire aux angles *A* & *C* les lignes *B A*, *B C*, & du point *D* aux angles *G* & *H* les lignes *D G*, *D H*; ces quatre lignes forment, par leurs intersections *E* & *F*, le rhomboïde *B E D F* dans lequel *EF* est la moitié de *AC*, & par conséquent moitié de *B D*. Si en quelque endroit de ce *réticule* on tire une ligne *e d f* parallele à la base *E F*, la perpendiculaire *B D* sera égale à la base *e f*, comme *B D* est égal à *A C*, c'est-à-dire, que la largeur d'une partie de ce rhomboïde est toujours égale à la hauteur ; au lieu que, dans le *réticule* de 45°, la base étoit double de la distance au centre.

Lorsqu'on veut comparer avec ce *réticule* une planete à une étoile, on fait en sorte que le premier des deux astres parcoure dans son mouvement diurne le fil qui est tendu de *E* en *F*; & comme l'on connoît la valeur du *réticule* en degrés & en minutes, par le tems qu'un astre situé dans l'équateur met à le parcourir, on sait combien le point *B* est éloigné du milieu du fil *E F*, ou du centre de la lunette.

Le second astre venant à traverser aussi la lunette en *f*, on compte exactement le tems qu'il a employé à passer de *e* en *f*; on convertit ce tems en degrés, minutes & secondes ; on diminue ces

degrés, en les multipliant par le cosinus de la déclinaison de cet astre, & l'on a la grandeur de *e f*, laquelle est égale à *B d*. Cette grandeur étant ôtée de *B M*, il reste *M d* qui est la différence en déclinaison des deux astres, ou la distance du parallèle de l'un des deux astres au parallèle de l'autre.

Pour pouvoir distinguer dans l'obscurité si l'étoile a passé au-dessus ou au-dessous de la ligne *E F* du milieu, on a l'attention de conserver une largeur considérable à la partie *E B* du *réticule*, c'est-à-dire, une partie pleine *L E B*, tandis que les trois autres côtés sont les plus minces & les plus évidés qu'il soit possible.

Les micromètres diffèrent des *réticules*, en ce qu'ils ont un fil mobile qui peut s'approcher ou s'éloigner du fil fixe. *Voyez* MICROMETRE.

On se servoit autrefois pour observer les éclipses d'un *réticule*, composé de treize fils de soie fort fins, parallèles, également éloignés les uns des autres, & placés au foyer du verre objectif; on avoit par ce moyen le diamètre du soleil ou de la lune divisé en douze parties égales ou doigts; de sorte que pour trouver la quantité d'une éclipse, il ne falloit que compter le nombre des parties lumineuses & des parties obscures, par les fils du *réticule*.

Comme un *réticule* carré ne peut servir que pour le diamètre, & non pour la circonférence de l'astre, on l'a fait quelquefois circulaire, en traçant six cercles concentriques également distans, qui représentoient aussi les phases de l'éclipse; mais ce *réticule*, carré ou circulaire, doit être parfaitement égal au diamètre, ou à la circonférence de la planète, telle qu'elle paroît dans le foyer du verre, autrement la division ne sauroit être juste. Or c'est une chose qui n'est pas aisée à faire, à cause que le diamètre apparent du soleil ou de la lune diffère dans chaque éclipse, & que même celui de la lune diffère de lui-même dans le cours de la même éclipse.

Une autre imperfection du *réticule*, est que sa grandeur est déterminée par celle de l'image qui paroît dans le foyer, & par conséquent il ne peut servir que pour une certaine grandeur.

La Hire proposa de faire servir le même *réticule* pour toutes les lunettes & toutes les grandeurs de la planète dans différentes éclipses: le principe sur lequel il appuyoit son invention, est que deux verres objectifs appliqués l'un contre l'autre, ayant un foyer commun, & y formant une image d'une certaine grandeur, cette image croît à proportion que la distance des deux verres objectifs augmente, du moins jusqu'à un certain point.

Si donc on prend un *réticule* de telle grandeur qu'il puisse égaler précisément le plus grand diamètre que le soleil ou la lune peuvent avoir dans le foyer commun des deux verres objectifs placés l'un contre l'autre; il ne faudra que les éloigner l'un de l'autre, à mesure que l'astre viendra à avoir un plus petit diamètre, pour en avoir toujours l'image exactement représentée, & comprise dans le même *réticule*. La Hire proposa en même-tems de substituer aux fils de soie un *réticule* fait de glace de miroir mince, en y traçant des lignes ou des cercles avec la pointe d'un diamant; pour éviter l'inconvénient des fils de soie qui sont sujets à se déranger. Brander, habile artiste d'Ausbourg, a fait aussi des *réticules* formés par des lignes tracées sur du verre; mais cela est assez difficile à exécuter. (*D. L.*)

RÉTICULE, constellation australe introduite par la Caille. Elle est située entre l'hydre & la dorade, au-dessous des deux nuages. La principale étoile est de troisiéme grandeur. Elle avoit en 1750 $62^d\ 49'\ 13''$ d'ascension droite, & $63^d\ 6'\ 13''$ de déclinaison australe. (*D. L.*)

RETOUR DES SUITES, *terme en usage dans l'Analyse sublime*; voici en quoi le *retour des suites* consiste. On a l'expression d'une quantité comme x, par une suite composée de constantes & d'une autre quantité y; il s'agit de tirer de cette première suite, une autre suite qui exprime la valeur de y en x & en constantes; par exemple, on a $x = a + by + cy^2 + fy^3 +$, &c. Il s'agit de trouver une valeur de y, exprimée par une suite qui ne renferme que x; la méthode pour résoudre ce problême est expliquée dans le septième livre de l'analyse démontrée du P. Reyneau, *tome I*, dans l'exemple proposé, on supposera $y = A + Bx + Cx^2 + Fx^3$ &c. A, B, C, F, &c. & étant des coefficiens inconnus, & substituant cette valeur dans l'équation $x = a + by + cy^2 + fy^3$ &c. ou $x - a - by - cy^2 - fy^3$ &c. $= o$, on déterminera en faisant évanouir chaque terme les coefficiens A, B, C, F, &c. *Voyez* cette méthode expliquée plus au long dans l'ouvrage cité. (*O*).

RETOURNEMENT, (*Astron.*) opération par laquelle on vérifie un quart de cercle, en observant une étoile près du zénit, le limbe tourné vers l'orient, & vers l'occident alternativement. *V.* QUART DE CERCLE.

RÉTROGRADATION, f. f. (*Méchan.*) action par laquelle un corps se meut en arrière. *Voyez* RÉTROGRADER.

RÉTROGRADATION, *en terme d'Astronomie*, est un mouvement apparent des planètes par lequel elles semblent quelquefois reculer dans l'écliptique, & se mouvoir dans un sens opposé à l'ordre ou à la succession des signes, c'est-à-dire, aller vers l'occident.

On dit que les planètes sont *directes*, quand elles vont selon l'ordre, la suite & la succession des signes, comme d'*Aries* en *Taurus*, de *Taurus* en *Gemini*, &c. c'est-à-dire, d'occident en orient. Quand une planète paroît pendant quelques jours dans le même point du ciel, on dit qu'elle est

ſtationnaire, enfin quand elle ſe meut contre l'ordre des ſignes, ſavoir d'orient en occident, on dit qu'elle eſt rétrograde; c'eſt ce qui arrive chaque année à toutes les planètes, car excepté le ſoleil & la lune qui paroiſſent toujours directs, Saturne, Jupiter, Mars, Vénus, Mercure, ſont quelquefois directs, quelquefois ſtationaires, & quelquefois rétrogrades.

L'intervalle de tems entre les commencemens des deux *rétrogradations*, eſt le même que celui de la révolution ſynodique, ou du retour d'une planète à même ſituation par rapport au ſoleil, il eſt d'un an & 13 jours dans Saturne; d'un an & de 34 jours dans Jupiter; de deux ans & 50 jours dans Mars; d'un an & 219 jours dans Vénus, & de 116 jours dans Mercure.

Saturne eſt rétrograde pendant 135 ou 139 jours à chaque révolution ſynodique; Jupiter pendant 117 ou 122; Mars pendant 61 à 81; Vénus pendant 41 ou 43; Mercure pendant 21 $\frac{1}{2}$ ou 23 $\frac{1}{2}$ jours. L'art de rétrogradation eſt de 6^d $\frac{1}{2}$ pour Saturne, de 10 pour Jupiter, de 10 à 19 pour Mars, de 16 pour Vénus, & depuis 9 $\frac{1}{2}$ juſqu'à 5 $\frac{1}{2}$ pour Mercure; la différence vient de l'excentricité ou de l'inégalité des diſtances de Mercure, on trouvera dans le *tome VIII, des Ephémérides*, une table exacte & détaillée de ces différentes circonſtances des *rétrogradations*.

Ces changemens de cours & de mouvemens des planètes, ne ſont qu'apparens; ſi les planètes étoient vues du centre du ſyſtême, c'eſt-à-dire, du ſoleil, leurs mouvemens paroîtroient toujours réguliers, c'eſt-à-dire, dirigés d'occident en orient. Les inégalités qu'on y obſerve en les voyant de la terre, naiſſent du mouvement & de la poſition de la terre, d'où on les voit; & voici la manière dont on les explique dans le ſyſtême de Copernic.

Suppoſons que *TR*, *Pl. Aſtronom. fig.* 88, ſoit une portion de l'orbite de la terre, & *PX* celle d'une planète ſupérieure, par exemple, de Saturne: ſuppoſons la terre en *T* & Saturne en *M*, oppoſé au ſoleil. Si la terre avance de *T* en *t* & ſaturne de *M* en *m*, la vîteſſe de ſaturne étant moindre que celle de la terre, il nous paroîtra reſter en arrière, ou ce qui revient au même, il nous paroîtra reculer à l'occident ou à droite, tandis qu'il va réellement à l'orient ou vers la gauche comme la terre; mais ſi la terre étoit en *A*, & décrivoit l'arc *Aa*, comme ſaturne ſe meut de *M* en *m*, il paroîtroit avancer vers la gauche ou vers l'orient; alors il eſt en conjonction avec le ſoleil; dans ce cas la planète eſt directe, & ſe meut d'occident en orient, ou ſuivant l'ordre des ſignes.

Si la terre a été de *T* en *R* pendant le tems que ſaturne a mis à décrire l'arc *MP*, & que cette planète décrivant *Pp* la terre décrive *Rr*, en ſorte que la ligne *PR* qui joint la terre & ſaturne, ſoit pendant quelque tems parallèle à elle-même ou approchant de l'être, c'eſt-à-dire, que *pr* ſoit parallèle à *PR*, ſaturne paroîtra pendant tout ce tems-là au même point du zodiaque, & proche des mêmes étoiles fixes, & ſera pour lors ſtationnaire. Car deux lignes parallèles vont répondre à la même étoile, à cauſe du grand éloignement des fixes. Quand la terre ira de *V* en *u* & la planète de *X* en *x*, celle-ci recommencera à paroître directe, ou avancer vers la gauche & vers l'orient puiſque la ligne *ux*, répond à un point du ciel plus avancé que la ligne *VX*. C'eſt ainſi que les planètes ſupérieures ſont *rétrogrades* dans leurs oppoſitions & directes dans leurs conjonctions.

Si l'on conſidère l'orbite *TR* comme celle d'une planète inférieure, & l'orbite *MP* comme celle de la terre, on verra que la planète eſt directe dans ſa conjonction ſupérieure, & *rétrograde* dans ſa conjonction inférieure ou lorſqu'elle eſt entre le ſoleil & la terre, & entre ces deux états, il y en aura de même autre intermédiaire, dans lequel cette planète ne paroîtra aller ni en avant, ni en arrière, c'eſt la *ſtation*; elle arrive auſſi quand le mouvement de la terre élide ou détruit en apparence celui de la planète, ou quand les lignes ſuivant leſquelles on voit la planète de deſſus la terre, placée en deux différens endroits de ſon orbite, ſont parallèles entr'elles; car alors, les deux lieux où l'on voit la planète dans le ciel ſont ſenſiblement les mêmes, ou dirigés à la même étoile comme nous l'avons dit, & cela à cauſe de la petiteſſe du rayon de l'orbe terreſtre en comparaiſon de la diſtance des étoiles.

Kepler, Halley, & Mayer, (*Mém. de Pétersbourg, T.* 2.) ont donné des méthodes pour déterminer les lieux de la terre d'où une planète, vue dans un point donné de ſon orbite, doit paroître ſtationnaire. M. du Séjour dans un recueil de mémoires publiés en 1761, en commun avec M. Goudin a réſolu auſſi le problème des ſtations & des *rétrogradations*; mais comme ce problème n'eſt d'aucun uſage dans l'aſtronomie, nous ne rapporterons pas ces différentes ſolutions; il nous ſuffira de démontrer une expreſſion ſimple & élégante de l'angle d'élongation, au moment de la ſtation, en ſuppoſant les deux orbites concentriques. Si l'on nomme 1 la diſtance de la terre au ſoleil, & *d* celle de la planète au ſoleil, & qu'on diviſe *d* par la racine de $d+1$, on aura la tangente de l'angle d'élongation, ou de la diſtance de la planète au ſoleil, vue de la terre au moment de chaque ſtation, c'eſt-à-dire, au commencement & à la fin de la *rétrogradation*.

Cette expreſſion revient à celle qui eſt dans Keill, & dans les inſtitutions aſtronomiques de M. le Monnier; mais en voici une démonſtration beaucoup plus ſimple.

Je commencerai par ſuppoſer comme une choſe connue ou facile à démontrer, que dans un triangle dont deux côtés ſont conſtans, les petites variations des angles oppoſés, ſont comme les tangentes de ces angles, *voyez mon aſtronomie art.* 3837. Or le changement de la longitude géocentrique étant nul dans la ſtation, le changement de l'angle à la planète que j'appelle p, eſt égal au mouvement héliocentrique, & le changement de l'élongation e eſt égal au mouvement du ſoleil, ces deux mouvemens ſont entr'eux comme 1 eſt à t tems de la révolution de la planète en parties de celle du ſoleil.

Ainſi appellant p l'angle à la planète, & e l'angle d'élongation, l'on aura $\text{tang.}\, p : \text{tang.}\, e :: 1 : t$ $\text{tang.}\, p^2 : \text{tang.}\, e^2 :: 1 : t^2 :: 1 : d^3$ par la règle de Képler, $:: \frac{\text{ſin.}\, p^2}{\text{coſ.}\, p^2} : \frac{\text{ſin.}\, e^2}{\text{coſ.}\, e^2}$ qu'on peut mettre ſous cette forme $\frac{d^2}{1} : \frac{1}{d} :: \frac{\text{ſin.}\, e^2}{\text{coſ.}\, e^2} : \frac{\text{ſin.}\, p^2}{\text{coſ.}\, p^2}$. Or les quatre numérateurs expriment la proportion ordinaire des côtés aux ſinus des angles oppoſés; donc les dénominateurs ſont auſſi en proportion. Ainſi $\text{coſ.}\, p^2 = d\, \text{coſ.}\, e^2$, & $\text{ſin.}\, p^2 = \frac{\text{ſin.}\, e^2}{d^2}$. Par conſéquent $\text{ſin.}\, p^2 + \text{coſ.}\, p^2\ (=1) = \text{ſin.}\, e^2 + \text{coſ.}\, e^2 = \frac{\text{ſin.}\, e^2}{d^2} + d\, \text{coſ.}\, e^2$, donc $(d-1)\, \text{coſ.}\, e^2 = \text{ſin.}\, e^2\, \frac{d^2-1}{d^2}$; ou $\text{tang.}\, e^2 = \frac{d^2}{d+1}$; donc $\text{tang.}\, e = \frac{d}{\sqrt{d+1}}$.

Par exemple, pour la planète de Herſchel dont la diſtance au ſoleil eſt 19 fois celle de la terre au ſoleil, on diviſera 19 par la racine de 20, ce ſera la tangente de 76° 47′, ainſi, l'on trouve bien facilement que cette planète eſt ſtationnaire, toutes les fois qu'elle eſt à 77° du ſoleil, avant & après ſon oppoſition; du moins en négligeant ſon excentricité, ainſi, que celle de l'orbite terreſtre.

Cette formule appliquée à une planète inférieure donneroit l'angle à la planète, mais il eſt aiſé d'en conclure l'angle à la terre, en partageant le ſupplément du premier en deux parties qui ſoient dans le rapport des diſtances au ſoleil.

Les *rétrogradations* des planètes ont été la première occaſion de reconnoître le mouvement annuel de la terre autour du ſoleil, comme on le verra quand nous expliquerons le Syſteme de Copernic. (*D. L.*)

Rétrogradation *des nœuds de la lune*, eſt un mouvement de la ligne des nœuds de l'orbite lunaire, par lequel cette ligne change ſans ceſſe de ſituation en ſe mouvant d'orient en occident contre l'ordre des ſignes; elle achève ſon cours *rétrograde* dans l'eſpace d'environ 19 ans; après quoi chacun des nœuds revient au même point qu'il avoit quitté. Newton a démontré dans ſes *Principes* que la *rétrogradation des nœuds de la lune* venoit de l'action du ſoleil qui détournant continuellement cette planète de ſon orbite, fait que cette orbite n'eſt pas plane, & que ſon interſection avec l'écliptique varie continuellement. Ce mouvement eſt commun à toutes les orbites planétaires, mais il eſt plus ſenſible pour la lune. *V.* Nœud & Lune.

Rétrogradation du ſoleil. Lorſque le ſoleil eſt obſervé dans la zone torride, & que ſa déclinaiſon eſt plus grande que la latitude du lieu; ſoit que l'une ou l'autre ſoit ſeptentrionale ou méridionale, le ſoleil paroît ſe mouvoir en arrière, ou rétrograder avant ou après midi.

Car concevez le cercle vertical ZGN, (*fig.* 112 *d'Aſtron.*) tangent au parallèle ou cercle diurne MGL du ſoleil en G, & un autre vertical ZON par le point O où le ſoleil ſe leve; il eſt évident que tous les cercles verticaux intermédiaires, couperont le cercle diurne du ſoleil en deux endroits, ſavoir dans l'arc GO, & dans l'arc GI; c'eſt pourquoi à meſure que le ſoleil s'élève en ſuivant l'arc GO, il s'approche, ſans ceſſe du vertical ZGN le plus éloigné du pole P, mais comme il continue de s'élever ſur l'arc GI, il revient à ſes premiers verticaux, & paroît rétrograder pendant quelque tems avant midi; on peut démontrer pareillement qu'il fait la même choſe après midi; donc comme l'ombre tombe toujours du côté oppoſé au ſoleil, elle doit être rétrograde deux fois par jour dans tous les lieux de la zone torride, lorſque la déclinaiſon du ſoleil excède la latitude du lieu. *Chambers.* (*O*)

Révolution, *terme de Géométrie.* Le mouvement d'une figure plane qui tourne autour d'un axe immobile, eſt appellé *révolution* de cette figure. *Voy.* Axe.

Un triangle rectangle tournant au tour d'un de ſes côtés engendre un cône par ſa *révolution*; un demi-cercle engendre une ſphère, *Voyez* Cône, Sphere, *&c.*

RÉVOLUTION (*Aſtronom.*) ſe dit de la durée du tems, qu'une planète emploie à faire le tour du ciel; ainſi, l'on dit que la *révolution* du ſoleil eſt d'un an, que celle de ſaturne eſt de trente ans.

Pour déterminer la durée d'une *révolution* du moins à-peu-près, il ſuffit de voir combien une planète a mis de tems pour venir à une même ſituation; mais comme les planètes ne tournent pas autour de la terre, il faut choiſir les tems où elles ſont à la même ſituation tant par rapport à nous que par rapport au ſoleil & autant qu'on le peut, les tems où la terre elle-même eſt dans la même poſition; tout cela ſe rencontre

quand on a des oppofitions ou des conjonctions obfervées dans les mêmes jours de différentes années.

Pour connoître les *révolutions* avec plus d'exactitude, on choifit des intervalles fort longs & des obfervations fort éloignées pour compenfer par le nombre des *révolutions* les inégalités de chacune & les erreurs inévitables dans chaque obfervation, nous en donnerons un exemple pour trouver la *révolution* de faturne. La plus ancienne obfervation de faturne dont la mémoire nous ait été confervée, fut faite par les Caldéens le 14 du mois de Tybi, l'an 519 de Nabonaffar ou le 1er Mars l'an 228 avant J. C. Saturne étoit deux doigts au-deffous de l'étoile qui eft dans l'épaule auftrale ou l'aile gauche de la vierge appellée γ dans Bayer. M. Caffini conclut de cette obfervation, que le 2 Mars à 1^h. du foir, faturne étoit en oppofition au foleil ayant $5^s 8° 23'$ de longitude, & comparant cette oppofition avec celle du 26 Février 1714, ou 15 Février d'un ftile à $8^h\ 16'$ dans $5^s 7° 56' 46''$, & trouve l'intervalle de 1942 années, dont 485 font biffextiles moins 14 jours 16 heures 44 minutes, ou de 1943 années communes 105 d. $7^h\ 16'$; mais comme il y avoit $26'\ 14''$ de différence pour le vrai lieu de faturne, & qu'il lui falloit 13 jou. & 14^h pour les faire. Le retour à la même longitude eft de 1943 années communes, $118^j\ 21^h\ 16'$ intervalle pendant lequel faturne avoit fait 66 *révolutions* complettes. Ainfi, divifant l'intervalle par 66, on trouve pour la durée d'une feule *révolution* 29 années 162 jours. $4^h\ 27'$.

La *révolution* vraie d'une planète ou fon vrai retour à un même point du ciel eft trop inégale pour qu'on en faffe des tables; la *révolution* moyenne eft la feule que l'on calcule, c'eft celle que l'on a dégagée de l'effet de toutes les inégalités de la planète, en prenant le milieu entre les plus & les moins, par un grand nombre de *révolutions* fondues en une fomme totale; c'eft de cette *révolution* moyenne qu'il faut entendre tout ce que nous allons dire.

La *révolution tropique* eft celle qui fe compte par le retour d'une planète au point équinoxial.

La *révolution fydérale* eft le retour de la planète à une même étoile fixe. *Voyez* ANNÉE SYDERALE.

La *révolution* anomaliftique eft le retour à l'apfide, foit apogée, foit aphélie.

La *révolution* fynodique eft le retour à la conjonction au foleil, vu de la terre; mais s'il s'agit des fatellites, c'eft le retour à la conjonction, vu de la planète principale. La *révolution* fynodique de la lune eft de vingt-neuf jours, $12^h\ 44'\ 3''$ elle diffère de la *révolution* ou du mois périodique, c'eft-à-dire, du tems que la lune met à parcourir le zodiaque, ce dernier mois étant de 27 jours 7 heures $43'\ 4''$. La raifon de cette différence, eft que pendant une *révolution* de la lune, le foleil fait environ 27 degrés dans le même fens; il faut donc pour que la lune fe retrouve en conjonction avec le foleil, qu'elle faffe encore tout ce chemin, & elle emploie environ deux jours à parcourir ces 27 degrés. Connoiffant la *révolution* périodique avec exactitude, il eft aifé de trouver la *révolution* fynodique, c'eft-à-dire, le retour au foleil, ou la durée d'une lunaifon moyenne, en difant: la différence des mouvemens de la lune & du foleil, eft au mouvement de la lune feule, comme la *révolution* périodique eft à la *révolution* fynodique. En effet, le mouvement de la lune par rapport au foleil, ou la différence des mouvemens du foleil & de la lune eft ce qui détermine la longueur du mois fynodique, tandis que le mouvement de la lune feule détermine le mois périodique; ces deux mois font donc entre eux dans la raifon inverfe de ces mouvemens, c'eft-à-dire, comme le mouvement abfolu de la lune feule eft à fon mouvement relatif ou à fon mouvement par rapport au foleil.

Nous avons mis dans la table qui eft au mot PLANETE, les *révolutions* tropiques, *fydérales* & *fynodiques*; il ne nous refte à parler ici que d'une autre efpèce de *révolution* apparente; c'eft le retour des planètes aux mêmes points du ciel & à mêmes diftances par rapport au foleil, qui ramène les conjonctions, les oppofitions, les paffages au méridien, & les fituations des planètes aux mêmes points du ciel après un certain nombre d'années.

Pour qu'une planète revienne pour nous à la même longitude où elle s'eft trouvée une fois, il faut que la planète & la terre foient chacune au même point de fon orbite, c'eft-à-dire, à la même longitude; alors le lieu de la planète, fa latitude vue de la terre, auffi-bien que le paffage au méridien, le lever & le coucher, fe trouvent les mêmes qu'auparavant, & recommencent dans le même ordre.

S'il étoit facile de trouver pour les planètes de femblables périodes, le travail de ceux qui calculent les éphémérides & le livre de la *connoiffance des tems*, feroit fort diminué; mais ces périodes font ou fort longues ou fort imparfaites, en voici cependant un effai qui peut être utile à ceux qui calculent les éphémérides.

Mercure doit fe trouver prefque à la même place par rapport à la terre après 13 ans & 3 jours; ce fera feulement 13 ans & 2 jours s'il fe trouve 4 biffextiles dans les 13 années. Dans cet intervalle il fait 54 *révolutions* avec $2° 55'$ de plus, & la terre 13 *révolutions* avec $2° 49'$ de plus.

Vénus après un efpace de 8 ans fe trouve à un $1° 32'$ feulement du lieu où elle étoit; & la terre fe trouve $4'$ plus loin, en forte que la fituation apparente de vénus approche beaucoup d'être la même deux jours auparavant, ou après 8 ans moins deux jours.

Mars en 15 ans moins 18 jours, ſe trouve avoir une ſituation apparente à-peu-près ſemblable; ce ſeroit 15 ans moins 19 jours, s'il y avoit 4 biſſextiles dans 15 années. Il y a une période encore plus exacte pour mars, mais elle eſt de 79 années 4 jours, ou un jour de moins s'il y a 20 biſſextiles dans les 79 années.

Pour jupiter c'eſt 83 ans; en ſuppoſant qu'il n'y ait que 20 biſſextiles dans cette intervalle; s'il y en avoit 21, ce ſeroit 83 ans moins un jour. La période des 12 années & 5 jours approche un peu de cette exactitude.

Saturne, en 59 ans & deux jours, change de 1.° 45′ & la terre de 1.° 41′; par ce moyen ſaturne & la terre ſe trouvent, pour ainſi dire, à la même anomalie, à la même diſtance du ſoleil, & à la même diſtance entre eux. Ce ſeroit 59 ans & 3 jours s'il ſe trouvoit dans l'intervalle une année ſéculaire comme 1700, dont on ſupprime la biſſextile, ſuivant la règle du calendrier grégorien.

Ce ne ſont pas là des *révolutions* proprement dites, mais elles en tiennent lieu par rapport à nous, puiſqu'elles ramènent les phénomènes dans le même ordre.

Le produit de tous ces nombres d'années donneroit une période générale du retour de toutes les planètes à mêmes configurations, ſoit entre-elles, ſoit par rapport au ſoleil. Mais pour ſavoir à quelle époque les planètes ſe ſont trouvées enſemble, il faudroit un calcul très-long, & ſur lequel on ne pourroit guères compter à cauſe des dérangemens planétaires.

Les *révolutions* de l'apogée & des nœuds de la lune ſe trouvent au mot Lune; elles ſont trop lentes pour les autres planètes, pour qu'on puiſſe les calculer avec quelque ſorte de préciſion.

La *révolution* des étoiles ou des points équinoxiaux eſt de 25750 ans. Sur la grande année ou l'année platonique. *Voyez* Année, voyez auſſi Période. (*D. L.*)

R H O

RHOMBE *ou* Losange, ſ. m. *terme de Géométrie*; c'eſt un parallélogramme dont les côtés ſont égaux, mais dont les angles ſont inégaux, deux des angles oppoſés étant obtus, & les deux autres aigus; telle eſt la *fig. AB CD*, *Pl. Géom. fig.* 83.

Pour trouver l'aire d'un *rhombe* ou d'un *rhomboïde*, (*Voyez* Rhomboïde) ſur la ligne *CD*, priſe pour baſe, laiſſez tomber la perpendiculaire *Ae* qui ſera la hauteur du parallélogramme, multipliez la baſe par la hauteur, le produit ſera l'aire cherchée; ainſi, ſuppoſons que *CD* ſoit de 456 pieds, & *Ae* de 234, l'aire ſera de 106704 pieds quarrés.

En effet, il eſt démontré qu'un parallélogramme obliquangle eſt égal en ſurface à un parallélogramme rectangle de même baſe *CD* & de même hauteur *AE*. *fig.* 232. *Voy.* Parallélogramme. Or l'aire d'un parallélogramme rectangle eſt le produit de ſa baſe par ſa hauteur, donc le produit d'un parallélogramme obliquangle eſt auſſi égal au produit de ſa baſe par ſa hauteur. (*E*).

Rhombe *ſolide*; on appelle ainſi deux cônes égaux & droits, joints enſemble par leurs baſes. *Voyez* Cône. (*E*).

Rhomboïde, ſ. m. *terme de Géométrie*, c'eſt un parallélogramme dont les côtés & les angles ſont inégaux, mais dont les côtés oppoſés ſont égaux, ainſi que les angles oppoſés.

Autrement, le *rhomboïde* eſt une figure de quatre côtés, dont les côtés oppoſés & les angles oppoſés ſont égaux, mais qui n'eſt ni équilatéral ni équiangle, telle eſt la *fig. N O P Q*, *Pl. Géom. fig.* 233.

Pour la manière de trouver l'aire du *rhomboïde*, *Voyez* Rhombe. (*E*).

Romboïde (*Aſtr.*) *Voyez* Réticule.

RHUMB, (*ligne de*) (*Méch.*) C'eſt la courbe que décrit un vaiſſeau en faiſant toujours le même angle avec le méridien. *Voyez* l'équation de cette courbe au *mot* Loxodromie. En employant convenablement cette équation, il eſt facile de voir que la longueur de la ligne de *Rhumb*, compriſe entre deux méridiens qu'elle coupe à des diſtances z & a du pole, $= (z - a) \frac{\text{ſec.}\, m}{\text{tang.}\, m} = \frac{z - a}{\text{ſin.}\, m}$; m exprimant le complément de l'angle conſtant que fait la loxodromie avec les méridiens.

R I C

RICATI (*équation de*) *Algèbre. Calcul intégral.* On appelle ainſi une équation différencielle du premier ordre à deux variables, que le comte *Ricati* propoſa aux Géomètres vers 1720, & dont perſonne n'a encore donné de ſolution générale. Peut-être n'eſt-elle pas ſuſceptible d'en avoir une en termes finis.

Cette équation eſt de la forme

$$dy + y^2\, dx + a x^m\, dx = o.$$

On a trouvé que toutes les fois que $m = \frac{-4h}{2h \pm 1}$, h étant un nombre entier poſitif, la propoſée ſe réduiſoit à $dy' + y'^2 dx' + a' dx' = o$, d'où l'on tire $dx' = -\frac{\int dy'}{a' + y'^2}$, pour le prouver, il ſuffit de faire y égal à $y' x'^p + c x'^q + e x'^r \ldots$ & $x = a' x'^n$, & on trouvera des valeurs de q, r, &c. telles que la réduction ait lieu, la valeur de y en y' & x' n'étant qu'un polynome d'un nombre fini de termes.

M. de la Grange a trouvé cette même ſolution par une méthode particulière, & a donné de plus une ſérie très-commode pour repréſenter la valeur

de y dans tous les cas où l'on n'a point l'intégrale. *Voyez* l'*art.* LINÉAIRES.

Si l'on vouloit résoudre cette équation quelle que fût m, on la rappelleroit d'abord à une équation linéaire du second ordre, en faisant, comme M. de la Grange, $x = x'^{p}$ & $y = \frac{dy' x'^{q}}{y' dx'}$, & déterminant q & p, enforte qu'on ait $y'x' + b\frac{dy'}{dx'} + cx'\frac{d^2y'}{dx'^2} = 0$, on aura ensuite l'intégrale de cette transformée, en supposant que multipliée par A, fonction de x', elle devienne une différentielle exacte, en faisant dans l'équation en A, $dA = ZA$, & $BZ^2 + CZ + D = 0$. $B C$, D étant des fonctions algébriques rationnelles & entières de x, & la forme de BCD étant données, on en déterminera les coëfficiens. Enfin, tout cela étant connu, si on a une valeur de Z, on aura, par les quadratures, (*voyez* cet article) une intégrale qui contiendra x', y' & $\frac{dy'}{dx}$, on mettra dans cette intégrale pour x' & $\frac{dy'}{dx}$ leurs valeurs en y & x, & on aura une intégrale en x, y' & y; on la différentiera en substituant encore pour $\frac{dy'}{dx'}$ & y' leurs valeurs, & pour $\frac{dy}{dx}$ sa valeur tirée de la proposée, on aura une fonction algébrique de x, y' & y égale à zéro, substituant dans l'intégrale ci-dessus en x, y, & y' la valeur de y' tirée de l'équation algébrique, on aura l'intégrale cherchée.

Ainsi l'équation de *Ricati* ne sera intégrable en termes finis, que toutes les fois que B, C, D, pourront être des fonctions finies & rationnelles; & toutes les fois qu'elles pourront l'être, on intégrera par notre méthode. *Voyez* les articles INTÉGRAL & SÉRIES. (*M. D. C.*)

RICOCHET, s. m. (*Méch.*) on dit qu'un corps fait des *ricochets*, lorsqu'ayant été jetté obliquement sur la surface de l'eau, il se réfléchit au lieu de la pénétrer, & y retombe ensuite pour se réfléchir de nouveau.

Pour avoir une idée bien claire de la cause du *ricochet*, représentons-nous un cercle *CMH*, *fig.* 213. *planc. méch.* qui passe obliquement d'un fluide moins résistant, comme l'air, dans un fluide plus résistant, comme l'eau; & supposons d'abord que ce cercle soit sans pesanteur, soit *CA* la direction du centre dans le tems où le cercle est enfoncé de la quantité D *a*, en sorte que *EM* soit la surface commune qui sépare les deux milieux; & supposons que cet enfoncement *EaM* est encore assez petit pour que le point *E* se trouve sur le quart de cercle *AB*; il est clair, 1.° que les arcs *AM*, *AH*, aussi-bien que les arcs *BE*, *be*, étant égaux & dans le même fluide, & semblablement posés de part & d'autre de *CA*, l'impression du fluide sur ces arcs ne peut donner d'impulsion au centre *C*, que suivant *CN* directement opposée à *CA*. 2.° Les arcs *EM*, *eH* étant de même égaux, & semblablement posés de part & d'autre de *CA*, mais dans des fluides différens; il s'ensuit que puisqu'on suppose le fluide où est l'arc *EM* plus résistant que celui où est l'arc *eH*, l'effort suivant *Cb* qui résulte de l'impression du fluide sur l'arc *EM*, l'emportera sur l'effort suivant *CB* qui résulte de l'impression du fluide sur l'arc *eH*. Le centre *C* sera donc poussé suivant *Cb*, & comme sa tendance est en même tems suivant *CA*, l'action conjointe de ces deux forces lui fera décrire l'arc ou la petite ligne *Ci*; d'où l'on voit que la direction *CA* du centre *C* doit s'écarter continuellement de la ligne *Ca*, perpendiculaire à la surface des deux fluides, au moins tant que le point *E* est sur le quart du cercle *AB*.

On voit donc que tant que le point *E* est sur le quart du cercle *AB*, la direction *CA* du centre *C* s'éloigne toujours de la perpendiculaire *Ca*; d'où il s'ensuit qu'à mesure que le cercle s'enfonce, le point *A* monte, aussi-bien que les points *E*, *M*, & le point *B* descend; donc le point *E* & le point *B* doivent se rencontrer. Lorsque le point *E* & le point *B* se sont rencontrés, le centre *C* doit continuer à se mouvoir sur une ligne courbe : car il est aisé de voir que la force suivant *Cb* continuera de l'emporter sur la force suivant *CB*, (*fig.* 214, *pl. méch.*) & il est bon de remarquer en passant, qu'on ne doit plus alors avoir égard à la résistance faite aux arcs *BE*, *be*, qui par leur position sont à couvert de l'impulsion du fluide; donc le point *B* descendant toujours vers *a*, les points *E*, *M* montent vers *D*, en même-tems que le point *b*. Or cela posé, il peut arriver trois cas différens.

1.° Si le point *M* (*fig.* 215), rencontre le point *b* avant que d'arriver en *D*, c'est-à-dire, avant que le cercle soit enfoncé tout-à-fait, il est visible qu'à l'instant de cette rencontre, l'effort suivant *Cb* deviendra nul, puisque le cercle présentera au nouveau fluide une moitié entière *BAb* partagée en deux également par la direction *CA*; le centre *C* ira donc en ligne droite, au moins pour cet instant; mais dans les instans suivans, le cercle continuera de présenter une moitié entière au fluide, comme il est aisé de le voir; donc le centre continuera d'aller en ligne droite; donc dans ce cas-ci, le cercle cessera de décrire une courbe avant que d'être enfoncé tout-à-fait; d'où il s'ensuit que la direction *CA*, dans le nouveau fluide, étant donnée, on pourra déterminer aisément qu'elle étoit la quantité de l'enfoncement du cercle lorsqu'il a cessé de décrire une courbe; il ne faudra pour cela que mener *BCb* perpendiculaire à *CA*, & du point *b* la ligne *bO* perpendiculaire à la verticale *DCa*; l'abscisse *Oa* exprimera la quantité de l'enfoncement qu'on cherche.

2.° Si les points *E*, *M*, arrivent en *D* précisément au même instant que le point *b*, alors il est vrai que le centre *C* décrit une courbe pendant tout le tems que le cercle s'enfonce; mais on voit aussi que le cercle ne s'enfonce dans le nouveau fluide, que de la quantité

de la quantité précise de son diamètre, & qu'il décrit après son émersion, une ligne droite parallèle à la surface qui sépare les deux fluides.

3.° Enfin si le point *b* (*fig.* 216), arrive en *D* avant les points *E*, *M*, l'arc enfoncé pour lors peut être, ou plus grand que le demi-cercle, *EaM*, ou égal au demi-cercle, comme *e a m*, ou plus petit comme *E a μ*; or dans chacun de ces trois cas, on voit aisément que le centre *C* est poussé suivant *Cb*, & comme *CA* est pour lors sa direction, l'action conjointe de ces deux forces lui fera parcourir *Cc*, ce qui est évident; le cercle commencera donc à rentrer dans le fluide d'où il étoit venu, & il ne faut qu'une légère attention pour voir que, dans les instans suivans, il continuera de remonter; le point *A* montera donc vers *D*, le point *B* de *a* vers *D* suivant *aAD*, & les points *E*, *M*, ou *e*, *m*, ou *ε*, *μ*, descendrons vers *a*. Or si l'arc enfoncé *e a m* ou *εaμ* est égal ou moindre que le demi-cercle, lorsque la direction est *CA*, les points *e*, *m*, ou *ε*, *μ*, rencontreront nécessairement le point *B* en quelqu'endroit de l'arc *ma* ou *μa*; le cercle présentant alors une moitié entière au fluide, on voit qu'il cessera de décrire une courbe avant son émersion, & sortira par une ligne *QG* qui fera, avec la surface du fluide, un angle aigu du côté de *G*. Voilà le *ricochet* expliqué d'une manière assez simple. Je suis le premier qui en ai donné cette explication précise dans mon Traité des fluides, *Paris* 1744, auquel je renvoie le lecteur. (*O*).

RIGEL, (*Astron.*) étoile de la première grandeur, qui est dans le pied occidental d'orion. *Voyez fig.* 3 des planches d'astronomie.

ROB

ROBERVALLIENNES, Lignes, (*Géom.*) c'est le nom qu'on a donné à de certaines lignes courbes qui servent à transformer les figures; elles sont ainsi appellées du nom de leur inventeur, M. de Roberval. Ces lignes contiennent des espaces infinis en longueur, & néanmoins égaux à d'autres espaces fermés de tous côtés. Les propriétés de ces lignes sont expliquées par M. de Roberval à la fin de son *Traité des indivisibles*, imprimé en 1693 dans le recueil, intitulé: *divers ouvrages de Mathématiques & de Physique*, par MM. de l'académie royale des Sciences.

L'abbé Gallois, dans les Mémoires de l'académie des Sciences de Paris, pour l'*année* 1693, prétend que la méthode de transformer les figures, expliquée à la fin du *Traité des indivisibles* de M. de Roberval, est la même qui a été publié, depuis par M. Jacques Gregory, dans sa *géométrie universelle*, & après lui par Barrow, dans son livre, intitulé: *Lectiones geometricæ*, & qu'il paroît par une lettre de Toricelli, que M. de Roberval étoit l'inventeur de cette méthode de transformer les figures, par le moyen de certaines lignes que Toricelli appelle *lignes robervalliennes*.

L'abbé Gallois ajoute qu'il est fort vraisemblable que M. Jacques Gregory, dans le voyage qu'il fit à Padoue en 1668, y apprit cette méthode, qui étoit connue en Italie dès 1646, quoique l'ouvrage de Roberval n'ait été publié qu'en 1692.

M. David Gregory, zélé pour l'honneur de son frere, a tâché de réfuter cette imputation; sa réponse à l'écrit de l'abbé Gallois est insérée dans les Transactions philosophiques de l'année 1694; & celui-ci a repliqué dans les *Mémoires de l'académie des Sciences de Paris* 1703.

ROBINET, s. m. (*Hydr.*) est une clef ou canulle de cuivre qui s'emboîte dans un boisseau du même métal, que l'on tourne pour ouvrir ou fermer l'issue de l'eau qui va faire jouer une fontaine.

Il y a de plusieurs sortes de *robinets*; ceux à tête quarrée, à branche ou à potence, & à deux ou trois eaux; en sorte que fermant un jet, ils en ouvrent un autre. Il est essentiel que les ouvertures des *robinets* soient proportionnées au diamètre de la conduite; en sorte qu'il passe par le trou ovale de la canulle, presque autant d'eau que par l'ouverture circulaire du tuyau. Lorsque les *robinets* sont placés près du bassin, ils doivent avoir pour ouverture les trois quarts du diamètre de la conduite, & ils seroient encore mieux s'ils lui étoient égaux. Lorsque les robinets sont éloignés du bassin, ils peuvent avoir un tiers de moins d'ouverture que la conduite. (*K*).

Robur, *Voyez* Chene *de Charles II.*

Romain, adj. (*Arith.*) le chiffre *romain* n'est autre chose que les lettres majuscules de l'alphabet *I*, *V*, *X*, *L*, *C*, *D*, &c. auxquelles on a donné des valeurs déterminées; soit qu'on les prenne séparément; soit qu'on les considere relativement à la place qu'elles occupent avec d'autres lettres. *Voyez* Caractère.

Le chiffre *romain* est fort en usage dans les inscriptions, sur les cadrans des horloges, *&c.* *Voyez* Chiffre. (*E*)

Romaine. (*Méch.*) *Voyez* Balance.

ROTATION, *en terme de Géométrie*, signifie la révolution d'une surface autour d'une ligne immobile, qu'on appelle l'*axe de rotation. Voyez* Axe.

Les surfaces planent engendrent ou forment des solides par leur *rotation. Voyez* Solide & Engendrer.

M. de Moivre, dans son *Essai sur les usages de la méthode des fluxions*, a donné, ainsi que plusieurs autres auteurs, la méthode pour trouver plusieurs solides engendrés par cette *rotation*. Il remarque que la fluxion de ces solides est le produit de la fluxion de l'abscisse par la base circulaire, dont l'ordonnée est le rayon; & lorsque cette fluxion est intégrable, on trouve la valeur du solide, que l'on peut représenter par un cylindre de même base. Supposant donc que le rapport du

quarré du rayon au cercle ſoit $\frac{n}{4}$, & que l'équation qui renferme la nature ou les propriétés d'un cercle dont le diamètre eſt f, ſoit $yy = fx - xx$; il s'enſuit que $\frac{4fx\,dx - 4x^2\,dx}{n}$ eſt la fluxion ou la différencielle d'une portion de ſphère ; par conſéquent cette portion ſera $\frac{4fx^2}{2n} - \frac{4x^3}{3n}$. Or le cylindre circonſcrit ſera $\left(\frac{4fx - 4xx}{n}\right)x$. Donc la portion de ſphère eſt au cylindre circonſcrit comme $\frac{f}{2} - \frac{x}{3}$ eſt à $f - x$; donc ſi on fait $x = \frac{f}{2}$, on aura la demi-ſphère au cylindre circonſcrit en raiſon de $\frac{2f}{6}$ à $\frac{f}{2}$, c'eſt-à-dire, en raiſon de 2 à 3. *Tranſ. philoſoph.* n. 216.

On peut déterminer, par une méthode à-peu-près ſemblable, les ſurfaces courbes des ſolides engendrés par cette *rotation ;* car la fluxion de la ſurface eſt le produit de l'arc infiniment petit de la courbe par la circonférence de cercle dont l'ordonnée eſt le rayon. Ainſi, dans la ſphère, l'élément ou fluxion du cercle qui l'engendre, eſt $\frac{f\,dx}{2\sqrt{fx - xx}}$, & le rapport du quarré du rayon au cercle étant $\frac{n}{4}$, le rapport du rayon à la circonférence ſera $\frac{n}{8}$; donc la circonférence dont l'ordonnée $\sqrt{fx - xx}$ eſt le rayon, ſera $\frac{8\sqrt{fx - xx}}{n}$; donc l'élément de la ſurface eſt $\frac{8f\,dx}{2n}$, dont l'intégrale eſt $\frac{8fx}{2n}$, c'eſt-à-dire, que la ſurface d'une portion de ſphère déterminée par l'ordonnée $\sqrt{fx - xx}$ & par l'abſciſſe x, eſt égale à celle d'un cylindre qui auroit pour hauteur l'abſciſſe x, & pour baſe un cercle du rayon $\frac{f}{2}$ égal au rayon de la ſphère.

Soit $y = (a^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{2}}$ l'équation d'une courbe dont nous avons déterminé la longueur au mot *rectification.* Pour trouver la ſurface qu'elle engendre en tournant autour de l'axe des y, il faut ſe rappeller que l'élément de l'arc $= dx\sqrt[3]{\frac{a}{x}}$ (*Voy.* Rectification) ; donc l'élément de la ſurface $= 2\pi\,dx\sqrt[3]{\frac{a}{x}}\,(a^{\frac{2}{3}} x^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{2}}$, en nommant π le rapport de la circonférence au diamètre. Pour intégrer, faites $x = \frac{z^3}{a^2}$, & vous aurez la transformée $2\pi.\ \frac{3z\,dz}{a^3}(a^2 - z^2)^{\frac{3}{2}}$. Donc l'intégrale eſt $= \frac{6\pi}{5a^3}$ (conſt. $- (a^2 - \sqrt[3]{a^4x^2})^{\frac{5}{2}}$), en remettant pour z ſa valeur. Faites évanouir cette intégrale en même tems que x, & vous aurez conſtante $= a^5$, & la ſurface entiere $= \frac{6\pi a^2}{5}$, en faiſant $x = a$. Le ſolide engendré, par cette courbe, eſt encore plus facile à déterminer.

Rotation, ſ. f. terme en uſage *dans la Méchanique*, pour exprimer le mouvement d'un corps qui roule ou qui tourne. *Voyez* Roue, *&c.*

ROTATION, (*Aſtronomie.*) mouvement d'une planète autour de ſon axe.

La *rotation* d'une planète eſt abſolument indépendante de ſa révolution ; une planète peut ſuivre ſon orbite par un mouvement de tranſlation d'occident en orient, ſans tourner ſur ſon axe ; & elle peut tourner ſur un axe quelconque, en ſens contraire, & avec une viteſſe quelconque ; une toupie tourne ſur une table ou ſur ſon pivot, quoiqu'on l'ait jettée en l'air à une aſſez grande diſtance, & quoiqu'on tranſporte la table d'un côté ou d'un autre ; ainſi, le mouvement de *rotation* eſt abſolument indépendant du mouvement de révolution que nous avons conſidéré, en parlant des loix de Kepler & du ſyſtême du monde. Dans le tems que toutes les parties d'un globe ſont lancées du même côté par un mouvement de projection, elles acquièrent toutes des viteſſes & des directions parallèles & égales ; cela ne change donc rien à la ſituation qu'elles ont l'une par rapport à l'autre & à celle qu'elles doivent continuer d'avoir ; ainſi, l'on peut ſuppoſer que la terre, (qui d'abord auroit tourné autour d'un axe immobile) ſoit lancée dans une direction quelconque ; toutes les parties recevant la même impreſſion, il y a une compenſation entière des parties ſupérieures aux parties inférieures, & elles conſervent toutes le mouvement de *rotation* qu'elles avoient auparavant, c'eſt-à-dire, que chaque particule ſe meut dans une direction parallèle à celle quelle ſuivoit d'abord quand la terre étoit fixe. Un boulet qui ſort du canon, tourne preſque toujours ſur ſon axe ; mais tantôt dans un ſens, tantôt dans l'autre, ſuivant la nature des obſtacles qu'il aura éprouvés avant de ſortir du canon ; cela n'eſt point incompatible avec l'exploſion & n'en dépend aucunement. Voyez le livre de Robins ſur l'artillerie, dans la nouvelle édition des œuvres de Robins.

Jean Bernoulli dans un mémoire de dynamique, où il conſidère les centres ſpontanés de *rotation*, fait voir qu'une force de projection appliquée, non pas au centre de la terre, mais un peu plus loin du ſoleil, & cela de $\frac{1}{150}$ du rayon, donneroit à la terre, ſuppoſée ronde & homogène, deux mouvemens aſſez conformes à ceux que l'on

obſerve; pour mars il trouve $\frac{1}{418}$; pour jupiter $\frac{1}{19}$ (*Bern. opera, tom. IV,*) pour la lune on trouve $\frac{1}{150}$. Si l'impulſion primitive eût été appliquée à de plus grandes diſtances de chaque centre, le mouvement de *rotation* ſeroit plus rapide.

Ainſi, nous ne voyons aucune liaiſon néceſſaire entre les durées des *rotations* & celles des révolutions; cependant M. le Chevalier de Goimpy, dans le (*Journal des Savans, janv.* 1769), a donné des rapports qui pourroient tenir à une loi générale, & M. de Mairan s'en étoit déjà occupé. *Mém. Acad.* 1729.

Le mouvement de *rotation* ſe fait toujours autour d'un axe qui reſte parallèle à lui-même, c'eſt une règle inconteſtable, & voilà pourquoi l'axe de la terre eſt toujours parallèle à lui-même, ce qui produit le changement des ſaiſons: *Voyez* SYSTÈME.

En effet, un corps ayant commencé à ſe mouvoir autour de ſon axe, les deux poles, ou les deux points qui ne tournent point, recevront le même mouvement par l'impulſion faite au centre & qui produit le mouvement de tranſlation. Il n'y a aucune raiſon pour qu'un de ces points faſſe plus de chemin que l'autre; or en faiſant tous deux preciſément le même chemin, ils feront néceſſairement toujours ſur une ligne parallèle à la ligne ſur laquelle ils ſe trouvoient au commencement du mouvement. La ſituation de l'axe de *rotation* ne dépendant point de la théorie d'une planète, ce n'eſt que par les obſervations qu'on peut le déterminer, & c'eſt ce que nous allons entreprendre.

Pour déterminer l'axe de *rotation* d'une planète & ſon équateur, on ſe ſert des taches; prenons pour exemple celles du ſoleil, dont on verra l'hiſtoire au mot *tache*. On commence par obſerver la différence de déclinaiſon, ou bien ſi l'on ſe ſert d'un quart de cercle, la différence de hauteur & d'azimut entre la tache & le centre du ſoleil; ſi l'on a obſervé la différence des paſſages entre le bord *P* du ſoleil & la tache *D* (*fig.* 153 *des planches d'aſtronom.*) par le moyen du fil vertical *P B* & du fil horizontal *B D* on aura la différence de hauteur *C E* & la différence d'azimut *E D* dans la région du ſoleil, entre la tache & le centre *C* du ſoleil; on en conclura facilement la diſtance *C D* entre la tache & le centre du ſoleil & l'angle d'azimut *E C D*. Ayant tiré le cercle de latitude *L C I* formant avec le vertical l'angle parallactique *N C L* ou *M C I*, l'on abaiſſera la perpendiculaire *D K* qui ſera la différence de longitude, comme *C K* ſera la latitude de la tache. Dans le triangle *C D K*, on connoît l'hypoténuſe *C D* & l'angle de conjonction *D C K* qui eſt la ſomme ou la différence de l'angle parallactique & de l'angle d'azimut, & l'on trouvera la différence de longitude *D K* & la latitude *C K* de la tache obſervée. La diſtance *C D* en ligne droite depuis la tache juſqu'au centre, priſe ſur le diſque apparent du ſoleil, eſt la projection ou le ſinus d'un arc du globe ſolaire, dont le centre eſt au centre même de ce globe; tout ainſi que nous avons vu dans le calcul des éclipſes de ſoleil que les arcs de la circonférence de la terre projettés ſur un plan, devenoient égaux à leurs ſinus. Pour connoître l'arc du globe du ſoleil qui répond à la ligne droite *C D*, c'eſt-à-dire, l'arc de diſtance, on fera cette proportion: le demi-diamètre du ſoleil réduit en ſecondes eſt au rayon, comme la longueur *C D* eſt au ſinus de l'arc qui lui répond, & l'on aura l'arc ou l'angle ſous lequel un obſervateur ſitué au centre du ſoleil verroit la tache éloignée de la terre; car la terre paroît répondre au point *C* ou au pôle même du cercle *N P M* qui eſt le limbe du ſoleil vu de la terre. Pour plus d'exactitude, il faut ôter de l'arc trouvé, le nombre de minutes de l'arc obſervé *C D*, en effet l'arc *A B fig.* 154, vu de la terre *T* eſt plus petit que l'arc *A E* qui réſulte de cette proportion par laquelle on trouve *C D* & non pas *E B* dont on a beſoin.

Nous pouvons actuellement déterminer la longitude héliocentrique de la tache, & ſa latitude vue du ſoleil. Soit *P* & *E* (*fig.* 155.) les poles de l'écliptique ſur le globe du ſoleil, *P R E K* le grand cercle qui ſépare l'hémiſphère tourné vers la terre, de l'hémiſphère oppoſé; *T* le point du globe ſolaire où répond la terre, c'eſt-à-dire, le point qui a la terre à ſon zénit, ou qui nous paroît répondre au centre même du diſque ſolaire; *M* le point du globe ſolaire où eſt la tache; *T M* l'arc de diſtance déterminé par le calcul précédent; l'angle *M T P* formé par le cercle de latitude *P T* & par le cercle *T M* qui joint le lieu de la terre avec celui de la tache, eſt compoſé d'un angle droit *P T L*, & de l'angle ſphérique *L T M* qui eſt le même que l'angle plan *D C K* de la *fig.* 153, déterminé par obſervation. Dans le triangle ſphérique *M T P* formé ſur la convexité du globe ſolaire, l'on connoît *P T* qui eſt toujours de 90°, *T M* qui eſt l'arc de diſtance, & l'angle *P T M*; on cherchera l'angle *T P M* qui eſt la différence de longitude entre le lieu de la terre & le lieu de la tache qui répond au point *L* de l'écliptique; l'on trouvera auſſi *P M*, qui eſt la diſtance de la tache au pôle boréal de l'écliptique; d'où l'on déduira facilement la latitude héliocentrique *L M* de cette tache.

On ajoutera la différence de longitude trouvée, avec la longitude de la terre, (c'eſt-à-dire, celle du ſoleil augmentée de 6 ſignes) ſi le point *L* eſt réellement à la droite, ou à l'occident du centre du ſoleil comme dans la figure; on la retranchera ſi la tache eſt dans la partie orientale du ſoleil, c'eſt-à-dire, ſi elle n'a pas encore paſſé ſa conjonction apparente, & l'on aura la longitude

de la tache, vue du centre du ſoleil, c'eſt-à-dire, le point de l'écliptique, où un obſervateur ſitué au centre du ſoleil, verroit répondre cette tache.

Lorſque, par cette méthode, on a déterminé trois poſitions de la tache, vues du ſoleil, on connoît trois points, *X*, *V*, *M*, du petit cercle *L X V M*, décrit par la tache, on a les longitudes & latitudes de ces trois points, on peut déterminer le pôle de ce petit cercle, & c'eſt auſſi le pôle de l'équateur ſolaire *G H K*, dont le diamètre eſt *G K*, & auquel le cercle *O M R* eſt parallèle.

Si la longitude héliocentrique d'une tache étoit la même dans les trois obſervations, ce ſeroit une preuve que le ſoleil ne tourne point ſur ſon axe; car le centre du ſoleil ne peut voir une tache répondre toujours au même point du ciel, ſi cette tache eſt entraînée par la circonférence du ſoleil; la longitude héliocentrique d'une tache que nous venons de déterminer, ne change donc que par le mouvement du ſoleil; mais elle ne change pas uniformément, parce que l'écliptique, ſur laquelle nous comptons les longitudes, n'eſt pas l'équateur même du ſoleil, autour duquel ſe fait le mouvement du ſoleil, & ſur lequel on a des progrès égaux par la *rotation* uniforme.

Si la latitude d'une tache dans les trois obſervations étoit conſtante, tandis que la longitude change, on ſeroit aſſuré que la tache tourne parallèlement à l'écliptique, c'eſt-à-dire, autour des pôles même de l'écliptique, qui, dans ce cas, ſeroit confondue avec l'équateur du ſoleil, & cet équateur ſolaire n'auroit aucune inclinaiſon ſur l'écliptique.

Si la longitude & la latitude de la tache changent tout-à-la-fois, comme on l'obſerve réellement, c'eſt une preuve que la tache décrit un parallèle à quelqu'autre cercle que l'écliptique, d'où il ſuit que l'équateur du ſoleil eſt incliné ſur l'écliptique.

Si nous avions une ſuite d'obſervations d'une tache pendant une demi-révolution autour du ſoleil, dans le tems où le ſoleil eſt dans les nœuds de ſon équateur, nous verrions cette tache à ſa plus grande & à ſa plus petite latitude, la différence de ces deux latitudes donneroit le double de l'inclinaiſon de l'équateur ſolaire; car ſoit *A B* (*fig.* 151), le diamètre de l'équateur ſolaire, *K E* l'écliptique, *R O* la moitié du parallèle de la tache; les latitudes *O E* & *K R* de cette tache (quand elle eſt ſur le cercle *A R O E* de ſes plus grandes latitudes), diffèrent entr'elles du double de *E B*, c'eſt-à-dire, du double de l'inclinaiſon de l'équateur ſolaire, puiſque dans l'une des obſervations, la latitude *E O* de la tache eſt plus grande que *B O* de la quantité *B E*, & que dans l'autre obſervation, la latitude *K R* eſt au contraire plus petite que *A R* ou *B O* de la même quantité *A K* égale à *E B*. Si l'une des latitudes obſervées étoit boréale & & l'autre auſtrale, ce ſeroit la demi-ſomme des deux latitudes extrêmes, ou de la plus grande & de la plus petite, qui donneroit l'inclinaiſon de l'équateur ſolaire. Mais au défaut des deux latitudes extrêmes, on peut conclure l'inclinaiſon de l'équateur de l'inégalité des trois latitudes obſervées, avec les deux différences de longitudes.

Le P. Boſcovich réſolut ce problème dans une diſſertation publiée à Rome en 1736, & le P. Pézenas dans ſon aſtronomie des marins 1766. J'ai donné leurs ſolutions dans mon aſtronomie.

Il y a auſſi une méthode de M. de S. Jaques de Sylvabelle, *Mémoires préſentés, tome V, p.* 631, perfectionnée par M. Hédin, dans une diſſertation publiée à Upſal en 1776. M. Jean Albert, Euler dans les nouveaux mémoires de Péterſbourg. *Tome XII*. M. de la Grange dans ſa pièce ſur la nutation (*Pièces des prix, tome IX. p.* 47), M. du Séjour dans nos mémoires pour 1775, M. Hauſen, M. Beckmark, M. Duval le Roy, M. Kœſtner ſe ſont exercés ſur ce problême; mais la ſolution la plus ſimple & la plus commode, eſt celle que M. Cagnoli a donnée dans ſa *Trigonométrie* en 1786. J'ai auſſi rapporté dans mon *Aſtron.* la méthode que Mayer avoit donnée dans les *Mémoires* de Nuremberg, en 1750, qui eſt commode pour la lune, parce qu'elle réunit en un ſeul réſultat un grand nombre d'obſervations; enfin j'y ai démontré la formule ſuivante, qui réſout le même problême.

Si les trois diſtances d'une *tache* ou pôle de l'écliptique, *a*, *b*, *c*, les deux différences de longitude *m* & *n*, l'inclinaiſon de l'équateur ſolaire ſur l'écliptique *x*, la diſtance de la *tache* au pôle de l'équateur ſolaire *y*, & *z* l'angle au pôle de l'écliptique compris entre le pôle du ſoleil & la première longitude obſervée, on aura l'expreſſion ſuivante pour la tangente de *z* qui eſt le complément de la longitude de la *tache* comptée depuis le nœud de l'équateur ſolaire.

$(\text{ſin.}\, a - \text{ſin.}\, c \,\text{coſ}\, n)(\text{coſ.}\, a - \text{coſ.}\, b) - (\text{ſin.}\, a - \text{ſin.}\, b \,\text{coſ.}\, m)$
$(\text{coſ.}\, a - \text{coſ.}\, c)$, le tout diviſé par la quantité,

$$\text{ſin.}\, b \,\text{ſin.}\, m (\text{coſ.}\, a - \text{coſ.}\, c) - \text{ſin.}\, c \,\text{ſin.}\, n (\text{coſ}\, a - \text{coſ.}\, b)$$

d'où il ſera aiſé de connoître les trois longitudes & latitudes de la tache, & par conſéquent la poſition de l'équateur ſolaire. Cette formule peut s'appliquer également à la rotation des autres planètes, auſſi-tôt qu'on a trois longitudes de la tache, vues du centre de la planète.

Il ſeroit aiſé par de fauſſes poſitions ſur l'inclinaiſon & le nœud de l'équateur de la planète, & ſur la diſtance de la tache à cet équateur, de ſatisfaire aux trois longitudes & aux trois latitudes obſervées; je ſuis étonné qu'on ne s'en ſoit pas ſervi pluſieurs fois pour conſtater, mieux qu'on ne l'a fait, la poſition de l'équateur ſolaire. J'ai

expliqué cette méthode dans le 4.^{e} volume de mon astronomie, & je crois cette méthode préférable à toutes les autres.

Quand on connoît l'inclinaison & le nœud de l'équateur du soleil, il faut réduire à cet équateur toutes les longitudes des taches qui ont été observées par rapport à l'écliptique; car ces longitudes rapportées à l'écliptique ne sont pas suffisantes pour donner la durée de la révolution d'une tache, ou celle de la *rotation* du soleil qui se fait dans le plan de son équateur, à moins qu'on n'eût observé le retour d'une même tache à une même latitude : ce mouvement est inégal sur l'écliptique, mais il est uniforme & proportionnel au tems sur l'équateur du soleil; il faut donc y rapporter les mouvemens des taches. En considérant le triangle sphérique, formé au pôle du soleil au pôle de l'écliptique & à la tache. On verra que l'on a cette proportion : le sinus de la distance de la tache au pôle du soleil, est au sinus de la distance au pôle de l'écliptique, comme le co-sinus de la distance de la tache au nœud, comptée sur l'écliptique & au co-sinus de cette distance comptée sur l'équateur solaire, ou en général le long de l'équateur de la planète.

En faisant la même chose pour une autre observation, l'on aura le mouvement d'une tache sur l'équateur de la planète, pour l'intervalle de tems qu'il y a entre deux observations; il suffira d'une simple analogie pour trouver la durée de la *rotation* entière, car le mouvement observée est à 360° comme l'intervalle de tems observé est au tems de la *rotation* toute entière par rapport au nœud *N*; or ce nœud est sensiblement fixe : ainsi, l'on aura la durée de la *rotation* absolue par rapport à l'équinoxe, d'où il sera aisé de la trouver par rapport aux étoiles fixes, mais la différence est insensible.

C'est ainsi que j'ai trouvé en observant les taches du soleil qu'il a un mouvement de *rotation* qui est de 27 jours 7 heures 37 minutes & 28″ par rapport à nous, mais qui s'achève réellement, par rapport à un point fixe, dans l'espace de 25 jours 10 heures autour d'un axe qui est incliné de 7 degrés & un tiers sur l'axe de l'écliptique; c'est ce que l'on reconnoît par le mouvement des taches du soleil. *Voyez* ci-après TACHES. L'équateur solaire coupe l'écliptique à deux signes & 18 degrés de longitude.

Lorsque la terre est dans les nœuds, au commencement de juin & de décembre, les taches paroissent décrire des lignes droites; dans les autres temps, elles décrivent des ellipses, soit *S* le centre du soleil *fig.* 152, *E A Q V* le plan de l'équateur solaire, *S T* la ligne dirigée vers la terre, dans le plan de l'écliptique, & qu'il faut concevoir relevée au-dessus de la figure, l'angle *T S V* est l'élévation de notre œil au-dessus du plan de l'équateur, le sinus de cet angle est le petit axe de l'ellipse que nous présente l'équateur solaire, & il est égal au sinus de l'inclinaison multiplié par le sinus de la distance au nœud.

Cassini, dans son *Discours sur la lumière zodiacale*, & Mairan, dans son *Traité de l'aurore boréale*, prouvent que l'atmosphère du soleil, ou la lumière zodiacale, est dans le plan de l'*équateur* du soleil, semblable à une lentille, dont le tranchant se confond avec le plan de l'*équateur* solaire, & c'est de-là que Mairan déduit les situations que doit avoir en divers tems de l'année la lumière zodiacale.

Cassini le fils pensa de même que l'*équateur* du soleil pourroit servir de terme de comparaison pour les mouvemens célestes, & qu'on pourroit avec raison rapporter à son plan toutes les orbites planétaires; alors, par exemple, on diroit que le nœud boréal ou ascendant de l'orbite de la terre à 8^s 18° de longitude, puisque le nœud ascendant de l'*équateur* solaire est à 2^s 18°; en conséquence Cassini fit imprimer une table où l'on voit les orbites de toutes les planètes rapportées à l'*équateur* du soleil. *Mém. de l'acad.* 1734.

La *rotation* du soleil indique un mouvement de translation ou un *déplacement* du soleil qui sera peut-être un jour un phénomène bien remarquable dans la cosmologie, & dont j'ai parlé le premier dans les mémoires de l'académie pour 1776. Le mouvement de *rotation*, considéré comme l'effet physique d'une cause quelconque, est produit par une impulsion communiquée hors du centre; mais une force quelconque imprimée à un corps, & capable de le faire tourner autour de son centre, ne peut manquer aussi de déplacer le centre, & l'on ne sauroit concevoir l'un sans l'autre. Il est donc évident que le soleil a un mouvement réel dans l'espace absolu; mais comme nécessairement il entraîne la terre, de même que toutes les planètes & les comètes qui tournent autour de lui, nous ne pouvons nous appercevoir de ce mouvement, à moins que par la suite des siècles le soleil ne soit arrivé sensiblement plus près des étoiles qui sont d'un côté que de celles qui sont opposées; alors les distances apparentes des étoiles entr'elles auront augmenté d'un côté & diminué de l'autre, ce qui nous apprendra de quel côté se fait le mouvement de translation du systême solaire. Mais il y a si peu de tems que l'on observe, & la distance des étoiles est si grande, qu'on ne pourra de longtems constater la quantité de ce déplacement. Cependant M. Herschel, en suivant mon idée, a examiné les observations, & il a cru reconnoître la constellation d'Hercule pour la région du ciel, vers lequel notre systême avance. *Philos. transact.* 1783. M. Prevost a aussi lu en 1783, un mémoire à l'académie de Berlin sur le déplacement du systême solaire. *Arcturus* nous présente un indice bien marqué d'un pareil mouvement, car cette étoile depuis un siècle n'a cessé d'a-

vancer vers le midi. M. le Monnier trouve que c'eſt de 4′ 5″ par ſiécle (*Mém. Ac.* 1769 *P.* 21) & ſi la parallaxe annuelle d'Arcturus n'eſt pas d'une ſeconde, le déplacement réel de cette étoile eſt de plus de 80 millions de lieues par année. Il reſte cependant à s'aſſurer par des obſervations faites dans les pays qui ont Arcturus à leur zénit, ſi ſa parallaxe eſt réellement inſenſible comme celle des autres étoiles.

Si nous ne voyons pas dans la plupart des étoiles de pareils déplacemens, c'eſt que peut-être elles n'ont pas reçu l'impulſion primitive qui cauſe dans le ſoleil le mouvement de *rotation*, & dans Arcturus le mouvement de tranſlation.

Il peut ſe faire auſſi que le ſoleil & la plupart des étoiles ſoient, avec leurs ſyſtêmes, dans une eſpèce d'équilibre entre tous les autres ſyſtêmes environans; &, dans ce cas, il n'y auroit qu'une circulation périodique du centre du ſoleil autour du centre de gravité univerſel; mais il n'en ſeroit pas moins vrai que le ſoleil doit avoir un mouvement de tranſlation, qui nous eſt indiqué par ſon mouvement de *rotation*.

La lune a une *rotation* dont la durée eſt égale à ſa révolution, c'eſt-à-dire, de 27 jours 7 heures 43 minutes; ſon équateur eſt incliné d'un degré & demi ſur l'écliptique, & coupe toujours ce cercle au même point que l'orbite de la lune. Caſſini l'avoit déjà remarqué, & je l'ai prouvé par de nouvelles obſervations. *Mem. de l'Ac.* 1764. *V.* Libration.

Mercure eſt toujours trop loin de nous, trop engagé dans les crépuſcules ou dans les vapeurs de l'horizon, & trop petit, pour qu'on puiſſe diſtinguer des taches ſur ſon diſque, & examiner la durée de ſa *rotation* : elle eſt donc inconnue.

La *rotation* de Vénus eſt très-difficile à obſerver; Caſſini qui avoit déterminé avec le plus grand ſuccès la *rotation* de jupiter & celle de mars, par des obſervations très-délicates, eſſaya, en 1666, d'obſerver celle de vénus; ce ne fut qu'avec beaucoup de peine qu'il y apperçut une partie claire, ſituée proche de la ſection de lumière; elle lui parut achever ſon mouvement en moins d'un jour (*Journal des Savans*, Décembre 1667.) Mais quoiqu'il eût obſervé ces taches de vénus en Italie, il n'a jamais pu les diſtinguer à Paris, avec les meilleures lunettes. Bianchini, dans les années 1726, 1727 & 1728, obſerva auſſi les taches de vénus, & il jugea que la révolution de vénus autour de ſon axe n'étoit point de 23 heures, comme Caſſini l'avoit dit, mais de 24 jours & 8 heures, du ſeptentrion vers le midi, dans la partie ſupérieure de ſon diſque; il jugea que le pôle boréal de cette révolution répondoit à 10 ſignes 20 degrés de longitude, & étoit élevé de 15 degrés ſeulement ſur l'écliptique. Il publia ſur cette matière un grand ouvrage, intitulé: *Heſperi & phoſphori nova phenomena.* Mais Caſſini ſoutient que ces obſervations peuvent ſe concilier avec une *rotation* de 23 heures 22 minutes (*Mem. acad.* 1732. *Elém. d'Aſtronomie, page* 519.) On croit aſſez généralement que Caſſini a raiſon.

Caſſini obſerva les taches de Mars en 1666; & elles lui firent connoître que mars tourne ſur ſon axe en 24 heures 39 minutes; il publia pour lors un mémoire à ce ſujet, qui a pour titre: *Martis circa proprium axem revolubilis obſervationes bononienſes. Bononiæ*, 1666, *in-fol.* dans lequel on voit que l'axe de mars eſt à-peu-près perpendiculaire à ſon orbite, autant qu'on en peut juger par des taches qui ſont peu propres à cette détermination. Il obſerva encore ces taches à Paris en 1670. M. Maraldi les obſerva en 1704 & 1706, & trouva auſſi la durée de ſa *rotation* de 24 heures 39 minutes; ces taches de mars ſont fort grandes, mais elles ne ſont pas toujours bien terminées, & changent ſouvent de figure d'un mois à l'autre; cependant elles ſont aſſez apparentes pour qu'on ſoit aſſuré de la *rotation* de mars. *Mém. acad.* 1706, 1719, 1720, *Elém. d'Aſtron. page* 457. M. Herſchel a trouvé cette *rotation* de $24^{h}\ 39'\ 21''\ \frac{2}{3}$ & il s'en croit aſſuré à 2″ près (*Philoſ. Tranſac.* 1781) on voit dans la *fig.* 164 la figure des taches qu'il a obſervées.

La durée de la *rotation* de Jupiter, indiquée par les taches dont Caſſini obſerva le mouvement en 1665, eſt de 9 heures 55 minutes 50 ſecondes; & lorſque Maraldi revit, en 1713, la même tache, qui depuis 50 ans avoit diſparu & reparu pluſieurs fois, il trouva la durée de cette *rotation* de 9 heures 56 minutes, comme Caſſini l'avoit trouvée en 1665. M. Herſchel trouve depuis $9^{h}\ 51'\ 46''$ juſqu'à $9^{h}\ 55'\ 40''$ & il regarde ces taches comme non adhérentes au globe de jupiter. *Philoſ. tranſ.* 1780.

Caſſini écrivoit en 1665 à l'abbé Falconier, que les ombres des ſatellites avoient cette année-là un mouvement parallèle aux bandes de jupiter; or jupiter étoit alors dans les nœuds de ſes ſatellites : donc les orbites des ſatellites ſont parallèles aux cercles des bandes, & l'équateur de jupiter dans le même plan que les orbites des ſatellites, c'eſt-à-dire, incliné d'environ 3 degrés ſur l'orbite de jupiter; cela produit dans jupiter une eſpèce d'équinoxe perpétuelle : mais cette quantité d'inclinaiſon ne peut s'obſerver avec préciſion, à cauſe de la petiteſſe de ſon diſque.

L'applatiſſement de jupiter eſt une des conſéquences de ſon mouvement de *rotation.* Il fut obſervé par Caſſini avant l'année 1666, comme on le voit dans un ouvrage latin ſur les taches des planètes, dont il n'y a jamais eu que les premières feuilles d'imprimées. M. Maraldi m'a fait voir ce fragment, *in-folio*, relié avec pluſieurs autres ouvrages de Caſſini, faits avant ſon arrivée en France, & lorſqu'il habitoit encore en

Italie. Picard observa aussi l'applatissement de jupiter, Pound mesura les diamètres de jupiter, & trouva l'applatissement entre $\frac{1}{10}$ & $\frac{1}{14}$; des observations encore plus récentes & plus exactes, que Short fit avec une héliomètre acromatique, donnent aussi le rapport de 13 à 14 entre le diamètre de jupiter d'un pôle à l'autre, & le diamètre de son équateur; ce rapport est conforme à la théorie (*Voyez* Neuton *princip. L.* 3. Clairaut, *Figure de la terre*, *pag.* 195 & 305.) Je me suis servi de ce rapport pour trouver la figure de l'ombre de jupiter dans les éclipses des satellites dont le calcul exige la considération de la figure de jupiter.

Cet applatissement de jupiter a paru quelquefois moindre; Cassini jugea même que son disque étoit absolument rond en 1690, (*anciens mém. tome II*, *p.* 108); mais les observations que je viens de rapporter ont été faites plusieurs fois, & rendent le fait incontestable.

Les bandes obscures que l'on voit sur le disque de jupiter furent remarquées d'abord à Naples par deux jésuites, Zuppi & Bartoli, & en 1633 par Fontana qui en figura trois (*Novæ cœlest. & terrest. observ.* Neapol. 1646.); Hévélius (*Selenog. pag.* 15.). Le P. de Rheita, le P. Riccioli, le P. Grimaldi, les observèrent aussi (*Astron. reform. pag.* 370). Jos. Campani, qui fit à Rome d'excellentes lunettes, observa dans jupiter le premier Juillet 1664, quatre bandes obscures & deux blanches au rapport de Cassini. Il y a des tems où ces bandes paroissoient très-peu; elles ne sont pas également bien marquées dans toute la circonférence de son globe; il y a des bandes interrompues (*Elem. d'Astr. p.* 407.) En 1691, on vit jusqu'à 7 ou 8 bandes obscures fort près les unes des autres; souvent on n'en distingue qu'une ou deux; en 1773 on en voyoit beaucoup, aussi jupiter étoit périhélie & périgée, le plus près de nous qu'il fut possible. *Voyez* BANDES.

Cassini ne put appercevoir sur le globe de SATURNE aucun point remarquable, dont le mouvement pût faire distinguer sa *rotation*; nous sommes donc à cet égard dans la même incertitude que par rapport à mercure, & nous ignorons même si saturne a un mouvement sur son axe; mais il est probable que sa *rotation* se fait dans le plan de son anneau. (*M.* DE LA LANDE.)

ROUAGE, s. m. (*Méch.*) Ce mot signifie en en général une machine composée de plusieurs roues destinées à produire un effet quelconque par leur combinaison.

ROUE, s. f. (*Méch.*) est une machine simple consistant en une pièce ronde de bois, de métal, ou d'autre matière qui tourne autour d'un aissieu ou axe. *Voyez* AISSIEU & AXE.

La *roue* est une des principales puissances employées dans la méchanique, & est d'usage dans la plupart des machines; en effet, les principales machines dont nous nous servons, comme horloges, moulins, &c. ne sont que des assemblages de *roues*. *Voyez* HORLOGE, MOULIN, &c.

La forme des *roues* est différente, suivant le mouvement qu'on veut leur donner, & l'usage qu'on en veut faire. On les distingue en *roues* simples & *roues* dentées.

La *roue* simple, ou la *roue* proprement dite, est celle dont la circonférence est une uniforme, ainsi que celle de son aissieu ou arbre, & qui n'est point combinée avec d'autres *roues*. Telles sont les *roues* des voitures faites pour avoir un mouvement double; l'un circulaire autour de l'axe, l'autre rectiligne pour aller en avant, quoique, à la vérité, ces deux mouvemens ne soient qu'apparens, puisqu'il est impossible qu'un corps puisse avoir à-la-fois deux directions.

Le seul & unique mouvement qu'ait la *roue*, est un mouvement curviligne, composé du mouvement progressif & du mouvement circulaire; ce qu'on peut voir aisément en fixant un crayon sur la *roue*, de manière qu'il marque sa trace sur la muraille pendant que la *roue* tourne; car la ligne qui se trouve tracée alors est une vraie courbe; cette courbe est appellée par les Géomètres *cycloïde*, & elle est d'autant moins longue, que le crayon a été placé plus proche de l'axe. *Voyez* CYCLOÏDE.

Dans les *roues* simples, la hauteur doit toujours être proportionnée à la hauteur de l'animal qui la fait mouvoir. La règle qu'il faut suivre, c'est que la charge & l'axe de la *roue* soient de même hauteur que la puissance: car si l'axe étoit plus haut que la puissance qui tire, une partie de la charge porteroit sur elle, & si l'axe étoit plus bas, la puissance tireroit d'une manière désavantageuse, & auroit besoin d'une plus grande force. Cependant Stevin, Wallis, &c. prétendent que pour tirer un fardeau sur un terrain inégal, il est plus avantageux de placer les traits des *roues* au-dessous de la poitrine du cheval.

La force des *roues* simples résulte de la différence entre le rayon de l'aissieu & celui de la *roue*. Cette force se mesure par cette règle. Le rayon de l'axe ou de l'aissieu est à celui de la *roue*, comme la puissance au poids à soutenir.

Une *roue* qui tourne, doit être regardée le plus souvent comme un levier du second genre, qui se répète autant de fois qu'on peut imaginer de points à la circonférence. Car chacun de ces points est l'extrémité d'un rayon appuyé d'une part sur le terrain, & dont l'autre bout, chargé de l'aissieu qui porte la voiture, est en même tems tiré par la puissance qui le mene; de sorte que si le plan étoit parfaitement uni & de niveau, si la circonférence des *roues* étoit bien ronde & sans inégalités, s'il n'y avoit aucun frottement de l'axe aux moyeux; & si la direction de la puissance étoit toujours appliqué parallèlement au plan, une pe-

tite force meneroit une charge très-pesante. Car la résistance qui vient de son poids, repose, pour ainsi dire, entièrement sur le terrain par le rayon vertical de la *roue*, dont l'extrémité est appuyée sur ce même terrain.

Mais de toutes les conditions que nous venons de supposer, & dont le concours seroit nécessaire pour produire un tel effet, à peine s'en rencontre-t-il quelqu'une dans l'usage ordinaire. Les roues des charrettes sont grossièrement arrondies & garnis de gros cloux : les chemins sont inégaux par eux-mêmes, ou ils le deviennent par le poids de la voiture qui les enfonce; ces inégalités, soit des *roues*, soit du terrain, font que la *roue* s'appuie sur le terrain par un rayon obliqué à la direction de la puissance ou de la résistance; de sorte que la puissance est obligée de soutenir une partie du poids, comme si le poids étoit placé sur un plan incliné. Dailleurs il se fait toujours à l'endroit du moyeu un frottement très-considérable. Enfin les creux & les hauteurs qui se trouvent souvent aussi sur les chemins changent aussi la direction de la puissance, & l'obligent à soutenir une partie du poids, c'est de quoi on peut s'assurer journellement. Car une charrette qui se meut assez facilement sur un terrain horizontal, a souvent besoin d'un plus grand nombre de chevaux pour être tirée sur un plan qui va tant soit peu en montant.

Mais s'il n'est pas possible de se mettre absolument au-dessus de toutes ces difficultés; on peut cependant les prévenir en partie en employant de grandes *roues*; car il est certain que les petites *roues* s'engagent plus que les grandes dans les inégalités du terrain; de plus, comme la circonférence d'une grande *roue* mesure en roulant plus de chemin que celle d'une petite, elle tourne moins vîte, ou elle fait un moindre nombre de tours pour parcourir un espace donné, ce qui épargne une partie des frottemens. On entend par grandes *roues* celles qui ont cinq ou six pieds de diamètres; dans cette grandeur, elles ont encore l'avantage d'avoir leur centre à-peu-près à la hauteur d'un trait de cheval, ce qui met son effort dans une direction perpendiculaire au rayon qui pose verticalement sur le terrain; c'est-à-dire dans la direction la plus favorable, au moins dans le cas les plus ordinaires. *Leçons de Physique de M. l'abbé Nollet.*

C'est la même règle, pour ces sortes de *roues*, que pour la machine appellée *axis in peritrochio*, c'est-à-dire tour ou treuil; en effet, la *roue* simple n'est autre chose qu'une espèce de treuil, dont l'aissieu ou axe est représenté par l'aissieu même de la *roue*, & dont le tambour ou *peritrochium* est représenté par la circonférence de la *roue*.

Les roues dentées sont celles dont les circonférences ou les aissieux sont partagées en dents, afin qu'elles puissent agir les unes sur les autres & se combiner.

L'usage de ces roues est visible dans les horloges, les tournebroches, &c. *Voyez* HORLOGE, MONTRE.

On donne le nom de *pignon* aux petites *roues* qui engrenent dans les grandes. On les appelle aussi quelquefois *lanternes*, & ces petites *roues* servent beaucoup à accélerer le mouvement, comme il n'est personne qui ne l'ait remarqué. Les *roues* dentées ne sont autre chose que des leviers du premier genre multipliés, & qui agissent les uns par les autres; c'est pourquoi la théorie des leviers peut s'appliquer facilement aux *roues*, & on trouvera par ce moyen le rapport qui doit être entre la puissance & le poids pour être en équilibre. *Voyez* PIGNON, ENGRENAGE, DENT, CALCUL, *&c.*

La force de la *roue* dentée dépend du même principe que celle de la *roue* simple. Cette *roue* est, par rapport à l'autre, ce qu'un levier composé est à un levier simple. *Voyez* LEVIER, *&c.*

La théorie des *roues* dentées peut être renfermée dans la règle suivante. La raison de la puissance au poids, pour qu'il y ait équilibre, doit être composée de la raison du diamètre du pignon de la première *roue*, & de la raison du nombre de révolutions de la dernière *roue* au nombre des révolutions de la première, faites dans le même tems. Mais cette théorie demande une explication plus particulière.

Le poids A (*Pl. Méc. fig.* 217), est à la force appliquée en D, par le principe du levier, comme CD à BC; cette force est à la force en G, comme EG est à EF; la force en G est à la force K, comme HK est à HI. Donc le poids est à la force en K, comme $CD \times EG \times HK$ est à $BC \times EF \times HI$, c'est-à-dire, de la raison du produit des rayons des *roues* au produit des rayons des pignons, ce qui revient à la proportion précédente; mais cette dernière proportion est plus simple & plus aisée à faire.

1.° En multipliant le poids par le produit des rayons des pignons, & en divisant le tout par le produit des rayons des *roues*, on aura la puissance qui doit soutenir ce poids. Supposons, par exemple, que le poids à soutenir A soit de 6000 livres; BC de 6 pouces, CD de 34 pouces, EF de 5 pouces, EG de 35 pouces, HI de 4 pouces, HK de 27 pouces, le produit de BC par EF, par HI sera 120, & celui de CD, par EG, par IK de 32130. Multipliant donc 6000 par 120, & divisant le produit par 32130, on aura $22\frac{1}{3}$ pour la puissance capable de soutenir les 6000 livres, & une petite augmentation à cette puissance suffira pour enlever le poids.

2.° En multipliant la puissance par le produit des rayons des *roues*, & en divisant le produit total par le produit des rayons des pignons, le quotient sera le poids que la puissance peut soutenir. Ainsi, si dans l'exemple c'eût été la puissance de $22\frac{1}{3}$ qui eût été donnée, on auroit trouvé pour le poids qu'elle peut soutenir 6000 livres.

3.° Une puissance

3.° Une puissance & un poids étant donnés ; trouver le nombre des *roues*, & quel rapport il doit y avoir dans chaque *roue* entre le rayon du pignon & celui de la *roue*, pour que la puissance étant appliquée perpendiculairement à la circonférence de la dernière *roue*, le poids soit soutenu.

Divisez le poids par la puissance, résolvez le quotient dans les facteurs qui le produisent, & le nombre des facteurs sera celui des *roues*; & les rayons des pignons devront être en même proportion à l'égard des rayons des *roues*, que l'unité à l'égard de ces différens facteurs. Supposons, par exemple, qu'on ait un poids de 300 livres & une puissance de 60, il vient 500 au quotient, qui se résout dans les facteurs 4, 5, 5, 5. Il faut donc employer quatre *roues*, dans l'une desquelles le rayon du pignon soit à celui de la *roue* comme 1 à 4, & dans les autres comme 1 à 5.

4.° Lorsqu'une puissance meut un poids par le moyen de plusieurs *roues*, l'espace parcouru par le poids est à l'espace parcouru par la puissance, comme la puissance au poids. Et par conséquent plus la puissance sera grande, plus le poids aura de vîtesse; & réciproquement.

5.° Les espaces parcourus par le poids & par la puissance, sont entr'eux dans la raison composée du nombre des révolutions de la *roue* la plus lente, au nombre des révolutions de la *roue* la plus prompte, & de la circonférence du pignon de la *roue* la plus lente à la circonférence de la *roue* la plus prompte. Et comme l'espace parcouru par le poids est toujours à l'espace parcouru par la puissance, dans la raison de la puissance au poids, il s'ensuit que la puissance est toujours au poids qu'elle peut soutenir, dans la même raison composée du nombre des révolutions de la *roue* la plus lente, au nombre des révolutions de la *roue* la plus prompte, & de la circonférence du pignon de la *roue* la plus lente, à la circonférence de la *roue* la plus prompte.

6.° La circonférence du pignon de la *roue* la plus lente, & la circonférence de la *roue* la plus prompte, étant données, aussi-bien que la raison qui est entre les nombres des révolutions de la première de ces *roues* à l'autre, trouver l'espace que doit parcourir la puissance, afin que le poids parcoure un espace donné.

Multipliez la circonférence du pignon de la *roue* la plus lente par l'antécédent de la raison donnée, & la circonférence de la *roue* la plus prompte par le conséquent de la même raison. Trouvez ensuite une quatrième proportionnelle à ces deux produits & à l'espace qu'on veut faire décrire au poids, & vous aurez l'espace que doit parcourir la puissance. Supposons, par exemple, que la raison des révolutions de la *roue* la plus lente à celle de la plus prompte, soit celle de 2 à 7, que l'espace à faire parcourir au poids soit de 30 pieds, le rapport de la circonférence du pignon de la *roue* la plus lente à la circonférence de la *roue* la plus prompte étant supposé à celui de 3 à 8, on aura avec ces conditions 180 pieds pour l'espace que doit parcourir la puissance.

7.° La raison de la circonférence de la *roue* la plus prompte à celle du pignon de la plus lente, la raison des révolutions de ces *roues* & le poids étant donnés, trouver la puissance.

Multipliez les antécédens de ces deux raisons l'un par l'autre, & faites de même des conséquens; trouvez ensuite au produit des antécédens, à celui des conséquens, & au poids donné une quatrième proportionnelle, & vous aurez la puissance cherchée. Que la raison des circonférences soit celle de 8 à 3, par exemple, la raison des révolutions celle de 7 à 2, & que le poids soit de 2000, on aura $214\frac{2}{7}$ pour la puissance. On trouveroit de la même manière le poids, si c'étoit la puissance qui fût donnée.

8.° Les révolutions que doit faire la *roue* la plus prompte, pendant que la plus lente en fait une, étant données, ainsi que l'espace dont il faut élever le poids, & que la circonférence de la *roue* la plus lente, trouver le tems qui sera employé à l'élévation de ce poids.

Trouvez premièrement une quatrième proportionnelle à la circonférence du pignon de la *roue* la plus lente, à l'espace que le poids doit parcourir, & au nombre des révolutions de la *roue* la plus prompte, & vous aurez le nombre des révolutions que doit faire cette *roue*, pendant que le poids s'élève de la quantité demandée. Trouvez ensuite par expérience le nombre des révolutions que fait la *roue* la plus prompte dans une heure; & faites servir ce nombre, de diviseur au quatrième terme de la proportion dont on vient de parler, le quotient sera le tems employé à l'élévation du poids.

Au reste, il est bon de remarquer en finissant cet article, que, quoique la multiplication des *roues* soit souvent fort utile dans la méchanique, soit pour aider le mouvement, soit pour l'accélérer, cependant cette même multiplication entraîne aussi d'un autre côté, une plus grande quantité de frottemens, & qui peut devenir si considérable, qu'elle égaleroit, ou même surpasseroit l'avantage que la multiplication des *roues* pourroit produire. C'est à quoi on ne fait pas souvent assez d'attention lorsqu'on veut construire une machine, & sur-tout si cette machine est un peu composée. *Voyez* MACHINE & FROTTEMENT. *Voyez aussi* ENGRENAGE, DENT, *&c.* (*O*)

ROUE D'ARISTOTE, est le nom d'un fameux problême de méchanique, sur le mouvement d'une *roue* autour de son aissieu. On appelle ainsi ce problême, parce qu'on croit qu'Aristote est le premier qui en ait parlé.

Voici en quoi la difficulté consiste. Un cercle qui tourne sur son centre, & qui se meut en même tems en ligne droite sur un plan, décrit sur ce

plan une ligne droite, égale à sa circonférence, pendant le tems d'une révolution.

Maintenant si ce cercle que l'on peut appeller *déférent*, a au-dedans de lui un autre cercle plus petit, qui lui soit concentrique, qui n'ait de mouvement que celui qu'il reçoit du déférent, & qui soit, si l'on veut, le moyeu d'une *roue* de carrosse, ce petit cercle ou moyeu décrira pendant le tems d'une révolution, une ligne droite égale, non à sa circonférence, mais à celle de la *roue*: car le centre du moyeu fait autant de chemin en ligne droite, que le centre de la *roue*, puisque ces deux centres ne sont qu'un même point.

Le fait est certain, mais il paroît difficile à expliquer. Il est évident que tandis que la *roue* fait un tour entier, elle doit décrire sur le plan une ligne égale à sa circonférence. Mais comment peut-il se faire que le moyeu, qui tourne en même tems que la *roue*, décrive une ligne droite plus grande que sa circonférence?

La solution d'Aristote ne contient qu'une bonne explication de la difficulté. Galilée, qui a cherché à la résoudre, a eu recours à une infinité de vuides infiniment petits, qu'il suppose répandus dans la ligne droite que décrivent les deux cercles; & il prétend que le petit cercle n'applique point sa circonférence à ces vuides, & qu'ainsi il ne décrit réellement qu'une ligne droite égale à sa circonférence, quoiqu'il paroisse en décrire une droite plus grande.

Mais il saute aux yeux que ces petits vuides sont tout-à-fait imaginaires. Et pourquoi le grand cercle y appliqueroit-il sa circonférence? D'ailleurs la grandeur de ces vuides devroit être plus ou moins considérable selon le rapport des deux circonférences.

Le P. Tacquet prétend que le petit cercle fait sa révolution plus lentement que le grand, & décrit par ce moyen une ligne plus longue que sa circonférence, sans néanmoins appliquer aucun des points de sa circonférence à plus d'un point de la base. Mais cette hypothèse n'est pas plus recevable que la précédente.

M. Dortous de Mairan, de son vivant membre de l'académie royale des Sciences de Paris, & de plusieurs autres, a aussi cherché une solution du problême dont il s'agit, & l'a envoyée à l'académie des Sciences, en 1715. MM. de Louville & Saurion, ayant été nommés pour l'examiner, assurèrent dans leur rapport qu'elle satisfaisoit pleinement à la difficulté: voici en quoi cette solution consiste.

La *roue* d'un carrosse est simplement tirée ou poussée en ligne droite. Son mouvement circulaire ne vient que de la résistance du plan sur lequel elle se meut. Or cette résistance est égale à la force avec laquelle la *roue* est tirée en ligne droite, puisqu'elle détruit le mouvement que doit avoir dans cette direction le point de la *roue* qui touche le plan. Les causes de ces deux mouvemens, l'un droit, l'autre circulaire, sont donc égales, & par conséquent aussi leurs effets, ou les mouvemens qu'elles produisent doivent être égaux. C'est pour cette raison que la *roue* décrit sur le plan une ligne droite égale à sa circonférence.

A l'égard du moyeu il n'en est pas de même. Il est tiré en ligne droite par la même force que la *roue*; mais il ne tourne que parce que la *roue* tourne, il ne peut tourner qu'avec elle, & dans le même tems qu'elle. D'où il s'ensuit que le mouvement circulaire du moyeu est moindre que celui de la *roue*, dans le rapport des deux circonférences, & que par conséquent le mouvement circulaire du moyeu est moindre que son mouvement rectiligne.

Puis donc que le moyeu décrit nécessairement une ligne droite, égale à la circonférence de la *roue*, il s'ensuit selon M. de Mairan, qu'il ne peut la décrire qu'en glissant, ou par ce qu'on appelle *mouvement de rasion*. En effet, les points du moyeu ne peuvent s'appliquer aux points d'une ligne droite, plus grande que la circonférence du moyeu, sans glisser en partie sur cette ligne droite, & il est clair qu'ils doivent glisser plus ou moins, selon que le moyeu est plus petit ou plus grand. *Voyez* ROULEMENT & GLISSER, *Histoire de l'académie* 1715.

On concevra aisément comment il se peut faire que les mouvemens circulaires & rectilignes soient inégaux, si au lieu de supposer que le cercle roule tandis qu'il avance, on suppose qu'il ne fasse que se mouvoir simplement en ligne droite sur un plan, & que, durant ce tems, un point mobile parcoure sa circonférence. Il est certain que ce point mobile est alors dans le même point que seroit un point de la circonférence, en supposant qu'elle roulât. Or la vîtesse de ce point mobile peut être ou égale, ou plus grande, ou plus petite que celle du cercle pour aller en avant. Si elle est égale, c'est le cas du roulement ordinaire, qui n'a aucune difficulté. Si elle est plus grande, c'est le cas dont nous parlons ici, où la ligne que décrit le centre du cercle, par son mouvement progressif, est plus grande que la circonférence décrite durant le même tems par le point mobile. Or, comme on n'a aucune peine à concevoir que la vîtesse du point mobile soit moindre que celle du centre du cercle, on peut substituer cette idée à celle du mouvement de rasion, pour n'avoir plus aucune difficulté.

Si la vîtesse du point mobile étoit plus grande que celle du cercle, alors la ligne décrite par le cercle, seroit moindre que la circonférence; & c'est ce qui arriveroit, par exemple, à la circonférence d'une *roue*, si on faisoit tourner le moyen sur un plan.

On peut encore, pour résoudre la difficulté dont il s'agit, se servir d'un autre moyen. Imaginons un cercle qui tourne autour de son centre, tandis que ce centre est emporté en ligne droite,

il est évident que le mouvement rectiligne du centre n'a rien de commun avec le mouvement de rotation du cercle, & que par conséquent, ces deux mouvemens peuvent être dans tel rapport qu'on voudra. Or une *roue* qui avance sur un plan, peut être imaginée comme un cercle qui tourne sur son centre, tandis que ce centre est emporté parallélement au plan sur lequel la *roue* se meut. Donc le premier de ces deux mouvemens n'est pas plus difficile à concevoir que l'autre. *Voyez* CYCLOÏDE. (*O*)

ROULEAU, s. m. (*Instrum. de méchan.*) espèce de cylindre de bois qui sert à mouvoir les plus pesans fardeaux pour les conduire d'un lieu à un autre. Il y a de ces *rouleaux* qu'on nomme *sans fins*, ou *tours terriers*, parce qu'on les fait tourner par le moyen de leviers. Ils sont assemblés sous un poulin avec des entre-toises ou des moises. (*D. J.*)

ROULEMENT, s. m. *en terme de Méchanique*, signifie une sorte de *mouvement* circulaire, par lequel un mobile tourne autour de son propre axe ou centre, & en même tems applique continuellement de nouvelles parties de la surface au corps sur lequel il se meut. *Voyez* MOUVEMENT, RÉVOLUTION, AXE, *&c.*

Tel est le mouvement d'une roue, d'une sphère, *&c.* Tels sont en particulier les mouvemens de la *terre*, de planètes, car toutes les planètes tournent sur leurs axes en même tems qu'elles font leur révolution autour du soleil.

M. de Fontenelle, dans sa pluralité des mondes, veut expliquer ces deux mouvemens par la comparaison d'une boule qui roule sur un plan en même tems qu'elle avance. Mais le mouvement progressif de la boule produit nécessairement son mouvement de rotation, au lieu qu'il n'est pas sûr que la rotation des planètes sur leurs axes vienne du même principe que leur révolution annuelle; & que ces deux mouvemens paroissent même entièrement indépendans l'un de l'autre; c'est pourquoi il est à croire que M. de Fontenelle n'a pas donné cette explication comme fort exacte. *Voyez* ROUES, PLANETE, TERRE, *&c.*

Le mouvement d'un corps qui roule, est opposé au mouvement en glissant, dans lequel c'est toujours la même partie de la surface du mobile qui s'applique au plan, le long duquel le corps se meut. *Voyez* GLISSER.

Si les surfaces sur lesquelles les corps se meuvent étoient parfaitement polies, aussi-bien que la surface des corps qui s'y meuvent, il n'y auroit presque point de rotation. Par exemple, une roue qu'on tire sur un plan avec une corde attachée à son centre, devroit naturellement glisser sans tourner. Ce sont les inégalités du plan qui l'obligent d'altérer son mouvement progressif par un mouvement de rotation; par exemple, si on place une roue à dents sur une surface qui ait aussi des dents, & qu'on tire cette roue par son centre, elle ne peut avancer sans qu'il arrive de deux choses l'une, ou qu'elle tourne, ou qu'elle brise les inégalités & les éminences qui se rencontrent sur la surface sur laquelle elle roule. Mais il seroit souvent fort difficile qu'elle brisât les inégalités dont il s'agit, elle ne peut donc se mouvoir qu'en tournant: or toutes les surfaces sur lesquelles un corps peut se mouvoir, sont raboteuses & inégales, & les surfaces de tous les corps sont aussi raboteuses & comme dentées. Voilà pourquoi tous les corps ronds n'ont presque jamais de mouvement progressif sans rotation. A l'égard des corps dont la surface est plate, ils ne pourroient avoir de rotation sans s'élever; & comme leur poids les en empêche, ils ne peuvent que se mouvoir progressivement; mais la résistance & l'aspérité de la surface sur laquelle ils se meuvent arrête bientôt leur mouvement.

On trouve par l'expérience, que le frottement qu'un corps éprouve en roulant, c'est-à-dire la résistance qui vient des inégalités du plan sur lequel il roule, est moindre que le frottement que le même corps éprouveroit en glissant. La raison en est aisée à appercevoir après ce que nous venons de dire sur le *roulement* des corps ronds. Car il est visible que ce *roulement* aidant à desengrener les parties, diminue beaucoup le frottement. *Voyez* FROTTEMENT.

C'est pour cela que les roues sont si forts en usage dans les machines, & qu'on les charge de la plus grande partie qu'il est possible de l'action, afin de rendre la résistance moindre. *Voyez* ROUE, MACHINE, *&c.* (O)

ROULETTE, s. f. (*Géom.*) est le nom d'une courbe, appellé autrement CYCLOÏDE. Ce nom lui fut donné par le père Mersenne, & c'est celui qu'elle porta d'abord; le nom de *cycloïde* a prévalu. *Voyez* CYCLOÏDE. (*O*)

RUDOLPHINES, TABLES, (*Astron.*) on appelle ainsi les tables du mouvement des planètes, calculées par Kepler, qui les dédia à l'empereur Rodolphe, d'où elles ont tiré leur nom. *Voyez* PLANETES & TABLES.

Fin de la lettre R & *du Tome II des Mathématiques.*